

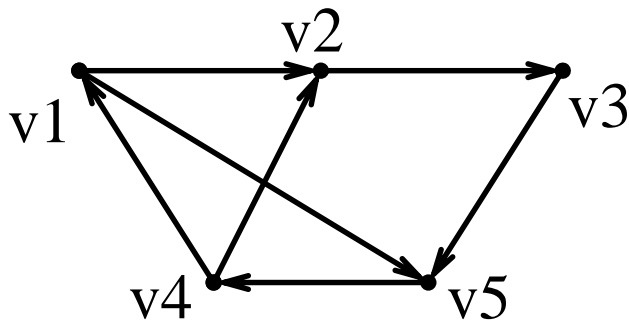
离散数学复习题

图论部分

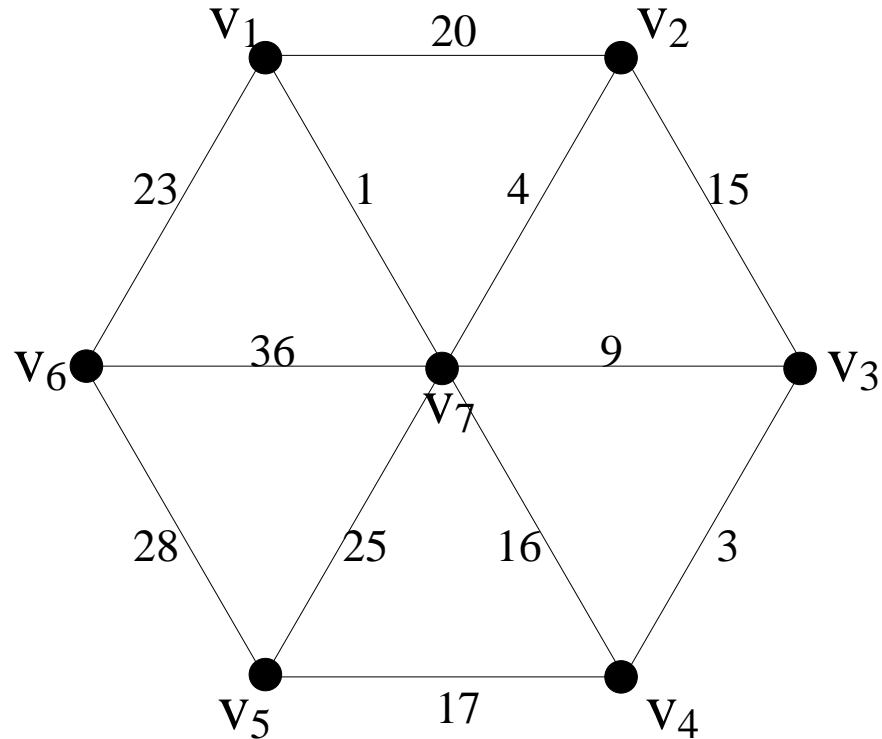
1、对有向图求解下列问题：

(1) 写出邻接矩阵；

(2) 中长度为3的不同的路有几条？其中不同的回路有几条？(并请罗列说明)



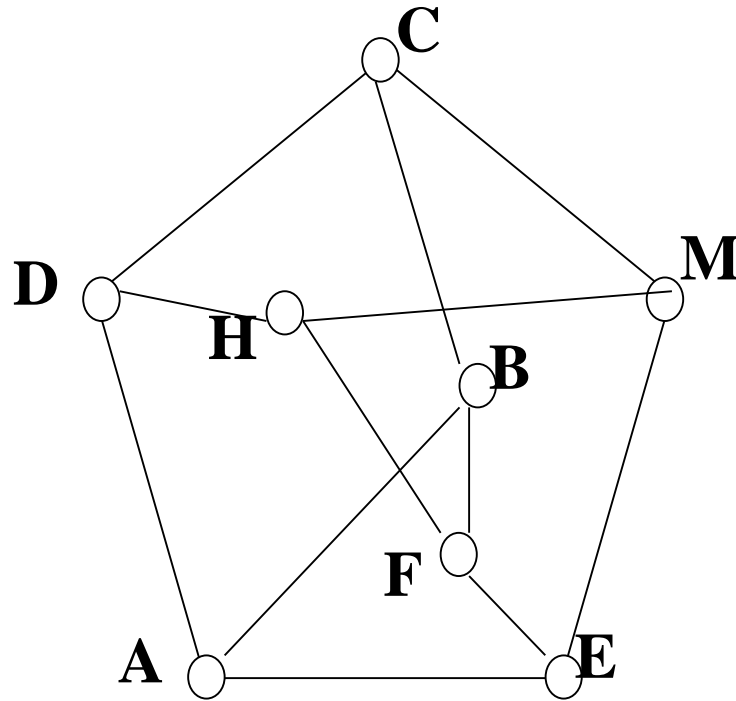
2、下图所示的赋权图表示七座城市 v_1, v_2, \dots, v_7 及预先算出它们之间的一些直接通信线路造价，请给出一个设计方案，使得各城市之间既能够通信而且总造价最小，并计算最小造价。



3、一个连通无向图 $G=\langle V, E \rangle$ ，如下图所示。得分

(1) 是否Euler图？若是，请说明给出Euler回路；否则请说明理由；

(2) G 是Hamilton图吗？若是，请给出Hamilton回路；否则请说明理由。



4、画出含有5个结点的所有非同构的树。

5、证明 K_5 和 $K_{3,3}$ 不是平面图。

6、设简单连通平面图有 $n(n \geq 3)$ 个顶点、 m 条边, 则 $m \leq 3n - 6$ 。

7、对偶图

答案1

1、解：(1)邻接矩阵：

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(2)

$$M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M^3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

则中长度为3的不同的路有10条，其中有1条不同的回路。它们是：

1-5-4-1(也是回路)； 1-5-4-2；

1-2-3-5； 2-3-5-4； 3-5-4-1；

3-5-4-2； 4-1-2-3； 4-2-3-5；

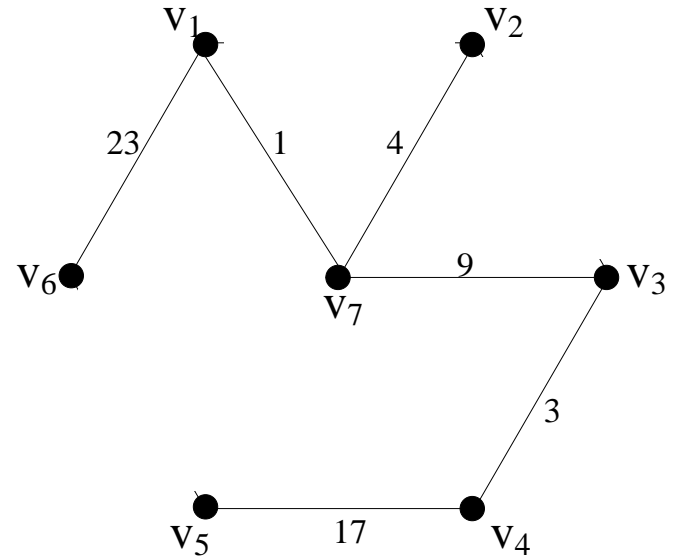
5-4-1-2； 5-4-2-3。

答案2

2、解：用Kruskal算法求产生的最小生成树。

- $(v_1, v_7), i=1$
- $(v_3, v_4), i=2$
- $(v_2, v_7), i=3$
- $(v_3, v_7), i=4$
- $(v_4, v_5), i=5$
- $(v_1, v_6), i=6$ $i=6$ 结束

结果如图：



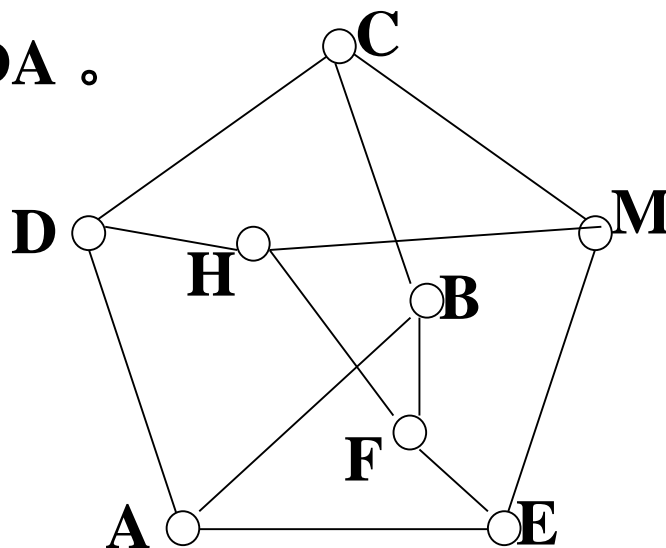
最小造价，即树权 $C(T)=23+1+4+9+3+17=57$ 即为总造价。(2分)

答案3

3、解：（1）不是Euler图。因为每个结点都是奇度点（3度点），Euler图要求每个结点都是偶度点。

（2）G是Hamilton图。

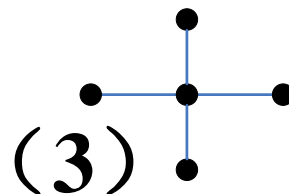
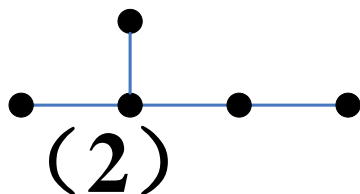
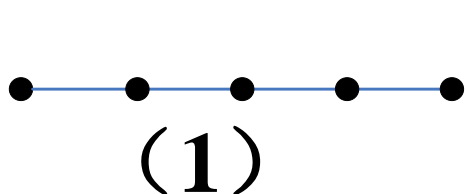
Hamilton回路是ABCMEFHDA 。



4、画出含有5个结点的所有非同构的树。

解：非同构的含有5个结点的树共有3种，分别选一个顶点做根。

$n=5$ 非同构的树共有三种：



5、证明 K_5 和 $K_{3,3}$ 不是平面图。

6、设简单连通平面图有 $n(n \geq 3)$ 个顶点、 m 条边, 则 $m \leq 3n - 6$ 。

7、对偶图