



سیگنال ها و سیستم ها

بهار ۱۴۰۲

استاد: مینا سادات محمودی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

گردآورندگان: نرگس عرفان، علیرضا جعفری

مهلت ارسال: ۱۵ خرداد

مباحث تمرین: کاربرد فرکانس و سیستم های LTI

تمرین دوم عملی (پایتون)

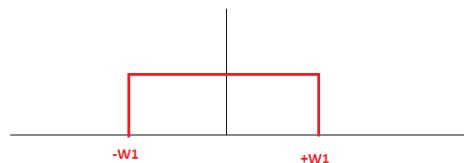
- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- هم فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتماً باید توسط خود او **خلق و نوشته** شده باشد.
- در صورت هم فکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام هم فکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- حتی المقدور سعی شود که از مدل های زبانی مانند chatGPT و غیره استفاده نشود، در صورت استفاده حتما ذکر شود و گرنه علاوه بر صفر بودن تکلیف عملی دوم نمره منفی خواهید گرفت.
- تمام پاسخ های خود را در یک فایل با فرمت HWprac2_[SID]_[Fullname].zip روی کوئرا قرار دهید.

سوالات عملی (۲۰+۱۰۰ نمره)

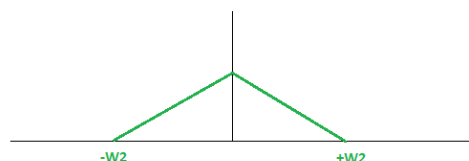
۱. پیاده سازی یک گیرنده ساده سیگنال های رادیویی (۱۰۰ نمره)

یکی از راه های ارسال سیگنال های رادیویی مختلف به صورت موازی و همزمان یا آنالین کمک گرفتن از مفهوم فرکانس است. فرض کنید n سیگنال مختلف رادیویی را طوری ارسال کنیم که هر گیرنده ی قادر به دریافت سیگنال دلخواه بدون هیچ گونه اختلالی باشد، یکی از روش ها، ارسال سیگنال ها به صورت پشت سرهم در حوزه ی زمان است. یعنی اول کل سیگنال $x_1[n]$ سپس، سیگنال $x_2[n]$ و الی آخر. بدیهی است این کار باعث ایجاد صف طولانی خواهد شد و گیرنده برای دریافت یک سیگنال دلخواه باید در بعضی مواقع بسیار صبر کند تا سیگنال مورد نظرش ارسال شود.

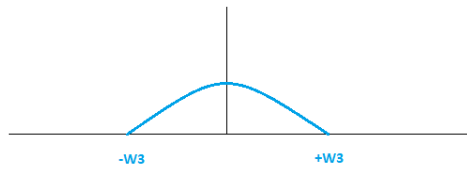
راه حل بهتر که ارسال به صورت همزمان یا آنالین صورت می گیرد. استفاده از محتویات فرکانسی و کمک گرفتن از خواص شیفتر فرکانسی و طراحی فیلترهای پایین گذر، میانگذر و بالاگذر است. فرض کنید سیگنال $x_1[n]$ ، $x_2[n]$ و $x_3[n]$ به ترتیب دارای محتویات فرکانسی در شکل های ۱، ۲ و ۳ هستند.



شکل ۱: تبدیل فوریه سیگنال $x_1[n]$

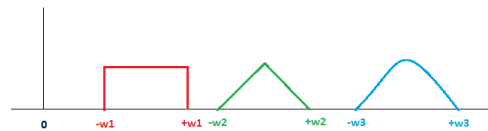


شکل ۲: تبدیل فوریه سیگنال $x_2[n]$



شکل ۳: تبدیل فوریه سیگنال $x_3[n]$

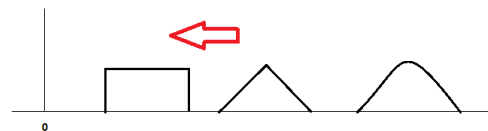
فرستنده برای ارسال و دریافت بدون اختلال با شیفت دادن هر کدام از سیگنال‌ها در فرکانس‌های مختلف به طوری که شکل‌ها در حوزه‌ی فرکانس با هم همپوشانی نداشته باشند، سیگنال‌ها را ارسال میکند. (شکل ۴) حال در گیرنده برای دریافت سیگنال مورد نظر باید اقداماتی انجام داد که در ادامه توضیح خواهیم داد.



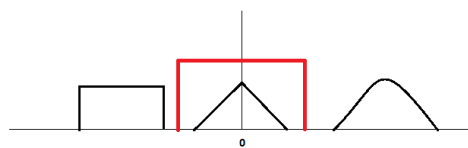
شکل ۴: تبدیل فوریه حاصل جمع سیگنال‌ها با شیفت فرکانسی

برای بدست آوردن سیگنال مورد نظر کافی است یکی از دو روش زیر را انجام بدهید. فرض کنید می‌خواهیم از شکل ۴ سیگنال $x_2[n]$ را فقط بدست آورد.

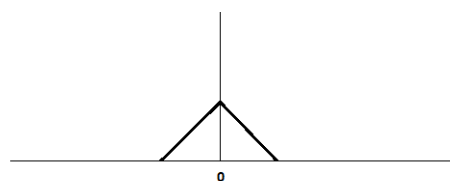
(آ) سیگنال ترکیب شده را اول شیفت فرکانسی دهیم (۵) و سپس از یک فیلتر پایین گذر عبور دهیم (۶) تا سیگنال مورد نظر بدست آید. (۷)



شکل ۵: شیفت فرکانسی

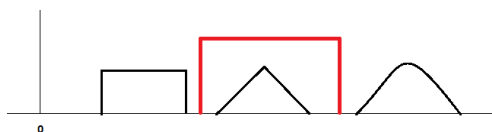


شکل ۶: فیلتر پایین گذر

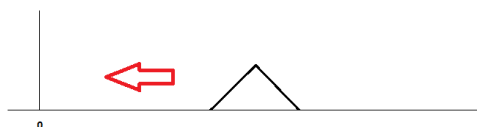


شکل ۷: سیگنال مورد نظر $(x_2[n])$

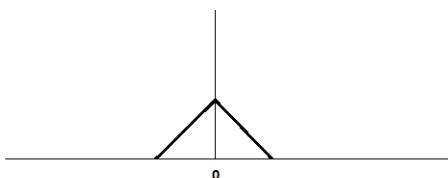
(ب) سیگنال ترکیب شده را اول از فیلتر میانگذر عبور دهیم (۸) و سپس با شیفت فرکانسی به سمت مبدا برده (۹) تا سیگنال مورد نظر بدست آید. (۱۰)



شکل ۸: فیلتر میانگذر

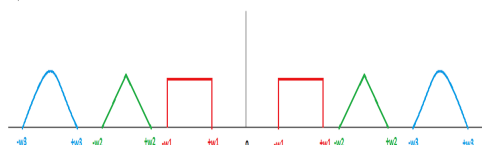


شکل ۹: شیفت فرکانسی



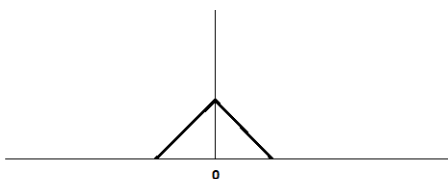
شکل ۱۰: سیگنال مورد نظر $(x_2[n])$

چون سیگنال ارسالی به صورت حقیقی است و قسمت موهومی ندارد بنابراین شکل باید متقارن باشد. یعنی سیگنال دریافتی به صورت شکل ۱۱ است.



شکل ۱۱: تبدیل فوریه حاصل جمع سیگنال‌ها با شیفت فرکانسی به صورت متقارن

کلا در دو روش برای شیفت فرکانسی وجود دارد، استفاده از تابع نمایی $e^{j\omega t}$ یا $\cos \omega t$ می‌باشد. که استفاده از حالت اولی سیگنال را مختلط میکند اما در دومی سیگنال را حقیقی نگه می‌دارد. فرض کنید سیگنال $x(t)$ دارای محتویات فرکانسی در شکل ۱۲ باشد.



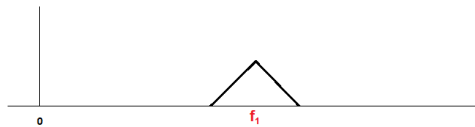
شکل ۱۲: محتویات فرکانسی سیگنال $x(t)$

با در نظر گرفتن رابطه‌ی زیر می‌خواهیم طیف سیگنال (محتویات فرکانسی سیگنال) را به اندازی f_1 به سمت راست جابه‌جا کنیم.

$$y(t) = x(t) * e^{j2\pi f_1 t}$$

$$Y(j\omega) = X(j(\omega - 2\pi f_1))$$

به علت نامتقارن بودن طیف سیگنال، با سیگنالی مختلط سروکار داریم. (شکل ۱۳)



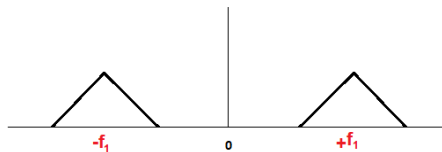
شکل ۱۳: محتویات فرکانسی سیگنال $y(t)$

اگر به جای تابع $e^{j2\pi f_1 t}$ از تابع $\cos 2\pi f_1 t$ استفاده کنیم، داریم:

$$y(t) = x(t) * \cos 2\pi f_1 t$$

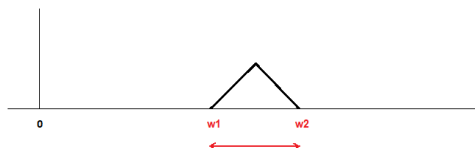
$$Y(j\omega) = \frac{1}{2}X(j(\omega - 2\pi f_1)) + \frac{1}{2}X(j(\omega + 2\pi f_1))$$

می‌بینیم که به علت تقارن در طیف سیگنال، سیگنال بدست آمده حقیقی می‌باشد. (شکل ۱۴)



شکل ۱۴: محتویات فرکانسی سیگنال $y(t)$

در صورت مسالهی ما، فرستنده دو سیگنال رادیویی (صوتی) را که یکی از آنها موسیقی شاد و دیگری موسیقی مذهبی می‌باشد را به طور همزمان در شیفتر فرکانسی f_1 و f_2 ارسال کرده است. هر دو سیگنال دارای پهنای باند ۴۰ کیلوهرتز هستند. (منظور از پهنای باند، محدوده‌ای از فرکانس‌ها در که اطلاعات سیگنال در آن محدوده قرار دارد. برای مثال در شکل ۱۵ پهنای باند سیگنال $\Delta w = w_2 - w_1$ تعریف می‌شود)



شکل ۱۵: پهنای باند سیگنال

حال فرض شده است که یک گیرنده توانسته است سیگنال ارسالی را به درستی دریافت کند.

بنابراین مطلوب است که به سوالات زیر پاسخ دهید.

(آ) فایل “mixed_signal.wav” که همان سیگنال دریافتی می‌باشد را به همراه نرخ نمونه‌برداری به کمک تابع soundfile از کتابخانه read بخوانید. (برنامه ۱)

```
1 import soundfile as sf
2
3 filePath = 'mixed_signal.wav'
4 signal, sampleRate1 = sf.read(filePath)
```

برنامه ۱: خواندن فایل wav

(ب) با کمک تابع compute_fft که در فایل library.py نوشته شده است سعی کنید که اندازه‌ی محتویات فرکانسی را نمایش دهید. تابع compute_fft دو ورودی سیگنال و نرخ نمونه‌برداری را می‌گیرد و به شما اندازه‌ی تبدیل فوریه سیگنال را همراه با فرکانس‌های متناظرش به شما تحویل می‌دهد. (برنامه ۲)

```
1 from library import compute_fft
2
3 abs_DTFT_of_signal, frequencies = compute_fft(signal, Fs)
```

برنامه ۲: تابع compute_fft

(ج) فرکانس f_1 و f_2 را از طریق شکل بیابید. (توضیح دهید که چگونه فرکانس‌ها را یافته‌اید)
(د) حال فرض کنید می‌دانیم که فرکانس $f_1 = 147kHz$ و $f_2 = 294kHz$ می‌باشد. سعی کنید طوری شیفت فرکانسی ایجاد کنید که سیگنالی را که حول f_1 می‌باشد به قسمت باند پایه ($f = 0$) برده. (برنامه ۳) با استفاده از تابع compute_fft محتویات فرکانسی را بر حسب فرکانس نشان دهید.

```
1 import numpy as np
2
3 t = np.arange(0, len(signal) / Fs, 1 / Fs)
4 f1 = 147000
5 carrier1 = np.cos(2 * np.pi * f1 * t)
6
7 shiftedSignal = signal * carrier1
```

برنامه ۳: شیفت فرکانسی به وسیله تابع $\cos 2\pi f_1 t$

(ه) به نظر شما با شیفت فرکانسی از $f = 147kHz$ به $f = 0Hz$ آیا سیگنال بدست آمده حقیقی هست یا مختلط؟ (چرا؟)

(و) حال سعی کنید سیگنال را از یک فیلتر پایین‌گذر که پهنای باندی معادل ۲۰ کیلوهرتز داشته باشد را عبور دهید. با استفاده از تابع compute_fft محتویات فرکانسی سیگنال را بر حسب فرکانس ترسیم نمایید؟ می‌توانید از دستور firwin از کتابخانه scipy.signal یک فیلتر پایین‌گذر با طول و فرکانس قطع مشخص طراحی کرد. (برنامه ۴) خروجی این تابع پاسخ ضربه فیلتر خواهد بود که با دستور lfilter از همان کتابخانه می‌توانید سیگنال را از این فیلتر عبور دهید.

```

1 from scipy.signal import firwin, lfilter
2
3 cutoffFreq = 1e3
4 filterOrder = 10
5 filterCoefficients = firwin(filterOrder, cutoffFreq / (Fs / 2))
6 filteredSignal = lfilter(filterCoefficients, 1, input_signal)

```

برنامه ۴: طراحی فیلتر پایین گذر FIR

(ز) آیا سیگنال بدست آمده حقیقی است یا مختلط؟ چرا؟

(ح) حال سیگنال بدست آمده را از نرخ نمونه برداری که در قسمت اول بدست آوردید به نرخ نمونه برداری ۴۴۱۰۰ هرتز کاهش دهید به اصطلاح انگلیسی `downsample` کنید. (برنامه ۵)

```

1 from scipy.signal import resample
2
3 downsampedSignal = resample(signal, int(len(signal)*desiredFs / Fs))

```

برنامه ۵: کاهش نرخ نمونه برداری (`downsample`)

(ط) حال با استفاده از تابع `play` از کتابخانه `sounddevice` سیگنال به دست آمده از `downsample` را پخش کنید. (برنامه ۶)

```

1 import sounddevice as sd
2
3 sd.play(signal, 44100)
4 sd.wait()

```

برنامه ۶: پخش موسیقی

(ی) کدام سیگنال صوتی هست؟ موسیقی شاد یا موسیقی مذهبی؟

(ک) نیازی به تکرار همه مراحل بالا برای سیگنالی که حول فرکانس $f = 294kHz$ قرار دارد نیست. فقط به موزیک گوش دهید.

(ل) نام خواننده هایی که این دو موسیقی شاد و مذهبی را خوانده اند، ذکر کنید.

۲. **تصاویر هیبرید (سوال امتیازی)** (۲۰ نمره) هنگامی که از نزدیک به یک تصویر نگاه می کنیم جزئیات تصویر را بیشتر مشاهده می کنیم و این جزئیات بیشتر با محتوای فرکانس بالا تصویر تعیین می شوند. اما هنگامی که از دور به تصویر نگاه کنیم فرکانس های پایین تر تصویر مورد توجه قرار می گیرند. اساس ساخت تصاویر *hybrid* همین نکته است. فرکانس های بالا یک تصویر را با فرکانس های پایین تصویر دیگر ترکیب می کنیم. تصویر حاصل در فاصله دور و نزدیک به دو شکل متفاوت دیده می شود.

دو تصویر *face1* و *face2* در اختیار شما قرار داده شده است. تصویر اول را از یک فیلتر پایین گذر و تصویر دوم را از یک فیلتر بالا گذر عبور داده و نمایش دهید. حال دو تصویر حاصل را با هم جمع کنید تا تصویر *hybrid* بدست آید و از فاصله دور و نزدیک به تصویر نگاه کنید.

اطلاعات بیشتر

تنها راه رسیدن به موفقیت، زحمت و تلاش بی وقفه است