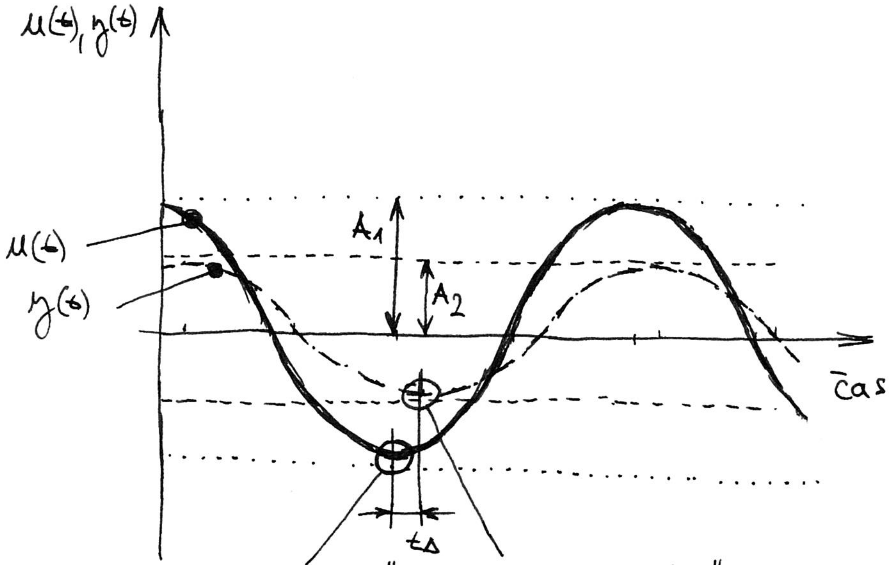
MRS 08 (Beta verzia)

strana 1

$u(t) = A_1 \cos(\omega t)$

amplitúda A_1

frekvencia ω



Istá „fáza" signálu $u(t)$

Rovnaká „fáza" ako, ale v inom čase

...fázové posunutie

ustálený stav

„Ustálená situácia"

$y(t) = ?$

!!! frekvencia rovnaká ako $u(t)$

- iná amplitúda A_2
- tzv. fázový posun

fázové posunutie

ako čas: t_Δ

ako uhol: $\omega \cdot t_\Delta$

označme $\varphi = \omega t_\Delta$

$$y(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi)$$

Amplitúdové zosilnenie A

Nech $A_1 = 1$ [jednotka]

$$A = \frac{A_2}{A_1}$$

Závislé od ω...

$A(\omega)$

$\varphi(\omega)$

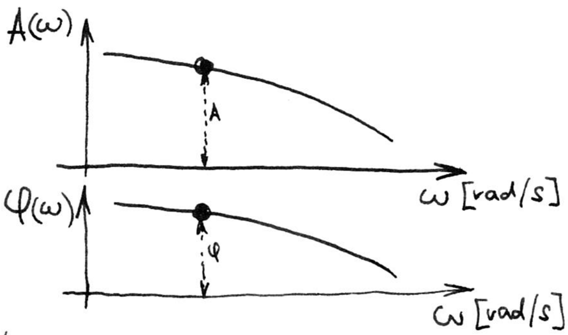
Amplitúdová frekvenčná charakteristika

AFCH

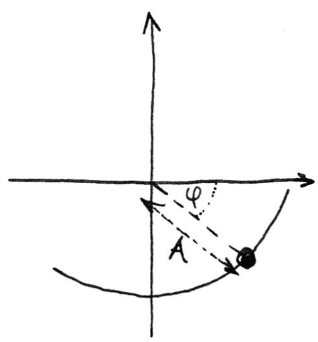
~~Frekvenčná~~ Fázová Frekvenčná charakteristika

FFCH

„xy" graf:



polárne súradnice:



MRS 08 (Beta verzia)

$\boxed{\text{strana 2}}$

prenosová funkcia

$G(s)$

$$U(s) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow Y(s)$$

$$u(t) = A_1 \cos(\omega t + 0)$$
$$= \cos(\omega t)$$
$$\Downarrow$$
$$U(s) = \frac{s}{s^2+\omega^2} = \frac{\frac{1}{2}}{s+j\omega} + \frac{\frac{1}{2}}{s-j\omega}$$
$$= \frac{\frac{1}{2}+0j}{(s+j\omega)} + \frac{\frac{1}{2}+0j}{(s-j\omega)}$$

$$U(s) = \frac{s}{(s+j\omega)(s-j\omega)}$$

$$Y(s) = ?$$
$$Y(s) = G(s)\left[\frac{s}{(s+j\omega)(s-j\omega)}\right]$$

$$y(t) = ?$$

parciálne zlomky zodpovedajúce pólom G(s)

$$Y(s) = \frac{K_1}{(s+j\omega)} + \frac{K_2}{(s-j\omega)} + V(s)$$

$$K_1 = ?$$
$$K_2 = ?$$

$$K_1 = ?$$

$$G(s)\left[\frac{s}{(s+j\omega)(s-j\omega)}\right] = \frac{K_1}{(s+j\omega)} + \frac{K_2}{(s-j\omega)} + V(s)$$

$$G(s)\left[\frac{s\cancel{(s+j\omega)}}{\cancel{(s+j\omega)}(s-j\omega)}\right] = K_1 + \frac{K_2(s+j\omega)}{(s-j\omega)} + V(s)(s+j\omega)$$

nech $s = -j\omega$

$$G(-j\omega)\left[\frac{-j\omega}{-j\omega-j\omega}\right] = K_1 + 0 + 0$$

$(-j\omega+j\omega)=0$

$$K_1 = \frac{1}{2}G(-j\omega)$$

obdobne:

$$K_2 = \frac{1}{2}G(j\omega) = K_1^*$$

komplexne združené!

$$K_1 = \frac{1}{2}G(-j\omega)$$ komplexné číslo

$$K_1 = \frac{1}{2}(A+jB) \qquad M = \sqrt{A^2+B^2}$$

$$K_1 = \frac{1}{2}Me^{-j\varphi} \qquad \varphi = -\operatorname{atan}\left(\frac{B}{A}\right)$$

$$Y(s) = \underbrace{\frac{\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}jB}{(s+j\omega)} + \frac{\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}jB}{(s-j\omega)}}_{\text{„ustálená situácia"}} + V(s)$$

začiatočné hodnoty... prechodný dej...

pokrač na ďalšej strane

MRS 08 (Beta verzia)

$\boxed{\text{strana 3}}$

z predch. strany...

$$Y(s) = \frac{\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}jB}{(s+j\omega)} + \frac{\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}jB}{(s-j\omega)}$$

---

ak by platilo $A=1,\ B=0$
potom

$$y(t) = \cos(\omega t)$$

$$1 + j0 = 1 \cdot e^{j0}$$

$$y(t) = 1 \cdot \cos(\omega t + 0)$$

všeobecne: $A + jB = Me^{j\varphi}$

$$y(t) = M \cos(\omega t + \varphi)$$

Pritom !!!!

$$M = |G(j\omega)| = |G(-j\omega)|$$

$$\varphi = \angle G(j\omega)$$

uhol komplexného čísla $G(j\omega)$
modul komplexného čísla $G(j\omega)$

Výstupný signál $y(t)$ vznikne tak, že amplitúda je zosilnená (zoslabená) hodnotou M a pridá sa fázové posunutie o φ.

M a φ sú závislé od frekvencie ω

$$M(\omega) \quad \varphi(\omega)$$

sú to frekvenčné charakteristiky AFCH a FFCH:

$$A(\omega) \quad \varphi(\omega)$$

Príklad: $G(s) = \dfrac{K}{Ts+1}$

$$\longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega + 1} = \frac{K}{(1+jT\omega)} \cdot \frac{(1-jT\omega)}{(1-jT\omega)}$$

$$= \frac{K - jKT\omega}{(1+T^2\omega^2)} = \frac{K}{(1+T^2\omega^2)} - j\frac{KT\omega}{(1+T^2\omega^2)}$$

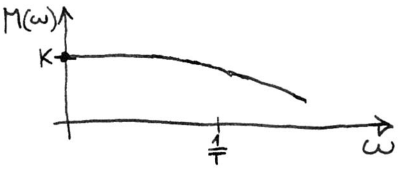
$$= \sqrt{\left(\frac{K}{(1+T^2\omega^2)}\right)^2 + \left(\frac{KT\omega}{(1+T^2\omega^2)}\right)^2}\; e^{-j\,\mathrm{atan}\left(\frac{\frac{KT\omega}{(1+T^2\omega^2)}}{\frac{K}{(1+T^2\omega^2)}}\right)}$$

$$M(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1+T^2\omega^2)}} \qquad \varphi(\omega) = -\mathrm{atan}(T\omega)$$

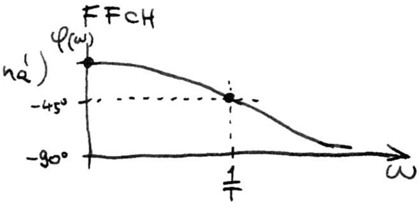
$$\mathrm{Re}\{G(j\omega)\} = \frac{K}{1+T^2\omega^2} \qquad \mathrm{Im}\{G(j\omega)\} = \frac{-KT\omega}{1+T^2\omega^2}$$

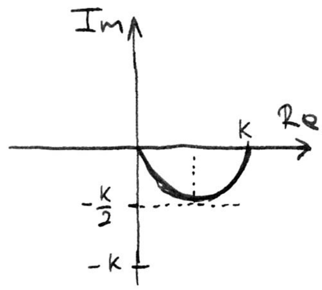
ω [rad/s]	$M(\omega)$	$\varphi(\omega)$ [rad]	Re	Im
0	K	0	K	0
$\frac{1}{T}$	$\frac{K}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{K}{2}$	$-\frac{K}{2}$
∞	$\frac{K}{\infty} = 0$	$-\frac{\pi}{2}$	0	0

AFCH:



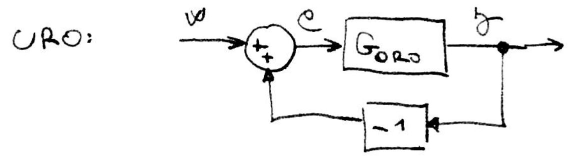
FFCH



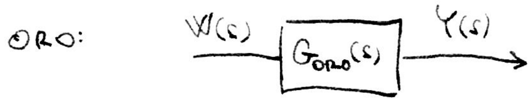


MRS 08 (Beta verzia)

strana 5

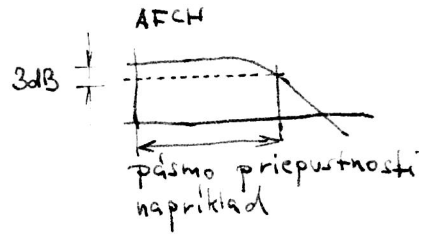


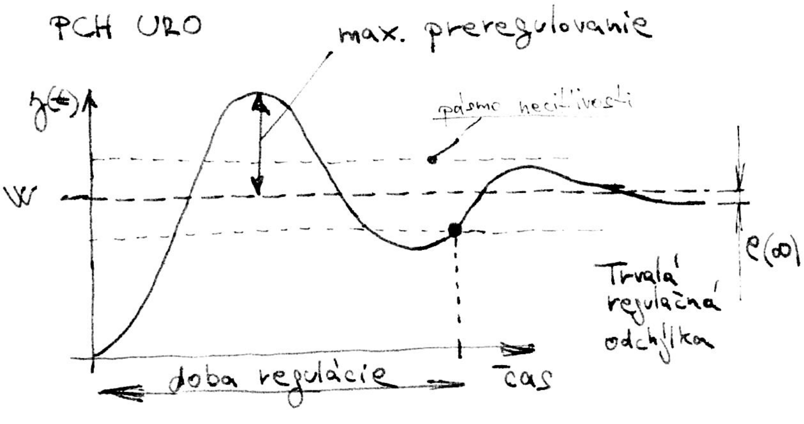
FCH ORO a návrh URO



Na základe FCH ORO je možné zaoberať sa nasledovnými vlastnosťami URO

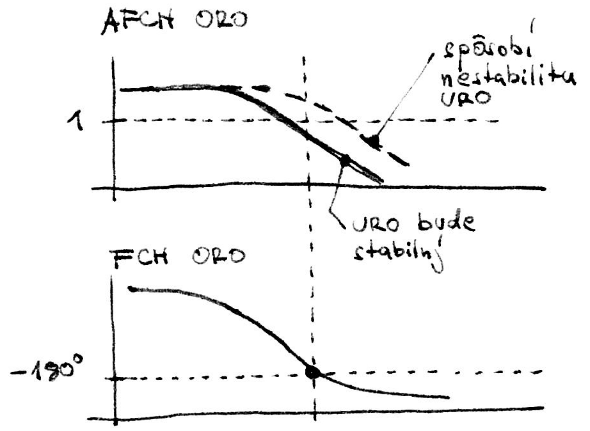
- stabilita URO – Nyquistove kritérium
- Trvalá regulačná odchýlka URO $e(\infty)$ — $e(\infty)$ sa zmenšuje ak $A(\omega)$ sa zvyšuje pri nízkych ω (amplitúdové zosilnenie ORO)
- Preregulovanie URO → je menšie ak bezpečnosť (rezerva) vo fáze je väčšia
- Doba regulácie URO → je kratšia ak pásmo priepustnosti ORO je väčšie

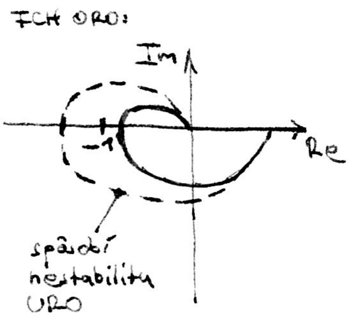




Nyquistove kritérium stability (bez dôkazu...)

URO je stabilný ak AFCH ORO má hodnotu menej ako 1 (0 dB) pri frekvencii kde FFCH ORO má hodnotu 180°

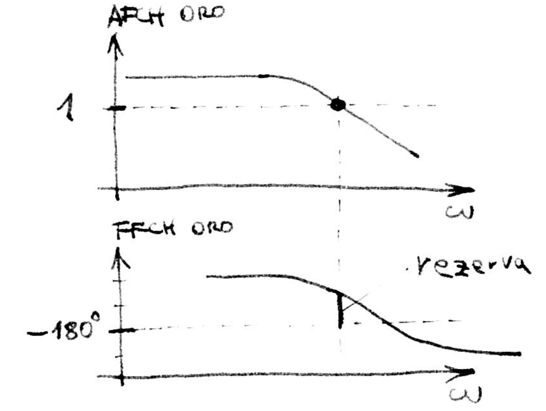




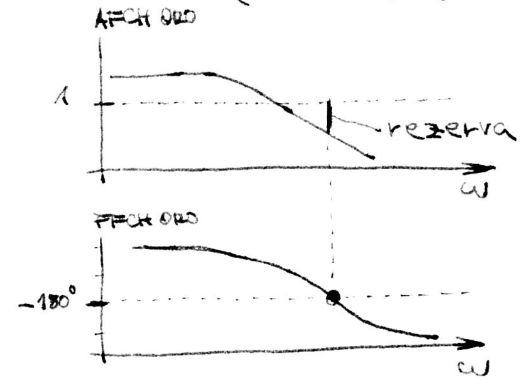
MRS 08 (Beta verzia)

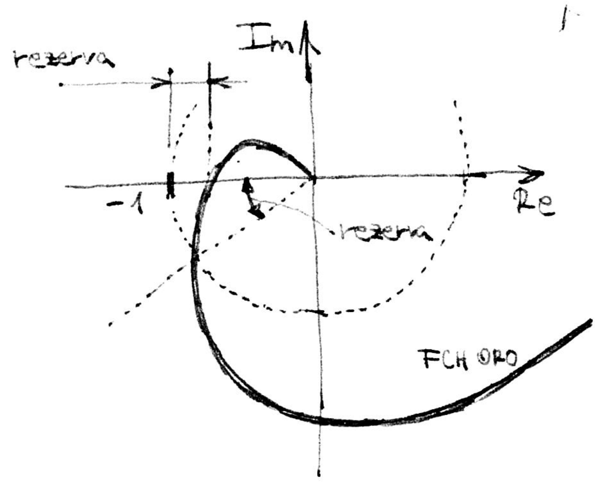
strana 6

Rezerva vo fáze



Rezerva v amplitúde (v zosilnení)





Tabuľka pre Z-N metódu:

	P	T_I	T_D
P	$0{,}5P_K$		
PI	$0{,}45P_K$	$0{,}85T_K$	
PID	$0{,}6P_K$	$0{,}5T_K$	$0{,}12T_K$

Ak URO na hranici stability tak pre FCH ORO platí:

$$A(\omega)=1$$
$$\varphi(\omega)=-\pi$$

Ako dostať URO na hranicu stability?

Zmenou zosilnenia ORO, a teda P-regulátorom

Napríklad: $G_R(s)=P$ $\quad G_S(s)=\dfrac{1}{(s+1)^3}$

$$G_{ORO}(s)=\frac{P}{(s+1)^3}$$

$$G_{ORO}(j\omega)=\frac{P}{(j\omega+1)^3}=\frac{P(1-3\omega^2)}{(\omega^2+1)^3}-j\,\frac{P\omega(3-\omega^2)}{(\omega^2+1)^3}$$
$$=U(\omega)+jV(\omega)$$

kritický bod:

$U(\omega_k)=-1$

$V(\omega_k)=0$ $\quad \omega_k=?$

$$V(\omega_k)=\frac{P\omega_k(3-\omega_k^2)}{(\omega_k^2+1)^3}=0$$

$$\omega_k^2=3 \qquad \omega_k=\sqrt{3}$$

$$U(\omega_k)=-1=\frac{P(1-3\omega_k^2)}{(\omega_k^2+1)^3} \Rightarrow P_k=8$$

Metóda Zeiglera a Nicholsa

je experimentálna metóda návrhu parametrov PID regulátora. Uvažuje sa:

$$G_R(s)=P\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)$$

Postup návrhu parametrov (P, T_I, T_D):

1) URO len s P regulátorom nastavíme na hranicu stability (postupné zvyšovanie P)

2) Získame tak kritické zosilnenie P-regulátora (P_K) a z ustálených kmitov výstupnej veličiny určíme periódu kmitov T_K (frekvencia $\omega_K=\frac{2\pi}{T_K}$)

3) Parametre PID regulátora potom sú

... Ak je G(s) známa potom v istých prípadoch je možné P_K a T_K nájsť analyticky.

MRS 08 (Beta verzia)

strana 7

Statické vlastnosti URO

...teda $e(\infty)$

Ako sme už v podstate ukázali, P-regulátor umožňuje ovplyvňovať zosilnenie ORO.
Voľbou zosilnenia ORO sa dá okrem iného ovplyvniť trvalá regulačná odchýlka $e(\infty)$.

$$\frac{E(s)}{W(s)} = G_E(s) = \frac{1}{1 + G_{ORO}(s)} = \frac{1}{1 + G_R(s)\, G_S(s)}$$

$G_R(s) = P$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to} \frac{1}{1 + P G_S(s)}$$

$\Downarrow$

P

Dynamické vlastnosti URO

...teda - preregulovanie
- doba regulácie

$\Downarrow$

KOREKČNÝ ČLEN

(všeobecne známe ako Lead-Lag controller)

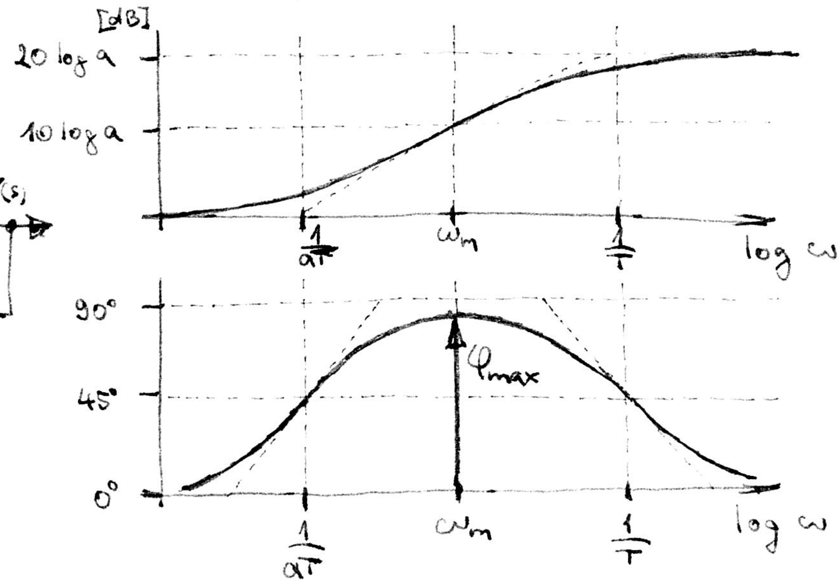
Prenosová funkcia korekčného člena (základný princíp)

$$G_K(s) = \frac{aTs + 1}{Ts + 1}$$

ak $a > 1$ KČ má fázový predstih (Lead controller)

ak $a < 1$ KČ má fázové zaostávanie (Lag controller)

FCH $G_K(s)$ pre $a>1$



Použitie KČ v URO: