

1. Когда возникает необходимость в аффинных преобразованиях?

- При составлении сцены из нескольких объектов, где каждый объект имеет свою ориентацию;
- Когда некоторые объекты имеют определенную симметрию;
- Когда может понадобиться рассмотреть объект с различных точек наблюдения и получить изображение с каждой из них;
- Когда в компьютерной анимации несколько объектов должны от кадра к кадру двигаться один относительно другого.

2. В чем отличия преобразования объекта от преобразования координат?

При преобразовании объектов координаты каждой точки объекта изменяются в соответствии с некоторыми законами, а соответствующая система координат остается неизменной.

При преобразовании координат старая система координат преобразуется в новую и все точки объекта получают представление в этой новой системе координат.

3. Что представляют собой аффинные преобразования?

Аффинное преобразование – это отображение плоскости или пространства в себя, при котором параллельные прямые переходят в параллельные прямые, пересекающиеся в пересекающиеся, скрещивающиеся в скрещивающиеся.

4. Какое преобразование называется аффинным?

Преобразование называется аффинным, если его можно получить следующим образом:

- Выбрать новый базис пространства с новым началом координат ; ;
- Каждой точке x пространства поставить в соответствие точку $f(x)$, имеющую те же координаты относительно “новой” системы координат, что и x в “старой”.

5. Назовите базовые двумерные преобразования

Перенос, масштабирование (относительно начала системы координат), поворот (относительно начала системы координат).

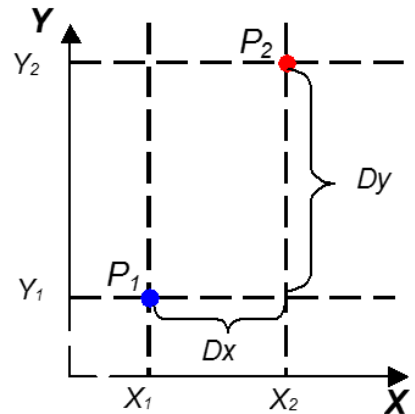
6. Напишите в матричной и алгебраической форме все двухмерные базовые преобразования

Перенос

- Дано: Точка $P_1(x_1, y_1)$
- Требуется: сдвинуть ее на Dx по оси X и Dy по оси Y

- В алгебраической форме:

$$\begin{cases} X_2 = X_1 + Dx \\ Y_2 = Y_1 + Dy \end{cases}$$



- В матричной форме:

$$P_1 = |X_1 \ Y_1| \quad P_2 = |X_2 \ Y_2| \quad T(Dx, Dy) = |Dx \ Dy|$$

$$|X_1 \ Y_1| + |Dx \ Dy| = |X_1 + Dx \ Y_1 + Dy| = P_2 = |X_2 \ Y_2|$$

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_1 + \mathbf{T}(\mathbf{Dx}, \mathbf{Dy})$$

Масштабирование

- Дано: Точка $P_1(x_1, y_1)$
- Требуется: промасштабировать ее X и Y координаты в Sx и Sy раз соответственно

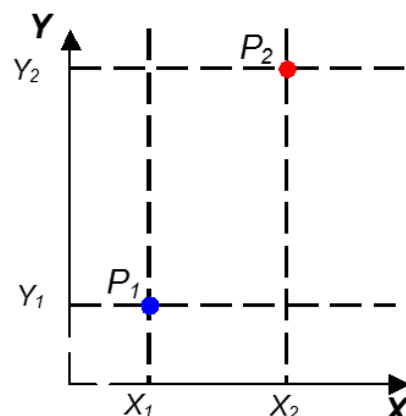
- В алгебраической форме:

$$\begin{cases} X_2 = X_1 \cdot Sx \\ Y_2 = Y_1 \cdot Sy \end{cases}$$

- В матричной форме:

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Sx & 0 \\ 0 & Sy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 Sx & Y_1 Sy \end{bmatrix}$$

$$\text{или } P_2 = P_1 \cdot S(Sx, Sy) \quad S(Sx, Sy) = \begin{bmatrix} Sx & 0 \\ 0 & Sy \end{bmatrix}$$



Поворот

- Дано: Точка $P_1(x_1, y_1)$
- Требуется: повернуть ее на угол θ относительно начала координат

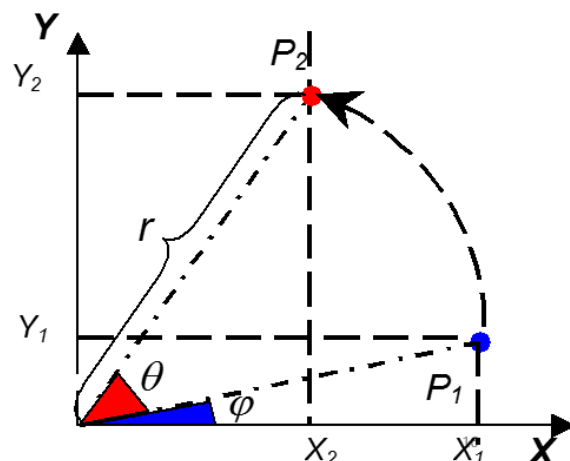
- В алгебр. форме: $X_1 = r \cos \varphi$ $Y_1 = r \sin \varphi$
 $X_2 = r \cos(\theta + \varphi) = r \cos \varphi \cos \theta - r \sin \varphi \sin \theta = X_1 \cos \theta - Y_1 \sin \theta$
 $Y_2 = r \sin(\theta + \varphi) = r \cos \varphi \sin \theta + r \sin \varphi \cos \theta = X_1 \sin \theta + Y_1 \cos \theta$

- В матричной форме:

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 & Y_2 \end{bmatrix}$$

или $P_2 = P_1 \cdot R(\theta)$, где

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



7. В чем заключается суть обратных преобразований? Напишите формулы обратных преобразований

Три базовых преобразования (перенос, масштабирование и поворот) имеют и соответствующие им обратные преобразования (операции).

Обратное преобразование – это преобразование системы координат, сам объект же остается «неподвижным». Матрица T такого преобразования будет иметь верхний индекс -1 .

■ Перенос СК

$$T^{-1}(Dx, Dy) = T(-Dx, -Dy)$$

■ Масштабирование СК

$$S^{-1}(Sx, Sy) = S(1/Sx, 1/Sy)$$

■ Поворот СК

$$R^{-1}(\theta) = R(-\theta)$$

8. Для каких целей используется однородная система координат? В чем ее преимущества и недостатки?

В неоднородной системе координат все базовые операции, кроме переноса в матричной форме выражаются через умножение, поэтому последовательность операций невозможно объединить (сгруппировать) в одну операцию.

В однородной системе координат все базовые операции в матричной форме выражаются через умножение, что позволяет их объединить (сгруппировать) в одну операцию.

Преимущества:

- Инкапсуляция;
- Быстродействие (за счет сокращений при перемножении).

Недостаток:

- Неуниверсальность (для каждого сложного действия необходимо рассчитать свою единую матрицу и запрограммировать свою функцию/подпрограмму).

9. Напишите в матричной форме всех двумерные базовые преобразования в однородной системе координат

Базовые 2D преобразования в ОК (1) Перенос

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Dx & Dy & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 + Dx & Y_1 + Dy & 1 \end{bmatrix}$$

если $T^*(Dx, Dy) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Dx & Dy & 1 \end{bmatrix}$ $P_i^* = \begin{bmatrix} X_i & Y_i & 1 \end{bmatrix}$

то

$$P_2^* = P_1^* \cdot T^*$$

Базовые 2D преобразования в ОК (2)

Масштабирование

$$\begin{vmatrix} X_l & Y_l & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_l \cdot Sx & Y_l \cdot Sy & 1 \end{vmatrix}$$

$$\blacksquare P_2^* = P_1^* \bullet S^*$$

$$S^*(Sx, Sy) = \begin{vmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$S(Sx, Sy)$

Базовые 2D преобразования в ОК (3) Поворот

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} X_1 \cos \theta - Y_1 \sin \theta & X_1 \sin \theta + Y_1 \cos \theta & 1 \end{bmatrix}$$

$$\blacksquare P_2^* = P_1^* \cdot R^*$$

$$R^*(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$R(\theta)$

10. Что представляет собой композиция двумерных преобразований?

Композиция – это объединение последовательности нескольких преобразований в одно, т.е. преобразование произведения матриц в одну результирующую матрицу.

11. Назовите шаги, которые следует выполнить при организации поворота одной точки относительно другой точки

- Перенос системы координат в точку $P_0(x_0, y_0)$, после чего центр системы координат будет находиться в точке, относительно которой осуществляется поворот;
- Поворот точки P_1 вокруг нового центра системы координат (базовый поворот);
- Перенос системы координат на прежнее место (обратный перенос).

12. Назовите шаги, которые следует выполнить при организации масштабирования двумерного объекта относительно заданной точки

- Перенос системы координат в точку $P_0(x_0, y_0)$, после чего центр системы координат будет находиться в точке, относительно которой осуществляется масштабирование;

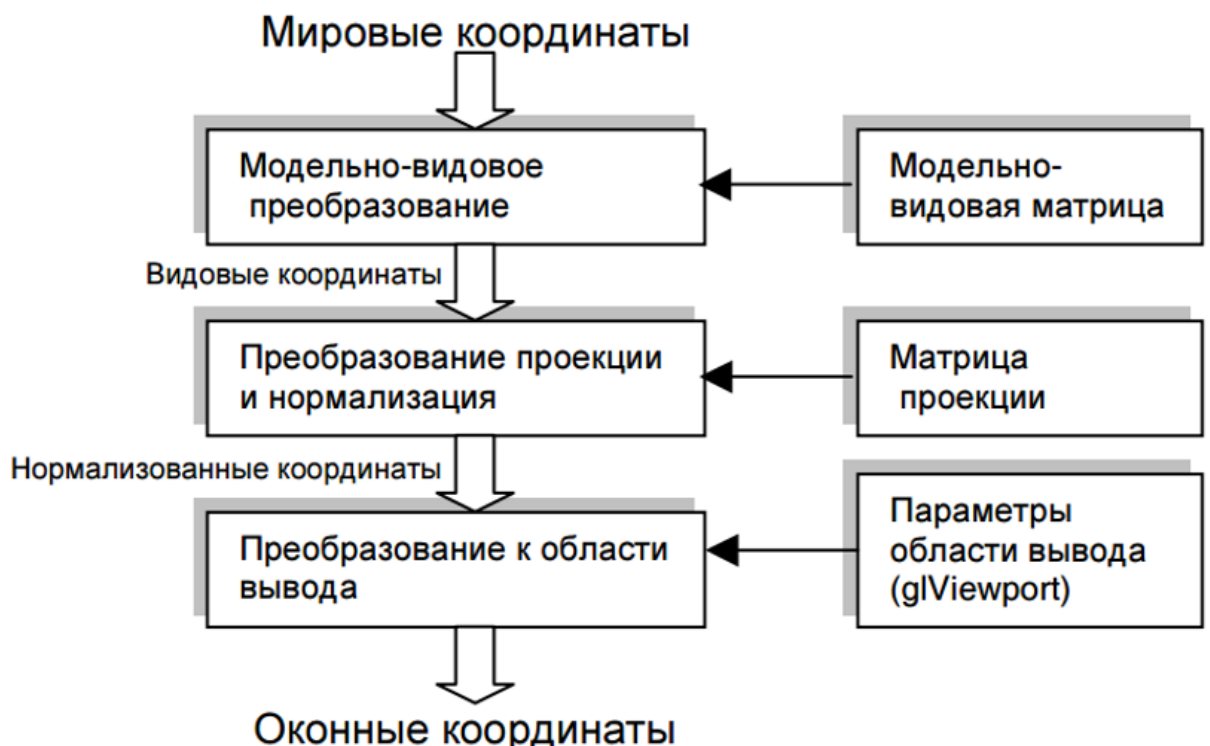
- Масштабирование точки P1 относительно нового центра системы координат (базовое масштабирование);
- Перенос системы координат на прежнее место (обратный перенос).

13. Какие матрицы используются в OpenGL для реализации различных преобразований?

- **Видовая матрица** определяет преобразования объекта в мировых координатах, такие как параллельный перенос, изменение масштаба и поворот;
- **Матрица проекций** задает, как будут проецироваться трехмерные объекты на плоскость экрана (в оконные координаты);
- **Матрица текстур** определяет наложение текстуры на объект.

Все они имеют размер 4x4.

14. Назовите последовательность действий, которая используется для отображения объектов сцены в окно приложения OpenGL



15. Назовите матрицу, с помощью которых производится преобразования объектов в OpenGL

Слайд 41

16. Назовите функции, которые используются при работе с матрицами в OpenGL

Функция `void glMatrixMode(GLenum mode)`, где параметр `mode` может принимать значения:

GL_MODELVIEW – модельно-видовая матрица;

GL_PROJECTION – матрица проекции;

GL_TEXTURE – матрица текстуры.

Эта функция позволяет выбрать, какую матрицу надо изменить и включает режим работы с соответствующей матрицей.

17. Назовите функции, которые используются для реализации видовых преобразований

- **Перенос:** void **glTranslate**[f d](GLtype x, GLtype y, GLtype z);
- **Поворот** против часовой стрелки на угол angle (измеряется в градусах) вокруг вектора (x, y, z): void **glRotate**[f d](GLtype angle, GLtype x, GLtype y, GLtype z);
- **Масштабирование:** void **glScale**[f d](GLtype x, GLtype y, GLtype z).

Все эти функции производят изменения текущей матрицы. В самих функциях строятся матрицы преобразования и затем основная (например, модельно-видовая матрица) умножается на созданную матрицу преобразования, таким образом получается измененная основная (например, модельно-видовая матрица), на которую будут умножаться координаты объектов при вызове команды **glVertex*** и некоторых других.

Т.е. функции не изменяют объекты, а изменяют модельно-видовую матрицу. А модельно-видовая матрица в свою очередь хранит коэффициенты, на которые должны умножаться координаты объектов.

18. Какая функция OpenGL преобразует текущую матрицу в единичную?

Изначально все матрицы являются единичными (единицы по главной диагонали, остальные нули). При умножении на единичную матрицу координаты объекта не изменяются.

Функция void **glLoadIdentity**(void) заменяет текущую матрицу на единичную.

19. Какие шаги следует выполнить, чтобы обрабатывать сообщения с клавиатуры в OpenGL?

Необходимо зарегистрировать функцию, которая будет выполнять обработку клавиш, для этого в GLUT предоставляет две функции:

- void **glutKeyboardFunc** – для обработки “нормальных” клавиш (буквы, цифры, все, что имеет ASCII код), а в качестве параметра указывается функция, которая будет обрабатывать эти нажатия (входными параметрами такой функции являются сам ключ, координаты x и y);
- void **glutSpecialFunc** – для обработки специальных клавиш, таких как PAGE_UP, PAGE_DOWN, KEY_UP, KEY_DOWN, HOME, END и т.д.