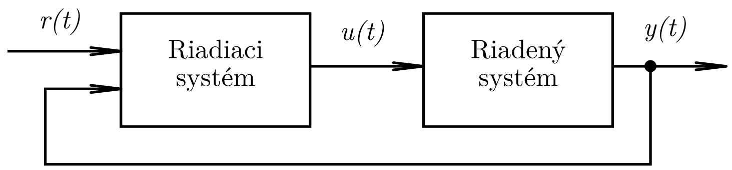
Uzavretý regulačný obvod a PID regulátor

Obsah

1 O regulačnom obvode

Regulačný obvod sa vo všeobecnosti skladá z riadiaceho systému a z riadeného systému. Zahŕňa tri základné signály. Výstupnú veličinu $y(t)$, akčný zásah $u(t)$ a referenčný signál $r(t)$. Schematicky sa znázorňuje nasledovne:



Obr. 1: Všeobecný uzavretý regulačný obvod.

Výstupom riadeného systému je veličina, ktorá, okrem iného, hovorí o splnení cieľa riadenia. Cieľom riadenia napríklad je, aby táto veličina dosiahla istú hodnotu, prípadne aby priebeh tejto veličiny v čase vykazoval isté dynamické vlastnosti, a podobne. Pre skrátenie sa práve táto veličina nazýva ako výstupná veličina (celého obvodu). Označuje sa $y(t)$.

Úlohou riadiaceho systému je splniť cieľ riadenia. Výstupom riadiaceho systému je tzv. akčný zásah (označuje sa $u(t)$). Je to signál (veličina), pomocou ktorého riadiaci systém ovplyvňuje riadený systém. Akčný zásah je teda na vstupe riadeného systému.

Pre splnenie cieľa riadenia potrebuje riadiaci systém dostať príkaz typicky vo forme signálu, ktorý je referenčným signálom (označuje sa $r(t)$) alebo žiadanou hodnotou (označuje sa $w(t)$, v angličtine *setpoint*). Druhou informáciou, ktorú riadiaci systém potrebuje pre splnenie cieľa, je spätná väzba z výstupu riadeného systému.

S využitím uvedeného, teda spätnej väzby a referenčného signálu (alebo žiadanej hodnoty), riadiaci systém akčným zásahom ovplyvňuje riadiaci systém tak, aby bol splnený cieľ riadenia. Pre zvýraznenie úrincípu spätnej väzby sa výsledný principiálny regulačný obvod nazýva *Uzavretý regulačný obvod* (URO).

1.1 Regulačná odchýlka

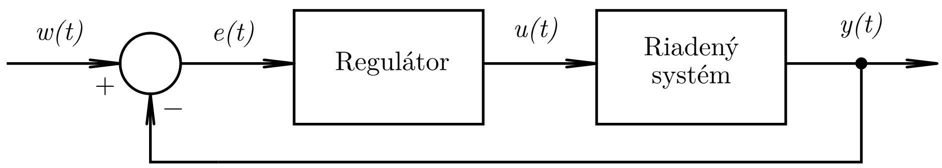
Značne typickým uzavretým regulačným obvodom je taký, v ktorom sa využíva regulačná odchýlka.

Regulačná odchýlka $e(t)$ je rozdiel žiadanej hodnoty $w(t)$ (setpoint) a výstupnej veličiny riadeného systému $y(t)$, teda

$$e(t) = w(t) - y(t) \tag{1}$$

Je zrejmé, že ak je regulačná odchýlka nulová, tak cieľ riadenia je splnený.

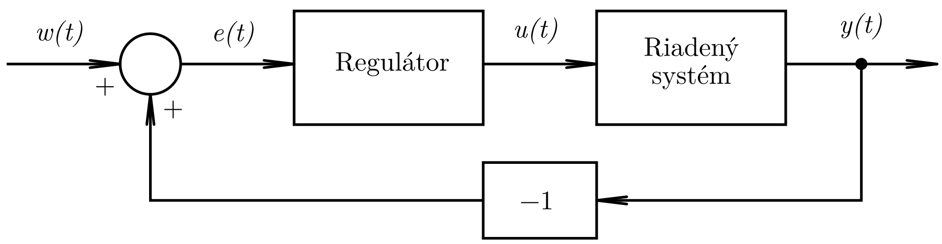
V tomto prípade je URO možné schematicky znázorniť nasledovne:



Obr. 2: Uzavretý regulačný obvod s regulačnou odchýlkou a regulátorom.

Je možné konštatovať, že na obr. 2 je celkový riadiaci systém tvorený dvomi prvkami: výpočtom regulačnej odchýlky a regulátorom. Typicky, vstupom regulátora je regulačná odchýlka.

Pre zdôraznenie faktu, že v uvedenom prípade ide jednoznačne (už z princípu informácie o odchýlke (1)) o zápornú spätnú väzbu môžeme kresliť schému nasledovne:

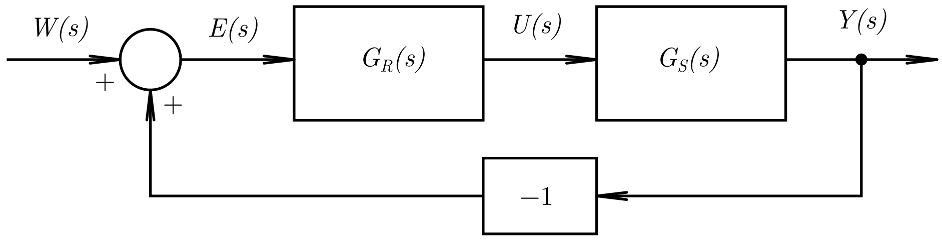


Obr. 3: Uzavretý regulačný obvod s blokom vyjadrujúcim zápornú spätnú väzbu.

1.2 Lineárny uzavretý regulačný obvod

V prípade, že riadiaci a riadený systém je možné opísať ako lineárne dynamické systémy, hovoríme o lineárnom uzavretom regulačnom obvode.

Typicky hovoríme, že regulátor, ktorého vstupom je regulačná odchýlka, a riadený systém je vtedy možné reprezentovať prenosovými funkciami. Klasický lineárny uzavretý regulačný obvod je potom možné schematicky znázorniť nasledovne:



Obr. 4: Lineárny uzavretý regulačný obvod.

V tomto prípade všetky bloky v schéme sú tvorené prenosovými funkciami (aj -1 je v princípe prenosová funkcia) pričom $G_R(s)$ je prenosová funkcia regulátora a $G_S(s)$ je prenosová funkcia riadeného systému (hovorí sa tiež prenosová funkcia riadenej sústavy).

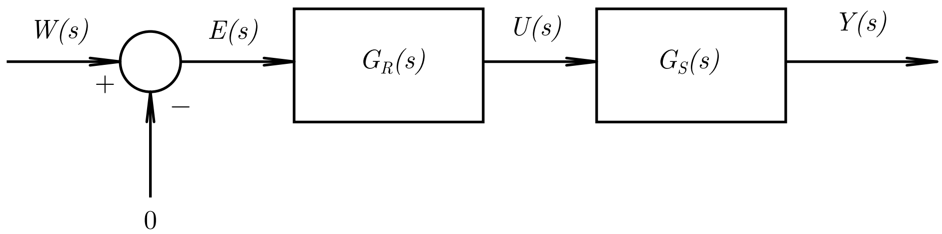
Avšak, ak sú blokmi URO prenosové funkcie, potom namiesto časových signálov je možné uvažovať ich Laplaceove obrazy (L-obrazy), teda $W(s)$, $E(s)$, $U(s)$ a $Y(s)$.

1.2.1 Otvorený regulačný obvod

S využitím algebry prenosových funkcií vidíme, že $G_R(s)$ a $G_S(s)$ sú v sérii a teda máme

$$G_{ORO}(s) = G_R(s)G_S(s) \tag{2}$$

pričom $G_{ORO}(s)$ je prenosová funkcia súvisiaca s pojmom *otvorený regulačný obvod* – je to situácia keď sa neuvažuje spätná väzba (obvod nie je uzavretý).



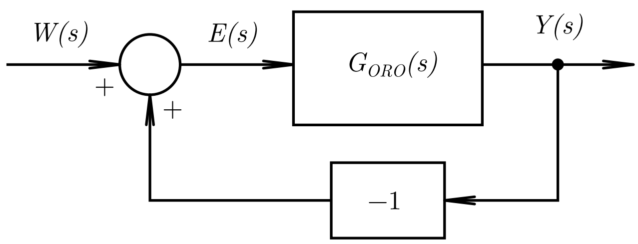
Obr. 5: Otvorený regulačný obvod.

1.2.2 Prenosová funkcia URO

Zároveň, na URO je potom jednoduché pozrieť sa ako na jeden celok. Celkovým výstupom URO je výstupná veličina $y(t)$, ktorej L-obraz je $Y(s)$, a celkovým vstupom URO je žiadaná hodnota $w(t)$ s obrazom $W(s)$. Pomer obrazov $W(s)$ a $Y(s)$ je prenosovou funkciou URO.

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = G_{URO}(s) \tag{3}$$

Prenosovú funkciu URO je ďalej možné konkretizovať s využitím algebry prenosových funkcií. S využitím $G_{ORO}(s)$ máme situáciu:



Obr. 6

a teda

$$G_{URO}(s) = \frac{G_{ORO}(s)}{1 + G_{ORO}(s)} = \frac{G_R(s)G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)} \tag{4}$$

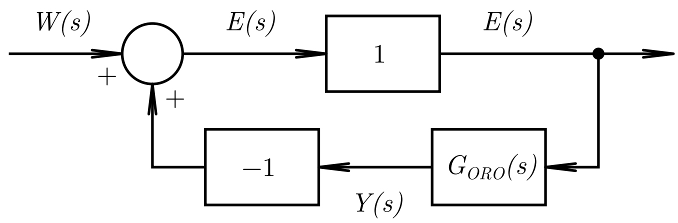
Tejto prenosovej funkcii sa tiež hovorí prenosová funkcia riadenia.

1.2.3 Iné prenosové funkcie v URO

Obdobne je možné skúmať aj iné pomery L-obrazov signálov v uzavretom regulačnom obvode. Napríklad tzv. prenosová funkcia regulačnej odchýlky

$$\frac{E(s)}{W(s)} = G_E(s) \tag{5}$$

V tomto prípade teda:



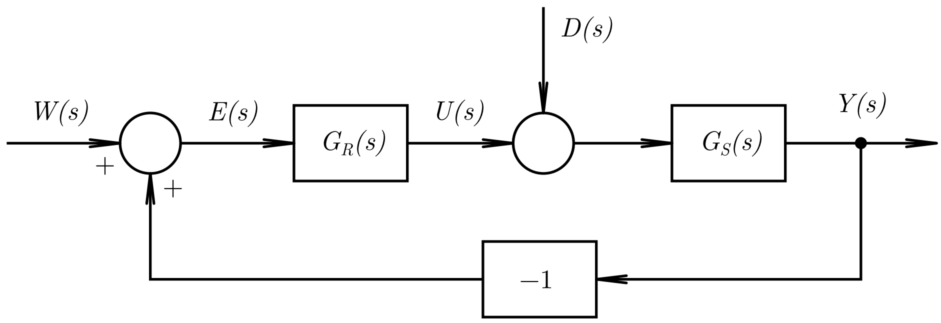
Obr. 7

a

$$G_E(s) = \frac{1}{1 + G_{ORO}(s)} = \frac{1}{1 + G_R(s)G_S(s)} \tag{6}$$

Túto skutočnosť je možné využiť pri skúmaní dynamiky a ustáleného stavu regulačnej odchýlky. Regulačná odchýlka totiž priamo hovorí o splnení či nesplnení cieľa riadenia.

Typickým je tiež uvažovať tzv. poruchu akčného zásahu a skúmať jej vplyv na výstup URO. Situácia vyzerá nasledovne:

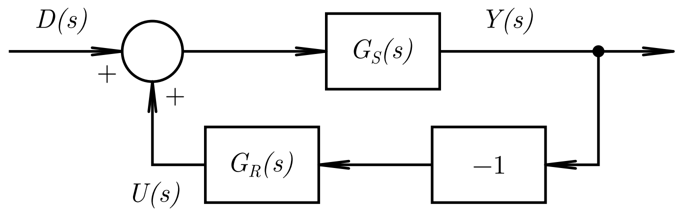


Obr. 8: Lineárny uzavretý regulačný obvod s uvažovaním poruchy akčného zásahu.

Pre izolovanie vplyvu poruchy na výstupnú veličinu je v prvom rade potrebné neuvažovať vplyv samotnej žiadanej hodnoty, teda $W(s) = 0$. Potom hovoríme o prenosovej funkcii poruchy ak

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = G_D(s) \tag{7}$$

teda:



Obr. 9

a

$$G_D(s) = \frac{G_S(s)}{1 + G_R(s)} \tag{8}$$

1.2.4 Stabilita URO

Uvažuje sa tu o lineárnom URO a teda existuje prenosová funkcia URO. Akékoľvek otázky súvisiace so stabilitou URO sú preto totožné ako v prípade prenosovej funkcie vo všeobecnosti. Stabilita URO je daná charakteristickým polynómom prenosovej funkcie URO a teda polohou pólov URO v komplexnej rovine.

1.2.5 Kvalita URO

Pod kvalitou URO sa typicky rozumie presnosť sledovania zmien signálu $w(t)$ (žiadanej hodnoty) výstupnou veličinou $y(t)$. Ideálnym URO by bol taký, kde $y(t) = w(t)\ \forall t$, alebo teda $e(t) = w(t) - y(t) = 0\ \forall t$. Pre reálne systémy so zotrvačnosťou je to však nereálna požiadavka.

Je účelné vyšetrovať kvalitu URO (kvalitu riadenia) separátne v ustálenom stave a v prechodných stavoch (prechodných dejoch).

Kvalita v ustálenom stave

Kritériom kvality v ustálenom stave je v princípe

$$\left| \lim_{t\to\infty} e(t) \right| = |e(\infty)| \to \min \tag{9}$$

kde

$$e(\infty) = w(\infty) - y(\infty) \tag{10}$$

sa nazýva trvalá regulačná odchýlka. V ideálnom prípade samozrejme $|e(\infty)| = 0$, t.j. $y(\infty) = w(\infty)$.

Typickými časovými priebehmi signálu $w(t)$ sú, zovšeobecnene povedané, skok polohy, skok rýchlosti a skok zrýchlenia. Všetky tieto prípady možno vyjadriť ako

$$w(t) = w_p\ t^q \tag{11}$$

kde w_p je konštanta a q nadobúda hodnoty 0, 1 alebo 2. L-obrazom takéhoto signálu je

$$W(s) = \frac{q!}{s^{q+1}} w_p \tag{12}$$

Uvažujme všeobecne zapísanú prenosovú funkciu otvoreného regulačného obvodu:

$$G_{ORO}(s) = \frac{K}{s^\nu} \frac{b_m s^m + \ldots b_1 s + 1}{a_{n-\nu} s^{n-\nu} + \ldots + a_1 s + 1} \tag{13}$$

kde ν rád astatizmu a K je zosilnenie predmetnej prenosovej funkcie. Z prenosovej funkcie regulačnej odchýlky potom máme

$$\begin{aligned} E(s) &= \frac{W(s)}{1 + G_{ORO}(s)} \\ &= \frac{s^\nu \left(a_{n-\nu} s^{n-\nu} + \ldots + a_1 s + 1\right)}{s^\nu \left(a_{n-\nu} s^{n-\nu} + \ldots + a_1 s + 1\right) + K \left(b_m s^m + \ldots b_1 s + 1\right)} \frac{q!}{s^{q+1}} w_p \end{aligned} \tag{14}$$

Na základe vety o konečnej hodnote platí

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0}\left(q! w_p \frac{s^{\nu-q}}{s^\nu + K}\right) \tag{15}$$

Potom je zrejmé, že ak $\nu > q$ potom $e(\infty) = 0$. Ďalej ak $\nu < q$ potom $e(\infty) = \infty$ (a teda URO je v princípe nestabilný). Nakoniec ak $\nu = q$ potom $0 < e(\infty) < \infty$ a teda vzniká nenulová trvalá regulačná odchýlka. Hodnotu trvalej regulačnej odchýlky je tiež možné aj vyjadriť, napríklad pre $\nu = q = 0$ je $e(\infty) = \frac{w_p}{1+K}$.

1.3 Návrh (lineárneho) URO vo všeobecnosti

V princípe sa dajú klasifikovať tri typické východiskové situácie.

1. Je daná štruktúra riadiaceho systému a navrhujú sa jeho parametre.
   V tomto prípade to znamená, že poznáme stupne polynómov v prenosovej funkcii $G_R(s)$ ale nepoznáme hodnoty koeficientov v polynómoch, ktoré sú v princípe parametrami riadiaceho systému ako celku.
2. Navrhuje sa aj štruktúra (nie je presne daná) aj parametre.
   Teda pri $G_R(s)$ aj stupne aj koeficienty polynómov.
3. Štruktúra je čiastočne známa (napríklad relatívny stupeň $G_R(s)$) a pri týchto podmienkach sa následne navrhujú parametre.

Nástrojmi a informáciami využívanými pri návrhu sú:

- Požiadavky na kvalitu prechodného deja a ustáleného stavu regulačného obvodu.
- Vlastnosti a matematický model riadeného systému
- Časové priebehy výstupnej veličiny riadeného systému, typicky prechodové charakteristiky a podobne.
- Znalosť/odhad poruchových veličín, obmedzenia akčného zásahu a podobne...

2 O PID regulátore

PID regulátor patrí medzi najviac rozšírené súčasti riadiacich systémov vo všeobecnosti.

V princípe využíva regulačnú odchýlku a tiež je ho možné opísať pomocou lineárneho dynamického systému a teda pomocou prenosovej funkcie.

Názov *PID* regulátor vystihuje skutočnosť, že tento regulátor má tri principiálne zložky. Proporcionálnu, Integračnú a derivačnú. Ide pri tom o tri spôsoby ako sa tu využíva informácia o regulačnej odchýlke.

Regulátor v skutočnosti pracuje s tromi signálmi. Prvým je samotná regulačná odchýlka $e(t) = w(t) - y(t)$. Z regulačnej odchýlky sa získavajú ďalšie dva signály. Časový integrál regulačnej odchýlky a časová derivácia regulačnej odchýlky. Formálnejšie

$$e_i(t) = \int e(t)\mathrm{d}t \tag{16}$$

je časový integrál regulačnej odchýlky a

$$e_d(t) = \frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t} \tag{17}$$

je časová derivácia regulačnej odchýlky.

Každý z týchto signálov je násobený (zosilnený) nejakou nastaviteľnou konštantou (parametrom regulátora) a výsledný akčný zásah $u(t)$ je súčet týchto troch členov, teda

$$u(t) = Pe(t) + I\int e(t)\mathrm{d}t + D\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t} \tag{18}$$

kde P, I a D sú parametre (konštanty, čísla, zosilnenia) regulátora.

2.1 Prenosová funkcia PID regulátora

Zo všeobecného hľadiska je vstupom regulátora regulačná odchýlka – signál $e(t)$. Jeho L-obrazom je $E(s)$. Výstupom regulátora je akčný zásah, ktorého L-obrazom je $U(s)$. Prenosová funkcia PID regulátora potom formálne je

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} \tag{19}$$

alebo teda akčný zásah je

$$U(s) = G_R(s)E(s) \tag{20}$$

L-obrazom integrálu regulačnej odchýlky je $\frac{1}{s}E(s)$ a L-obrazom derivácie regulačnej odchýlky je $sE(s)$. Potom akčný zásah je

$$U(s) = PE(s) + I\frac{1}{s}E(s) + DsE(s) \tag{21}$$

konvenčne sa v tejto súvislosti pre označenie parametrov PID používajú r_0, r_{-1} a r_1, kde číselný index má vyjadrovať mocninu premennej s, pri ktorej sa parameter nachádza. Teda

$$U(s) = r_0E(s) + r_{-1}\frac{1}{s}E(s) + r_1sE(s) \tag{22}$$

Prenosová funkcia PID regulátora je potom v tvare

$$G_R(s) = r_0 + r_{-1}\frac{1}{s} + r_1s \tag{23}$$

Tento tvar sa nazýva zložkový tvar, totiž, túto prenosovú funkciu je možné vyjadriť aj v tvare

$$G_R(s) = P\left(1 + \frac{1}{T_Is} + T_Ds\right) \tag{24}$$

kde zmyslom je zavedenie časových konštánt T_I a T_D (tieto parametre majú rozmer času) a pri tom platí $P = r_0$, $T_I = \frac{r_0}{r_{-1}}$ a $T_I = \frac{r_1}{r_0}$.

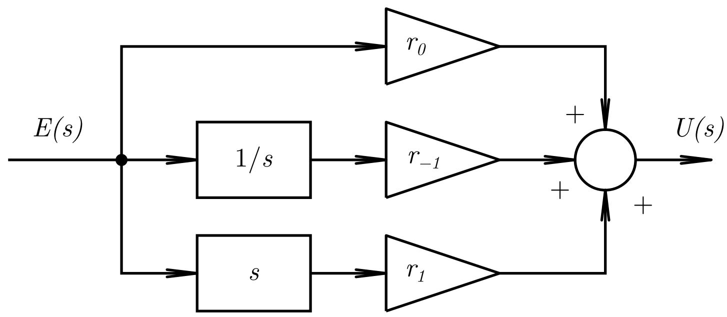
Len pre názornosť, ak by sme chceli vyjadriť prenosovú funkciu (23) ako jediný zlomok, potom

$$G_R(s) = \frac{r_1s^2 + r_0s + r_{-1}}{s} \tag{25}$$

kde je zrejmé, že stupeň čitateľa je vyšší ako stupeň menovateľa a teda ide o nekauzálny systém. To súvisí so skutočnosťou, že realizovať časovú deriváciu, takú, pri ktorej by bola veľkosť časového úseku dt nekonečne malá, je nereálne. V praxi je možné realizovať kvalitnú aproximáciu ideálnej časovej derivácie, čo sa v týchto súvislostiach prejaví tak, že obrazom signálu v derivačnej zložke nie je $sE(s)$, ale iný výraz, taký, že to má za následok splnenie podmienky kauzality v celkovej prenosovej funkcii PID regulátora.

2.2 Bloková schéma PID regulátora

Schematicky, pomocou základných funkčných prvkov, vzhľadom na jeho prenosovú funkciu, je možné PID regulátor znázorniť nasledovne:



Obr. 10: Bloková schéma PID regulátora

3 O výbere štruktúry PID regulátora

PID regulátor vo všeobecnosti pozostáva z troch zložiek. Často však nie je potrebné použiť všetky tri zložky. Niekedy to môže byť až výslovne nežiadúce.

V princípe je možné uvažovať tri samostatné regulátory (zložky PID regulátora). Hovoríme o P-regulátore (využíva sa len proporcionálna zložka PID), o I-regulátore (využíva sa len integračná zložka PID) a o D-regulátore (využíva sa len derivačná zložka PID).

Zároveň je možné uvažovať aj vzájomné kombinácie uvedených regulátorov. Veľmi častým prípadom je PI regulátor. Aj PD regulátor je v praxi používaný. Niečo ako „ID regulátor“ môže mať uplatnenie ale ide o ojedinelé prípady.

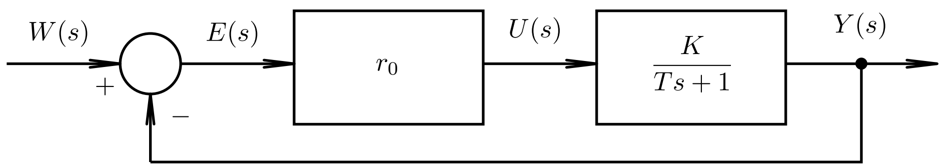
3.1 Príklady

3.1.1 P regulátor a SS1R

Majme URO, kde

$$G_R(s) = r_0 \qquad \text{a} \qquad G_S(s) = \frac{K}{Ts+1} \tag{26}$$

teda:



Obr. 11

Prenosová funkcia ORO

Nájdime prenosovú funkciu ORO.

$$G_{ORO}(s) = G_R(s)G_S(s) = \frac{r_0K}{Ts+1} \tag{27}$$

Prenosová funkcia URO

Nájdime prenosovú funkciu URO.

$$G_{URO}(s) = \frac{G_{ORO}(s)}{1+G_{ORO}(s)} = \frac{\frac{r_0K}{Ts+1}}{1+\frac{r_0K}{Ts+1}} = \frac{\frac{r_0K}{Ts+1}}{\frac{Ts+1+r_0K}{Ts+1}} = \frac{r_0K}{Ts+(1+r_0K)} = \frac{\frac{r_0K}{T}}{s+\frac{1+r_0K}{T}} \tag{28}$$

URO je systémom prvého rádu bez astatizmu.

Stabilita

Vyšetrime stabilitu URO. Charakteristický polynóm URO je

$$A(s) = s + \frac{1+r_0K}{T} \tag{29}$$

Pól URO je $s_1 = -\frac{1+r_0K}{T}$. URO je stabilný ak $\Re\{s_1\} > 0$.

Kvalita v ustálenom stave

Uvažujme $w(t) = 1$ a vyšetrime veľkosť trvalej regulačnej odchýlky $e(\infty)$.

L-obrazom žiadanej hodnoty je $W(s) = \frac{1}{s}$. Teda

$$Y(s) = G_{URO}(s)\frac{1}{s} \tag{30}$$

Podľa vety o konečnej hodnote platí

$$y(\infty) = \lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} \left(s\ G_{URO}(s)\ \frac{1}{s} \right) \tag{31}$$

takže ak uvažujeme $w(t) = 1$, potom

$$y(\infty) = \lim_{s\to 0}\ G_{URO}(s) \tag{32}$$

V tomto prípade

$$y(\infty) = \lim_{s\to 0} \left(\frac{r_0 K}{Ts + (1 + r_0 K)} \right) = \frac{r_0 K}{(1 + r_0 K)} \tag{33}$$

Trvalá regulačná odchýlka je $e(\infty) = w(\infty) - y(\infty)$, pričom v tomto prípade samozrejme $w(\infty) = 1$, teda

$$e(\infty) = w(\infty) - y(\infty) = 1 - \frac{r_0 K}{(1 + r_0 K)} = \frac{1 + r_0 K - r_0 K}{(1 + r_0 K)} = \frac{1}{(1 + r_0 K)} \tag{34}$$

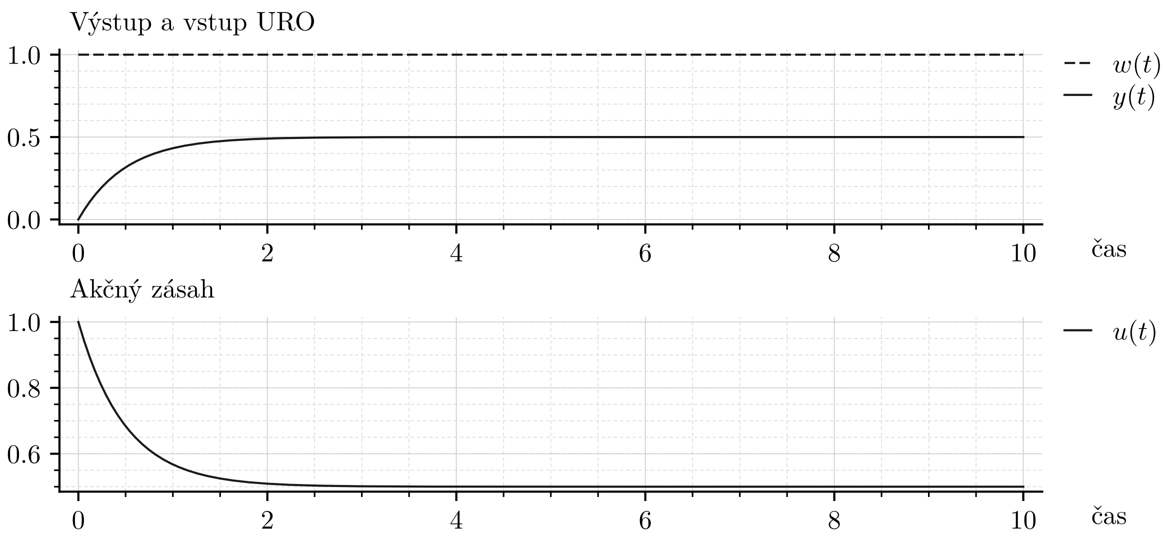
Trvalá regulačná odchýlka bude vždy nenulová.

Prechodný dej

V tomto prípade URO opisuje prenosová funkcia 1. rádu. Tým je daný aj typický tvar prechodovej charakteristiky URO (tri prípady: kladný/záporný/nulový pól). Zároveň tu má význam hovoriť o časovej konštante URO, ktorá má hodnotu $\frac{T}{(1+r_0 K)}$ a zosilnení URO, ktoré má hodnotu $\frac{r_0 K}{(1+r_0 K)}$.

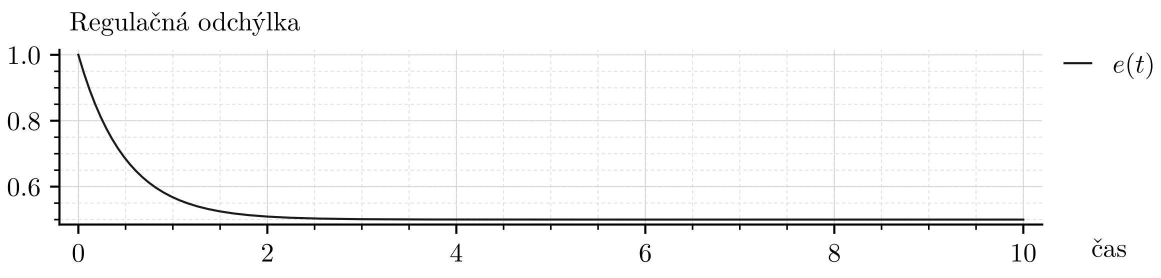
Simulácia

Pre príklad uvažujme $K = 1$, $T = 1$ a parameter $r_0 = 1$. Výsledok simulácie je nasledovný:



Obr. 12

Pre ilustráciu, regulačná odchýlka:



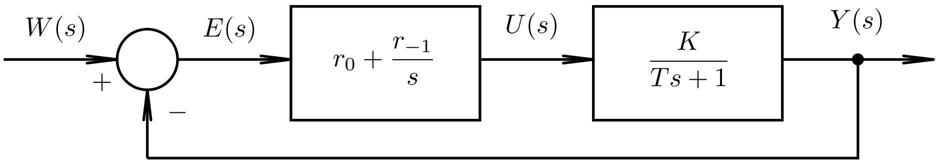
Obr. 13

3.1.2 PI regulátor a SS1R

Majme URO, kde

$$G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} \qquad \text{a} \qquad G_S(s) = \frac{K}{Ts+1} \tag{35}$$

teda:



Obr. 14

Prenosová funkcia ORO

Nájdime prenosovú funkciu ORO.

$$G_{ORO}(s) = G_R(s)G_S(s) = \frac{Kr_0 s + Kr_{-1}}{Ts^2 + s} \tag{36}$$

Prenosová funkcia URO

Nájdime prenosovú funkciu URO.

$$\begin{aligned} G_{URO}(s) &= \frac{G_{ORO}(s)}{1 + G_{ORO}(s)} = \frac{\frac{Kr_0 s + Kr_{-1}}{Ts^2+s}}{1 + \frac{Kr_0 s + Kr_{-1}}{Ts^2+s}} = \frac{\frac{Kr_0 s + Kr_{-1}}{Ts^2+s}}{\frac{Ts^2+s+Kr_0 s + Kr_{-1}}{Ts^2+s}} \\ &= \frac{\frac{Kr_0 s + Kr_{-1}}{Ts^2+s}}{\frac{Ts^2+(1+Kr_0)s+Kr_{-1}}{Ts^2+s}} = \frac{Kr_0 s + Kr_{-1}}{Ts^2 + (1+Kr_0)s + Kr_{-1}} \end{aligned} \tag{37}$$

URO je systémom druhého rádu bez astatizmu s jednou nulou.

Stabilita

Vyšetrime stabilitu URO. Charakteristický polynóm URO je

$$A(s) = Ts^2 + (1 + Kr_0)s + Kr_{-1} \tag{38}$$

Zaujímajú nás podmienky, pri ktorých bude URO stabilný. Tieto podmienky ba malo byť možné využiť pri návrhu/voľbe parametrov regulátora. Využime skutočnosť, že ak sú všetky koeficienty polynómu druhého stupňa kladné, potom jeho korene majú zápornú reálnu časť.

URO bude teda stabilný ak

$$T > 0 \qquad 1 + Kr_0 > 0 \qquad Kr_{-1} > 0 \tag{39}$$

Kvalita v ustálenom stave

Uvažujme $w(t) = 1$ a vyšetrime veľkosť trvalej regulačnej odchýlky $e(\infty)$.

Cieľom je zistiť aká je dosiahnuteľná minimálna trvalá regulačná odchýlka, teda $e(\infty) = w(\infty) - y(\infty)$.

Keďže $W(s) = \frac{1}{s}$ a URO je stabilný, potom

$$y(\infty) = \lim_{s\to 0} G_{URO}(s) = \frac{Kr_{-1}}{Kr_{-1}} = 1 \tag{40}$$

Trvalá regulačná odchýlka je $e(\infty) = w(\infty) - y(\infty)$, pričom v tomto prípade samozrejme $w(\infty) = 1$, teda

$$e(\infty) = w(\infty) - y(\infty) = 1 - 1 = 0 \tag{41}$$

Trvalá regulačná odchýlka bude vždy nulová.

Prechodný dej

Cieľom je vyhodnotiť možnosti ovplyvnenia prechodného deja, ktorý vykazuje URO, pomocou parametrov regulátora.

V tomto prípade je prenosová funkcia URO prenosovou funkciou druhého rádu. Prechodný dej teda môže byť kmitavý (dva komplexne združené póly) alebo aperiodický (dva reálne póly).

Charakteristický polynóm v tomto prípade je

$$A(s) = Ts^2 + (1 + Kr_0)s + Kr_{-1} \tag{42}$$

a jeho korene

$$s_{1,2} = \frac{-(1 + Kr_0)}{2T} \pm \frac{\sqrt{(1 + Kr_0)^2 - 4TKr_{-1}}}{2T} \tag{43}$$

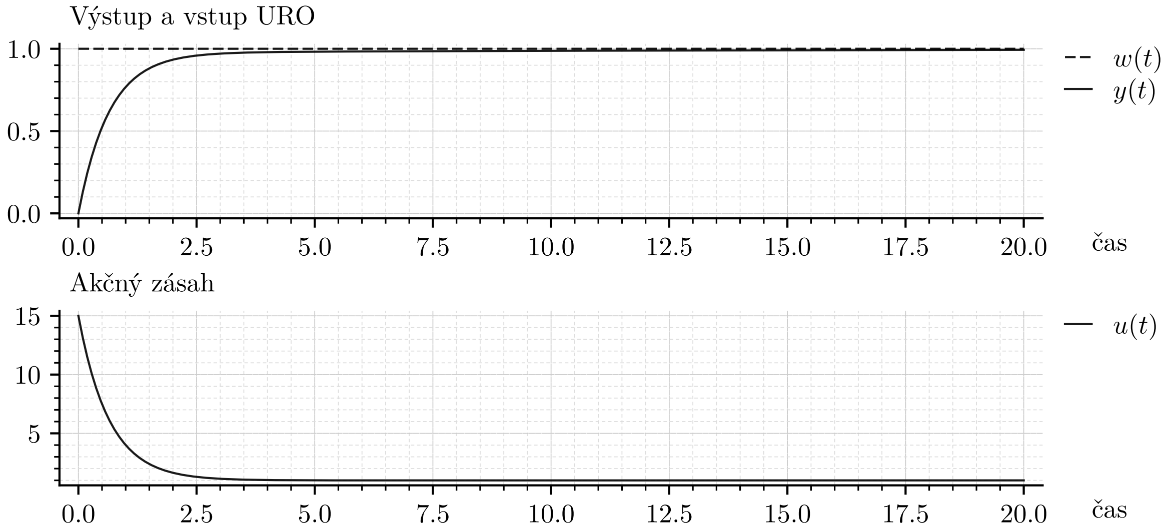
O charaktere koreňov rozhoduje diskriminant, teda v tomto prípade ak

$$(1 + Kr_0)^2 - 4TKr_{-1} \geq 0 \tag{44}$$

tak prechodný dej URO bude aperiodický, inak bude kmitavý.

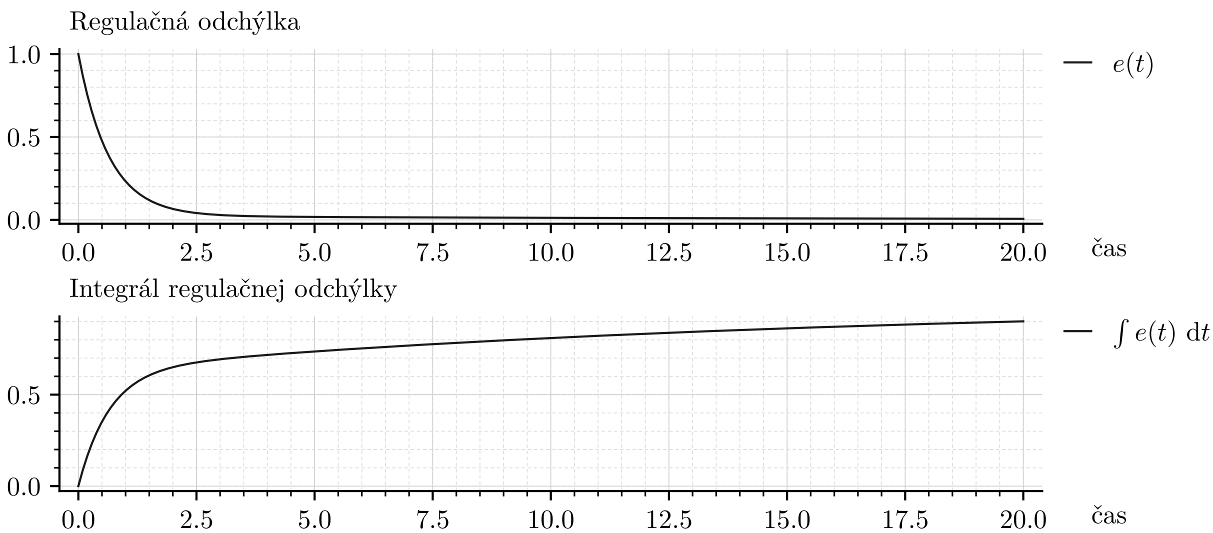
Simulácia 1 (nekmitavý prechodný dej)

Pre príklad uvažujme $K = 1$, $T = 10$ a $r_0 = 15$, $r_{-1} = 1$. Výsledok je nasledovný:



Obr. 15

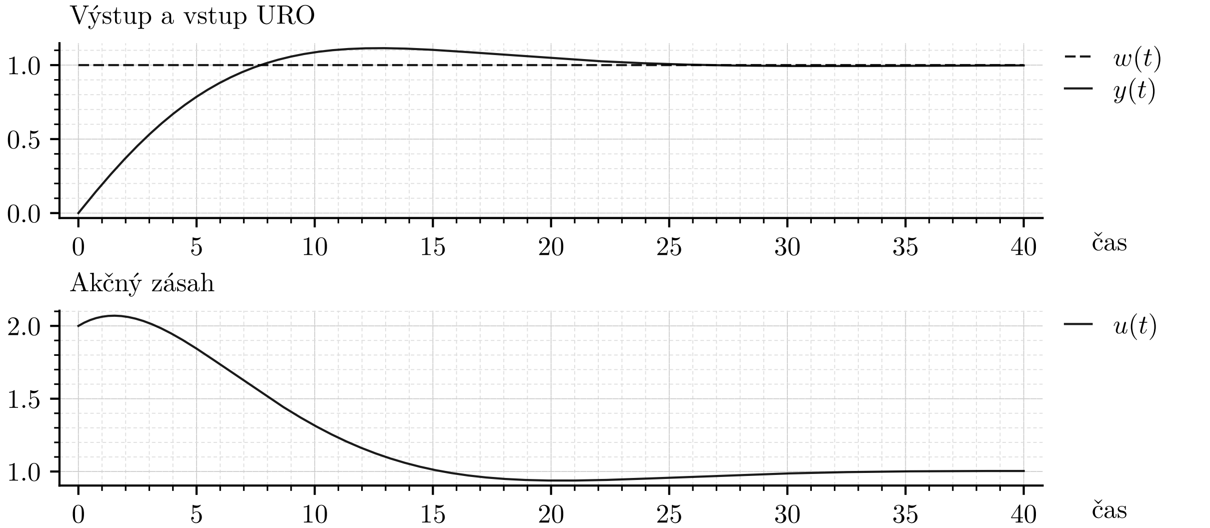
Pre ilustráciu, regulačná odchýlka:



Obr. 16

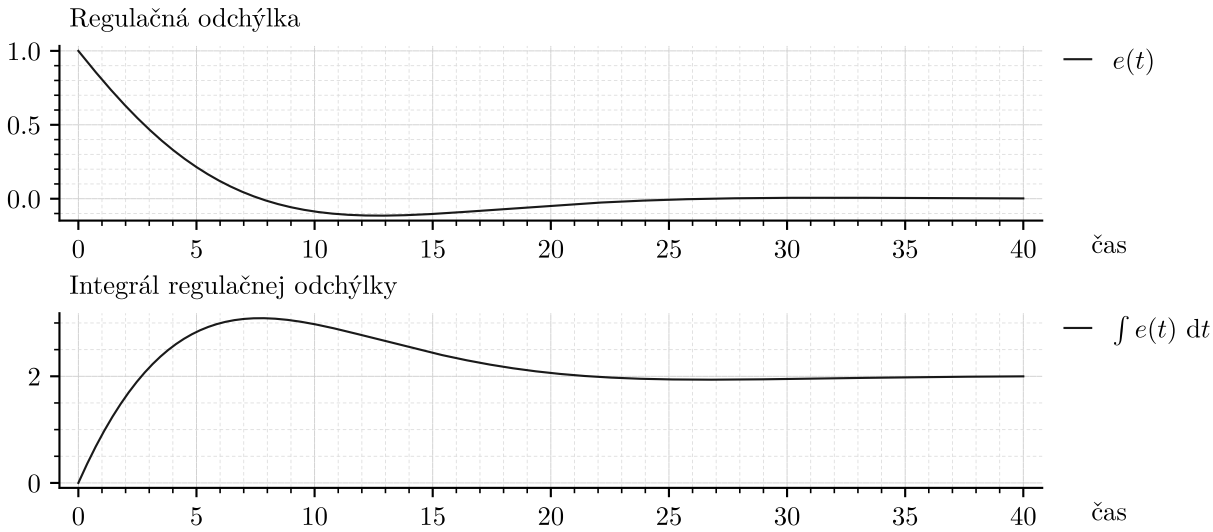
Simulácia 2 (kmitavý prechodný dej)

Pre príklad uvažujme $K = 1$, $T = 10$ a $r_0 = 2$, $r_{-1} = 0,5$. Výsledok je nasledovný:



Obr. 17

Pre ilustráciu, regulačná odchýlka:



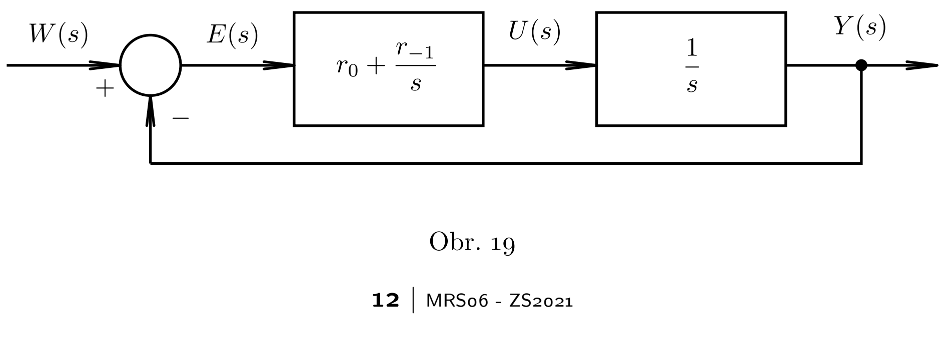
Obr. 18

3.1.3 PI regulátor a AS1R

Majme URO, kde

$$G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} \qquad \text{a} \qquad G_S(s) = \frac{1}{s} \tag{45}$$

teda:



Obr. 19

Prenosová funkcia ORO

Nájdime prenosovú funkciu ORO.

$$G_{ORO}(s) = G_R(s)G_S(s) = \frac{r_0 s + r_{-1}}{s^2} \tag{46}$$

Prenosová funkcia URO

Nájdime prenosovú funkciu URO.

$$G_{URO}(s) = \frac{G_{ORO}(s)}{1 + G_{ORO}(s)} = \frac{\frac{r_0 s + r_{-1}}{s^2}}{\frac{s^2 + r_0 s + r_{-1}}{s^2}} = \frac{r_0 s + r_{-1}}{s^2 + r_0 s + r_{-1}} \tag{47}$$

URO je systémom druhého rádu bez astatizmu s jednou nulou.

Stabilita

Vyšetrime stabilitu URO. Charakteristický polynóm URO je

$$A(s) = s^2 + r_0 s + r_{-1} \tag{48}$$

Nutnou a postačujúcou podmienkou stability teda je ak sú oba parametre regulátora kladné, $r_0 > 0$, $r_{-1} > 0$.

Kvalita v ustálenom stave

Uvažujme $w(t) = 1$ a vyšetrime veľkosť trvalej regulačnej odchýlky $e(\infty)$. Keďže $W(s) = \frac{1}{s}$ (a URO je stabilný), potom

$$y(\infty) = \lim_{s \to 0} G_{URO}(s) = \frac{r_{-1}}{r_{-1}} = 1 \tag{49}$$

teda

$$e(\infty) = w(\infty) - y(\infty) = 1 - 1 = 0 \tag{50}$$

Trvalá regulačná odchýlka bude vždy nulová.

Prechodný dej

Je závislý od pólov URO. Póly URO sú

$$s_{1,2} = \frac{-(r_0)}{2} \pm \frac{\sqrt{r_0^2 - 4r_{-1}}}{T} \tag{51}$$

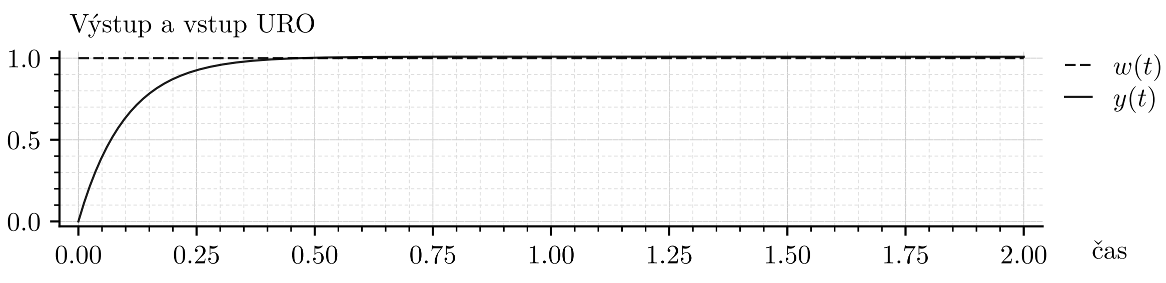
Ak teda

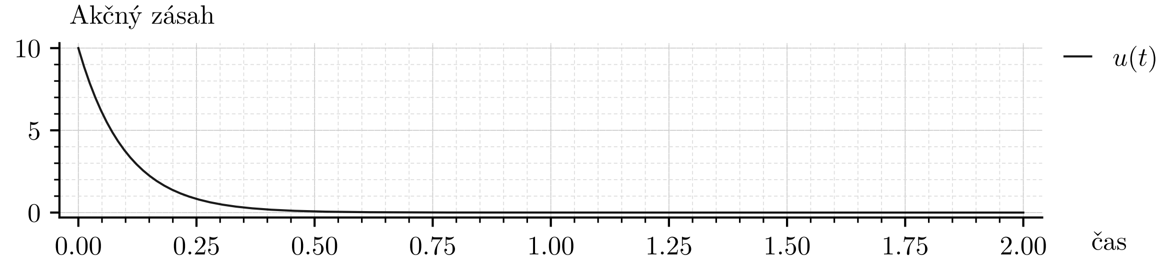
$$r_0^2 - 4r_{-1} \geq 0 \tag{52}$$

prechodný dej bude aperiodický, inak bude kmitavý.

Simulácia 1 (nekmitavý prechodný dej)

Pre príklad uvažujme $r_0 = 10$, $r_{-1} = 1$. Vtedy jednoznačne platí $r_0^2 - 4r_{-1} \geq 0$. Výsledok je nasledovný:

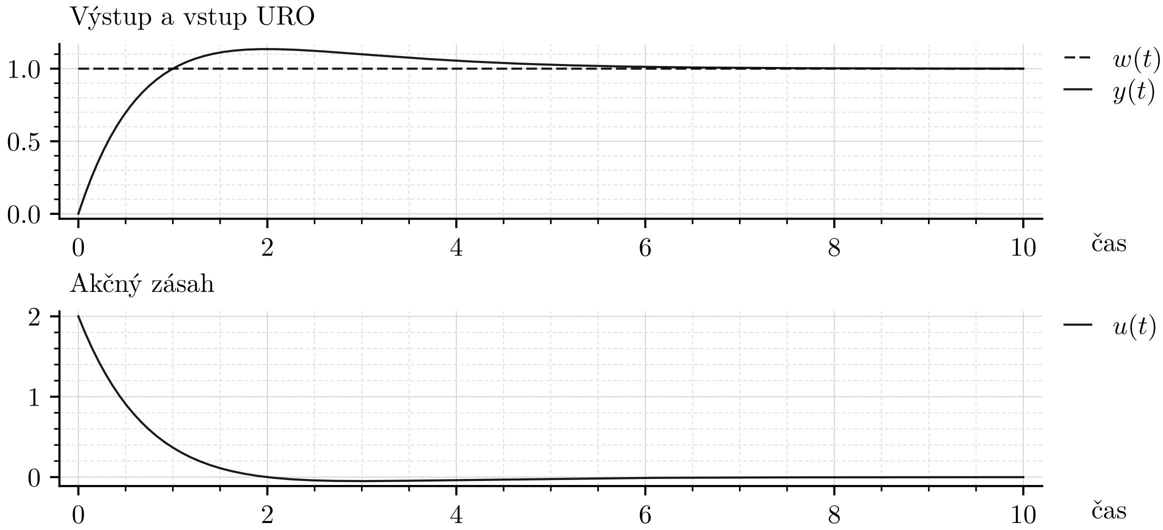




Obr. 20

Simulácia 2 (dva reálne póly)

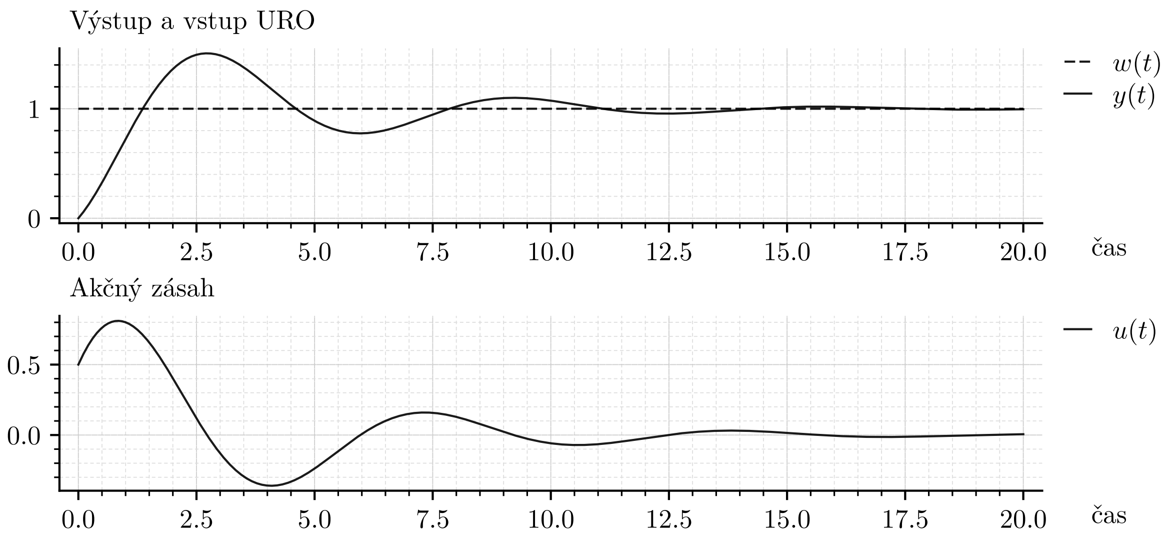
Pre príklad uvažujme $r_0 = 2$, $r_{-1} = 1$. Vtedy stále platí, že $r_0^2 - 4r_{-1} \geq 0$. Výsledok je však nasledovný, prejavuje sa vplyv nuly prenosovej funkcie URO na prechodovú charakteristiku URO.



Obr. 21

Simulácia 3 (dva komplexne združené póly)

Pre príklad uvažujme $r_0 = 0.5$, $r_{-1} = 1$. Vtedy platí, že $r_0^2 - 4r_{-1} < 0$. Výsledok je nasledovný:



Obr. 22