

小马加编信息学教案(三十)

贪心

- 一. 课程内容
- 二. 知识讲解
 - 1. 贪心的思想
 - 2. 贪心的基本方法
- 三. 经典例题
- 四. 提高巩固

一. 课程内容

1. 贪心的思想
2. 贪心基本方法

二. 知识讲解

1. 贪心的思想

在学习的过程中，我们常常见到这样的一类题目：

我们需要在题目的条件下做出一系列的决策，从而达到某种最优解。

贪心的思想是，在做每一步的决策时都采取当前局面下最优的决策，从而通过局部最优解到达全局最优解。

显然，这样的策略并不适用于所有题目。但贪心的思想值得学习，值得一提的是，在做题的过程中，使用贪心的方法可以获得一个比较优的解，从而为搜索提供剪枝的条件。

贪心策略的证明涉及拟阵，这里省略。我们做贪心的题目需要积累经验。感觉一道题目是贪心时最重要的是尝试举出反例。

2. 贪心的基本方法

结合题目讲解

1、构造法

有些题目我们可以找出最优策略，从而只需编程模拟构造最优方案

2、分析法

有些题目我们可以分析出每一步决策对答案的影响，如果这些影响都是独立的，而且可以通过数学手段处理，那我们也可以直接从数学上分析出最优策略。

3、调整法

有些题目的决策涉及排序，这些题目可能不容易直接看出最优解，但是容易比较两个相邻顺序交换后的优劣，并且经过分析，这种优劣性满足偏序关系，则可以通过排序解决。

三. 经典例题

1. 独木舟

每条独木舟最多载两人，且有总载重限制。现在有 n 个人想要过河，问至少要多少条独木舟。独木舟不返航。

输入格式：

第一行一个整数 w ，表示独木舟载重

第二行一个整数 n ，表示共 n 个人

第三行 n 个整数 t_i ，表示 n 个人体重

$w \leq 200, n \leq 30000, t_i \leq w$

输出格式：

一个整数表示最少独木舟数

样例输入	样例输出
100 9 90 20 20 30 50 60 70 80 90	6

2. 接水问题

n 个人排队接水，第 i 个人接水需要时间为 t_i 。给这 n 个人排序，使平均等待时间最少。

输入格式：

第一行一个整数 n

接下来一行 n 个整数 t_i

$n, t_i \leq 1000$

输出格式：

一个数表示最少平均等待时间，保留两位小数

样例输入	样例输出
10 56 12 1 99 1000 234 33 55 99 812	291.90

3. 国王游戏

从前有 n 个大臣，每个大臣左右手上各写着一个数字。国王将要给大臣排队，然后给他们发赏金。每个大臣得到的赏金是排在他前面的人左手上的数字减去他自己右手上的数字。现在国王想要让获得赏金最多的大臣得到的赏金最少。问这个赏金最少是多少？（可以出现负数）

输入格式：

第一行一个整数 n

下面 n 行每行两个数字 a_i, b_i

分别表示第 i 个大臣左右手上的数字

输出格式：

一个整数表示答案。

样例输入	样例输出
3 10 3 2 5 3 3	2

四. 提高巩固

1. 排座位（noip2008 普及组）

上课的时候总会有一些同学和前后左右的人交头接耳，这是令小学班主任十分头疼的一件事情。不过，班主任小雪发现了一些有趣的现象，当同学们的座次确定下来之后，只有有限的 D 对同学上课时会上交头接耳。

同学们在教室中坐成了 M 行 N 列，坐在第 i 行第 j 列的同学的位置是 (i,j) ，为了方便同学们进出，在教室中设置了 K 条横向的通道， L 条纵向的通道。

于是，聪明的小雪想到了一个办法，或许可以减少上课时学生交头接耳的问题：她打算重新摆放桌椅，改变同学们桌椅间通道的位置，因为如果一条通道隔开了2个会交头接耳的同学，那么他们就不会交头接耳了。

请你帮忙给小雪编写一个程序，找出最好的通道划分方案。在该方案下，上课时交头接耳的学生的对数最少。

输入格式：

第一行，有5个用空格隔开的整数，分别是M,N,K,L,D

($2 \leq N, M \leq 1000, 0 \leq K < M, 0 \leq L < N, D \leq 2000$)

接下来的D行，每行有4个用空格隔开的整数。第i行的4个整数 X_i, Y_i, P_i, Q_i

表示坐在位置 (X_i, Y_i) 与 (P_i, Q_i) 的两个同学会交头接耳

输入保证他们前后相邻或者左右相邻。

输出格式：

一行一个整数表示交头接耳最少对数。

样例输入	样例输出
4 5 1 2 3 4 2 4 3 2 3 3 3 2 5 2 4	0

样例说明

2. 三国游戏 (noip2010 普及组)

小涵很喜欢电脑游戏，这些天他正在玩一个叫做《三国》的游戏。

在游戏中，小涵和计算机各执一方，组建各自的军队进行对战。游戏中共有 N 位武将（N为偶数且不小于4），任意两个武将之间有一个“默契值”，表示若此两位武将作为一对组合作战时，该组合的威力有多大。游戏开始前，所有武将都是自由的（称为自由武将，一旦某个自由武将当选为某方军队的一员，那么他就不再是自由武将了），换句话说，所谓的自由武将不属于任何一方。

游戏开始，小涵和计算机要从自由武将中挑选武将组成自己的军队，规则如下：小涵先从自由武将中选出一个加入自己的军队，然后计算机也从自由武将中选出一个加入计算机方的军队。接下来一直按照“小涵→计算机→小涵→……”的顺序选择武将，直到所有的武将均被双方分完。然后，程序自动从双方军队中各挑出一对默契值最高的武将组合代表自己的军队进行二对二比武，拥有更高默契值的一对武将组合获胜，表示两军交战，拥有获胜武将组合的一方获胜。

已知计算机一方选择武将的原则是尽量破坏对手下一步将形成的最强组合，它采取的具体策略如下：任何时刻，轮到计算机挑选时，它会尝试将对手军队中的每个武将与当前每个自由武将进行一一配对，找出所有配对中默契值最高的那对武将组合，并将该组合中的自由武将选入自己的军队。下面举例说明计算机的选将策略，例如，游戏中一共有6个武将，他们相互之间的默契值如下表所示：

双方选将过程如下所示：

小涵想知道，如果计算机在一局游戏中始终坚持上面这个策略，那么自己有没有可能必胜？如果

有，在所有可能的胜利结局中，自己那队用于比武的武将组合的默契值最大是多少？

假设整个游戏过程中，对战双方任何时候均能看到自由武将队中的武将和对方军队的武将。为了简化问题，保证对于不同的武将组合，其默契值均不相同。

输入格式：

共 N 行。

第一行为一个偶数 N ，表示武将的个数。

第 2 行到第 N 行里，第 $i+1$ 行有 N_i 个非负整数，每两个数之间用一个空格隔开，表示 i 号武将和 $i+1, i+2, \dots, N$ 号武将之间的默契值

$0 \leq \text{默契值} \leq 1,000,000,000$

$N \leq 500$

输出格式：

共 1 或 2 行。

若对于给定的游戏输入，存在可以让小涵获胜的选将顺序，则输出 1，并另起一行输出所有获胜的情况中，小涵最终选出的武将组合的最大默契值。如果不存在可以让小涵获胜的选将顺序，则输出 0。

样例输入	样例输出
6 5 28 16 29 27 23 3 20 1 8 32 26 33 11 12	1 32

3. 守望者的逃离 (noip2007 普及组)

恶魔猎手尤迪安野心勃勃，他背叛了暗夜精灵，率领深藏在海底的娜迦族企图叛变。守望者在与尤迪安的交锋中遭遇了围杀，被困在一个荒芜的大岛上。为了杀死守望者，尤迪安开始对这个荒岛施咒，这座岛很快就会沉下去。到那时，岛上的所有人都会遇难。守望者的跑步速度为 17m/s ，以这样的速度是无法逃离荒岛的。庆幸的是守望者拥有闪烁法术，可在 1s 内移动 60m ，不过每次使用闪烁法术都会消耗魔法值 10 点。守望者的魔法值恢复的速度为 4点/s ，只有处在原地休息状态时才能恢复。

现在已知守望者的魔法初值 M ，他所在的初始位置与岛的出口之间的距离 S ，岛沉没的时间 T 。你的任务是写一个程序帮助守望者计算如何在最短的时间内逃离荒岛，若不能逃出，则输出守望者在剩下的时间内能走的最远距离。注意：守望者跑步、闪烁或休息活动均以秒(s)为单位，且每次活动的持续时间为整数秒。距离的单位为米(m)。

输入格式：

共一行，包括空格隔开的三个非负整数 M, S, T

$1 \leq T \leq 300000, 0 \leq M \leq 1000, 1 \leq S \leq 10$

输出格式：
共两行。

第1行为字符串“Yes”或“No”（区分大小写），即守望者是否能逃离荒岛。

第2行包含一个整数。第一行为“Yes”（区分大小写）时表示守望者逃离荒岛的最短时间；第一行为“No”（区分大小写）时表示守望者能走的最远距离。

样例输入	样例输出
39 200 4	No 197