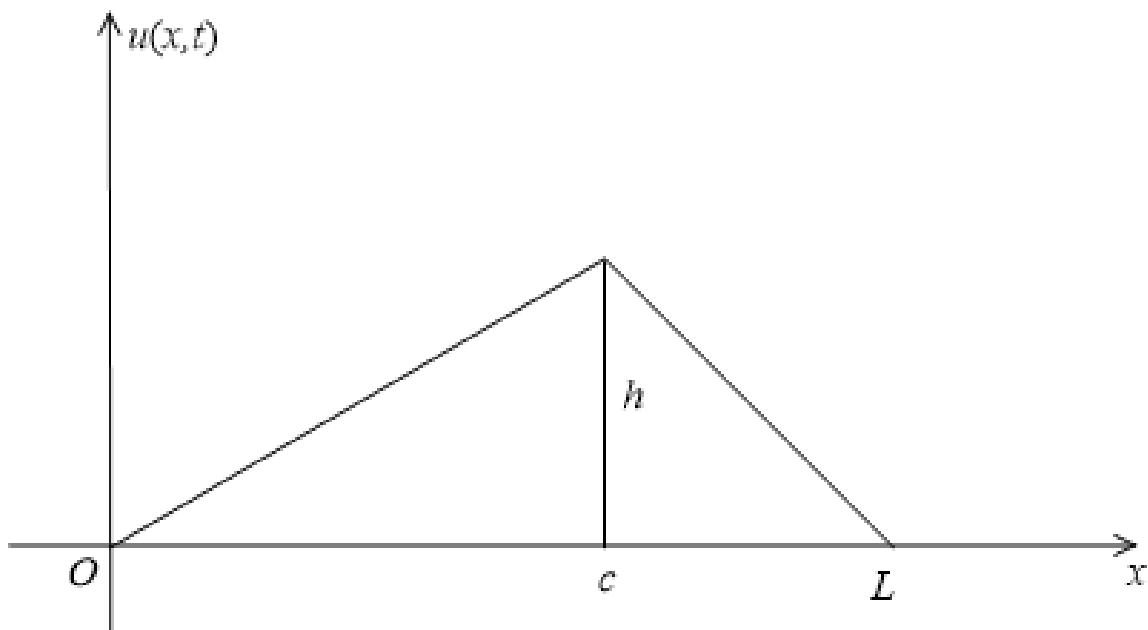


特殊方程作业 1

地物 2201 班杨曜堃

2024 年 3 月 3 日

问题 1 设弦的两端固定与 $x = 0$ 及 $x = L$ ，弦的初始位移如图所示，初速度为 0，又没有外力作用，试写出相应的定解问题。



问题 #1	Grade:
<p>已知弦的振动满足一维波动方程（忽略重力）</p> $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ <p>由初始位移可知定解问题的初始条件</p> $u(x, t) _{t=0} = \begin{cases} \frac{h}{c}x, & 0 \leq x \leq c \\ \frac{h}{c-L}x + \frac{hL}{L-c}, & c < x \leq L \end{cases}$ <p>由于弦的两端固定、初速度为 0、没有外力作用，因此采用 Dirichlet 边界条件</p> $u(x, t) _{x=0} = u(x, t) _{x=L} = 0$ <p>定解问题可以描述为</p> $\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < L, t > 0 \\ u _{x=0} = 0, u _{x=L} = 0, & t \geq 0 \\ u _{t=0} = \varphi(x) \\ \frac{\partial u}{\partial t} _{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq L \end{cases}$ <p>其中</p> $\varphi(x) = \begin{cases} \frac{h}{c}x, & 0 \leq x \leq c \\ \frac{h}{c-L}x + \frac{hL}{L-c}, & c < x \leq L \end{cases}$	<p><i>Faculty Comments</i></p>