

# 基于相关系数的海底大地电磁阻抗 Robust 估算方法

柳建新 严家斌 何继善 刘春明

中南大学信息物理工程学院, 长沙 410083

**摘 要** 对于海洋的特殊环境, 常规的阻抗估算方法往往不能很好地估算海底大地电磁的阻抗张量, 本文提出了基于相关归一 Robust 方法. 以相关系数为参数对阻抗张量元素进行归一, 据相关系数值的变化修正 Robust 的权系数. 模拟和实测数据的计算表明, 相关归一 Robust 法比其他常规方法更能有效地抑制干扰. 噪声强度小于 30% 时常规方法和新方法都能有效地估算阻抗张量; 噪声强度大于 50% 时, 常规方法估算误差明显偏大, 新方法误差要小得多, 反映出该方法有较强抗干扰的能力.

**关键词** 相关归一 Robust 阻抗估算 海底大地电磁 模拟

**文章编号** 0001-5733(2003)02-0241-05 **中图分类号** P738 **收稿日期** 2001-09-28, 2002-09-20 收修定稿

## ROBUST ESTIMATION METHOD OF SEA MAGNETOTELLURIC IMPEDANCE BASED ON CORRELATIVE COEFFICIENT

LIU JIANXIN YAN JIABIN HE JISHAN LIU CHUNMING

School of Info-Geophysics and Geomatics Engineering, Central South University, Changsha 410083, China

**Abstract** For the sea environment, traditional impedance estimation does not work well, a new Robust method based correlative coefficient is proposed in this paper. Normalizate impedance and correct weighth of Robust by correlative coefficient. Theoretical modeling and field data show that our method can remove noise better than others. For the case the N/S is low 30%, though traditional and new impedance estimation can work well, new method is of low error, the N/S is over 50%, the new method works much better than the traditional estimation and the regular Robust method.

**Key words** Normalizatical Robust, Impedance estimation, Sea magnetotelluric, Simulate.

## 1 引 言

在电磁法理论中, 水平电、磁场  $E$ ,  $H$  间的关系通常被看作是线性变化的  $E = ZH$ , 其阻抗  $Z$  的估算通常用最小二乘法求解, 当噪声为随机的或噪声满足高斯分布时这种阻抗  $Z$  的估算比较准确, 如果噪声不满足这一分布或信噪比较低时, 仍采用最小

二乘法估算阻抗, 则往往会得到畸变的结果. 海底大地电磁数据由于受海洋环境的影响, 其信噪比很低, 噪声模型也很复杂, 因此必须寻求其他的阻抗估算方法.

Robust 统计学方法(以下简称常规 Robust 法)在过去 20 年里得到了迅速发展, 它是研究实际模型与理想模型有微小偏离或当实际分布与理想分布在形状上有偏离时, 对这种偏离不敏感或相当不敏感的

**基金项目** 国家 863 项目(863-820-03-04).

**作者简介** 柳建新, 男, 教授, 1962 年生, 1983 年毕业于中南矿冶学院, 现为中南大学信息物理工程学院副院长. 主要从事电法、电磁法理论及应用研究. E-mail: xgljx@21cn.com

统计学方法. Claerbout 等<sup>[1]</sup> 首先把 Robust 方法引入到地球物理中, Egbert 等<sup>[2]</sup> 提出了用 Robust 估算功率谱、相关系数和转换函数的方法, Chave 等<sup>[3]</sup> 把 Robust 引用到地磁数据处理并讨论了误差尺度的估算方法, Chave 等<sup>[4]</sup> 将其引用到大地电磁数据处理并取得了成功, D. Sturmo 等<sup>[5]</sup> 基于阻抗最小相位, 提出了用 Robust 对阻抗相位进行圆滑, 也取得了较好的结果.

上述应用主要是基于统计学意义注重于未受干扰数据的权系数, 降低受飞点(干扰大)影响的数据在回归中的权系数, 从而达到改善估算值的质量的目的. 该方法的应用条件是: 大多数的数据质量都是好的, 只有个别质量差的数据, 这样才能保证对质量好的数据给予较高的权. 在海洋环境下, 由于高导海水的屏蔽作用, 以及由海流、海浪产生的干扰使海底大地电磁资料往往要比陆地大地电磁资料的质量差得多, 信号的强度也要低得多, 因此在这种条件下可能难以取得较好的结果. 鉴于此, 本文提出基于相关系数的 Robust 相关归一法(以下简称相关归一法).

## 2 原 理

当电磁场为平面波或零波数模型, 没有噪声干扰的情况下水平电磁分量满足双输入、双输出的线性系统<sup>[6,7]</sup>

$$\begin{cases} E_x = Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y \\ E_y = Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y \end{cases}, \quad (1)$$

式中,  $E_x$ 、 $E_y$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的电场,  $H_x$ 、 $H_y$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的磁场,  $Z_{xx}$ 、 $Z_{xy}$ 、 $Z_{yx}$ 、 $Z_{yy}$  对应测量轴的阻抗张量要素<sup>[7]</sup>.

或写为矢量形式

$$\mathbf{E} = \mathbf{ZH}, \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$  分别为电场和磁场水平分量,  $\mathbf{Z}$  为阻抗张量. (2)式称为常规方法表达式.

当有噪声存在时(2)式变为

$$\mathbf{E} = \mathbf{ZH} + \mathbf{r}, \quad (3)$$

式中  $\mathbf{r}$  为残差.

依误差分析理论可知, 当噪声出现在  $\mathbf{E}$  中时, 将使估算的阻抗值向上偏移, 噪声出现在  $\mathbf{H}$  中时则使估算的阻抗值向下偏移. 在天然场源下, 由于地质条件、人文环境及各种人工场源等的复杂性, 使得其噪声分布模型也异常复杂, 常规最小二乘法下的阻抗估算将出现一些意想不到的偏移现象.

针对上述情况, 人们提出了常规 Robust 阻抗估算法, 该方法通过降低跳变点的权系数来使估算的阻抗得到改善. Huber<sup>[8]</sup> 提出的估算方程为

$$\sum_{i=1}^n \rho(r_i/\beta) = \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ E_i - \sum_{j=1}^2 Z_{ij}H_j \right] \backslash \beta \right\}, \quad (4)$$

式中  $\rho$  为一损失函数,  $\beta$  为尺度值. 定义一影响函数  $\Psi(x)$ , 则有权函数  $W(x) = \Psi(x)/x$ , 构造矩阵方程

$$\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H} \mathbf{Z} = \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\begin{cases} W(x) = 1 & |x| < x_0 \\ W(x) = x_0/|x| & |x| > x_0, \quad x_0 = 1.5, \end{cases} \quad (6)$$

或

$$W(x) = \exp\left\{-\exp^{x_0(|x|-x_0)}\right\} \quad x_0 = 2.8, \quad (7)$$

尺度值  $\beta$  在 Robust 估算中也必须稳定地估算, Chave 等<sup>[4]</sup> 讨论了尺度值的估算方法.

从上述 Robust 方法中可以看到: 首先认为噪声仅限于输出量, 输入量则是无噪声的, 这在海洋环境中是做不到的; 其次在回归迭代中仅以残差作为主要参数, 这是不够的, 因为在强噪声情况下即使残差较小, 其阻抗的估算也不稳定.

为此定义  $A_e$ 、 $A_h$  分别为电场和磁场水平分量的信噪比的倒数:

$$\begin{cases} A_e = \langle E_n E_n \rangle / \langle E_s E_s \rangle \\ A_h = \langle H_n H_n \rangle / \langle H_s H_s \rangle \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $s, n$  分别表示信号和噪声,  $\langle \rangle$  表示功率谱平均.

当电磁场中含有加性噪声时, 据相关系数  $F$  和阻抗  $Z$  的定义

$$\begin{aligned} F &= \frac{\langle \mathbf{E}, \mathbf{H} \rangle}{\sqrt{\langle \mathbf{H}, \mathbf{H} \rangle \langle \mathbf{E}, \mathbf{E} \rangle}} \\ &= \frac{\langle \mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s \rangle}{\sqrt{\langle \mathbf{H}_s, \mathbf{H}_s \rangle \langle \mathbf{E}_s, \mathbf{E}_s \rangle (1 + A_e)(1 + A_h)}}, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\langle \mathbf{E}, \mathbf{H} \rangle}{\langle \mathbf{H}, \mathbf{H} \rangle} \\ &= \frac{\langle \mathbf{E}_s, \mathbf{E}_s \rangle}{\langle \mathbf{H}_s, \mathbf{H}_s \rangle} \times \frac{1}{1 + A_h} = Z_{\text{真}} \times \frac{1}{1 + A_h}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ZZ &= \frac{Z}{F} \\ &= |Z_{\text{真}}| [(1 + A_e)/(1 + A_h)]^{1/2}, \quad (11) \end{aligned}$$

比较(10)和(11)式, 在电场噪声很小或比磁场噪声大很多的情况下,  $ZZ$  与  $Z$  相比更能压制磁源噪声. 在 Robust 回归中阻抗张量元素通过  $F$  进行归一压制磁源噪声的影响, 使阻抗的估算得到改善, 同时在 Robust 回归中, 利用  $F$  值来影响权  $W$  的变化, 对相关系数较高者给予较高的权, 较低者给予较低的权;

$$W'(x) = \alpha \times W(x). \quad (12)$$

$\alpha$  为相关系数的大小确定的权系数. 统计所有参与回归的相关系数, 对大于均值及一倍均方差的相关系数  $\alpha$  取 1, 小于均值三倍均方差  $\alpha$  取 0.1, 其他  $\alpha$  取 0.7 能取得较好的结果.

相关归一 Robust 估算矩阵方程

$$H^T W' H Z' = H^T W' E. \quad (13)$$

这样, 在低信噪比的资料中, 能突出信噪比相对较高者的权, 达到压制强干扰的目的, 阻抗的估算更加可靠.

### 3 数值模拟

为了验证相关归一法的正确性及先进性, 进行

了模拟数据的对比研究:

利用蒙特卡洛方法产生互不相关的随机时间序列, 对比进行傅氏变换, 计算出振幅谱, 在振幅谱中加入噪声计算出含不同噪声强度的新的振幅谱, 对新的振幅谱进行傅氏反变换就可得到一组新模拟信号的时间序列. 时间序列的采样率设为 1000 Hz, 均匀半空间的电阻率为 100  $\Omega_m$ .

利用上述方法研究了信噪比  $r_{sn}$  从 10% 到 100% 电场磁场时间序列, 用不同的方法(常规方法, 常规 Robust 方法, 相关归一法)计算了视电阻率, 计算的频点为 9 个(见图 1、2), 并同时给出不同噪声不同方法的压制结果(见图 3).

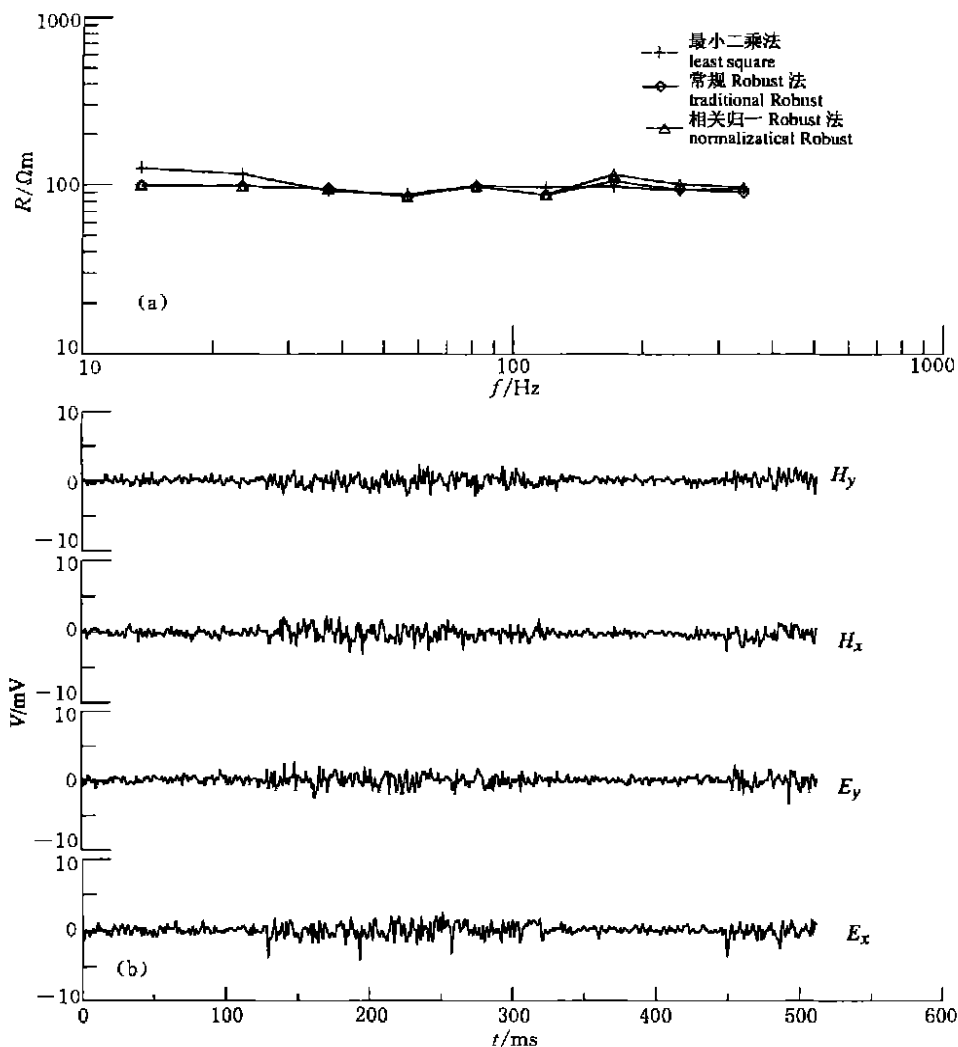


图 1 利用最小二乘法、常规 Robust 和相关归一 Robust (a) 及噪声为 20% 的时间序列 (b) 的计算结果对比图

Fig. 1 Comparison of results for resistivity by traditional LS, traditional Robust, normalizational Robust method (a) and time serial (b) ( $r_{sn}=1:5$ )

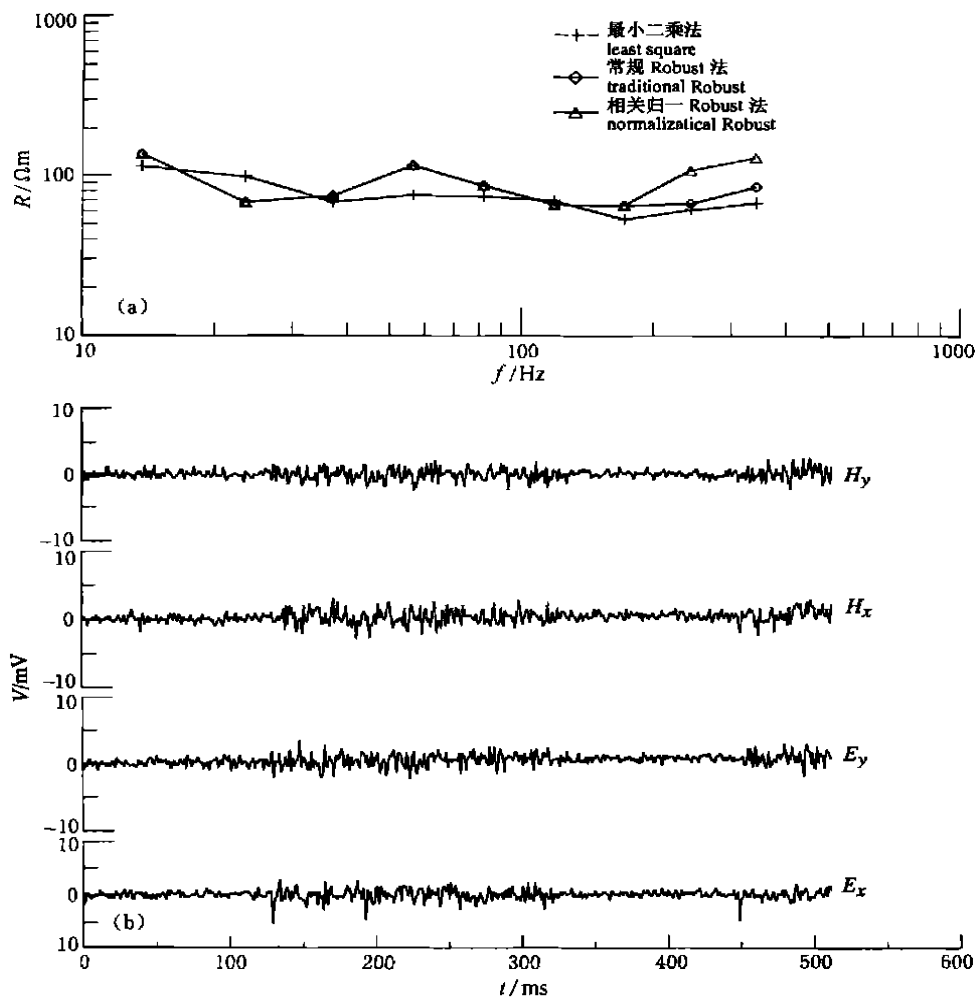


图 2 利用最小二乘法、常规 Robust 和相关归一 Robust 方法(a)及噪声为 50%的时间序列(b)的计算结果对比图

Fig.2 Comparison of results for resistivity by traditional LS, traditional Robust, normalizational Robust method(a) and time serial (b) ( $r_{sn}=1:2$ )

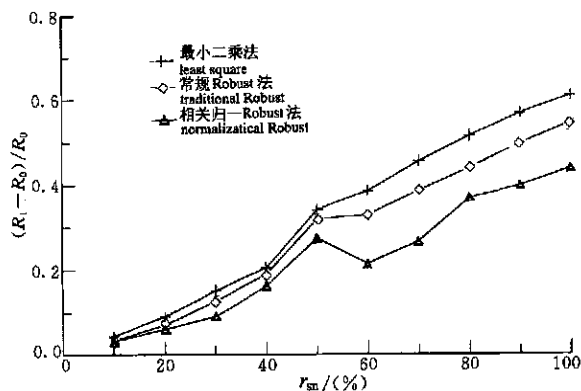


图 3 不同信噪比最小二乘法、常规 Robust 和相关归一 Robust 方法计算结果误差对比图

Fig.3 Comparison of error for resistivity by traditional LS, traditional Robust, normalizational Robust method in different  $r_{sn}$

研究表明:在噪声幅度为 30%以下时,3 种方法的差别不是很明显,其转换函数的相对误差(各频点的绝对误差的平均值除以真值)分别为:4.5%~15%,3.5%~12.6%,3.2%~9%;

当噪声大于 50%以上时,常规 Robust 法比常规方法好,而相关归一法的去噪能力则有明显的提高,当噪声幅度达 100%时它的相对误差值约为 0.4,而其他两种方法则在 0.6 左右.这表明在强噪声低信噪比的情况下,相关归一法具有很好的去噪能力.

## 4 实例

图 4 为用我国自行研制的海底大地电磁仪器在我国东海某地采集的大地电磁资料,经时间序列数据的选取和分频,最终处理得到的频率范围为

0.0002~5Hz 的频率域结果,处理方法选择了常规

Robust 法和相关归一法。

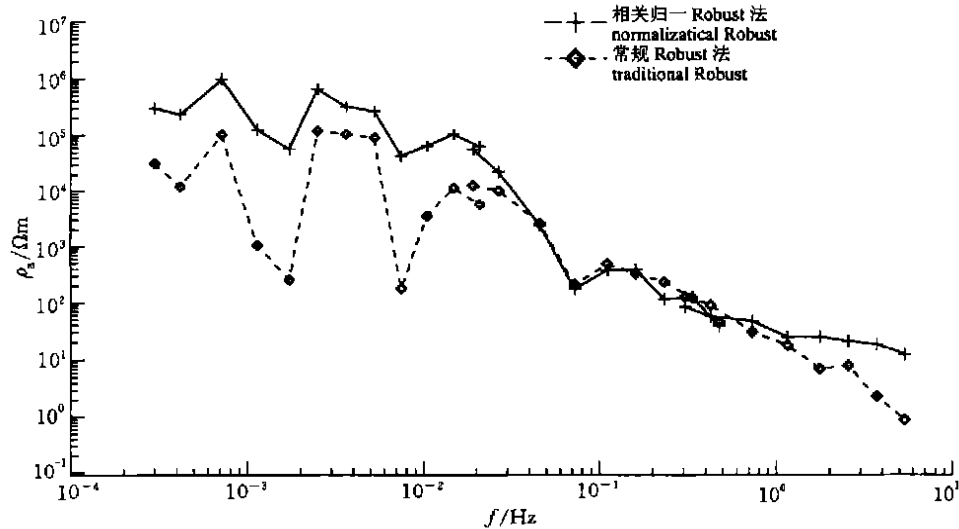


图 4 我国东海某地的实测大地电磁资料处理结果对比图

Fig.4 Comparison of resistivity result for real data in East Sea

从图中可以看到,常规 Robust 法计算的曲线(图中虚线)在低频段跳跃较大,两段曲线接头处重合性差(0.02Hz 附近),在高频端出现掉点。而相关归一法计算的曲线相对圆滑,对飞点的压制效果较好。

## 5 结 论

1. 在噪声水平较低时(30%以下)文中提到的三种方法都能较好地压制噪声,而在噪声较高时相关归一法与其他二种方法相比具有更强的抗干扰能力和对噪声的压制能力;

2. 常规方法和常规 Robust 法对连续跳变点(2~4 个点)的干扰压制能力较差;

3. 在海洋噪声背景下,从曲线的连续性上看,相关归一法具有更好的阻抗估算。

## 参考文献

- [1] Claerbout Jon F, Muir Francis. Robust modeling with erratic data. *Geophysics*, 1973, **38**(5): 826~844
- [2] Gary Egbert, Jone R Booker. Robust estimation of geomagnetic transfer functions. *Geophys. J. R.*, 1986, **87**:173~194
- [3] D Chave, J Thomson, Mark E Ander. On the Robust estimation of power spectra, coherence, and transfer function. *J. Geophys. Res.*, 1987, **92**(B1): 633~648
- [4] D Chave, J Thomson. Some comments on magnetotelluric response function estimation. *J. Geophys Res.*, 1989, **94**(B10): 14215~14225
- [5] D Sutarno, K Vozoff. Phase-smooth Robust M-estimation of magnetotelluric impedance function. *Geophysics*, 1991, **56**(12): 1999~2007
- [6] 陈乐寿,王光镔. 大地电磁测深法. 北京:地质出版社,1990  
CHEN Leshou, WANG Guang'e. Magnetotelluric Method. Beijing: Geoloical Publishing House, 1990
- [7] 石应骏,刘国栋,吴广耀等. 大地电磁测深法. 北京:地震出版社,1984  
SHI Yingjun, LIU Guodong, WU Guangyao, et al. Magnetotelluric Method. Beijing: Seismological Press, 1984
- [8] Huber P J. Robust Statistics. New York: John Wiley, 1981.308