

Nama : Rifqi Muhadzib Ahdan  
NPM : 190810210029  
Kelas : A

### LATIHAN 1

① a) Berapa banyak bilangan genap 2 digit?

- Satuan : 5 (0, 2, 4, 6, 8)
- Puluhan : 9 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

$$5 \times 9 = 45 \text{ bilangan}$$

b) Berapa banyak bilangan ganjil 2 digit tiap angka berbeda?

- Satuan : 5 (1, 3, 5, 7, 9)
- Puluhan : 8 (1 - 9 dikurangi 1 yaitu angka di sertaiin)

$$5 \times 8 = 40 \text{ bilangan}$$

② Dari 100.000 bilangan, berapa banyak bilangan yang terdapat 1 buah angka 3, 1 buah angka 4, dan 1 buah angka 5?

> Hitung dengan permutasi untuk cara pengambilan posisi 3, 4, dan 5

$$P_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ cara}$$

> Ambil satu kondisi

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 4 & 5 & \underline{\quad A \quad} & \underline{\quad B \quad} \\ \boxed{ } & \boxed{ } & \boxed{ } & | & | \\ & & & \downarrow & \downarrow \\ & & & \Rightarrow A : 10 - 3 = 7 \rightarrow (0, 1, 2, 6, 7, 8, 9) \\ & & & \Rightarrow B : 10 - 3 = 7 \end{array}$$

$$60 \times 7 \times 7 = 2940 \text{ buah bilangan}$$

③ Tersedia 6 huruf: a, b, c, d, e, f. Berapa jumlah pengurutan 3 huruf jika:

a) Tidak ada huruf yang diulang c) Tidak ada berulang, e harus ada

Huruf pertama : 6 (a-f)

$$\bullet e \underline{\quad 5 \quad} \underline{\quad 9 \quad} \Rightarrow 5 \times 4 = 20$$

-ii- kedua : 5 (a-f dikurangi pertama)  $\bullet \underline{\quad 5 \quad} e \underline{\quad 4 \quad} \underline{\quad 3 \quad} \Rightarrow 20 \quad \left\{ 20 \times 3 = 60 \text{ buah} \right.$

-iii- ketiga : 4 (a-f dikurangi pertama dan 2)  $\bullet \underline{\quad 5 \quad} \underline{\quad 4 \quad} e \underline{\quad 3 \quad} \Rightarrow 20$

Total :  $6 \times 5 \times 4 = 120$  buah

d) Boleh berulang, e harus ada

b) Boleh ada huruf berulang

$$6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ buah}$$

$$\bullet e \underline{\quad 6 \quad} \underline{\quad 6 \quad} \Rightarrow 6 \times 6 = 36$$

Huruf 1. Huruf 2. Huruf 3.

$$\bullet \underline{\quad 6 \quad} \underline{\quad 6 \quad} \underline{\quad 6 \quad} \Rightarrow 6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ buah}$$

$$\bullet \underline{\quad 6 \quad} \underline{\quad 6 \quad} \underline{\quad 6 \quad} \Rightarrow 6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ buah}$$

④ Tentukan banyak cara pengaturan duduk 3 mhs IF, 4 mhs TK, 4 mhs GL, dan 2 mhs FA agar dapat duduk satu bersama dan masing-masing depts. duduk berdampingan.

► Kemungkinan urutan per departemen

$$\underline{\text{IF}} \quad \underline{\text{TK}} \quad \underline{\text{GL}} \quad \underline{\text{FA}} \Rightarrow 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ cara}$$

► Kemungkinan urutan per mahasiswa berdasarkan dept.

- IF : 3 orang  $\Rightarrow 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  cara
- TK : 4 orang  $\Rightarrow 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  cara
- GL : 4 orang  $\Rightarrow 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  cara
- FA : 2 orang  $\Rightarrow 2! = 2 \cdot 1 = 2$  cara

► Total cara pengaturan

Kemungkinan per dept.  $\times$  kemungkinan per mahasiswa per dept.

$$= 24 \quad \times \quad 6 \times 24 \times 24 \times 2$$

$$= 24 \times 24 \times 24 \times 6 \times 2$$

$$= 165888 \text{ cara}$$

## LATIHAN 2

① Sebuah mobil mempunyai 9 tempat duduk. Berapa banyak cara 3 orang duduk jika diandaikan 1 orang harus duduk di kursi sopir?

► 1 orang di kursi sopir sehingga 2 orang harus memilih 3 tempat duduk yang tersisa dengan cara 1 Kombinasi :

$$C_3^2 = \frac{3!}{(3-2)! 2!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1! 2 \cdot 1} = 3 \text{ cara}$$

► Hitung cara urutan duduk 3 orang dari 3 kursi

$$P_3^3 = \frac{3!}{(3-3)! 0!} = \frac{3!}{0!} = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ cara}$$

► Total semua urutan duduk dengan memperhatikan urutan

$$3 \times 6 = 18 \text{ cara}$$

LATIHAN 3

- ① Ada 10 kursi dan 6 orang akan duduk. Berapa banyak cara duduk jika:
- a) Bioskop terang

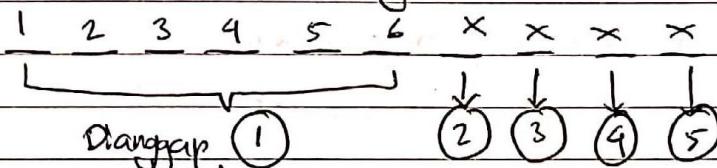
Jika bioskop terang, maka penonton bebas memilih kursi mana yang akan diduduki tanpa harus bersampingan sekalipun. Gunakan permutasi:

$$P_4^{10} \times P_6^6 \Rightarrow \text{kursi kosong} \times \text{kursi yg diduduki} \Rightarrow \frac{10!}{6!} \times \frac{6!}{0!} = 10.9.8.7 \times 6.5.4.3.2.1$$

- b) Bioskop gelap

Jika bioskop gelap, maka ke-6 orang penonton akan saling bersampingan satu sama lain dan akan selalu berkelompok untuk blap kemungkinan

► Ambil 1 contoh kemungkinan



sehingga terdapat  $5!$  cara

► Hitung permutasi untuk 6 kursi

$$\Rightarrow P_6^6 = 6!$$

∴ Sehingga totalnya

$$5! \times 6! = 86.400 \text{ cara}$$

- ② Ada 5 orang mahasiswa jurusan Matematika dan 7 orang mahasiswa jurusan Informatika. Berapa banyak cara membentuk panitia 9 orang jika:
- a) Tidak ada batasan jurusan

► Cari kombinasi cara memilih 4 orang dari MTK+IF =  $7+5=12$  orang

$$C_4^{12} = \frac{12!}{(12-4)! \cdot 4!} = \frac{12!}{8! \cdot 4!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

∴ Ada 495 kombinasi panitia jika tidak ada batasan

- b) Semuanya jurusan Matematika

► Cari kombinasi 4 orang dari MTK = 5

$$C_4^5 = \frac{5!}{(5-4)! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 4!}{4!} = 5$$

∴ Ada 5 kombinasi panitia jika hanya jurusan MTK

c) Semua anggota dari jurusan Informatika

► Cari kombinasi 4 orang dari jurusan Informatika = 7

$$C_4^7 = \frac{7!}{(7-4)!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3! \cdot 4!} = 35$$

∴ Ada 35 kombinasi panitia jika hanya dari Informatika

d) Semua panitia dari jurusan yang sama

► Kemungkinan yang terjadi yaitu semua dari Informatika atau semua dari Matematika

$$C_5^5 + C_7^7 = 5 + 35 = 40$$

∴ Ada 40 kombinasi panitia jika panitia berasal dari jurusan yang sama

e) Ada 2 orang mahasiswa per jurusan yang mewakili

► Kemungkinan yang terjadi yaitu kombinasi 2 Informatika DAN kombinasi 2 Matematika

$$\begin{aligned} C_2^5 \times C_2^7 &= \frac{5!}{(5-2)!2!} \times \frac{7!}{(7-2)!2!} \\ &= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2} \times \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 2} \\ &= 5 \cdot 2 \times 7 \cdot 3 \\ &= 210 \end{aligned}$$

∴ Ada 210 kombinasi panitia jika minimal 2 orang perwakilan per jurusan

③ Berapa banyak cara membentuk sebuah panitia dari 5 orang yang dipilih dari 7 orang pria dan 5 orang wanita jika perwakilan setidaknya ada 2 orang wanita dipilih?

► Bagi menjadi beberapa kemungkinan kasus:

1) 2 Wanita dan 3 pria

$$C_2^5 \times C_3^7 = \frac{5!}{(5-2)!2!} \times \frac{7!}{(7-3)!3!} = 5 \cdot 2 \times 7 \cdot 3 = 350 \text{ kombinasi}$$

2) 3 Wanita dan 2 pria

$$C_3^5 \times C_2^7 = \frac{5!}{(5-3)!3!} \times \frac{7!}{(7-2)!2!} = 5 \cdot 2 \times 7 \cdot 3 = 210 \text{ kombinasi}$$

3) 4 Wanita dan 1 pria

$$C_4^5 \times C_1^7 = \frac{5!}{(5-4)!4!} \times \frac{7!}{(7-1)!1!} = 5 \times 7 = 35 \text{ kombinasi}$$

$$4) 5 Wanita \Rightarrow C_5^5 = \frac{5!}{(5-5)!5!} = 1 \text{ kombinasi}$$

∴ Total :  $350 + 210 + 35 + 1 = 596$  kombinasi

Sehingga ada 596 kombinasi panitia

### LATIHAN 4

(1) 100 orang mahasiswa dikirim ke 5 negara, masing-masing negara 20 mahasiswa. Berapa banyak cara pengiriman mahasiswa?

Jawaban

$$\begin{aligned} & \Rightarrow C_{20}^{100} \times C_{20}^{100-20} \times C_{20}^{100-20-20} \times C_{20}^{100-20-20-20} \times C_{20}^{100-20-20-20-20} \\ & = \frac{100!}{(100-20)! 20!} \times \frac{80!}{(80-20)! 20!} \times \frac{60!}{(60-20)! 20!} \times \frac{40!}{(40-20)! 20!} \times \frac{20!}{(20-20)! 20!} \\ & = \frac{100! 80! 60! 40! 20!}{80! 20! 60! 20! 40! 20! 20!} = \frac{100!}{20! 20! 20! 20! 20!} \text{ cara} \end{aligned}$$

(2) Berapa banyak string yang dapat dibentuk dari huruf-huruf kata "CONGRESS" sehingga ada 2 "S" tidak berdampingan?

Jawaban

► Kita cari berapa banyak kombinasi yang berdampingan

$$\left. \begin{array}{l} SS \_ \_ \_ \_ \_ \\ -SS \_ \_ \_ \_ \\ --SS \_ \_ \_ \_ \\ ---SS \_ \_ \_ \\ ---SS \_ \_ \\ ---SS \end{array} \right\} 7 \text{ Variasi}$$

Tiap Variasi memiliki kombinasi sebanyak 6!

Sehingga ada  $7 \times 6! = 5040$  kombinasi

► Total keseluruhan untuk menyusun "CONGRESS" dengan permutasi unsur sama (S)

$$P = \frac{8!}{2!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 20160 \text{ kombinasi}$$

∴ Total sesuatu "CONGRESS" dengan "S" tidak berdampingan adalah  $20160 - 5040 = 15120$  kombinasi

(3) Tentukan beranyaknya cara agar 4 buku MTK, 3 buku sejarah, 5 buku kimia, dan 2 buku sosiologi dapat disusun dalam satu baris sedemikian rupa sehingga :

a) Semua buku yang topuknya sama sebelahan

► Hitung kemungkinan urutan topik

$$\underline{\text{MTK Sejarah Kimia Sosio}} \Rightarrow 4! = 24 \text{ cara}$$

► Hitung kombinasi per kelompoknya

$$\bullet \text{MTK} \Rightarrow 4! = 24$$

$$\bullet \text{Sejarah} \Rightarrow 3! = 6$$

$$\bullet \text{Kimia} \Rightarrow 3! = 6$$

$$\bullet \text{Sosio} \Rightarrow 2! = 2$$

1728

$$\therefore \text{Total : } 24 \times 1728 = 41472 \text{ kombinasi}$$

b) Urutan buku sesudah beras

$$\Rightarrow \text{Total buku : } 4 + 3 + 3 + 2 = 12$$

$$\therefore \text{Terdapat } \frac{12!}{4! 3! 3! 2!} = 1277200 \text{ cara}$$

### LATIHAN 5

(1) Ada 10 soal di dalam ujian akhir Matematika Distrik. Berapakah banyak cara penyerahan nilai (bilangan bulat) pada setiap soal jika jumlah nilai keseluruhan soal adalah 100 dan setiap soal mempunyai nilai paling sedikit 5. Dalam  $C(a, b)$  saja

Jawaban

► Ada 10 soal minimal 5 nilai  $\Rightarrow$  50 nilai terambil

$$\Rightarrow 100 - 50 = 50 \text{ sisa } 50 \text{ nilai}$$

$$\Rightarrow n = 10 \quad r = 50 \quad C_{50}^{50+10-1} = C_{50}^{59} = C(59, 50)$$

(2) Di perpustakaan teknik informatika terdapat 3 jenis buku : buku algoritma dan pemrograman, matdisk, dan basisdata. Perpustakaan memiliki paling sedikit 10 buah buku untuk masing-masing jenis. Berapakah banyak cara memilih 10 buah buku?

Jawab

$$\Rightarrow n = 30 \quad r = 10$$

$$\Rightarrow C_{30}^{30+10-1} = C_{30}^{39} = \frac{39!}{(39-30)! 30!} = \frac{39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 30!}{9! \times 30!} = 211.915.132 \text{ cara}$$

③ Dari sejumlah besar koin 25-an, 50-an, 100-an, dan 500-an, berapa banyak cara lima koin dapat diambil?

Jawab

$$\triangleright n = 4, r = 5$$

$$\triangleright \binom{5+4-1}{5} = \binom{8}{5} = \frac{8!}{(8-5)! 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = 56 \text{ cara}$$

∴ Sehingga ada 56 cara untuk ambil 5 koin

### LATIHAN 6

Perhatikan bahwa  $\sum_{k=0}^K 2^k C(n, k) = 3^n$

Jawab

$$\triangleright (x+y)^n = \sum_{k=0}^n C(n, k) x^{n-k} y^k$$

► Jika  $x = 1$  dan  $y = 2$ , maka

$$(1+2)^n = \sum_{k=0}^n C(n, k) (1)^{n-k} 2^k$$

$$3^n = \sum_{k=0}^n C(n, k) \cdot 2^k \Rightarrow \text{Tertibkti}$$