Vybrané metódy návrhu PID regulátora

Obsah

1 **Uzavretý regulačný obvod** **1**

2 **Číro analytické zamyslenie sa...** **2**
2.1 Priame vyjadrenie $G_R(s)$ . . . 2
2.2 Príklad, ktorý vedie na PI regulátor . . . 3
2.2.1 Simulačný experiment 1 . . . 4
2.2.2 Simulačný experiment 2 . . . 4

3 **Metóda rozmiestňovania pólov** **5**
3.1 Konkrétny príklad s PI regulátorom . . . 5
3.1.1 Simulačný experiment pre ilustráciu . . . 7

4 **Metóda optimálneho modulu** **7**
4.1 Princíp metódy . . . 8
4.2 Postup . . . 9
4.3 Príklad . . . 9
4.3.1 Simulačný experiment . . . 10
4.4 Poznámky k metóde . . . 10

5 **Cvičenie s PID regulátorom** **11**

1 Uzavretý regulačný obvod

Cieľom tohto textu je veľmi stručný úvod do metód návrhu parametrov PID regulátora v zmysle klasického lineárneho regulačného obvodu (URO) aký bol diskutovaný v predchádzajúcom učebnom texte. Je teda zrejmé, že tieto metódy predpokladajú dostupnosť modelu riadeného systému vo forme prenosovej funkcie. Zvyčajne je tiež potrebné doplniť výstupy a výsledky metód o analýzu z hľadiska stability a kvality výsledného URO.

Metódy, ktorými sa tu budeme zaoberať, využívajú analytický opis URO ako východisko. Preto táto časť v skratke pripomína lineárny URO ako taký.

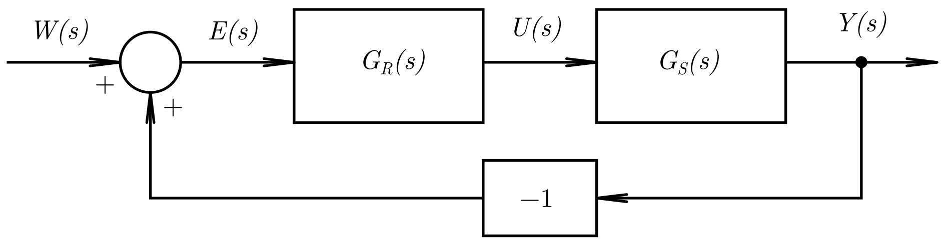
Ak totiž máme k dispozícii analytický opis URO, vieme o URO povedať prakticky čokoľvek. Vrátane toho ako má a môže vyzerať prenosová funkcia samotného regulátora v URO.

Možných je relatívne veľa metód ako z matematického opisu URO odvodiť samotný regulátor a určiť jeho parametre. Napríklad sa môžeme priamo z analytického opisu URO pokúsiť vyjadriť prenosovú funkciu regulátora (pozri časť 2). Celkom prirodzenou požiadavkou na URO môže byť stanovenie želanej dynamiky URO, čo v lineárnom URO vlastne znamená stanovenie polohy pólov URO (pozri časť 3). Zmienené postupy sú na prvý pohľad jednouché avšak pri ich uplatňovaní sa nezriedkavo vyskytnú rôzne problémy, ktoré môžu viesť až k nemožnosti navrhnúť parametre regulátora tak aby bol daný cieľ riadenia splnený. Aj preto má význam skúmať metódy, ktoré na prvý pohľad nemusia byť zrejmé, avšak ich uplatnenie vedie k uspokojivým výsledkom v relatívne širšej triede úloh oproti zmieneným postupom. Príkladom takej dobre známej metódy je tu Metóda optimálneho modulu prezentovaná v časti 4.

V nasledujúcich častiach sú uvedené náznaky metód (relatívne jednoduchých) návrhu parametrov PID (alebo PI, P atď.). Tento učebný text však neskúma uvedené metódy vo všeobecnosti, neskúma možnosti a obmedzenia ich uplatnenia. Pre ďalšie štúdium sa čitateľ odkazuje na klasickú literatúru venovanú návrhu PID regulátorov (nespočetne veľa autorov a diel).

Klasický lineárny uzavretý regulačný obvod

Pripomeňme, že uvažujeme klasický lineárny uzavretý regulačný obvod, ktorý je možné schematicky znázorniť nasledovne:



Obr. 1: Lineárny uzavretý regulačný obvod.

V schéme $G_R(s)$ je prenosová funkcia regulátora a $G_S(s)$ je prenosová funkcia riadeného systému. Blokmi URO sú tu teda prenosové funkcie, potom namiesto časových signálov je možné uvažovať ich Laplaceove obrazy (L-obrazy), a teda $W(s)$ je želaná hodnota (setpoint), $E(s)$ je regulačná odchýlka, $U(s)$ je akčný zásah a $Y(s)$ je výstupná (riadená) veličina URO.

Prenosová funkcia ORO a URO

Prenosové funkcie $G_R(s)$ a $G_S(s)$ sú v sérii a tvoria otvorený regulačný obvod, ktorého prenosová funkcia je v tvare

$$G_{ORO}(s) = G_R(s)G_S(s) \tag{1}$$

Celkovým výstupom URO je výstupná veličina $Y(s)$, a celkovým vstupom URO je žiadaná hodnota $W(s)$. Pomer obrazov $W(s)$ a $Y(s)$ je prenosovou funkciou URO.

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = G_{URO}(s) \tag{2}$$

Konkrétne pre tu uvažovaný prípad a vzhľadom na vyššie uvedené

$$G_{URO}(s) = \frac{G_{ORO}(s)}{1 + G_{ORO}(s)} = \frac{G_R(s)G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)} \tag{3}$$

2 Číro analytické zamyslenie sa...

2.1 Priame vyjadrenie $G_R(s)$

Ak by sme mali k dispozícii takpovediac želanú prenosovú funkciu $G_{URO}(s)$, tak z (3) by bolo možné priamo vyjadriť prenosovú funkciu regulátora $G_R(s)$. Máme

$$G_{URO}(s) = \frac{G_R(s)G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)} \tag{4}$$

a teda

$$
\begin{aligned}
G_{URO}(s) + G_{URO}(s)G_R(s)G_S(s) - G_R(s)G_S(s) = 0 && (5) \\
G_R(s)G_S(s)\left(G_{URO}(s) - 1\right) = -G_{URO}(s) && (6) \\
G_R(s)G_S(s) = \frac{-G_{URO}(s)}{(G_{URO}(s) - 1)} && (7) \\
G_R(s)G_S(s) = \frac{G_{URO}(s)}{(1 - G_{URO}(s))} && (8)
\end{aligned}
$$

a nakoniec

$$
G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_{URO}(s)}{(1 - G_{URO}(s))} \tag{9}
$$

Mimochodom, je zrejmé, že dominantnou vlastnosťou výsledného regulátora je krátenie núl a pólov riadeného systému (keďže obsahuje inverziu $G_S(s)$). To často zo sebou prináša rôzne problémy (podrobnejšie vysvetlenie je nad rámec tohto učebného textu), prípadne, až nemožnosť realizovať takýto regulátor. Navyše vôbec nie je zrejmé, či daný regulátor je PID regulátorom (alebo nejaká kombinácia zložiek P, I a D). Kľúčovým problémom je tiež ako určiť či zvoliť želanú prenosovú funkciu $G_{URO}(s)$.

2.2 Príklad, ktorý vedie na PI regulátor

Nech modelom riadeného systému je prenosová funkcia

$$
G_S(s) = \frac{K}{Ts + 1} \tag{10}
$$

kde K a T sú parametre riadeného systému.

Vyskúšajme želanú prenosovú funkciu $G_{URO}(s)$ v tvare

$$
G_{URO}(s) = \frac{1}{T\lambda s + 1} \tag{11}
$$

pričom sme zaviedli voliteľný parameter λ. Ak $\lambda = 1$, tak potom URO bude mať rovnakú dynamiku ako riadený systém. Ak $\lambda < 1$, dynamika URO bude rýchlejšia a ak $\lambda > 1$, dynamika URO bude pomalšia vzhľadom na dynamiku riadeného systému.

Určme prenosovú funkciu regulátora $G_R(s)$.

$$
\begin{aligned}
G_R(s) &= \frac{Ts + 1}{K} \frac{\dfrac{1}{T\lambda s + 1}}{\dfrac{T\lambda s + 1 - 1}{T\lambda s + 1}} \\
&= \frac{Ts + 1}{K} \frac{1}{T\lambda s} \\
&= \frac{1}{KT\lambda} \frac{Ts + 1}{s} \\
&= \frac{\dfrac{T}{KT\lambda} s + \dfrac{1}{KT\lambda}}{s}
\end{aligned} \tag{12}
$$

Je zrejmé, že $G_R(s)$ predstavuje PI regulátor s prenosovou funkciou

$$
G_R(s) = \frac{r_0 s + r_{-1}}{s} \tag{13}
$$

kde parametre regulátora sú

$$
r_0 = \frac{1}{K\lambda} \qquad \text{a} \qquad r_{-1} = \frac{1}{KT\lambda} \tag{14}
$$

2.2.1 Simulačný experiment 1

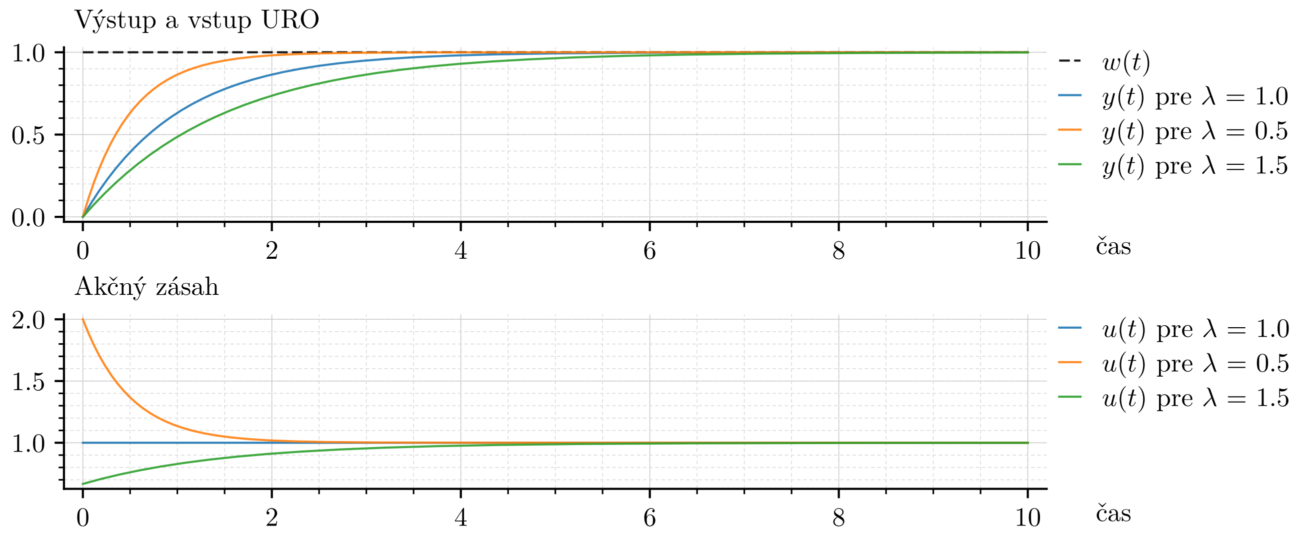
Pre uvedený príklad uvažujme konkrétne

$$G_S(s) = \frac{1}{s+1} \tag{15}$$

kde teda $K = 1$ a $T = 1$ sú parametre riadeného systému. Podľa (14) a napríklad pre $\lambda = 1$ majú parametre PI regulátora hodnoty:

$$r_0 = 1 \qquad \text{a} \qquad r_{-1} = 1 \tag{16}$$

Pre $\lambda = 1$ (a napríklad pre iné hodnoty $\lambda = 0,5$ a $\lambda = 1,5$) je simulácia regulácie na želanú hodnotu uvedená na obrázku 2.



Obr. 2

2.2.2 Simulačný experiment 2

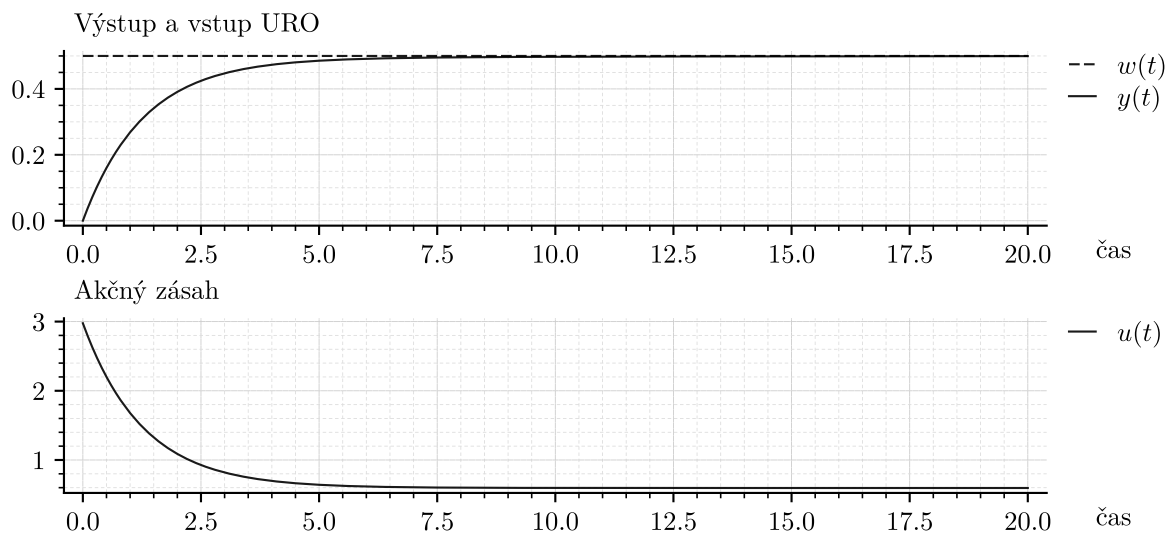
Uvažujme prenosovú funkciu s parametrami $K = 0,84$ a $T = 6,66$.

$$G_S(s) = \frac{0,84}{6,66s+1} \tag{17}$$

Podľa (14) a pre $\lambda = 0,2$ majú parametre PI regulátora hodnoty:

$$r_0 = 5,95 \qquad \text{a} \qquad r_{-1} = 0,89 \tag{18}$$

Výsledky simulácie regulácie na žiadanú hodnotu ($w(t) = 0,5$) sú na nasledujúcom obrázku (obr. 3).



Obr. 3

3 Metóda rozmiestňovania pólov

Vzhľadom na to, že sa tu zaoberáme PID regulátorom je zrejmé, že póly, ktoré má zmysel rozmiestňovať, sú póly URO. Predpísaním pólov URO je možné stanoviť želanú výslednú dynamiku URO.

3.1 Konkrétny príklad s PI regulátorom

Pre ilustráciu uveďme príklad. Uvažuje sa model riadeného systému v tvare

$$G_S(s) = \frac{K}{T}\frac{1}{\left(s+\frac{1}{T}\right)} \tag{19}$$

a PI regulátor s parametrami P a T_i

$$G_R(s) = P\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = P\frac{\left(s+\frac{1}{T_i}\right)}{s} \tag{20}$$

Výsledná prenosová funkcia URO bude druhého rádu.

Nech želaným charakteristickým polynómom prenosovej funkcie URO je

$$Z(s) = s^2 + 2b\omega_0 s + \omega_0^2 \tag{21}$$

kde koeficient tlmenia b a frekvencia ω_0 sú voliteľnými parametrami. Ich voľbou sú jednoznačne určené korene polynómu $Z(s)$ a naopak. Ak by bol polynóm $Z(s)$ charakteristickým polynómom URO, potom by, samozrejme, išlo o rozmiestňovanie pólov URO voľbou parametrov b a ω_0.

Stanovenie prenosovej funkcie URO

Uvážme, že prenosová funkcia URO je

$$G_{URO}(s) = \frac{G_{ORO}(s)}{1+G_{ORO}(s)} \tag{22}$$

pričom v tomto prípade

$$\begin{aligned} G_{ORO}(s) &= \frac{K}{T}\frac{1}{\left(s+\dfrac{1}{T}\right)}P\frac{\left(s+\dfrac{1}{T_i}\right)}{s} \\ &= \frac{KP}{T}\frac{\left(s+\dfrac{1}{T_i}\right)}{\left(s+\dfrac{1}{T}\right)s} \end{aligned} \tag{23}$$

Následne

$$
\begin{aligned}
G_{URO}(s) &= \frac{KP\left(s+\frac{1}{T_i}\right)}{T\left(s+\frac{1}{T}\right)s+KP\left(s+\frac{1}{T_i}\right)} \\
&= \frac{KP\left(s+\frac{1}{T_i}\right)}{Ts^2+s+KPs+\frac{KP}{T_i}} \\
&= \frac{KP}{T}\frac{\left(s+\frac{1}{T_i}\right)}{s^2+\left(\frac{1+KP}{T}\right)s+\frac{KP}{TT_i}}
\end{aligned}
\tag{24}
$$

Prenosová funkcia $G_{URO}(s)$ je teda stanovená.

Povšimnutia

Povšimnime si, že v ustálenom stave (teda $s \to 0$) platí

$$
\frac{y(\infty)}{w(\infty)} = \frac{\frac{KP}{TT_i}}{\frac{KP}{TT_i}} = 1 \tag{25}
$$

Zosilnenie URO je teda jednotkové, čo je takpovediac samozrejmá požiadavka kladená na URO (môžu byť prípady kde sa to nevyžaduje).

Taktiež si povšimnime, že prenosová funkcia $G_{URO}(s)$ má vo všeobecnosti nulu, polynóm v čitateli je prvého stupňa. Poloha tejto nuly je daná parametrom regulátora T_i. Táto nula sa nevyhnutne prejaví pri regulačnom priebehu (napr. pri skokovej zmene želanej hodnoty). Inými slovami, táto nula nevyhnutne bude ovplyvňovať celkovú dynamiku URO. To môže byť nežiadúce, pretože želaná výsledná dynamika tu má byť daná len pólmi $G_{URO}(s)$. Ako zmierniť vplyv uvedenej nuly je nad rámec tohto učebného textu. Vyžaduje si to štrukturálnu zmenu samotného PID regulátora (metódy známe ako váhovanie žiadanej hodnoty) a tým by sa do istej miery pozmenila aj vyššie uvedená analýza vedúca na stanovenie prenosovej funkcie $G_{URO}(s)$.

Charakteristický polynóm URO

Charakteristický polynóm URO je v tvare

$$
A_{URO}(s) = s^2 + \left(\frac{1+KP}{T}\right)s + \frac{KP}{TT_i} \tag{26}
$$

Cieľom je aby sa tento polynóm zhodoval s $Z(s)$. Pre tento cieľ je možné vhodne stanoviť parametre regulátora P a T_i.

Výpočet parametrov regulátora

Pre zhodu $A_{URO}(s)$ a $Z(s)$ musí platiť

$$
\frac{1+KP}{T} = 2b\omega_0 \tag{27}
$$

$$
1+KP = 2b\omega_0 T \tag{28}
$$

$$
KP = 2b\omega_0 T - 1 \tag{29}
$$

$$
P = \frac{2b\omega_0 T - 1}{K} \tag{30}
$$

a zároveň

$$
\frac{KP}{TT_i} = \omega_0^2 \tag{31}
$$

preto

$$\frac{2b\omega_0 T - 1}{TT_i} = \omega_0^2 \tag{32}$$

$$\omega_0^2 TT_i = 2b\omega_0 T - 1 \tag{33}$$

$$T_i = \frac{2b\omega_0 T - 1}{\omega_0^2 T} \tag{34}$$

Všimnime si, že ak majú byť parametre regulátora kladné, voliteľný parameter ω_0 musí spĺňať $\omega_0 > \frac{1}{2bT}$.

3.1.1 Simulačný experiment pre ilustráciu

Pre uvedený príklad uvažujme konkrétne

$$G_S(s) = \frac{1}{s+1} \tag{35}$$

kde teda $K = 1$ a $T = 1$ sú parametre riadeného systému.

Želané rozmiestnenie pólov stanovme voľbou parametrov

$$b = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \text{a} \qquad \omega_0 = 2\frac{1}{2bT} \tag{36}$$

Podľa (30) a (34) majú parametre PI regulátora hodnoty

$$P = 1 \qquad \text{a} \qquad T_i = 0,5 \tag{37}$$

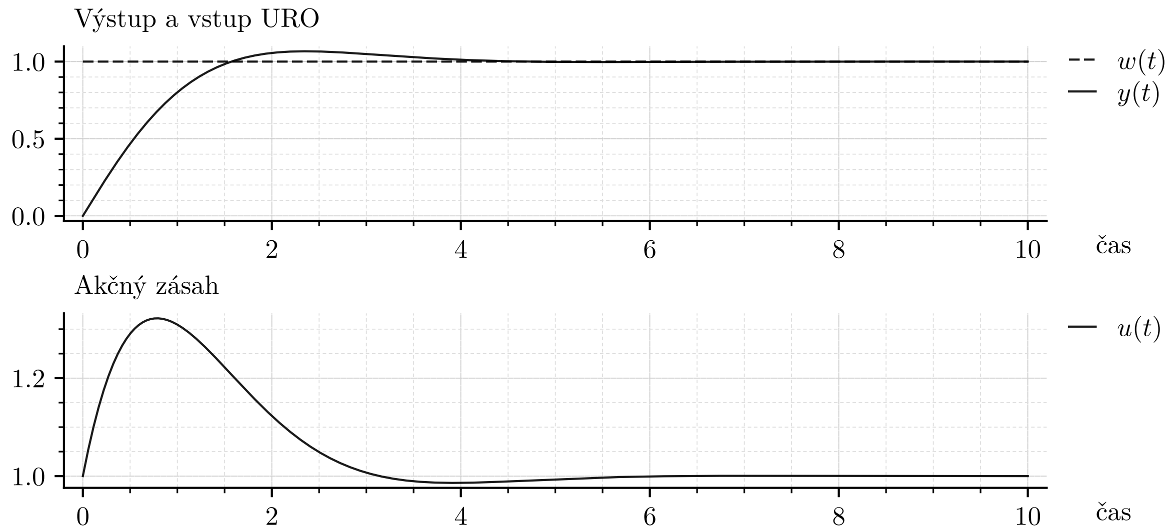
Póly URO (teda korene charakteristického polynómu URO) sú

$$s_{k1} = -1 + j \qquad \text{a} \qquad s_{k2} = -1 - j \tag{38}$$

a nula URO (koreň polynómu v čitateli $G_{URO}(s)$) je

$$s_{n1} = -2 \tag{39}$$

Simulácia regulácie na želanú hodnotu uvedená na obrázku 4.



Obr. 4

4 Metóda optimálneho modulu

Táto metóda vychádza z predstavy ideálnej prenosovej funkcie URO. Ideálne by bolo, ak by $G_{URO}(s) = 1$. To by totiž znamenalo, že signál predstavujúci želanú hodnotu

$W(s)$ (alebo referenčný signál) by sa okamžite (bez akejkoľvek zotrvačnosti) preniesol na výstup URO $Y(s)$, keďže $Y(s) = G_{URO}W(s)$. Formálnešie

$$G_{URO}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} \stackrel{!}{=} 1 \quad \Longrightarrow \quad y(t) = w(t)\ \forall t \tag{40}$$

Toto je, samozrejme, nerealizovateľné. Nie je možné mať URO s nekonečne rýchlou dynamikou.

Modul $G_{URO}(j\omega)$

Keďže $G_{URO}(s) = 1$ je nereálna požiadavka, Metóda optimálneho modulu je postavená na požiadavke týkajúcej sa modulu prenosovej funkcie $G_{URO}(s)$ namiesto požiadavky na prenosovú funkciu samotnú. Hovoríme o module v zmysle rovnakom ako keď hovoríme o komplexnom čísle. Výraz $G_{URO}(s)$ totiž je komplexné číslo. Vzhľadom na súvislosti vyplývajúce z Laplaceovej transformácie (a Fourierovej transformácie), o ktorých tu nebudeme hovoriť, má význam uvažovať $s = j\omega$, kde j je komplexná jednotka a ω [rad/s] je frekvencia. Ak $s = j\omega$ tak $G_{URO}(j\omega)$ je takzvaná frekvenčná prenosová funkcia (podrobnosti sú nad rámec tohto učebného textu).

V každom prípade, $G_{URO}(j\omega)$ je komplexné číslo. Modul tohto komplexného čísla sa označuje ako $|G_{URO}(j\omega)|$.

4.1 Princíp metódy

Pre priblíženie hlavnej myšlienky metódy je možné konštatovať, že ak nemôžeme mať $G_{URO}(s) = 1$, tak nech aspoň modul tejto prenosovej funkcie nech je jednotkový.

Konkrétnejšie, pri Metóde optimálneho modulu je požiadavkou aby kvadrát modulu $G_{URO}(j\omega)$ bol jednotkový pre čo najväčší rozsah frekvencií ω. Formálnejšie, kde modul označme M

$$|G_{URO}(j\omega)|^2 = M^2(\omega) \stackrel{!}{=} 1 \tag{41}$$

Metóda ponúka nasledujúce riešenie uvedenej požiadavky. Platí

$$G_{URO}(j\omega) = \frac{G_{ORO}(j\omega)}{1 + G_{ORO}(j\omega)} \tag{42}$$

Ďalej platí

$$G_{ORO}(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) \tag{43}$$

kde $U(\omega)$ a $V(\omega)$ sú reálna a imaginárna časť komplexného čísla $G_{ORO}(j\omega)$. Samotné hodnoty U a V sú závislé od frekvencie ω. Následne môžeme písať

$$\begin{aligned} M^2(\omega) &= |G_{URO}(j\omega)|^2 \\ &= \left| \frac{G_{ORO}(j\omega)}{1 + G_{ORO}(j\omega)} \right|^2 \\ &= \left| \frac{U(\omega) + jV(\omega)}{1 + U(\omega) + jV(\omega)} \right|^2 \\ &= \frac{|U(\omega) + jV(\omega)|^2}{|1 + U(\omega) + jV(\omega)|^2} \\ &= \frac{U^2(\omega) + V^2(\omega)}{1 + 2U(\omega) + U^2(\omega) + V^2(\omega)} \end{aligned} \tag{44}$$

Je zrejmé, že ak by platilo

$$1 + 2U(\omega) = 0 \tag{45}$$

tak by tiež platilo

$$M^2(\omega) = 1 \tag{46}$$

V tomto momente teda požiadavkou je aby

$$U(\omega) = -\frac{1}{2} \tag{47}$$

Inými slovami, reálna časť komplexného čísla $G_{ORO}(j\omega)$ má mať hodnotu $-\frac{1}{2}$.

$$\mathcal{R}\Big\{G_{ORO}(j\omega)\Big\} = -\frac{1}{2} \tag{48}$$

4.2 Postup

Vzhľadom na uvedené je možné stanoviť nasledujúci postup.

- Je známa prenosová funkcia riadeného systému $G_S(s)$.
- Zvolí sa regulátor (štruktúra PID regulátora) a tým prenosová funkcia regulátora $G_R(s)$.
- Prenosová funkcia otvoreného regulačného obvodu je $G_{ORO}(s) = G_R(s)G_S(s)$.
- Za s sa dosadí $j\omega$ a získa sa frekvenčná prenosová funkcia $G_{ORO}(j\omega)$.
- Stanový sa $\mathcal{R}\big\{G_{ORO}(j\omega)\big\}$, označme $U(\omega)$, pričom ide formálne o polynóm vzhľadom na premennú ω. Vo výraze $U(\omega)$ sa vo všeobecnosti nachádzajú parametre riadeného systému (tie sú známe) a neznáme parametre regulátora (vo všeobecnosti to sú r_0, r_{-1} a r_1).
- Parametre regulátora hľadáme riešením rovnice

$$U(\omega) = -\frac{1}{2} \tag{49}$$

Ide o diofantickú rovnicu ($U(\omega)$ je polynóm vzhľadom na ω). Riešenie hľadáme porovnaním koeficientov pri rovnakých mocninách ω na oboch stranách rovnice (49).

4.3 Príklad

Riadený systém

$$G_S(s) = \frac{K}{Ts+1} \tag{50}$$

Regulátor

$$G_R(s) = \frac{r_0 s + r_{-1}}{s} \tag{51}$$

Otvorený regulačný obvod

$$G_{ORO}(s) = \frac{Kr_0 s + Kr_{-1}}{Ts^2 + s} \tag{52}$$

$$\begin{aligned} G_{ORO}(j\omega) &= \frac{Kr_0 j\omega + Kr_{-1}}{T(j\omega)^2 + j\omega} \\ &= \frac{Kr_0 j\omega + Kr_{-1}}{-T\omega^2 + j\omega} \cdot \frac{-T\omega^2 - j\omega}{-T\omega^2 - j\omega} \\ &= \frac{Kr_0 j\omega(-T\omega^2 - j^2 Kr_0\omega - Kr_{-1}T\omega^2 - jKr_{-1}\omega}{(-T\omega^2)^2 + \omega^2} \\ &= \frac{Kr_0\omega - Kr_{-1}T\omega^2 + j\left(Kr_0\omega(-T\omega^2) - Kr_{-1}\omega\right)}{T^2\omega^4 + \omega^2} \end{aligned} \tag{53}$$

Preto

$$\mathcal{R}\big\{G_{ORO}(j\omega)\big\} = \frac{Kr_0\omega - Kr_{-1}T\omega^2}{T^2\omega^4 + \omega^2} \tag{54}$$

Neznáme parametre r_0 a r_{-1} hľadáme riešením rovnice

$$\frac{Kr_0\omega - Kr_{-1}T\omega^2}{T^2\omega^4 + \omega^2} = -\frac{1}{2} \tag{55}$$

$$Kr_0\omega - Kr_{-1}T\omega^2 = -\frac{1}{2}\left(T^2\omega^4 + \omega^2\right) \tag{56}$$

$$Kr_0\omega - Kr_{-1}T\omega^2 = -\frac{1}{2}T^2\omega^4 - \frac{1}{2}\omega^2 \tag{57}$$

Ak uvážime koeficienty pri ω a ω^2 potom

$$Kr_0 = 0 \tag{58}$$

$$-Kr_{-1}T = -\frac{1}{2} \tag{59}$$

a teda

$$r_0 = 0 \tag{60}$$

$$r_{-1} = \frac{1}{2KT} \tag{61}$$

Tým sme určili parametre prenosovej funkcie regulátora, pričom pre tento prípad ide o I regulátor (P zložka má nulový parameter).

4.3.1 Simulačný experiment

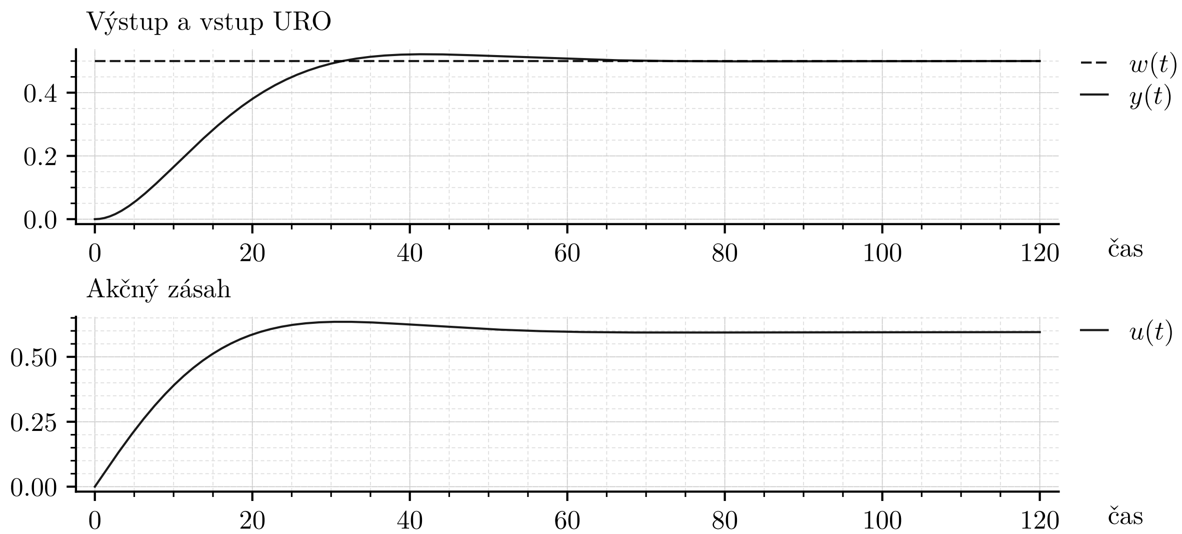
Uvažujme prenosovú funkciu s parametrami $K = 0,84$ a $T = 6,66$.

$$G_S(s) = \frac{0,84}{6,66s + 1} \tag{62}$$

Podľa výsledku vyššie majú parametre PI regulátora hodnoty:

$$r_0 = 0 \qquad \text{a} \qquad r_{-1} = 0,089 \tag{63}$$

Výsledky simulácie regulácie na žiadanú hodnotu ($w(t) = 0,5$) sú na nasledujúcom obrázku (obr. 5).



Obr. 5

4.4 Poznámky k metóde

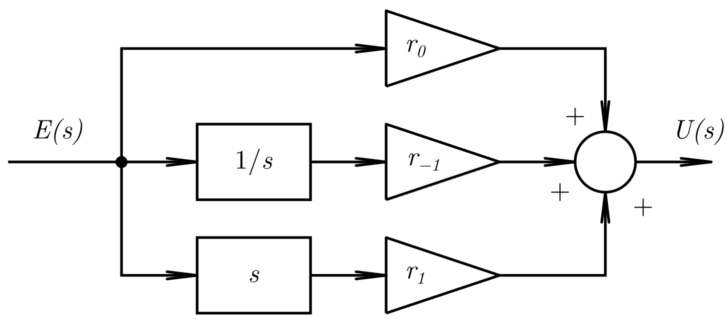
- Metóda nezaručuje stabilitu URO. Tú je potrebné vyšetriť následne po získaní parametrov prenosovej funkcie regulátora.
- Metóda nezaručuje existenciu riešenia rovnice $U(\omega) = -\frac{1}{2}$ (neznáme parametre r_0, r_{-1} a r_1) pre akúkoľvek kombináciu štruktúry PID a prenosovej funkcie riadeného systému.
- Výsledok metódy je možné interpretovať ako tvarovanie frekvenčnej charakteristiky otvoreného regulačného obvodu (ORO) tak, aby pre čo najväčší rozsah frekvencií ω platilo, že frekvenčná charakteristika ORO je zhodná s takou priamkou v komplexnej rovine, ktorá je rovnobežná s imaginárnou osou a prechádza bodom $-0,5 + j0$.

- Metódu je možné čiastočne zovšeobecniť ak sa prenosová funkcia riadeného systému upraví do tvaru
$$G_S(s) = \frac{K}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + \dots} \tag{64}$$
Potom, pre I regulátor platí
$$r_{-1} = \frac{1}{2K}\frac{1}{a_1} \tag{65}$$
pre PI regulátor platí
$$\begin{bmatrix} a_1 & -1 \\ a_3 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{-1} \\ r_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2K} \begin{bmatrix} 1 \\ -a_1^2 + 2a_2 \end{bmatrix} \tag{66}$$
pre PD regulátor platí
$$\begin{bmatrix} -a_2 & a_1 \\ -a_4 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2K} \begin{bmatrix} -a_1^2 + 2a_2 \\ a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_4 \end{bmatrix} \tag{67}$$
a pre PID regulátor platí
$$\begin{bmatrix} a_1 & -1 & 0 \\ a_3 & -a_2 & a_1 \\ a_5 & -a_4 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{-1} \\ r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2K} \begin{bmatrix} 1 \\ -a_1^2 + 2a_2 \\ a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_4 \end{bmatrix} \tag{68}$$

5 Cvičenie s PID regulátorom

V tejto časti sú uvedené rámcové úlohy pre prácu na cvičeniach.

1. V rámci numerickej simulácie (napríklad s využitím MATLAB-Simulink) implementujte regulátor v zmysle schémy:



Obr. 6: Bloková schéma PID regulátora

   - Uveďte názvy (a význam) signálov označených $E(s)$ a $U(s)$.
   - Konštatujte ktorý signál je vstupom a ktorý výstupom PID regulátora.
   - Ktoré parametre (r_0, r_{-1} a r_1) musia byť nulové ak chceme realizovať P-regulátor? (Obdobne PI alebo PD alebo len I-regulátor)

2. Numerickou simuláciou získajte prechodové charakteristiky P a PI regulátora (prípadne aj I, D, PD a PID).
3. Ako model riadeného systému v regulačnom obvode uvažujte prenosovú funkciu $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ s parametrami K a T v zmysle semestrálneho referátu.
   Pre P a PI regulátor vyšetrite kvalitu URO v ustálenom stave. Výsledky názorne demonštrujte s využitím numerickej simulácie.
4. Ako model riadeného systému v regulačnom obvode uvažujte prenosovú funkciu $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ s parametrami K a T v zmysle semestrálneho referátu.
   Úlohou je navrhnúť parametre P a PI regulátora všetkými vhodnými metódami prezentovanými v predchádzajúcich častiach.

5. (dobrovoľná úloha)
   Nech riadeným systémom je reálne laboratórne zariadenie ako celok, ktoré bolo využívané v rámci práce na semestrálnom referáte. Metódou pokus–omyl, skusmo či náhlim osvietením navrhnite PI alebo PID regulátor, ktorý bude schopný splniť vami špecifikovaný cieľ riadenia.

6. (úloha pri ktorej sa nevie, či je zrozumiteľná)
   Nech riadeným systémom je reálne laboratórne zariadenie, ktoré bolo využívané v rámci práce na semestrálnom referáte. Systém (laboratórne zariadenie) ako celok uveďte do pracovného bodu. Následne, nech riadený systém v uvažovanom URO je daný vlastnosťami (statickými a dynamickými, modelovanými prenosovou funkciou $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$) reálneho laboratórneho zariadenia operujúceho v okolí pracovného bodu.

   Akoukoľvek metódou navrhnite regulátor pre tento riadený systém. Prezentujte simulačné overenie návrhu a tiež reálne overenie návrhu – reálne riadenie laboratórneho zariadenia v okolí pracovného bodu.