Úvod

Obsah

Cieľom tohto textu je najmä vytvoriť akýsi úvodný zoznam pojmov, s ktorými potrebuje čitateľ pracovať pri štúdiu v oblasti kybernetiky, robotiky, teórie riadenia a tak podobne. Vo všeobecnosti ide o značne široké pojmy avšak v tomto texte je možné vidieť ako sa s nimi pracuje z hľadiska technickej kybernetiky, z hľadiska (technickej) teórie systémov, z hľadiska automatizácie a z hľadiska riadiacich systémov.

1 Myšlienky na úvod

Predmet *Modelovanie a riadenie systémov* možno rozdeliť na dve hlavné časti: modelovanie systémov a riadenie systémov. Pre obe časti platí, že ide o prvotný súbor informácii pre čitateľa, ktorého cieľom je štúdium kybernetiky, robotiky, prípadne ďalej teórie riadenia, identifikácie systémov atď. (veľmi rozsiahle možnosti).

Pre prácu v tomto predmete (alebo v týchto oblastiach) je prakticky nevyhnutné využívať isté nástroje, tu sa tým myslia znalosti a praktické zručnosti najmä (ale nie len) z matematiky - diferenciálny a integrálny počet, práca s maticami a algebra. Predmet nie je zameraný na tieto oblasti. Predmet ich využíva. Je veľmi výhodné ak sa študent s využívaním týchto nástrojov stretol v minulosti, ale nie je to nevyhnutné. Všetko potrebné bude obsiahnuté v predmete, avšak často len v minimálnej miere s tým, že čitateľ by mal mať jasno v tom akým smerom vo využívaní týchto nástrojov (matematiky napríklad) by sa mal vydať.

Veľmi súvisiacou sadov nástrojov, ktoré je tu potrebné využívať, je výpočtový softvér, typu MATLAB, GNU Octave, knižnice NumPy pre Python a podobné knižnice pre iné skriptovacie jazyky ako Julia, R a podobne. Rovnako však platí, že v rámci predmetu bude poskytnuté všetko potrebné pre úspešnú prácu a pre ďalšie rozširovanie si vedomostí, skúseností a zručností (v jednom predmete samozrejme nie je možné obsiahnuť všetko).

Hlavným cieľom predmetu je teda vytvoriť priestor pre prvý kontakt s pojmami diskutovanými nižšie avšak nie vo všeobecnosti ale z hľadiska kybernetiky, teórie riadenia, automatizácie a tak podobne.

1.1 Kybernetika

- Veda o riadení a komunikácii v dynamických systémoch.
- Skúma spoločné zákonitosti na základe analógie medzi systémami rôznej fyzickej podstaty (fyzika - mechanika - elektrotechnika)
- Kybernetika - veda o:
  - modelovaní a riadení procesov
  - získavaní informácií a riadení
  - riadení a komunikácii v dynamických systémoch
- Metódami kybernetiky sú systémový prístup a modelovanie pri riešení problémov.

1.2 Spätná väzba v systéme

Spätná väzba predstavuje prenos a spätný návrat informácie. Vyskytuje sa bežne v prírode.

Spätná väzba môže byť:

- Záporná (negatívna) alebo
- Kladná (pozitívna)

Kladná spätná väzba vychyľuje systém smerom preč od rovnováhy.

Kladná spätná väzba (príklady)

Je potrebné zobrať dva mobilné telefóny. Zavolať z jedného na druhý a po nadviazaní spojenia ich dať oba do hlasného režimu. Potom ich priblížiť displejmi k sebe, na vzdialenosť tak 10 cm. A nakoniec niečo povedať alebo zapískať. Z reproduktorov mobilov sa ozve nepríjemný, výrazný zvuk, ktorý sa podarí prerušiť len oddialením oboch telefónov.

o čo sa Vám podarilo vytvoriť, je akustická *kladná spätná väzba.* Tento jav funguje na princípe neustáleho cyklického zosilňovania zvuku. Najprv jeden z telefónov svojim mikrofónom zachytí aj úplne nepatrný zvuk a pošle ho cez mobilnú sieť druhému telefónu. Ten prijatý zvuk prehrá na svojom reproduktore. Takto zosilnený zvuk opäť zachytí prvý telefón svojim mikrofónom a celý cyklus sa zopakuje. Raz, päť krát, stokrát... Výsledný zvuk je veľmi silný a na ten pôvodný sa už ani zďaleka nepodobá.

Jedna z najsilnejších kladných klimatických spätných väzieb je vyvolaná odparovaním vody. Rastúca teplota má za následok nárast koncentrácie vodných pár v atmosfére. Vodné pary sú silným skleníkovým plynom. S rastom ich koncentrácie narastá teplota, s nárastom teploty rastie ich koncentrácia. A tak stále dokola. Tak ako bol zvuk, ktorý vydávali telefóny, stále silnejší, tak môže nekontrolovane narastať aj teplota.

Záporná spätná väzba (príklady)

Našťastie odparovanie vody vytvára aj negatívnu spätnú väzbu. Vodná para v atmosfére kondenzuje a vytvára mraky. Mraky odrážajú slnečné lúče späť do vesmíru a teda znižujú množstvo slnečnej energie, ktorá na Zem dopadá. Tým sa znižuje priemerná teplota, čo má za následok menšie odparovanie vody. Nárast teploty teda nie je taký drastický, ako keby pôsobila iba kladná spätná väzba.

Negatívna spätná väzba pôsobí proti smeru pôvodného javu, teda pôsobí smerom k rovnováhe.

Príkladom môže byť horúca káva v šálke: čím je rozdiel teplôt v miestnosti a v šálke väčší, tým viac sa odparuje vody zo šálky a to spôsobuje zníženie teploty v káve.

Takýto dej považujeme za stabilný, pretože sa po určitom čase teplota kávy ustáli na teplotu miestnosti.

Záporná spätná väzba bola a je základným nástrojom evolúcie a bez nej by dnešný svet neexistoval.

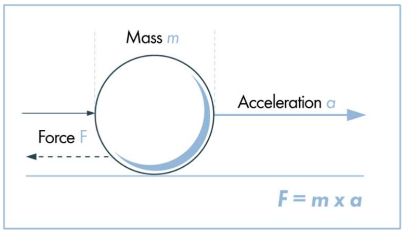
1.3 Dynamika

- Svet okolo nás je dynamický = mení sa v čase
- Zmena v čase je základným pojmom pri pochopení dynamiky
- Čas vystupuje ako nezávislá premenná
- Klasická matematika (rozumej z hľadiska začiatku štúdia na univerzitnej úrovni) - algebrické rovnice (v zmysle funkcii, výrazov, sústav rovníc)
  - Matematická analýza (calculus) zavádza pojem derivácie (zmeny) veličiny a integrálu (akumulácie)
  - Derivácia funkcie podľa času – základ dynamiky
- Zmena a akumulácia sú základom dynamických systémov
- V reálnych fyzikálnych systémoch sú meniacimi veličinami často napríklad:
  - Energia
  - Poloha
  - Teplota
  - Elektrické napätie

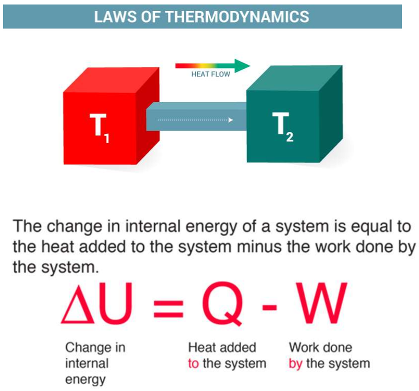
- Dynamika v reálnom svete má vždy svoju fyzikálnu podstatu.
- Kľúčovým pojmom v dynamike je zmena (derivácia)
- Žiadny dej v prírode sa neudeje okamžite – prebieha zmena stavu a postupný vývoj – je to spojitý dynamický proces.
- Technické procesy sú taktiež väčšinou dynamické
  - Otáčky jednosmerného motora
  - Teplota pece
  - Napätie na kondenzátore
  - Výška hladiny zásobníka kvapaliny
  - Kmitanie bremena žeriavu - kyvadlo

Dynamické deje fyzikálne

- Dynamika v klasickej mechanike:
  - Newtonove pohybové zákony
  - Zákon zachovania energie
  - Potenciálna a kinetická energia telesa
  - Suché a viskózne trenie
  - Pohybové zákony pre rotačné telesá
  - Lagrangeove rovnice



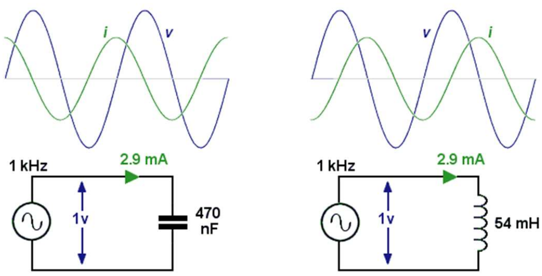
- Dynamika tepelnej energie
  1. a 2. termodynamický zákon
  Akumulácia tepla
  Prestup tepla a sálanie tepla



- Dynamika kvapalín
  Zákon zachovania hmoty
  Hydrostatický tlak
- Viac v predmete: Spojité procesy

Dynamické deje v elektrotechnike

- Zmena elektrického napätia a prúdu elektrickými súčiastkami v čase
- Dva základné dynamické prvky:
  - Kondenzátor
  - Cievka



- Statický prvok:
  - Rezistor
- Fyzikálne pozadie:
  - Akumulácia napätia vo forme elektrického náboja v kondenzátore
  - Akumulácia energie v magnetickom poli cievky vyvolanom tečúcim prúdom
  - 1. a 2. Kirchhoffov zákon + Ohmov zákon
- Napätie a prúd nie sú vo fáze – vzniká fázový posun
- Kondenzátor – napätie sa oneskoruje za prúdom
- Cievka – napätie predbieha prúd

1.4 Riadenie procesov, riadenie systémov

Jedným z najväčších prínosov kybernetiky je modelovanie a riadenie procesov.

Najskôr modelovanie „jednoduchých" technických procesov:

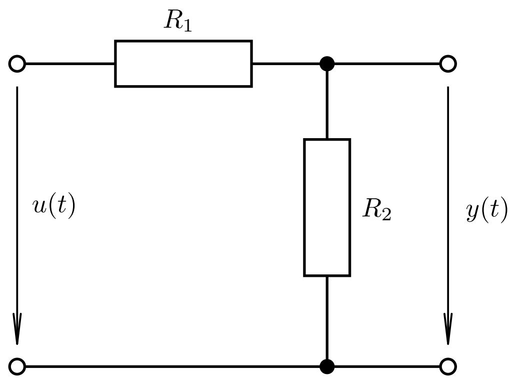
- Elektrické články a procesy
- Tepelné procesy
- Hydraulické procesy
- Mechanické procesy
- Chemické procesy

Teraz všetky druhy procesov od rakiet cez zložité technické procesy až po modely biologických procesov...

2 Konkrétne ilustračné príklady

2.1 Zosilnenie rezistorového deliča napätia

Uvažujme klasický odporový delič ako je znázornené na nasledujúcom obrázku.



Obr. 1: Odporový delič

Vstupom uvažovaného systému nech je napätie označené ako $u(t)$ a výstupným signálom nech je napätie $y(t)$.

Otázky

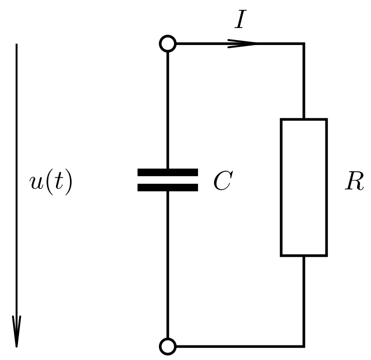
- Nech hodnota vstupného signálu je konštantná, nemení sa, je ustálená. Aká je hodnota výstupného signálu, pričom pre jej určenie poznáme hodnoty rezistorov R_1 a R_2.
- Ako by ste definovali zosilnenie uvažovaného systému?
- Aká je veľkosť zosilnenia uvažovaného?

2.2 Vybíjanie kondenzátora – matematický model procesu

Majme RC obvod ako je znázornené na obr. 2.

Nech je na začiatku, v čase $t = 0$, kondenzátor C nabitý a na jeho svorkách je napätie s hodnotou u_0. Inými slovami napätie $u(t)$ v čase 0 je u_0, teda $u(0) = u_0$.

Ku kondenzátoru C je pripojený rezistor R a preto sa kondenzátor s rastúcim časom vybíja.



Obr. 2: RC obvod

Diferenciálna rovnica

Zostavme diferenciálnu rovnicu, ktorá opisuje proces vybíjania kondenzátora.

Pre kondenzátor platí

$$Q = CU \tag{1}$$

čo znamená, že elektrický náboj Q nazhromaždený v kondenzátore je úmerný napätiu na svorkách kondenzátora U (azda priveľmi zjednodušene povedané, čitateľ si však iste vie dohľadať podrobnosti). Parameter C predstavuje, ako je iste zrejmé, kapacitu kondenzátora.

Ak sa kondenzátor vybíja, mení sa náboj. Preto má zmysel vyšetrovať časový priebeh veľkosti náboja. Tým sa získa celkový prehľad aj o ďalších veličinách súvisiacich s procesom vybíjania kondenzátora.

Časová zmena elektrického náboja je elektrický prúd, teda

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -I \tag{2}$$

kde I je elektrický prúd a dôvodom záporného znamienka je, že smer elektrického prúdu sa značí práve opačne ako smer pohybu záporného náboja.

Rovnica (2) je v princípe diferenciálnou rovnicou. Obsahuje časovú deriváciu veličiny – elektrického náboja. V tomto tvare však rovnicu nie je možné použiť na získanie časového priebehu samotnej veličiny (elektrického náboja). Totiž neznáme je nie len Q ale v podstate aj I.

Namiesto veličiny I by bolo vhodné mať na pravej strane rovnice (2) veličinu Q. Z Ohmovho zákona plynie

$$I = \frac{U}{R} \tag{3}$$

Napätie U, ktoré sa týka nášho problému, je vo vzťahu k veličine Q, viď rovnicu (1). Konkrétne

$$U = \frac{Q}{C} \tag{4}$$

Dosadením (4) do (3) sa získa

$$I = \frac{Q}{RC} \tag{5}$$

a následne dosadením (5) do (2)

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{RC}Q \tag{6}$$

Diferenciána rovnica (6) obsahuje jednu neznámu. Neznámou je veličina Q. Všeobecnejšie povedané, neznámou je časový priebeh veličiny. Neznámou je teda funkcia času. Preto píšme, že sa zaoberáme signálom (veličinou) $Q(t)$. Hodnoty R a C sú len pevné hodnoty odporu a kapacity (viď obr. 2). Neuvažujeme, že by sa menili v čase. Preto ich neoznačujeme ako signál (funkciu času). Teda signál označujme ako napr. $Q(t)$ a konštantu ako napr. R.

Typicky, a pre zjednodušenie, sa rovnice (6) zapisuje aj v tvare

$$\dot{Q}(t) = -\frac{1}{RC}Q(t) \tag{7}$$

kde bodka $\dot{}$ označuje deriváciu podľa času rovnako ako operátor $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$.

Riešením rovnice (7) je nejaká časová funkcia, nejaký signál, nejaký časový priebeh, konkrétne časový priebeh elektrického náboja, ktorý tu označujeme ako $Q(t)$.

Pre nájdenie jednoznačného riešenia je potrebné doplniť úlohu o začiatočnú podmienku. To je podmienka, ktorú musí spĺňať hľadaný signál $Q(t)$ na začiatku, teda v čase $t = 0$. Pripomeňme, že napätie pred vybíjaním je dané (známe) a má hodnotu u_0. Je teda zrejmé, že je známa aj hodnota $Q(0) = Cu_0$. Pre zjednodušenie označme ako $Q(0) = Q_0$.

2.2.1 Náčrt riešenia diferenciálnej rovnice separáciou premenných

Zaoberáme sa problémom v tvare

$$\frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{RC}Q(t) \qquad Q(0) = Q_0 \tag{8}$$

kde $Q(t)$ je neznáma časová funkcia. Konštanty (nezávislé od času) R, C a aj Q_0 sú známe. V rovnici je však ešte jedna premenná a tou je čas t. Ten, ako je známe, si len tak plynie. Je premennou pretože sa napríklad „podľa neho derivuje“.

Mimochodom

- Aké jednotky (rozmer) má výraz RC v rovnici (8)?

Upravme diferenciálnu rovnicu (8) tak, aby rovnaké premenné boli na rovnakých stranách. V tvare (8) je signál $Q(t)$ na oboch stranách rovnice. Nech je len na ľavej strane. Rovnako, nech čas t je len na pravej strane. Teda

$$\frac{1}{Q(t)}\mathrm{d}Q(t) = -\frac{1}{RC}\mathrm{d}t \tag{9}$$

Všimnime si, že teraz je možné obe strany rovnice integrovať, každú podľa vlastnej premennej, teda

$$\int \frac{1}{Q(t)}\mathrm{d}Q(t) = \int -\frac{1}{RC}\mathrm{d}t \tag{10}$$

Výsedkom inegrovania je

$$\ln\left(Q(t)\right) + k_1 = -\frac{1}{RC}t + k_2 \tag{11}$$

kde k_1 a k_2 sú konštanty vyplývajúce z neurčitých integrálov (a tiež sme potichu uvážili, že $Q(t)$ nebude nadobúdať záporné hodnoty).

Rovnica (11) už nie je diferenciálna. Žiadna veličina v nej nie je derivovaná podľa času.

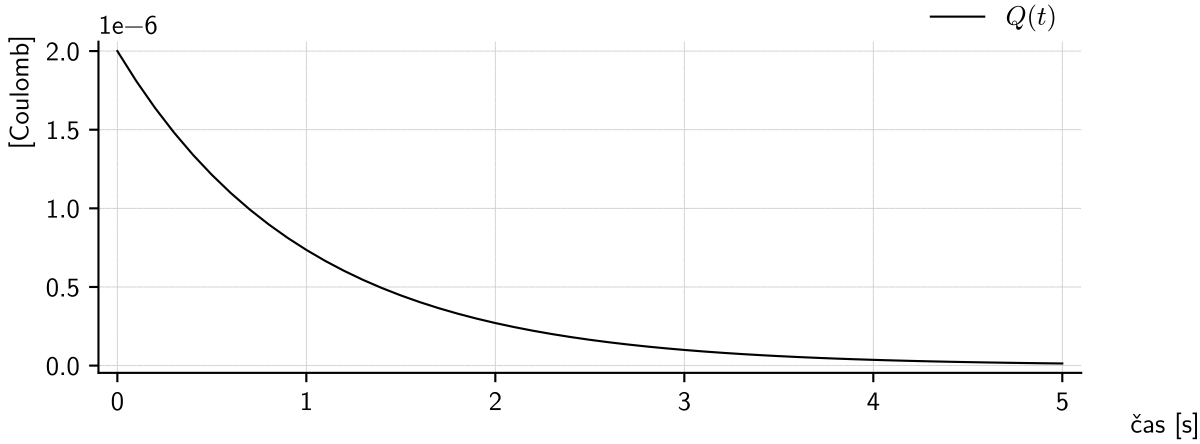
Vyjadrime z rovnice (11) signál $Q(t)$. Úpravou

$$\ln\left(Q(t)\right) = -\frac{1}{RC}t + k_3 \tag{12}$$

sme zaviedli konštantu $k_3 = k_2 - k_1$. Ďalej

$$Q(t) = e^{\left(-\frac{1}{RC}t + k_3\right)} \tag{13a}$$

$$Q(t) = e^{\left(-\frac{1}{RC}t\right)}e^{k_3} \tag{13b}$$



Obr. 3: Graf funkcie (14) pre $R = 10^6$ [Ω], $C = 1$ [μF] a $Q_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ [Coulomb] (ľubovolné hodnoty len ako príklad)

Už v tomto bode je rovnica (13b) predpisom, ktorý udáva časovú závislosť veličiny Q. Vyjadruje signál (časovú funkciu) $Q(t)$. Časová funkcia $Q(t)$ je riešením diferenciálnej rovnice (9).

V rovnici (13b) je konštanta e^{k_3}. Je to všeobecná konštanta a môže mať akúkoľvek hodnotu. Je možné ukázať, my si tu však dovolíme neuviesť formálnu ukážku, že táto konštanta je daná začiatočnou podmienkou priradenou k diferenciálnej rovnici. V tomto prípade platí $e^{k_3} = Q_0$.

Hľadaným riešením diferenciálnej rovnice je časová funkcia v tvare

$$Q(t) = Q_0 \; e^{\left(-\frac{1}{RC}t\right)} \tag{14}$$

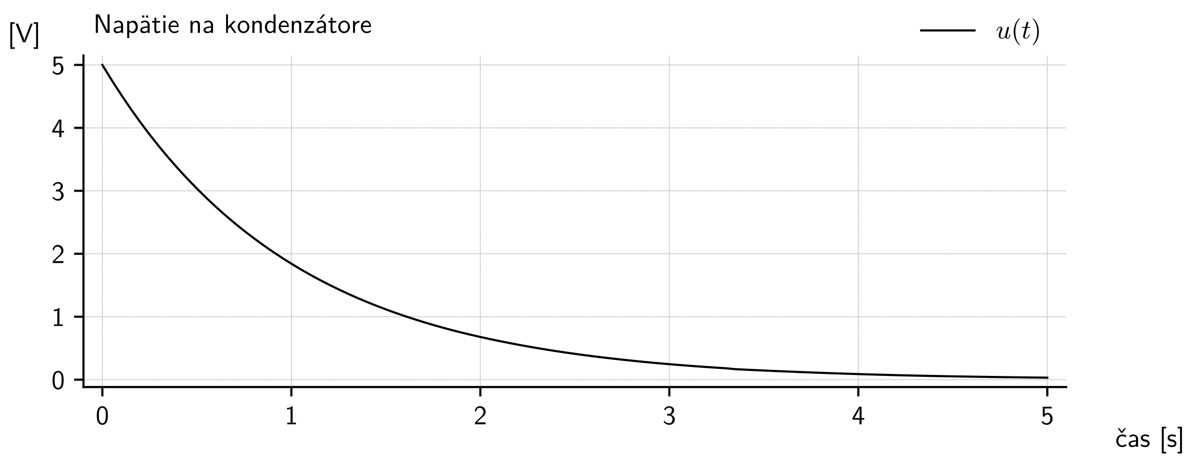
Funkcia je graficky znázornená na obrázku 3.

2.2.2 Časový priebeh napätia na kondenzátore

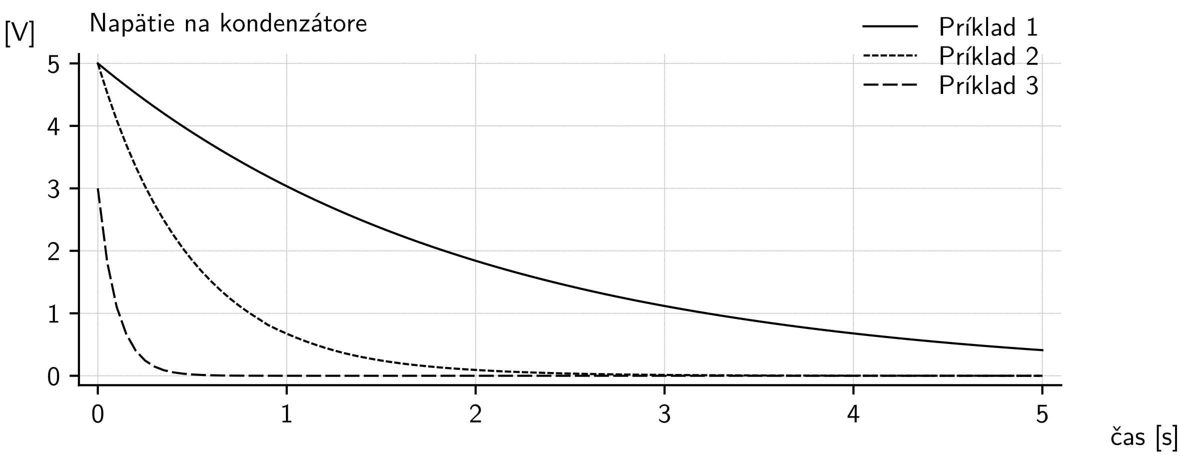
Vyšetrili sme časový priebeh elektrického náboja počas vybíjania kondenzátora. Opis situácie na začiatku časti 2.2 však nepriamo predpokladá, že sa budeme venovať napätiu. Vzájomný vzťah už poznáme, a jeho formálne presnejší zápis (napätie $u(t)$ ako signál) je

$$u(t) = \frac{1}{C} Q(t) \tag{15}$$

Takže ak poznáme priebeh $Q(t)$, poznáme aj priebeh $u(t)$.



Obr. 4: Časový priebeh napätia na kondenzátore



Obr. 5: Časový priebeh napätia na kondenzátore

Tabuľka 1: Príklady rôznych parametrov

	C [F]	R [Ω]	u_0 [V]
Príklad 1	$2 \cdot 10^{-6}$	10^6	5
Príklad 2	$\frac{1}{2} \cdot 10^{-6}$	10^6	5
Príklad 3	10^{-6}	$\frac{1}{10} \cdot 10^6$	3

Začiatočnú podmienku pre signál $Q(t)$, teda hodnotu $Q(0)$ samozrejme tiež možno určiť so želanej (danej) začiatočnej podmienky signálu $u(t)$.

$$Q(0) = Cu_0 \tag{16}$$

V zmysle úvodu časti 2.2 uvažujme nasledujúci príklad

$$C = 1 \ [\mu\text{F}]$$
$$R = 10^6 \ [\Omega]$$
$$u_0 = 5 \ [\text{V}]$$

Pre tento príklad je následne začiatočná podmienka pre signál $Q(t)$

$$Q(0) = 10^{-6} \cdot 5 = 0.000050 \ [\text{Coulomb}] \tag{17}$$

Výsledný priebeh napätia je zobrazený na obr. 4.

2.2.3 Príklady pre rôzne parametre R a C

Pre zaujímavosť, ukážme priebeh napätia pre rôzne parametre R a C. Príklady sú sumarizované v tabuľke 1. Graficky znázornené časové priebehy na obr. 5.

2.3 Príklad využitia výpočtového softvéru pre časť 2.2

Na obrázku 3 je znázornená funkcia (14). Ak by sme chceli túto funkciu graficky znázorniť s využitím jazyka Python (avšak v princípe akéhokoľvek skriptovacieho jazyka), v rámci ktorého využijeme knižnice `NumPy` a `Matplotlib`, mohlo by to vyzerať nasledovne:

Výpis kódu 1: Súbor `MRS01_kTextu.py`

```
timeVect = np.arange(0,5.1,0.1)

R = 10**6
C = 10**-6
Q_0 = 2*10**-6

riesFcia = Q_0 * np.exp( (-1.0/(R*C)) * timeVect )
```

```python

# %% -----------------------------------

plt.plot(timeVect, riesFcia) # kreslenie jednoduch. obr.
```

Ak sa tu čitateľ prvý krát stretáva s Python-om pre numerické výpočty, azda užitočnými mu budú tieto odkazy:

Python (inštalovaný ako distribúcia balíčkov...)

Pre všeobecné používanie Python-u na Windows, obzvlášť pre „vedecké výpočty“, sa čitateľovi odporúča, tak ako sa uvádza aj tu: `https://www.scipy.org/install.html`, distribúcia Anaconda: `https://www.anaconda.com/`

Ak nie je výslovne uvedené inak, používa sa tu Python vo verzii 3.

Jupyter

V týchto súvislostiach je vhodné tiež upozorniť na `https://jupyter.org/`. IPython ako aj Jupyter notebook sú súčasťou distribúcie Anaconda.

Spyder

Azda pre úplnosť, Spyder (`https://github.com/spyder-ide`) je IDE obsiahnuté v distribúcii Anaconda, ktoré je zamerané na takpovediac vedecké účely (skriptovanie, práca s dátami atď. - nie „programovanie“ vo všeobecnosti).

Samotná časová funkcia (14) je analytickým riešením diferenciálnej rovnice (7). Ako však bez znalosti tohto analytického riešenia získať obrázok 3 (teda vyriešiť diferenciálnu rovnicu)?

Len ako prvý kontakt tu uveďme istý spôsob získania tzv. *numerického riešenia diferenciálnej rovnice*. Tejto a súvisiacim témam sa budeme podrobne venovať v ďalších textoch, tu nech je to len takpovediac prvá ukážka.

V prvom rade vytvorme funkciu, ktorá bude realizovať to čo „robí“ (bez ďalšieho písomného vysvetlenia v tomto texte) diferenciálna rovnica, teda:

Výpis kódu 2: Súbor `MRS01_kTextu.py`

```python
def fcn_difRovnica_01(x, t, param):

    R, C = param
    Q = x
    dotQ = (-1.0/(R*C)) * Q

    return dotQ
```

Túto funkciu využije istý nástroj, ktorý je schopný zostaviť numerické riešenie - tu konkrétne nájde y-súradnice k požadovaným x-súradniciam. X-súradnice sú v tomto prípade čas (na x-osi je čas). Uvedený nástroj sa nazýva *ODE solver* – „riešič“ obyčajných diferenciálnych rovníc. Zrealizujme nasledovné:

Výpis kódu 3: Súbor `MRS01_kTextu.py`

```python
def fcn_simSch_01(t_start, t_final, T_s, param):

    R, C = param

    #-----------------------------------------
    t_log = np.arange(sim_t_start, sim_t_final+sim_T_s, sim_T_s).reshape(-1,1)

    #-----------------------------------------
    Q_0 = C * u_0

    #-----------------------------------------
    odeOut = odeint(fcn_difRovnica_01,
                    Q_0,
                    t_log[:,0],
                    args=(param,)
                    )

    return [t_log, odeOut]
```

Máme teda funkciu, ktorej „povieme“ `t_start, t_final, T_s`, teda časové hodnoty od-do kedy chcem mať numerické riešenie a s akým časovým krokom. Ďalej v nej vieme zadávať (meniť) parametre `param`, čo, ako vidíme, sú v tomto prípade parametre systému, ktorým sa tu zaoberáme (elektrický odpor R a kapacita C). ODE solver sa tu nazýva `odeint`.

Túto funkciu sme nazvali, že „simulácia“, pretože v istom zmysle ide o simuláciu dynamického systému. Nastavme teda túto pomyselnú simuláciu:

Výpis kódu 4: Súbor `MRS01_kTextu.py`

```
# Nastavenia simulacie

sim_t_start = 0
sim_t_final = 5
sim_T_s = 0.05

# ------------

param_C = 10**-6
param_R = 10**6
u_0 = 5

param = [param_R , param_C]
```

Zavolaním našej funkcie tú simuláciu vykonajme:

Výpis kódu 5: Súbor `MRS01_kTextu.py`

```
# Simulacia

t_log , x_log , = fcn_simSch_01(sim_t_start , sim_t_final , sim_T_s ,
    param)

sig_napatie = x_log[:,0] * (1/param_C)

plt.plot(t_log , sig_napatie) # kreslenie jednoduch. obr.
```

Týmto sme ukázali príklad využitia výpočtového softvéru v téme, ktorej sa venuje tento text.

3 Cvičenie prvé

3.1 Úlohy

1. Odpovedajte na otázky uvedené v časti 2.1.
2. Zostavte diferenciálnu rovnicu, ktorá opisuje proces vybíjania kondenzátora.
3. Určte jednotky (rozmer) všetkých parametrov a signálov (veličín) v zostavenej rovnici.
4. Nájdite analytické riešenie uvedenej diferenciálnej rovnice.
5. Nakreslite graf časovej funkcie, ktorá je analytickým riešením diferenciálnej rovnice. Potrebné číselné hodnoty parametrov a signálov nech sú ľubovolné.
6. Nájdite numerické riešenie diferenciálnej rovnice (s využitím Simulinku).

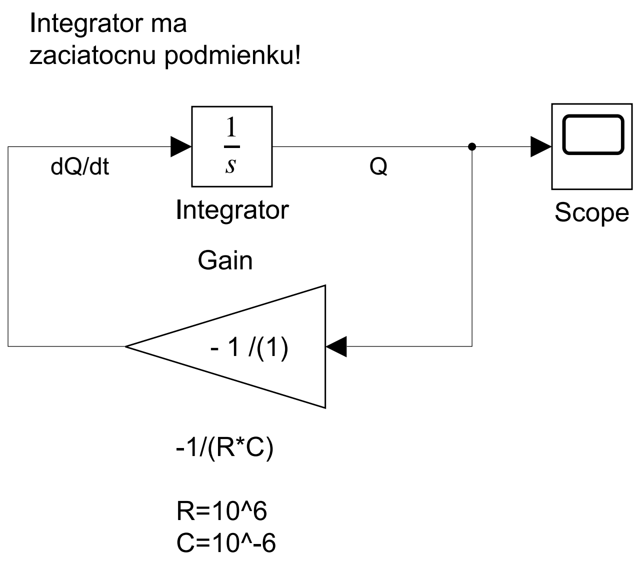
3.2 Poznámky

Simulink (MATLAB)

Zaoberáme sa problémom v tvare

$$\frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{RC}Q(t) \qquad Q(0) = Q_0 \tag{18}$$

kde $Q(t)$ je neznáma časová funkcia. Konštanty (nezávislé od času) R, C a aj Q_0 sú známe.



Obr. 6: Simulačná schéma zodpovedajúca rovnici (18)

ODE solver (MATLAB)

Pre numerický výpočet riešenia pomocou procedúry `ode45` je potrebné predmetný systém (rovnicu) zapísať ako funkciu, ktorú bude procedúra `ode45` používať. V tomto prípade:

```
function dQ = fundif(t,x);
R = 10^6;
C = 10^(-6);
Q = x;
dQ = -(1/(R*C)) * Q;
```

Je potrebné vytvoriť samostatný súbor `fundif.m`, ktorý bude obsahovať uvedenú fuknciu, tak ako je tu uvedené.

Mimochodom, na tomto mieste nebudeme (tu v texte) uvádzať podrobnosti k ODE solveru. Cieľom je tu len oboznámiť čitateľa s možnosťami ako získať numerické riešenie. Ako to „funguje“ bude jemne komentované neskôr.

Samotné použitie procedúry `ode45` sa vykoná nasledovnými príkazmi (povedzme v skripte v inom m-súbore):

```
Q_0 = 2 * 10^(-6);
[t,y] = ode45('fundif',[0 5],[Q_0]);
plot(t,y)
```

Obrázok sa ponecháva na čitateľa...

4 Otázky a úlohy

1. Vysvetlite pojem *zosilnenie systému* (alebo *statické zosilnenie systému*).
2. Vysvetlite rozdiel medzi statickým a dynamickým systémom.

Odporúčaná literatúra

[1] K. J. Åström and R. M. Murray. *Feedback Systems*. Princeton University Press, 2008.

Ďalšie zdroje

- http://www.cds.caltech.edu/~murray/amwiki/index.php/Second_Edition

- https://math.libretexts.org/Bookshelves
- https://matlabacademy.mathworks.com/details/matlab-onramp/gettingstarted