Министерство образования и науки Российской Федерации

Новосибирский национальный исследовательский государственный университет

Основы параллельного программирования

Отчет по лабораторной работе № 1

Студент: Олимпиев Ю. Ю.

Преподаватель: Артюхов А. А.

Новосибирск, 2023 г.

1. **Цель работы**

Разработать и исследовать параллельные программы решения СЛАУ методом сопряженных градиентов с применением одной из библиотек, реализующих стандарты MPI.

1. **Краткое описание подходов к организации решения прикладной задачи параллельными взаимодействующими процессами**

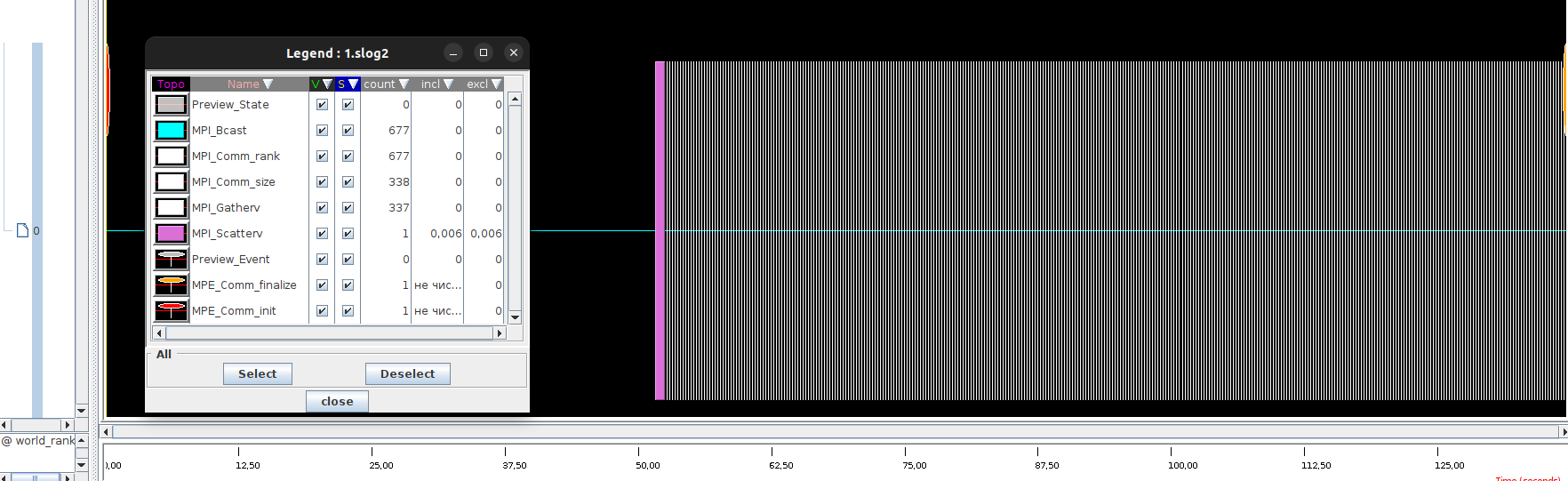
Реализованы 2 подхода к организации параллельной программы при умножении матрицы на вектор:

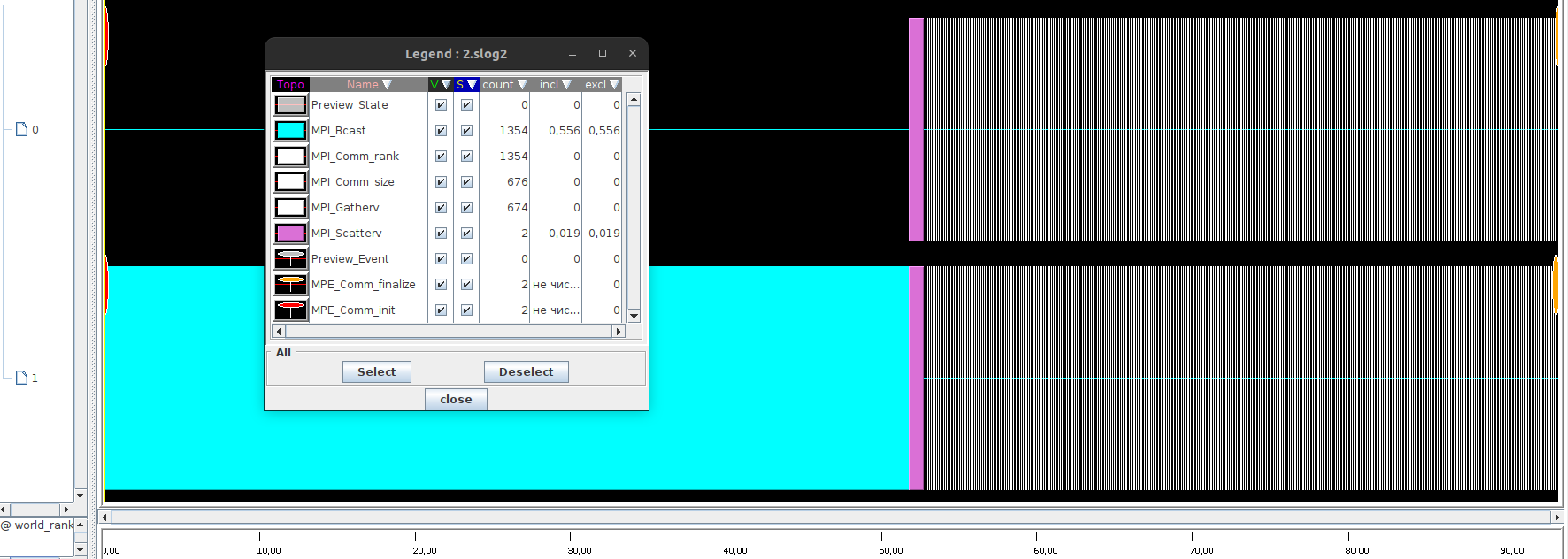
1. Обеспечение общего доступа к векторам, участвующим в операциях типа матрица-вектор, распределение строк матрицы между потоками.
2. Распределение между потоками и матрицы, и векторов, участвующих в операциях типа матрица-вектор.

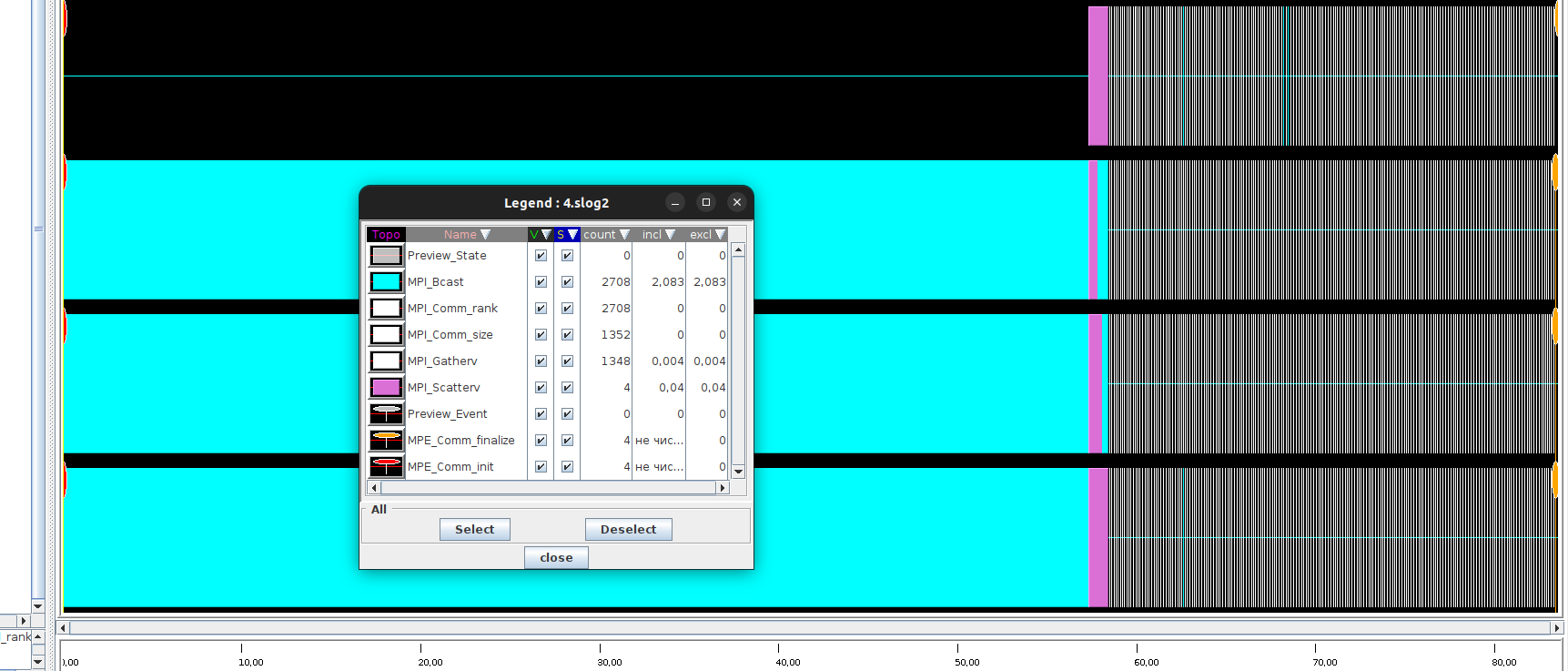
В прикладной программе использованы возможности бибилотек blas и gsl.

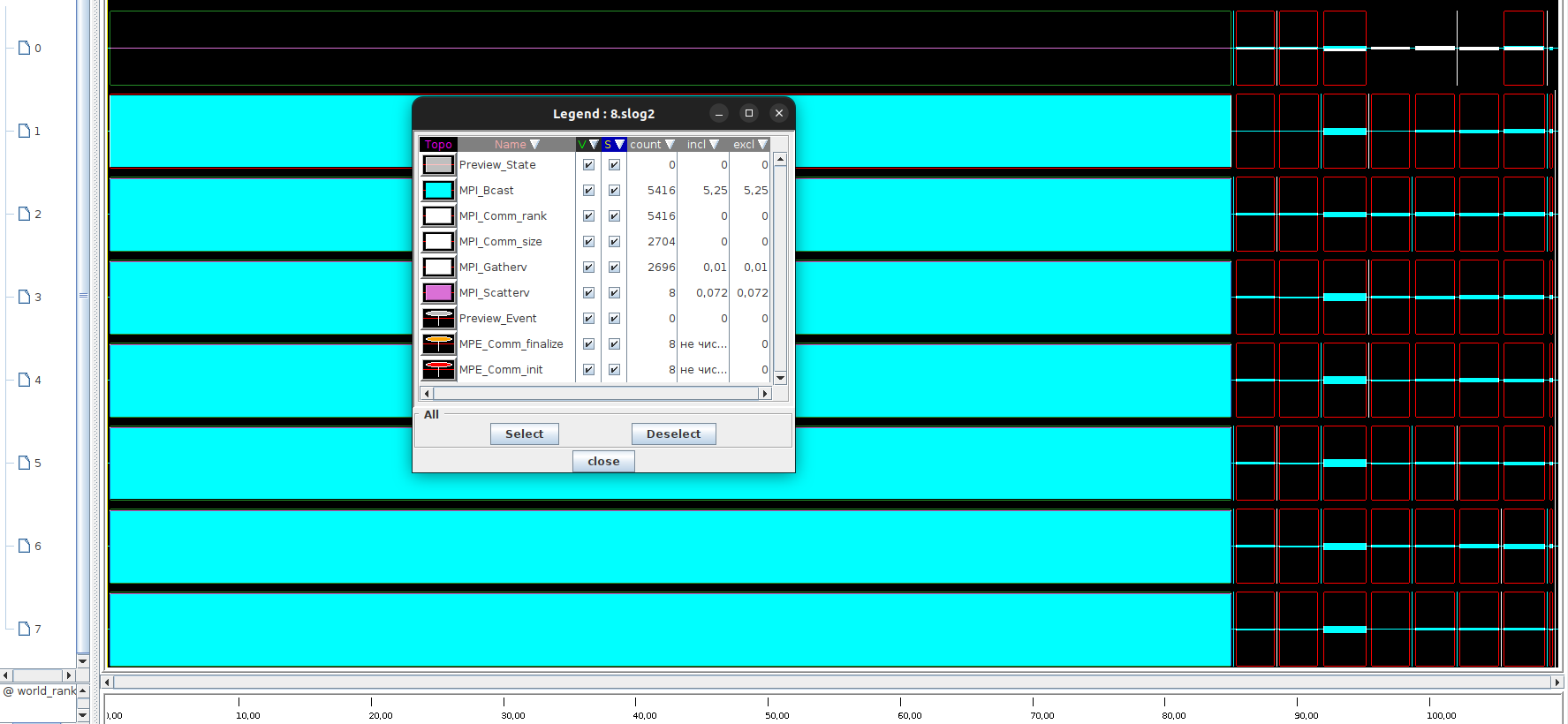
В первом варианте реализации взаимодействие потоков обеспечивается коллективными операциями, во втором варианте программы реализована кольцевая передача данных.

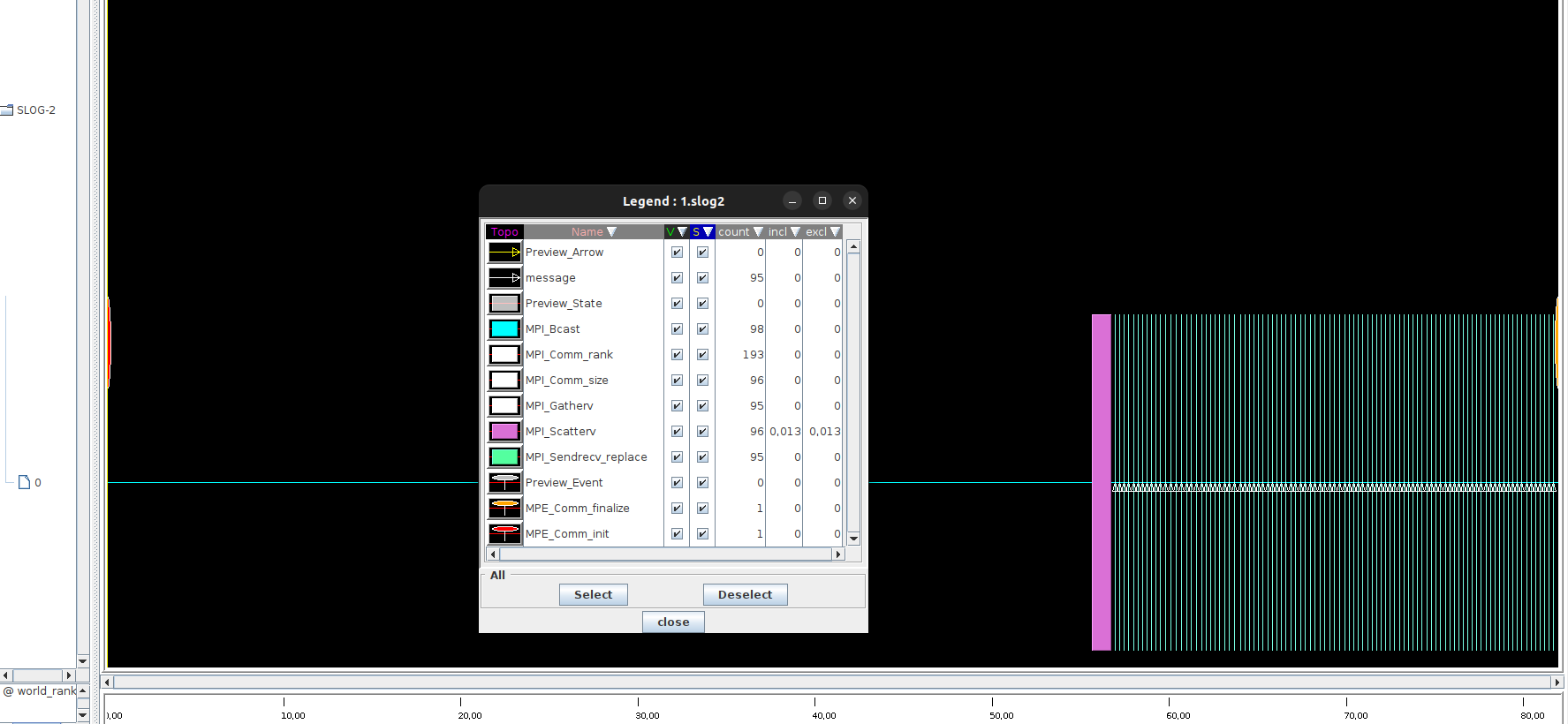
1. **Исследование производительности программ**

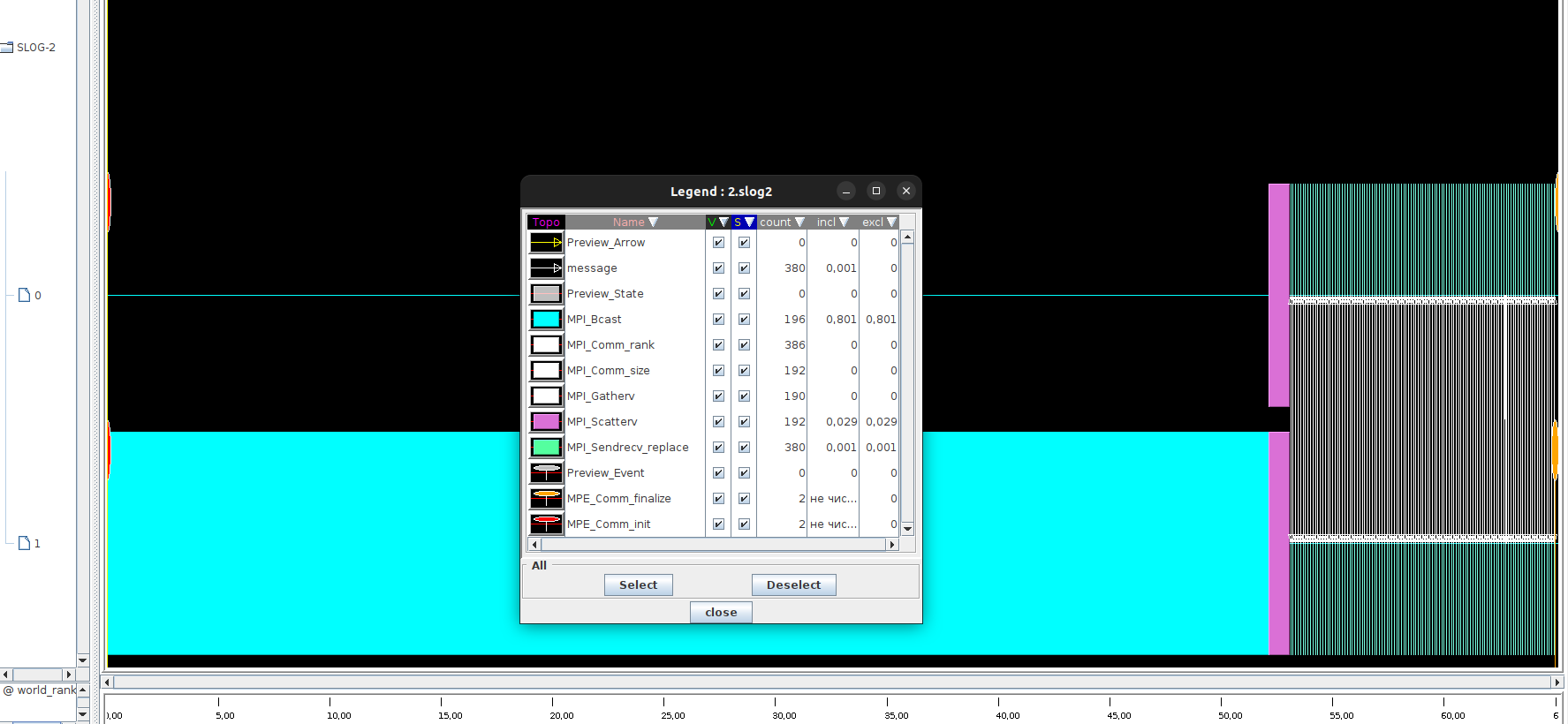
Рисунок 1: Профиль. Первый вариант параллельного кода. Количество потоков: 1.

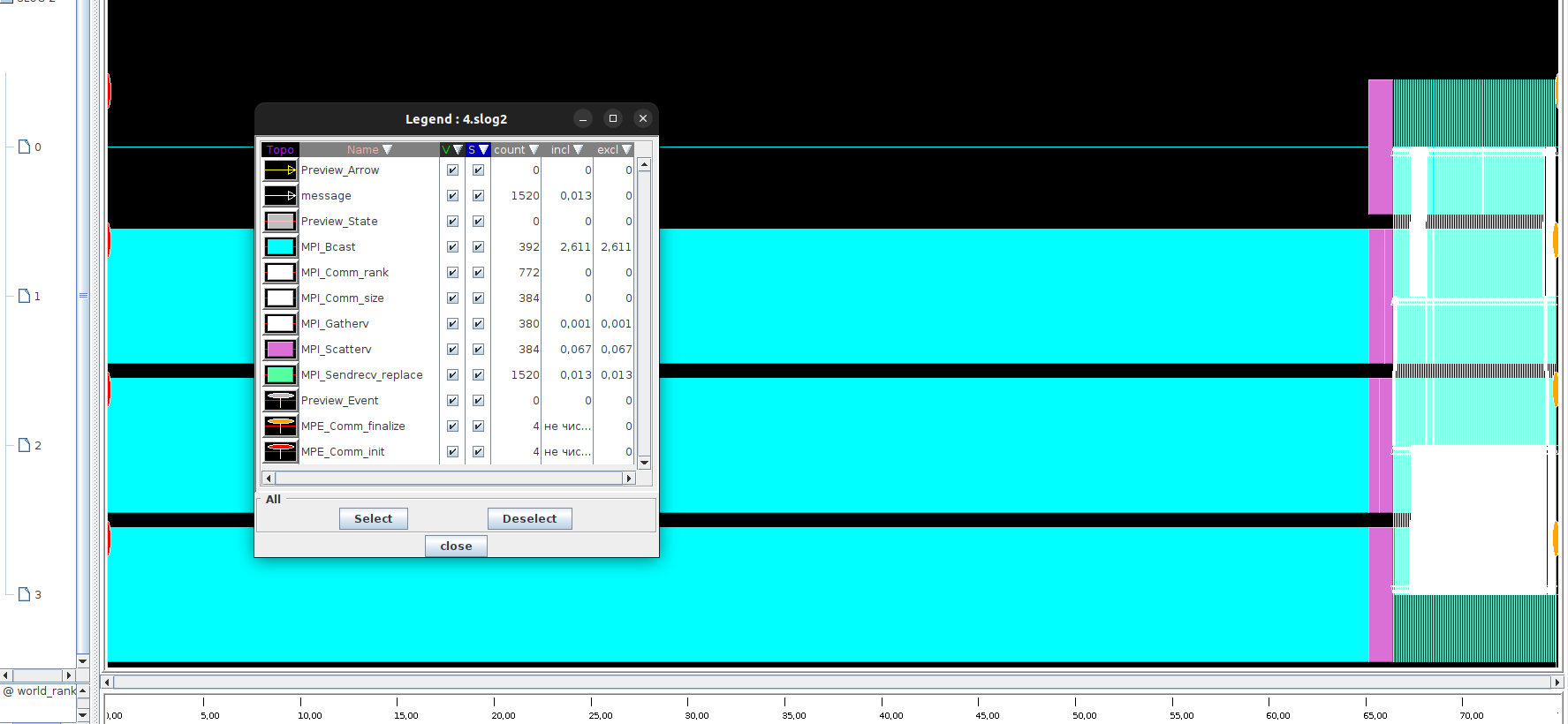
Рисунок 2: Профиль. Первый вариант параллельного кода. Количество потоков: 2.

Рисунок 3: Профиль. Первый вариант параллельного кода. Количество потоков: 4.

Рисунок 4: Профиль. Первый вариант параллельного кода. Количество потоков: 8.

Рисунок 5: Профиль. Второй вариант параллельного кода. Количество потоков: 1.

Рисунок 6: Профиль. Второй вариант параллельного кода. Количество потоков: 2.

Рисунок 7: Профиль. Второй вариант параллельного кода. Количество потоков: 4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ускорение первого варианта** | **размер задачи** | | | | | | | | |
|  | 64 | 72 | 80 | 88 | 96 | 104 | 112 | 120 | 128 |
| **число потоков** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0,9 | 0,92 | 0,94 | 0,97 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,95 |
| 2 | 1,68 | 1,81 | 1,88 | 1,95 | 1,94 | 1,98 | 1,98 | 1,93 | 2 |
| 4 | 2,25 | 3,06 | 3,07 | 3,32 | 3,13 | 3,18 | 3,17 | 3,28 | 3,03 |
| 8 | 2,45 | 2,57 | 2,59 | 2,66 | 2,61 | 2,75 | 2,88 | 2,86 | 2,78 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ускорение второго варианта** | **размер задачи** | | | | | | | | |
|  | 64,00 | 72,00 | 80,00 | 88,00 | 96,00 | 104,00 | 112,00 | 120,00 | 128,00 |
| **число потоков** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,00 | 0,96 | 0,98 | 0,98 | 0,99 | 0,97 | 0,97 | 0,98 | 0,95 | 0,97 |
| 2,00 | 1,69 | 1,81 | 1,84 | 1,90 | 1,92 | 1,93 | 1,84 | 1,95 | 1,92 |
| 4,00 | 2,45 | 2,58 | 2,59 | 2,77 | 2,79 | 2,89 | 2,89 | 2,96 | 2,94 |
| 8,00 | 2,08 | 2,13 | 2,24 | 2,38 | 2,40 | 2,55 | 2,68 | 2,73 | 2,69 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Загруженность первого варианта** | **размер задачи** | | | | | | | | |
|  | 64 | 72 | 80 | 88 | 96 | 104 | 112 | 120 | 128 |
| **число потоков** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0,90 | 0,92 | 0,94 | 0,97 | 0,96 | 0,97 | 0,97 | 0,97 | 0,96 |
| 2 | 0,84 | 0,91 | 0,94 | 0,98 | 0,97 | 0,99 | 0,99 | 0,97 | 1,00 |
| 4 | 0,56 | 0,77 | 0,77 | 0,83 | 0,78 | 0,80 | 0,79 | 0,82 | 0,76 |
| 8 | 0,31 | 0,32 | 0,32 | 0,33 | 0,33 | 0,34 | 0,36 | 0,36 | 0,35 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Загруженность второго варианта** | **размер задачи** | | | | | | | | |
|  | 64 | 72 | 80 | 88 | 96 | 104 | 112 | 120 | 128 |
| **число потоков** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0,96 | 0,98 | 0,98 | 0,99 | 0,97 | 0,97 | 0,98 | 0,95 | 0,97 |
| 2 | 0,84 | 0,91 | 0,92 | 0,95 | 0,96 | 0,97 | 0,92 | 0,98 | 0,96 |
| 4 | 0,61 | 0,64 | 0,65 | 0,69 | 0,70 | 0,72 | 0,72 | 0,74 | 0,74 |
| 8 | 0,26 | 0,27 | 0,28 | 0,30 | 0,30 | 0,32 | 0,33 | 0,34 | 0,34 |

1. **Профилирование**

На основании данных о профилях программы и о времени исполнения параллельного кода можно сделать ряд выводов:

* Накладные расходы на работу с потоками растут как минимум линейно относительно числа потоков.
* Блокирующие операции сводят время выполнения программы ко времени выполнения программы на самом медленном потоке, следовательно, блокирующие операции должны применяться только в тех местах кода, где они действительно необходимы.
* При малых размерах вычислительной задачи накладные расходы на обслуживание параллельности программы могут аннулировать выигрыш по времени от разбиения исходной задачи на потоки.
* Для высокой эффективности работы параллельной программы необходимо обеспечить независимость и асинхронность работы параллельных исполнителей (как правило на этапе проектирования архитектуры программы).

1. **Заключение**

Реализованная на языке Си программа позволяет за обозримое время моделировать распределение тепла в пластине, разрешая СЛАУ с некоторой наперед заданной точностью.

Оба варианта реализации параллельного алгоритма дают соизмеримые результаты ускорения и загруженности исполнителей, аномалии в замерах объясняются алгоритмом вычислений (его итерационной природой) и размерами вычислительных задач, а также относительной малостью времени вычислений относительно времени пересылок за счёт использования библиотек gsl и blas.

Устройство библиотек для реализации MPI обеспечивает доступность для исследования. Так, функции библиотек MPI линкуются статически, что позволяет достаточно легко и удобно исследовать функции дизассемблером.

В ходе исследования были изучены ассемблерные листинги функции реализации MPI MPICH версии 4.0 на архитектуре x86-64 на операционной системе семейства Linux, был произведен запуск параллельной программы под утилитой strace для изучения связанных системных вызовов.

На основании добытых данных было установлено, что каждый процесс обладает своим pid, процессы порождаются через fork-подобную операцию (найден системный вызов clone), связь между потоками обеспечена через сокеты (системные вызовы socket, recvmsg, sendto и другие в отчете strace), разрешение конфликтов меджу потоками реализовано, вероятно, через mutex примитив (pthread\_mutex\_lock, pthread\_mutex\_unlock вызовы в ассемблерном коде бинарного файла).

1. **Приложения**

**seq.c**

**// Copyright 2023 Olimpiev Y. Y.**

**#include <assert.h>**

**#include <stdio.h>**

**#include <stdlib.h>**

**#include <gsl/gsl\_blas.h>**

**#include <gsl/gsl\_matrix.h>**

**#include <gsl/gsl\_vector.h>**

**void pretty\_gsl\_matrix\_fprintf(FILE\* out, gsl\_matrix\* matrix, const char\* format) {**

**assert(out);**

**assert(matrix);**

**for (size\_t row = 0; row < matrix->size1; row++) {**

**for (size\_t col = 0; col < matrix->size2; col++) {**

**fprintf(out, format, gsl\_matrix\_get(matrix, row, col));**

**}**

**fprintf(out, "\n");**

**}**

**}**

**gsl\_matrix\* ReadGridMatrix(FILE\* in, size\_t rowsAmount, size\_t colsAmount) {**

**assert(in);**

**gsl\_matrix\* gridMatrix = gsl\_matrix\_calloc(rowsAmount, colsAmount);**

**assert(gridMatrix);**

**if (gsl\_matrix\_fscanf(in, gridMatrix) != 0) {**

**perror("Problem with grid matrix reading.\n");**

**return NULL;**

**}**

**#ifdef DEBUG**

**FILE\* out = fopen("gridmatrix.dat", "w");**

**assert(out);**

**pretty\_gsl\_matrix\_fprintf(out, gridMatrix, "%lf ");**

**fclose(out);**

**#endif**

**return gridMatrix;**

**}**

**double ConjugateGradientsMethodIteration(**

**gsl\_matrix\* A,**

**gsl\_vector\* x,**

**gsl\_vector\* r,**

**gsl\_vector\* z,**

**gsl\_vector\* tmpVec,**

**double bNorm) {**

**double err = 0.0;**

**double alpha = 0.0;**

**double betta = 0.0;**

**double tmp = 0.0;**

**gsl\_blas\_dgemv(CblasNoTrans, 1.0, A, z, 0.0, tmpVec);**

**// Calc (r\_n, r\_n). double tmp <- (r\_n, r\_n)**

**gsl\_blas\_ddot(r, r, &tmp);**

**// Calc (A \* z\_n, z\_n).**

**gsl\_blas\_ddot(tmpVec, z, &alpha);**

**// Calc (r\_n, r\_n) / (A \* z\_n, z\_n).**

**alpha = tmp / alpha;**

**// Calc x\_(n + 1) = x\_n + aplha \* z\_n.**

**gsl\_blas\_daxpy(alpha, z, x);**

**// Calc r\_(n + 1) = r\_n - aplha \* (A \* z\_n).**

**gsl\_blas\_daxpy(-alpha, tmpVec, r);**

**// Calc (r\_(n + 1), r\_(n + 1)).**

**gsl\_blas\_ddot(r, r, &betta);**

**// Calc betta\_(n + 1) = (r\_(n + 1), r\_(n + 1)) / (r\_n, r\_n).**

**betta /= tmp;**

**gsl\_vector\_set\_zero(tmpVec);**

**gsl\_blas\_daxpy(betta, z, tmpVec);**

**gsl\_blas\_daxpy(1.0, r, tmpVec);**

**gsl\_vector\_memcpy(z, tmpVec);**

**err = gsl\_blas\_dnrm2(r) / bNorm;**

**return err;**

**}**

**gsl\_vector\* ConjugateGradientsMethod(gsl\_matrix\* A, gsl\_vector\* B, gsl\_vector\* X) {**

**assert(A);**

**assert(B);**

**assert(X);**

**double eps = 0.00001;**

**gsl\_vector\* tmpVec = gsl\_vector\_calloc(B->size);**

**assert(tmpVec);**

**gsl\_vector\* r = gsl\_vector\_calloc(B->size);**

**assert(r);**

**// Calc r = b - Ax. But x = (0), so r = b.**

**gsl\_vector\_memcpy(r, B);**

**gsl\_vector\* z = gsl\_vector\_calloc(B->size);**

**assert(z);**

**gsl\_vector\_memcpy(z, r);**

**double err = 0.0;**

**double normB = gsl\_blas\_dnrm2(B);**

**do {**

**err = ConjugateGradientsMethodIteration(A, X, r, z, tmpVec, normB);**

**} while (eps < err);**

**gsl\_vector\_free(r);**

**gsl\_vector\_free(z);**

**gsl\_vector\_free(tmpVec);**

**return X;**

**}**

**gsl\_matrix\* BuildKernelMatrix(size\_t rowsAmount, size\_t colsAmount) {**

**size\_t kernelMatrixSize = colsAmount \* rowsAmount;**

**gsl\_matrix\* kernelMatrix = gsl\_matrix\_calloc(kernelMatrixSize, kernelMatrixSize);**

**assert(kernelMatrix);**

**for (size\_t row = 0; row < kernelMatrixSize - colsAmount; row++) {**

**// Set three diagonals.**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row, -4.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row + 1, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row + 1, row, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row + colsAmount, row, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row + colsAmount, 1.0);**

**}**

**for (size\_t row = kernelMatrixSize - colsAmount; row < kernelMatrixSize; row++) {**

**// Set three diagonals.**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row, -4.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row - 1, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row - 1, row, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row - colsAmount, row, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row - colsAmount, 1.0);**

**}**

**#ifdef DEBUG**

**FILE\* out = fopen("kernelmatrix.dat", "w");**

**assert(out);**

**pretty\_gsl\_matrix\_fprintf(out, kernelMatrix, "%lf ");**

**fclose(out);**

**#endif**

**return kernelMatrix;**

**}**

**gsl\_vector\* BuildAnswerVector(size\_t rowsAmount, size\_t colsAmount) {**

**gsl\_vector\* answerVector = gsl\_vector\_calloc(rowsAmount \* colsAmount);**

**assert(answerVector);**

**#ifdef DEBUG**

**FILE\* out = fopen("answervector.dat", "w");**

**assert(out);**

**gsl\_vector\_fprintf(out, answerVector, "%lf ");**

**fclose(out);**

**#endif**

**return answerVector;**

**}**

**gsl\_vector\* BuildCoeffsVector(gsl\_matrix\* gridMatrix) {**

**size\_t vectorSize = gridMatrix->size1 \* gridMatrix->size2;**

**gsl\_vector\* coeffsVector = gsl\_vector\_calloc(vectorSize);**

**assert(coeffsVector);**

**for (size\_t i = 0; i < vectorSize; i++) {**

**gsl\_vector\_set(coeffsVector, i, gsl\_matrix\_get(gridMatrix, i / gridMatrix->size2, i % gridMatrix->size2));**

**}**

**#ifdef DEBUG**

**FILE\* out = fopen("coeffsvector.dat", "w");**

**assert(out);**

**gsl\_vector\_fprintf(out, coeffsVector, "%lf ");**

**fclose(out);**

**#endif**

**return coeffsVector;**

**}**

**gsl\_vector\* CalcGridHeatDistribution(gsl\_matrix\* gridMatrix) {**

**assert(gridMatrix);**

**gsl\_matrix\* kernelMatrix = BuildKernelMatrix(gridMatrix->size1, gridMatrix->size2);**

**assert(kernelMatrix);**

**gsl\_vector\* X = BuildAnswerVector(gridMatrix->size1, gridMatrix->size2);**

**assert(X);**

**gsl\_vector\* B = BuildCoeffsVector(gridMatrix);**

**assert(B);**

**gsl\_vector\* ret = ConjugateGradientsMethod(kernelMatrix, B, X);**

**gsl\_matrix\_free(kernelMatrix);**

**gsl\_vector\_free(B);**

**return ret;**

**}**

**int main(int argc, char\* argv[]) {**

**size\_t colsAmount = 0;**

**size\_t rowsAmount = 0;**

**gsl\_matrix\* gridMatrix = NULL;**

**FILE\* in = (argc == 1) ? stdin : fopen(argv[1], "r");**

**assert(in);**

**if (fscanf(in, "%zu %zu", &rowsAmount, &colsAmount) != 2) {**

**perror("Invalid matrix size input.\n");**

**return EXIT\_FAILURE;**

**}**

**gridMatrix = ReadGridMatrix(in, rowsAmount, colsAmount);**

**if (argc != 1) fclose(in);**

**gsl\_vector\* result = CalcGridHeatDistribution(gridMatrix);**

**if (result) {**

**gsl\_vector\_fprintf(stdout, result, "%4lf ");**

**gsl\_vector\_free(result);**

**}**

**gsl\_matrix\_free(gridMatrix);**

**return EXIT\_SUCCESS;**

**}**

**prll\_1.c**

**// Copyright 2023 Olimpiev Y. Y.**

**#include <assert.h>**

**#include <stdio.h>**

**#include <stdlib.h>**

**#include <gsl/gsl\_blas.h>**

**#include <gsl/gsl\_matrix.h>**

**#include <gsl/gsl\_vector.h>**

**#include "builders.h"**

**#include <mpich/mpi.h>**

**#include <math.h>**

**void prll\_gsl\_blas\_dgemv(**

**CBLAS\_TRANSPOSE\_t trans,**

**double alpha,**

**gsl\_matrix\* subA,**

**gsl\_vector\* x,**

**double beta,**

**gsl\_vector\* y,**

**gsl\_vector\* answerPart,**

**int cols,**

**int\* scounts,**

**int\* displs) {**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**int size = 0;**

**MPI\_Comm\_size(MPI\_COMM\_WORLD, &size);**

**if (0 != rank && !x) {**

**x = gsl\_vector\_calloc(cols);**

**assert(x);**

**}**

**// Not shared, need in every iteration.**

**MPI\_Bcast(x->data, cols, MPI\_DOUBLE, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**// Calculation.**

**gsl\_blas\_dgemv(trans, alpha, subA, x, beta, answerPart);**

**void\* recv = (0 == rank) ? y->data : NULL;**

**MPI\_Gatherv(answerPart->data, scounts[rank], MPI\_DOUBLE, recv, scounts, displs, MPI\_DOUBLE, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**}**

**double ConjugateGradientsMethodIteration(**

**gsl\_matrix\* subA,**

**gsl\_vector\* x,**

**gsl\_vector\* asnwerPart,**

**gsl\_vector\* r,**

**gsl\_vector\* z,**

**gsl\_vector\* tmpVec,**

**double bNorm,**

**int cols,**

**int\* scounts,**

**int\* displs) {**

**double err = 0.0;**

**double alpha = 0.0;**

**double betta = 0.0;**

**double tmp = 0.0;**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**prll\_gsl\_blas\_dgemv(CblasNoTrans, 1.0, subA, z, 0.0, tmpVec, asnwerPart, cols, scounts, displs);**

**if (0 == rank) {**

**// Calc (r\_n, r\_n). double tmp <- (r\_n, r\_n)**

**gsl\_blas\_ddot(r, r, &tmp);**

**// Calc (A \* z\_n, z\_n).**

**gsl\_blas\_ddot(tmpVec, z, &alpha);**

**// Calc (r\_n, r\_n) / (A \* z\_n, z\_n).**

**alpha = tmp / alpha;**

**// Calc x\_(n + 1) = x\_n + aplha \* z\_n.**

**gsl\_blas\_daxpy(alpha, z, x);**

**// Calc r\_(n + 1) = r\_n - aplha \* (A \* z\_n).**

**gsl\_blas\_daxpy(-alpha, tmpVec, r);**

**// Calc (r\_(n + 1), r\_(n + 1)).**

**gsl\_blas\_ddot(r, r, &betta);**

**// Calc betta\_(n + 1) = (r\_(n + 1), r\_(n + 1)) / (r\_n, r\_n).**

**betta /= tmp;**

**gsl\_vector\_set\_zero(tmpVec);**

**gsl\_blas\_daxpy(betta, z, tmpVec);**

**gsl\_blas\_daxpy(1.0, r, tmpVec);**

**gsl\_vector\_memcpy(z, tmpVec);**

**err = gsl\_blas\_dnrm2(r) / bNorm;**

**}**

**MPI\_Bcast(&err, 1, MPI\_DOUBLE, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**return err;**

**}**

**gsl\_vector\* ConjugateGradientsMethod(gsl\_matrix\* A, gsl\_vector\* B, gsl\_vector\* X) {**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**int size = 0;**

**MPI\_Comm\_size(MPI\_COMM\_WORLD, &size);**

**gsl\_vector\* tmpVec = NULL;**

**gsl\_vector\* r = NULL;**

**gsl\_vector\* z = NULL;**

**int rows = 0;**

**int cols = 0;**

**int lastChildRows = 0;**

**double normB = 0.0;**

**if (0 == rank) {**

**assert(A);**

**assert(B);**

**assert(X);**

**tmpVec = gsl\_vector\_calloc(B->size);**

**assert(tmpVec);**

**r = gsl\_vector\_calloc(B->size);**

**assert(r);**

**// Calc r = b - Ax. But x = (0), so r = b.**

**gsl\_vector\_memcpy(r, B);**

**z = gsl\_vector\_calloc(B->size);**

**assert(z);**

**gsl\_vector\_memcpy(z, r);**

**normB = gsl\_blas\_dnrm2(B);**

**cols = A->size2;**

**rows = trunc((double) A->size1 / (double) size);**

**lastChildRows = A->size2 - (size - 1) \* rows;**

**}**

**MPI\_Bcast(&rows, 1, MPI\_INT, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**MPI\_Bcast(&cols, 1, MPI\_INT, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**MPI\_Bcast(&lastChildRows, 1, MPI\_INT, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**// Send matrix.**

**int\* displs = (int\*)malloc(size\*sizeof(int));**

**int\* scounts = (int\*)malloc(size\*sizeof(int));**

**if (!displs || !scounts) {**

**printf("Error: malloc failed\n");**

**exit(1);**

**}**

**for (int i = 0; i < size; ++i) {**

**scounts[i] = rows \* cols;**

**if (i == size - 1) {**

**scounts[i] = lastChildRows \* cols;**

**}**

**displs[i] = (i == 0) ? 0 : displs[i-1] + scounts[i-1];**

**}**

**gsl\_matrix\* subA = gsl\_matrix\_alloc(scounts[rank]/cols, cols);**

**assert(subA);**

**gsl\_vector\* answerPart = gsl\_vector\_calloc(scounts[rank]/cols);**

**assert(answerPart);**

**void\* dest = (0 == rank) ? A->data : NULL;**

**MPI\_Scatterv(dest, scounts, displs, MPI\_DOUBLE, subA->data, scounts[rank], MPI\_DOUBLE, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**for (int i = 0; i < size; ++i) {**

**scounts[i] /= cols;**

**displs[i] = (i == 0) ? 0 : displs[i-1] + scounts[i-1];**

**}**

**double eps = 0.00001;**

**double err = 0.0;**

**do {**

**err = ConjugateGradientsMethodIteration(subA, X, answerPart, r, z, tmpVec, normB, cols, scounts, displs);**

**} while (eps < err);**

**gsl\_vector\_free(r);**

**gsl\_vector\_free(z);**

**gsl\_vector\_free(tmpVec);**

**free(displs);**

**free(scounts);**

**gsl\_matrix\_free(subA);**

**gsl\_vector\_free(answerPart);**

**return X;**

**}**

**gsl\_vector\* CalcGridHeatDistribution(gsl\_matrix\* gridMatrix) {**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**gsl\_matrix\* kernelMatrix = NULL;**

**gsl\_vector\* X = NULL;**

**gsl\_vector\* B = NULL;**

**if (0 == rank) {**

**assert(gridMatrix);**

**kernelMatrix = BuildKernelMatrix(gridMatrix->size1, gridMatrix->size2);**

**assert(kernelMatrix);**

**X = BuildAnswerVector(gridMatrix->size1, gridMatrix->size2);**

**assert(X);**

**B = BuildCoeffsVector(gridMatrix);**

**assert(B);**

**}**

**gsl\_vector\* ret = ConjugateGradientsMethod(kernelMatrix, B, X);**

**gsl\_matrix\_free(kernelMatrix);**

**gsl\_vector\_free(B);**

**return ret;**

**}**

**int main(int argc, char\* argv[]) {**

**MPI\_Init(&argc, &argv);**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**gsl\_matrix\* gridMatrix = NULL;**

**if (0 == rank) {**

**size\_t colsAmount = 0;**

**size\_t rowsAmount = 0;**

**FILE\* in = (argc == 1) ? stdin : fopen(argv[1], "r");**

**assert(in);**

**if (fscanf(in, "%zu %zu", &rowsAmount, &colsAmount) != 2) {**

**perror("Invalid matrix size input.\n");**

**return EXIT\_FAILURE;**

**}**

**gridMatrix = ReadGridMatrix(in, rowsAmount, colsAmount);**

**if (argc != 1) fclose(in);**

**}**

**double start = 0.0;**

**double finish = 0.0;**

**if (rank == 0) start = MPI\_Wtime();**

**gsl\_vector\* result = CalcGridHeatDistribution(gridMatrix);**

**if (rank == 0) finish = MPI\_Wtime();**

**if (0 == rank && result) {**

**gsl\_vector\_fprintf(stdout, result, "%4lf ");**

**printf("Time is: %lf seconds.\n", finish - start);**

**gsl\_vector\_free(result);**

**}**

**gsl\_matrix\_free(gridMatrix);**

**MPI\_Finalize();**

**return EXIT\_SUCCESS;**

**}**

**builders.c**

**//Copyright 2023 Olimpiev Y. Y.**

**#include "builders.h"**

**#include <assert.h>**

**void pretty\_gsl\_matrix\_fprintf(FILE\* out, gsl\_matrix\* matrix, const char\* format) {**

**assert(out);**

**assert(matrix);**

**for (size\_t row = 0; row < matrix->size1; row++) {**

**for (size\_t col = 0; col < matrix->size2; col++) {**

**fprintf(out, format, gsl\_matrix\_get(matrix, row, col));**

**}**

**fprintf(out, "\n");**

**}**

**}**

**gsl\_matrix\* BuildKernelMatrix(size\_t rowsAmount, size\_t colsAmount) {**

**size\_t kernelMatrixSize = colsAmount \* rowsAmount;**

**gsl\_matrix\* kernelMatrix = gsl\_matrix\_calloc(kernelMatrixSize, kernelMatrixSize);**

**assert(kernelMatrix);**

**for (size\_t row = 0; row < kernelMatrixSize - colsAmount; row++) {**

**// Set three diagonals.**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row, -4.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row + 1, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row + 1, row, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row + colsAmount, row, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row + colsAmount, 1.0);**

**}**

**for (size\_t row = kernelMatrixSize - colsAmount; row < kernelMatrixSize; row++) {**

**// Set three diagonals.**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row, -4.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row - 1, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row - 1, row, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row - colsAmount, row, 1.0);**

**gsl\_matrix\_set(kernelMatrix, row, row - colsAmount, 1.0);**

**}**

**#ifdef DEBUG**

**FILE\* out = fopen("kernelmatrix.dat", "w");**

**assert(out);**

**pretty\_gsl\_matrix\_fprintf(out, kernelMatrix, "%lf ");**

**fclose(out);**

**#endif**

**return kernelMatrix;**

**}**

**gsl\_vector\* BuildAnswerVector(size\_t rowsAmount, size\_t colsAmount) {**

**gsl\_vector\* answerVector = gsl\_vector\_calloc(rowsAmount \* colsAmount);**

**assert(answerVector);**

**#ifdef DEBUG**

**FILE\* out = fopen("answervector.dat", "w");**

**assert(out);**

**gsl\_vector\_fprintf(out, answerVector, "%lf ");**

**fclose(out);**

**#endif**

**return answerVector;**

**}**

**gsl\_vector\* BuildCoeffsVector(gsl\_matrix\* gridMatrix) {**

**size\_t vectorSize = gridMatrix->size1 \* gridMatrix->size2;**

**gsl\_vector\* coeffsVector = gsl\_vector\_calloc(vectorSize);**

**assert(coeffsVector);**

**for (size\_t i = 0; i < vectorSize; i++) {**

**gsl\_vector\_set(coeffsVector, i, gsl\_matrix\_get(gridMatrix, i / gridMatrix->size2, i % gridMatrix->size2));**

**}**

**#ifdef DEBUG**

**FILE\* out = fopen("coeffsvector.dat", "w");**

**assert(out);**

**gsl\_vector\_fprintf(out, coeffsVector, "%lf ");**

**fclose(out);**

**#endif**

**return coeffsVector;**

**}**

**gsl\_matrix\* ReadGridMatrix(FILE\* in, size\_t rowsAmount, size\_t colsAmount) {**

**assert(in);**

**gsl\_matrix\* gridMatrix = gsl\_matrix\_calloc(rowsAmount, colsAmount);**

**assert(gridMatrix);**

**if (gsl\_matrix\_fscanf(in, gridMatrix) != 0) {**

**perror("Problem with grid matrix reading.\n");**

**return NULL;**

**}**

**#ifdef DEBUG**

**FILE\* out = fopen("gridmatrix.dat", "w");**

**assert(out);**

**pretty\_gsl\_matrix\_fprintf(out, gridMatrix, "%lf ");**

**fclose(out);**

**#endif**

**return gridMatrix;**

**}**

**builders.h**

**// Copyright 2023 Olimpiev Y. Y.**

**#pragma once**

**#include <gsl/gsl\_matrix.h>**

**#include <gsl/gsl\_vector.h>**

**gsl\_matrix\* BuildKernelMatrix(size\_t rowsAmount, size\_t colsAmount);**

**gsl\_vector\* BuildAnswerVector(size\_t rowsAmount, size\_t colsAmount);**

**gsl\_vector\* BuildCoeffsVector(gsl\_matrix\* gridMatrix);**

**void pretty\_gsl\_matrix\_fprintf(FILE\* out, gsl\_matrix\* matrix, const char\* format);**

**gsl\_matrix\* ReadGridMatrix(FILE\* in, size\_t rowsAmount, size\_t colsAmount);**

**prll2.c**

**// Copyright 2023 Olimpiev Y. Y.**

**#include <assert.h>**

**#include <stdio.h>**

**#include <string.h>**

**#include <stdlib.h>**

**#include <gsl/gsl\_blas.h>**

**#include <gsl/gsl\_matrix.h>**

**#include <gsl/gsl\_vector.h>**

**#include "builders.h"**

**#include <mpich/mpi.h>**

**#include <math.h>**

**void prll\_gsl\_blas\_dgemv(**

**CBLAS\_TRANSPOSE\_t trans,**

**double alpha,**

**gsl\_matrix\* subA,**

**gsl\_vector\* x,**

**double beta,**

**gsl\_vector\* y,**

**gsl\_vector\* answerPart,**

**int\* scounts,**

**int\* displs) {**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**int size = 0;**

**MPI\_Comm\_size(MPI\_COMM\_WORLD, &size);**

**gsl\_vector\* xBlock = gsl\_vector\_calloc(scounts[rank]);**

**assert(xBlock);**

**gsl\_vector\* answerBlock = gsl\_vector\_calloc(scounts[rank]);**

**assert(answerBlock);**

**// Send parts of vector x to all threads.**

**void\* sendbuf = (0 == rank) ? x->data: NULL;**

**MPI\_Scatterv(sendbuf, scounts, displs, MPI\_DOUBLE, xBlock->data, scounts[rank], MPI\_DOUBLE, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**gsl\_vector\_set\_all(answerPart, 0.0);**

**for (int i = 0; i < size; i++) {**

**gsl\_matrix\_view currMatrix = gsl\_matrix\_submatrix(subA, 0, displs[(i + rank) % size], scounts[i], scounts[i]);**

**gsl\_blas\_dgemv(trans, alpha, &currMatrix.matrix, xBlock, beta, answerBlock);**

**gsl\_blas\_daxpy(1.0, answerBlock, answerPart);**

**int left = (rank + size - 1) % size;**

**int right = (rank + size + 1) % size;**

**MPI\_Sendrecv\_replace(xBlock->data, scounts[rank], MPI\_DOUBLE, left, 1, right, 1, MPI\_COMM\_WORLD, MPI\_STATUS\_IGNORE);**

**}**

**void\* recv = (0 == rank) ? y->data : NULL;**

**MPI\_Gatherv(answerPart->data, scounts[rank], MPI\_DOUBLE, recv, scounts, displs, MPI\_DOUBLE, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**gsl\_vector\_free(xBlock);**

**gsl\_vector\_free(answerBlock);**

**}**

**double ConjugateGradientsMethodIteration(**

**gsl\_matrix\* subA,**

**gsl\_vector\* x,**

**gsl\_vector\* asnwerPart,**

**gsl\_vector\* r,**

**gsl\_vector\* z,**

**gsl\_vector\* tmpVec,**

**double bNorm,**

**int\* scounts,**

**int\* displs) {**

**double err = 0.0;**

**double alpha = 0.0;**

**double betta = 0.0;**

**double tmp = 0.0;**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**prll\_gsl\_blas\_dgemv(CblasNoTrans, 1.0, subA, z, 0.0, tmpVec, asnwerPart, scounts, displs);**

**if (0 == rank) {**

**// Calc (r\_n, r\_n). double tmp <- (r\_n, r\_n).**

**gsl\_blas\_ddot(r, r, &tmp);**

**// Calc (A \* z\_n, z\_n).**

**gsl\_blas\_ddot(tmpVec, z, &alpha);**

**// Calc (r\_n, r\_n) / (A \* z\_n, z\_n).**

**alpha = tmp / alpha;**

**// Calc x\_(n + 1) = x\_n + aplha \* z\_n.**

**gsl\_blas\_daxpy(alpha, z, x);**

**// Calc r\_(n + 1) = r\_n - aplha \* (A \* z\_n).**

**gsl\_blas\_daxpy(-alpha, tmpVec, r);**

**// Calc (r\_(n + 1), r\_(n + 1)).**

**gsl\_blas\_ddot(r, r, &betta);**

**// Calc betta\_(n + 1) = (r\_(n + 1), r\_(n + 1)) / (r\_n, r\_n).**

**betta /= tmp;**

**// TODO: explain this shit.**

**gsl\_vector\_set\_zero(tmpVec);**

**gsl\_blas\_daxpy(betta, z, tmpVec);**

**gsl\_blas\_daxpy(1.0, r, tmpVec);**

**gsl\_vector\_memcpy(z, tmpVec);**

**err = gsl\_blas\_dnrm2(r) / bNorm;**

**}**

**MPI\_Bcast(&err, 1, MPI\_DOUBLE, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**return err;**

**}**

**gsl\_vector\* ConjugateGradientsMethod(gsl\_matrix\* A, gsl\_vector\* B, gsl\_vector\* X) {**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**int size = 0;**

**MPI\_Comm\_size(MPI\_COMM\_WORLD, &size);**

**gsl\_vector\* tmpVec = NULL;**

**gsl\_vector\* r = NULL;**

**gsl\_vector\* z = NULL;**

**int rows = 0;**

**int cols = 0;**

**int lastChildRows = 0;**

**double normB = 0.0;**

**if (0 == rank) {**

**assert(A);**

**assert(B);**

**assert(X);**

**tmpVec = gsl\_vector\_calloc(B->size);**

**assert(tmpVec);**

**r = gsl\_vector\_calloc(B->size);**

**assert(r);**

**// Calc r = b - Ax. But x = (0), so r = b.**

**// TODO: explain this shit.**

**gsl\_vector\_memcpy(r, B);**

**z = gsl\_vector\_calloc(B->size);**

**assert(z);**

**gsl\_vector\_memcpy(z, r);**

**normB = gsl\_blas\_dnrm2(B);**

**cols = A->size2;**

**rows = trunc((double) A->size1 / (double) size);**

**lastChildRows = A->size2 - (size - 1) \* rows;**

**}**

**MPI\_Bcast(&rows, 1, MPI\_INT, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**MPI\_Bcast(&cols, 1, MPI\_INT, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**MPI\_Bcast(&lastChildRows, 1, MPI\_INT, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**// Send matrix.**

**int\* displs = (int\*)malloc(size\*sizeof(int));**

**int\* scounts = (int\*)malloc(size\*sizeof(int));**

**assert(displs);**

**assert(scounts);**

**for (int i = 0; i < size; ++i) {**

**scounts[i] = rows \* cols;**

**if (i == size - 1) {**

**scounts[i] = lastChildRows \* cols;**

**}**

**displs[i] = (i == 0) ? 0 : displs[i-1] + scounts[i-1];**

**}**

**gsl\_matrix\* subA = gsl\_matrix\_alloc(scounts[rank] / cols, cols);**

**assert(subA);**

**gsl\_vector\* answerPart = gsl\_vector\_calloc(scounts[rank] / cols);**

**assert(answerPart);**

**// Send matrix.**

**void\* dest = (0 == rank) ? A->data : NULL;**

**MPI\_Scatterv(dest, scounts, displs, MPI\_DOUBLE, subA->data, scounts[rank], MPI\_DOUBLE, 0, MPI\_COMM\_WORLD);**

**for (int i = 0; i < size; ++i) {**

**scounts[i] /= cols;**

**displs[i] = (i == 0) ? 0 : displs[i-1] + scounts[i-1];**

**}**

**double eps = 0.00001;**

**double err = 0.0;**

**do {**

**err = ConjugateGradientsMethodIteration(subA, X, answerPart, r, z, tmpVec, normB, scounts, displs);**

**} while (eps < err);**

**gsl\_vector\_free(r);**

**gsl\_vector\_free(z);**

**gsl\_vector\_free(tmpVec);**

**free(displs);**

**free(scounts);**

**gsl\_matrix\_free(subA);**

**gsl\_vector\_free(answerPart);**

**return X;**

**}**

**gsl\_vector\* CalcGridHeatDistribution(gsl\_matrix\* gridMatrix) {**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**gsl\_matrix\* kernelMatrix = NULL;**

**gsl\_vector\* X = NULL;**

**gsl\_vector\* B = NULL;**

**if (0 == rank) {**

**assert(gridMatrix);**

**kernelMatrix = BuildKernelMatrix(gridMatrix->size1, gridMatrix->size2);**

**assert(kernelMatrix);**

**X = BuildAnswerVector(gridMatrix->size1, gridMatrix->size2);**

**assert(X);**

**B = BuildCoeffsVector(gridMatrix);**

**assert(B);**

**}**

**gsl\_vector\* ret = ConjugateGradientsMethod(kernelMatrix, B, X);**

**gsl\_matrix\_free(kernelMatrix);**

**gsl\_vector\_free(B);**

**return ret;**

**}**

**int main(int argc, char\* argv[]) {**

**MPI\_Init(&argc, &argv);**

**int rank = 0;**

**MPI\_Comm\_rank(MPI\_COMM\_WORLD, &rank);**

**gsl\_matrix\* gridMatrix = NULL;**

**if (0 == rank) {**

**size\_t colsAmount = 0;**

**size\_t rowsAmount = 0;**

**FILE\* in = (argc == 1) ? stdin : fopen(argv[1], "r");**

**assert(in);**

**if (fscanf(in, "%zu %zu", &rowsAmount, &colsAmount) != 2) {**

**perror("Invalid matrix size input.\n");**

**return EXIT\_FAILURE;**

**}**

**gridMatrix = ReadGridMatrix(in, rowsAmount, colsAmount);**

**if (argc != 1) fclose(in);**

**}**

**double start = 0.0;**

**double finish = 0.0;**

**if (rank == 0) start = MPI\_Wtime();**

**gsl\_vector\* result = CalcGridHeatDistribution(gridMatrix);**

**if (0 == rank && result) {**

**finish = MPI\_Wtime();**

**gsl\_vector\_fprintf(stdout, result, "%4lf ");**

**printf("Time is: %lf in seconds.\n", finish - start);**

**gsl\_vector\_free(result);**

**}**

**gsl\_matrix\_free(gridMatrix);**

**MPI\_Finalize();**

**return EXIT\_SUCCESS;**

**}**