

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

# Математическая статистика

Отчёт по лабораторной работе №1-2

**Работу**

**выполнил:**

П. П. Филиппов

Группа:

5030102/10101

**Преподаватель:**

А. Н. Баженов

Санкт-Петербург  
2024

# Содержание

<b>1. Постановка задачи</b>	<b>3</b>
<b>2. Теоретическая информация</b>	<b>3</b>
2.1. Распределения . . . . .	3
2.1.1. Определение . . . . .	4
2.2. Характеристики положения . . . . .	4
2.2.1. Характеристики рассеяния . . . . .	5
<b>3. Изображения</b>	<b>5</b>
<b>4. Характеристики положения и рассеяния</b>	<b>20</b>

# 1. Постановка задачи

Даны 5 распределений:

- Нормальное распределение:

$$N(x, 0, 1)$$

- Распределение Коши:

$$C(x, 0, 1)$$

- Распределение Стьюдента:

$$t(x, 0, 3)$$

- Распределение Пуассона:

$$P(k, 10)$$

- Нормальное распределение:

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

1. Необходимо сгенерировать выборки размером 10, 50 и 1000 элементов. Построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.
2. Сгенерировать выборки размером 10, 100 и 1000 элементов. Для каждой вычислить следующие характеристики положения данных:

$$\bar{x}, medx, z_R, z_Q, z_{tr}.$$

Повторить такие вычисления 1000 раз для каждой выборки и найти среднее характеристик положения и их квадратов:

$$E(z) = \bar{z}$$

Вычислить оценку дисперсии по формуле:

$$D(z) = \bar{z^2} - \bar{z}^2$$

Представить полученные данные в виде таблицы

## 2. Теоретическая информация

### 2.1. Распределения

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2 + 1}$$

- Распределение Стьюдента

$$t(x, 0, 3) = \frac{Y_0}{\sqrt{\sum_{i=0}^3 Y_i^2}}, Y_i \sim N(0, 1)$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10}$$

- Нормальное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}}, |x| \leq \sqrt{3} \\ 0, |x| > \sqrt{3} \end{cases}$$

### 2.1.1. Определение

Гистограмма в математической статистике — это один из графических методов исследования рядов распределения значений случайной величины.

## 2.2. Характеристики положения

- Выборочное среднее

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- Выборочная медиана

$$medx = \begin{cases} x_{(l+1)}, n = 2l + 1 \\ \frac{x_{(l)} + x_{(l+1)}}{2}, n = 2l \end{cases}$$

- Полусумма экстремальных выборочных элементов

$$z_R = \frac{x_{(1)} + x_{(n)}}{2}$$

- Полусумма квартилей Выборочная квартиль  $z_p$  порядка  $p$  определяется формулой

$$z_p = \begin{cases} x_{([np]+1)}, np \\ x_{(np)}, np \end{cases}$$

полусумма квартилей

$$z_Q = \frac{z_{\frac{1}{4}} + z_{\frac{3}{4}}}{2}$$

- Усеченное среднее

$$z_{tr} = \frac{1}{n - 2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x^{(i)}, r \approx \frac{n}{4}$$

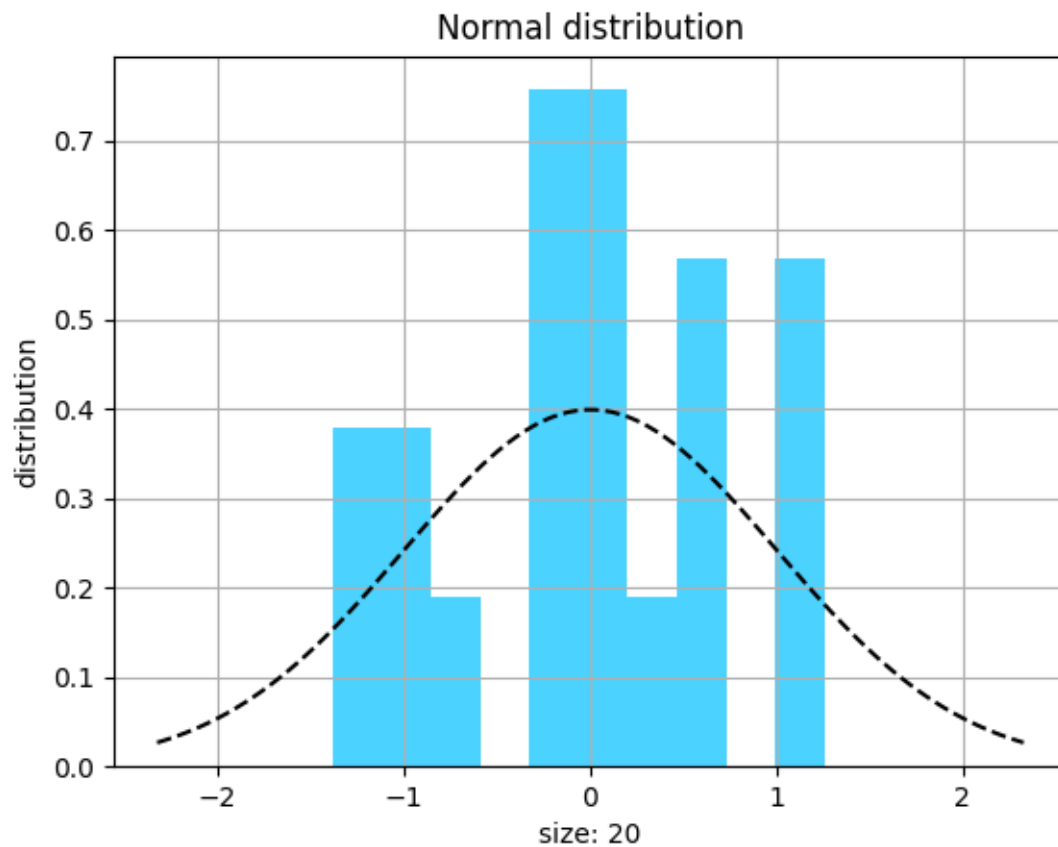


Рисунок 3.1. Нормальное распределение с мощностью выборки 20

### 2.2.1. Характеристики рассеяния

Выборочная дисперсия

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

## 3. Изображения

Гистограммы и графики плотности распределения

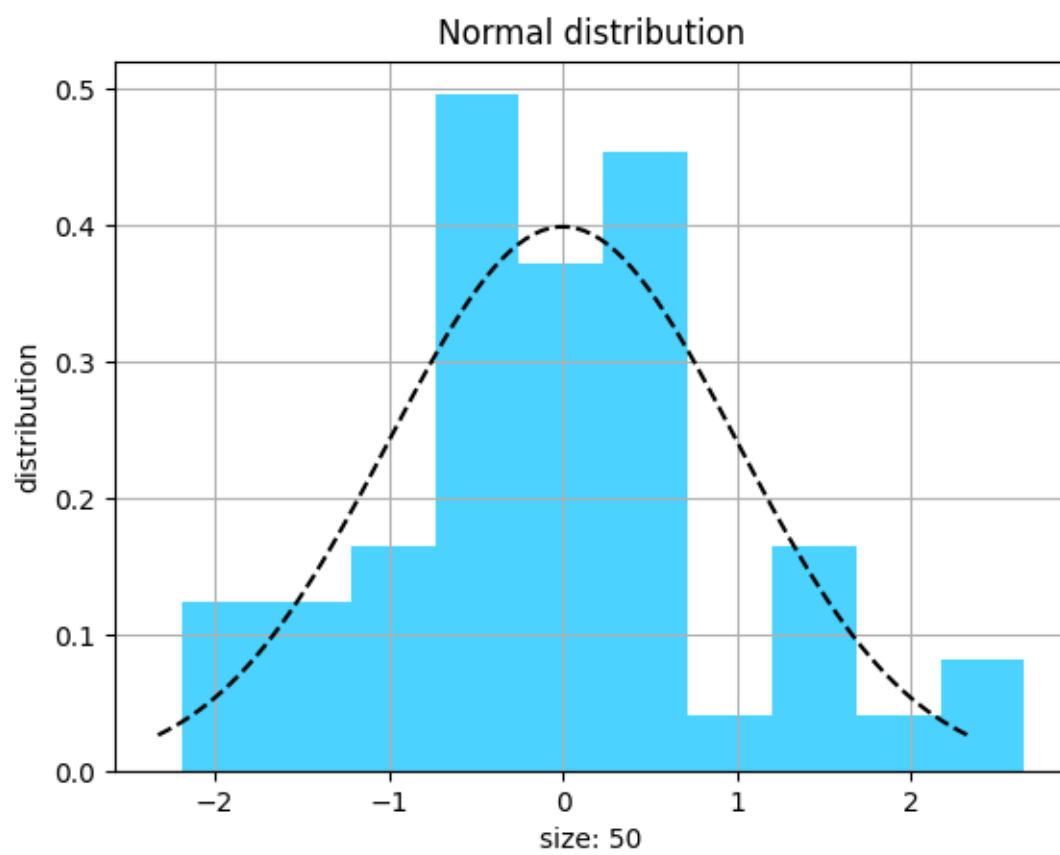


Рисунок 3.2. Нормальное распределение с мощностью выборки 50

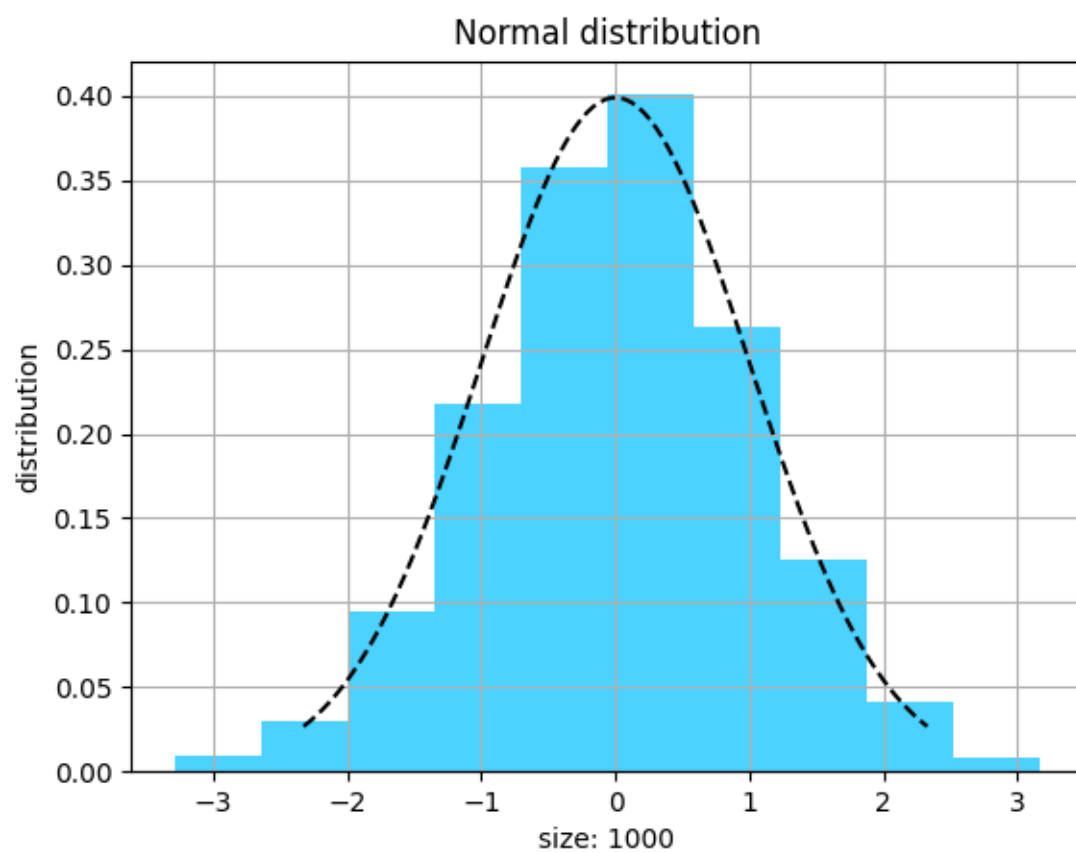


Рисунок 3.3. Нормальное распределение с мощностью выборки 1000

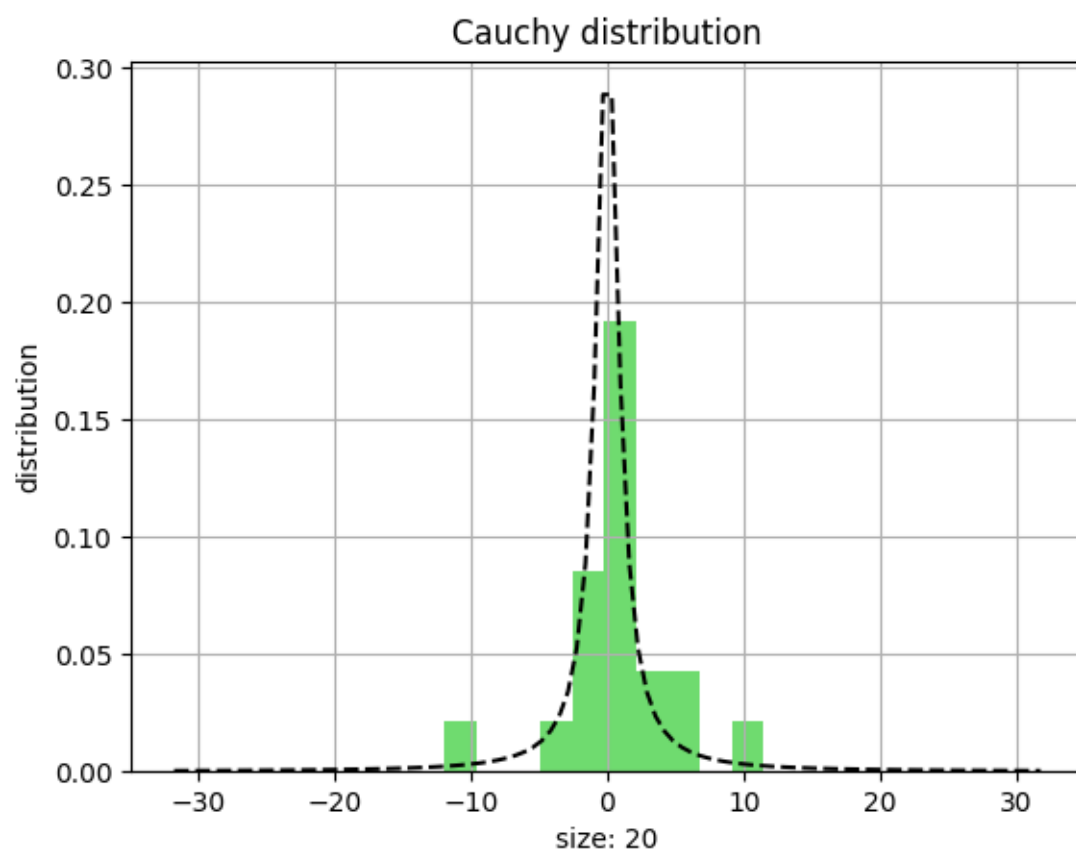


Рисунок 3.4. Распределение Коши с мощностью выборки 20



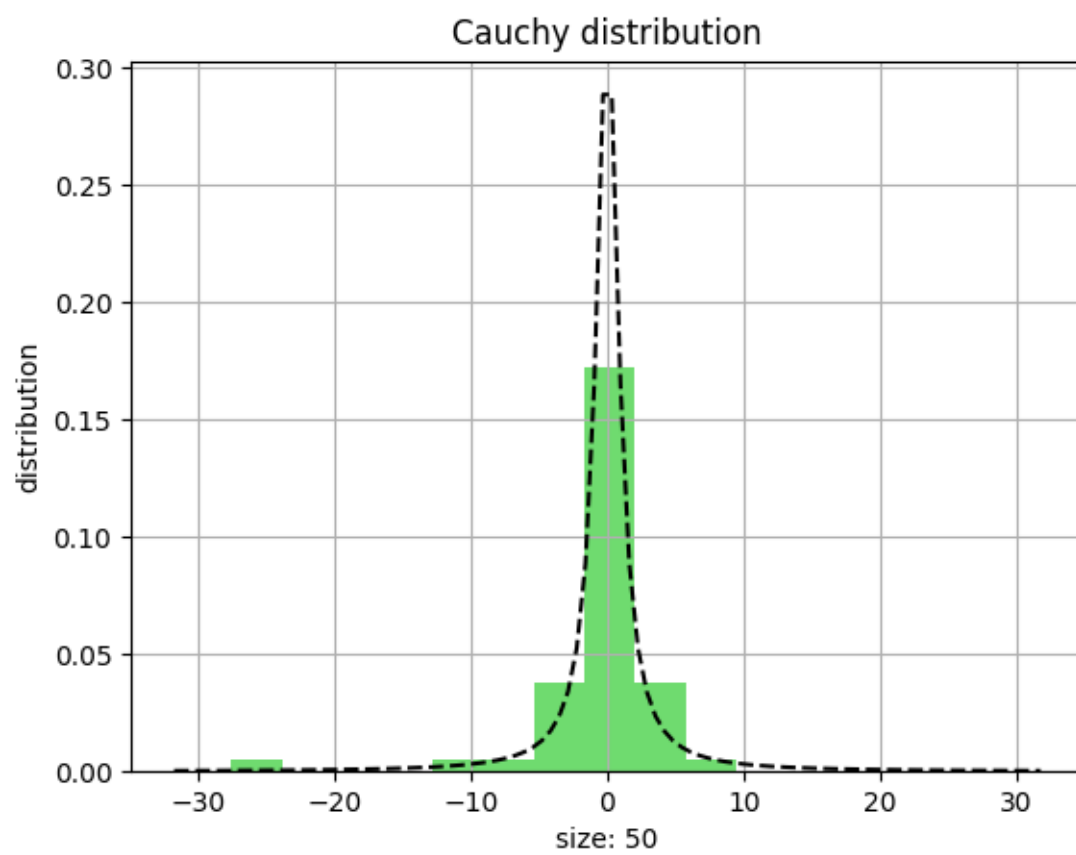


Рисунок 3.5. Распределение Коши с мощностью выборки 50

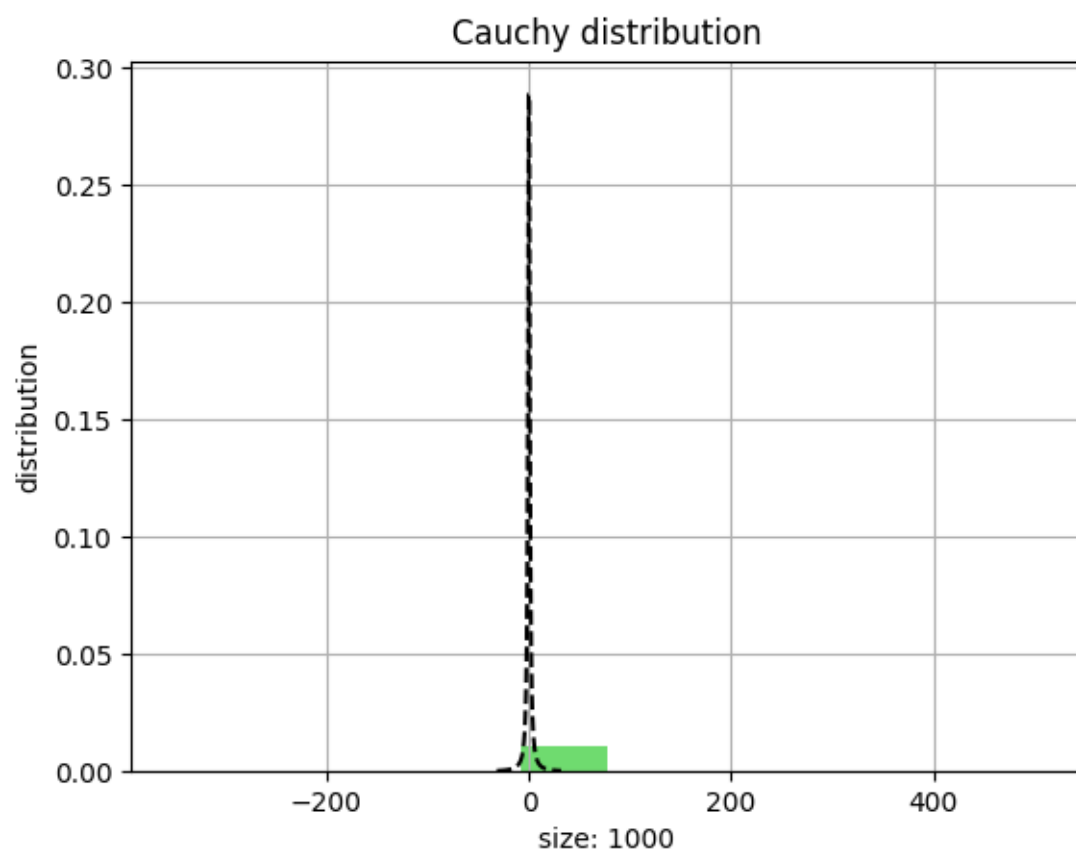


Рисунок 3.6. Распределение Коши с мощностью выборки 1000

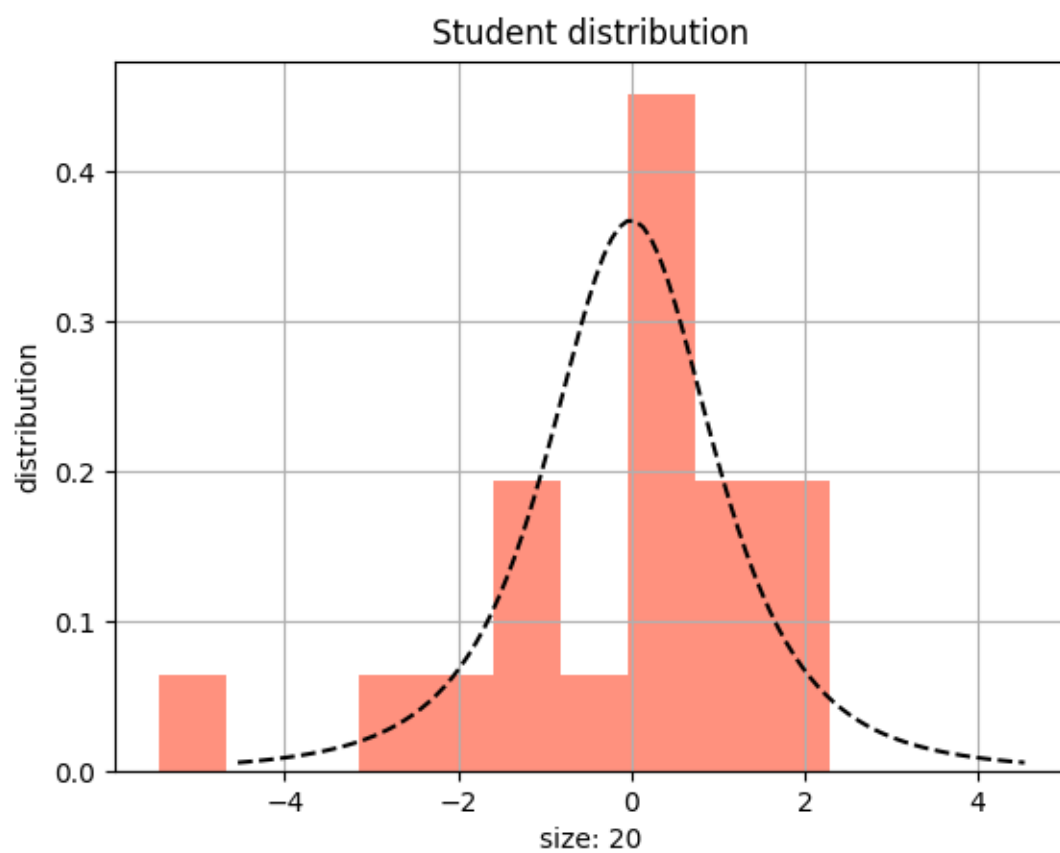


Рисунок 3.7. Распределение Стьюдента с мощностью выборки 20

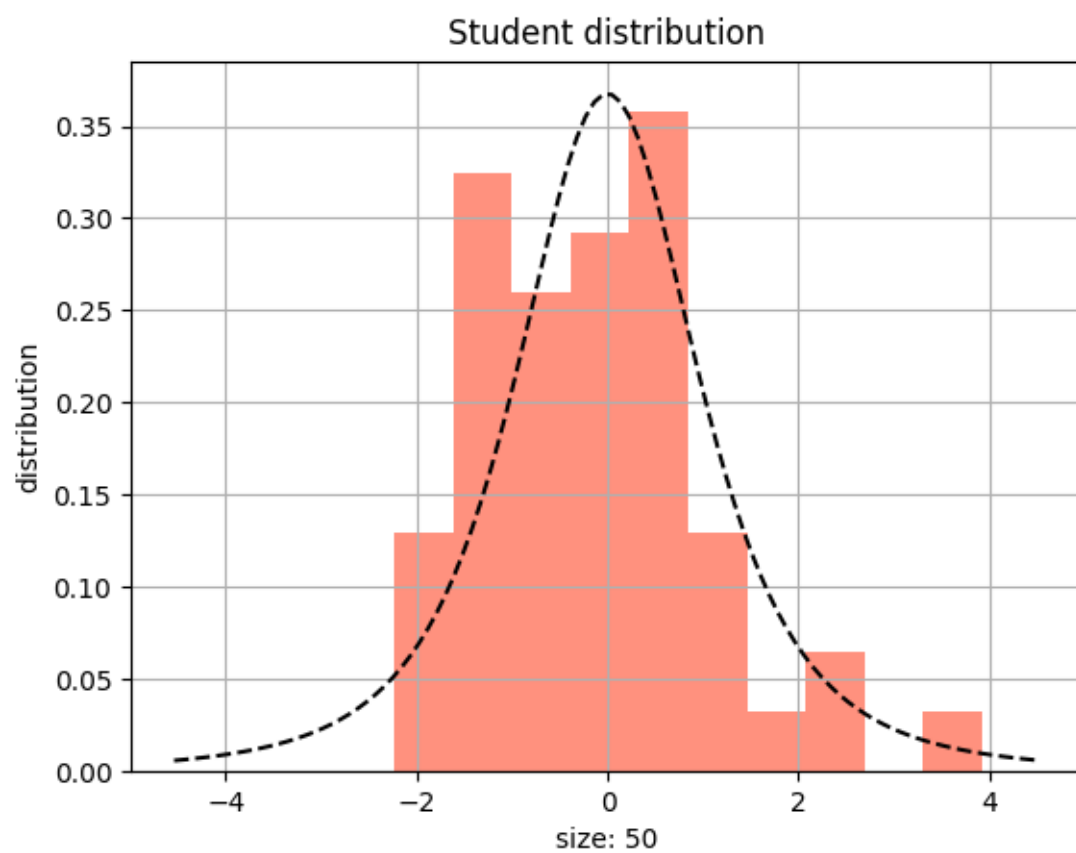


Рисунок 3.8. Распределение Стьюдента с мощностью выборки 50

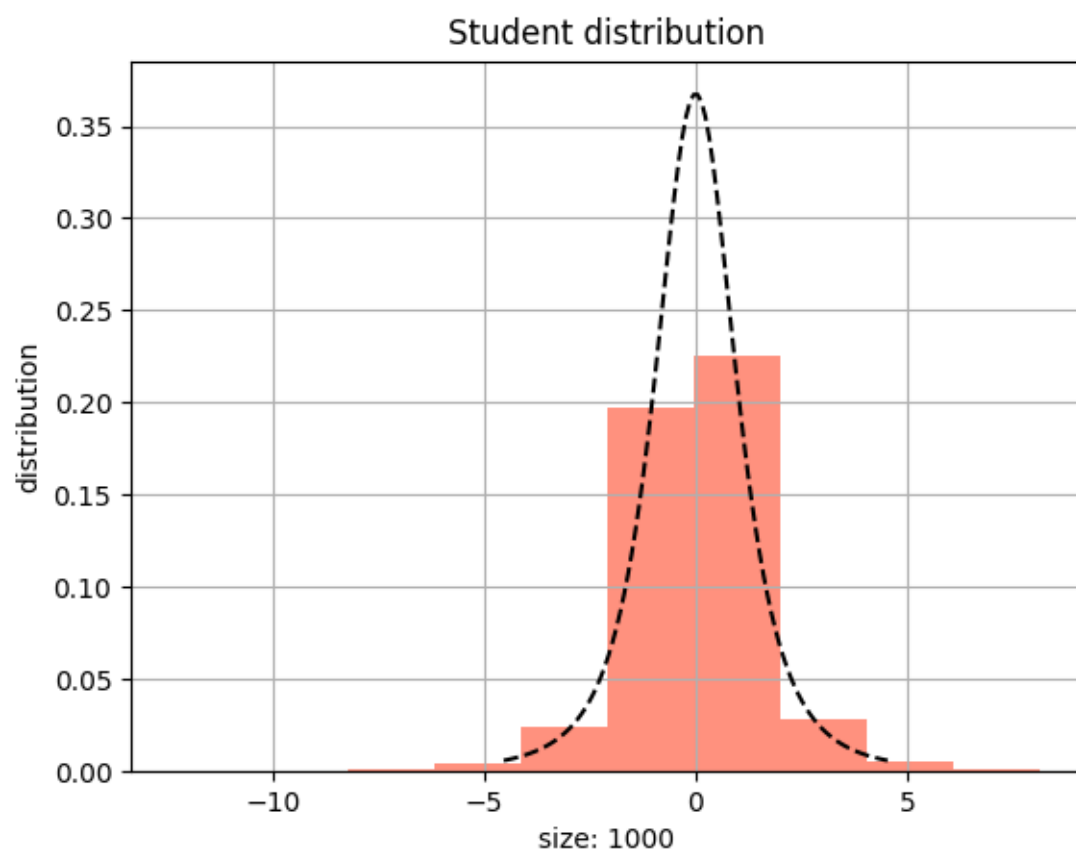


Рисунок 3.9. Распределение Стьюдента с мощностью выборки 1000

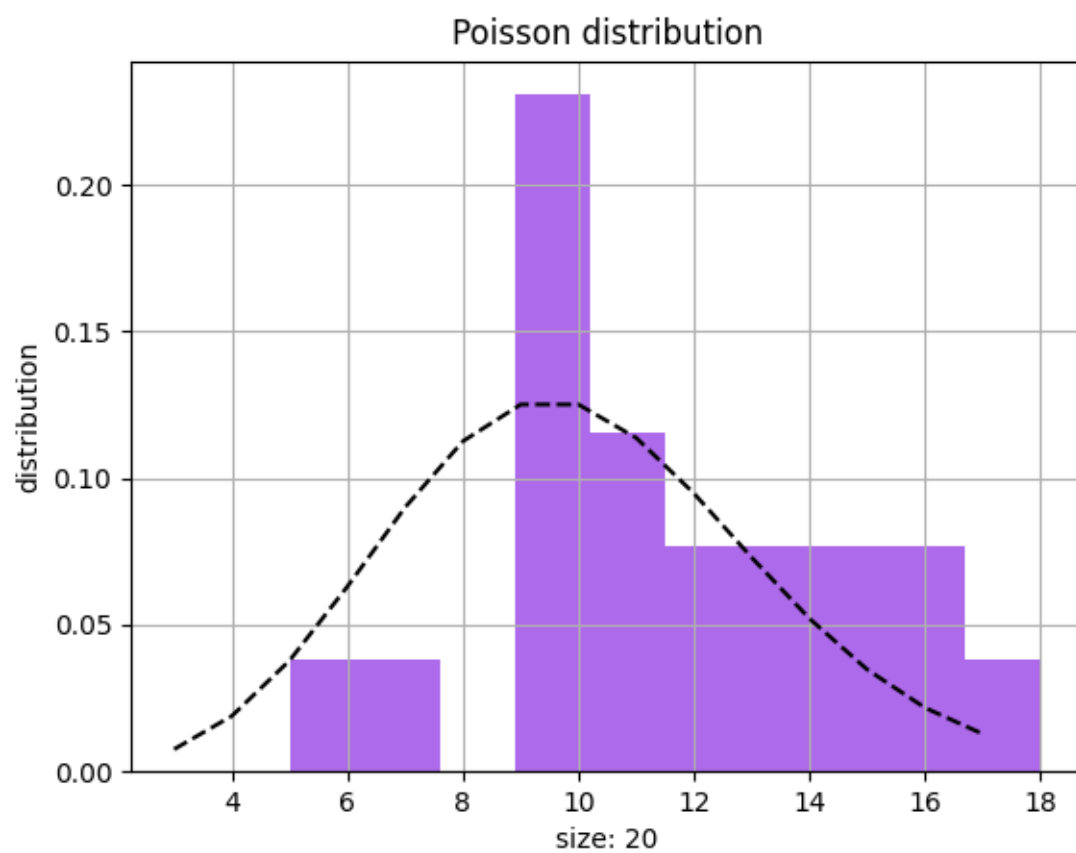


Рисунок 3.10. Распределение Пуассона с мощностью выборки 20

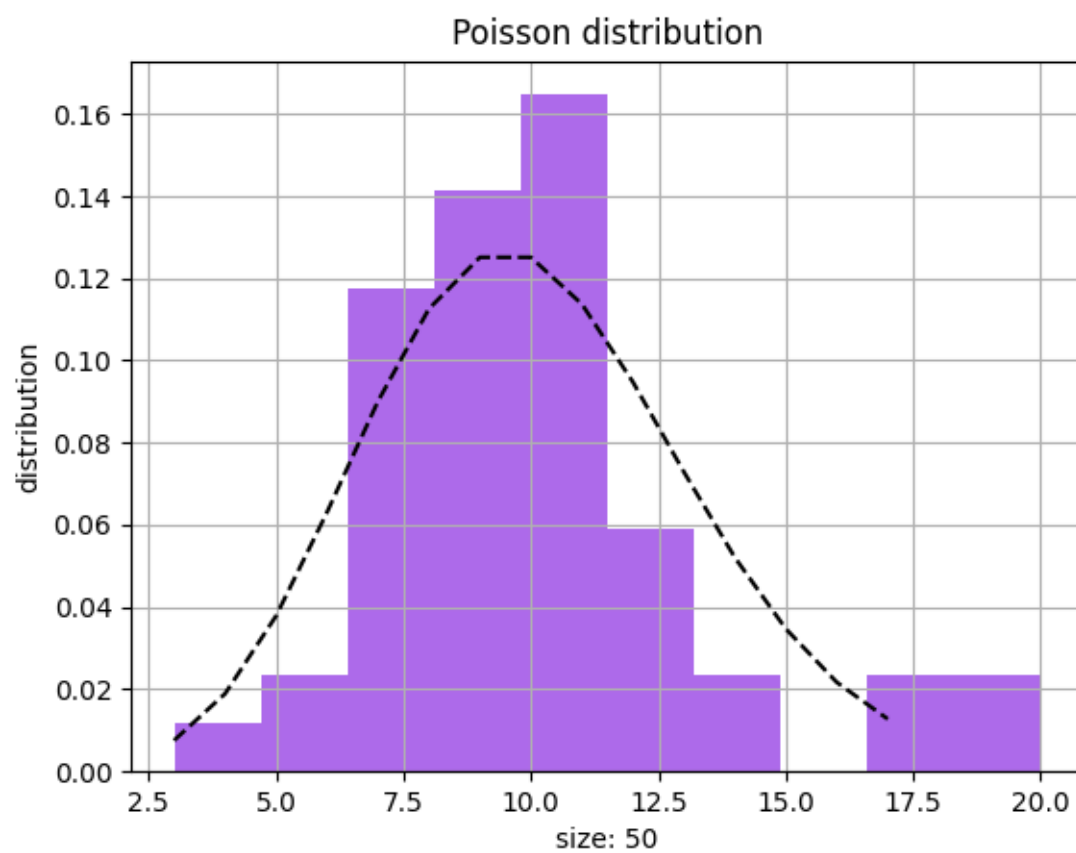


Рисунок 3.11. Распределение Пуассона с мощностью выборки 50

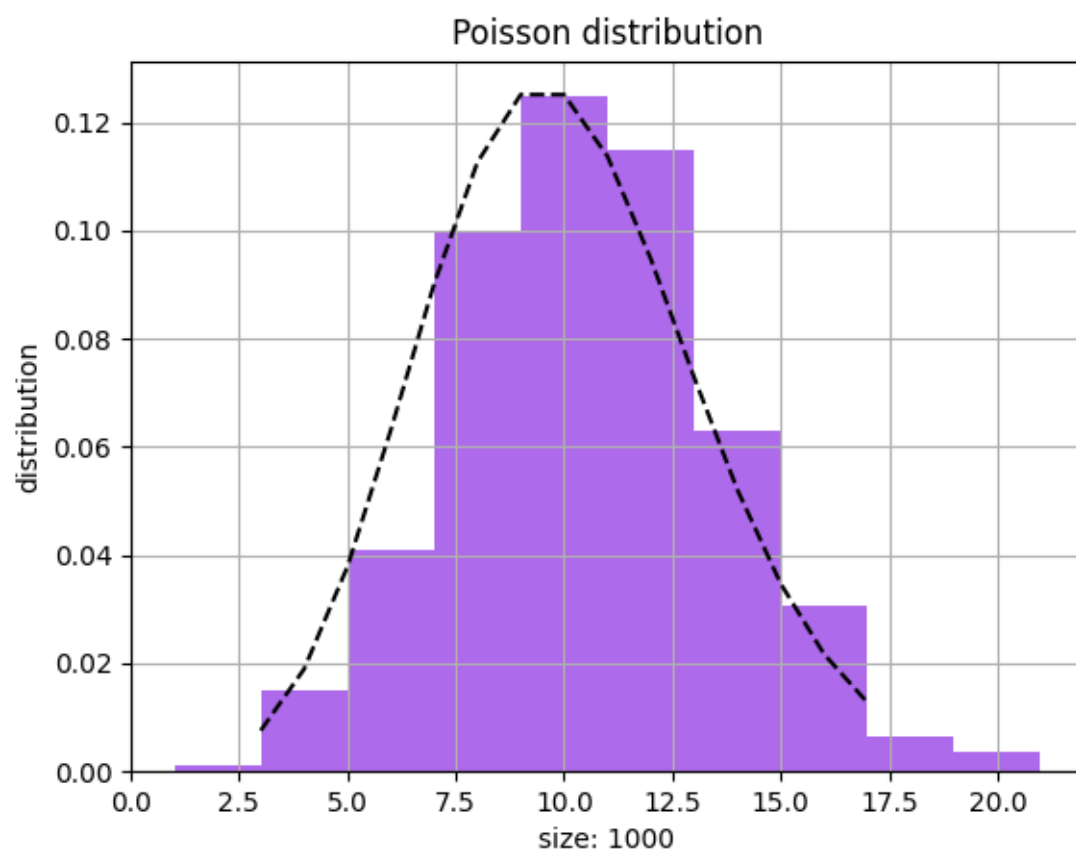


Рисунок 3.12. Распределение Пуассона с мощностью выборки 1000



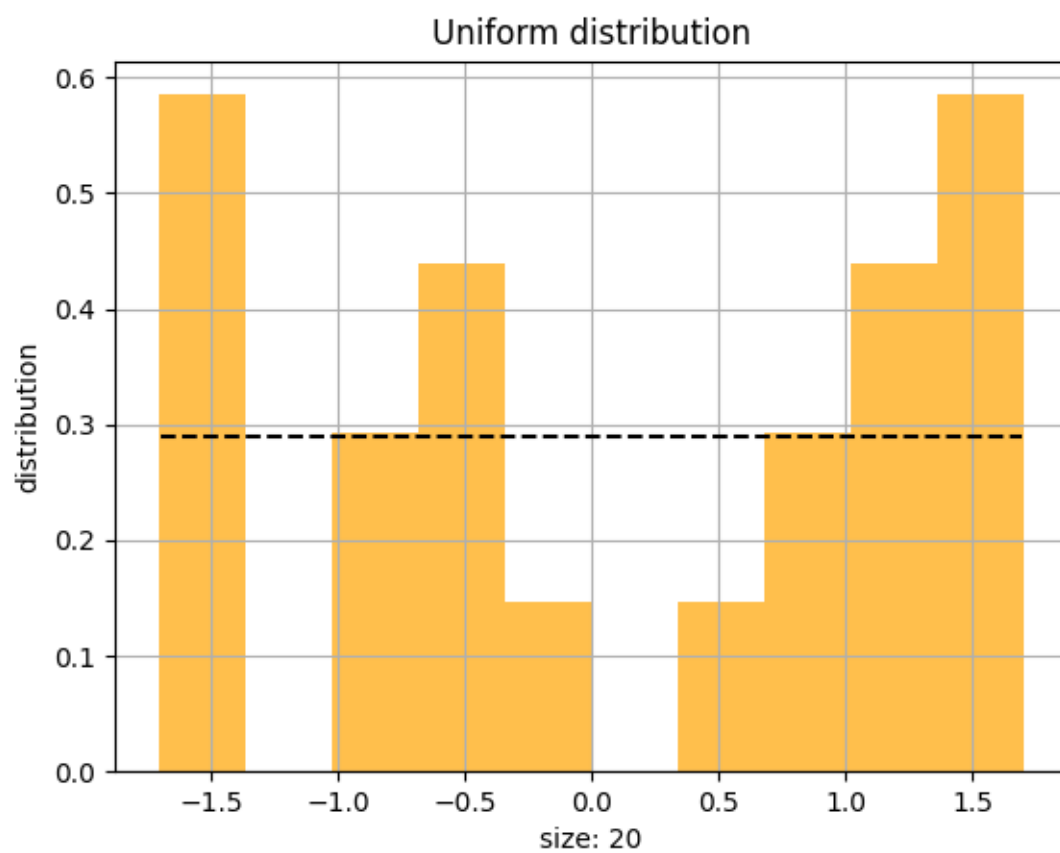


Рисунок 3.13. Равномерное распределение с мощностью выборки 20

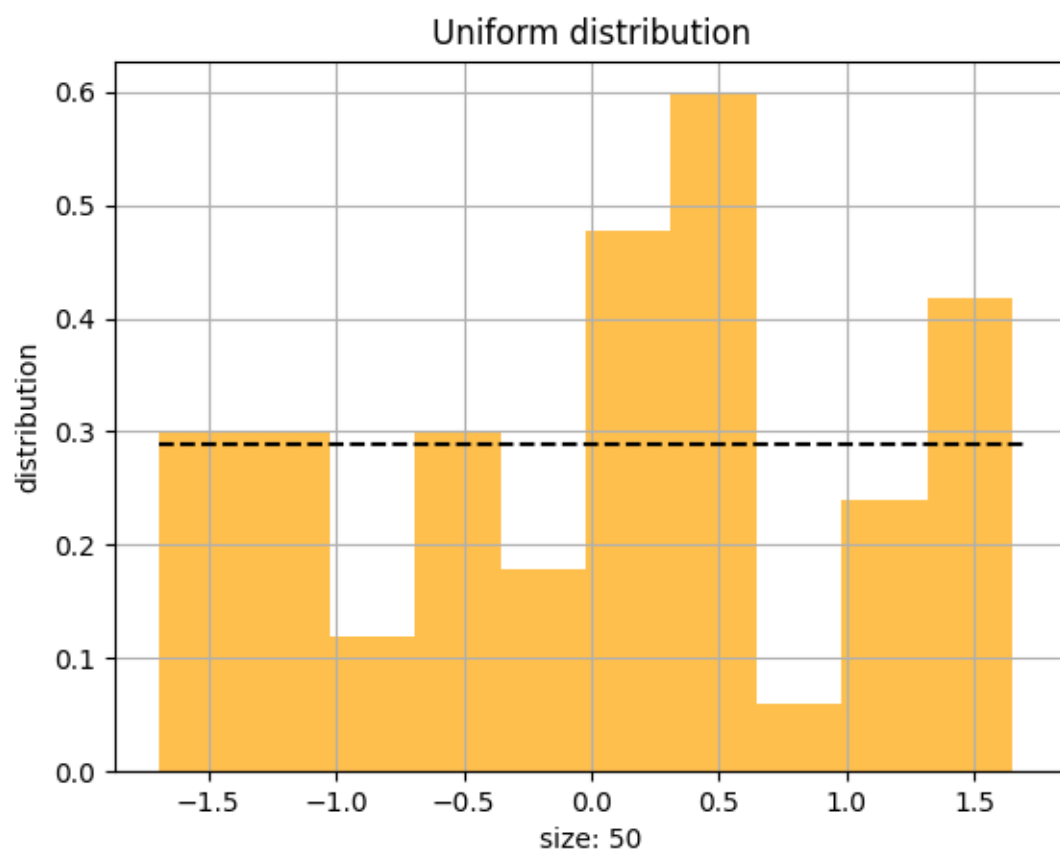


Рисунок 3.14. Равномерное распределение с мощностью выборки 50

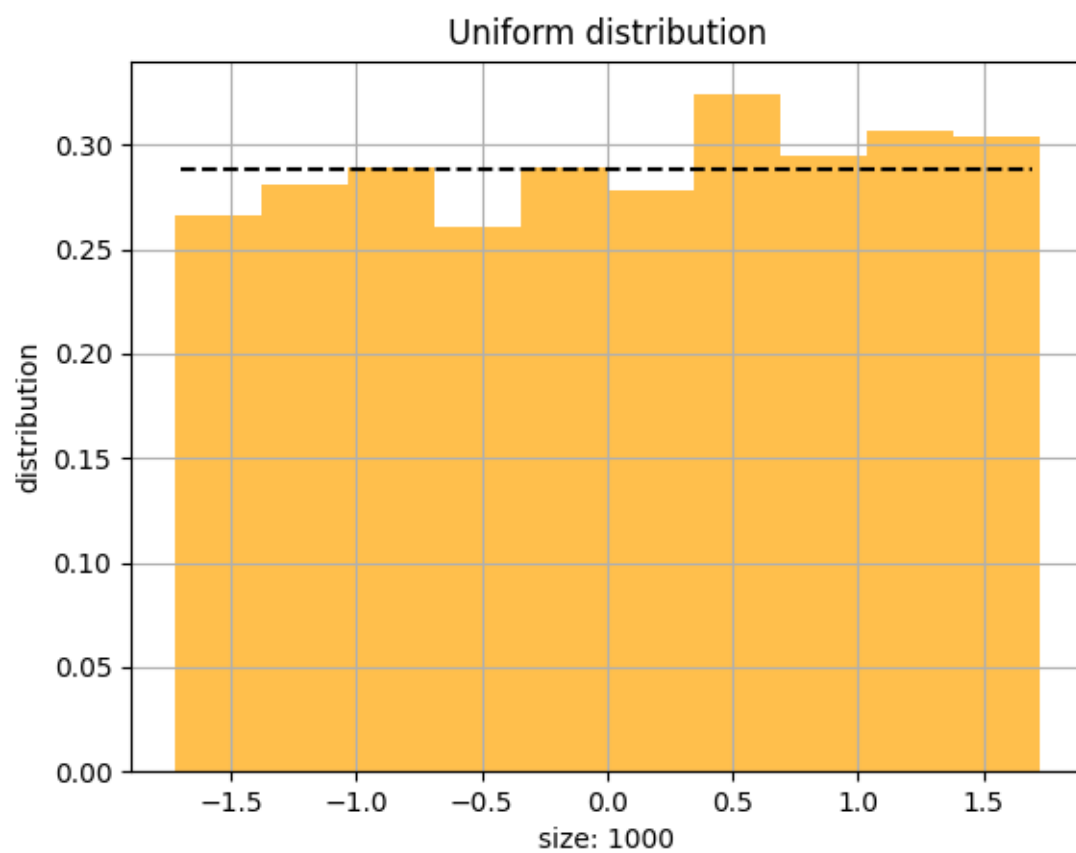


Рисунок 3.15. Равномерное распределение с мощностью выборки 1000

## 4. Характеристики положения и рассеяния

	x	$medx$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
n = 10					
$E(z)$	-0.003	-0.009	0.004	0.311	0.268
$D(z)$	0.101	0.138	0.182	0.126	0.117
n = 100					
$E(z)$	0.003	0.006	-0.010	0.015	0.029
$D(z)$	0.010	0.017	0.092	0.012	0.012
n = 1000					
$E(z)$	0.000505	0.000861	-0.005829	0.001809	0.003526
$D(z)$	0.001001	0.001546	0.061285	0.001240	0.001208

Таблица 4.1

**Таблица характеристик для нормального распределения**

	x	$medx$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
n = 10					
$E(z)$	0.263	0.015	1.235	1.152	0.708
$D(z)$	326.419	0.309	7957.822	7.738	1.571
n = 100					
$E(z)$	-0.625	0.005	-31.900	0.034	0.044
$D(z)$	315.737	0.026	769006.729	0.053	0.028
n = 1000					
$E(z)$	-0.975851	-0.001068	-471.841774	0.001362	0.003156
$D(z)$	577.154552	0.002354	142342868.075401	0.004851	0.002458

Таблица 4.2

**Таблица характеристик для распределения Коши**

	x	$medx$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
n = 10					
$E(z)$	-0.003	-0.009	0.004	0.311	0.268
$D(z)$	0.101	0.138	0.182	0.126	0.117
n = 100					
$E(z)$	0.003	0.006	-0.010	0.015	0.029
$D(z)$	0.010	0.017	0.092	0.012	0.012
n = 1000					
$E(z)$	0.000505	0.000861	-0.005829	0.001809	0.003526
$D(z)$	0.001001	0.001546	0.061285	0.001240	0.001208

Таблица 4.3

**Таблица характеристик для распределения Стьюдента**

	x	$medx$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
n = 10					
$E(z)$	10.020	9.886	10.325	10.951	10.793
$D(z)$	1.059	1.538	1.915	1.411	1.316
n = 100					
$E(z)$	9.993	9.840	10.911	9.970	9.942
$D(z)$	0.098	0.216	0.869	0.163	0.125
n = 1000					
$E(z)$	10.006251	9.998113	11.666532	9.994541	9.869122
$D(z)$	0.010175	0.001996	0.630028	0.004223	0.011241

Таблица 4.4

**Таблица характеристик для распределения Пуассона**

	x	$medx$	$z_R$	$z_Q$	$z_{tr}$
n = 10					
$E(z)$	0.016	0.023	-0.001	0.330	0.331
$D(z)$	0.102	0.239	0.044	0.131	0.158
n = 100					
$E(z)$	0.004	0.010	-0.001	0.023	0.040
$D(z)$	0.010	0.029	0.001	0.014	0.019
n = 1000					
$E(z)$	0.002147	0.004821	3e-06	0.004058	0.006161
$D(z)$	0.001008	0.002881	5e-06	0.001483	0.001964

Таблица 4.5

**Таблица характеристик для равномерного распределения**