

සංයුක්ත ගණිතය ආදර්ශ ප්‍රශ්න පත්‍රය-09

ගම්පහ පූර්ව ඉංජිනේරු සිසුන් විසින් උසස් පෙල සිසුන්ගේ අධ්‍යාපන කටයුතු සඳහා දියත් කල උපකාරක වැඩසටහන.

Support program launched by Gampaha Pre- Engineering students for Advanced Level Educational activities

B - කොටස

ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11.(a) $f(x) = 7x^2 + 10x + 4$, $g(x) = x^2 - 2x - 2$ ලෙස ගනිමු. x තාත්ත්වික නම්,
 $\frac{f(x)}{g(x)}$ ප්‍රකාශනයට -1 හා 1 අතර තාත්ත්වික අගයක් තිබිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(b) බහුපදයක් $(ax - b)$ හා $(bx - a)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂයන් සමාන වන අතර ලබ්ධීන් පිළිවෙලින් $g(x)$ හා $h(x)$ වේ, මෙහි $a \neq b$. $(ax - b)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.
තවද $(x - 1)$ යනු $g(x) + h(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

12.(a) ගැහැණු ළමුන් 6 දෙනෙකු සහ පිරිමි ළමුන් 6 දෙනෙකුට,

- (i) ගැහැණු ළමුන් එකට සිටින සේ,
- (ii) පිරිමි ළමුන් දෙදෙනෙකු අතර ගැහැණු ළමයකු හෝ ගැහැණු ළමුන් දෙදෙනෙකු අතර පිරිමි ළමයෙකු සිටින සේ,
- (iii) ගැහැණු ළමයින් එකට නොසිටින සේ,

පේලියක වාඩිවිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

- (iv) පිරිමි ළමයින් 6 දෙනා සහ ගැහැණු ළමයින් 6 දෙනාට ඉහත (i), (ii), (iii) දක්වා ඇති ආකාරවලට වෘත්තාකාරව වාඩි විය හැකි ආකාර ගණන ද සොයන්න.

(b) $\frac{n^2+9n+5}{(n+1)(2n+3)(2n+5)(n+4)} = \frac{A}{n+1} + \frac{B}{n+4} + \frac{C}{2n+3} + \frac{D}{2n+5}$ වන පරිදි A, B, C හා D නියත සොයන්න.

සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක n වන පදය U_n , $U_n = \frac{n^2+9n+5}{(n+1)(2n+3)(2n+5)(n+4)}$ වේ.

$\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{3} \left(\frac{-13}{12} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+4} \right) + \frac{5}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2n+5} \right)$ බව පෙන්වන්න.

13.(a) $\left[3A + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\right]^T = 4A$, A න්‍යාසය සඳහා විසඳන්න.

(b) ආගන්ථි සටහනක, $|z| = 1$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයන්හි ප්‍රමාණය වූ හි C දළ සටහනක් අඳින්න. $z_0 = a(\cos \theta + i \sin \theta)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ. $\frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා එක එකක මාපාංකය a ඇසුරෙන්ද ප්‍රධාන විස්තාරය θ ඇසුරෙන්ද සොයන්න.

P , Q , R හා S යනු පිළිවෙළින් $z_0, \frac{1}{z_0}, z_0 + \frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ඉහත ආගන්ථි සටහනේ නිරූපනය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු.

P ලක්ෂ්‍යය ඉහත C මත පිහිටන විට,

- (i) Q හා S ලක්ෂ්‍යද C මත පිහිටන බවත්
- (ii) R ලක්ෂ්‍යය තාත්ත්වික අක්ෂය මත 0 හා 2 අතර පිහිටන බවත් පෙන්වන්න.

14.(a) $y = x \ln[(x+1)(x+2)(x+3)] + \ln[(x+1)(x+2)^2(x+3)^3] - 3(x+2)$ නම්,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{2+x} + \frac{1}{3+x} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(b) $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$ විට $2\sqrt{x} \left(2y \frac{dy}{dx} - 1\right) = 1$ බව පෙන්වා එමගින්,

$$8 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 8y \frac{d^2y}{dx^2} + (\sqrt{x})^{-3} = 0 \text{ වන බව අපෝහනය කරන්න.}$$

(c) පොකට් රේඩියෝ නිපදවන සමාගමක x රේඩියෝ ගණනක් නිපදවීම සඳහා රුපියල් $\left(\frac{x^2}{4} + 35x + 35\right)$ ක් වැයවේ. එවිට රේඩියෝවක් විකුනුම් මිල රුපියල් $\left(50 - \frac{x}{2}\right)$ ක් වේ. උපරිම ලාභ ලැබීම සඳහා දිනකට රේඩියෝ කීයක් නිපදවිය යුතුද?

15.(a) සුදුසු ආදේශයක් මගින් $\int_0^a \frac{(a^2 - x^2)}{(a^2 + x^2)^2} dx$ අනුකලනය කරන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය මගින් $\int_0^1 \frac{x^3 \sin^{-1} x}{\sqrt{a-x^2}} dx = \frac{7}{9}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\int_0^1 \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx = \frac{1}{2}(e - 2)$ බව පෙන්වන්න.

16. $px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව අනුවද්ධයෙන් (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයෙහි ප්‍රතිබිම්භයේ ඛණ්ඩාංක $(x_1 - p\lambda, y_1 - q\lambda)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි λ නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වෙයි. එනම් $px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව අනුවද්ධයෙන් $lx + my + n = 0$ රේඛාවේ ප්‍රතිබිම්භය සොයන්න.

ABCD රොම්බසයෙහි AB පාදයේ සහ AC විකර්ණයේ සමීකරණ පිළිවෙලින් $3x - y + 6 = 0$ සහ $x - y + 8 = 0$ වෙයි. B ශීර්ෂයෙහි ඛණ්ඩාංක $(3, 15)$ වෙයි. A, C සහ D හි ඛණ්ඩාංක ප්‍රකාශිත ලෙස නොසොයා, රොම්බසයෙහි ඉතිරි පාද තුනේ සමීකරණ සොයන්න.

17.(a) $5 \tan x = \tan(x + \alpha)$ නම්, $\sin(2x + \alpha) = \frac{3}{2} \sin \alpha$ බව පෙන්වන්න.

x ට තාත්ත්වික විසඳුම් පවතින $\sin \alpha$ හි අගය පරාසය සොයන්න.

එනම් $5 \tan x = \tan(x + 30^\circ)$ විසඳන්න.

(b) $2 < x < 4$ සඳහා $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{x+1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{3}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ විසඳන්න.

(c) තිරස් බිමට θ ආනත AB දණ්ඩක් සිරස් බිත්තියකට හේත්තු වී පවතී. බිම සිට දණ්ඩේ දිගෙන් $\frac{1}{3}$ ක දුරකින් දණ්ඩ මතවූ ලක්ෂ්‍යයක තිරස් බිම මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට ආරෝහණ කෝණය α වේ. OB තිරසර β ආනතව පවතී.

$2 \cot \theta = 3 \cot \beta - \cot \alpha$ බව පෙන්වන්න.

* * *