

Otázky a úlohy

1.

- 1.1 Vysvetlite pojem *zosilnenie systému* (alebo *statické zosilnenie systému*).
- 1.2 Ako sa nazýva pomer medzi ustálenou hodnotou výstupného signálu systému a ustálenou hodnotou vstupného signálu systému?
- 1.3 Vysvetlite rozdiel medzi statickým a dynamickým systémom.
Statickým nazývame taký systém, pri ktorom je vhodné zanedbať zotrvačnosť (mechanickú, tepelnú a podobne). Výstupná veličina statického systému sa mení okamžite, bez vplyvu zotrvačnosti.
- 1.4 Čo sú to *začiatkové podmienky* dynamického systému?

2.

- 2.1 Čo je riešením obyčajnej diferenciálnej rovnice (vo všeobecnosti)?
 - 2.2 Aký je rozdiel medzi homogénnou a nehomogénnou obyčajnou diferenciálnou rovnicou?
 - 2.3 Uvedte príklad homogénnej obyčajnej diferenciálnej rovnice.
 - 2.4 Uvedte príklad nehomogénnej obyčajnej diferenciálnej rovnice.
 - 2.5 Vysvetlite pojem *analytické riešenie* obyčajnej diferenciálnej rovnice.
 - 2.6 Vysvetlite pojem *numerické riešenie* obyčajnej diferenciálnej rovnice.
 - 2.7 Aký je rozdiel medzi analytickým a numerickým riešením diferenciálnej rovnice?
 - 2.8 Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice
- $$\dot{y}(t) + ay(t) = 0 \quad y(0) = y_0 \quad a \in \mathbb{R}, y_0 \in \mathbb{R}$$
- 2.9 Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice
- $$\ddot{y}(t) + (a+b)\dot{y}(t) + aby(t) = 0 \quad y(0) = y_0, \dot{y}(0) = z_0 \quad a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, y_0 \in \mathbb{R}$$
- 2.10 Nasledujúcu diferenciálnu rovnicu druhého rádu prepíšte na sústavu diferenciálnych rovníc prvého rádu.

$$a_2\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_0u(t) \quad a_2, a_1, a_0, b_0 \in \mathbb{R}$$

- 2.11 Sústavu rovníc

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -a_0x_1(t) - a_1x_2(t) + b_0u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned}$$

prepíšte do maticového tvaru:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t) \\ y(t) &= c^T x(t) \end{aligned}$$

(definujte signálny vektor $x(t)$, maticu A a vektory b a c).

3.

- 3.1 Napíšte vzťah (rovniciu), ktorým je definovaná Laplaceova transformácia.
- 3.2 Napíšte Laplaceov obraz derivácie časovej funkcie $\frac{df(t)}{dt}$.
- 3.3 Napíšte Laplaceov obraz jednotkového skoku.
- 3.4 Napíšte Laplaceov obraz Dirackovho impulzu.

- 3.5 Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice s využitím Laplaceovej transformácie.

$$\dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t) \quad y(0) = y_0 \quad a_0, b_0, y_0 \in \mathbb{R} \quad u(t) = 1$$

- 3.6 Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice s využitím Laplaceovej transformácie.

$$\dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t) \quad y(0) = y_0 \quad a_0, b_0, y_0 \in \mathbb{R} \quad u(t) = \delta(t)$$

- 3.7 Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice s využitím Laplaceovej transformácie.

$$\ddot{y}(t) + (a+b)\dot{y}(t) + aby(t) = 0 \quad y(0) = y_0, \dot{y}(0) = z_0 \quad a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, y_0 \in \mathbb{R}$$

- 3.8 Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice s využitím Laplaceovej transformácie.

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = u(t) \quad y(0) = 3, \dot{y}(0) = -2 \quad u(t) = 1$$

K dispozícii je tabuľka Laplaceových obrazov:

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n F(s) - s^{(n-1)} f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
1	$\frac{1}{s}$
$\delta(t)$	1

4.

- 4.1 Vysvetlite pojem *prevodová charakteristika systému*.
 4.2 Ako sa nazýva vzájomná závislosť medzi ustálenými hodnotami výstupného signálu systému a ustálenými hodnotami vstupného signálu?
 4.3 Čo určuje sklon prevodovej charakteristiky?
 4.4 Vysvetlite pojem *prechodová charakteristika systému*.
 4.5 Ako sa nazýva časový priebeh výstupného signálu systému po skokovej zmene vstupného signálu s jednotkovou veľkosťou?
 4.6 Majme homogénny dynamický systém daný rovnicou $\dot{x}(t) = Ax(t)$, kde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ je vektor signálov. Určte ekvilibrium systému (ustálený stav) a uveďte nutnú a postačujúcu podmienku pre stabilitu ekvilibria.
 4.7 Majme dynamický systém daný v tvare

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$

kde $a_0, a_1, b_0 \in \mathbb{R}$. Určte prenosovú funkciu systému.

5.

- 5.1 Definujte prenosovú funkciu systému.
 5.2 Ako sa nazýva pomer Laplaceovho obrazu výstupného signálu systému k Laplaceovmu obrazu vstupného signálu systému pri nulových začiatkových podmienkach systému?

- 5.3 Nájdite prenosovú funkciu dynamického systému daného diferenciálnou rovnicou v tvare

$$a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t) \quad a_0, a_1, b_0 \in \mathbb{R}$$

- 5.4 Nájdite prenosovú funkciu dynamického systému daného diferenciálnou rovnicou v tvare

$$\ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t) \quad a_0, a_1, b_0 \in \mathbb{R}$$

- 5.5 Pre dynamický systém opísaný pomocou prenosovej funkcie nájdite zodpovedajúcu diferenciálnu rovnicu.

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

- 5.6 Pre dynamický systém opísaný pomocou prenosovej funkcie nájdite zodpovedajúcu diferenciálnu rovnicu.

$$G(s) = \frac{b_1 s}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

- 5.7 Určte charakteristický polynóm prenosovej funkcie

$$G(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

- 5.8 Určte póly dynamického systému daného prenosovou funkciou

$$G(s) = \frac{as + b}{s^2 + (c + d)s + cd}$$

- 5.9 Vyšetrite stabilitu dynamického systému daného prenosovou funkciou

$$G(s) = \frac{5s}{s^2 + 5s + 6}$$

- 5.10 Nájdite hodnoty koeficientov a a b , pre ktoré je dynamický systém stabilný

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + (a + b)s + ab}$$

- 5.11 Určte ustálenú hodnotu (konečnú hodnotu), na ktorej sa ustáli výstup systému daného prenosovou funkciou

$$G(s) = \frac{b_0}{s + a_0}$$

keď vstupom systému je jednotkový skok.

- 5.12 Určte rád astaticizmu dynamického systému daného prenosovou funkciou

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_0 s}$$

- 5.13 Dynamický systém daný prenosovou funkciou prepíšte do opisu v stavovom priestore (stanovte stavové veličiny).

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

- 5.14 Načrtnite prechodovú charakteristiku statického systému prvého rádu.

- 5.15 Načrtnite prechodovú charakteristiku astatického systému prvého rádu.

- 5.16 Načrtnite prechodovú charakteristiku statického systému druhého rádu, ktorého charakteristický polynóm je v tvare $A(s) = s^2 + 2\beta\omega_0 s + \omega_0^2$ pričom $\beta = 0$.