

小马加编信息学教案(三十一)

动态规划入门

- 一. 课程内容
- 二. 知识讲解
 - 1. 动态规划的思想
 - 2. 动态规划的实现
- 三. 经典例题
- 四. 提高巩固

一. 课程内容

1. 动态规划的思想

二. 知识讲解

1. 动态规划的思想

在学习的过程中，我们常常见到这样的一类题目：

我们需要在题目的条件下做出一系列的决策，从而达到某种最优解；或者是统计题目条件下某种情况的数量。

这样的题目和贪心的题目相仿，但是决策之间容易互相影响，局部最优解不一定会得到全局最优解。此时，我们就需要考虑动态规划的方法了。

动态规划（Dynamic Programming）称为dp。在dp的思想中，我们总是考虑使用某种方式，把前面做出的决策“表示”出来。注意这种表示往往会表示前面决策对后面的影响，而不是直接记录前面的全部决策。在实际问题中你会发现，不同的决策可能会对后面的决策过程产生相同的影响，此时找到合适的表示方法，就能够大大减少需要记录的信息量，提高效率。

2. 动态规划的实现

我们一般会状态将记录成 s （ s 的类型不确定），然后用一个数组 f 来进行dp。

$f[s]$ 表示 s 状态下的答案（最优值、方案数等）。

然后枚举此时决策，生成新状态 s' 。

然后用f[s]的值通过题目条件更新f[s']，这个过程称为转移。
在一定顺序下做完转移后，记题目所求状态为t，则f[t]就是答案。

结合例题讲解状态、后效性（前面决策的影响）、转移。

三. 经典例题

1. 上台阶

有n级台阶，你每次可以上1级、2级或3级。上n级台阶有多少种不同的方案？

输入格式：

一个整数n

$n \leq 100$

输出格式：

一个整数表示方案数

结果对1007取余数

样例输入	样例输出
4	7

2. 数组三角形

给一个数字三角形，现在要找一条从第一行到最后一行的路径，使得路径上的数组和最大。
设当前数字坐标 (x, y)，则下一步可以走到 (x+1, y) 或 (x+1,y+1)

输入格式：

第一行一个整数n

接下来一个规模为n的数字三角形

数字范围0...99

输出格式：

一个数表示答案

样例输入	样例输出
5 7 3 8 8 1 0 2 7 4 4 4 5 2 6 5	30

3. 最大子区间

一个序列有n个整数，问子区间最大和。
即找出l、r，使 $a_l + a_{l+1} + \dots + a_r$ 最大

输入格式：
第一行一个整数n
第二行n个整数表示序列
 $n \leq 100000$

输出格式：
一个整数表示答案。

样例输入	样例输出
4 1 -2 2 1	3

四. 提高巩固

1. 最长公共子序列

给定两个字符串序列 X、Y，长度不超过 5000，求出两个序列的最长公共子序列长度。注意：子序列不是子串，不要求连续，例如两个字符串 cnblogs 和 belong 的公共子序列为 blog。

输入格式：
两行表示两个字符串

输出格式：
一行一个整数表示答案

样例输入	样例输出
cnblogs belong	4

2. 最长上升子序列

给出一个长度为n的序列a，问最长上升子序列长度。
对于长度为k子序列 a_{i_1}, \dots, a_{i_k} ($i_1 < i_2 < \dots < i_k$)
若有 $a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{i_k}$ ，则称其为上升子序列

输入格式：
第一行一个整数n

第二行n个整数表示序列a
 $n \leq 1000$

输出格式:
一行一个整数表示答案

样例输入	样例输出
5 1 4 2 3 5	4

3. 栈 (noip2003 普及组)

有n个数，入栈顺序为1,...,n。每个时刻你可以选择入栈push，或者出栈pop（如果栈非空）。问总共有多少种不同的出栈序列

输入格式:
一行一个整数n

输出格式:
一行一个整数表示答案

样例输入	样例输出
3	5

- 样例解释
- 1、123
 - 2、132
 - 3、213
 - 4、321
 - 5、231