



سیگنال‌ها و سیستم‌ها

بهار ۱۴۰۲

استاد: مینا سادات محمودی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

گردآورندگان: ثنا حریقی، سلاله محمدی، عماد ذوالحواریه

مهلت ارسال: ۱ اردیبهشت

مباحث تمرین: نمایش سری فوریه

تمرین سوم

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- هم‌فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتماً باید توسط خود او خلق و نوشته شده باشد.
- در صورت هم‌فکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام هم‌فکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفاً تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.
- تمام پاسخ‌های خود را در یک فایل با فرمت HW#_[SID]_[Fullname].pdf روی کوئرا قرار دهید.

سوالات نظری (۱۰۰ نمره)

۱. محاسبه سری فوریه (۲۰ نمره)

ضرایب سری فوریه را برای توابع زیر محاسبه کنید.

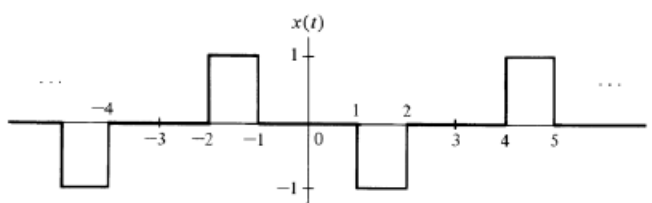
(آ)

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < 0 \\ 0, & 0 < x < \pi \end{cases}, T = 2\pi$$

(ب)

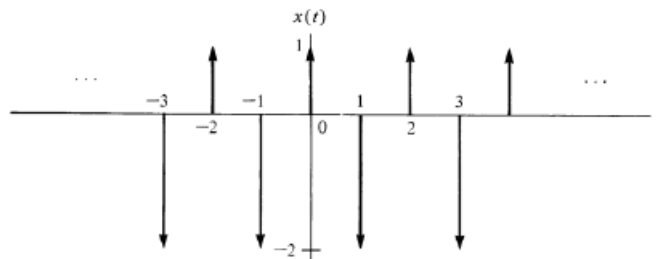
$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}, T = 2\pi$$

(ج) شکل ۱



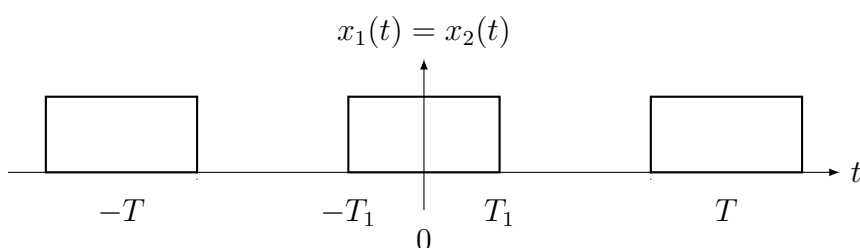
شکل ۱

(د) شکل ۲



شکل ۲

۲. کانولوشن متناوب (۳۵ نمره)



(آ) با توجه به شکل فوق ، حاصل $x_1(t) \otimes x_2(t)$ برای دو حالت زیر محاسبه نمایید.

$$2T_1 = \frac{T}{4} \quad \text{i.}$$

$$2T_1 = \frac{3T}{4} \quad \text{ii.}$$

(ب) قضیه زیر را در نظر بگیرید.
فرض کنید x_1, x_2 دو سیگنال متناوب با دوره تناوب T باشند و $y(t) = x_1(t) \otimes x_2(t)$ باشد، در نتیجه $y(t)$ هم متناوب با دوره تناوب T است. (همچنین

$$\hat{x}_1(t) = \begin{cases} x_1(t), & -\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2} \\ 0, & \text{o.w} \end{cases}$$

$$\hat{x}_2(t) = \begin{cases} x_2(t), & -\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2} \\ 0, & \text{o.w} \end{cases}$$

و همچنین داریم که $\hat{y}(t) = \hat{x}_1(t) * \hat{x}_2(t)$ در این صورت می توان گفت

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \hat{y}(t - kT)$$

با توجه به قضیه مطرح شده ، بار دیگر $x_1 \otimes x_2$ را برای $2T_1 = \frac{3T}{4}$ محاسبه کنید.

(ج) در ادامه بخش قبل درستی رابطه $x_1(t) \otimes x_2(t) = x_1(t) * \hat{x}_2(t)$ را تحقیق کنید.

۳. محاسبه مجموع دنباله به کمک سری فوریه مختلط (۱۹ نمره)

سیگنال $x(t)$ با دوره تناوب $T = 4$ و ضرایب سری فوریه a_k مفروض است و ضابطه ی آن در یک دوره تناوب به صورت زیر است

$$x(t) = 1 - |t|, \quad -2 < t < 2$$

مقدار عبارات زیر را محاسبه کنید.

$$(ا) \quad S_1 = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^k a_k$$

$$(ب) \quad S_2 = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k a_k$$

$$(ج) \quad S_3 = \sum_{k=0}^{+\infty} |a_k|^2$$

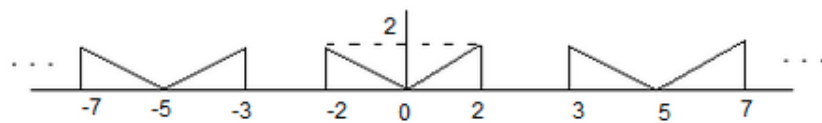
$$(د) \quad S_4 = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{2k+1}$$

۴. محاسبه سری فوریه با کمک روابط (۱۳ نمره)

سیگنال $x(t)$ با دوره تناوب T و ضرایب سری فوریه a_k مفروض است. سیگنال $y(t)$ با دوره تناوب T و ضرایب سری فوریه $b_k = 2\text{Im}\{a_k\}$ را بر حسب $x(t)$ بیان نمایید.

۵. خواص سری فوریه (۱۳ نمره)

بدون انتگرال گیری و تنها با استفاده از ضرایب سری فوریه ی پالس مربعی و خواص سری فوریه، ضرایب فوریه سیگنال زیر را بدست آورید.



شکل ۳