

MATEMATIKA DISKRIT

(Tugas Pertemuan 7)



Disusun Oleh:

Prames Ray Lopian - 140810210059

**PROGRAM STUDI S-1 TEKNIK INFORMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PADJADJARAN
JATINANGOR**

2022

4. Let $P(n)$ be the statement that $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (n(n+1) / 2)^2$ for the positive integer n .

a. What is the statement $P(1)$?

$$P(n) = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = n^3$$

$$P(1) = \left(\frac{1(1+1)}{2}\right)^2 = 1^3$$

b. Show that $P(1)$ is true, completing the basis step of the proof!

$$P(1) \text{ bernilai Benar, karena } 1^3 = \frac{1(1+1)^2}{2^2}$$

$$1^3 = \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$1 = 1$$

c. What is the inductive hypothesis?

$$1^3 + 2^3 + \dots + k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2$$

d. What do you need to prove in the inductive step?

$$1^2 + 2^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2(k+1)+1)}{6}$$

e. Complete the inductive step!

$$1^3 + 2^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 = \left(\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}\right) + (k+1)^2 \text{ (inductive hypothesis)}$$

$$= (k+1) \left(\frac{k(2k+1)}{6}\right) + (k+1)$$

$$= (k+1) \left(\frac{2k^2+7k+6}{6}\right)$$

$$= (k+1) \left(\frac{(2k+3)(k+2)}{6}\right)$$

$$= \left(\frac{(k+1)(k+2)(2(k+1)+1)}{6}\right)$$

f. Explaining why these steps show that this formula is true whenever n is a positive integer

Basis dan inductive step telah selesai, maka secara prinsipal dari induksi matematika $P(n)$ bernilai Benar untuk seluruh $n \geq 1$ (positive)

5. Prove that $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3}$, whenever n is a non-negative integer.

a. Dasar Induksi

$$n = 0$$

$$(2(0)+1)^2 = 1$$

$$\frac{(0+1)(0+1)(0+3)}{3} = 1$$

b. Langkah Induksi

$$P(n) = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3}$$

$P(n) = \text{Genus}$

$P(n+1) = \text{Genus}$

$$\begin{aligned}
 P(n+1) &= 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n+1)^2 + (2(n+1) + 1)^2 \\
 &= \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3} + (2n+3)^2 \\
 &= (2n+3) \left(\frac{(n+1)(2n+1)}{3} + \frac{(6n+9)}{3} \right) \\
 &= (2n+3) \left(\frac{2n^2 + 3n + 1 + 6n + 9}{3} \right) \\
 &= (2n+3) \left(\frac{2n^2 + 9n + 10}{3} \right) \\
 &= \frac{(2n+3)(12n+5)(n+2)}{3} \\
 &= \frac{((n+1)+1)(2(n+1)+1)(2(n+1)+3)}{3}
 \end{aligned}$$

33. Show that we can Prove that $P(n+1)$ is true for all paly of positive integer n out k
we show

a. $P(1, 1)$ is true and $P(n, k) \rightarrow P(n+1, k) \wedge P(n, k+1)$ is true for all positive integers n & k.

i. $a > 1$

$P(a-1, b) \rightarrow [P(a, b) \wedge P(a, b)]$ Salah

$P(a-1, b)$ Salah jika $(a-1+b) < (a+b)$ terkecil melalui kontradiksi

ii. $b > 1$

$P(a, b-1) \rightarrow [(a+1, b-1) \wedge P(a, b)]$ Salah

$P(a, b-1)$ Salah jika $(a+b-1) < (a+b)$ terkecil melalui kontradiksi

❖ $P(n, k)$ tidak berlaku untuk semua pasangan bilangan positif n & k
adalah salah

b. $P(1, k)$ is true for all positive Integers k, and $P(n, k) \rightarrow P(n+1, k)$ is true for all positive integers n & k.

i. $a > 1$

$P(a-1, b)$ harus Salah seperti $P(a-1, b)$ tidak Benar.

Namun $P(a-1, b)$, salah satunya adalah $(a-1+b) < (a+b)$

❖ Sehingga $P(a, b)$ terkecil $P(n, n)$ berlaku untuk semua pasangan bulat n & k.

c. $P(n, 1)$ is true for all positive integers n and $P(n, k) \rightarrow P(n, k+1)$ is true for all positive integers n & k.

i. $b > 1$

$P(a, b-1)$ harus Salah seperti $P(a, b-1) \rightarrow P(a, b)$ Salah.

Namun $P(a, b-1)$ Salah dengan $(a+b-1) < (a+b)$ kontradiksi $P(a, b)$ terkecil.

❖ $P(n, k)$ berlaku untuk semua pasangan bulat n & k