Modelovanie a riadenie systémov
Semestrálna písomka, NT, ZS 2025 N

1. Ktorá vlastnosť systému je daná sklonom prevodovej charakteristiky? [2b]
2. Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice. Použite metódu charakteristickej rovnice. [8b]

$$\ddot{y}(t) + (c+d)\dot{y}(t) + cdy(t) = 0$$
$$y(0) = y_0 \qquad \dot{y}(0) = z_0 \qquad c, d \in \mathbb{R}$$

3. S využitím Laplaceovej transformácie nájdite analytické riešenie rovnice pričom $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0$ a $u(t) = \delta(t)$. [7b]

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = u(t)$$

4. Aký je rozdiel medzi analytickým a numerickým riešením diferenciálnej rovnice? [2b]
5. Schematicky znázornite dynamický systém daný v tvare diferenciálnej rovnice [2b]

$$\ddot{y}(t) = b_0\dot{u}(t) \qquad y(0) = y_0 \quad \dot{y}(0) = z_0$$

kde b_0 je konštanta a $u(t)$ je známy vstupný signál.

6. Uvažujte statický systém prvého rádu (SS1R) daný prenosovou funkciou v tvare

$$G(s) = \frac{-b_0}{s - a_0}$$

kde $b_0 \in \mathbb{R}$ a $a_0 \in \mathbb{R}$ sú parametere systému. Stanovte časovú funkciu, ktorá je analytickým vyjadrením impulznej charakteristiky systému. [3b]

7. Uvažujme dynamický systém v tvare

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\
\dot{x}_2(t) &= -a_0x_1(t) - 3x_2(t) + b_0u(t) \\
y(t) &= x_1(t)
\end{aligned}$$

kde $x_1(t)$ a $x_2(t)$ sú stavové veličiny systému, $u(t)$ je vstupná veličina systému a $y(t)$ je výstupná veličina systému. Parameter a_0 je neznáma konštanta.

a) Prepíšte do maticového tvaru [3b] (definujte signálny vektor $x(t)$, maticu A a vektory b a c):

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t) \\
y(t) &= c^{\mathsf{T}}x(t)
\end{aligned}$$

b) Aký je charakteristický polynóm daného dynamického systému? [2b]

c) Navrhnite takú hodnotu parametra a_0 aby bol systém stabilný. [1b]

Tabuľka Laplaceových obrazov:

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}$
$\frac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n}$	$s^nF(s) - s^{(n-1)}f(0) \cdots - s^0\frac{\mathrm{d}^{(n-1)}}{\mathrm{d}t^{(n-1)}}\left(f(0)\right)$
$t^n \ (n = 0, 1, 2, \dots)$	$n!/s^{n+1}$
$\delta(t)$	1
e^{-at}	$1/(s+a)$