Nama : Pramex Ray Lapian
NPM : 1A0810710059 - A
Matkul : Aljabar Linier - UTS

1.

$$A : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

b.) A^{-1} : Ada , $\det|A| \neq 0$

c.)

$$A^{-1} : \left[\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{matrix}\right|\left.\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right]$$

$-2b_1 + b_2$ (1)

$$\left[\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 8 \end{matrix}\right|\left.\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right]$$

$-b_1 + b_3$ (2)

$$\left[\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 5 \end{matrix}\right|\left.\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{matrix}\right]$$

$2b_2 + b_3$ (3)

$$\left[\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{matrix}\right|\left.\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -5 & 2 & 1 \end{matrix}\right]$$

$-2b_2 + b_1$ (4)

$$\left[\begin{matrix} 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{matrix}\right|\left.\begin{matrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -5 & 2 & 1 \end{matrix}\right]$$

$-1b_3$ (5)

$$\left[\begin{matrix} 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right|\left.\begin{matrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & -1 \end{matrix}\right]$$

$3b_3 + b_2$ (6)

$$\left[\begin{matrix} 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right|\left.\begin{matrix} 5 & -2 & 0 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{matrix}\right]$$

$-9b_3 + b_1$ (7)

$$\left[\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right|\left.\begin{matrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{matrix}\right]$$

$$A^{-1} : \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

a.)

$$A^{-1} : \begin{bmatrix} \det\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} & \det\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} & \det\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \det\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} & \det\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} & \det\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \det\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} & \det\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \det\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} (40-0) & (16-3) & (0-5) \\ (16-0) & (8-3) & (0-2) \\ (6-15) & (3-6) & (5-4) \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 40 & 13 & -5 \\ 16 & 5 & -2 \\ -9 & -3 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 40 & 16 & -9 \\ 13 & 5 & -3 \\ -5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

No.

Date

2

SPL:

$a_1 + 2a_2 + a_3 = 3$

$a_1 + 3a_2 + 2a_3 = 2$

$a_1 + 4a_2 + m a_3 = n$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ n \end{bmatrix}$$

$-b_1 + b_2$ ①

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ n \end{bmatrix}$$

$-b_1 + b_3$ ②

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1+m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -3+n \end{bmatrix}$$

$-2b_2 + b_1$ ③

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1+m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -3+n \end{bmatrix}$$

$-2b_2 + b_3$ ④

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -3+m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -1+n \end{bmatrix}$$

$a_1 - a_3 = 5$ ... ①

$a_2 + a_3 = -1$ ... ②

$(-3+m)a_3 = -1+n$ ... ③

① & ②

$a_1 - a_3 = 5$

$a_2 + a_3 = -1$ +

$a_1 + a_2 = 4$ ... ④

$a_1 = 4 - a_2$

④ sub ①

$a_1 - a_3 = 5$

$4 - a_2 - a_3 = 5$

$-a_2 - a_3 = 1$

$a_2 + a_3 = -1$

a) Tidak Punya Solusi:

$-3+m \neq 0$, $-1+n \neq 0$

$m \neq 3$, $n = 1$

b) Punya Solusi Tunggal:

$-3+m = 1$ $-1+n \neq 0$

$m = 4$, $n \neq 1$

c) Punya Tak Hingga Banyak Solusi:

$-3+m = -1+n = 0$

$m = 3$, $n = 1$

No.

Date

3. $A(1,0)$, $B(2,2)$, dan $C(3,1)$

a) $\bar{p} = \overline{AB}$

$= B - A$

$= (2-1, 2-0) = (1,2)$

$\bar{q} = \overline{AC}$

$= C - A$

$= (3-1, 1-0) = (2,1)$

b) $\bar{p} \cdot \bar{q} = |p||q| \cos\theta$

$(1.2)+(2.1) = \sqrt{1^2+2^2} \cdot \sqrt{2^2+1^2} \cdot \cos\theta$

$2+2 = \sqrt{5}\,\sqrt{5} \cos\theta$

$4 = 5 \cos\theta$

$4/5 = \cos\theta$

c) $\bar{r} = \text{Proy}_{\bar{q}}\, \bar{p}$

$= \dfrac{\bar{p}\cdot\bar{q}}{|q|^2}\, \bar{q}$

$= \dfrac{\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}}{(\sqrt{2^2+1^2})^2} \begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$

$= \dfrac{\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}}{(\sqrt{5})^2} = \dfrac{1}{(\sqrt{5})^2}\begin{bmatrix}4\\2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}20\\10\end{bmatrix}$

$|\bar{r}| = \sqrt{(20)^2 + (10)^2}$

$= \sqrt{400 + 100}$

$= \sqrt{500}$

$= 10\sqrt{5}$

No.
Date

4. $M : \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & z \end{bmatrix}$ $x, y, z \in R$

① $A + B \in M$

$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ 0 & b_3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} a_1+b_1 & a_2+b_2 \\ 0 & a_2+b_3 \end{bmatrix} \left.\begin{matrix} a_1+b_1 \\ a_2+b_2 \\ a_3+b_3 \end{matrix}\right\} \in R$

→ karena $a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3 \in R$,

- maka berlaku sifat komutatif:

$A+B = B+A$

- maka berlaku sifat asosiatif:

$(A+B)+C = A+(B+C)$

2 $A . B \in M$