

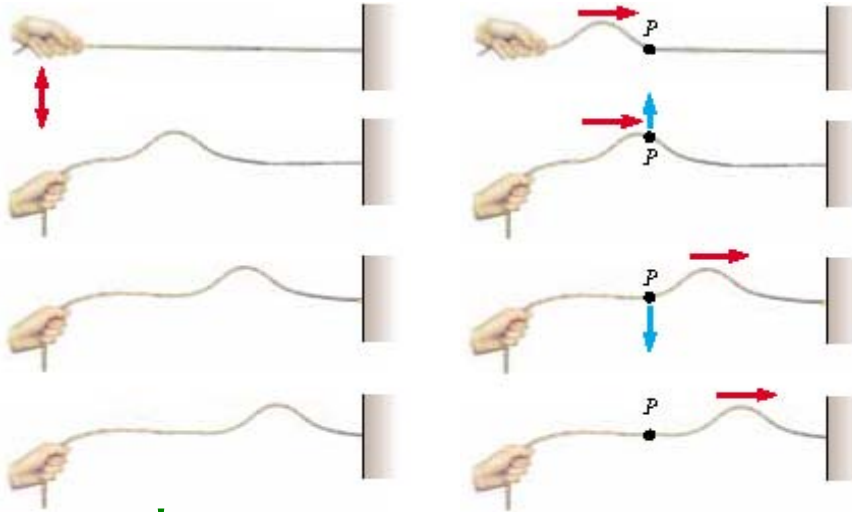
บทที่ 15

คลื่น และ เสียง

ดร.ทักษ์กมนต์ วิจิษณ์ธนาวุฒิ

คลื่นกล คลื่นกลทุกชนิดจะต้องอาศัยตัวกลางในการเคลื่อนที่
แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. **คลื่นตามขวาง** อนุภาคของตัวกลางจะสั่นตั้งฉากกับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น
เช่น คลื่นน้ำ คลื่นในเส้นเชือก



พิจารณาที่จุด P

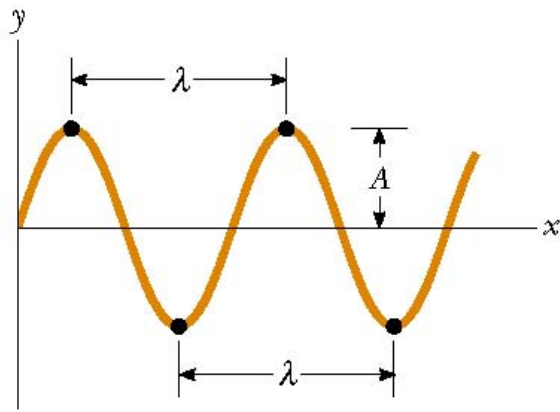
* ไม่ได้เคลื่อนที่ไปกับคลื่น

* สั่นตั้งฉากกับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น

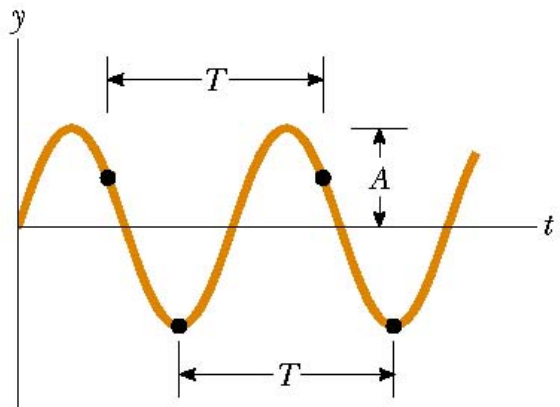
2. **คลื่นตามยาว** อนุภาคของตัวกลางสั่นขนานกับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น
เช่น คลื่นเสียง



สมบัติของคลื่น



(a)



(b)

- ความยาวคลื่น (λ)

คือ ระยะที่วัดจากจุดสูงสุดหนึ่งไปยังจุดสูงสุดที่อยู่ใกล้กัน

- แอมพลิจูด (A)

คือ การกระจัดสูงสุดของตัวกลาง

- คาบเวลา (T)

คือ เวลาที่คลื่นเคลื่อนที่ไปได้ 1 ความยาวคลื่น

- ความถี่ (f)

คือ จำนวนคลื่นที่ผ่านจุดๆหนึ่งในเวลา 1 วินาที

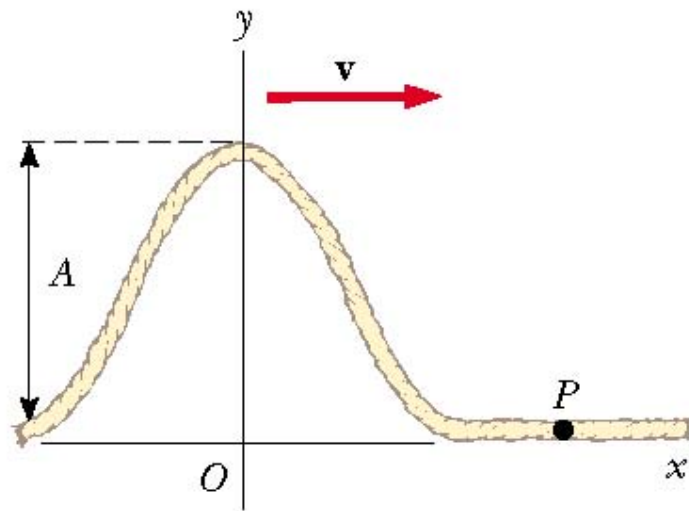
- อัตราเร็วของคลื่น (v)

คือ ระยะที่คลื่นเคลื่อนที่ไปใน 1 วินาที

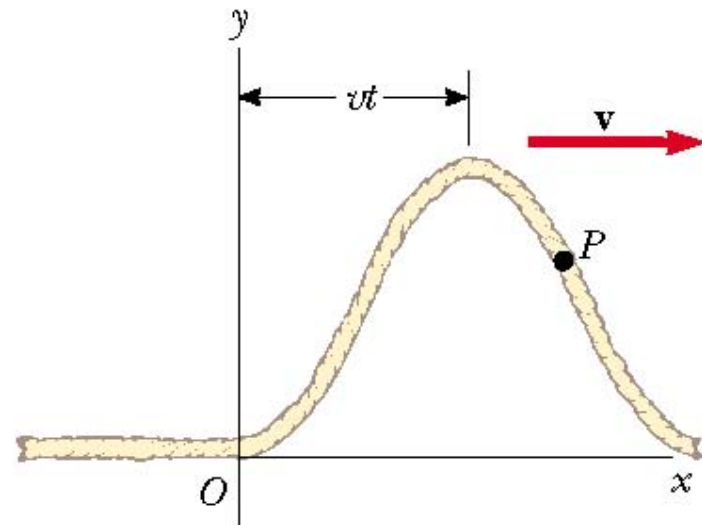
ความสัมพันธ์ระหว่าง อัตราเร็ว ความยาวคลื่น และความถี่ เป็นดังสมการ

$$v = f\lambda$$

ฟังก์ชันคลื่น (wave function)



(a) Pulse at $t=0$



(b) Pulse at time t

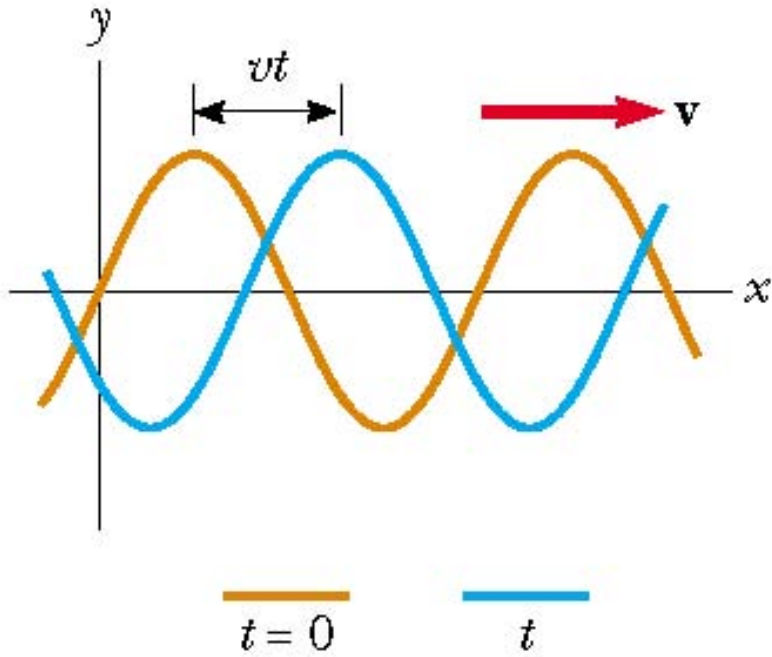
ที่เวลา $t=0$ จะได้ฟังก์ชันคลื่นดังนี้ $y(x,t) = f(x)$

ที่เวลา t ใดๆ คลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยระยะทาง vt

จะได้ฟังก์ชันคลื่นเป็น $y(x,t) = f(x-vt)$

ในทำนองเดียวกันถ้าคลื่นเคลื่อนที่ไปทางซ้ายจะได้ $y(x,t) = f(x+vt)$

คลื่นแบบไซน์ (sinusoidal waves)



ฟังก์ชันคลื่นไซน์ใน 1 มิติ คือ

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

เมื่อ เลขคลื่น $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

ความถี่เชิงมุม $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

และ ϕ คือ เฟสเริ่มต้น

และ จาก $v = f\lambda$ จะได้ $v = \frac{\omega}{k}$

จากฟังก์ชันคลื่นไซน์ เมื่อเฟสเริ่มต้นเป็นศูนย์ จะได้

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

ความเร็วของอนุภาคที่จุดใดๆ ของคลื่น คือ

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

ความเร่งของอนุภาค คือ

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t)$$

และสมการคลื่น คือ

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

ตัวอย่าง คลื่น sinusoidal ขบวนหนึ่งเคลื่อนที่ไปทางแกน +x โดยมีการกระจัดสูงสุดของตัวกลางเท่ากับ 15 cm ความยาวคลื่น 40 cm และความถี่ 8 Hz และเมื่อเวลา $t=0$ การกระจัดของคลื่นเท่ากับศูนย์แต่การกระจัดของตัวกลางเท่ากับ 15 cm จงหา

(a) คาบ ความถี่เชิงมุม เลขคลื่น และความเร็วของคลื่น

(b) ฟังก์ชันคลื่น

วิธีทำ

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{40.0 \text{ cm}} = 0.157 \text{ rad/cm}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8.00 \text{ s}^{-1}} = 0.125 \text{ s}$$

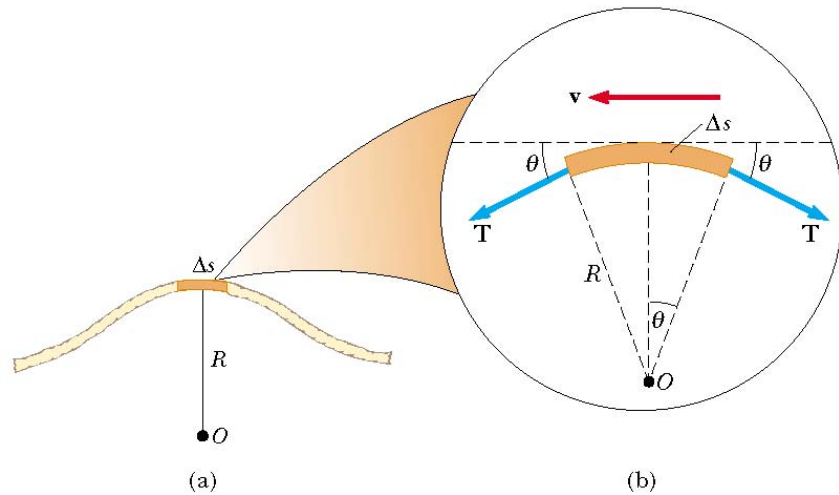
$$\omega = 2\pi f = 2\pi(8.00 \text{ s}^{-1}) = 50.3 \text{ rad/s}$$

$$v = \lambda f = (40.0 \text{ cm})(8.00 \text{ s}^{-1}) = 320 \text{ m/s}$$

$$y = A \sin(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$y = (15.0 \text{ cm}) \cos(0.157x - 50.3t)$$

อัตราเร็วคลื่นในเส้นเชือก



จากรูป $F_r = 2T \sin \theta \approx 2T\theta$

ให้ μ คือ มวลต่อความยาวเชือก $\equiv \frac{m}{\Delta s}$

ดังนั้น $m = \mu \Delta s = 2\mu R\theta$

จากกฎข้อสองของนิวตัน จะได้ $F_r = ma_r = m \frac{v^2}{R}$

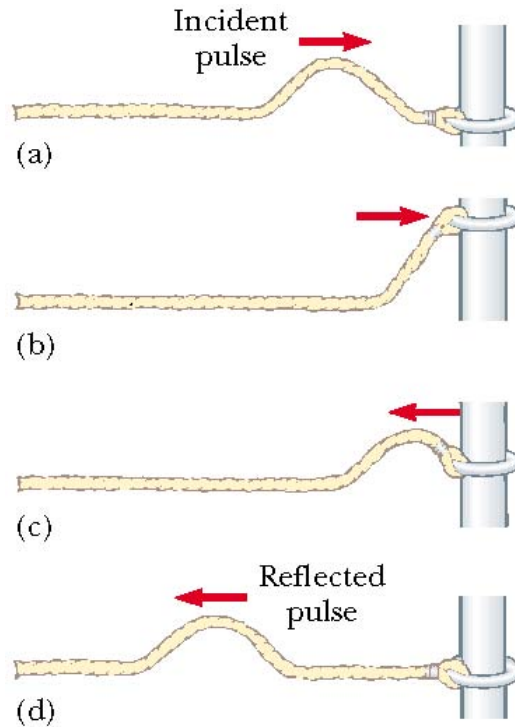
และ $v^2 = \frac{F_r R}{m} = \frac{2T\theta R}{2\mu R\theta} = \frac{T}{\mu}$

จะได้ อัตราเร็วคลื่นในเส้นเชือก

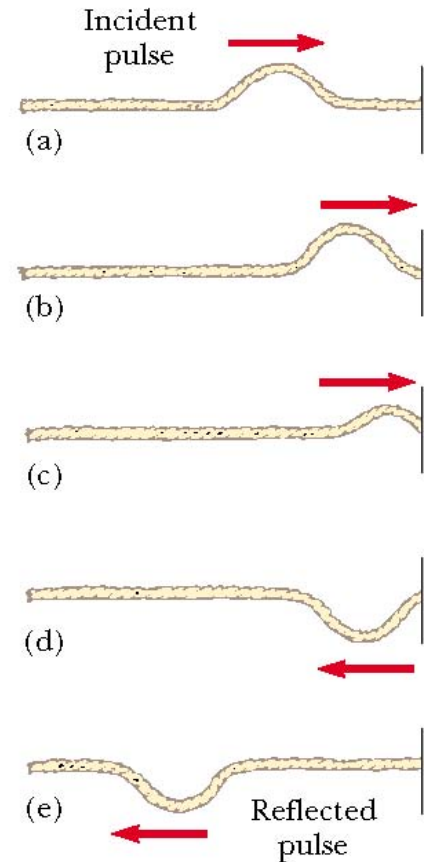
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

การสะท้อนของคลื่น

ปลายอิสระ



ปลายตรึง



คลื่นสะท้อนจากปลายอิสระเหมือนคลื่นตกกระทบ แต่ทิศทางตรงกันข้าม

คลื่นสะท้อนจากปลายตรึงมีการเปลี่ยนเฟสไป 180 องศา

หลักการซ้อนกันของคลื่น

ถ้าคลื่นตั้งแต่สองคลื่นหรือมากกว่า สามารถเคลื่อนที่ผ่านที่แห่งเดียวกันได้โดยไม่ขึ้นต่อกัน สามารถหาคลื่นลัพธ์ที่เกิดจากการแทรกสอดของคลื่นทั้งหมดได้เป็น

$$y = y_1 + y_2 + y_3 + \dots$$

เช่น กำหนดให้ $y_1 = A \sin(kx - \omega t + \phi_1)$

$$y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi_2)$$

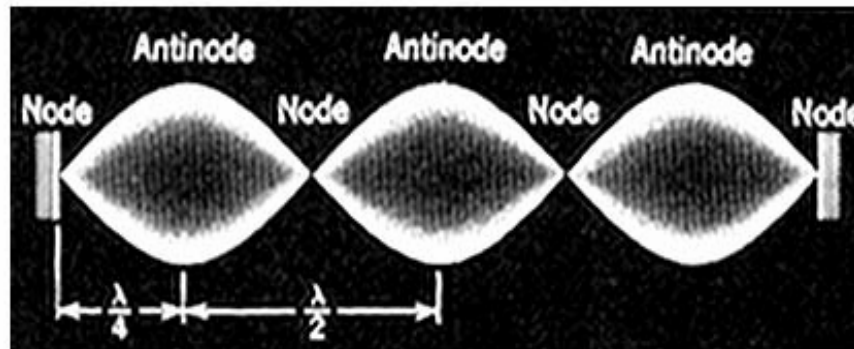
จะได้คลื่นลัพธ์ $y = \left[2A \cos\left(\frac{1}{2} \Delta\phi\right) \right] \sin\left[kx - \omega t + \frac{\phi_2 + \phi_1}{2}\right]$

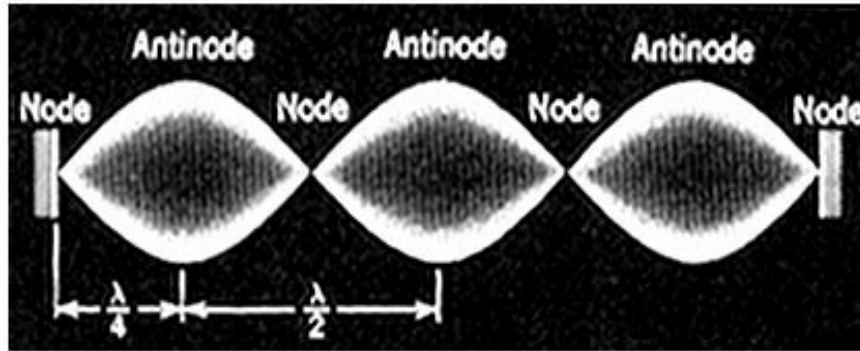
คลื่นนิ่ง (Standing waves)

คลื่นนิ่ง เกิดจากคลื่น 2 ขบวนที่มีความยาวคลื่น ความเร็ว และแอมพลิจูดเท่ากัน เคลื่อนที่สวนทางกันในตัวกลางเดียวกัน

คลื่นทั้งสองจะรวมกันโดยการแทรกสอด ตำแหน่งที่แทรกสอดแบบเสริมกันมากที่สุด เรียกว่า ตำแหน่งปฏิบัพ (antinode) และ ตำแหน่งที่แทรกสอดแบบหักล้างกันมากที่สุด เรียกว่า ตำแหน่งบัพ (node)

ตัวอย่างเช่น คลื่นนิ่งบนเส้นเชือกที่ขึงตรึงที่ปลายทั้งสองข้าง





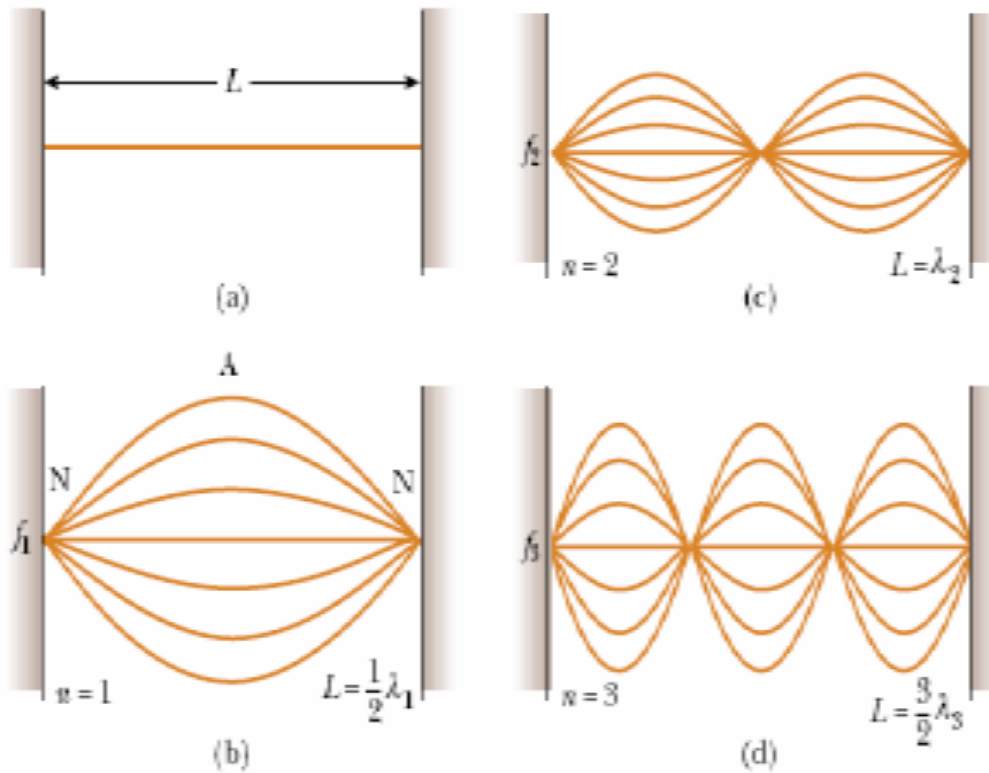
ตำแหน่งของ ปฏิบั๊พ (antinode) คือ

$$x_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

ตำแหน่งของ บั๊พ (node) คือ

$$x_n = \frac{n\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

ระยะห่างระหว่างจุดบั๊พเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นเช่นเดียวกันกับจุดปฏิบั๊พ



พิจารณาคี่หนึ่งนึ่งในเส้นเชือก ที่ปลายทั้งสองของเชือกเป็นจุดบัพ
และเชือกยาว L จะได้

$$L = \frac{n\lambda_n}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

เมื่อ n คือ จำนวนลูป (loop)

จาก $v = f\lambda$ จะได้

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ความถี่ f_n นี้เรียกว่า ความถี่ตามธรรมชาติ (Natural Frequency)

โดยความถี่ตามธรรมชาติต่ำสุด เรียกว่า ความถี่มูลฐาน

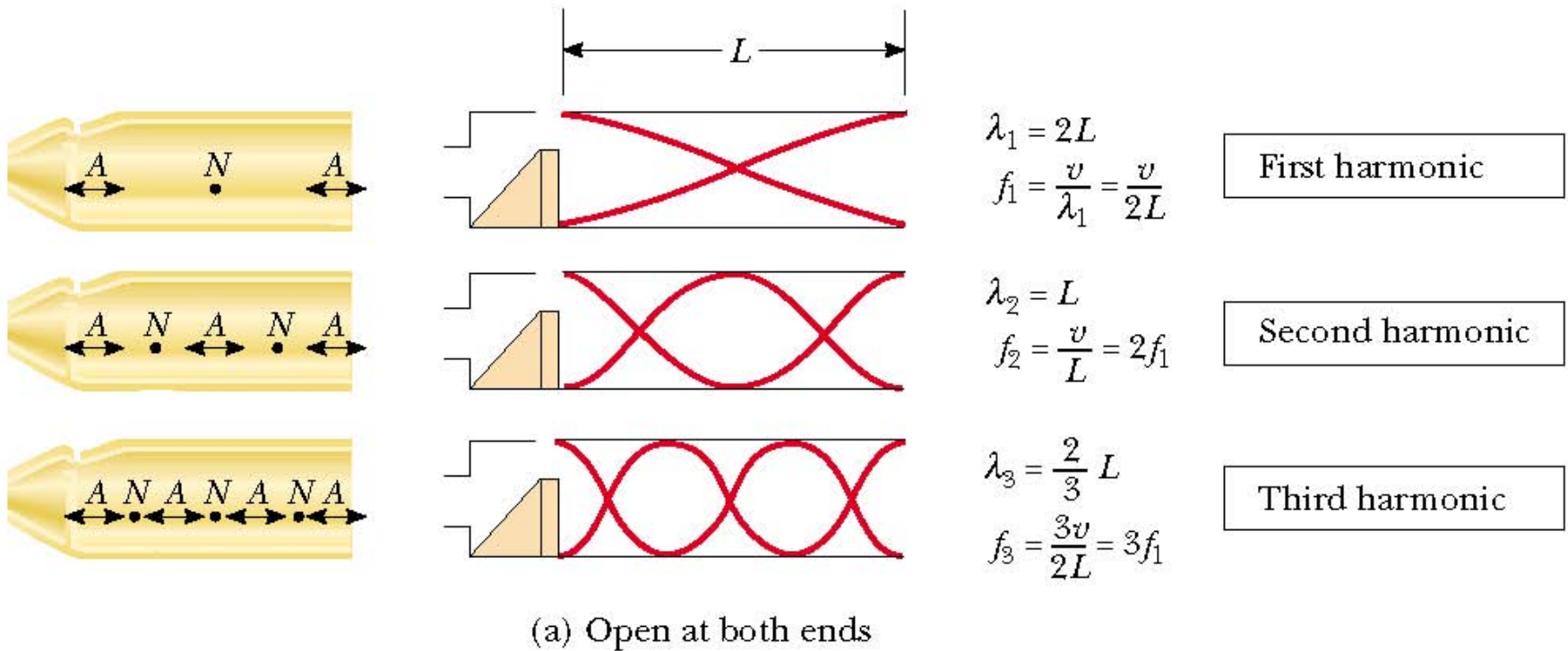
เมื่ออัตราเร็วของคลื่นในเส้นเชือก คือ $v = \sqrt{T / \mu}$ จะได้

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ถ้า $n=1$ จะเรียกว่า ฮาร์โมนิกที่ 1 และ $n=2$ เรียกว่า ฮาร์โมนิกที่ 2 เป็นต้น

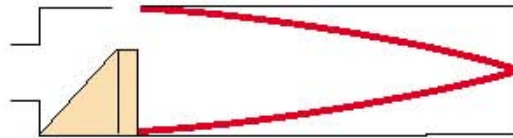
คลื่นนิ่งในท่ออากาศ

ท่อปลายเปิดทั้ง 2 ข้าง



$$f_n = n \frac{v}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

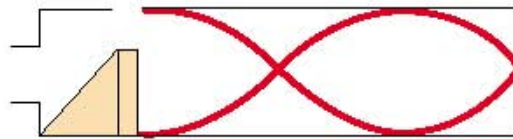
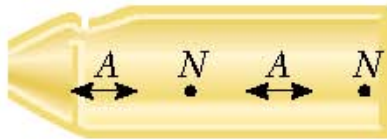
ท่อปลายเปิดข้าง-ปลายปิดข้าง



$$\lambda_1 = 4L$$

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L}$$

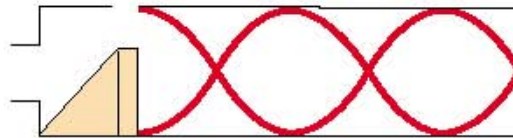
First harmonic



$$\lambda_3 = \frac{4}{3} L$$

$$f_3 = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$

Third harmonic



$$\lambda_5 = \frac{4}{5} L$$

$$f_5 = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$

Fifth harmonic

(b) Closed at one end, open at the other

$$f_n = n \frac{v}{4L} \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

ตัวอย่าง คลื่น 2 ขบวนเคลื่อนที่ในทิศทางตรงกันข้ามทำให้เกิดคลื่นนิ่ง โดยแต่ละคลื่นเป็นดังนี้

$$y_1 = (4.0 \text{ cm}) \sin(3.0x - 2.0t)$$

$$y_2 = (4.0 \text{ cm}) \sin(3.0x + 2.0t)$$

ในที่นี้ x และ y มีหน่วยเป็นเซนติเมตร

(ก) จงหาการกระจัดสูงสุดของการเคลื่อนที่ที่ $x=2.3$ เซนติเมตร

(ข) จงหาตำแหน่งของบัพ และ ปฏิบัพ

วิธีทำ (ก) หาค้นคลื่นลัพธ์จาก

$$y = y_1 + y_2$$

$$y = (4.0 \text{ cm}) \sin(3.0x - 2.0t) + (4.0 \text{ cm}) \sin(3.0x + 2.0t)$$

$$y = (4.0 \text{ cm}) [\sin(3.0x - 2.0t) + \sin(3.0x + 2.0t)]$$

จาก $\sin A + \sin B = 2 \sin \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right)$

จะได้

$$y = (4.0 \text{ cm}) \left[2 \sin \left(\frac{3x - 2t + 3x + 2t}{2} \right) \cos \left(\frac{3x - 2t - 3x - 2t}{2} \right) \right]$$

$$y = (8.0 \text{ cm}) \sin 3x \cos(-2t)$$

$$y = [(8.0 \text{ cm}) \sin 3x] \cos 2t$$

ที่ $x=2.3$ เซนติเมตร จะได้การกระจัดสูงสุดเท่ากับ

$$\begin{aligned} y_{\max} &= (8.0 \text{ cm}) \sin(3.0 \times 2.3 \text{ cm}) \\ &= (8.0 \text{ cm}) \sin(6.9 \text{ rad}) \\ &= 4.6 \text{ cm} \end{aligned}$$

(ข) $k = 2\pi/\lambda = 3 \text{ rad/cm}$ นั่นคือ $\lambda = 2\pi/3$ เซนติเมตร
ดังนั้นตำแหน่งปฏิบัพ คือ

$$x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{3} \text{ cm} \quad (n=1,2,3,\dots)$$

และตำแหน่งบัพ คือ

$$x_n = n \frac{\lambda}{2} = n \left(\frac{\pi}{3}\right) \text{ cm} \quad (n=1,2,3,\dots)$$

อัตราเร็วของคลื่นเสียงขึ้นกับสมบัติของตัวกลาง

- สมบัติความยืดหยุ่น (มอดุลัส)
- สมบัติเฉื่อย (ความหนาแน่น)

$$v = \sqrt{\frac{\text{Modulus}}{\text{density}}}$$

เช่น อัตราเร็วของคลื่นเสียง

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

และ อัตราเร็วคลื่นในเส้นเชือก

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

อัตราเร็วของคลื่นเสียงขึ้นกับอุณหภูมิ

สำหรับคลื่นเสียงในอากาศ

$$v = (331 \text{ m/s}) \sqrt{1 + \frac{T_c}{273^\circ\text{C}}}$$

ตัวอย่าง (ก) ถ้าเคาะปลายด้านหนึ่งของแท่งอลูมิเนียมด้วยค้อน จะเกิดคลื่นตามยาวที่แผ่ไปตามแท่งอลูมิเนียมด้วยอัตราเร็วเท่าใด ถ้าค่าโมดูลัสของยังของอลูมิเนียมเท่ากับ $7.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ และความหนาแน่นของอลูมิเนียมเท่ากับ $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

วิธีทำ จากสมการอัตราเร็วของคลื่นเสียงในโลหะ

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{7.0 \times 10^{10}}{2.7 \times 10^3}}$$

$$v = 5.1 \times 10^3 \quad \text{m/s}$$

ตอบ

(ข) ถ้าโมดูลัสเชิงปริมาตรของน้ำเท่ากับ $2.1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ และน้ำมีความหนาแน่นเท่ากับ 10^3 kg/m^3 จงหาอัตราเร็วของคลื่นเสียงในน้ำ

วิธีทำ จากสมการอัตราเร็วของคลื่นเสียงในของเหลว

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{2.1 \times 10^9}{10^3}}$$

$$v = 1.5 \times 10^3 \quad \text{m/s} \quad \text{ตอบ}$$

(ค) ถ้าอุณหภูมิของอากาศเท่ากับ 40 C อัตราเร็วของเสียงในอากาศจะเป็นเท่าไร

วิธีทำ จากสมการอัตราเร็วของคลื่นเสียงในอากาศ

$$v(t) \approx v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273}} \approx 331 + 0.6t$$

$$v (40 ^0\text{C}) = 331 + (0.6 \times 40) = 355 \quad \text{m/s}$$

ตอบ

การแทรกสอดของคลื่นเสียง

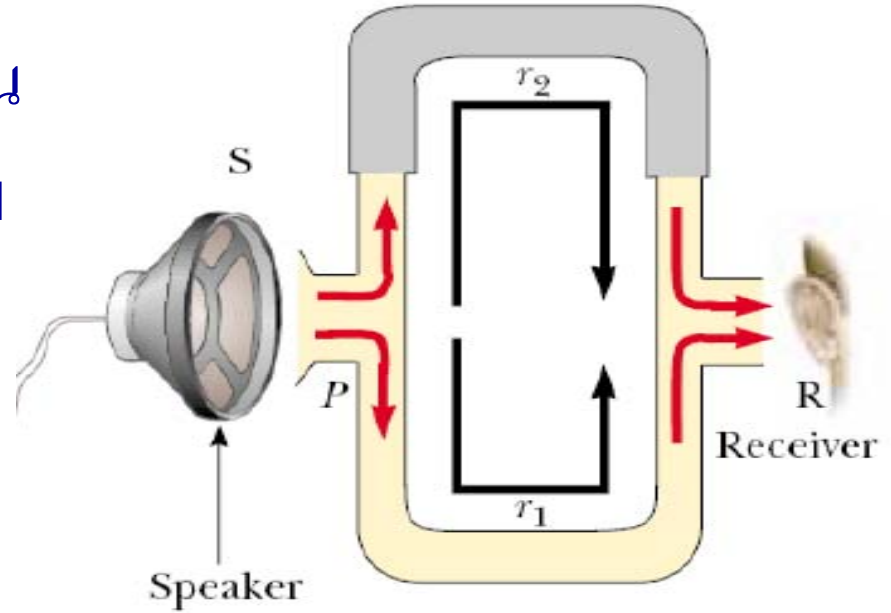
ถ้าคลื่นเสียงสองขบวนมารวมกัน เช่น
คลื่นเสียงตามแนว r_1 และ r_2 ในภาพ
จะเกิด

การแทรกสอดแบบเสริมกัน
(constructive interference) เมื่อ

$$\Delta r = (2n) \frac{\lambda}{2}$$

การแทรกสอดแบบหักล้าง
(destructive interference) เมื่อ

$$\Delta r = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$



Δr คือ ผลต่างวิถีของคลื่นทั้งสอง

λ คือ ความยาวคลื่น

n คือ จำนวนเต็ม

ความเข้มของคลื่นเสียง

ความเข้มเสียง (Intensity, I)

คือ กำลังเสียง (Power, \mathcal{P}) ต่อพื้นที่ที่รับเสียง (Area, A) $I = \frac{\mathcal{P}}{A}$

กำลังเสียง (Power, \mathcal{P})

คือ อัตราการถ่ายโอนพลังงาน (พลังงาน, E ต่อเวลา, t) $\mathcal{P} = \frac{dE}{dt}$

เมื่อ E คือพลังงานเชิงกลรวม $E = K + U = \frac{1}{2} \rho A (\omega s_{\max})^2 \lambda$

สามารถหาลำดับเสียงได้ ดังนี้

$$\mathcal{P} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E}{T} = \frac{1}{2} \rho A (\omega s_{\max})^2 \left(\frac{\lambda}{T} \right) = \frac{1}{2} \rho A v (\omega s_{\max})^2$$

ความเข้มเสียง ในรูปของตัวแปรต่างๆ คือ

$$I = \frac{\mathcal{P}}{A} = \frac{1}{2} \rho v (\omega s_{\max})^2 = \frac{P_{\max}^2}{2\rho v} = \frac{P_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

โดย ρ คือ ความหนาแน่นของตัวกลาง

v คือ อัตราเร็วเสียง

ω คือ ความถี่เชิงมุมของคลื่นเสียง

s_{\max} คือ แอมพลิจูดของคลื่น

P_{\max} คือ แอมพลิจูดของความดัน

$$P_{\max} = \rho v \omega s_{\max} = BkA$$

เมื่อ k คือ เลขคลื่น

B คือ บัลค์โมดูลัส

ตัวอย่าง แหล่งกำเนิดคลื่นเสียงที่เป็นจุด ให้กำเนิดคลื่นเสียงที่มีกำลังเฉลี่ย 80.0 W จงคำนวณหา

(a) ความเข้มเสียงที่ระยะห่าง 3.00 m จากแหล่งกำเนิดคลื่นเสียง

$$I = \frac{\mathcal{P}}{A} = \frac{\mathcal{P}}{4\pi r^2} = \frac{80.0 \text{ W}}{4\pi(3.00 \text{ m})^2} = 0.707 \text{ W/m}^2$$

(b) ระยะห่างจากแหล่งกำเนิดคลื่นเสียงที่ทำให้เกิดความเข้มเสียง $1.00 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$

$$r = \sqrt{\frac{\mathcal{P}}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{80.0 \text{ W}}{4\pi(1.00 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2)}} = 2.52 \times 10^4 \text{ m}$$

ระดับเสียงในหน่วยเดซิเบล

เนื่องจากความเข้มเสียงที่มนุษย์สามารถได้ยินหรือความดังนั้น
ครอบคลุมช่วงความเข้มที่กว้างมาก จึงสะดวกกว่าที่จะพิจารณาโดยใช้
มาตราส่วนลอการิทึม (Logarithmic)

ระดับเสียง β มีนิยาม คือ

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

เมื่อ $I_0 = 1.00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$

หน่วยของระดับเสียง คือ เดซิเบล (decibel , dB)

ระดับเสียงบอกถึงความดังของเสียงเช่นเดียวกับความเข้มเสียง

ตัวอย่าง เครื่องจักรกลสองเครื่องอยู่ห่างจากคนงานเป็นระยะทางเท่าๆกัน คนงานวัดความเข้มเสียงของเครื่องจักรกลแต่ละเครื่องได้เท่ากับ $2.00 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$ จงหา

(a) เมื่อให้เครื่องจักรกลทำงานเพียงเครื่องเดียว ระดับเสียงที่เกิดขึ้นมีค่ากี่เดซิเบล

$$\begin{aligned}\beta_1 &= 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \\ &= 10 \log \left(\frac{2.00 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2}{1.00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 10 \log(2.00 \times 10^5) = 53 \text{ dB}\end{aligned}$$

(b) เมื่อให้เครื่องจักรกลทั้งสองเครื่องทำงานพร้อมๆกัน ระดับเสียงที่เกิดขึ้นมีค่ากี่เดซิเบล

$$\begin{aligned}\beta_2 &= 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \\ &= 10 \log \left(\frac{4.00 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2}{1.00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 10 \log(4.00 \times 10^5) = 56 \text{ dB}\end{aligned}$$

(c) ถ้าต้องการให้ความดังมีค่าเป็นสองเท่าต้องใช้เครื่องจักรกลจำนวนกี่เครื่อง

$$10 = \beta_2 - \beta_1$$

$$10 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_0} \right) - 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right)$$

$$10 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right)$$

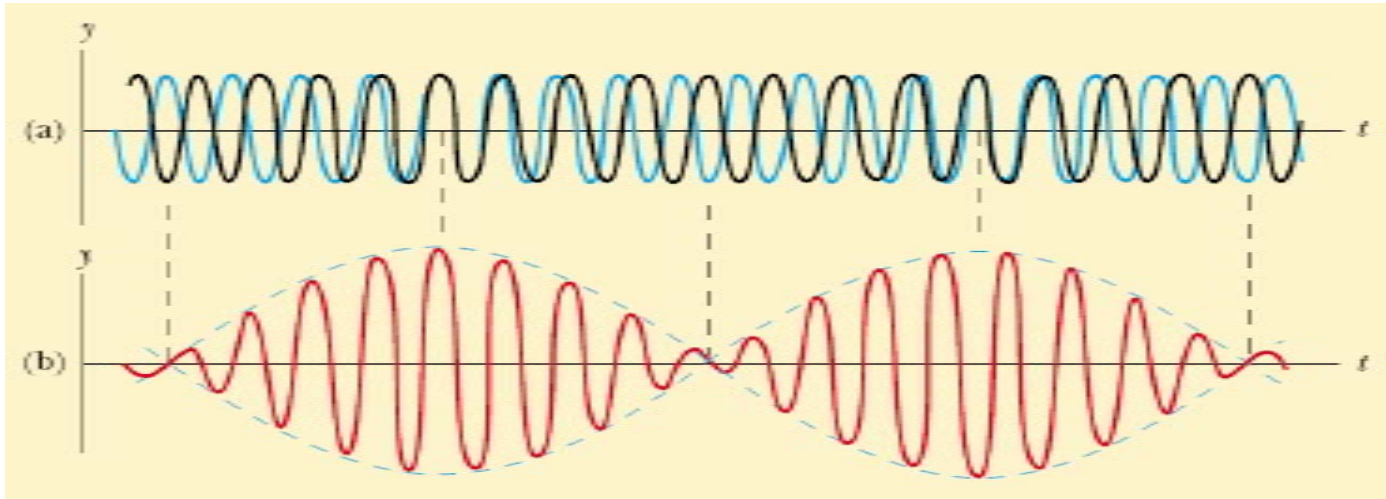
$$\log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) = 1$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 10$$

$$I_2 = 10I_1$$

ดังนั้นต้องใช้เครื่องจักร 10 เครื่องจึงจะมีความดังเป็นสองเท่าของเครื่องเดียว

บีต (Beat)



การเกิดบีต เป็นปรากฏการณ์จากการแทรกสอดของคลื่นเสียง 2 ขบวน ที่มีความถี่ต่างกันเล็กน้อย และเคลื่อนที่อยู่ในแนวเดียวกันเกิดการรวมเป็นคลื่นเดียวกัน คลื่นลัพธ์มีการแปรของแอมพลิจูดที่มีลักษณะเป็นคาบ เป็นผลทำให้เกิดเสียงดังเสียงค่อยสลับกันไปด้วยความถี่ค่าหนึ่ง

ความถี่บีต (Beat Frequency) หาได้จาก

$$f_{\text{beat}} = |f_1 - f_2|$$

ตัวอย่าง สายเปียโนที่เหมือนกันทุกประการจำนวน 2 เส้น แต่ละเส้นมีความยาว 0.750 เมตร และถูกตึงสายให้มีความถี่ 440 Hz จากนั้นได้เพิ่มแรงตึงในสายเปียโนเส้นหนึ่งให้มีความถี่เพิ่มขึ้น 1.0 % ถ้าทำให้สายเปียโนนี้สั่นพร้อมๆ กัน ความถี่บีตที่เกิดขึ้นมีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ $T_2 = 1.01T_1$

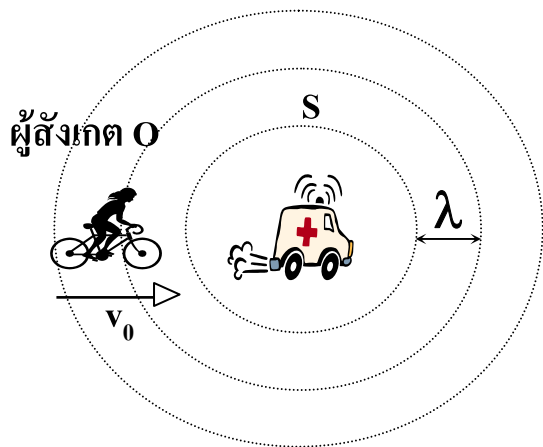
จาก
$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{(v_2/2L)}{(v_1/2L)} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{T_2/\mu}}{\sqrt{T_1/\mu}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{1.01T_1}{T_1}} = 1.005$$

$$f_2 = 1.005f_1 = 1.005(440 \text{ Hz}) = 442 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{beat}} = 442 - 440 = 2 \text{ Hz}$$

ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ (The Doppler Effect)

กรณี 1 ผู้สังเกตเคลื่อนที่เข้าหาต้นกำเนิดเสียงที่อยู่นิ่ง



ผู้สังเกต O เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v_0 ตรงเข้าหาต้นกำเนิดคลื่น S ซึ่งอยู่นิ่ง ผู้สังเกตจะได้ยินเสียงที่มีความถี่ f' ซึ่งมากกว่าความถี่ปกติของเสียงจากต้นกำเนิด

$$f' = \frac{v + v_0}{v / f} = f \left(1 + \frac{v_0}{v} \right)$$

เมื่อ v_0 คือ อัตราเร็วของผู้สังเกต

v คือ อัตราเร็วเสียงของต้นกำเนิดเสียง

f' คือ ความถี่ที่ผู้สังเกตได้ยิน

f คือ ความถี่ของต้นกำเนิดเสียง

นั่นคือ ผู้สังเกตจะได้รับคลื่นเสียงที่มีความถี่ต่ำกว่าปกติ

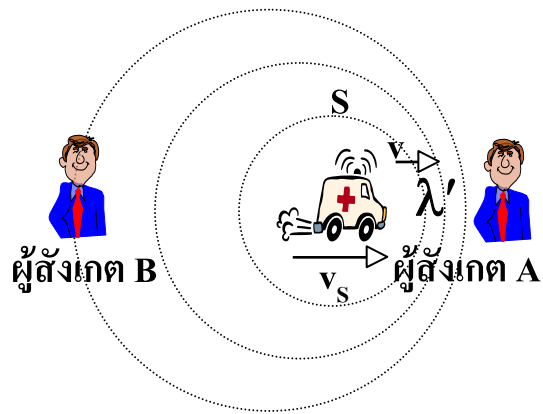
กรณี 2 ผู้สังเกตเคลื่อนที่ออกจากแหล่งกำเนิดเสียงที่อยู่นิ่ง

$$f' = \frac{v - v_0}{v / \lambda} = f \left(1 - \frac{v_0}{v} \right)$$

นั่นคือ ผู้สังเกตจะได้รับคลื่นเสียงที่มีความถี่ต่ำกว่าปกติ

เมื่อรวมกรณีที่ 1 และ 2 เข้าด้วยกัน จะได้

$$f' = f \left(1 \pm \frac{v_0}{v} \right)$$



กรณี 3 ต้นกำเนิดเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกตที่อยู่นิ่ง

$$f' = f \left(\frac{v}{v - v_s} \right)$$

เมื่อต้นกำเนิดเสียง S เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v_s ตรงเข้าหาผู้สังเกต A และหนีห่างจากผู้สังเกต B ซึ่งต่างอยู่นิ่ง ผู้สังเกต A จะได้ยินเสียงที่มีความถี่สูงกว่าปกติ ในขณะที่ผู้สังเกต B จะได้ยินเสียงที่มีความถี่ต่ำกว่าปกติ

เมื่อ f' คือ ความถี่ที่ผู้สังเกตได้ยิน

f คือ ความถี่จากต้นกำเนิดเสียง

v คือ อัตราเร็วเสียงในอากาศ

v_s คือ อัตราเร็วของต้นกำเนิดเสียง

นั่นคือ ผู้สังเกตจะได้รับคลื่นที่มีความถี่สูงกว่าความถี่ปกติของต้นกำเนิดคลื่นเสียงเสมอ

กรณี 4 ต้นกำเนิดเสียงเคลื่อนที่ออกห่างจากผู้สังเกตที่อยู่นิ่ง

$$f' = f \left(\frac{v}{v + v_s} \right)$$

นั่นคือ ผู้สังเกตจะรับรู้คลื่นที่มีความถี่ต่ำกว่าความถี่ปกติของ
ต้นกำเนิดคลื่นเสียงเสมอ

เมื่อรวมกรณีที่ 3 และ 4 จะได้

$$f' = f \left(\frac{v}{v \mp v_s} \right)$$

กรณี 5 ทั้งผู้สังเกตและต้นกำเนิดเสียงเคลื่อนที่

$$f' = f \left(\frac{v \pm v_0}{v \mp v_s} \right)$$

เมื่อผู้สังเกตและต้นกำเนิดเคลื่อนที่สัมพัทธ์เข้าหากัน

v_0 จะเป็น + และ v_s เป็น -

เมื่อผู้สังเกตและต้นกำเนิดเคลื่อนที่สัมพัทธ์ออกจากกัน

v_0 จะเป็น - และ v_s เป็น +

และ v_0 คือ อัตราเร็วของผู้สังเกต , v_s คือ อัตราเร็วของต้นกำเนิดคลื่น

ตัวอย่าง รถพยาบาลคันหนึ่งแล่นบนทางหลวงด้วยอัตราเร็ว **33.5 m/s** โดยเปิดเสียงไซเรนความถี่ **400 Hz** จงหาความถี่ของเสียงไซเรนที่ผู้สังเกตซึ่งยืนอยู่ริมถนนได้ยิน

(ก) เมื่อรถพยาบาลเคลื่อนที่เข้ามา

(ข) เมื่อรถพยาบาลเคลื่อนที่เลี้ยวออกไปตามลำดับ

(กำหนดให้อัตราเร็วของเสียงในอากาศ = **343 m/s**)

วิธีทำ (ก) จากสมการของกรณีที่ผู้สังเกตอยู่นิ่งและต้นกำเนิดเสียงเคลื่อนที่เข้าหา ความถี่ของไซเรนที่ผู้สังเกตได้ยิน คือ

$$f' = f \left(\frac{v}{v - v_s} \right) = 400 \left(\frac{343}{343 - 33.5} \right) = 443.3 \text{ Hz}$$

ตอบ

จากสมการสำหรับในกรณีที่รถแล่นเลยผ่านไปผู้สังเกตริมถนนจะได้ยินเสียงที่มีความถี่เป็น

$$f' = f \left(\frac{v}{v + v_s} \right) = 400 \left(\frac{343}{343 + 33.5} \right)$$
$$= 364.4 \text{ Hz}$$

ตอบ

ตัวอย่าง ขณะที่ค้างคาวออกหากินในเวลากลางคืน ค้างคาวจะปล่อยคลื่นอัลตราซอนิก (Ultrasonics) ซึ่งเป็นคลื่นเสียงที่มีความถี่สูงเกินกว่าที่หูของมนุษย์จะรับฟังได้ สมมติว่าค้างคาวตัวหนึ่งบินด้วยอัตราเร็ว $v_b = 9 \text{ m/s}$ และมีแมลงตัวหนึ่งบินสวนเข้าหาค้างคาวด้วยอัตราเร็ว $v_m = 8 \text{ m/s}$ ค้างคาวเปล่งเสียงอัลตราซอนิกความถี่ f_b ออกไปกระทบกับแมลง แล้วมีคลื่นสะท้อนจากแมลงกลับมายังค้างคาวด้วยความถี่ f' ถ้าพบว่า $f' = 83 \text{ kHz}$ จงหา

(ก) ความถี่ f_m ของค้างคาวที่แมลงได้ยิน

(ข) ความถี่ f_b ที่ค้างคาวเปล่งออกมา

(ก) เมื่อให้ค้างคาวเป็นผู้สังเกต และ แมลงเป็นต้นกำเนิดเสียง และทั้งสองเคลื่อนที่สัมพัทธ์เข้าหากัน ดังนั้น จากสมการ

$$f' = f \left(\frac{v + v_0}{v - v_s} \right)$$

จากโจทย์ ค้างคาวได้ยินเสียงที่สะท้อนจากแมลงด้วยความถี่ **83 Hz** แทนค่าจะได้

$$83 = f_m \left(\frac{v + v_b}{v - v_m} \right)$$

$$83 = f_m \left(\frac{343 + 9}{343 - 8} \right)$$

$$f_m = 79 \quad \text{kHz}$$

ตอบ

(ข) หาความถี่ f_b ที่กังวาลเปล่งออกมา โดยกำหนดให้แมลงเป็น
ผู้สังเกตซึ่งได้ยินความถี่ 79 kHz

$$f_m = f_b \left(\frac{v + v_o}{v - v_s} \right)$$

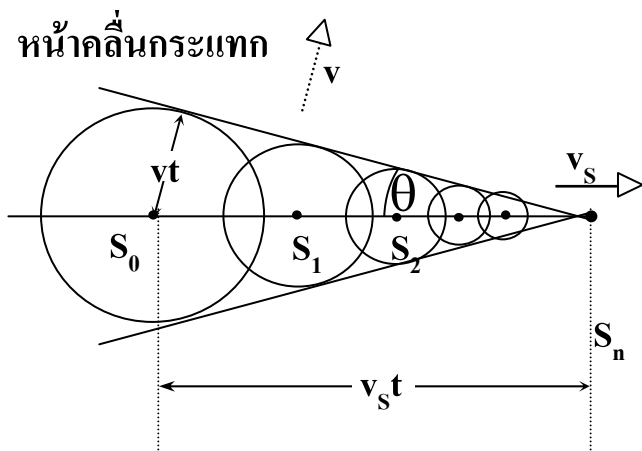
$$79 = f_b \left(\frac{343 + 8}{343 - 9} \right)$$

$$f_b = 75 \text{ kHz}$$

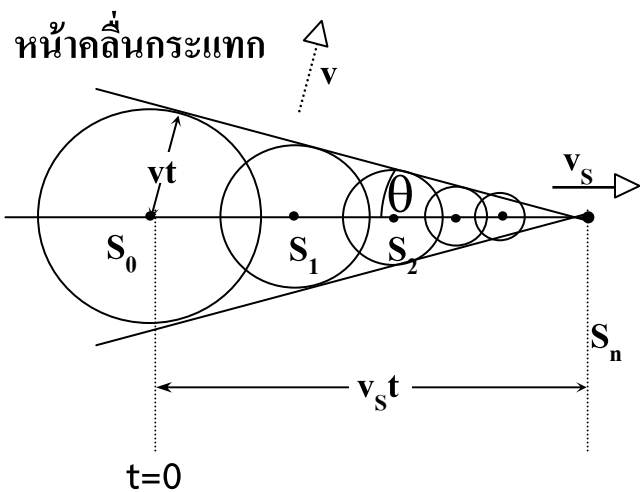
ตอบ

คลื่นกระแทก (Shock Waves)

ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น เป็นการพิจารณาเฉพาะเมื่อต้นกำเนิดคลื่นเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วต่ำกว่าอัตราเร็วของคลื่น



ถ้าอัตราเร็วของต้นกำเนิดคลื่น v_s มากกว่าอัตราเร็วของคลื่นในตัวกลาง v หน้าคลื่นที่เกิดจากการอัดตัวของอนุภาคในตัวกลางจะแผ่ออกเป็นรูปกรวย โดยมีต้นกำเนิดคลื่นอยู่ที่ยอดกรวยดังรูป



เราเรียกหน้าคลื่นที่เกิดจากการอัดตัวของตัวกลางในลักษณะนี้ว่า คลื่นกระแทก วงกลมแต่ละวงแทนหน้าคลื่นที่เกิดขึ้นในขณะต้นกำเนิดอยู่ที่ตำแหน่งต่าง ๆ

ถ้าให้ θ เป็นมุมระหว่างแนวการเคลื่อนที่ของต้นกำเนิดกับหน้าคลื่นกระแทก จะได้

$$\sin \theta = \frac{vt}{v_s t}$$

หรือ

$$\frac{1}{\sin \theta} = \frac{v_s}{v}$$

ค่าอัตราส่วน $\frac{v_s}{v} = \frac{1}{\sin \theta}$ เรียกว่า เลขมัค (Mach Number)

เช่น เครื่องที่กำลังบินด้วยเลขมัค **2.5** หมายความว่า เครื่องบินลำดังกล่าวมีความเร็วมากกว่าอัตราเร็วเสียง **2.5** เท่า เครื่องบินจึงมีอัตราเร็วเหนือเสียง (Supersonic Speed) คลื่นกระแทกจะเริ่มปรากฏขึ้นเมื่อต้นกำเนิดคลื่นมีค่าเลขมัค **1** เป็นต้นไป

คลื่นกระแทกไม่จำเป็นต้องเกิดจากต้นกำเนิดเสียงเคลื่อนที่เสมอไป วัตถุที่เคลื่อนที่ในอากาศด้วยอัตราเร็วเหนือเสียงทุกชนิด เช่นเครื่องบินไอพ่นจรวด และลูกปืน ล้วนสามารถทำให้เกิดคลื่นกระแทกได้ทั้งสิ้น

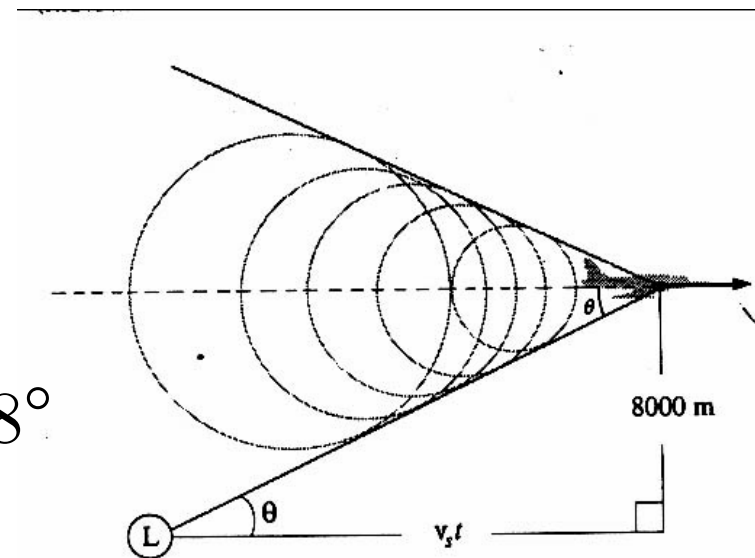
ตัวอย่าง เครื่องบินไอพ่นลำหนึ่งกำลังบินด้วยอัตราเร็วมาก 1.75 ที่ระดับความสูง 8000 m ถ้าในระดับความสูงนี้อัตราเร็วเสียงเท่ากับ 320 m/s เมื่อเครื่องบินผ่านแนวตรงศีรษะของเราไปแล้ว นานเท่าใดเราจึงจะได้ยินเสียงของโซนิคบูม (เนื่องจากมีคลื่นกระแทกเคลื่อนที่มากกระทบผิวพื้นโลกในบริเวณที่เราสังเกต)

วิธีทำ จากรูปแสดงสถานการณ์ที่คลื่นกระแทกเคลื่อนที่ลงมาถึงตัวเรา (L)

$$\frac{1}{\sin \theta} = \frac{v_s}{v}$$

$$\sin \theta = \frac{v}{v_s}$$

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{v}{v_s} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1.75} \right) = 34.8^\circ$$



เนื่องจากเครื่องบินมีอัตราเร็วมาก 1.75 นั่นคือมีอัตราเร็วมากกว่าเสียง 1.75 เท่า ดังนั้น

$$v_s = (1.75)(320) = 560 \text{ m/s}$$

พิจารณาจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากรูป จะได้

$$\tan \theta = \frac{8000}{v_s t}$$

$$t = \frac{8000}{(560)(\tan 34.8^\circ)} = 20.5 \text{ s}$$

นั่นคือ เราจะได้ยินเสียงของไซเรนก่อนเมื่อเครื่องบินผ่านเหนือศีรษะไปแล้ว 20.5 s ตอบ