



GRAFIKA KOMPUTER

D10K-5C01

Semester Ganjil 2023-2024

GK04: Transformasi Dua Dimensi

Dr. Setiawan Hadi, M.Sc.CS.

Program Studi S-1 Teknik Informatika
FMIPA Universitas Padjadjaran

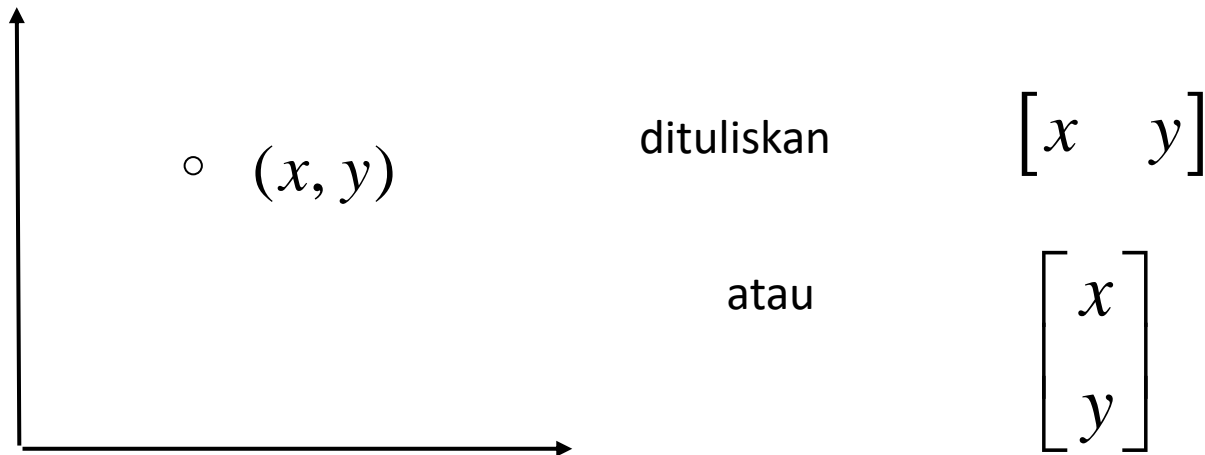
TRANSFORMASI 2 DIMENSI

- Dasar
- Representasi Titik dan Transformasi
- Transformasi Titik
- Transformasi Garis
- Rotasi
- Refleksi
- Skala/Dilatasi
- Transformasi Kombinasi



REPRESENTASI TITIK DAN TRANSFORMASI

- Sebuah titik direpresentasikan secara dua dimensi melalui koordinatnya



- Transformasi dan Matriks $[A][T] = [B]$



TRANSFORMASI TITIK

Sebuah titik X ditransformasikan dengan matriks T
diformulasikan sebagai berikut

$$[X][T] = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ax + cy) & (bx + dy) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^* & y^* \end{bmatrix}$$

Evaluasi nilai a, b, c, d

- a. Jika $a=d=1$ dan $c=b=0$
- b. Jika $d=1$, $b=c=0$
- c. Jika $b=c=0$
- d. Jika $a=d > 1$
- e. Jika $0 < a=d < 1$
- f. Jika $a=1$, $d=-1$, $b=c=0$
- g. Jika $a=-1$, $b=c=0$, $d=1$
- h. Jika $a=d=1$, $c=0$

Matriks Identitas

Skala pada komponen x

Skala pada komponen x dan y

Enlargment

Compression

Refleksi pada sumbu x

Refleksi pada sumbu y

Shear



TRANSFORMASI GARIS

- **Transformasi garis lurus**

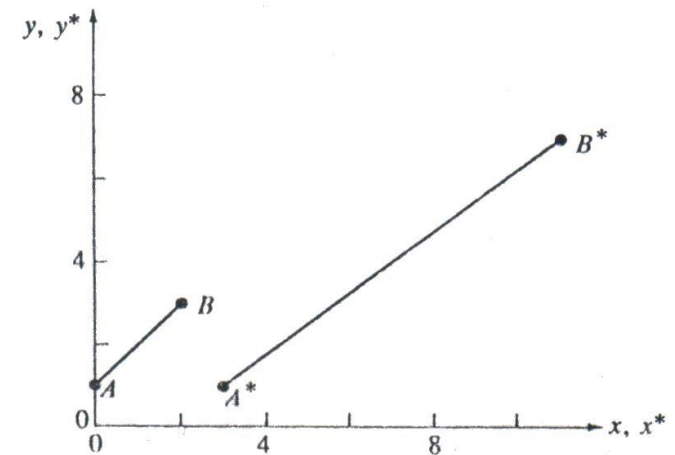
- Sebuah garis yang melalui titik A(0,1) dan titik B(2,3) yang ditransformasikan dengan matriks

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- Menghasilkan

$$[A][T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} = [A^*]$$

$$[B][T] = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 7 \end{bmatrix} = [B^*]$$



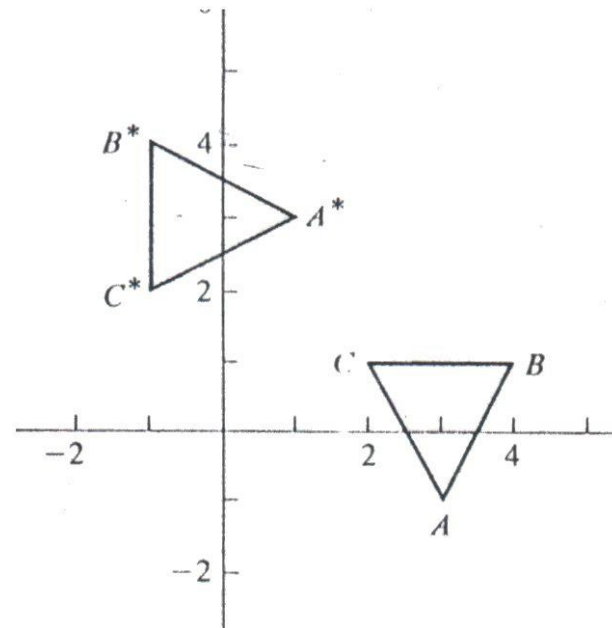
- Dapat ditulis $[L][T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 11 & 7 \end{bmatrix} = [L^*]$



ROTASI

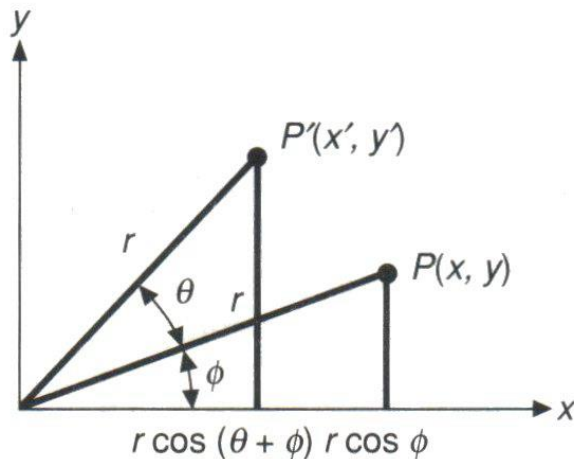
- Sumbu rotasi pada sumbu origin yaitu titik (0,0)
- Rotasi dengan sudut istimewa 90° , 180° , 270° , 360°
- Diketahui koordinat titik yang membentuk segitiga $\{(3, -1), (4, 1), (2, 1)\}$. Gambarkan objek tersebut kemudian gambarkan pula objek baru yang merupakan transformasi rotasi objek lama sebesar 90° CCW dengan pusat rotasi (0,0).

$$\begin{aligned} [T_{90}] &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} & [T_{180}] &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ [T_{270}] &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & [T_{360}] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$



ROTASI DENGAN SUDUT TERTENTU

- Pusat rotasi tetap pada origin
- Menggunakan cara polar



$$P = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \phi & r \sin \phi \end{bmatrix}$$

$$P' = \begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos(\phi + \theta) & r \sin(\phi + \theta) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r(\cos \phi \cos \theta - \sin \phi \sin \theta) & r(\sin \phi \cos \theta + \cos \phi \sin \theta) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r \cos \phi \cos \theta - r \sin \phi \sin \theta & r \sin \phi \cos \theta + r \cos \phi \sin \theta \end{bmatrix}$$

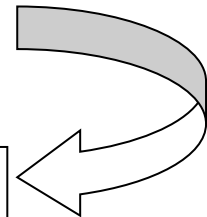
$$= \begin{bmatrix} x \cos \theta - y \sin \theta & y \cos \theta + x \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = y \cos \theta + x \sin \theta$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

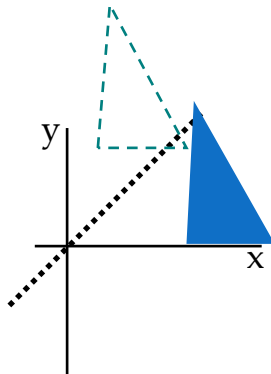
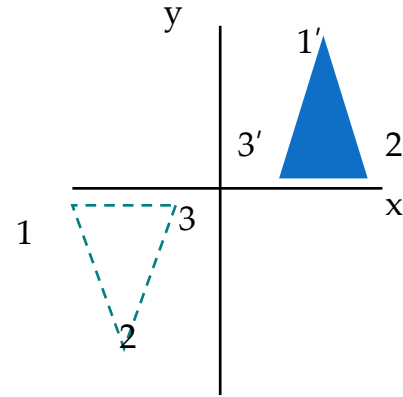
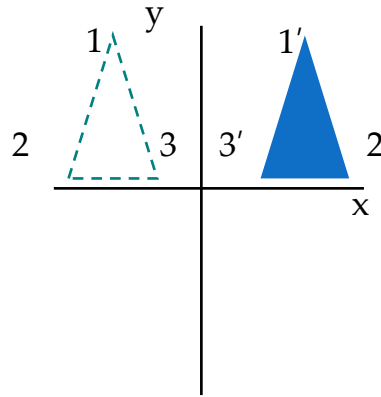
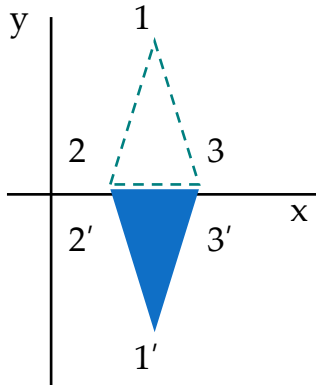
Rotasi sebesar θ° CCW



Rotasi sebesar θ° CW ?



REFLEKSI



REFLEKSI

- Pencerminan pada sumbu utama (absis dan ordinat)

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{Refleksi pada sumbu } x \text{ atau } y = 0$$

$$[T] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Refleksi pada sumbu } y \text{ atau } x = 0$$

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Refleksi pada sumbu } y = x$$

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Refleksi pada sumbu } y = -x$$

- **Latihan**

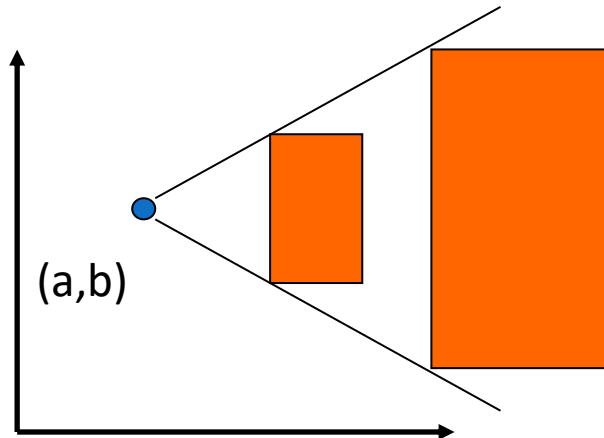
- Diketahui sebuah objek dengan pasangan koordinat $\{(4,1), (5,2), (4,3)\}$.
 - (a) Refleksikan pada cermin yang terletak pada sumbu x
 - (b) Refleksikan pada garis $y=-x$.



CONTOH PERHITUNGAN



SKALA DAN TRANSFORMASI KOMBINASI



- **Skala**
 - Ada dua jenis penskalaan yaitu **uniform scaling (us)** dan **non-uniform scaling (ns)**
 - **us** : $a=d$, $b=c=0$;
 - **ns** : $a \neq d$, $b=c=0$
 - **kompresi** : $a=d < 1$;
 - **ekspansi** : $a=d > 1$



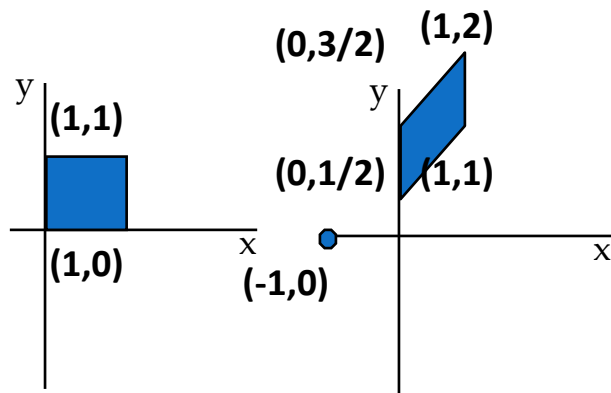
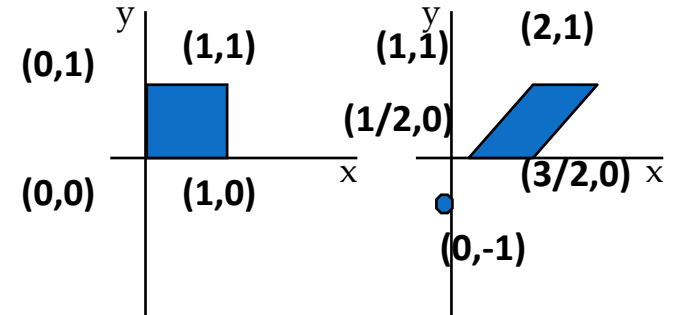
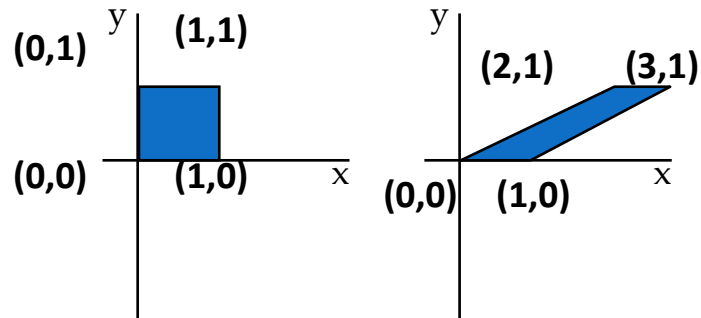
TRANSFORMASI KOMBINASI

$$[X][T_1][T_2] \neq [X][T_2][T_1]$$

$$[X][T_1][T_2] = [X][[T_1][T_2]]$$



SHEAR



TRANSFORMASI HOMOGEN

- Koordinat homogen
- Rotasi pada pusat rotasi sembarang
- Refleksi pada cermin yang berada pada posisi garis sumbu sembarang



KOORDINAT HOMOGEN

- Origin bersifat INVARIAN. Koordinatnya tidak akan pernah berubah. Jika ditransformasikan, akan tetap di (0,0).
- Dalam kondisi nyata, origin tidak harus selalu absolut di (0,0). Untuk itu digunakan koordinat homogen
- Koordinat homogen memetakan titik (0,0) ke posisi lain. Untuk itu ada elemen tambahan pada matriks transformasi
- Matriks Transformasi Umum (MTU)`

$$[T] = \begin{bmatrix} a & b & p \\ c & d & q \\ m & n & s \end{bmatrix}$$

a, b, c, d merupakan elemen untuk skala, rotasi, refleksi dan shearing

m, n merupakan elemen untuk translasi

s adalah elemen untuk overall scaling

p, q adalah elemen untuk proyeksi



ROTASI PADA SUMBU SEMBARANG

Jika sebuah objek dirotasikan sebesar θ° dengan pusat rotasi (m, n) , maka langkah-langkah yang harus dilakukan adalah

1. Translasikan pusat rotasi ke $(0, 0)$; karena yang kita ketahui hanyalah rumus rotasi pada origin
2. Lakukan rotasi sebesar yang diinginkan
3. Re-translasi pusat rotasi ke posisi semula



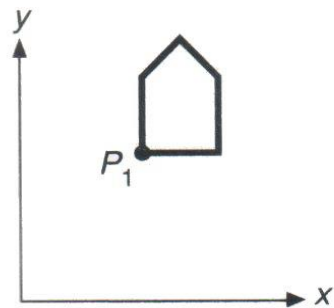
ROTASI PADA SUMBU SEMBARANG

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -m & -n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ m & n & 1 \end{bmatrix}$$

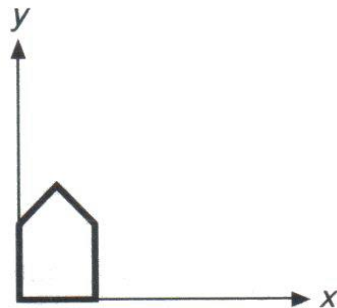
$$\begin{bmatrix} x^* & y^* & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} [T]$$



Ilustrasi

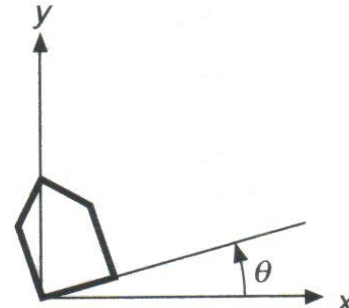


Original house



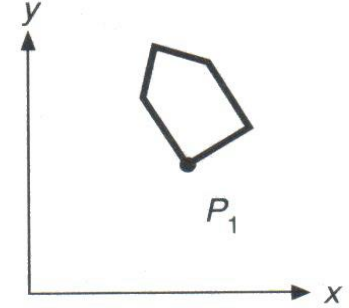
After translation
of P_1 to origin

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -m & -n & 1 \end{bmatrix}$$



After rotation

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

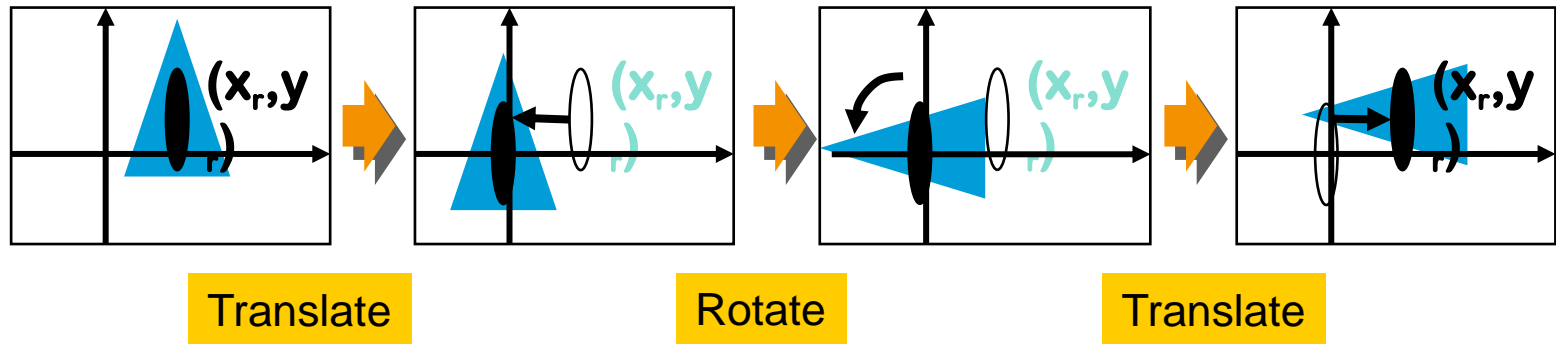


After translation
to original P_1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ m & n & 1 \end{bmatrix}$$



Ilustrasi Lainnya



REFLEKSI PADA GARIS SEMBARANG

- Langkah-langkah
 1. Translasikan cermin sedemikian rupa sehingga menyentuh titik origin
 2. Rotasikan cermin sehingga berimpit dengan salah satu sumbu utama
 3. Refleksikan objek
 4. Re-rotasi
 5. Re-translasi
- Jadi MTU terdiri dari 5 buah matriks transformasi sebagai berikut:

$$[T] = [T_r][Rot][R][Rot^{-1}][T_r^{-1}]$$



Latihan 1

Diketahui sebuah objek dengan koordinat

$\{(0,0), (2,2), (2,1), (6,1), (6,-1), (2, -1), (-2,-2)\}$

- a. Rotasikan objek sebesar 45° CCW dengan pusat rotasi pada $(9, 4)$
- b. Rotasikan objek sebesar 30° CW dengan pusat rotasi pada $(-3,5)$

1. Gambarkan objek asli
2. Tentukan MTU
3. Tentukan Koordinat Objek Baru
4. Gambarkan objek hasil transformasi



Latihan Rotasi

Diketahui sebuah objek dengan koordinat

$\{(0,0), (2,2), (2,1), (6,1), (6,-1), (2, -1), (-2,-2)\}$

- a. Rotasikan objek sebesar 60° CCW dengan pusat rotasi pada $(3, 4)$
- b. Rotasikan objek sebesar 45° CW dengan pusat rotasi pada $(-2,5)$

1. Gambarkan objek asli
2. Tentukan MTU
3. Tentukan Koordinat Objek Baru
4. Gambarkan objek hasil transformasi



Jawab 1a

1

1.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00
-9.00 -4.00 1.00

0.71 0.71 0.00
-0.71 0.71 0.00
0.00 0.00 1.00

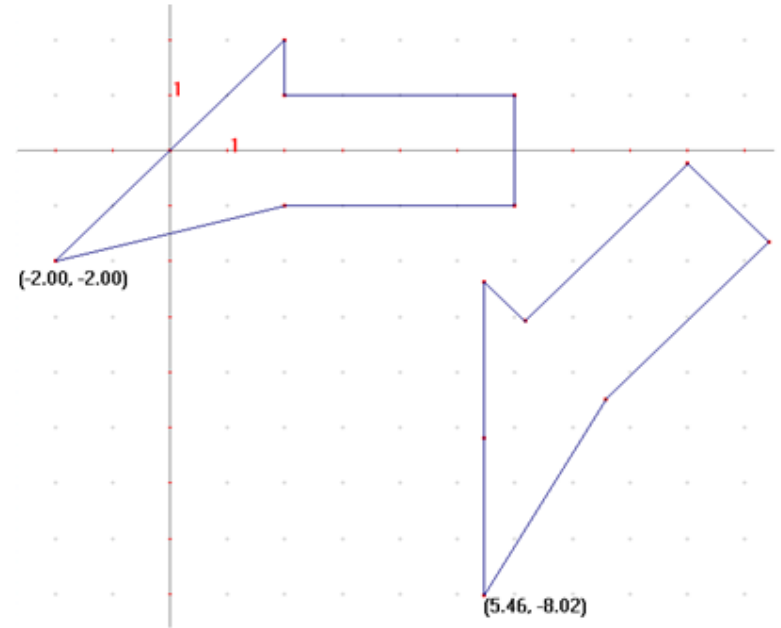
1.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00
9.00 4.00 1.00

0.71 0.71 0.00
-0.71 0.71 0.00
-3.54 -9.19 1.00

| | | |
|-------|-------|------|
| 0.71 | 0.71 | 0.00 |
| -0.71 | 0.71 | 0.00 |
| 5.46 | -5.19 | 1.00 |

0.00 0.00 1.00
2.00 2.00 1.00
2.00 1.00 1.00
6.00 1.00 1.00
6.00 -1.00 1.00
2.00 -1.00 1.00
-2.00 -2.00 1.00

| | | |
|-------|-------|------|
| 5.46 | -5.19 | 1.00 |
| 5.46 | -2.36 | 1.00 |
| 6.17 | -3.07 | 1.00 |
| 9.00 | -0.24 | 1.00 |
| 10.41 | -1.66 | 1.00 |
| 7.59 | -4.49 | 1.00 |
| 5.46 | -8.02 | 1.00 |



Jawab 1b

1

1.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00
3.00 -5.00 1.00

0.87 -0.50 0.00
0.50 0.87 0.00
0.00 0.00 1.00

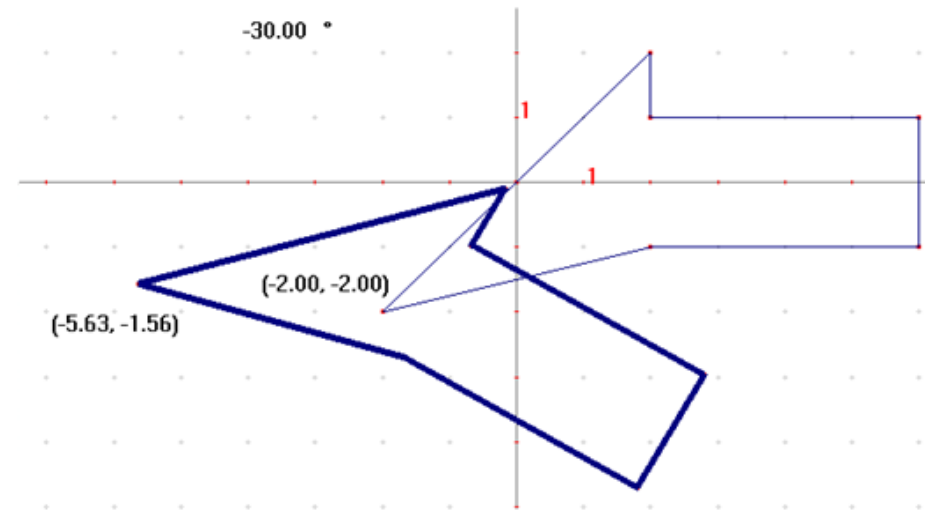
1.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00
-3.00 5.00 1.00

0.87 -0.50 0.00
0.50 0.87 0.00
0.10 -5.83 1.00

| | | |
|-------|-------|------|
| 0.87 | -0.50 | 0.00 |
| 0.50 | 0.87 | 0.00 |
| -2.90 | -0.83 | 1.00 |

0.00 0.00 1.00
2.00 2.00 1.00
2.00 1.00 1.00
6.00 1.00 1.00
6.00 -1.00 1.00
2.00 -1.00 1.00
-2.00 -2.00 1.00

| | | |
|-------|-------|------|
| -2.90 | -0.83 | 1.00 |
| -0.17 | -0.10 | 1.00 |
| -0.67 | -0.96 | 1.00 |
| 2.79 | -2.96 | 1.00 |
| 1.79 | -4.70 | 1.00 |
| -1.67 | -2.70 | 1.00 |
| -5.63 | -1.56 | 1.00 |



Latihan 2

Diketahui sebuah objek dengan koordinat

$\{(0, 0), (1, -2), (3, 3), (2, 3), (1, 1), (0, 2), (-1, 1), (-2, 3), (-3, 3), (-1, -2), (0, 0)\}$.

- a. Refleksikan objek di atas pada cermin yang berimpit dengan garis $y = -x+9$.
- b. Refleksikan objek di atas pada cermin yang berimpit dengan garis $y = x+9$.
 1. Gambarkan objek asli
 2. Tentukan MTU
 3. Tentukan Koordinat Objek Baru
 4. Gambarkan objek baru hasil transformasi





Jawab 2a

2

$$y = -x + 9$$

1.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00
0.00 -9.00 1.00

-0.79 -45.00 135.00

-0.71 -0.71 0.00
0.71 -0.71 0.00
0.00 0.00 1.00

1.00 0.00 0.00
0.00 -1.00 0.00
0.00 0.00 1.00

-0.71 0.71 0.00
-0.71 -0.71 0.00
0.00 0.00 1.00

1.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00
0.00 9.00 1.00

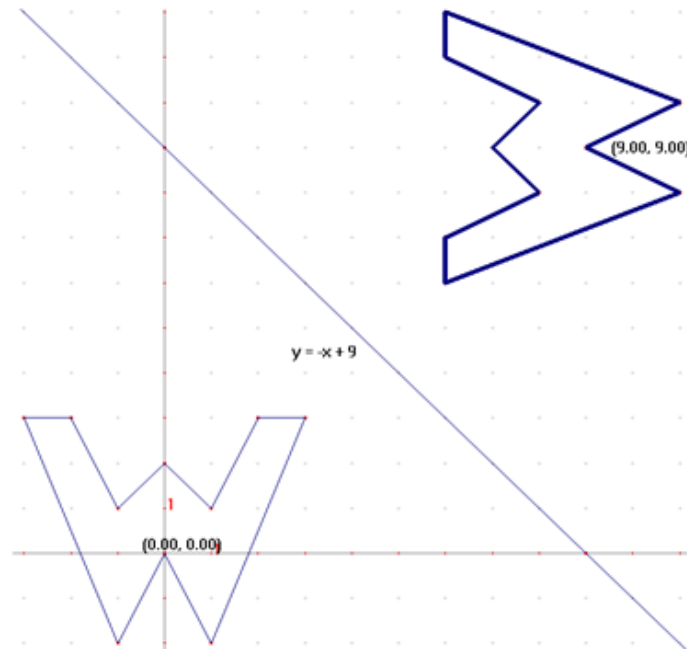
-0.71 -0.71 0.00
0.71 -0.71 0.00
-6.36 6.36 1.00

-0.71 0.71 0.00
0.71 0.71 0.00
-6.36 -6.36 1.00

-0 -1 0
-1 0 0
9 -0 1

| | | |
|----|----|---|
| -0 | -1 | 0 |
| -1 | 0 | 0 |
| 9 | 9 | 1 |

0.00 0.00 1.00
1.00 -2.00 1.00
3.00 3.00 1.00
2.00 3.00 1.00
1.00 1.00 1.00
0.00 2.00 1.00
-1.00 1.00 1.00
-2.00 3.00 1.00
-3.00 3.00 1.00
-1.00 -2.00 1.00



| | | |
|----|----|---|
| 9 | 9 | 1 |
| 11 | 8 | 1 |
| 6 | 6 | 1 |
| 6 | 7 | 1 |
| 8 | 8 | 1 |
| 7 | 9 | 1 |
| 8 | 10 | 1 |
| 6 | 11 | 1 |
| 6 | 12 | 1 |
| 11 | 10 | 1 |

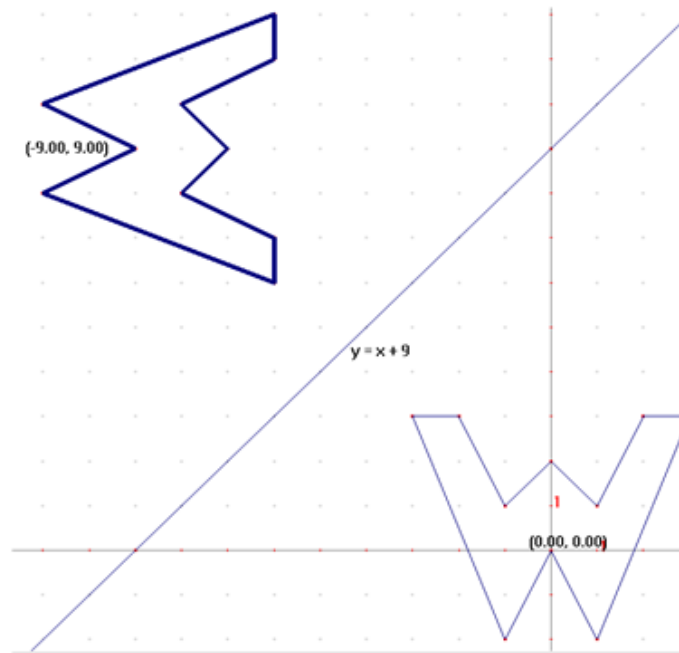


Jawab 2b

2

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|------|-------|-------|------|-------|-------|------|-------|------|------|------|------|------|
| y=x+9 | | | 0.79 | 45.00 | | | | | | | | | | |
| 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.71 | -0.71 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.71 | 0.71 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.71 | 0.71 | 0.00 | 0.00 | -1.00 | 0.00 | -0.71 | 0.71 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 |
| 0.00 | -9.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 9.00 | 1.00 |
| | | | 0.71 | -0.71 | 0.00 | 0.71 | 0.71 | 0.00 | 0 | 1 | 0 | | | |
| | | | 0.71 | 0.71 | 0.00 | 0.71 | -0.71 | 0.00 | 1 | -0 | 0 | | | |
| | | | -6.36 | -6.36 | 1.00 | -6.36 | 6.36 | 1.00 | -9 | 0 | 1 | | | |
| | | | | | | | | | | | | 0 | 1 | 0 |
| | | | | | | | | | | | | 1 | -0 | 0 |
| | | | | | | | | | | | | -9 | 9 | 1 |

0.00 0.00 1.00
 1.00 -2.00 1.00
 3.00 3.00 1.00
 2.00 3.00 1.00
 1.00 1.00 1.00
 0.00 2.00 1.00
 -1.00 1.00 1.00
 -2.00 3.00 1.00
 -3.00 3.00 1.00
 -1.00 -2.00 1.00



| | | |
|-----|----|---|
| -9 | 9 | 1 |
| -11 | 10 | 1 |
| -6 | 12 | 1 |
| -6 | 11 | 1 |
| -8 | 10 | 1 |
| -7 | 9 | 1 |
| -8 | 8 | 1 |
| -6 | 7 | 1 |
| -6 | 6 | 1 |
| -11 | 8 | 1 |



Soal-soal

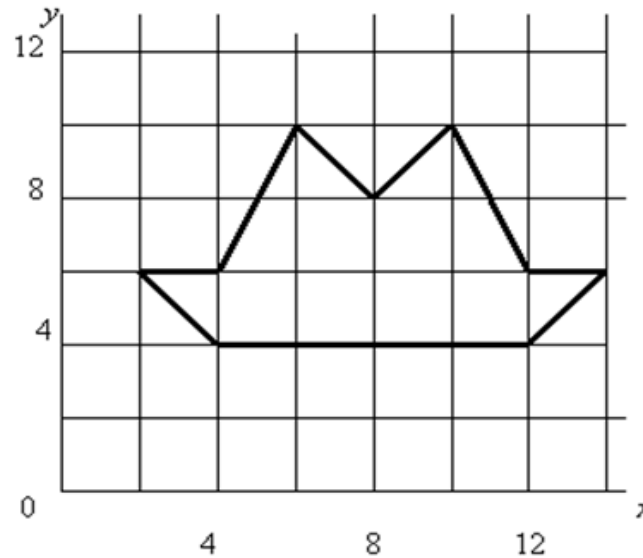
1. Tentukan titik-titik digital untuk garis antara $(-3,5)$ dan $(8,-7)$ dengan algoritma DDA dan Bresenham
2. Tentukan titik-titik digital untuk lingkaran dengan pusat $3,5$ dan diameter 8
3. A. Turunkan matriks transformasi umum (MTU) untuk rotasi dengan pusat rotasi pada sebuah titik sembarang $(0, 0)$ dan sudut rotasi sebesar θ° searah jarum jam (clock wise).
B. Berdasarkan hasil A. tentukan matriks transformasi umum (MTU) untuk rotasi dengan pusat rotasi pada sebuah titik sembarang (x, y) dan sudut rotasi sebesar β° searah jarum jam (clock wise).

•



Soal-soal

Diketahui sebuah objek sebagai berikut



Tentukan koordinat objek pada viewport dan gambarkan jika diketahui koordinat windows (X_{wmain} , Y_{wmin} dan X_{wmax} , Y_{wmax}) adalah (0,0, 12, 14) dan koordinat viewport (X_{vmin} , Y_{vmin} , X_{vmax} , Y_{vmax}) adalah (2,2, 10,10)



Soal-soal

1. LCD singkatan dari _____
2. CRT singkatan dari _____
3. Jenis representasi grafis adalah secara vektor dan _____
4. Sejenis printer yang bersifat vektor disebut _____
5. DDA singkatan dari _____
6. Algoritma persamaan garis dan lingkaran yang umum digunakan dan hanya menggunakan operasi bilangan bulat saja adalah _____
7. Dengan algoritma DDA, maka titik-titik yang dilalui oleh garis antara (1,1) dan (5,6) adalah (1,1), (2,2), _____ (3,4), (4,5), (5,6).
8. Dengan algoritma Bresenham, maka titik-titik yang dilalui oleh garis antara (1,1) dan (5,6) adalah (1,1), (2,2), (3,3), _____ (4,5), (5,6).
9. Koordinat viewport dari titik (7,5) yang terdapat pada window, dengan spesifikasi windows=(4,5,9,11) dan viewport=(3,4,5,7) adalah _____
10. Matriks Transformasi Umum untuk rotasi sebesar 45° CW dengan pusat origin adalah _____
11. Jika sebuah segitiga ABC dengan koordinat $\{(4,1), (5,2), (4,3)\}$ direfleksikan pada sumbu x, kemudian direfleksikan pada garis $y = x$, maka hasilnya adalah segitiga $A^+B^+C^+$ dengan koordinat _____
12. Diketahui sebuah objek G dan objek PQR . Persamaan objek G adalah $y=(x+4)/2$ dan objek PQR memiliki vektor posisi $\{(2, 4), (4, 6), (2, 6)\}$, maka
 - a. Sudut yang dibentuk antara G dan sumbu X adalah _____
 - b. Matriks transformasi umum untuk refleksi objek PQR tersebut pada cermin yang berimpit dengan objek G adalah _____
 - c. Koordinat objek baru hasil transformasi di atas adalah _____
13. Ini adalah algoritma perkalian matriks (Betul atau Salah; jika salah tunjukkan salahnya)

```
for i=1 to m          // m adalah banyak baris
  for j=1 to n // n adalah banyak kolom
    for k=1 to m
       $C_{ij} = C_{ij} + A_{ik} * B_{kj};$ 
```



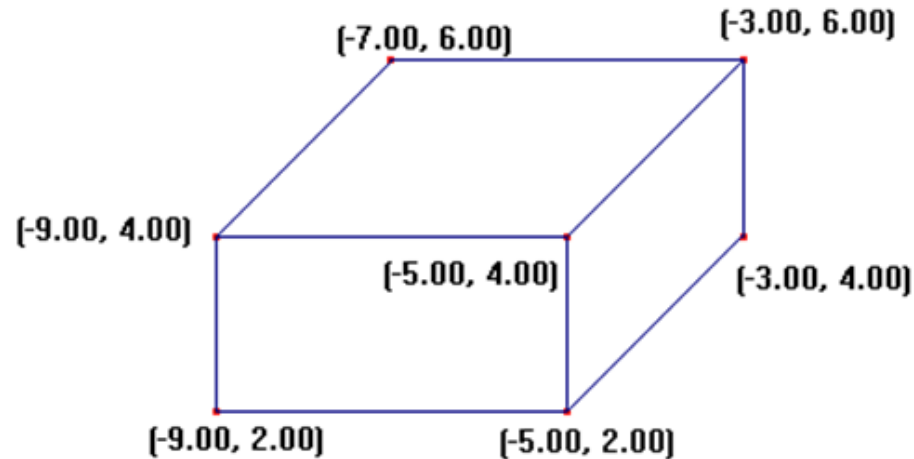
Soal-soal

1. Jelaskan istilah-istilah dalam Grafika Komputer sebagai berikut:
 - a. Ukuran layar monitor
 - b. Resolusi layar
 - c. Dot Pitch
 - d. Interlace/Non-Interlace
 - e. Flat/Non Flat
 - f. RGB
 - g. LCD
 - h. CGA, EGA, VGA, XGA
2. [10] Turunkan matriks transformasi umum (MTU) untuk rotasi dengan pusat rotasi pada sebuah titik sembarang (x, y) dan sudut rotasi sebesar θ° searah jarum jam (*clock wise*).



Soal-soal

3. Diketahui sebuah objek grafis seperti di bawah ini.



Tentukan:

- Matriks Transformasi Umum jika objek di atas dirotasikan sebesar $\text{PHI}/4$ radian Clock Wise dengan pusat rotasi $(-1, -2)$
- Tentukan koordinat objek baru hasil transformasi dengan MTU pada soal a
- Gambarkan objek baru hasil transformasinya



Soal-soal

4. Tentukan:

- a. Matriks Transformasi Umum jika objek pada soal 3 direfleksikan pada cermin yang berimpit dengan garis $y = 2x/5 + 4$
- b. Tentukan koordinat objek baru hasil transformasi dengan MTU pada soal a
- c. Gambarkan objek baru hasil transformasinya

5. Tuliskan algoritma perkalian matriks 2 dimensi menggunakan bahasa C atau Pascal !



Matrix Rotation

- **Contoh**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |



| | | |
|---|---|---|
| 7 | 4 | 1 |
| 8 | 5 | 2 |
| 9 | 6 | 3 |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |



| | | | |
|--|---|---|---|
| | 4 | 1 | 2 |
| | 7 | 5 | 3 |
| | 8 | 9 | 6 |



Matrix and Image Rotation using Python

- <https://www.geeksforgeeks.org/rotate-a-matrix-by-90-degree-in-clockwise-direction-without-using-any-extra-space/>
- <https://www.geeksforgeeks.org/python-program-to-rotate-matrix-elements/>
- <https://www.geeksforgeeks.org/how-to-rotate-an-image-using-python/>



Tambahan

- Computer Graphics with HTML5 Canvas and JavaScript: Introduction
- JSBIN
- Blender
- Transformation
- Matrix Transformation using C#
- Cabri
- MS Excel

