*B1: Thay giá trị ô cấm và chuẩn hoá bài toán

Đây là một bài toán vận tải có ô cấm, đầu tiên ta kiểm tra tổng thu và tổng phát:

Tổng thu*: $100 + 120 + 80 + 90 = 390$

Tổng phát: $150 + 100 + 110 = 360$

Từ đây ta nhận thấy bài toán chưa cân bằng giữa thu - phát, cụ thể là thu > phát. Vậy ta sẽ thêm một kho giả với lượng phát bằng đúng chênh lệch thu - phát, với chi phí bằng 0 đến mọi chi nhánh.

Bảng chi phí đã chuẩn hoá (với M rất lớn):

a_i \ b_j	100	120	80	90
150	1	5	M	4
100	3	4	3	2
110	M	2	4	5
30	0	0	0	0

⊛ B_2: Áp dụng thuật toán Fogel để tìm PACB xuất phát.

a_i \ b_j	~~100~~ 0	~~120~~ ~~10~~ 0	~~80~~ ~~50~~ 0	~~90~~ ~~40~~ 0				
~~150~~ ~~50~~ ~~10~~ 0	1 100	5 10	M	4 40	$\boxed{3}$ (2)	1	1	$\boxed{1}$ (6)
~~100~~ ~~50~~ 0	3	4	3	2 50	1	1	$\boxed{2}$ (5)	
~~110~~ 0	M	2 110	4	5	2	2		
~~30~~ 0	0	0	0 30	0	0			
	1	2	$\boxed{3}$ (1)	2				
	2	$\boxed{2}$ (3)	1	2				
		1	$\boxed{M-3}$ (4)	2				
		~~5~~		*				

Sau khi áp dụng thuật toán Fogel, ta tìm được một PACB xuất phát như sau:

	100	120	80	90
150	1 100	5 10	M	4 40
100	3	4	3 50	2 50
110	M	2 110	4	5
30	0	0	0 30	0

Tổng chi phí cuả PACB ban đầu này là:

$100 \cdot 1 + 10 \cdot 5 + 110 \cdot 2 + 50 \cdot 3 + 40 \cdot 4$
$+ 50 \cdot 2 = 780$

Đồng thời ta nhận thấy PACB này thoả mãn có đúng $m + n - 1 = 7$ (m, n lần lượt là số dòng, cột cuả bảng vận tải) ô có phân phối.

Do đó ~~bài toán~~ PACB không suy biến.

⊛ B_3: Áp dụng thuật toán thế vị để kiểm tra PACB xuất phát.

▷ Đầu tiên ta cần chuẩn hoá (hay quy-0) cho bảng vận tải cuả PACB xuất phát.

		$s_1=-1$	$s_2=-5$	$s_3=-5$	$s_4=-4$
	a_i \ b_j	100	120	80	90
$r_1=0$	150	1 100	5 10	M	4 40
$r_2=2$	100	3	4	3 50	2 50
$r_3=3$	110	M	2 110	4	5
$r_4=5$	30	0	0	0 30	0

Ta cần giải hệ sau đây:

$$\begin{cases} r_1 + s_1 + 1 = 0 \\ r_1 + s_2 + 5 = 0 \\ r_1 + s_4 + 4 = 0 \\ r_2 + s_3 + 3 = 0 \\ r_2 + s_4 + 2 = 0 \\ r_3 + s_2 + 2 = 0 \\ r_4 + s_3 + 0 = 0 \end{cases}$$

Chọn $r_1 = 0$, ta giải được:

$$\begin{cases} s_1 = -1 \;;\; s_2 = -5 \;;\; s_3 = -5 \;;\; s_4 = -4 \\ r_1 = 0 \;;\; r_2 = 2 \;;\; r_3 = 3 \;;\; r_4 = 5 \end{cases}$$

▷ Sau khi đã tính được các r_i, s_i ($i=\overline{1,4}$) như trên, ta sẽ tính các chi phí mới (tạm thời) cho tất cả các ô (kể cả ô không có phân phối). Bảng nhận được sau thao tác này như dưới:

$s_1=-1$ $s_2=-5$ $s_3=-5$ $s_4=-4$

$a_i \backslash b_j$	100	120	80	90	
150	0 100	0 10	M-5	0 40	$r_1=0$
100	4	1	0 50	0 50	$r_2=2$
110	M+2	0 110	2	4	$r_3=3$
30	4	0	0 30	1	$r_4=5$

Do ở bảng này, tất cả chi phí đều không âm nên PACB xuất phát này cũng là PATƯ cho bài toán.

Vậy chi phí thấp nhất để quá trình vận chuyển đạt hiệu quả tối ưu là 780.

⊛ Nếu hàm mục tiêu của bài toán trở thành tìm max thì:

▵ Ta có thể có theo 1 trong 2 hướng giải sau:

Cách 1: Chuyển bài toán về dạng tìm min

Gls ~~Nếu~~ bài gốc (tìm min) có dạng: Tìm các ẩn số $x_{ij} \geq 0$ ∈ s sao cho

$$\min f = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

với $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i$ là tổng hàng phát từ kho i; $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j$ là tổng hàng nhập vào chi nhánh j; $x_{ij} \geq 0$ $\forall i,j$; m, n lần lượt là số kho và số chi nhánh.

Khi đó ta chuyển bài toán về dạng tìm max như sau:

$$g = -f = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} (-c_{ij}) x_{ij} \longrightarrow \min$$

Từ đó tiến hành giải bài toán như bình thường, sau khi tìm được PA tối ưu x_0 thì $f_{max} = -g(x_0)$.

• Nếu mọi chi phí Δ_{ij} đều không dương thì PACB xuất phát cũng là PA tối ưu.

Giả sử PA này là x_0. Nếu, với tập các ô chọn là $G(x)$, nếu $x_{ij} \in G(x)$ với (i,j) là ô cấm và $\Delta_{ij} > 0$ thì bài toán gốc (chưa chuẩn hoá) sẽ không có PA tối ưu.

Ngược lại, nếu $x_{ij} \notin G(x)$ với mọi (i,j) là ô cấm, hoặc $\Delta_{ij} = 0$ $\forall (i,j)$ là ô cấm; thì PATƯ của bài chuẩn hoá cũng là PATƯ của bài toán gốc. $\square$