



1. Vysvetlite pojem *numerické riešenie* obyčajnej diferenciálnej rovnice. [3b]
2. Uveďte príklad homogénnej obyčajnej diferenciálnej rovnice. [3b]
3. Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice. Použite metódu charakteristickej rovnice. [8b]

$$\ddot{y}(t) + 7\dot{y}(t) + 6y(t) = u(t) \quad y(0) = 5, \dot{y}(0) = 4 \quad u(t) = 0$$

4. Nájdite analytické riešenie rovnice. Použite Laplaceovu transformáciu. [8b]

$$\ddot{y}(t) + (a + b)\dot{y}(t) + aby(t) = u(t) \quad y(0) = y_0, \dot{y}(0) = z_0, u(t) = 1 \quad a, b, y_0, z_0 \in \mathbb{R}$$

5. Pre dynamický systém opísaný pomocou prenosovej funkcie nájdite zodpovedajúcu diferenciálnu rovnicu. [2b]

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

6. Sústavu diferenciálnych rovníc prepíšte do maticového tvaru. [2b]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -a_0 x_1(t) - a_1 x_2(t) + b_0 u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned}$$

7. Uvažujme dynamický systém v tvare

$$\dot{y}(t) = a y(t) + b u(t)$$

kde $y(t)$ je výstupná veličina systému, $u(t)$ je vstupná veličina systému a nech $u(t)$ je konštantný signál $u(t) = 1$. Parameter $b = 1$ a parameter $a > 0$ je inak neznáma konštanta.

- (a) Určte korene charakteristického polynómu. [1b]
- (b) Stanovte hodnotu, na ktorej sa ustáli výstupná veličina. [1b]
8. Uvažujme statický systém prvého rádu (SS1R) daný prenosovou funkciou v tvare

$$Y(s) = \frac{K}{Ts + 1} U(s)$$

kde $K, T \in \mathbb{R}$ sú parametre systému. Stanovte časovú funkciu, ktorá je analytickým vyjadrením prechodovej charakteristiky tohto systému. [2b]

Tabuľka Laplaceových obrazov:

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$	$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$
1	$\frac{1}{s}$	e^{at}	$\frac{1}{s - a}$
$\delta(t)$	1	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) \dots - s^0 \frac{d^{(n-1)}}{dt^{(n-1)}} (f(0))$