1. Vysvetlite pojem *analytické riešenie* obyčajnej diferenciálnej rovnice. [2b]

2. Načrtnite prechodovú charakteristiku astatického systému prvého rádu. [3b]

3. Nájdite analytické riešenie diferenciálnej rovnice pričom $y(0) = 2$, $\dot{y}(0) = 1$ a $u(t) = 0$. Použite metódu charakteristickej rovnice. [7b]

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = u(t)$$

4. S využitím Laplaceovej transformácie nájdite analytické riešenie rovnice pričom $y(0) = y_0$, $\dot{y}(0) = z_0$ a $u(t) = \delta(t)$. [8b]

$$\ddot{y}(t) + (a + b)\dot{y}(t) + aby(t) = u(t)$$

5. Schematicky znázornite dynamický systém daný v tvare diferenciálnej rovnice [3b]

$$\ddot{y}(t) + ay(t) = bu(t) \qquad y(0) = y_0$$

kde a, b sú konštanty a $u(t)$ je známy vstupný signál.

6. Nasledujúcu diferenciálnu rovnicu druhého rádu prepíšte na sústavu diferenciálnych rovníc prvého rádu. β, m, g a l sú reálne čísla. [4b]

$$ml^2\ddot{\varphi}(t) + \beta\dot{\varphi}(t) + mgl\sin(\varphi(t)) = u(t)$$

7. Uvažujte statický systém prvého rádu (SS1R) daný prenosovou funkciou v tvare

$$Y(s) = \frac{b}{s + a}U(s)$$

kde $a, b \in \mathbb{R}$ sú parametre systému. Stanovte časovú funkciu, ktorá je analytickým vyjadrením prechodovej charakteristiky tohto systému. [3b]

8. Uvažujme dynamický systém v tvare

$$\dot{x}(t) = a\,x(t) + b\,u(t)$$
$$y(t) = x(t)$$

kde $x(t)$ je stavová veličina systému, $u(t)$ je vstupná veličina systému a $y(t)$ je výstupná veličina systému. Parameter $b = 1$ a parameter a je neznáma konštanta.

a) Koľkého rádu je systém? [1b]

b) Aký je charakteristický polynóm daného dynamického systému? [1b]

c) Pre ktoré a je systém stabilný a pre ktoré a je nestabilný? Nájdite intervaly. [1b]

Tabuľka Laplaceových obrazov:

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}$
$\frac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n}$	$s^n F(s) - s^{(n-1)} f(0) \cdots - s^0 \frac{\mathrm{d}^{(n-1)}}{\mathrm{d}t^{(n-1)}}\left(f(0)\right)$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}$
1	$\frac{1}{s}$
$\delta(t)$	1