

# **METODE NUMERIK**

## **(Tugas Nilai Turunan Fungsi)**



**Disusun Oleh:**

**Prames Ray Lopian – 140810210059**

**PROGRAM STUDI S-1 TEKNIK INFORMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS PADJADJARAN  
JATINANGOR**

**2022**

1. Soal 1:

n	x	f(x)
0	1,0	1,45
1	1,3	2,06
2	1,6	2,65
3	1,9	3,22
4	2,2	3,78

- a. Tentukan nilai  $f''(x)$  di titik  $x=1,3$  dari tabel di atas menggunakan metoda hampiran beda-maju, hampiran beda-mundur, dan hampiran beda pusat !

[JAWABAN]

- **Hampiran Beda Maju**

$$f_0'' = \frac{f_2 - 2f_1 + f_0}{h^2}$$

$$f''(1,3) = \frac{3,22 - 2(2,65) + 2,06}{(0,3)^2} = 20,80889$$

- **Hampiran Beda Mundur**

$f(1,3)$  tidak dapat ditentukan dengan beda-mundur karena  $x-2$  tidak ada di tabel

- **Hampiran Beda Pusat**

$$f_0'' = \frac{f_2 - 2f_1 + f_0}{h^2}$$

$$f''(1,3) = \frac{2,65 - 2(2,06) + 1,45}{(0,3)^2} = 14,64111$$

- b. Hitung nilai  $f''(2,2)$  untuk data tabel di atas!.

[JAWABAN]

$$f''(2,2) = \frac{3,78 - 2(3,22) + 2,65}{(0,3)^2} = -0,11$$

Metode Hampiran Beda Pusat dan beda maju tidak dapat digunakan karena kekurangan titik setelah  $x = 2,2$

- c. Tuliskan penurunan rumus turunan numerik pertama ( $f'$ ) untuk beda pusat, beda maju, dan beda mundur!

[JAWABAN]

- **Hampiran Beda Maju**

$$f(x_i + 2) = f(x_i) + \frac{(x_{i+1} - x_i)}{1!} f'(x_i) + \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{2!} f''(x_i) + \dots$$

Ditulis menjadi:

$$f_{i+1} = f_i + hf'_i + \frac{h^2}{2} f''_i + \frac{h^3}{3!} f'''_i + \dots (1)$$

$$hf' = f_{i+1} - f_i - \frac{h^2}{2} f''_i - \frac{h^3}{3!} f'''_i + \dots$$

$$f_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h} - \frac{h}{2} f''_i - \frac{h^2}{6} f'''_i + \dots$$

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h} + 0(h) \text{ dengan } 0(h) = -\frac{h}{2} f''_i, \varepsilon, x < \varepsilon < x_{i+1}$$

- **Hampiran Beda Mundur**

$$f(x_i + 1) = f(x_i) + \frac{(x_{i+1} - x_i)}{1!} f'(x_i) + \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{2!} f''(x_i) + \dots$$

Ditulis menjadi:

$$f_{i+1} = f_i - hf'_i + \frac{h^2}{2} f''_i - \frac{h^3}{3!} f'''_i + \dots (1)$$

$$hf' = f_i - f_{i-1} + \frac{h^2}{2} f''_i - \frac{h^3}{6} f'''_i + \dots$$

$$f_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{h} + \frac{h}{2} f''_i - \frac{h^2}{6} f'''_i + \dots$$

$$f'_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{h} + 0(h) \text{ dengan } 0(h) = -\frac{h}{2} f''_i, \varepsilon, x < \varepsilon < x_{i+1}$$

- **Hampiran Beda Pusat**

Kurangi persamaan (1) dan (2), maka diperoleh:

$$f_{i+1} - f_{i-1} = 2hf'_i + \frac{h^3}{3!} f'''_i + \dots$$

$$2hf'_i = f_{i+1} - f_{i-1} - \frac{h^2}{3!} f'''_i + \dots$$

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} - \frac{h^2}{6} f'''_i + \dots$$

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} + 0(h^2) \text{ dengan } 0(h^2) = -\frac{h^2}{6} f'''_i, \varepsilon, x_{i-1} < \varepsilon < x_{i+1}$$

d. Tuliskan penurunan rumus turunan numerik kedua (f'') untuk beda pusat, beda maju, dan beda mundur!

[JAWABAN]

- **Hampiran Beda Pusat**

Tambahkan persamaan (1) dan (2), maka diperoleh:

$$f_{i+1} + f_{i-1} = 2f_i + h^2 f''_i + \frac{h^4}{12} f^{(4)}_i + \dots$$

$$h^2 f''_i = f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i - \frac{h^4}{12} f^{(4)}_i + \dots$$

$$f''_i = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} - \frac{h^2}{12} f^{(4)}_i + \dots$$

$$f''_i = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} + 0(h^2) \text{ dengan } 0(h^2) = hf^{(4)}(\varepsilon), x_{i-1} \leq \varepsilon \leq x_{i+1}$$

- **Hampiran Beda Mundur**

$$f''_i = \frac{f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i}{h^2} + 0(h^2) \text{ dengan } 0(h^2) = hf^{(4)}(\varepsilon), x_{i-1} \leq \varepsilon \leq x_{i+1}$$

- **Hampiran Beda Maju**

$$f_i'' = \frac{f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i}{h^2} + O(h^2) \text{ dengan } O(h^2) = hf^{(4)}(\varepsilon), x_i \leq \varepsilon \leq x_{i+2}$$

2. Soal 2:

$x$	$f(x)$
1.000	0.54030
1.100	0.45360
1.198	0.36422
1.199	0.36329
1.200	0.36236
1.201	0.36143
1.202	0.36049
1.300	0.26750
1.400	0.16997

- a. Tentukan nilai  $f'(1,2)$  dan  $f''(1,2)$  untuk  $h = 0,1$  dan  $h = 0,001$  menggunakan hampiran beda pusat, beda maju, dan mundur!

[JAWABAN]

I. Fungsi  $f'(1,2)$

• **Hampiran Beda Maju**

$$f'_0 = \frac{f_i - f_0}{h}$$

- Untuk  $h = 0,1$

$$x_0 = 1,2$$

$$x_1 = 1,3$$

$$f(x_0) = 0,36236$$

$$f(x_1) = 0,26750$$

$$f'_0 = \frac{0,26750 - 0,36236}{0,1} = -0,9486$$

- Untuk  $h = 0,001$

$$x_0 = 1,2$$

$$x_1 = 1,201$$

$$f(x_0) = 0,36236$$

$$f(x_1) = 0,36143$$

$$f'_0 = \frac{0,36143 - 0,36236}{0,001} = -0,93$$

• **Hampiran Beda Mundur**

$$f'_0 = \frac{f_0 - f_{-1}}{h}$$

- Untuk  $h = 0,1$

$$x_0 = 1,2$$

$$x_1 = 1,1$$

$$f(x_0) = 0,36236$$

$$f(x_1) = 0,45360$$

$$f'_0 = \frac{0,36236 - 0,45360}{0,1} = -0,9124$$

- Untuk  $h = 0,001$

$$x_0 = 1,2$$

$$x_1 = 1,199$$

$$f(x_0) = 0,36236$$

$$f(x_1) = 0,36329$$

$$f'_0 = \frac{0,36236 - 0,36329}{0,001} = -0,03$$

- **Hampiran Beda Pusat**

$$f'_0 = \frac{f_1 - f_{-1}}{h}$$

- Untuk  $h = 0,1$

$$x_{i-1} = 1,1$$

$$x_{i+1} = 1,3$$

$$f(x_0) = 0,45360$$

$$f(x_1) = 0,26750$$

$$f'_0 = \frac{0,26750 - 0,45360}{2(0,1)} = -0,9305$$

- Untuk  $h = 0,001$

$$x_{i-1} = 1,199$$

$$x_{i+1} = 1,201$$

$$f(x_0) = 0,36329$$

$$f(x_1) = 0,36143$$

$$f'_{(1,2)} = \frac{0,36143 - 0,36329}{2(0,001)} = -0,93$$

## II. Fungsi $f''(1,2)$

- **Hampiran Beda Pusat**

$$f''_0 = \frac{f_1 - 2f_0 + f_{-1}}{h^2}$$

- Untuk  $h = 0,1$

$$f(x_1) = 0,26750$$

$$f(x_0) = 0,36236$$

$$f(x_{-1}) = 0,45360$$

$$f''(1,2) = \frac{0,2675 - 2(0,36236) + 0,45360}{(0,1)^2} = -0,362$$

- Untuk  $h = 0,001$   
 $f(x_1) = 0,36143$   
 $f(x_0) = 0,36236$   
 $f(x_{-1}) = 0,36329$   
 $f''(1,2) = -5,55112 \cdot 10^{-15}$

- Hampiran Beda Mundur

- Untuk  $h = 0,1$   
 $f(x_0) = 0,36236$   
 $f(x_{-1}) = 0,45360$   
 $f(x_{-2}) = 0,54030$   
 $f''(1,2) = -0,454$
- Untuk  $h = 0,001$   
 $f(x_0) = 0,36236$   
 $f(x_{-1}) = 0,36329$   
 $f(x_{-2}) = 0,36422$   
 $f''(1,2) = 0$

- Hampiran Beda Maju

- Untuk  $h = 0,1$   
 $f(x_0) = 0,36236$   
 $f(x_1) = 0,26750$   
 $f(x_2) = 0,16997$   
 $f''(1,2) = -0,267$
- Untuk  $h = 0,001$   
 $f(x_0) = 0,36236$   
 $f(x_1) = 0,36143$   
 $f(x_2) = 0,36049$   
 $f''(1,2) = -0,001$

- b. Bila tabel adalah fungsi  $f(x) = \cos(x)$ , Buat Tabel nilai analitiknya dan grafik garis untuk fungsi  $f(x) = \cos x$ , dengan  $1,000 \leq x \leq 1,400$  sesuai nilai  $x$  pada tabel!

[JAWABAN]

x	f(x)
1	0,540302306
1,1	0,453596121

1,198	0,364221107
1,199	0,363289612
1,2	0,362357754
1,201	0,361425534
1,202	0,360492953
1,3	0,267498829
1,4	0,169967143

