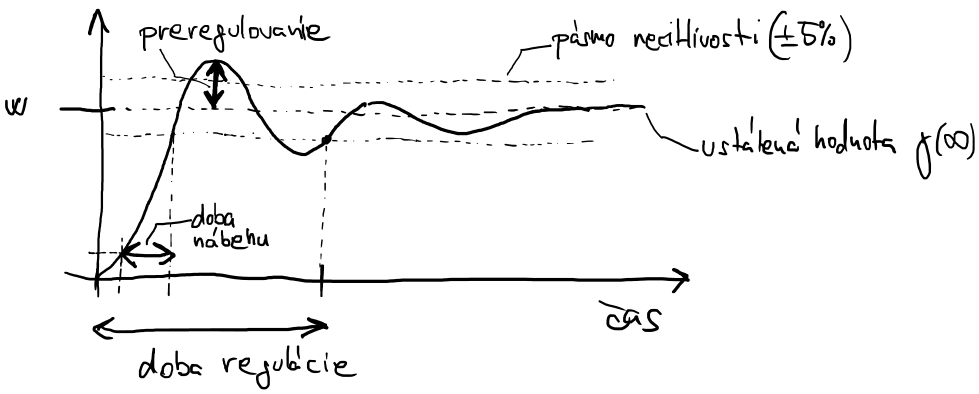
bolo: URO → všeobecne ..
↘ Lineárne .. → $G_{URO}(s)$

... regulačná odchýlka

PID – princíp,
– prenosová funkcia
– bloková schéma

... ciele riadenia (regulácie)

VYHODNOTENIE NA ZÁKLADE PCH URO:



mimochodom:

Implementácia PID ?

Metódy návrhu ? • poznáme $G_{URO}(s)$ → $G_R(s)$ je to PID ?

• rozmiestňovanie pólov URO

$G_S(s)$ $G_R(s)$ → $G_{URO}(s)$

nech je to PID

$A_{URO}(s)$ ← CHP

póly ... dynamika ..

• metóda optimálneho modulu

... ak sa dá, dosadíme „do vzorčekov" a máme PID

kvalita ?
stabilita ?

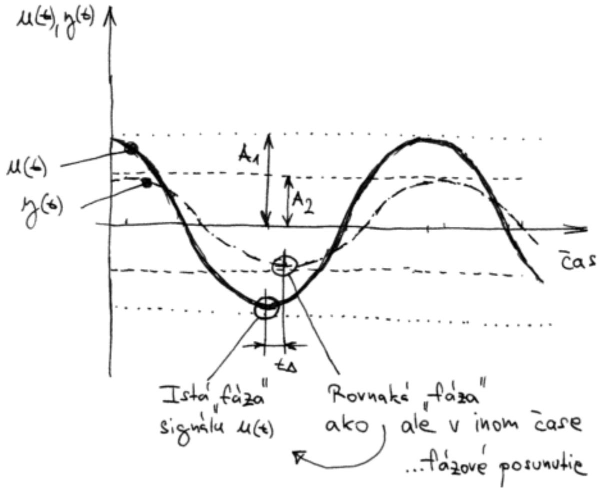
ako/prečo toto funguje ?

ako/prečo toto funguje ?

potreba $\Downarrow$ skúmať FREKVENČNÉ VLASTNOSTI URO a ORO

... získame aj iné metódy ...

FCH ?



$u(t) = A_1 \cos(\omega t)$

amplitúda A_1 — frekvencia ω

ustálený stav
„ustálená situácia"

$y(t) = ?$

!!! frekvencia rovnaká ako $u(t)$

- iná amplitúda A_2
- tzv. fázový posun

fázové posunutie
ako čas: t_Δ
ako uhol: $\omega \cdot t_\Delta$
označme $\varphi = \omega t_\Delta$

$$y(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi)$$

Amplitúdové zosilnenie A

Nech $A_1 = 1$ [jednotka]

$$A = \frac{A_2}{A_1}$$

Závislé od ω ...

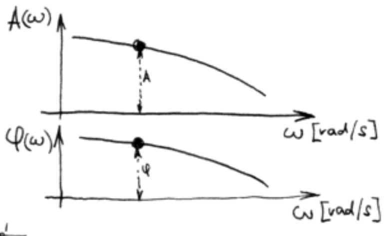
$A(\omega)$

$\varphi(\omega)$

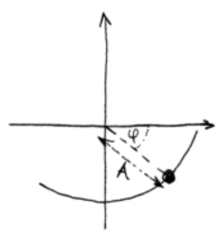
Amplitúdová frekvenčná charakteristika APCH

~~Frekvenčná~~ Fázová Frekvenčná charakteristika FFCH

„xy" graf:



polárne súradnice:



prenosová funkcia

$G(s)$

$$U(s) \xrightarrow{} \boxed{G(s)} \xrightarrow{} Y(s)$$

$$u(t) = A_1 \cos(\omega t + 0)$$
$$= \cos(\omega t)$$

LT tabuľka ↓

$$U(s) = \frac{s}{s^2+\omega^2} = \frac{\frac{1}{2}}{s+j\omega} + \frac{\frac{1}{2}}{s-j\omega}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}+0j}{(s+j\omega)} + \frac{\frac{1}{2}+0j}{(s-j\omega)}$$

$$U(s) = \frac{s}{(s+j\omega)(s-j\omega)}$$

$$Y(s) = ?$$
$$Y(s) = G(s)\left[\frac{s}{(s+j\omega)(s-j\omega)}\right]$$

$$y(t) = ?$$

parciálne zlomky zodpovedajúce pólom $G(s)$

$$Y(s) = \frac{K_1}{(s+j\omega)} + \frac{K_2}{(s-j\omega)} + V(s)$$

$K_1 = ?$
$K_2 = ?$

$K_1 = ?$

$$G(s)\left[\frac{s}{(s+j\omega)(s-j\omega)}\right] = \frac{K_1}{(s+j\omega)} + \frac{K_2}{(s-j\omega)} + V(s)$$

$$G(s)\left[\frac{s\,\cancel{(s+j\omega)}}{\cancel{(s+j\omega)}(s-j\omega)}\right] = K_1 + \frac{K_2(s+j\omega)}{(s-j\omega)} + V(s)(s+j\omega)$$

nech $s = -j\omega$

$$G(-j\omega)\left[\frac{-j\omega}{-j\omega-j\omega}\right] = K_1 + 0 + 0$$

$(-j\omega+j\omega)=0$

$$K_1 = \frac{1}{2}G(-j\omega)$$

obdobne:

$$K_2 = \frac{1}{2}G(j\omega) = K_1^*$$

komplexne združené!

$$\frac{\frac{1}{2}s-\frac{1}{2}j\omega + \frac{1}{2}s+\frac{1}{2}j\omega}{(s+j\omega)(s-j\omega)}$$

$$K_1 = \frac{1}{2}G(-j\omega)$$ ← komplexné číslo

$$K_1 = \frac{1}{2}(A+jB) \qquad M = \sqrt{A^2+B^2}$$

$$K_1 = \frac{1}{2}M e^{-j\varphi} \qquad \varphi = -\operatorname{atan}\left(\frac{B}{A}\right)$$

$$Y(s) = \underbrace{\frac{\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}jB}{(s+j\omega)} + \frac{\frac{1}{2}A-\frac{1}{2}jB}{(s-j\omega)}}_{\text{„ustálená situácia"}} + V(s)$$

začiatočné hodnoty... prechodný dej...

$$Y(s) = \frac{\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}jB}{(s+j\omega)} + \frac{\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}jB}{(s-j\omega)}$$

ak by platilo $A=1$, $B=0$
potom
$$y(t) = \cos(\omega t)$$

$$1 + j0 = 1 \cdot e^{j0}$$

$$y(t) = 1 \cdot \cos(\omega t + 0)$$

všeobecne: $A + jB = Me^{j\varphi}$

$$y(t) = M \cos(\omega t + \varphi)$$

Pritom !!!!

$$M = |G(j\omega)| = |G(-j\omega)|$$

$$\varphi = \angle G(j\omega)$$

uhol komplexného čísla $G(j\omega)$
modul komplexného čísla $G(j\omega)$

Výstupný signál $y(t)$ vznikne tak, že amplitúda je zosilnená (zoslabená) hodnotou M a pridá sa fázové posunutie o φ.

M a φ sú závislé od frekvencie ω

$$M(\omega) \quad \varphi(\omega)$$

sú to frekvenčné charakteristiky AFCH a FFCH:

$$A(\omega) \quad \varphi(\omega)$$

Príklad: $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$

$$\rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega + 1} = \frac{K}{(1+jT\omega)} \cdot \frac{(1-jT\omega)}{(1-jT\omega)}$$

$$= \frac{K - jKT\omega}{(1+T^2\omega^2)} = \frac{K}{(1+T^2\omega^2)} - j\frac{KT\omega}{(1+T^2\omega^2)}$$

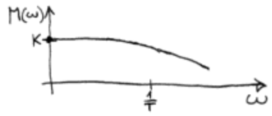
$$= \sqrt{\left(\frac{K}{(1+T^2\omega^2)}\right)^2 + \left(\frac{KT\omega}{(1+T^2\omega^2)}\right)^2}\, e^{-j\,\mathrm{atan}\left(\frac{\frac{KT\omega}{(1+T^2\omega^2)}}{\frac{K}{(1+T^2\omega^2)}}\right)}$$

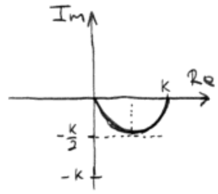
$$M(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1+T^2\omega^2)}} \qquad \varphi(\omega) = -\mathrm{atan}(T\omega)$$

$$Re\{G(j\omega)\} = \frac{K}{1+T^2\omega^2} \qquad Im\{G(j\omega)\} = \frac{-KT\omega}{1+T^2\omega^2}$$

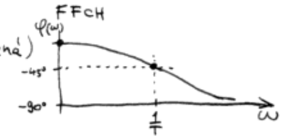
ω [rad/s]	$M(\omega)$	$\varphi(\omega)$ [rad]	Re	Im
0	K	0	K	0
$\frac{1}{T}$	$\frac{K}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{K}{2}$	$-\frac{K}{2}$
∞	$\frac{K}{\infty} = 0$	$-\frac{\pi}{2}$	0	0

AFCH:





FFCH



FCH ORO A NÁVRH URO

napríklad – pripomeňme metódu opt. modulu

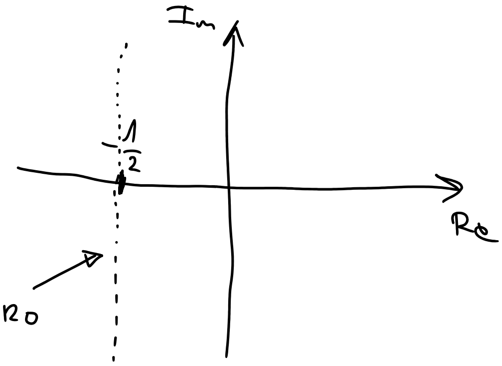
podstatné: $G_{ORO}(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ ← toto je vlastne FCH ORO !

podstatné: $G_{ORO}(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ ↑ toto je vlastne ...

podmienka:

$$1 + 2U(\omega) = 0$$

$$U(\omega) = -\frac{1}{2}$$



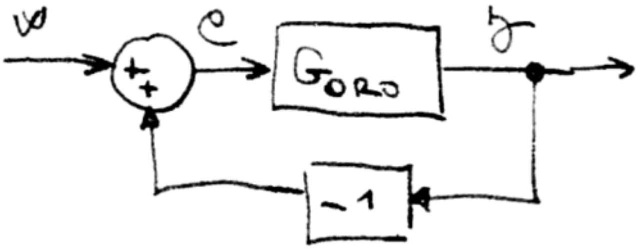
FCH ORO sa má zhodovať s touto „čiarou" pre všetky ω

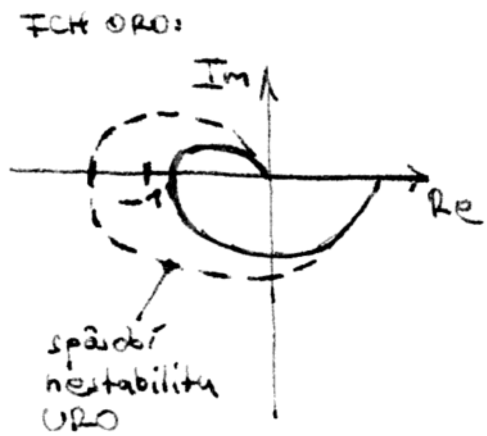
Všeobecnejšie možno uvažovať (bez dôkazov...) že na základe FCH ORO je možné zaoberať sa nasledovnými vlastnosťami: URO

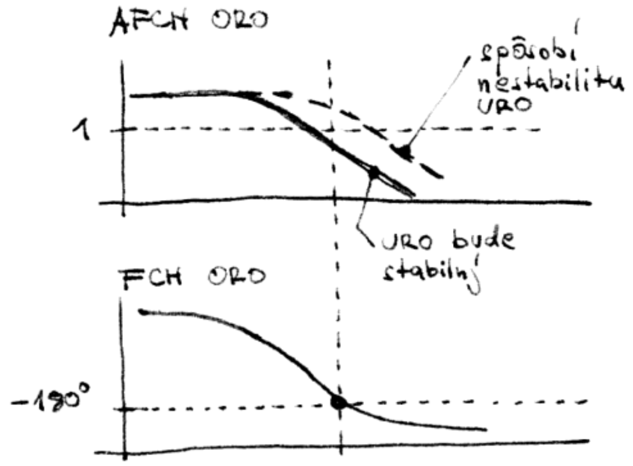
- stabilita Nyquistove kritérium
- Trvalá regulačná odchýlka $e(\infty)$ sa zmenšuje ak $A(\omega)$ sa zvyšuje pri nižších ω (amplitúdové zosilnenie ORO)
- Preregulovanie – je menšie ak rezerva (bezpečnosť) vo fáze je väčšia
- Doba regulácie – je kratšia ak pásmo priepustnosti ORO je väčšie

Nyquistove kritérium stability

URO je stabilný ak AFCH ORO má hodnotu menej ako 1 (0 dB) pri frekvencii kde FFCH ORO má hodnotu 180°

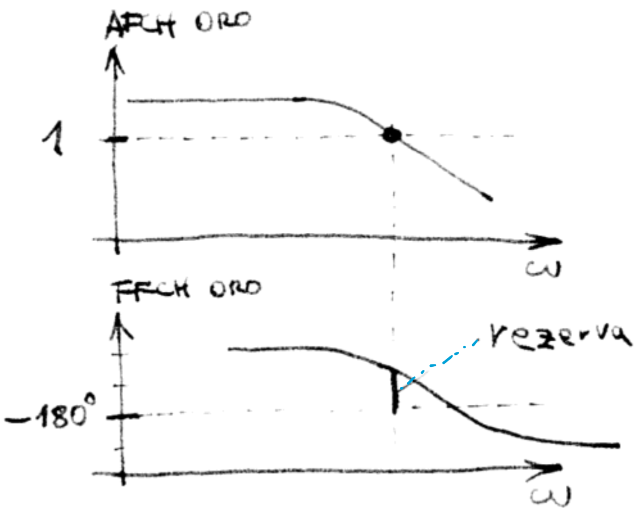


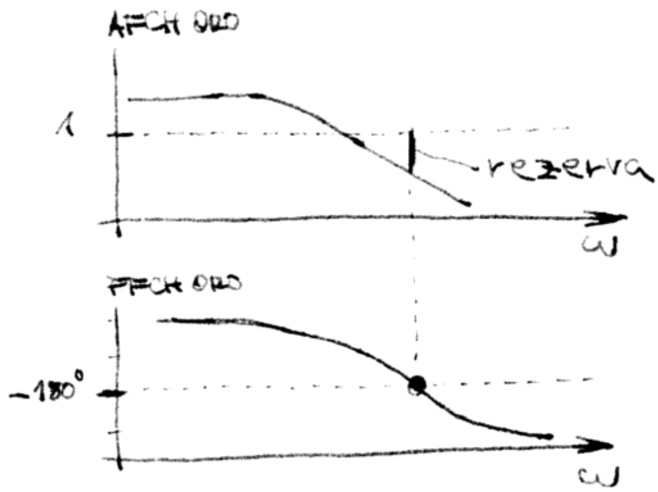


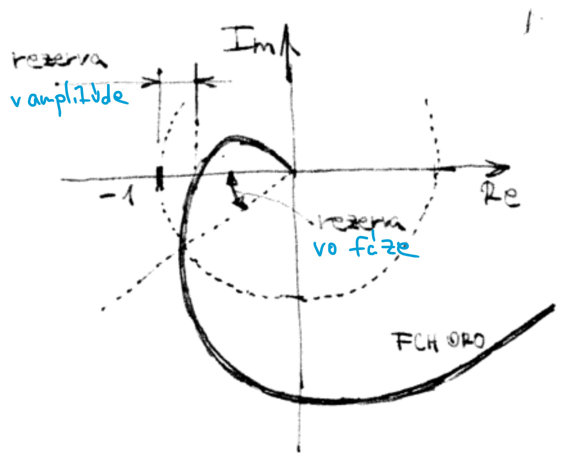


Rezerva vo fáze

(v amplitúde)







Ak URO na hranici stability
tak pre FCH ORO platí:

$$A(\omega) = 1$$
$$\varphi(\omega) = -\pi$$

Ako dostať URO na hranicu stability?

Zmenou zosilnenia ORO, a teda P-regulátorom

Napríklad: $G_R(s) = P$ $\quad G_S(s) = \dfrac{1}{(s+1)^3}$

$$G_{ORO}(s) = \frac{P}{(s+1)^3}$$

$$G_{ORO}(j\omega) = \frac{P}{(j\omega+1)^3} = \frac{P(1-3\omega^2)}{(\omega^2+1)^3} - j\,\frac{P\omega(3-\omega^2)}{(\omega^2+1)^3}$$

$$= U(\omega) + j\,V(\omega)$$

kritický bod:

$U(\omega_K) = -1$ $\quad \omega_K = ?$

$V(\omega_K) = 0$

$$V(\omega_K) = \frac{P\omega_K(3-\omega_K^2)}{(\omega_K^2+1)^3} = 0$$

$$\omega_K^2 = 3 \qquad \omega_K = \sqrt{3}$$

$$U(\omega_K) = -1 = \frac{P(1-3\omega_K^2)}{(\omega_K^2+1)^3} \Rightarrow P_K = 8$$

Metóda Zeiglera a Nicholsa

je experimentálna metóda návrhu parametrov PID regulátora. Uvažuje sa:

$$G_R(s) = P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$

Postup návrhu parametrov (P, T_I, T_D):

1) URO len s P regulátorom nastavíme na hranicu stability (postupné zvyšovanie P)

2) Získame tak kritické zosilnenie P-regulátora (P_K) a z ustálených kmitov výstupnej veličiny určíme periódu kmitov T_K (frekvenciu $\omega_K = \frac{2\pi}{T_K}$)

3) Parametre PID regulátora potom sú

Tabuľka pre Z-N metódu:

	P	T_I	T_D
P	$0{,}5 P_K$		
PI	$0{,}45 P_K$	$0{,}85 T_K$	
PID	$0{,}6 P_K$	$0{,}5 T_K$	$0{,}12 T_K$

prečo?

Pretože takto sa „rozhodli" Z-N tvarovať FCH ORO …

… Ak je $G(s)$ známa, potom v istých prípadoch je možné P_K a T_K nájsť Analyticky