GUÍA N° 4
FÍSICA COMPUTACIONAL II
510240

1. Realizar un programa que le permita integrar numericamente, usando la regla del trapecio con n subdivisiones. Use el programa para calcular las siguiente intergrales con $n = 2, 4, 6, 8$.

   a) $\int_0^1 e^{-x^2}\, dx$
   b) $\int_0^1 x^{5/2}\, dx$
   c) $\int_{-4}^4 \frac{dx}{1+x^2}$
   d) $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{2+cos(x)}$
   e) $\int_0^{\pi} e^x\, cos(4x)\, dx$

2. Repita el problema anterior usando la regla de Simpson y compare los resulados.

3. Calcular la siguiente integral utilizando las fórmulas del trapecio y de Simpson, con pasos $h = \pi/4$ y $h = \pi/2$, respectivamente:
$$I = \frac{\pi}{2}\int_0^{2\pi} e^{(2-\frac{1}{2}sen(x))}\, dx$$

4. Evaluar la integral:
$$I = \int_0^2 e^{x^2} dx$$

5. La función error se define como:
$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}\, dt$$
Calcular $erf(1)$ con cuadratura de Gauss-Legendre con 2, 3, 4, 5, 6 nodos. Compare precisión con el método de Simpson con 2, 3, 4, 5 y 6 subdivisiones.

6. El periodo de oscilación de un péndulo que oscila en un plano vertical es
$$T = 4\sqrt{\frac{l}{2g}}\int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{cos(\theta) - cos(\theta_0)}}$$
donde $\theta_0 < \pi$ es el máximo ángulo entre el péndulo y la vertical, l es la longitud de péndulo y g la aceleracion de gravedad. Evalue numericamente la integral para $\theta_0 = \pi/128$, $\pi/64$, $\pi/32$, $\pi/16$, $\pi/8$, $\pi/4$, $\pi/2$, y comparar con la aproximación $T \approx 2\pi\sqrt{l/g}$.

7. Se ha tabulado el calor especifíco de un material, c, a distintas temperaturas, obteniendo:

T (°C)	c (cal/g °C)
-100	0.1190
-50	0.12486
0	0.13200
50	0.14046
100	0.15024
150	0.16134
200	0.17376

Se pretende calcular el calor necesario para elevar la temperatura de una masa m=1000g de este material de -100 °C a 200 °C. Este calor viene dado por la integral:

$$Q = m \int_{-100}^{200} c(T)\, dT$$

ANEXO

Consideremos el intervalo [a,b] el que dividiremos en n subintervalos iguales, de manera que $x_i = a + ih$, donde $h = (b - a)/n$ para $i = 0, 1, ..., n$.

- La regla trapezoidal compuesta puede expresarse como:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[f(a) + f(b) + 2\sum_{k=1}^{n-1} f(x_k)\right]$$

  El máximo error viene dado por la expresión $\frac{(b-a)}{12} h^2 f^{(2)}(\xi)$

- Fórmula de Simpson compuesta

$$\int_a^b f(x)\, dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 2\sum_{j=1}^{n/2-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j-1}) + f(x_n)\right]$$

  El máximo error viene dado por la expresión $\frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi)$

- Cuadratura de Gauss

$$I(f) = \int_a^b W(x)\, f(x)\, dx$$

  $I_n = \sum_{i=1}^n C_i f(x_i)$ Los nodos: x_1, x_2, ..., x_n, son los ceros del n-ísimo polinomio ortogonal $p_n(t)$
  Los coeficientes se determinan por: $C_i = \frac{1}{p'(x_i)} \int_a^b W(x) \dfrac{p_n(x)}{x - x_i}\, dx$
  Caso Gauss-Legendre: $W(x) = 1$

$$\int_a^b f(x)\, dx = \frac{(b-a)}{2} \int_{-1}^{1} f\left(\frac{(b-a)t + (b+a)}{2}\right) dt$$