

Задание №3: МКР

Поворознюк Александра

## 0.1 Постановка задачи

В области  $\Omega = [0, 1]^2$  решается двумерная задача Дирихле для двумерного стационарного оператора диффузии:

$$\begin{cases} \operatorname{div}(-\mathbb{D}u) = f, x \in \Omega, \\ u(x) = g, x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

где  $\mathbb{D} = \operatorname{diag}(d_x, d_y)$ . Для решения используется Метод конечных разностей на регулярной квадратной сетке:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_i, y_j) = \frac{u_{i+1,j}^h - 2u_{i,j}^h + u_{i-1,j}^h}{h^2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x_i, y_j) = \frac{u_{i,j+1}^h - 2u_{i,j}^h + u_{i,j-1}^h}{h^2}.$$

## 0.2 Результаты экспериментов

Рассмотрим задачу с известным аналитическим решением и построим для нее график  $C$ -нормы и  $L_2$ -нормы при измельчении сетки:

1.  $f = \sin(\pi x)\sin(\pi y)$   
 $g = 0, d_x = 1, d_y = 1$   
 $u = \frac{\sin(\pi x)\sin(\pi y)}{2\pi^2}$

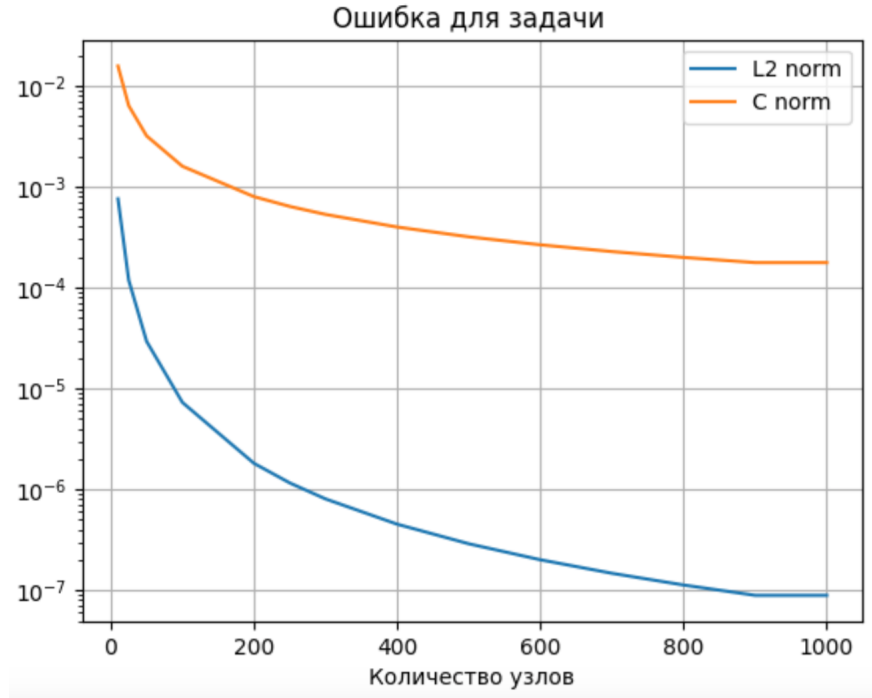


Рис. 1:  $f = \sin(\pi x)\sin(\pi y)$

2.  $f = \sin(10x)\sin(10y)$   
 $d_x = 1, d_y = 1$   
 $g = \frac{\sin(10x)\sin(10y)}{200}$   
 $u = \frac{\sin(10x)\sin(10y)}{200}$

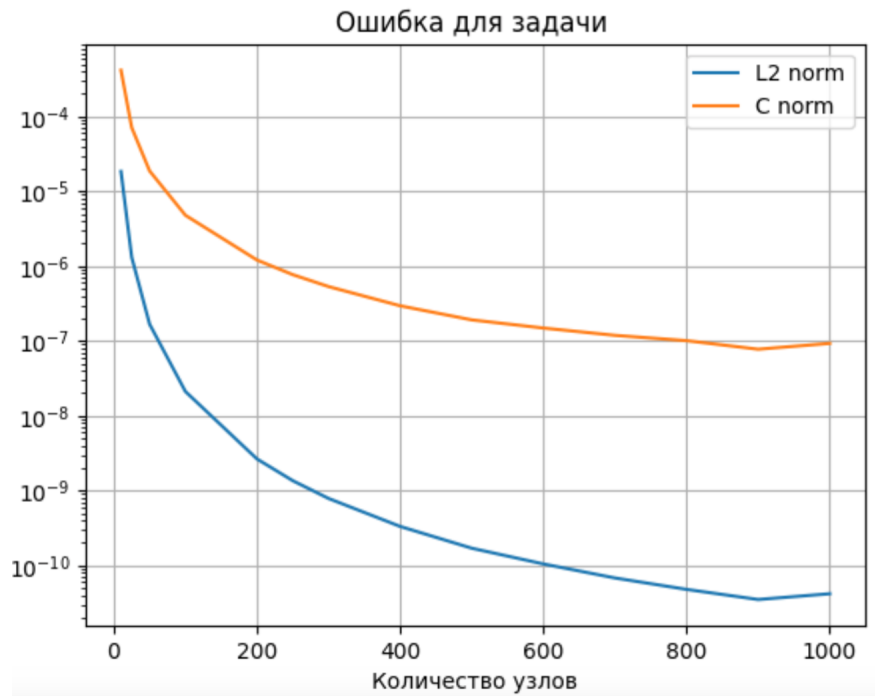


Рис. 2:  $f = \sin(10x)\sin(10y)$