

Korekčné členy

Martin Dodek

11. decembra 2020

Riadený systém nech má tvar prenosovej funkcie:

$$F(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (1)$$

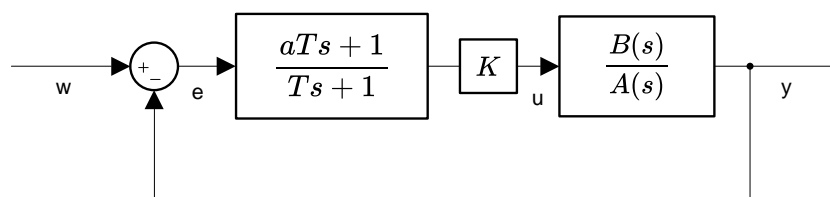
Všeobecná prenosová funkcia korekčného člena má tvar:

$$C(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{aTs + 1}{Ts + 1} \quad (2)$$

Kde T je časová konštanta ovplyvňujúca pracovnú (“strednú”) frekvenciu ω_m , a je parameter určujúci výsledný dynamický charakter korekčného člena.

Podľa hodnoty parametra a rozlišujeme:

- Korekčný člen s fázovým predstihom (Lead) $a > 1$
- Korekčný člen s fázovým zaostávaním (Lag) $a < 1$



Obr. 1: Bloková schéma URO s korekčným členom

1 Frekvenčná prenosová funkcia

Substitúciou $s = j\omega$ do prenosovej funkcie (2) získame frekvenčnú prenosovú funkciu korekčného člena, ktorá nadobudne tvar (bez odvodnenia)¹:

$$C(j\omega) = \frac{aTj\omega + 1}{Tj\omega + 1} = \frac{aT^2\omega^2 + 1}{T^2\omega^2 + 1} + \frac{T\omega(a - 1)}{T^2\omega^2 + 1}j \quad (3)$$

Pre fázový posun bude potom platiť:

$$\arg(C(j\omega)) = \arctan \frac{T\omega(a - 1)}{aT^2\omega^2 + 1} \quad (4)$$

¹Odvodenie si každý spraví sám

2 Návrh parametra T

Pri návrhu uvažujeme posunutie frekvencie pôvodného amplitúdového priesečníka na novú hodnotu ω_m . Hľadáme frekvenciu nového amplitúdového priesečníka, pri ktorej je nekorigovaná amplitúda rovná:

$$-10 \log(a) \quad (5)$$

Táto frekvencia je zviazaná s parametrami korekčného člena a s jeho pracovnou frekvenciou ω_m :

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}} \quad (6)$$

Potom pre parameter T bude platiť:

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} \quad (7)$$

Tu predpokladáme, že parameter a už bol navrhnutý. To znamená, že najprv začíname návrhom a a pokračujeme výpočtom T .

3 Návrh parametra a

Fázový posun pri frekvencii ω_m je možné určiť na základe rovnice (4) a rovnice (6).

$$\phi_m = \arg(C(\omega_m)) = \arctan \frac{a-1}{2\sqrt{a}} \quad (8)$$

$$\sin(\phi_m) = \frac{\tan(\phi_m)}{\sqrt{\tan^2(\phi_m) + 1}} \quad (9)$$

$$\sin(\phi_m) = \frac{\frac{a-1}{2\sqrt{a}}}{\left(\frac{a-1}{2\sqrt{a}}\right)^2 + 1} = \frac{a-1}{a+1} \quad (10)$$

Po úprave získame vzťah pre parameter a

$$a = \frac{1 + \sin(\phi_m)}{1 - \sin(\phi_m)} \quad (11)$$

Potrebné fázové prevýšenie korekčného člena ϕ_m určíme ako rozdiel požadovanej fázovej bezpečnosti ϕ_z a fázovej rezervy riadeného systému ϕ_0 (tú získame grafickým odčítaním z Bodeho charakteristiky):

$$\phi_m = \phi_z - \phi_0 \quad (12)$$

4 Návrh zosilnenia K

Požadujeme trvalú regulačnú odchýlku riadenia:

$$\epsilon = e(\infty) \quad (13)$$

Zvyčajne v intervale $\langle 0.001 \dots 0.1 \rangle$.

Statické zosilnenie riadeného systému (1) vieme určiť ako:

$$g_F = \frac{b_0}{a_0} \quad (14)$$

Statické zosilnenie uzatvoreného regulačného obvodu bude:

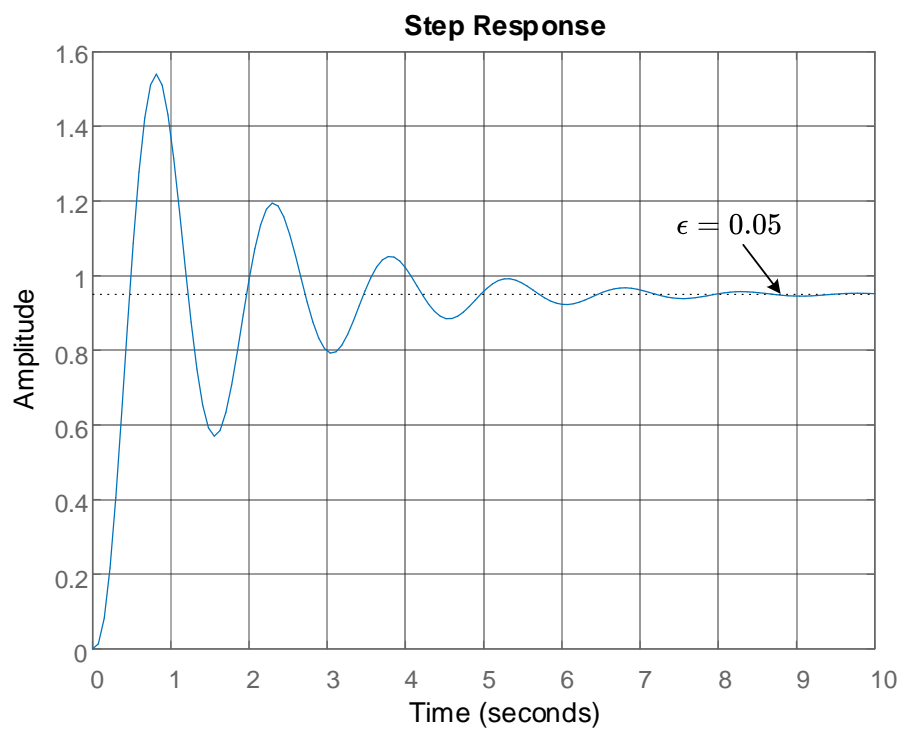
$$\frac{Kg_F}{Kg_F + 1} \quad (15)$$

Predpísaním trvalej regulačnej ochýlky požadujeme rovnosť:

$$1 - \epsilon = \frac{Kg_F}{Kg_F + 1} \quad (16)$$

Potom pre parameter zosilnenia K korekčného člena musí platiť:

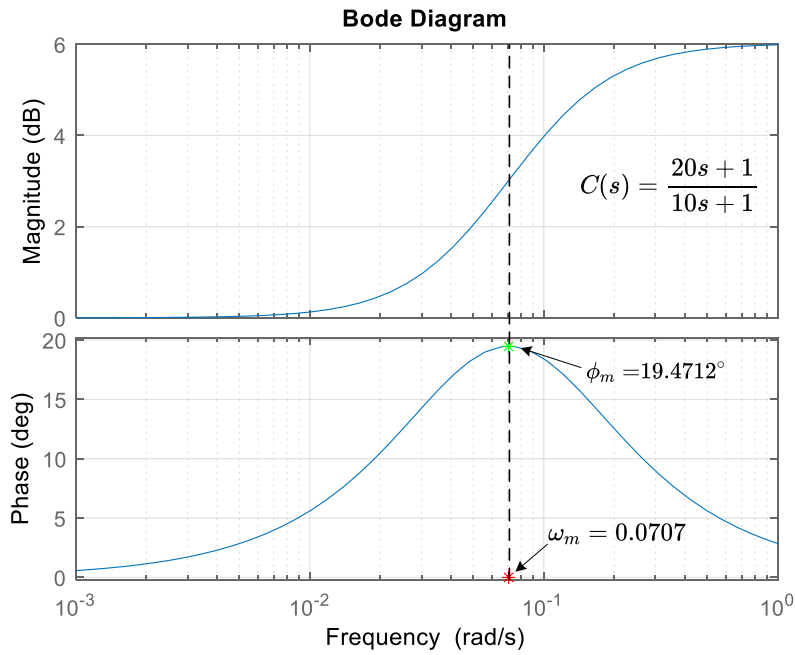
$$K = \frac{1 - \epsilon}{\epsilon g_F} \quad (17)$$



Obr. 2: Prechodová charakteristika URO

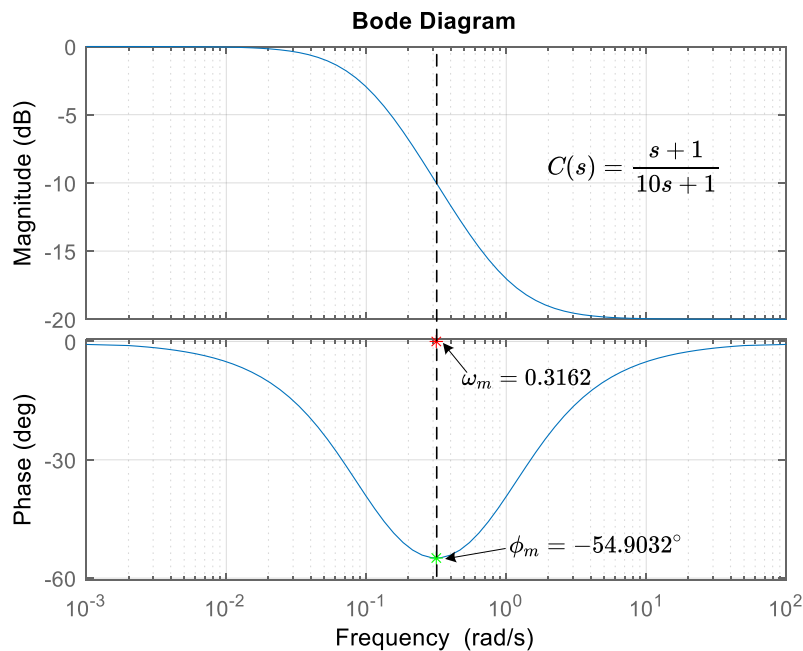
5 Bodeho charakteristika Lead a Lag korekčného člena

Lead korekčný člen má charakter hornopriepustného filtra. Pri frekvencii ω_m dochádza ku kladnému a zároveň najväčšiemu fázovému posunu.



Obr. 3: Frekvenčná charakteristika Lead korekčného člena

Lag korekčný člen má charakter dolnopriepustného filtra. Pri frekvencii ω_m dochádza k zápornému a zároveň najväčšiemu fázovému posunu.



Obr. 4: Frekvenčná charakteristika Lag korekčného člena

6 Príklad

Majme riadený systém v tvare prenosovej funkcie:

$$F(s) = \frac{100}{(s+1)(s+2)(s+3)} \quad (18)$$

Navrhnite Lead korekčný člen s požadovanou fázovou bezpečnosťou $\phi_z = 45^\circ$ a s trvalou regulačnou odchýlkou $\epsilon = 0.05$.

Určíme statické zosilnenie systému na základe rovnice (14) ako:

$$g_F = \frac{50}{3} \quad (19)$$

Na základe rovnice (17) vypočítame zosilnenie K

$$K = \frac{1 - \epsilon}{\epsilon g_F} = 1.1400 \quad (20)$$

Z frekvenčnej charakteristiky riadeného systému určíme fázovú rezervu:

$$\phi_0 = -15^\circ \quad (21)$$

Použitím rovnice (12) vypočítame potrebné fázové prevýšenie korekčného člena:

$$\phi_m = \phi_z - \phi_0 = 60^\circ \quad (22)$$

Z fázového prevýšenia teraz vieme určiť parameter a , ako je definované v rovnici (11).

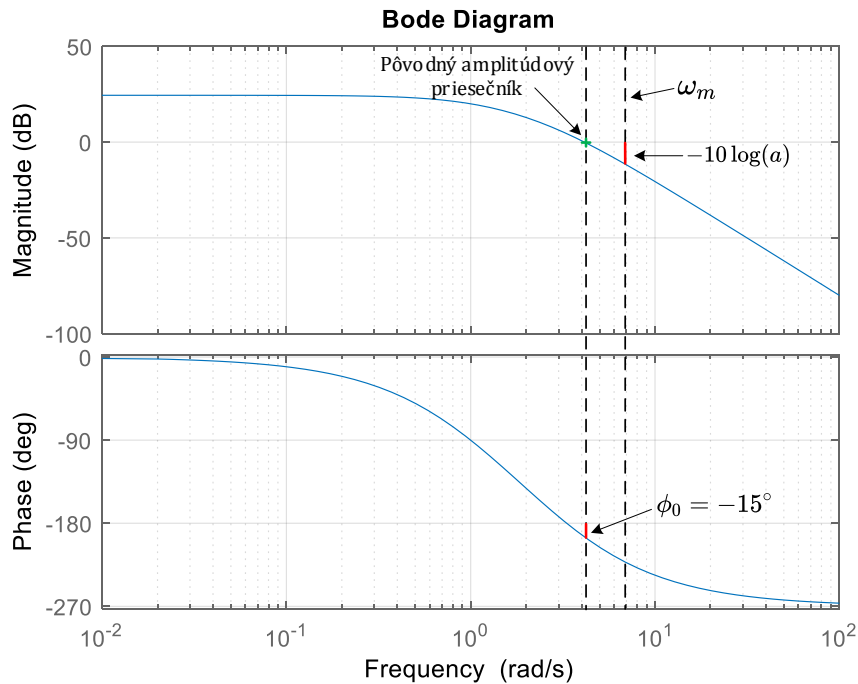
$$a = \frac{1 + \sin(\phi_m)}{1 - \sin(\phi_m)} = 13.9282 \quad (23)$$

Následne je potrebné odhadnúť frekvenciu nového amplitúdového priesečníka. Na frekvenčnej charakteristike riadeného systému nájdeme frekvenciu, pri ktorej je amplitúda rovná:

$$-10 \log(a) = -11.4390 \text{ dB} \quad (24)$$

A teda:

$$\omega_m = 6.85 \quad (25)$$



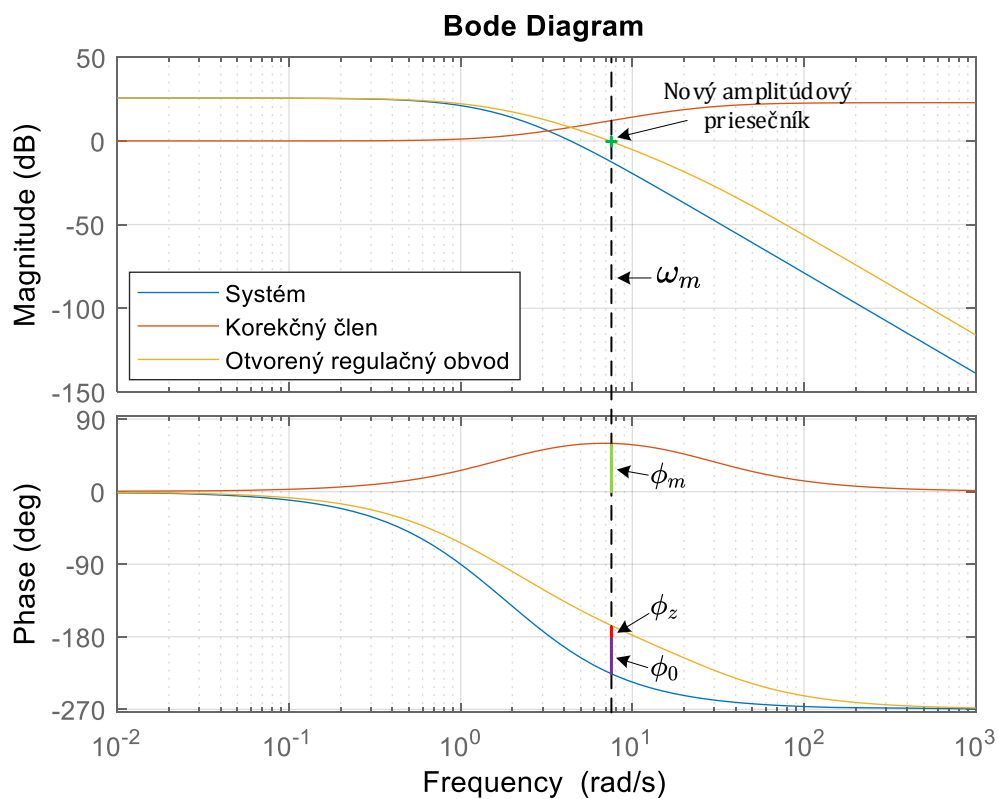
Obr. 5: Frekvenčná charakteristika riadeného systému

Teraz už vieme navrhnuť aj parameter T , tak ako je definované v rovnici (7).

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} = 0.0391 \quad (26)$$

Výsledná prenosová funkcia korekčného člena (2) potom bude:

$$C(s) = \frac{aTs + 1}{Ts + 1} = 1.14 \frac{0.5448s + 1}{0.03912s + 1} \quad (27)$$



Obr. 6: Frekvenčná charakteristika otvoreného regulačného obvodu, korekčného člena a riadeného systému