

1. Какими координатами может быть задано положение точки в пространстве?

- Декартовы координаты (x, y, z);
- Сферические координаты (ρ, θ и φ).

2. Расскажите о положительном направлении вращения точек вокруг осей

Если смотреть из центра системы координат в положительном направлении какой-либо оси, то положительным направлением вращения вокруг этой оси будет вращение по часовой стрелке.

3. Напишите формулы пересчета из декартовых координат в сферические и наоборот

Пересчет из декартовых в сферические координаты и наоборот является обратимым, т.е. имея координаты точки в какой-либо системе и выполнив их пересчет в другую систему координат и обратно, получим те же самые координаты. Другими словами, декартовы и сферические координаты равнозначны, и какие из них использовать - это вопрос удобства использования. В некоторых случаях удобнее использовать декартовы координаты, в других - сферические.

• Из декартовых в сферические

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{при } \rho = 0, \text{ считаем } \varphi = \theta = 0$$

$$\varphi = \arccos \frac{z}{\rho}$$

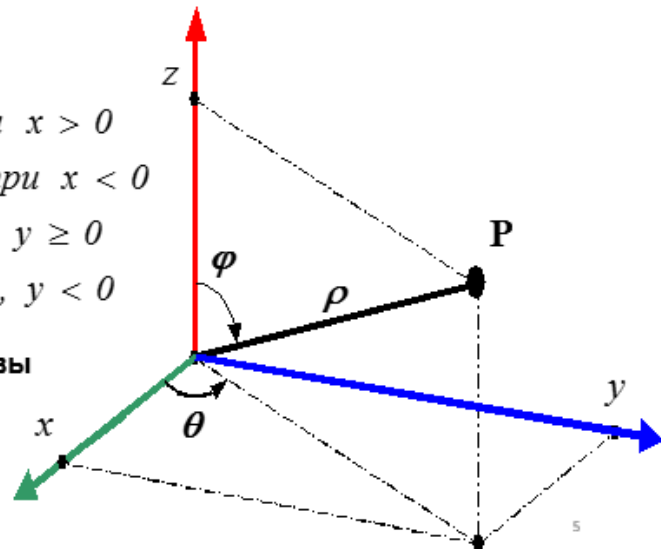
$$\theta = \begin{cases} \arctg(y/x), & \text{при } x > 0 \\ \pi + \arctg(y/x), & \text{при } x < 0 \\ \pi/2, & \text{при } x = 0, y \geq 0 \\ 3\pi/2, & \text{при } x = 0, y < 0 \end{cases}$$

■ Из сферических в декартовы

$$x = \rho \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = \rho \sin \varphi \sin \theta$$

$$z = \rho \cos \varphi$$



4. Назовите трехмерные базовые преобразования

- Перенос точки;
- Масштабирование точки (относительно центра системы координат);
- Поворот точки (относительно центра системы координат);
 - Вокруг x;
 - Вокруг y;

- Вокруг z.
- Изменение знака (как частный случай масштабирования).
 - x координаты;
 - y Координаты;
 - z координаты.

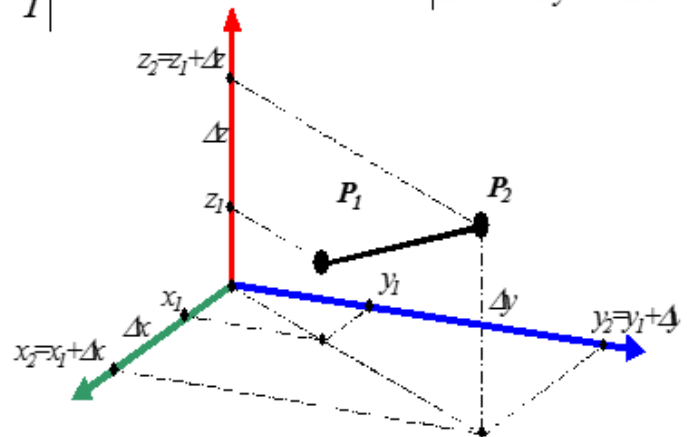
5. Напишите матрицы базовых трехмерных преобразований

Перенос точки

$$P_1^* = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \end{vmatrix} \quad T^*(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & \Delta y & \Delta z & 1 \end{vmatrix}$$

$$P_2^* = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$P_2^* = P_1^* \cdot T^*$$



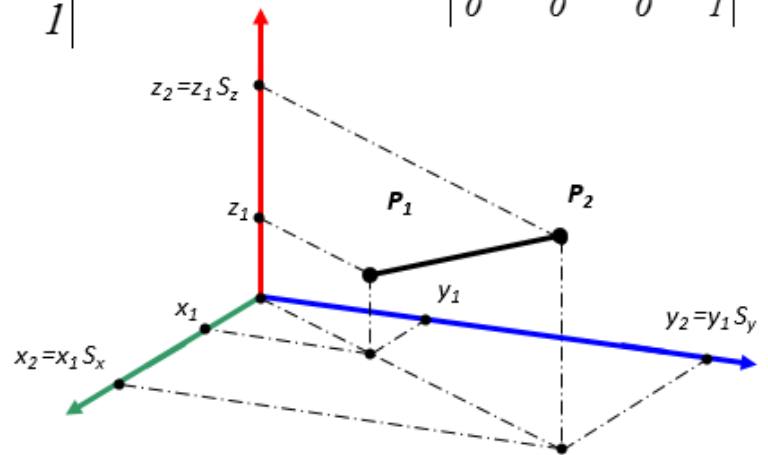
Масштабирование точки

$$P_1^* = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$P_2^* = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$P_2^* = P_1^* \cdot S^*$$

$$S^*(Sx, Sy, Sz) = \begin{vmatrix} Sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$



9

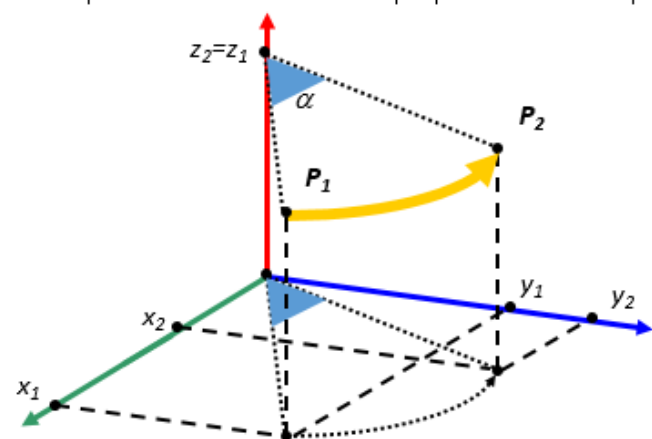
Поворот точки вокруг z

$$P_1^* = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$P_2^* = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$P_2^* = P_1^* \cdot R_z^*$$

$$R_z^*(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$



10

Поворот точки вокруг x

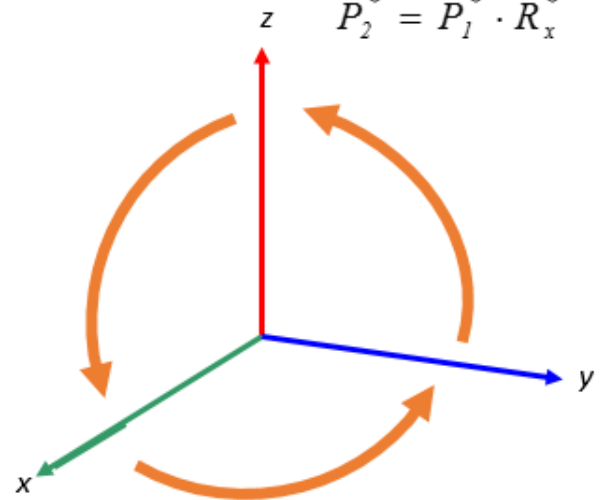
$$R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ c & s & 0 \\ -s & c & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & s \\ 0 & -s & c \end{bmatrix}$$

$$P_1^* = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2^* = \begin{bmatrix} x_2 & y_2 & z_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2^* = P_1^* \cdot R_x^*$$



11

Поворот точки вокруг y

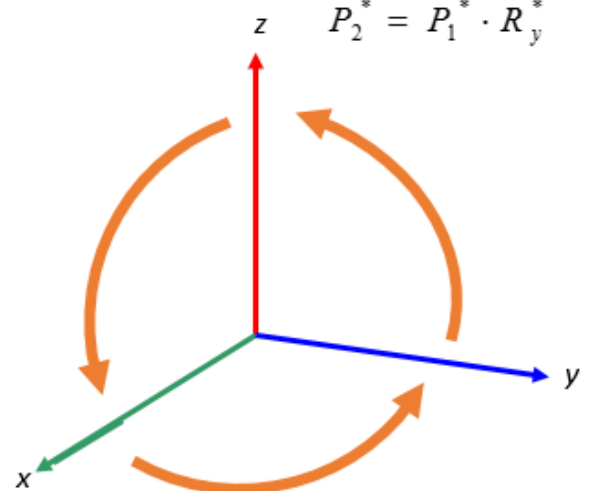
$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & s \\ 0 & -s & c \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -s & c \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & s \end{bmatrix}$$

$$R_y(\alpha) = \begin{bmatrix} c & 0 & -s \\ 0 & 1 & 0 \\ s & 0 & c \end{bmatrix}$$

$$P_1^* = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2^* = \begin{bmatrix} x_2 & y_2 & z_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2^* = P_1^* \cdot R_y^*$$



12

Изменение знака точки

$$M_x = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

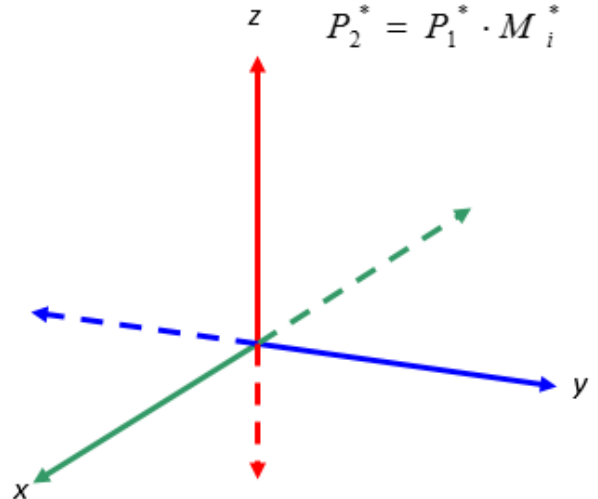
$$M_y = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$M_z = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$P_1^* = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$P_2^* = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$P_2^* = P_1^* \cdot M_i^*$$



13

6. Назовите шаги для осуществления поворота точки относительно линии, проходящей через начало СК на угол α

Линия, вокруг которой осуществляется поворот, проходит через начало СК и точку V , заданную сферическими координатами или декартовыми, которые необходимо пересчитать в сферические. Поскольку линия, вокруг которой требуется осуществить поворот в общем случае не совпадает ни с одной из осей СК, никакая из базовых операций не подходит для этого действия. Но мы можем:

- С помощью некоторой последовательности базовых операций (два базовых поворота) совместить одну из осей с линией, вокруг которой осуществляется поворот;
- Выполнить базовый поворот точки P_1 на требуемый угол α ;
- С помощью двух базовых поворотов поставить ось в исходное положение.

7. Опишите проецирования с геометрической точки зрения

Проецирование – это процесс построения изображения модели 3D-объекта на поверхности. С формальной точки зрения это устранение третьего измерения. С геометрической точки зрения, **проецирование** – это преобразование трехмерных мировых координат в экранные (двухмерные).

8. Назовите виды проекций и их особенности

- **Центральная** проекция. Точка наблюдения удалена от объекта на расстояние, соизмеримое с его размерами. Присутствует эффект перспективы (укорочения)
- **Параллельная** проекция. Центр проецирования расположен в бесконечности, проекторы параллельны. Частный случай центральной проекции. Отсутствует эффект перспективы.
- **Плоская и неплоская** проекция. Экран либо является плоскостью, либо криволинейной поверхностью.
- **Прямоугольная и косоугольная** проекция. Экран либо расположен под прямым углом к ЛН, либо угол между экраном и ЛН отличается от 90 градусов.

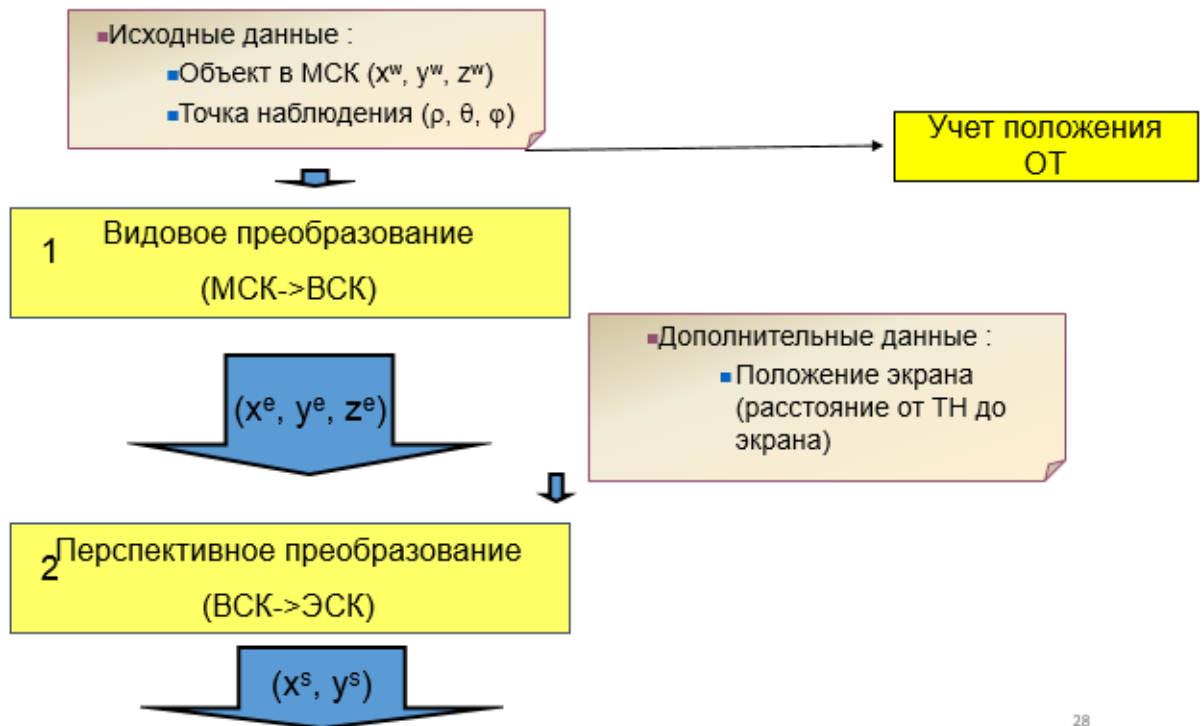
9. В чем заключается отличие параллельной и центральной проекций?

При центральном проецировании проецирующие лучи исходят из одной точки (тени освещенного предмета, изображение на экране), при параллельном центре проецирования находится в бесконечности и проецирующие лучи параллельны друг другу (солнечные лучи, лунные тени)

10. В чем проявляется эффект перспективы?

Эффект перспективы проявляется в том, что равные, параллельные в пространстве отрезки прямых на проекции имеют длину обратно пропорциональную расстоянию до точки наблюдения.

11. Назовите этапы проецирования



28

12. В чем заключается видовое преобразование?

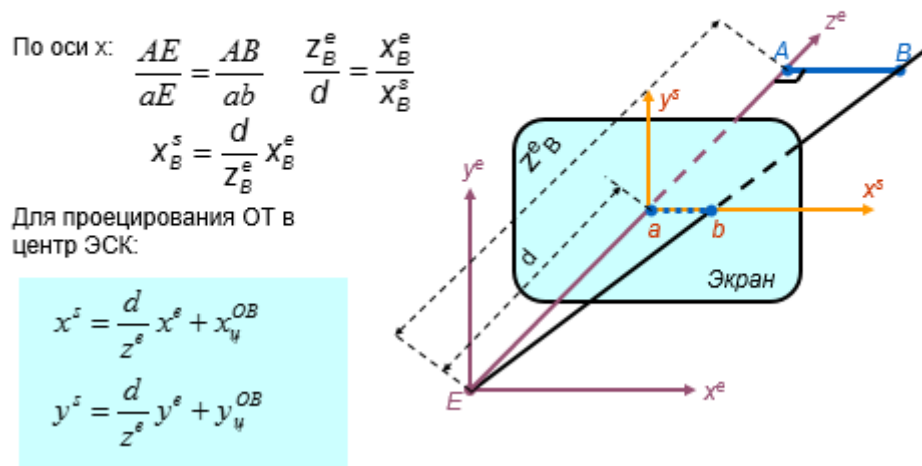
Видовое преобразование является первым этапом проецирования. Видовое преобразование осуществляется в несколько этапов:

- Перенос системы координат в точку наблюдения;
- Поворот СК вокруг оси z на угол в отрицательном направлении;
- Поворот СК вокруг оси x на угол;
- Изменение направления оси x .

13. Опишите идею перспективного преобразования

Для выполнения перспективного преобразования необходимо задать положение экрана. Поскольку экран является плоскостью, перпендикулярной ЛН, т.е. видовой оси z^e , то положение экрана задается расстоянием от него до точки наблюдения. Целью перспективного преобразования является определение координат x^s, y^s по заданным видовым координатам x^e, y^e, z^e точки и расстоянию от точки наблюдения до экрана (d).

Перспективное преобразование



14. Опишите влияние удаленности ТН и экрана на проекцию

Размер проекции уменьшается, дальние предметы кажутся меньше. Уменьшается эффект перспективы, и, соответственно, приближаемся к параллельному проецированию.

15. Перечислите способы изменения положения наблюдателя в OpenGL

При помощи команды `gluLookAt()`, где (`eyex`, `eyez`, `eyez`) определяет точку наблюдения, (`atx`, `aty`, `atz`) задает центр сцены, который будет проектироваться в центр области вывода (в точку 0, 0, 0), а вектор (`upx`, `upy`, `upz`) задает положительное направление оси y , определяя поворот камеры. Если, например, камеру не надо поворачивать, то задается значение (0, 1, 0), а со значением (0, -1, 0) сцена будет перевернута.

16. Какая последовательность вызовов команд `glTranslate()`, `glRotate()` и `glScale()` соответствует команде `gluLookAt(0, 0, -10, 10, 0, 0, 0, -1, 0)`?

Необходимо перенести точку наблюдения при помощи `glTranslate()` в центр области вывода, в точку (0, 0, 0) и затем вызывать `glRotate()`, если камеру необходимо повернуть (в данном случае не надо).

17. Какие стандартные команды для задания проекций в OpenGL Вы знаете?

Для параллельной проекции: `GlOrtho`, `glOrtho2D`.

Для центральной проекции: `gluPerspective`

18. В каких случаях для задания параметров проекции используются команды `glOrtho()` и `gluPerspective()`

Для изменения способа проецирования объекта, `glOrtho` задает параллельную проекцию, а `gluPerspective` – центральную.

Проецирование, при котором проецирующие лучи, проходящие через каждую точку объекта, параллельно выбранному направлению проецирования P , называется **параллельным**.

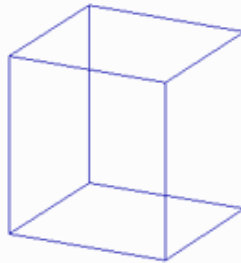
Центральное проецирование заключается в проведении через каждую точку изображаемого объекта и определённым образом выбранный центр проецирования.

В случае, когда точка наблюдения удалена от объекта на расстояние, соизмеримое с его размерами, получающиеся проекции называют центральными проекциями (ЦП). Для ЦП проекторы не параллельны и сходятся в центре, который расположен на измеримом расстоянии от объекта (рисунок слева на предыдущем слайде). Для параллельных проекций (ПП) центр проецирования расположен в бесконечности, поэтому, проекторы параллельны. ПП используются в технических приложениях. Это объясняется тем, что в ПП отсутствует эффект перспективы, и получающиеся проекции можно использовать как чертежи, поскольку при этом не искажается форма объекта. ЦП более реалистичны за счет наличия эффекта перспективы. Эта реалистичность проявляется в том, что более удаленные объекты на проекции имеют меньшие размеры. Для сравнения на слайде приведены ПП и ЦП проволочной модели куба. Сравните на правом рисунке длину параллельных ребер передней и задней грани.

Типы проекций

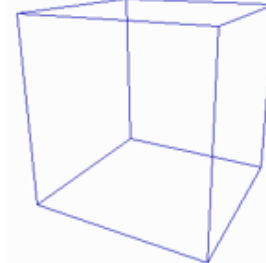
- По расстоянию ОТ-Е:
 - Центральная
 - Параллельная
 - По типу экрана:
 - Плоские
 - Неплоские
 - По положению экрана:
 - Прямоугольные
 - Косоугольные
- Центральная проекция – присутствует эффект перспективы (укорочения)
 - Эффект перспективы проявляется в том, что равные, параллельные в пространстве отрезки прямых на проекции имеют длину обратно пропорциональную расстоянию до точки наблюдения
 - Параллельная проекция – частный случай центральной проекции ($E \rightarrow \infty$)

rho=417 scr=492 the=27 phi=72



Параллельная проекция

rho=4 scr=6 the=27 phi=72



Центральная проекция