No.

Date

1.

$u = (2,1,4)$

$v = (1,-1,3)$

$w = (3,2,c)$

$a = (7,8,9)$

$k_1 u + k_2 v + k_3 w = a$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

▷ OBE

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 7 \\ 1 & -1 & 2 & 8 \\ 4 & 3 & 5 & 9 \end{array}\right)$$

$b_2 \leftrightarrow b_2$ $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 3 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 9 \end{array}\right)$$

$-2b_1 + b_2$ $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 3 & -1 & -9 \\ 4 & 3 & 5 & 9 \end{array}\right)$$

$-4b_1 + b_3$ $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 3 & -1 & 9 \\ 0 & 7 & -3 & -23 \end{array}\right)$$

$1/3\, b_2$ $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & -1/3 & 3 \\ 0 & 7 & -3 & -23 \end{array}\right)$$

$-7b_2 + b_3$ $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & -1/3 & 3 \\ 0 & 0 & -2/3 & -44 \end{array}\right)$$

$-3/2\, b_3$ $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & -1/3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 66 \end{array}\right)$$

$k_3 = 66 \ldots (1)$

$k_2 - 1/3\, k_3 = 3$

$k_2 = 3 + 1/3 \cdot 66$

$= 25 \ldots (2)$

$k_1 - k_2 + 2k_3 = 8$

$k_1 = 8 + 25 - 2(66)$

$= 33 - 132$

$= 99 \ldots (3)$

Dengan demikian, $\bar{a}$ merupakan kombinasi linear dari vektor $\bar{u}$, $\bar{v}$, dan $\bar{w}$

$a = 99\bar{u} + 25\bar{v} + 66\bar{w}$

2.b $V = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$

$$k_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + k_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k_1 + 2k_2 - k_3 \\ 6k_1 + 4k_2 + 2k_3 \\ 4k_1 - k_2 + 5k_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 6 & 4 & 2 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$\det(MK) = (4)(-1)^4 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} + (5)(-1)^6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$$

$= 4 \cdot 8 + 8 + 5 \cdot (-8)$

$= 32 + 8 - 40$

$= 0$

karena $\det(MK) = 0$, maka $V$ tidak membangun ruang vektor $R^3$. Dan vektor $V$ bukan merupakan basis untuk $R^3$

No.

Date

a. $a = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $c = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$k_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + k_3 \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2k_1 + 4k_2 \\ -3k_1 + k_2 - 7k_3 \\ k_1 + k_2 + k_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 0 & x \\ -3 & 1 & -7 & y \\ 1 & 1 & 1 & z \end{array}\right)$$

$b_3 \leftrightarrow b_1$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & z \\ -3 & 1 & -7 & y \\ 2 & 4 & 0 & x \end{array}\right)$

$3b_1 + b_2$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & z \\ 0 & 4 & -4 & y+3z \\ 2 & 4 & 0 & x \end{array}\right)$

$-2b_1 + b_3$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & z \\ 0 & 4 & -4 & y+3z \\ 0 & 2 & -2 & x-2z \end{array}\right)$

$-2b_3 + b_2$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & -2x+y+7z \\ 0 & 2 & -2 & x-2z \end{array}\right)$

$b_3 \leftrightarrow b_2$
$\frac{1}{2} b_2$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & z \\ 0 & 1 & -1 & (x-2z)/2 \\ 0 & 0 & 0 & -2x+y+7z \end{array}\right)$

karena det(Mk) = 0 maka
$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ tidak membangun ruang
vektor $R^3$.
Dan vektor $\bar{a}, \bar{b}$, dan $\bar{c}$ bukan
merupakan basis untuk $R^3$