

# 小马加编信息学教案(三十四)

## 线性动态规划

- 一. 课程内容
- 二. 知识讲解
  - 1. 线性动态规划
- 三. 经典例题
- 四. 提高巩固

### 一. 课程内容

1. 线性动态规划

### 二. 知识讲解

#### 1. 线性动态规划

动态规划的题目与模型数不胜数，其中比较常见的一种是线性动态规划。

线性动态规划的特点是，这一类问题一般是让你在一个序列之中做决策。总而言之，这类问题是一维的，并且可以通过排序后将决策从前往后一个个考虑，状态设计一般会有 $f[i]$ 表示考虑了前 $i$ 步的决策。至于状态还有表示的其他元素，就需要根据不同题目具体来确定。

这节课主要是通过题目来帮助理解 and 解决线性的动态规划问题。

### 三. 经典例题

1. 合唱队形

$N$ 位同学站成一排，音乐老师要请其中的 $(N-K)$ 位同学出列，使得剩下的 $K$ 位同学排成合唱队形。

合唱队形是指这样的一种队形：设 $K$ 位同学从左到右依次编号为 $1, 2, \dots, K$ ，他们的身高分别为 $T_1, T_2, \dots, T_K$ ，则他们的身高满足 $T_1 < \dots < T_i > T_{i+1} > \dots > T_K (1 \leq i \leq K)$

你的任务是，已知所有 $N$ 位同学的身高，计算最少需要几位同学出列，可以使得剩下的同学排成合唱队形。

输入格式：

共二行。

第一行是一个整数 $N(2 \leq N \leq 100)$ ，表示同学的总数。

第二行有 $N$ 个整数，用空格分隔，第 $i$ 个整数 $T_i(130 \leq T_i \leq 230)$ 是第 $i$ 位同学的身高(厘米)。

输出格式：

一个整数，最少需要几位同学出列。

样例输入	样例输出
8 186 186 150 200 160 130 197 220	4

2. 书本整理

Frank是一个非常喜爱整洁的人。他有一大堆书和一个书架，想要把书放在书架上。书架可以放下所有的书，所以Frank首先将书按高度顺序排列在书架上。但是Frank发现，由于很多书的宽度不同，所以书看起来还是非常不整齐。于是他决定从中拿掉 $k$ 本书，使得书架可以看起来整齐一点。

书架的不整齐度是这样定义的：每两本书宽度的差的绝对值的和。

例如有4本书：

1×2

5×3

2×4

3×1

那么Frank将其排列整齐后是：

1×2

2×4

3×1

5×3

不整齐度就是 $2+3+2=7$

已知每本书的高度都不一样，请你求出去掉 $k$ 本书后的最小的不整齐度。

输入格式：

第一行两个数字 $n$ 和 $k$ ，代表书有几本，从中去掉几本。

$(1 \leq n \leq 100, 1 \leq k < n)$

下面的 $n$ 行，每行两个数字表示一本书的高度和宽度，均小于200。

保证高度不重复

输出格式：

一行一个整数，表示书架的最小不整齐度。

样例输入	样例输出
4 1 1 2 2 4 3 1 5 3	3

### 3. 书的复制

现在要把m本有顺序的书分给k给人复制（抄写），每一个人的抄写速度都一样，一本书不允许给两个（或以上）的人抄写，分给每一个人的书，必须是连续的，比如不能把第一、第三、第四本书给同一个人抄写。

现在请你设计一种方案，使得复制时间最短。复制时间为抄写页数最多的人用去的时间。

输入格式：

第一行两个整数m, k；（ $k \leq m \leq 500$ ）

第二行m个整数，第i个整数表示第i本书的页数。

输出格式：

共k行，每行两个整数，第i行表示第i个人抄写的书的起始编号和终止编号。k行的起始编号应该从小到大排列，如果有多解，则尽可能让前面的人少抄写。

样例输入	样例输出
9 3 1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 5 6 7 8 9

## 四. 提高巩固

### 1. 摆花（noip2012普及组）

小明的花店新开张，为了吸引顾客，他想在花店的门口摆上一排花，共m盆。通过调查顾客的喜好，小明列出了顾客最喜欢的n种花，从1到n标号。为了在门口展出更多种花，规定第i种花不能超过 $a_i$ 盆，摆花时同一种花放在一起，且不同种类的花需按标号的从小到大的顺序依次摆列。试编程计算，一共有多少种不同的摆花方案。

输入格式：

第一行包含两个正整数n和m，中间用一个空格隔开。

第二行有n个整数，每两个整数之间用一个空格隔开，依次表示 $a_1, a_2, \dots, a_n$

$n, m, a_i \leq 100$

输出格式：

一个整数，表示有多少种方案。注意：因为方案数可能很多，请输出方案数对1000007取模的结果。

样例输入	样例输出
2 4 3 2	2

2. 传球游戏(noip2008普及组)

上体育课的时候，小蛮的老师经常带着同学们一起做游戏。这次，老师带着同学们一起做传球游戏。

游戏规则是这样的：n个同学站成一个圆圈，其中的一个同学手里拿着一个球，当老师吹哨子时开始传球，每个同学可以把球传给自己左右的两个同学中的一个（左右任意），当老师再次吹哨子时，传球停止，此时，拿着球没有传出去的那个同学就是败者，要给大家表演一个节目。

聪明的小蛮提出一个有趣的问题：有多少种不同的传球方法可以使得从小蛮手里开始传的球，传了m次以后，又回到小蛮手里。两种传球方法被视作不同的方法，当且仅当这两种方法中，接到球的同学按接球顺序组成的序列是不同的。比如有三个同学1号、2号、3号，并假设小蛮为1号，球传了3次回到小蛮手里的方式有1->2->3->1和1->3->2->1，共2种。

输入格式：

一行，有两个用空格隔开的整数n,m( $3 \leq n \leq 30, 1 \leq m \leq 30$ )。

输出格式：

1个整数，表示符合题意的方法数。

样例输入	样例输出
3 3	2