

ЗАДАНИЕ 2:
РАБОТА С НЕСТРУКТУРИРОВАННЫМИ СЕТКАМИ

Москва
2023

1 Подзадание 1: генерация треугольных сеток в Gmsh

Технологии построения неструктурированных двумерных сеток хорошо развиты для сеток из треугольных ячеек. В этом подзадании необходимо строить треугольные сетки в широко используемом генераторе Gmsh. Сетки необходимо построить в единичном квадрате со сгущением к диагонали.

1.1 Установка Gmsh

Необходимо перейти по адресу <https://gmsh.info>. На странице сразу приведены ссылки для скачивания последнего релиза под различные ОС.

1.2 Задание области

Перед построением сетки необходимо задать расчетную область. В нашем случае это единичный квадрат. Для задания области в левой части окна Gmsh есть группа функций Geometry.

Сначала необходимо задать точки – вершины квадрата. Для этого необходимо выбрать **Geometry -> Elementary entities -> Add -> Point**. В открывшемся окошке нужно задать 4 числа: координаты точки и желаемый размер сеточных элементов в данной точке (этот последний параметр мы не трогаем). После указания координат необходимо нажать **Add**. Задайте последовательно 4 вершины квадрата. Обратите внимание, что при движении курсора мыши значения координат меняются, так что стоит его не двигать.

Следующим этапом является задание линий – сторон квадрата. Для этого необходимо выбрать **Geometry -> Elementary entities -> Add -> Line** и последовательно задать 4 стороны, для каждой выбирая начальную и конечную точки.

После задания границы квадрата осталось добавить область внутри этих границ. Для этого нужно выбрать **Geometry -> Elementary entities -> Add -> Plane surface**. Здесь необходимо нажать на границу, которая сразу выделится, и нажать **e** (end selection).

Квадрат определен, теперь можно перейти к построению сетки.

1.3 Построение сетки

За построение сетки отвечает группа функций Mesh. Построение двумерной сетки начинается с построения сетки для границ области. То есть, строится сетка для ломаной, ограничивающей область (эта ломаная разбивается на отрезочки). Для этого нужно выбрать **Mesh -> Define -> 1D**.

После разбиения одномерных объектов можно строить двумерную сетку из треугольников. Для этого нужно выбрать **Mesh -> Define -> 2D**. Получится треугольная сетка из 4 треугольников. Почему она такая грубая? Дело в том, что наше построение одномерной сетки не ввело новых узлов, кроме вершин квадрата.

Как измельчить сетку? Можно стартовать с имеющейся сетки из 4 ячеек и измельчать ее с помощью **Mesh -> Define -> Refine by splitting**. Результат представлен на рисунке 1. Такая сетка не совсем хороша по ряду причин. В частности, для некоторых численных методов желательно, чтобы для любых двух ячеек линия, соединяющая их центры, была перпендикулярна ребру, которое разделяет эти ячейки. В нашей же сетке такое не выполняется для очень многих ребер. В целом, треугольники желательно иметь близкими к равносторонним, и избегать сильно вытянутых или сплюснутых.

Попробуем сгенерировать сетку по-другому. Нажмем заново на **Mesh -> Define -> 1D**. Двумерная сетка исчезнет с экрана. Теперь запустим измельчение на этом этапе: **Mesh**

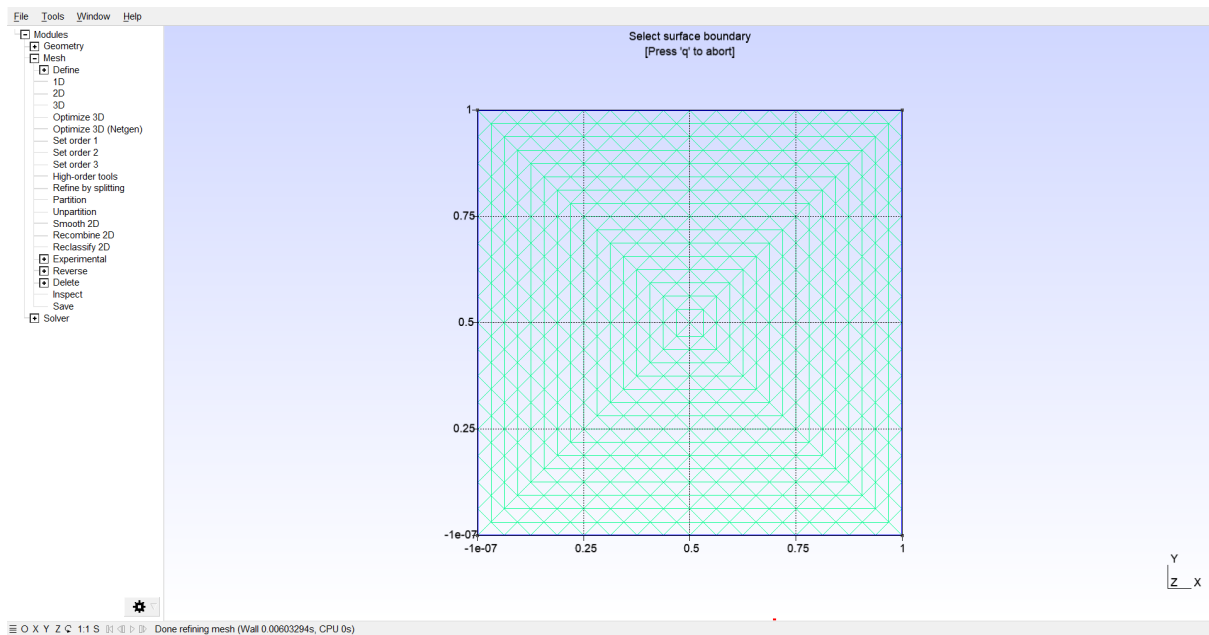


Рис. 1: Сетка, полученная измельчением начальной сетки из 4 ячеек

-> **Refine by splitting**. Так измельчится разбиение границ квадрата. Если проделать такое измельчение 3 раза, а потом построить двумерную сетку через **Mesh -> Define -> 2D**, результат будет соответствовать рисунку 2

1.4 Сгущение сетки

Одним из преимуществ неструктурированных сеток является возможность их сгущения только там, где это необходимо.

Для начала попробуем сгустить сетку к одной из сторон квадрата. Для этого зададим на этой стороне разбиение повышенной мелкости. Необходимо выбрать **Mesh -> Define -> Transfinite -> Curve**. В открывшемся окне надо задать число точек, которые будут разбивать линию. Для получения равномерного разбиения этого достаточно. Если же точки должны разбивать отрезок неравномерно, можно выбрать **Type: Progression** и задать **Parameter > 1**. Для примера можно выбрать левую сторону, задать 10 точек. После задания чисел в окошке нужно выбрать какую-нибудь сторону квадрата и нажать **e** (end selection). Далее построить одномерную сетку (**Mesh -> Define -> 1D**), измельчить ее 3 раза (**Mesh -> Define -> Refine by splitting**) и построить двумерную (**Mesh -> Define -> 2D**). Результат представлен на рисунке 3.

Теперь рассмотрим сгущение к диагонали. Для начала необходимо задать диагональ так же, как задавались стороны квадрата. Если добавить эту диагональ, убрать настройки сгущения к одной из сторон квадрата (сделав **Mesh -> Define -> Transfinite -> Curve** с 2 точками для этой стороны) и привычным уже образом построить сетку, то увидим, что сетка не учитывает наличие диагонали (рисунок 4). Нужно перезадать область внутри квадрата. Для этого нужно удалить имеющуюся, выбрав **Geometry -> Physical groups -> Remove -> Surface**. После этого задать две подобласти – половинки квадрата.

Затем на диагонали надо задать измельчение: пусть также через 10 точек в **Mesh -> Define -> Transfinite -> Curve**. Итоговая сетка, представленная на рисунке 5, неплоха, но имеет некрасивые треугольники вблизи концов диагонали. Такие треугольники, вероятно, приведут проблемам в численном решении и плохой обусловленности матриц в методах

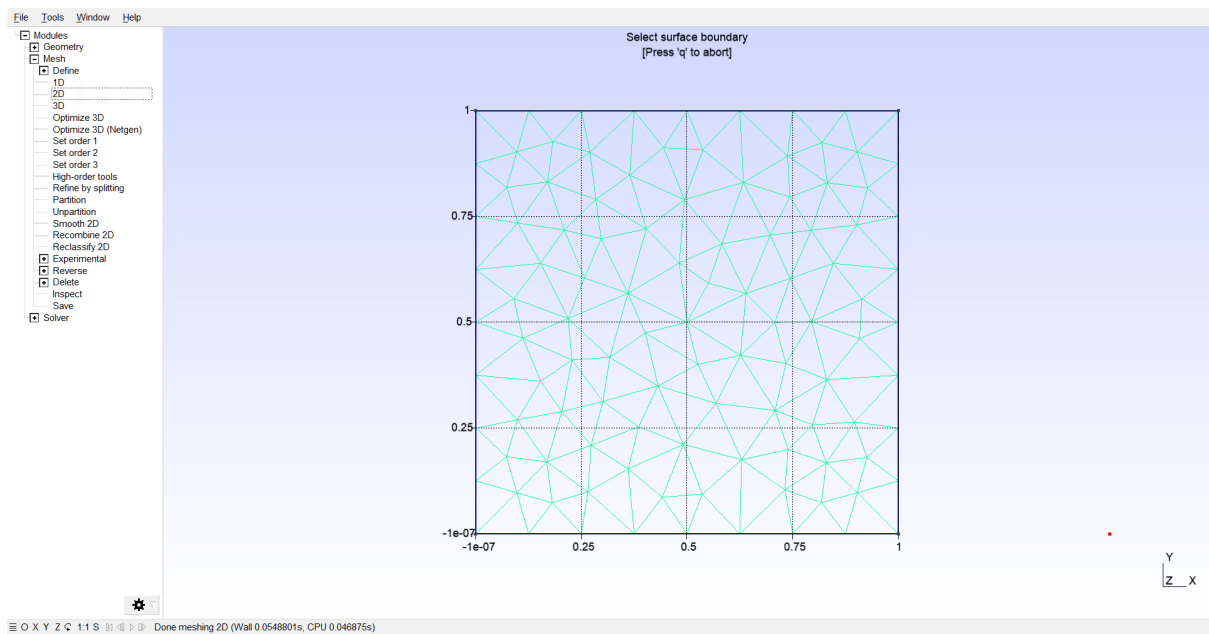


Рис. 2: Сетка, полученная 3-кратным измельчением границ перед запуском построения двумерной сетки

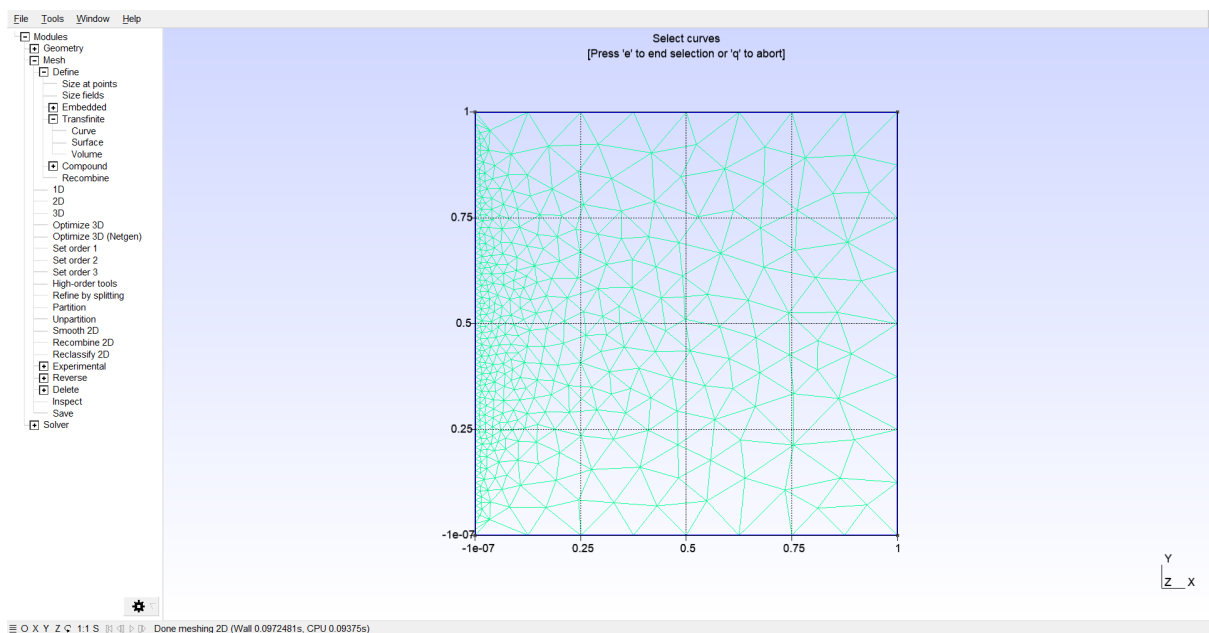


Рис. 3: Сетка со сгущением к левой границе

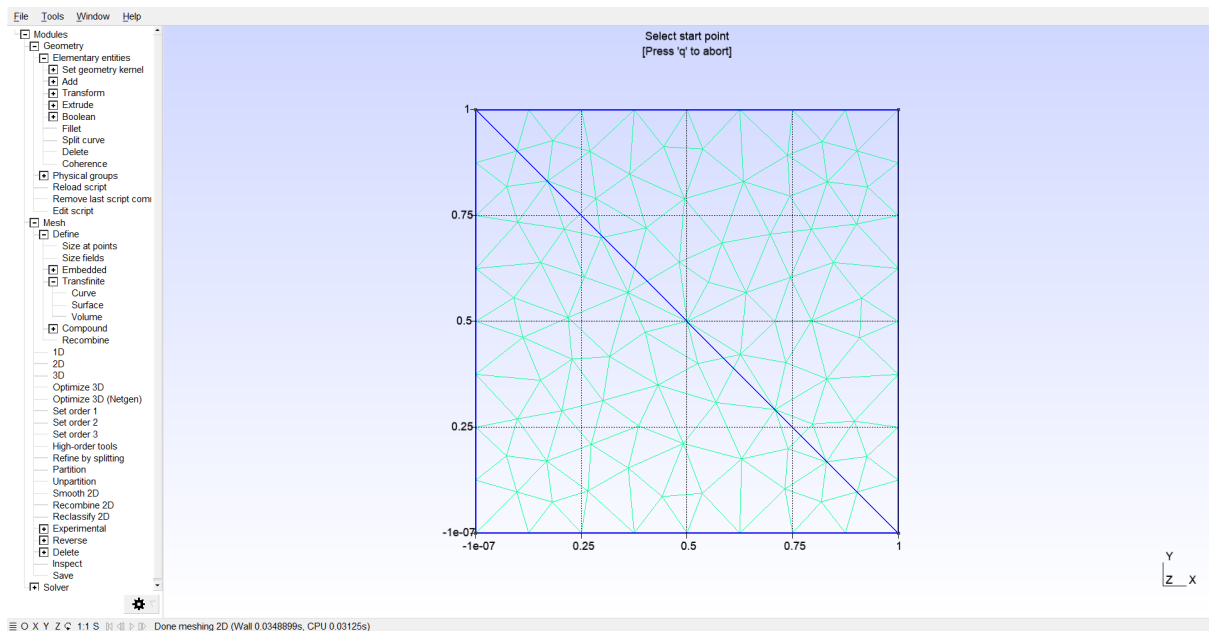


Рис. 4: Сетка со сгущением к левой границе

дискретизации уравнений в частных производных. От них нужно избавиться. Для этого нужно измельчить разбиение сторон квадрат вблизи места их схождения с диагональю. Как? Можно, например,

- сделать неравномерное разбиение границ квадрата через **Mesh -> Define -> Transfinite -> Curve** с **Parameter > 1**;
- выделить на границах отдельные куски, вблизи мест схождения с диагональю, задать там мелкое разбиение.

1.5 Экспорт сетки

Теперь мы умеем строить сетки. Но как же с ними работать дальше? Надо их как-то экспортировать. Мы будем использовать формат VTK [1, 2]. Это достаточно популярный формат записи данных на неструктурированных сетках, для которого также доступны мощные визуализаторы, с которыми мы познакомимся позднее. Сейчас просто попробуем сохранение сетки через **File -> Export** с указанием имени файла с расширением **.vtk**

2 Отчетность

В репозиторий необходимо загрузить Gmsh-файл **.geo** и итоговый файл **.vtk**.

Список литературы

[1] https://ru.wikipedia.org/wiki/Visualization_Toolkit

[2] <https://vtk.org>

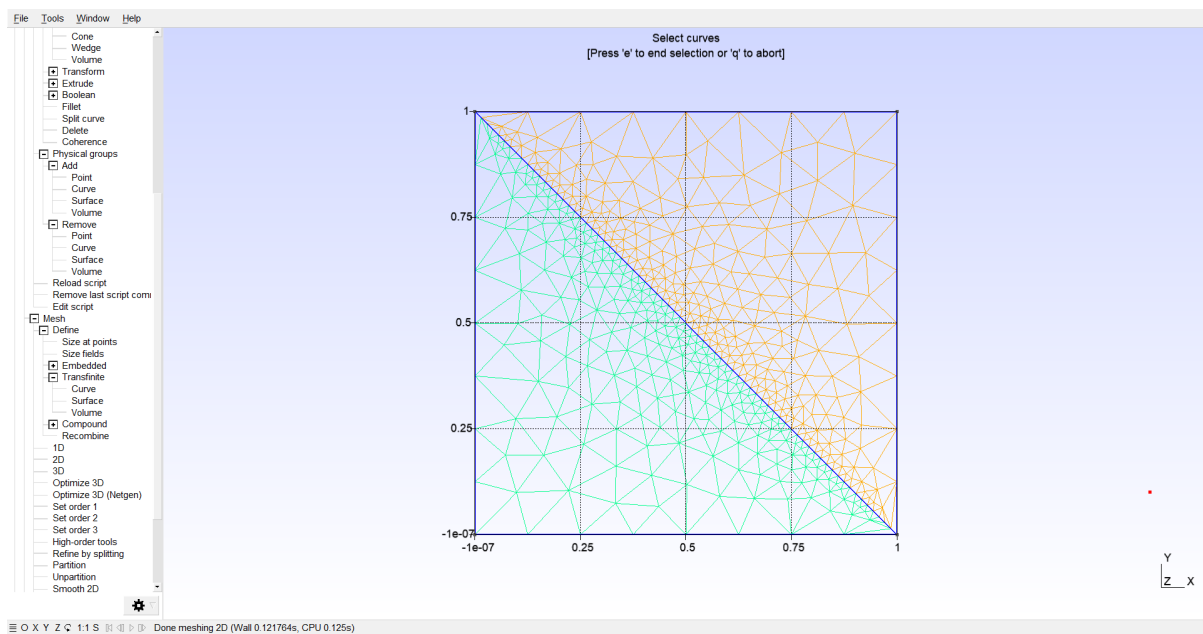


Рис. 5: Сетка со сгущением к диагонали