

1. Vysvetlite pojem *analytické riešenie* obyčajnej diferenciálnej rovnice. [2b]

2. Čo sú to *začiatočné podmienky* dynamického systému? [3b]

3. Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice pričom  $y(0) = 1$ ,  $\dot{y}(0) = 0$  a  $u(t) = 0$ . Použite metódu charakteristickej rovnice. [7b]

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t)$$

4. S využitím Laplaceovej transformácie nájdite analytické riešenie rovnice pričom  $y(0) = y_0$ ,  $\dot{y}(0) = z_0$  a  $u(t) = \delta(t)$ . [8b]

$$\ddot{y}(t) + (a + b)\dot{y}(t) + aby(t) = u(t)$$

5. Schematicky znázornite dynamický systém daný v tvare diferenciálnej rovnice [3b]

$$\ddot{y}(t) + ay(t) = bu(t) \quad y(0) = y_0$$

kde  $a$ ,  $b$  sú konštanty a  $u(t)$  je známy vstupný signál.

6. Nasledujúcu diferenciálnu rovnicu druhého rádu prepíšte na sústavu diferenciálnych rovníc prvého rádu.  $\beta$ ,  $m$ ,  $g$  a  $l$  sú reálne čísla. [4b]

$$ml^2\ddot{\varphi}(t) + \beta\dot{\varphi}(t) + mgl \sin(\varphi(t)) = u(t)$$

7. Uvažujte statický systém prvého rádu (SS1R) daný prenosovou funkciou v tvare

$$Y(s) = \frac{K}{Ts + 1}U(s)$$

kde  $K, T \in \mathbb{R}$  sú parametre systému. Stanovte časovú funkciu, ktorá je analytickým vyjadrením prechodovej charakteristiky tohto systému. [3b]

8. Uvažujme dynamický systém v tvare

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= ax(t) + bu(t) \\ y(t) &= x(t)\end{aligned}$$

kde  $x(t)$  je stavová veličina systému,  $u(t)$  je vstupná veličina systému a  $y(t)$  je výstupná veličina systému. Parameter  $b = 1$  a parameter  $a$  je neznáma konštanta.

- a) Koľkého rádu je systém? [1b]
- b) Aký je charakteristický polynóm daného dynamického systému? [1b]
- c) Pre ktoré  $a$  je systém stabilný a pre ktoré  $a$  je nestabilný? Nájdite intervaly. [1b]

Tabuľka Laplaceových obrazov:

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n F(s) - s^{(n-1)}f(0) \dots - s^0 \frac{d^{(n-1)}}{dt^{(n-1)}}(f(0))$	1	$\frac{1}{s}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s - a}$	$\delta(t)$	1