АСОЦІАТИВНІ ПРАВИЛА **DATA MINING**

АЛГОРИТМИ APRIORI, ECLAT

ЗАДАЧА АНАЛІЗУ РИНКОВИХ КОШИКІВ

Постановка задачі аналізу ринкових кошиків

В задачі пошуку асоціативних правил мова піде про пошук логічних закономірностей в масивах даних.

Традиційне застосування асоціативних правил — це **аналіз ринкових кошиків** - виявлення наборів товарів, які <u>часто</u> купуються разом або ніколи не купуються разом.

Постановка задачі аналізу ринкових кошиків

Дано:
$$I=\{i_1,i_2,...,i_n\}$$
 - множина об'єктів
$$T=\{i_k \mid i_k \in I\} \subset I \text{ - транзакція - множина подій, які }$$
 відбуваються разом
$$D=\{T_1,T_2,...,T_m\} \text{ - множина транзакцій}$$

Потрібно: - Знайти набори об'єктів, які зустрічаються в I найчастіше — часті набори.

- Побудувати множину асоціативних правил.

Асоціативне правило — це висловлювання виду

якщо
$$X$$
 тоді $Y\colon X\Rightarrow Y$, де $X\subset I$, $Y\subset I$, $X\cap Y=\varnothing$

Ідентифікатор товару	Назва товару	Ціна товару
0	Сир Голандський	367.00
1	Оселедець	125.00
2	Огірки солоні	76.00
3	Банани	44.00
4	Йогурт	18.50
5	Вода Моршинська (2 л)	37.00
6	Кава Якобс (200 г)	248.00

Приклад: магазин: множина транзакцій

Ідентифікатор транзакції	Ідентифікатор товару	Назва товару	Ціна товару
0	1	Оселедець	125.00
0	2	Огірки солоні	76.00
0	5	Вода Моршин (2 л)	37.00
1	1	Сир Голандський	367.00
1	3	Банани	44.00
1	4	Йогурт	18.50
1	5	Вода Моршин (2 л)	37.00
1	6	Кава Якобс (200 г)	248.00

Приклад АП: якщо {оселедець, огірки} тоді {вода}

Постановка задачі

 \square Множина транзакцій, які містять об'єкт $i_{\scriptscriptstyle k}$:

$$D_{i_k} = \{T_r \mid i_k \in T_r, k = 1, ..., n, r = 1, ..., m\} \subseteq D$$

- $lue{}$ $F\subseteq I$ довільний набір об'єктів
- lacktriangledown q-елементний набір набір, який складається з q об'єктів.
- \square Множина транзакцій, які містять набір F:

$$D_F = \{T_r \mid F \subseteq T_r, r = 1, ..., m\} \subseteq D$$

Постановка задачі

Підтримкою набору F називається $Supp(F) = \frac{|D_F|}{|D|}$

Властивість антимонотонності:

 $\forall E, F \subseteq I$ з умови $E \subseteq F$ випливає $Supp(E) \ge Supp(F)$

Набір F називається частим, якщо $Supp(F) \ge Supp_{\min}$

Параметр $Supp_{\min}$ - мінімальна підтримка набору

$$L = \{F \mid Supp(F) \ge Supp_{\min}\} - ?$$

Показники корисності асоціативних правил

 $lacksymbol{\square}$ Підтримка АП $Supp(X \Longrightarrow Y) = p(X \cap Y) = \frac{|D_{F=X \cup Y}|}{|D|}$

 $\|D_{\mathsf{F}=\mathsf{XUY}}\|$ в чисельнику — це кількість транзакцій, які містять X і Y

Достовірність (значущість) АП

$$Conf(X \Rightarrow Y) = p(Y \mid X) = \frac{p(X \cap Y)}{p(X)} = \frac{Supp(X \Rightarrow Y)}{Supp(X)}$$

Більше знач Conf свідчить про більшу корисність правила. Проте, це не жорстка імплікація, тобто не завжди із X слідує Y, але часто. Наскільки часто — це нам показує параметр $Conf_{\min}$. Наприклад, в половині випадків. Цього часто буває достатньо.

Supp(Y) — безумовна підтримка, Conf(X->Y) — умовна підтримка набору Y.

Постановка задачі пошуку асоціативних правил

Знайти АП, такі що

1) Набори X і Y часто зустрічаються разом:

$$Supp(X \Rightarrow Y) \ge Supp_{\min}$$

2) Якщо зустрічається X, то часто зустрічається також і Y:

$$Conf(X \Rightarrow Y) \ge Conf_{\min}$$

Параметр $Supp_{\min}$ - мінімальна підтримка

Параметр $Conf_{\min}$ - мінімальна достовірність

Показники корисності асоціативних правил

Якщо X і Y незалежні, то $Supp(X \Rightarrow Y) \approx Supp(X) \cdot Supp(Y)$

Тоді
$$Conf(X \Longrightarrow Y) \approx Supp(Y)$$

Хоча умова і наслідок часто зустрічаються разом, не менш часто вони зустрічаються і окремо.

Тому використовується ще один показник корисності АП:

Покращення (improvement) або ліфт (lift)

$$Improv(X \Rightarrow Y) = \frac{Supp(X \Rightarrow Y)}{Supp(X)Supp(Y)}$$

 $Improv(X \Longrightarrow Y) > 1$ - правило корисніше за вгадування

Вправи

- Знайти значення підтримки для всіх наборів прикладу.
- Чи будуть правила, побудовані на основі одного і того ж набору, мати однакову підтримку/ однакову достовірність?
- Чи можна поєднувати наступні правила

$$X = \{i_1, i_2\} \Longrightarrow Y = \{i_3\}$$

$$X = \{i_1, i_2\} \Longrightarrow Y = \{i_4\}$$

в одне правило $X = \{i_1, i_2\} \Longrightarrow Y = \{i_3, i_4\}$

АЛГОРИТМ APRIORI ПОБУДОВИ АСОЦІАТИВНИХ ПРАВИЛ

Найпростіший алгоритм пошуку АП

- □ Розглянути всі можливі комбінації умов і наслідків
- Розрахувати для них підтримку (достовірність, покращення)
- □ Відібрати ті, що задовольняють пороговим обмеженням

Якщо в БД k предметів і АП ϵ бінарними

$$k \cdot 2^{k-1}$$
 АП, наприклад, $1000 \cdot 2^{999}$

дуже високі обчислювальні витрати

Загальний метод пошуку АП

Пошук асоціативних правил:

- 1) знаходження <u>частих</u> наборів об'єктів
- 2) побудова асоціативних правил на основі частих наборів

Властивість антимонотонності:

 $\forall E, F \subseteq I$ з умови $E \subseteq F$ випливає $Supp(E) \ge Supp(F)$

- якщо F частий, то всі його підмножини також часті,
- якщо F не частий, то всі набори $E \supset F$ також не часті,
- $\forall E, F \subseteq I$ має місце $Supp(E \cup F) \leq Supp(F)$

Загальний метод пошуку АП

Ідея: аналізувати не всі, а тільки часті набори.

Властивість антимонотонності значно зменшує простір пошуку АП. Якщо набір F не є частим, то додавання нового об'єкту E до набору F не робить його більш частим.

3 іншого боку, якщо ми додаємо нові об'єкти до набору, і на якомусь кроці отримали нечастий набір, то все, більше об'єктів до цього набору додавати не треба.

- 1)Задача пошуку частих наборів об'єктів вважається складною задачею: це потребує багаторазового перегляду бази даних транзакцій і часто неможливо для надвеликих баз, напр. 1 млн. записів. Таку БД складно повністю помістити в оперативну пам'ять. Ми будемо намагатися прочитати БД тільки один раз!
- 2) Побудова АП на основі знайдених частих наборів вважається простою ефективною процедурою в оперативній пам'яті.

Знаходження частих наборів об'єктів. Алгоритм Apriori

lacksquare - множина k-елементних **частих** наборів:

$$L_k = \{F_j \mid F_j = \{i_1, i_2, ..., i_k\}, Supp(F_j) \ge Supp_{\min}\}$$

 $lacktriangledown C_k$ - множина кандидатів в k-елементні часті набори, отримана шляхом зв'язування множини L_{k-1} з собою

k-набори є зв'язуваними, якщо вони мають спільні перші k-1 елементів.

Етапи алгоритму Apriori:

- 1) Генерація кандидатів в часті набори
- 2) Скорочення множини кандидатів, використовуючи властивість антимонотонності
- 3) Відбір частих кандидатів на основі параметру $Supp_{\min}$

Знаходження частих наборів об'єктів. Алгоритм Apriori

1. Побудова множини одноелементних частих наборів:

$$L_1 = \{i \mid i \in I, Supp(i) \ge Supp_{\min}\}$$

2. Для всіх k = 2,...,n

Генерація k-елементних частих наборів

$$L_k = \{ F \cup \{i\} \mid F \in L_{k-1}, i \in L_1 \setminus F, Supp(F \cup \{i\}) \ge Supp_{\min} \}$$

3. Якщо $L_k = \emptyset$ то вихід із циклу по k .

Знаходження частих наборів об'єктів. Алгоритм Apriori

Ми перебираємо всі часті підмножини деякої множини.

Спочатку беремо **одноелементні часті набори L**₁. Далі додаємо до них по одному об'єкту, тобто формуємо двоелементні множини і т.д. Нечасті набори ми відкидаємо і так поступово нарощуємо потужність наборів, фільтруючи від нечастих наборів. **Об'єм перебору суттєво залежить від** параметру **Ѕирр_{тіп}:** якщо значення Supp_{min} зменшуємо, то кількість частих наборів буде більшою, якщо Supp_{min} збільшуємо — то меншою. Це дуже критичний параметр щодо кількості знайдених частих наборів. k — це потужність наборів, які аналізуються на одній ітерації циклу.

Знаходження частих наборів об'єктів. Алгоритм Apriori

На кроці 2 шукаємо часті набори потужності k, за умови, що часті набори потужності (k-1) нам відомі. Тобто, **Apriori** — це рекурсивний метод. Беремо по одному елементу F з (k-1) -елементного частого набору L_{k-1} , та по одному об'єкту i з множини L_1 без F та намагаємося їх об'єднати. Якщо підтримка цього об'єднання >= $Supp_{min}$, то записуємо це об'єднання в L_k .

На кроці 3, якщо не знайшли жодного частого набору потужності k, то виходимо з циклу по k, бо вже жодного частого набору в подальшому не отримаємо.

$$Supp_{\min} = 0.5$$

ідентифікатор	Hабір $L_{_{\! 1}}$	Supp
0	{1}	0.50
1	{2}	0.50
2	{3}	0.50
3	{5}	0.75
4	{6}	0.50

$$L_1 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{6\}\}\}$$

$$L_2 = \{\{1,2\},\{1,5\},\{2,5\},\{3,6\}\}$$

ідентифікатор	Кандидати в часті набори	Supp
0	{1,2}	0.50
1	{1,3}	< Supp _{min}
2	{1,5}	0.50
3	{1,6}	< Supp _{min}
4	{2,3}	< Supp _{min}
5	{2,5}	0.50
6	{2,6}	< Supp _{min}
7	{3,5}	< Supp _{min}
8	{3,6}	0.50
9	{5,6}	< Supp _{min}

$$L_2 = \{\{1,2\},\{1,5\},\{2,5\},\{3,6\}\}$$

$$L_3 = \{\{1,2,5\}\}$$

ідентифікатор	Кандидати в часті набори	Supp
0	{1,2,5}	0.50

$$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{6\}, \{1,2\}, \{1,5\}, \{2,5\}, \{3,6\}, \{1,2,5\}\}\}$$

Побудова асоціативних правил: етап 2

Дано: $\{L_k \mid k = 1, 2, ..., n\}$ — k-елементні часті набори

Знайти: R — список асоціативних правил

$$R := \emptyset$$

Для всіх k=2,...,n , для всіх $F\in L_k$ $Y:=\emptyset$

Процедура BuildAssocRules(R, F, Y)

- 1. Для всіх $f \in F$ можливих піднаборів f набору F
 - 1.1. $X := F \setminus \{f\}$ $Y := Y \cup \{f\}$ розщепляємо частий набір F на умову X і наслідок Y
 - 1.2. Якщо $Conf(X \Rightarrow Y) \ge Conf_{min}$ то
 - 1.2.1. Додати асоціативне правило $X \Rightarrow Y$ в R
 - 1.2.2. Якщо |X| > 1 то BuildAssocRules(R, X, Y)

Побудова асоціативних правил: етап 2

Пошук асоціативних правил:

- 1) знаходження <u>частих</u> наборів об'єктів
- 2) побудова асоціативних правил на основі частих наборів

Нехай часті набори знайдено на етапі 1. Тоді побудова АП на етапі 2 вважається простою і ефективною процедурою в оперативній пам'яті.

Ідея побудови АП: ми розщепляємо частий набір F на умову і наслідок, перевіряючи достовірність Conf отриманого правила.

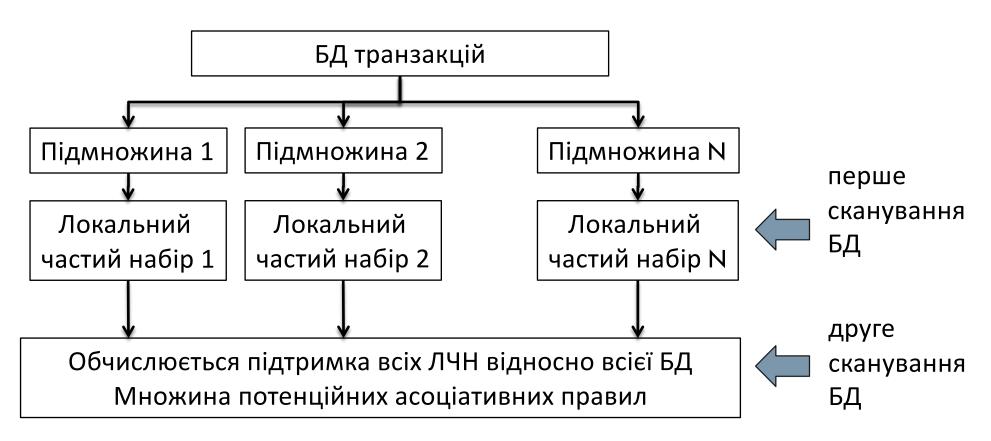
Процедура є рекурсивною. Коли вона викликається перший раз, то список правил R порожній, F — деякий непорожній частий набір, Y — порожня.

При знаходженні частих наборів (етап 1) використовуємо тільки параметр Ѕорр_{тіп}. При побудові АП (етап 2) використовується ще й параметр Conf_{тіп}.

Підвищення ефективності алгоритму Apriori

Модифікація Partition-based Apriori algorithm

розбиття БД транзакцій на N достатньо малих підмножин



Підвищення ефективності алгоритму Apriori

Один з напрямків підвищення ефективності — скорочення необхідної кількості сканувань БД транзакцій. Алгоритм Аргіогі сканує БД декілька разів, залежно від числа елементів в частих наборах.

Алгоритм розділення Partition-based Apriori algorithm потребує всього два проходи по набору даних. Він базується на ідеї локальних частих наборів.

- 1. Весь набір даних розділяється на N підмножин, які не перетинаються. Кожна з підмножин достатньо мала, так щоб помістилася в оперативній пам'яті ПК. Під час першого сканування алгоритм считує кожну підмножину і отримує набори, які є частими для даної підмножини (локальні часті набори).
- 2. Під час другого сканування алгоритм обчислює підтримку всіх локальних частих наборів відносно всієї БД. Друге сканування визначає множину всіх потенційних АП.

Підвищення ефективності алгоритму Apriori

□ **Семплінг** — відбір випадкової вибірки з початкової БД і пошук частих наборів за цією вибіркою.

Шукається компроміс між точністю та ефективністю розв'язку. Розмір вибірки має бути таким щоб забезпечити прийнятні обчислювальні витрати. Ясно, що деякі часті набори будуть втрачені. Щоб звести втрати до мінімуму поріг підтримки Ѕорр_{міп} вибирають нижчим ніж для всієї вибірки.

- Модифікації на основі ієрархії об'єктів.
- Аналіз послідовностей об'єктів.

АЛГОРИТМ ECLAT Надія І. Недашківська n.nedashkivska@gmail.com

Знаходження частих наборів об'єктів. Алгоритм Eclat

Метод пошуку у глибину (DFS Search Manner) за допомогою перетинів наборів елементів. Eclat є удосконаленим алгоритмом Apriori. Використовує **вертикальне відображення** даних.

Горизонтальний формат відображення даних

Номер	Товари
транзакції	
1	Хліб, масло, сік
2	Масло, вода
3	Масло, молоко
4	Хліб, масло, вода
5	Хліб, молоко
6	Масло, молоко
7	Хліб, молоко
8	Хліб, масло, молоко, сік
9	Хліб, масло, молоко

Вертикальний формат (TID-множини)

Товар	Номери транзакцій
Хліб	1,4,5,7,8,9
Масло	1,2,3,4,6,8,9
Молоко	3,5,6,7,8,9
Вода	2,4
Сік	1,8

При такому представленні підтримка набору дорівнює відношенню потужності множини до загальної кількості транзакцій.

Знаходження частих наборів об'єктів. Алгоритм Eclat

1. Переводимо дані з горизонтального до вертикального формату

$$S_1 = \{\{i, M_i\} \mid i \in I, M_i = D_i = \{T_r \mid i \in T_r, r = 1, ..., m\}\}$$

2. Розраховуємо множину одноелементних частих наборів

$$L_1 = \{i \mid i \in I, Supp(i) \ge Supp_{\min}\}$$

Для всіх k=2...n

3. Генерація кандидатів в k-елементні часті набори:

Для всіх
$$F_a$$
, $F_b \in L_{k-1}$

$$S_k = \{\{F', M'_F\} \big| F' = F_a \cup F_b, M'_F = \{M_{F_a} \cap M_{F_b}\}, a < b, M_{F_a}, M_{F_b} \in S_{k-1} \}$$
 Відбір частих наборів: $L_k = \{F' \in S_k, Supp(F') \geq Supp_{min}\}$

4. Якщо $L_k = \emptyset$, то вихід із циклу по k

Знаходження частих наборів об'єктів. Алгоритм Eclat

Етапи алгоритму Eclot аналогічні відповідним етапам алгоритму Apriori, крім функції обчислення підтримки кандидатів.

Розрахунок значень підтримки наборів тепер не потребує сканування бази.

Знаходження частих наборів об'єктів. Алгоритм Eclat

Товар	Набори транзакцій
{Хліб}	1,4,5,7,8,9
{Масло}	1,2,3,4,6,8,9
{Молоко}	3,5,6,7,8,9
{Вода}	2,4
{Сік}	1,8

Товар	Набори транзакцій
{Хліб, Масло}	1,4,8,9
{Хліб, Молоко}	5,7,8,9
{Хліб, Вода}	4
{Хліб, Сік}	1,8
{Масло, Молоко}	3,6,8,9
{Масло, Вода}	2,4
{Масло, Сік}	1,8
{Молоко, Сік}	8

Товар	Набори транзакцій
{Хліб, Масло, Молоко}	8,9
{Хліб, Масло, Сік}	1,8
{Хліб, Масло, Вода}	4
{Хліб, Молоко, Сік}	8
{Масло, Молоко, Вода}	-
{Масло, Молоко, Сік}	8
{Масло, Вода, Сік}	-

Товар	Набори транзакцій		
{Хліб, Масло, Молоко, Сік}	8		

Знаходження частих наборів об'єктів. Алгоритм Eclat

Переваги Eclat

- 1. Зазвичай алгоритм значно швидший за Apriori.
- Не потрібно проводити кожного разу сканування бази даних, щоб знайти рівень підтримки для (k+1) наборів елементів, при k≥1. Це суттєво зменшує ресурсні затрати та є найважливішою перевагою цього алгоритму.
- 3. БД сканується лише один раз.

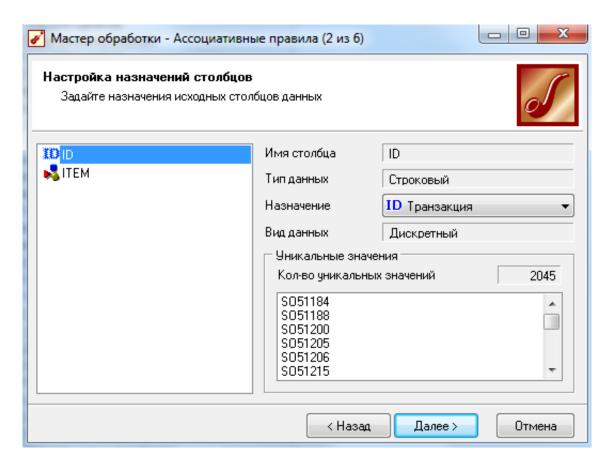
Недоліки Eclat

- 1. TID-множини можуть бути досить довгими, особливо при великій БД. Тому операції з ними можуть займати довгий час.
- 2. Велика кількість згенерованих кандидатів при малому значенні мінімальної підтримки (властивий також Apriori).

ПОБУДОВА АСОЦІАТИВНИХ ПРАВИЛ В DEDUCTOR

Побудова Асоціативних правил в Deductor

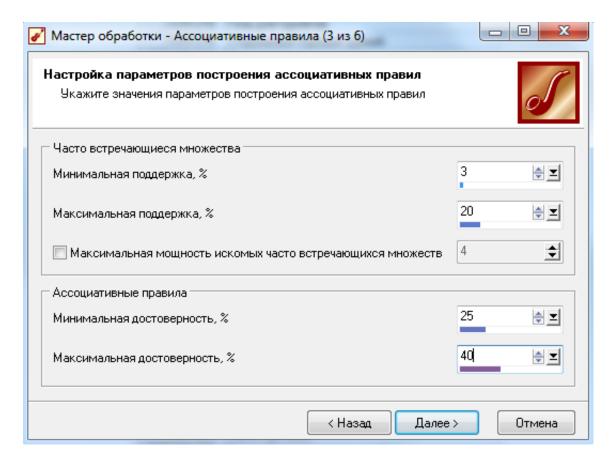
Таблиця даних про продаж товарів в деякій торгівельній точці має тільки два поля "Номер чеку" і "Товар".



Необхідно вирішити задачу аналізу споживчої корзини з метою подальшого використання результатів для стимулювання продаж.

Побудова Асоціативних правил в Deductor

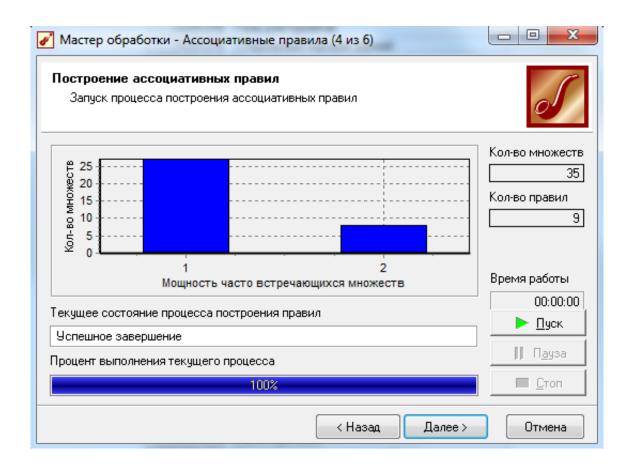
Параметри побудови асоціативних правил: мінімальна і максимальна підтримка, мінімальна і максимальна достовірність, максимальна потужність частих наборів.



Побудова Асоціативних правил в Deductor

Запуск процесу пошуку асоціативних правил. Відображається:

- загальна кількість частих наборів і знайдених правил,
- число частих наборів кожної з потужностей.



Візуалізатор "Часті набори"

Поп	Популярные наборы Х Дерево правил Х Что-если Х				
	ab. ▼ 🚉 ▼ 🔻 🔣 ▼				
Множ	еств: 35 из 35	Фильтр: Без фильтрации			
NΩ	‡— Номер множества	ав. Элементы	🔐 Поддержка		S Мощность
14-	3_ Honep Hiloxeer Bu	da. Shehembi	Кол-во	%	1-11104110
1	1	Антистатик спрей	101	4,94	1
2	2	Бумажное полотенце	87	4,25	1
3	3	Гель для туалетов	221	10,81	1
4	28	Гель для туалетов		2.22	2
4	20	Мыло жидкое	66	3,23	2
5	29	Гель для туалетов			2
5	29	Стиральный порошок ручной	66	3,23	2
6	4	Дозатор	85	4,16	1
7	5	Запасной баллон для освежителя	89	4,35	1
8	6	Зубная паста	288	14,08	1
9	30	Зубная паста	77	3,77	2
9	30	Чистящий порошок универсальный	//	3,77	2
10	7	Кондиционер для белья	93	4,55	1
11	31	Кондиционер для белья	79	2 06	2
11	31	Стиральный порошок-автомат	/9	3,86	2
12	8	Мыло жидкое	200	9,78	1
13	32	Мыло жидкое	167	8,17	2
13	32	Мыло кусковое	107	0,17	2
14	9	Мыло кусковое	392	19,17	1
15	33	Мыло кусковое	131	6.41	2
15	33	Средство для мытья посуды	131	6,41	2
16	10	Освежитель воздуха	208	10,17	1

Візуалізатор "Асоціативні правила"

Таблица								
	Номер правила	Номер элемента	Условие	Следствие	Поддержка		Посторориости	Oute
					Кол-во	%	Достоверность	Лифт
Þ	1	1	Гель для туалетов	Мыло жидкое	66	3,22738386308068	29,8642533936652	3,05361990950226
	2	1	Мыло жидкое	Гель для туалетов	66	3,22738386308068	33	3,05361990950226
	3	1	Гель для туалетов	Стиральный порошок ручн	66	3,22738386308068	29,8642533936652	3,13191785589976
	4	1	Стиральный порошок р	Гель для туалетов	66	3,22738386308068	33,8461538461538	3,13191785589976
	5	1	Зубная паста	Чистящий порошок универ	77	3,76528117359413	26,7361111111111	1,87244339802131
	6	1	Чистящий порошок унг	Зубная паста	77	3,76528117359413	26,3698630136986	1,87244339802131
	7	1	Мыло кусковое	Средство для мытья посуд	131	6,40586797066015	33,4183673469388	4,49608955424275
	8	1	Чистящий порошок ун	Сода кальцинированная	96	4,69437652811736	32,8767123287671	5,05510351220517
	9	1	Чистящий порошок ун	Средство от накипи	76	3,71638141809291	26,027397260274	4,88312177956516

$$\square$$
 Підтримка АП $Supp(X \Rightarrow Y) = p(X \cap Y) = \frac{|D_{F=X \cup Y}|}{|D|}$

$$igcup$$
 Достовірність АП $Conf(X \Rightarrow Y) = p(Y \mid X) = \frac{Supp(X \Rightarrow Y)}{Supp(X)}$

$$ightharpoonup$$
 $Lift(X \Rightarrow Y) = \frac{Conf(X \rightarrow Y)}{Supp(Y)}$

Візуалізатор "Дерево правил"

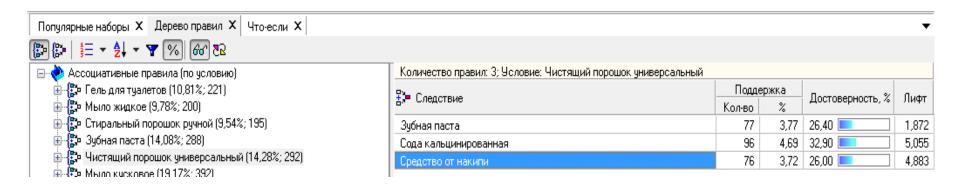
Це дворівневе дерево.

1. Побудоване за умовою: на першому (верхньому) рівні знаходяться вузли з умовами, а на другому рівні - вузли з наслідком.

Правила відповідають на питання, що буде за заданої умови.

2. Побудоване за наслідком

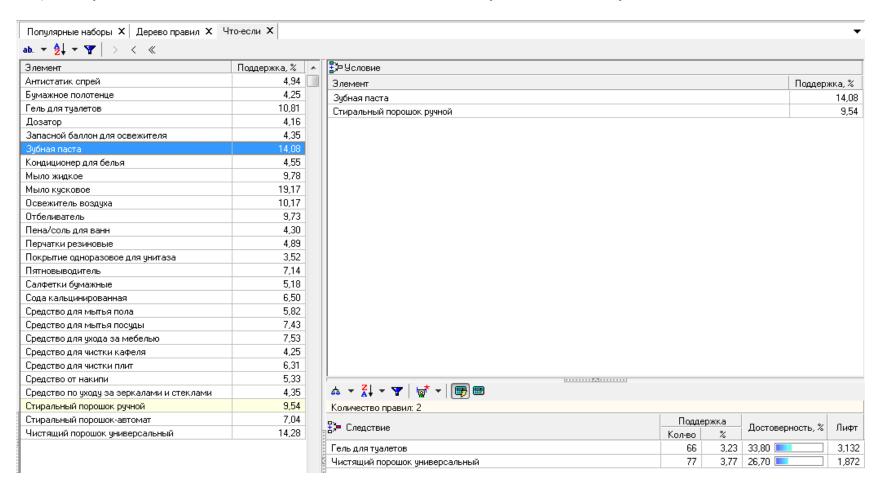
Правила відповідають на питання, що потрібно, щоб був заданий наслідок.



Якщо придбав порошок універсальний, то з імовірністю 26,4% придбає і зубну пасту. Якщо придбав порошок універсальний, то з імовірністю 32,9% придбає і соду. Якщо придбав порошок універсальний, то з імовірністю 26% придбає засіб від накипу.

Візуалізатор "Аналіз Що-Якщо"

Що отримаємо як наслідок, якщо виберемо дані умови.



Застосування асоціативних правил

- □ Аналіз ринкових кошиків виявлення наборів товарів, які часто купляються разом або ніколи не купляються разомМета:
- оптимізувати розміщення товарів на полицях,
- формувати персональні рекомендації,
- планувати рекламні компанії,
- більш ефективно управляти цінами і асортиментом

Застосування асоціативних правил

- Виявлення долі клієнтів, які позитивно відносяться до нововведень в їх обслуговуванні
- Визначення профіля відвідувача веб-ресурсу
- Виявлення долі випадків, в яких нові ліки викликають небезпечну побічну дію
- Виявлення тематики в колекціях текстових документів (тема сукупність термінів, які часто зустрічаються разом у вузькій підмножині документів)

Недолік — достатньо жорстка вимога, щоб у тексті зустрічалися всі слова теми. Імовірнісні моделі більш адекватні. Метою аналізу може бути: - отримання ознак для знаходження термінів, - виявлення найбільш чітких тем, - формування початкових наближень для Topic Models.