



Trường ĐH Khoa học tự nhiên – Đại học quốc gia TP HCM.

Khoa Công nghệ thông tin – Hệ chính quy.

Học kỳ 2. Năm học 2024 – 2025. Thời hạn: 05/05/2025.

ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

Bài 1. (3.0 điểm) Mỗi ngày, quán chè của chú Sơn dự kiến nhập 2 loại nguyên liệu về để nấu chè đậu là: đậu đen và đậu đỏ. Theo kinh nghiệm nhiều năm thì: tổng nguyên liệu nên dao động từ 6kg đến 12kg, lượng đậu đen sẽ không ít hơn $1/2$ lượng đậu đỏ nhưng không nhiều hơn 3 lần lượng đậu đỏ. Chú Sơn có liên hệ được ba đơn vị cung cấp nguyên liệu:

- Ông hai: bán 80 nghìn đồng / kg đậu đen và 52 nghìn đồng / kg đậu đỏ.
- Bà ba: bán 60 nghìn đồng / kg đậu đen và 62 nghìn đồng / kg đậu đỏ.
- Cô tư: bán 70 nghìn đồng / kg đậu đen và 56 nghìn đồng / kg đậu đỏ.

a) Hỏi chú Sơn nên mua của ai để có thể tiết kiệm nhất và chi phí khi đó là bao nhiêu?

b) Anh/chị hãy đánh giá nhận xét sau: khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính bằng phương pháp hình học với biến không âm, nếu miền ràng buộc là một đa giác lồi thì không tồn tại 3 hàm mục tiêu có dạng $f(x, y) = ax + by$ (với $a, b > 0$) mà các hàm đạt giá trị tối ưu tại 3 đỉnh khác nhau.

Bài 2. (4.0 điểm) Cho bài toán quy hoạch tuyến tính $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 - 2x_2 + 3x_3 + mx_4 \rightarrow \max$

với $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ và thỏa mãn điều kiện sau đây:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 - x_4 = 6 \\ x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 5. \end{cases}$$

a) Hãy phát biểu bài toán đối ngẫu (\mathcal{D}) của bài toán (\mathcal{P}) ở trên (không cần giải chi tiết). Hỏi nếu cần sử dụng phương pháp đơn hình để giải (\mathcal{D}) thì cần thêm ít nhất bao nhiêu biến mới?

b) Bằng các lập luận thích hợp cũng như kết hợp với việc sử dụng thư viện Python để minh họa cho vài giá trị m cụ thể (anh/chị có thể code trên notebook/colab rồi chụp ảnh đưa vào bài làm), hãy chứng minh rằng:

- Nếu $m > -1$ thì bài toán (\mathcal{P}) không có phương án tối ưu;
- Nếu $m = -1$ thì bài toán (\mathcal{P}) đạt cực trị tại vô số phương án tối ưu;
- Nếu $m < -1$ thì bài toán (\mathcal{P}) đạt cực trị tại đúng một phương án tối ưu.

Bài 3. (3.0 điểm) Trong HAI chọn MỘT.

1) Hãy giải bài toán sau bằng lý thuyết đối ngẫu kết hợp với đơn hình: Một sinh viên tham gia một khóa học có n bài kiểm tra và điểm là một số thực không âm nào đó (*không có chặn trên*). Biết rằng sinh viên sẽ đậu khóa học nếu với mọi $k = \overline{1, n}$, tổng điểm của k bài kiểm tra đầu tiên sẽ không nhỏ hơn k . Sinh viên được tính điểm trung bình theo quy tắc là điểm của bài thứ k có trọng số k . Hỏi một sinh viên đậu khóa học thì có điểm trung bình tối thiểu là bao nhiêu?

2) Hãy phát biểu bài toán sau dưới dạng quy hoạch tuyến tính nguyên rồi giải bằng các thư viện Python thích hợp: Một cơ sở sản xuất có hai loại thanh cốt thép độ dài 9 mét và 7 mét (*số lượng không giới hạn*). Cần gia công ra 100 đoạn 2.4 mét và 130 đoạn 2.8 mét. Hỏi nên cắt cốt thép theo phương án thế nào để lượng thép dư thừa khi gia công là ít nhất?

HẾT