1. Uveďte príklad nehomogénnej obyčajnej diferenciálnej rovnice. [3b]
2. Vysvetlite pojem *numerické riešenie* obyčajnej diferenciálnej rovnice. [3b]
3. Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice. Použite metódu charakteristickej rovnice. [8b]

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t) \qquad y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 0 \qquad u(t) = 0$$

4. Nájdite analytické riešenie rovnice. Použite Laplaceovu transformáciu. [8b]

$$\ddot{y}(t) + (a+b)\dot{y}(t) + aby(t) = u(t) \quad y(0) = y_0,\ \dot{y}(0) = z_0,\ u(t) = 1 \quad a, b, y_0, z_0 \in \mathbb{R}$$

5. Pre dynamický systém opísaný pomocou prenosovej funkcie nájdite zodpovedajúcu diferenciálnu rovnicu. [2b]

$$G(s) = \frac{b_1 s}{s^2 + a_1 s}$$

6. Sústavu diferenciálnych rovníc prepíšte do maticového tvaru. [2b]

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\
\dot{x}_2(t) &= -a_0 x_1(t) - a_1 x_2(t) + b_0 u(t) \\
y(t) &= x_1(t)
\end{aligned}$$

7. Uvažujme dynamický systém v tvare

$$\dot{y}(t) = a\,y(t) + b\,u(t)$$

   kde $y(t)$ je výstupná veličina systému, $u(t)$ je vstupná veličina systému a nech $u(t)$ je konštantný signál $u(t) = 1$. Parameter $b = 1$ a parameter $a > 0$ je inak neznáma konštanta.

   (a) Určte korene charakteristického polynómu. [1b]

   (b) Stanovte hodnotu, na ktorej sa ustáli výstupná veličina. [1b]

8. Uvažujme statický systém prvého rádu (SS1R) daný prenosovou funkciou v tvare

$$Y(s) = \frac{b_0}{s + a_0} U(s)$$

   kde $a_0, b_0 \in \mathbb{R}$ sú parametre systému. Stanovte časovú funkciu, ktorá je analytickým vyjadrením prechodovej charakteristiky tohto systému. [2b]

Tabuľka Laplaceových obrazov:

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
$\delta(t)$	1

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\frac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n}$	$s^n F(s) - s^{(n-1)} f(0) \cdots - s^0 \frac{\mathrm{d}^{(n-1)}}{\mathrm{d}t^{(n-1)}}\left(f(0)\right)$