RELATÓRIO DO TRABALHO EXPERIMENTAL

A CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

FÍSICA EXPERIMENTAL I – 2018

DEPARTAMENTO DE F?SICA

Grupo:	Susana Marta, n.12345
	Ant?nio Maria, n.23456
	Joaquina R. Migueis, n.34567
	Manuel K. Jos?, n.45678
Turma:	PL-23 – grupo 1
Aula de:	26 de Fevereiro
Docente:	Rui J. Agostinho

27 de Mar?o de 2018

Resumo

Estudou-se o valor da acelera??o grav?tica g no laborat?rio C1.4.31 da FCUL. Para tal utilizou-se a queda livre de uma pessoa. Ap?s fazerem-se alguns lan?amentos, 950 vezes no total, para al?m de deduzir que $g_{C1} = 9{,}801 \pm 0{,}004\, m/s^2$, demonstra-se que cair n?o faz bem ? sa?de. Dos dados obtidos tamb?m se deduz, com um intervalo de confian?a de 99,5%, que a gravidade dos hematomas ? proporcional ? altura da queda, ou seja, ? energia cin?tica de embate: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$. Por isso, devido ? conserva??o da energia total, conclui-se que ? melhor cair na Lua onde $g_L \approx g_\oplus/6$.

NOTA Explicativa: Este texto é exemplo da estrutura de um Relatório de Física Experimental. Esta estrutura deve ser usada mesmo se decidir escrever o seu relatório com outra aplicação. Pode alterar os nomes das Secções aqui sugeridas, mas a estrutura deve ser mantida:

1. Resumo
2. Objetivos do Trabalho
3. Procedimentos Experimentais
   3.1. Medições e Dados Obtidos
4. Análise de Resultados
5. Discussão e Conclusões
6. Referências

Deve também incluir as Subsecções e Subsubsecções que achar necessárias para aumentar a legibilidade e compreensão do seu relatório.

Ideias básicas sobre LaTeX: O objetivo deste texto é demonstrar a utilização do LaTeX em várias situações de texto científico, como algumas das suas capacidades de formatação.

Há muita informação na web sobre a utilização do LaTeX e aconselha-se a sua consulta. O melhor repositório de informação está em pt.wikibooks.org/wiki/Latex e *recomenda-se a sua utilização*. **Nota**: a última letra no nome LaTeX é um χ grego maiúsculo, daí pronunciar-se *lateq*.

O LaTeX não é um processador de texto "wysiwyg" (iniciais de "*what you see is what you get*" = "*o formato que vê no ecrã é como fica impresso*"), mas é uma linguagem de formatação de texto. Em LaTeX escreve-se numa file de texto simples (`fl.txt`), que contém o texto pretendido a ficar impresso, mas também os comandos que o formatam para produzir a versão a imprimir (pdf). Para entender melhor, compare as versões desta file em `.tex` e `.pdf`.

Procedimento para compilar o seu LaTeX– 1) escrever o texto numa file "`fl.tex`" que não fica formatada em "wysiwyg". **2)** compila-se esta file com o comando: "`pdflatex fl.tex`" (clica no ícone ou usa F1), que gera a file bem formatada "`fl.pdf`". **3)** As referências a números de página, figuras, equações, tabelas e bibliografia, só aparecem com a numeração correta depois de compilar a sua file 2 (ou 3) vezes seguidas.

Para facilitar o trabalho estão disponíveis (gratuitamente) muitos programas que fazem a edição do texto e a inclusão simplificada dos comandos LaTeX, fazendo realce colorido dos comandos e estruturas. Para Apple macOS *recomenda-se* o Texmaker que também tem óptimas versões para Linux e MS-Windows. O Texmaker necessita do compilador MacTex que é do melhor que há. Para MS-Windows também tem o editor TeXnicCenter que usa o compilador MikTeX ou o TexLive, que funciona noutras plataformas.

Para quem se habituou a escrever no processador de texto MSWord, há conversores de documentos como o Word-to-LaTeX que permitem exportar files `fl.doc` para formato LaTeX de um modo não bom mas aceitável. Depois, *é preciso rearranjar o seu texto na file* `f1.tex`, introduzindo-o nas secções respetivas, ajustar os comandos de inclusão de imagens, as estruturas de tabelas e listas. No nosso caso a primeira linha *deve obrigatoriamente* ter a *classe* destes relatórios: \documentclass[11pt]{relatorioFisExp}

1 Objetivos do Trabalho e Aspetos Te?ricos

NOTA Explicativa: Apresente uma descrição sucinta dos objetivos científicos do trabalho: que leis físicas se pretendem estudar e que métodos se pretendem usar e/ou estudar se for esse o caso. *Exemplos*:

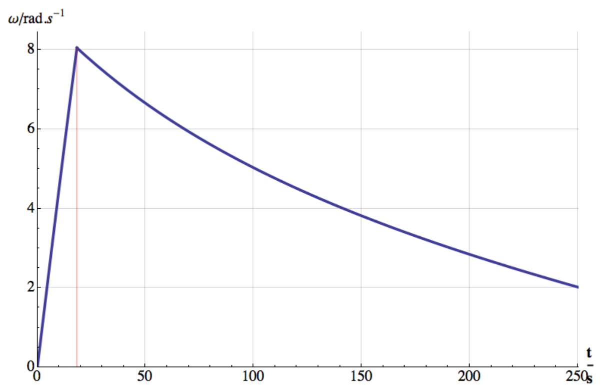
Estudar a import?ncia do momento de in?rcia na velocidade de rota??o de um corpo, em torno de um eixo pr?prio: a sua depend?ncia na distribui??o de massa em torno do centro de rota??o, assim como a depend?ncia na posi??o de J?piter no c?u ? 5^a feira.

O objetivo principal ? provar que o disco de Pohl tem uma velocidade de rota??o ***dependente da cor*** em que est? pintado. Para isso ? necess?rio estudar o seu comportamento com a capacidade de vis?o $V(p)$ dos intervenientes: $V(p) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \hbar \sin(k_B \overline{T}_p(r,\phi)) e^{-\alpha.r}\, d\phi\, dr$, onde $\overline{T}_p$? a temperatura m?dia duma pessoa em queda livre ? dist?ncia r de Plut?o, e as constantes $\hbar$ e k_B s?o as habituais.

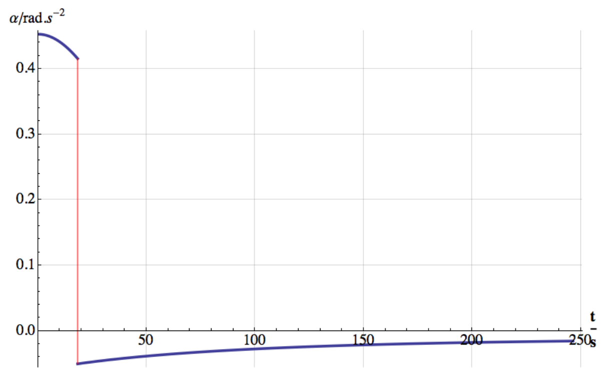
NOTA Explicativa: Devem aqui realçar-se alguns dos aspetos teóricos que sejam mais relevantes para o relatório. Note-se que em geral estão todos descritos no protocolo e, por isso, reduza às leis e equações que serão usadas na análise de resultados, mas deve ajuizar da sua extensão. *Exemplos poss?veis:*

1.1 A desacelera??o da rota??o da barra por fric??o aerodin?mica

Por ser um problema complexo, ? necess?rio considerar as for?as do atrito de fric??o mec?nica F_f e do atrito (arrasto) aerodin?mico F_{ar} que ? proporcional ? velocidade linear $v(r)$ do ponto na barra ? dist?ncia r do centro, assim como a forma geom?trica da barra. Calcula-se pelas equa??es do movimento que a velocidade e a acelera??o angulares do sistema variam da seguinte forma:



(a) Velocidade angular da barra ω (rad/s), em fun??o do tempo. Enquanto a massa m cai o ω aumenta.



(b) Acelera??o angular da barra α (rad/s^2), em fun??o do tempo. Sem a massa m a acelera??o α fica negativa.

Figura 1. Na parte positiva a acelera??o da massa em queda ? superior ? do atrito, e depois sobra apenas a acelera??o dos atritos de fric??o e aerodin?mico (negativos). S?o valores calculados para as massas cil?ndricas no extremo da barra.

A acelera??o angular $\alpha(t) = \frac{d\,\omega(t)}{d\,t}$ a que o sistema fica sujeito n?o ? uniforme e varia conforme apresentado na figura 1b (pág. seguinte). A curvatura vari?vel no comportamento dos dois par?metros

$\omega(t)$ (velocidade angular) e $\alpha(t)$, prov?m da for?a de fric??o aerodin?mica F_{ar} que aumenta com a velocidade linear (e a sec??o reta) de embate no ar, $F_{ar} \propto v^2$, que aumenta ao longo da barra pois $v = \omega\, r$, com $\omega = const$.

O extremo da barra sofre maior desacelera??o que a zona central. O bin?rio desta for?a, aplicada na posi??o r ao longo da barra, ? $d\overrightarrow{M_{arb}}(r) = \overrightarrow{r} \times C_{ar}\, \rho_{ar}\, dA_b\, v^2 \overrightarrow{u_v}$, em que $dA_b = D_b\, dr$? a ?rea de embate no ar dessa sec??o, D_b o di?metro da espessura da barra e ρ_{ar} a densidade m?ssica do ar. $C_{ar} \approx 0{,}5$? o coeficiente de atrito aerodin?mico que depende da forma do objeto, um cilindro finito neste caso. A perda de momento angular na rota??o da barra de semi-comprimento l_b ? proporcional ao integral: $\int_0^{l_b} d\overrightarrow{M}(r) = I_{tot} \frac{d\,\overrightarrow{\omega}}{d\,t} = I_{tot} \cdot \overrightarrow{\alpha_b}$, em que $\overrightarrow{\alpha_b}$? a acelera??o angular do sistema devida ? travagem aerodin?mica na barra. O integral resulta em $M_{arb} = \frac{1}{2} C_{ar}\, \rho_{ar}\, D_b\, l_b\, \omega^2$, para a barra completa.

Considerando que existe uma massa cil?ndrica grande M de di?metro D_M, comprimento l_M (que tapa a barra), com a 1ª face ? dist?ncia x_M do centro, o integral anterior na barra completa, d?

$$M_{arb} = \frac{1}{2}\, C_{ar}\, \rho_{ar}\, D_b \left(l_b^4 - (x_M + l_M)^4 + x_M^4 \right) \omega^2 = K_{arb} \times \omega^2. \tag{1a}$$

$$M_{arM} = \frac{1}{2}\, C_{ar}\, \rho_{ar}\, D_M \left((x_M + l_M)^4 - x_M^4 \right) \omega^2 = K_{arM} \times \omega^2 \tag{1b}$$

sendo a equa??o 1b o bin?rio da for?a aerodin?mica aplicada nas duas massas M.

Nos casos estudados e com as massas M perto do centro, $x_M = 10{,}2$ cm, obt?m-se $K_{arM} = 18{,}3\,\mathrm{g.cm^2}$ e $K_{arb} = 144{,}5\,\mathrm{g.cm^2}$: a barra ? dominante. A situa??o inverte-se para $x_M = 28{,}2$ cm: $K_{arM} = 379{,}5\,\mathrm{g.cm^2}$ e $K_{arb} = 93{,}8\,\mathrm{g.cm^2} \Rightarrow$ o bin?rio da for?a aerodin?mica aplicada nas duas massas M ? dominante.

1.1.1 Equa??es do movimento e a determina??o experimental do Momento de In?rcia Total

A integra??o da equa??o diferencial do movimento tem duas solu??es diferentes: enquanto cai o prato com a massa $m \Rightarrow$ acelera??o inicial, a velocidade $\omega_1(t)$ aumenta; ap?s o instante t_q em que a massa m se desprende o atrito faz a velocidade $\omega_2(t)$ diminuir at? zero. Nas equa??es I_{tot} ? o momento de in?rcia total do sistema, $K_{ar} = K_{arb} + K_{arM}$. No instante t_q a velocidade angular ? $\omega_1(t_q) = \omega_2(t_q) = \omega_q$. O atrito aerodin?mico (eqs. 1) imp?e uma velocidade limite ω_{1max} quando $t \to \infty$.

$$\text{Sendo} \quad \omega_{1max} = \sqrt{\frac{r(mg - F_{at})}{K_{ar}}} \quad \text{ent?o,} \tag{2a}$$

$$\omega_1(t) = \omega_{1max} \tanh\left(\frac{K_{ar}}{I_{tot} + mr^2}\, \omega_{1max}\, t \right) \tag{2b}$$

$$\text{Considerando} \quad W_2 = \sqrt{\frac{r\, F_{at}}{K_{ar}}} \quad \text{ent?o} \tag{2c}$$

$$\omega_2(t) = -W_2 \tan\left(\frac{K_{ar}}{I_{tot}}\, W_2\, (t - t_q) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_q}{W_2} \right) \right) \tag{2d}$$

$$\alpha_{1max} = \sqrt{\frac{r(mg - F_{at})}{I_{tot} + mr^2}} \quad \text{ent?o,} \tag{3a}$$

$$\alpha_1(t) = \alpha_{1max}\,\mathrm{sech}^2\left(\omega_{1max}\frac{K_{ar}}{I_{tot} + mr^2}\,t\right) \tag{3b}$$

$$\text{Como} \quad \alpha_{at} = \frac{r\,F_{at}}{I_{tot}}, \tag{3c}$$

$$\alpha_2(t) = -\alpha_{at}\sec^2\left(\frac{K_{ar}}{I_{tot}}\,W_2\,(t - t_q) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_q}{W_2}\right)\right) \tag{3d}$$

A acelera??o come?a com o valor m?ximo α_{1max} e depois $\alpha_1(t)$ diminui. Ap?s t_q (m desprende-se) passa a $\alpha_2(t) < 0$. A acelera??o α_{at} ? devida ? for?a de atrito F_{at} no eixo de raio r e $\alpha_{at} = \alpha_2(t \to \infty)$.

O melhor procedimento para determinar o momento de in?rcia total I_{tot} por via da medi??o da rota??o, ? o seguinte: nas curvas $\omega_1(t)$ e $\omega_2(t)$ *escolha-se um valor qualquer de refer?ncia* ω_{ref}. Nos instantes t_1 e t_2 que correspondem a $\omega_1(t_1) = \omega_2(t_2) = \omega_{ref}$, calcule-se (numericamente a partir dos dados) o valor das acelera??es angulares $\alpha_1(t_1)$ e $\alpha_2(t_2)$. Demonstra-se pelas equa??es 2 e 3 que o momento de in?rcia total do sistema ? sempre (exatamente) dado por:

$$\boxed{I_{tot} = m\,r\frac{g - r\,\alpha_1(t_1)}{\alpha_1(t_1) - \alpha_2(t_2)}} \tag{4}$$

1.2 Aspetos da oscila??o harm?nica amortecida com um termo de atrito constante

Integrando a equação 6 (pág. 10) obt?m-se a posi??o angular $\theta(t)$ do disco no instante t: $(W = \frac{2\pi}{T})$

$$\boxed{\theta(t) \approx \left(\frac{v_0\,e^{\lambda\,t}}{\sqrt{W^2 + \lambda^2}} + \frac{a_f}{W^2}\sqrt{1 + (t\,W)^2}\right)\sin(t\,W - \frac{\pi}{2})} \tag{5}$$

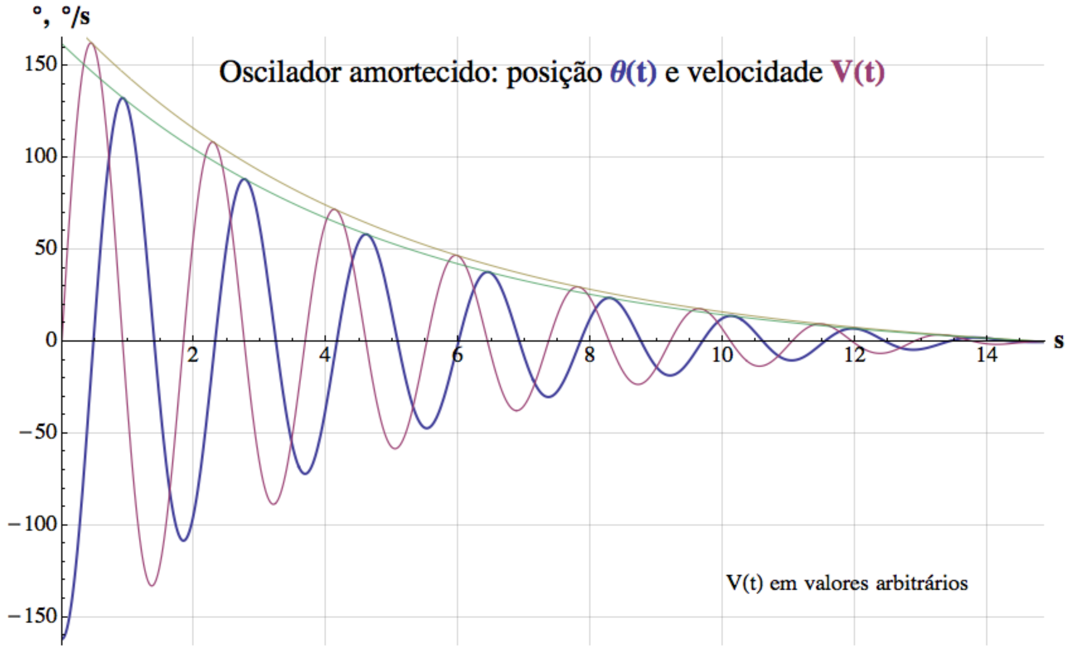


Figura 2. Posi??o angular $\theta(t)$ e velocidade linear $V(t)$ de rota??o do disco de Pohl, para as condi??es de i=0,40A e amplitude inicial 19. Nota: a velocidade est? com valores reduzidos para ficar na mesma escala.

Para determinar a constante de amortecimento λ deve medir-se o tempo t_f que o oscilador demora a parar: introduzindo na equação 5 (pág. anterior) $\theta(t_f) = 0$ e considerando que $W \gg \lambda$, deduz-se uma rela??o que permite estimar λ:

$$\lambda = \frac{1}{t_f} \ln \left(-\frac{a_f}{v_0} \frac{\sqrt{W^2 + \lambda^2}}{W^2} \sqrt{1 + (t_f W)^2} \right) \Rightarrow \lambda \approx \frac{1}{t_f} \ln \left(\frac{-a_f}{v_0 W} \sqrt{1 + (t_f W)^2} \right)$$

A sua utiliza??o depende do conhecimento ? priori do valor da desacelera??o por fric??o a_f, caracter?stica de cada disco de Pohl, pois tanto W como v_0 s?o mensur?veis em cada experi?ncia.

2 Procedimentos Experimentais

NOTA Explicativa: Como o detalhe dos procedimentos está no protocolo, deve apenas incluir uma *breve* descrição dos mesmos. Porém, deverá elaborar mais as situações em que os procedimentos efetuados não seguiram o protocolo, ou se há razões para explicitar melhor o que realizou. *Exemplos:*

Para estudar o momento de in?rcia num movimento circular, foi usada uma barra em rota??o, com duas massas maiores M ? mesma dist?ncia do centro de rota??o. O sistema foi colocado em movimento com outra massa m que o puxava enquanto ca?a. Assim, procedeu-se da seguinte maneira:

- √ mediu-se o atrito de fric??o do sistema F_f,
- √ mediu-se o atrito aerodin?mico F_{aero} que ? proporcional ao quadrado da velocidade linear $v(r)$ de um ponto da barra ? dist?ncia r do centro,
- √ mediu-se a forma da barra.

2.1 Medi??es e Dados Obtidos

NOTA Explicativa: O ideal será incluir todos os dados experimentais obtidos mas isso é muitas vezes impraticável, e noutras vezes nem é desejável. Além disso demora-se algum tempo a copiar as tabelas de todos os dados obtidos para o texto, devido à sua quantidade. Dependendo da situação, devem ou podem ser apenas incluídos:

- Um resumo com os mais significativos.
- Agrafar fotocópias do caderno, como anexo.
- Agrafar a lista impressa dos mesmos, como anexo.
- Colocá-los online para se poderem consultar, incluíndo o endereço `url`[1] nas referências.

2.1.1 Medi??o de oscila??es harm?nicas com o disco de Pohl

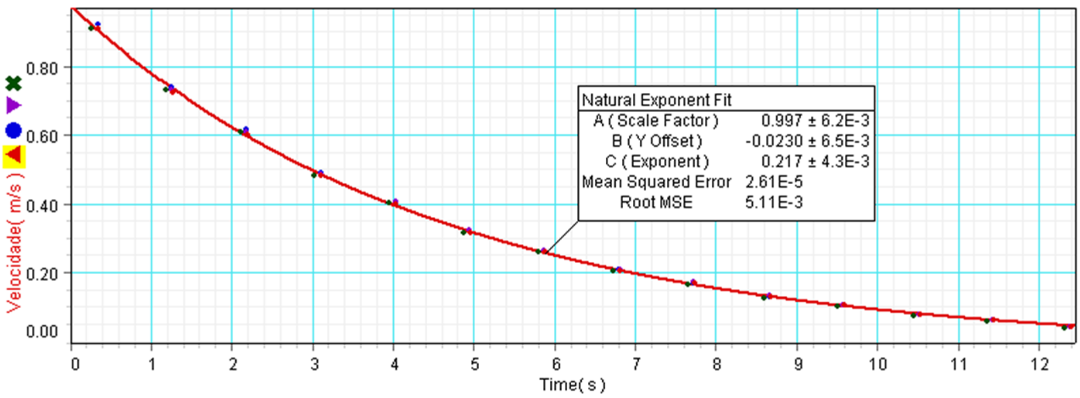


Figura 3. Velocidade linear m?xima de rota??o do disco de Pohl (m/s), em fun??o do tempo.

Lan?ando o disco de Pohl com amortecimento (corrente no eletro?man $i = 0{,}40$ A), observa-se a velocidade m?xima a diminuir em cada oscila??o, ou seja, desacelera??o for?ada descrita por uma fun??o exponencial, como se constata na figura 3.

2.1.2 A Medi??o da Expans?o do Universo

Os nossos dados s?o os melhores do mundo. Apesar de haverem *ligeiros* problemas nas medi??es, os resultados obtidos s?o t?o bons que ser?o apresentados numa confer?ncia internacional sobre Cosmologia Experimental. Encontram-se na tabela 1 os resultados das medi??es efetuadas:

t (s)	ω (rad/s)	Ω
0,1	$17{,}8 \times 10^1$	0,30
0,4	$34{,}1 \times 10^2$	0,31
0,5	$56{,}2 \times 10^2$	0,29

$\hbar$ (J.s)	$\lvert\overrightarrow{v}\rvert_{max}$(m/s)	a (m/s^2)
0,100	17,8	0,030
0,410	34,1	0,031
0,578	56,2	0,029

Tabela 1. Medi??es da rota??o ω do universo e da sua densidade energ?tica relativa Ω, obtidas com o telesc?pio de 20 metros de di?metro no laborat?rio C1.4.31 da FCUL.

2.1.3 Dados do per?odo e velocidade m?xima do p?ndulo

Os colegas Eduardo, Andr? e Jo?o mediram o per?odo do pequeno p?ndulo em cima da bancada, a quem se agradece muito partilharem os dados.

T_1 (s)	V_1 (m/s)		T_2 (s)	V_2 (m/s)	
1,3447	0,1523	0,1339	1,1486	0,2747	0,1605
1,3444	0,1531	0,1351	1,1487	0,2740	0,1553
1,3445	0,1515	0,1327	1,1484	0,2653	0,1543
1,3447	0,1515	0,1333	1,1482	0,2646	0,1493
1,3446	0,1493	0,1316	1,1483	0,2577	0,1484
1,3445	0,1493	0,1327	1,1480	0,2577	0,1443
1,3445	0,1478	0,1304	1,1480	0,2494	0,1425
1,3445	0,1485	0,1316	1,1479	0,2488	0,1385
1,3444	0,1463	0,1288	1,1478	0,2410	0,1368
1,3445	0,1471	0,1304	1,1477	0,2398	0,1330
1,3444	0,1456	0,1282	1,1474	0,2331	0,1316
1,3444	0,1463	0,1293	1,1472	0,2320	0,1277
1,3445	0,1442	0,1271	1,1470	0,2252	0,1272
1,3445	0,1449	0,1282	1,1465	0,2232	0,1225
1,3445	0,1429	0,1261	1,1460	0,2179	0,1221
1,3444	0,1442	0,1271	1,1453	0,2155	0,1176
1,3444	0,1415	0,1250	1,1454	0,2101	0,1174
1,3444	0,1422	0,1261	1,1455	0,2083	0,1115
1,3444	0,1408	0,1240	1,1447	0,2024	0,1112
1,3443	0,1415	0,1255	1,1449	0,2008	0,1059
1,3443	0,1395	0,1230	1,1446	0,1949	0,1064
1,3444	0,1408	0,1240	1,1443	0,1938	0,1019
1,3443	0,1389	0,1220	1,1444	0,1876	0,1017

Tabela 2. Dados obtidos no primeiro ensaio de medi??o do per?odo com o DataStudio. **Nota:** Os valores de velocidade e per?odo n?o foram obtidos durante o mesmo ensaio. Os da velocidade V_1 s?o do ensaio realizado com o comprimento do fio $l = 50$ cm e os da V_2 s?o para $l = 24{,}2$cm

2.1.4 Dados da Conserva??o da Energia Mec?nica

No laborat?rio utilizou-se uma calha de ar inclinada de um ?ngulo α, na qual foram lan?ados um carrinho em deslize (sem rota??o), uma esfera e um cilindro, ambos em rota??o. Foi sempre medida a posi??o inicial (de repouso) na calha em rela??o ? posi??o final, a do fotoporta que media a velocidade e que permaneceu fixo na parte inferior da calha em todos os lan?amentos. A dist?ncia da posi??o inicial foi medida com a fita m?trica que existe ao longo da calha. Os resultados das experi?ncias foram gentilmente cedidos pelas colegas Elsa, In?s e V?nia, a quem se agradece muito.

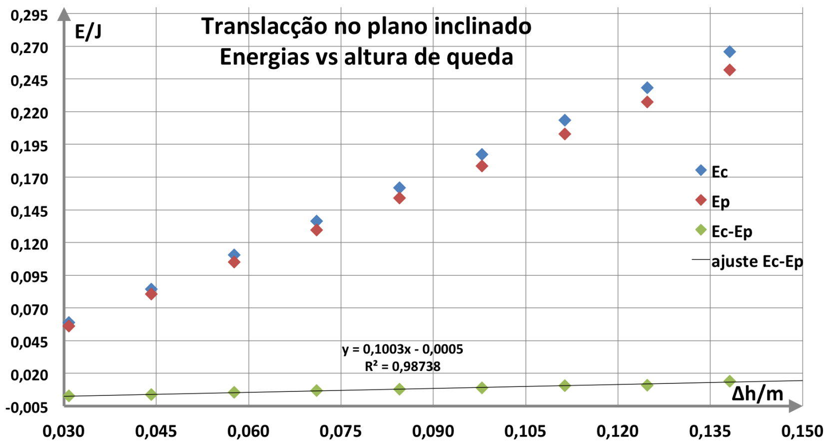


Figura 4. Lan?amentos do Carrinho no plano inclinado: energias cin?tica final (Ec), potencial inicial (Ep) e a sua diferen?a (Ec-Ep) em Joules, em fun??o da altura relativa de queda Δh(m). Par?metros originais.

Para o lan?amento do carrinho os resultados encontram-se no gr?fico 4: torna-se estranho que exista mais energia cin?tica (? chegada) do que a potencial inicial.

No lan?amento da esfera em transla??o e rota??o os resultados constam na figura 5. Note-se que a medi??o referente aos 2,8 cm de altura deve ter sido mal feita, devido ao desvio inverso ao comportamento dos outros dados. Novamente h? um aumento de energia total do sistema: a cria??o de energia a partir do nada d? um Pr?mio Nobel!

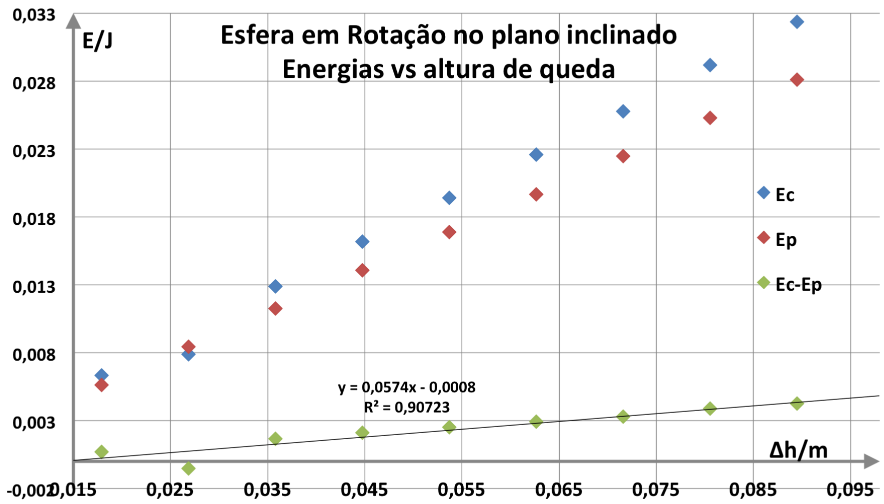


Figura 5. Esfera com rota??o no plano inclinado: energias cin?tica final (Ec), potencial inicial (Ep) e a sua diferen?a (Ec-Ep) em Joules, em fun??o da altura relativa de queda Δh(m). Par?metros originais.

O lan?amento do cilindro a diversas alturas iniciais teve os resultados apresentados na figura 6. Nesta situa??o aparece uma perda de energia total: a energia cin?tica E_c final ? inferior ? energia potencial E_p inicial, o que est? de acordo com o expect?vel: perda de energia total por atrito de rolamento e um pouco de atrito aerodin?mico (pouco, devido ? baixa velocidade).

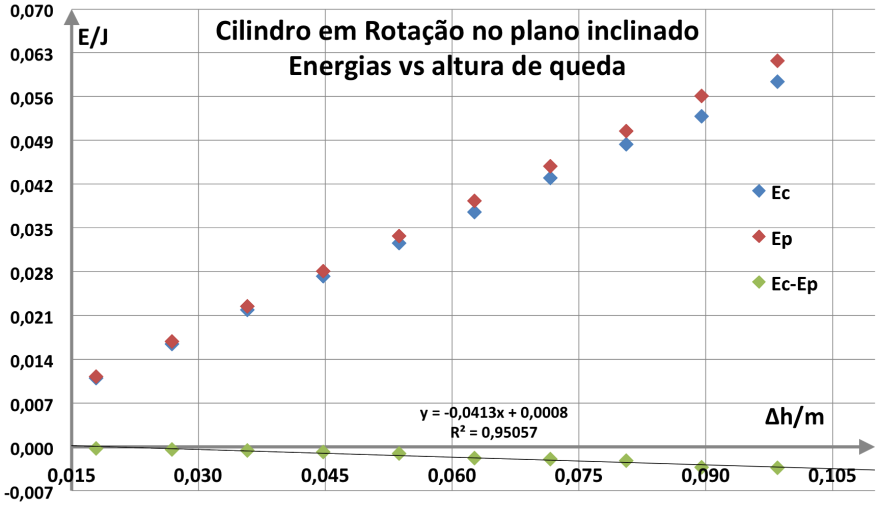


Figura 6. Cilindro com Rota??o no plano inclinado: energias cin?tica final (Ec), potencial inicial (Ep) e a sua diferen?a (Ec-Ep) em Joules, em fun??o da altura relativa de queda Δh(m). Par?metros originais.

3 An?lise de Resultados

NOTA Explicativa: Os resultados são produzidos recorrendo a tabelas e análise estatística dos valores medidos, aos parâmetros de ajuste aos dados e visualizados em gráficos, e finalmente usados nas equações físicas adequadas. Deve-se depois discutir em detalhe os resultados que se deduzem dos valores obtidos:

- Ao deduzir o mesmo parâmetro por duas vias, compará-los e discutir qual deles é melhor.
- Comparar os valores obtidos com os valores esperados, se for caso disso.
- Discutir a razão que fundamenta desvios sistemáticos nos resultados obtidos, se existirem.

3.1 Resultados do Oscilador Harm?nico Amortecido

Aos dados obtidos ajustou-se uma equa??o que descreve a desacelera??o for?ada do disco de Pohl (com corrente el?trica $i = 0{,}40$ A, no eletro?man). A fun??o da velocidade $v(t)$? do tipo:

$$\boxed{v(t) = (v_0.e^{\lambda t} + a_f.t)\sin(W.t)} \tag{6}$$

Repare-se que a 1^a velocidade m?xima que se mede, v_{m1}, ocorre na 1^a oscila??o correspondente a t=T/4 (veja-se a figura 2, pág. 6). A fun??o exponencial observada na figura 7 (pág. seguinte) tem par?metros muito pr?ximos dos obtidos com o programa *DataStudio* (par?metros A, B, C, cujos valores est?o apresentados na figura 3, pág. 7). A vantagem ? que neste ajuste o valor do par?metro a_f foi mantido constante, pois ? $\approx$ o mesmo para todos os lan?amentos. Isto permite que os dados experimentais sejam usados na determina??o de valores mais robustos para v_0 e λ: note-se que a incerteza Δ_p nos par?metros ajustados varia com $\Delta_p \sim \frac{\sigma}{\sqrt{N-N_p}}$, onde σ ? o desvio padr?o dos res?duos no ajuste, N ? a quantidade de dados usados e N_p a quantidade de par?metros a determinar. Neste caso, o ajuste feito com *Mathematica* d?:

A= $v_0 = +0{,}9687$ m/s, que ? o par?metro da velocidade. Note-se que ? superior ao primeiro valor medido (no instante $t = T/4$), porque o sistema perde energia continuamente.

B= $a_f = -0{,}0027\,\mathrm{m/s^2}$, que representa a acelera??o da fric??o mec?nica na rota??o. Foi previamente determinado com os dados de todos os lan?amentos feitos.

C= $\lambda = -0{,}2140\,\mathrm{s^{-1}} = \frac{1}{\mathrm{T_f}}$, onde $T_f = 4{,}673$ s, ? a constante de tempo da fric??o electromagn?tica.

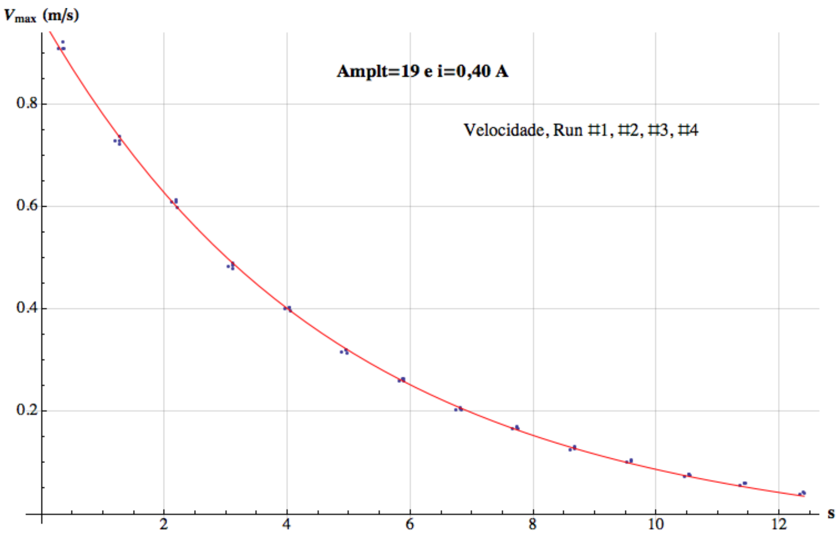


Figura 7. Velocidade linear m?xima (m/s) de rota??o do disco de Pohl, e ajuste da equa??o 6.

Este modelo funciona bem mesmo para atenua??es fracas, situa??o em que o modelo de ajuste no *DataStudio* (ou *Excel*) n?o funciona. Veja-se o caso duma corrente el?trica $i = 0{,}05$ A, na figura 8. Daqui deduzem-se os seguintes par?metros:

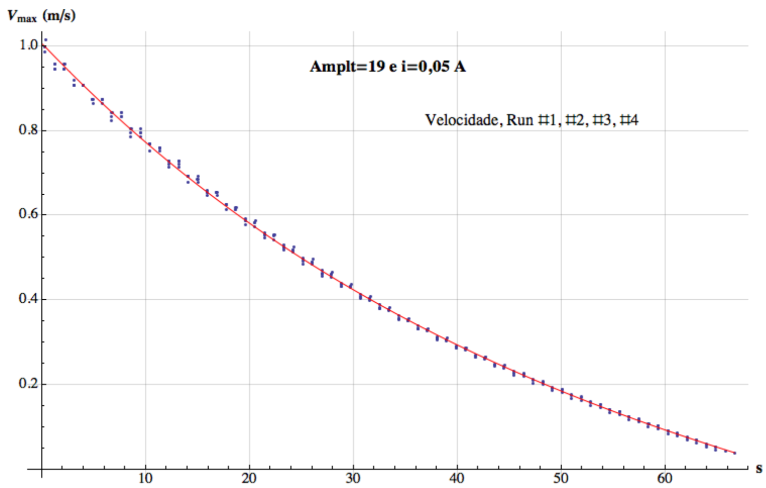


Figura 8. Velocidade linear m?xima do disco de Pohl com amortecimento fraco, e ajuste da equa??o 6

$v_0 = +1{,}0071$ m/s, ? o par?metro da velocidade.

$a_f = -0{,}0027\,\mathrm{m/s^2}$, acelera??o da fric??o mec?nica na rota??o, previamente determinada.

$\lambda = -0{,}0231\,\mathrm{s^{-1}} \Rightarrow \mathrm{T_f} = 43{,}3$ s = constante de tempo da fric??o electromagn?tica.

? evidente que uma atenua??o $\approx 10\times$ menor permite um coeficiente λ menor (neste fator), e um tempo de amortecimento X vezes maior, quando comparado com a primeira situa??o. O valor de X ? determinado igualando a velocidade m?xima nos dois casos. Escolhendo 0,03 m/s,

$$v1_0.e^{\lambda_1 t_1} + a_f.t_1 = v2_0.e^{\lambda_2 t_2} + a_f.t_2 = 0{,}03 \tag{7}$$

deduz-se que $X = t1/t2 = 12{,}68/67{,}44 = 5{,}32$, como se pode estimar pelos gr?ficos.

3.2 Resultados da acelera??o g e conserva??o de energia no p?ndulo

O histograma das 1038 medi??es do per?odo do p?ndulo grande no lab. C1.4.31 est? apresentado na figura 9. O valor m?dio deste per?odo leva a deduzir que:

$$\boxed{g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} = 9{,}8031 \pm 0{,}0003\,\mathrm{m/s^2}} \qquad (8)$$

onde $l = 3{,}3543 \pm 0{,}0003\,\mathrm{m}$ (*que foi medido com muito sacrif?cio!*) e $T = 3{,}6753 \pm 0{,}0003\,\mathrm{s}$. Dos 1038 dados iniciais, 10 valores foram rejeitados por estarem desviados da m?dia mais de $3{,}33\,\sigma$ e, estatisticamente, nenhum caso destes deveria ter ocorrido [2]. A incerteza relativa de g demonstra a ?ptima qualidade do resultado: (da equação 8)

$$\Delta g_{rel} = 0{,}017\,\%$$

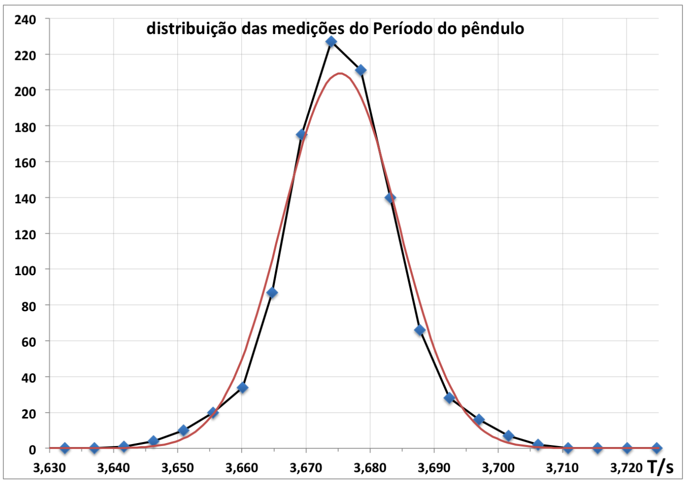


Figura 9. Histograma com a distribui??o dos per?odos medidos. Note-se a distribui??o gaussiana que se aproxima bastante bem ao histograma dos dados.

A conserva??o da energia no p?ndulo tamb?m *n?o* se verifica. Na tabela 2 (pág. 8) nota-se que apesar do per?odo se manter praticamente constante, em acordo com o resultado para pequenas oscila??es, a velocidade m?xima diminui em cada passagem. Isto corresponde a perda de energia total no movimento, essencialmente por fric??o aerodin?mica: nota-se bem nestes dados que a perda de velocidade ? mais r?pida em V_2, pois inicia o movimento com um valor superior ao de V_1. Mesmo no p?ndulo grande com $l = 3{,}5\,m$ e de baixo atrito, essa perda ? bem vis?vel, como se constata na figura 10.

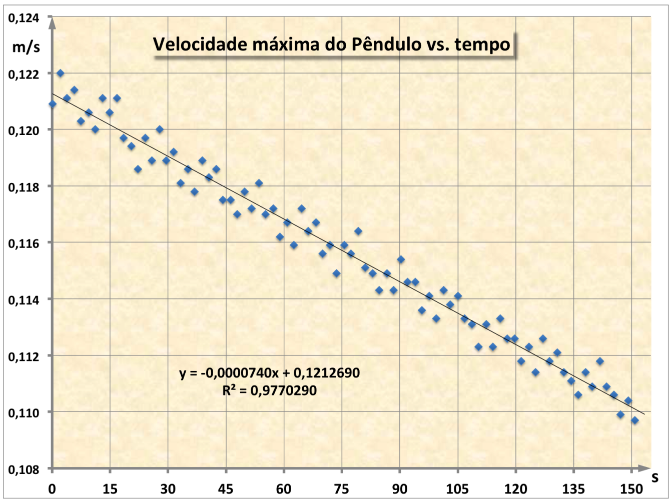


Figura 10. Perda de energia cin?tica: velocidade m?xima do p?ndulo grande, e ajuste de uma reta.

3.3 Resultados da Conserva??o da Energia Mec?nica

Um dos principais problemas na verifica??o da conserva??o da energia total est? no c?lculo das energias, tanto a cin?tica como a potencial. O valor da energia cin?tica prov?m do valor medido da velocidade, que ? obtida pela raz?o entre o espa?o percorrido pela palheta em frente ao fotoporta. No caso do carrinho n?o existe grande incerteza dada a forma simples da palheta. Os casos da esfera e da cilindro s?o mais problem?ticos pois assume-se que a luz do fotoporta ? cortada pelo di?metro destes objetos (valor que ? usado no *DataStudio* para calcular a velocidade), quando *n?o h? certeza de se ter colocado o fotoporta exatamente nessa altura.*

O valor da energia potencial depende da diferen?a de alturas entre a posi??o inicial (de lan?amento) e a do fotoporta (final). Estas alturas tanto foram medidas com fita m?trica em rela??o ao tampo da bancada, como atrav?s por trigonometria usando o ?ngulo de inclina??o da calha de ar e a dist?ncia linear (sobre a calha) entre as duas posi??es. A margem para incerteza ? grande!

Para minimizar estes erros, come?a-se pelo par?metro que afecta todas as experi?ncias e com o caso mais simples, o do carrinho, pois a incerteza prov?m, quase s?, da inclina??o α da calha. Escolheu-se um valor de α que minimizasse as diferen?as entre os valores de energia, mas *impondo a condi??o* $E_c \leq E_p$, visto haver perdas por atrito. Assim, em vez do valor inicialmente medido $\alpha_m = 5{,}135^o$, usou-se $\alpha = 5{,}418215^o$, cujo resultado apresenta-se no gr?fico da figura 11 (pág. seguinte). Esta pequena diferen?a traduz-se num desn?vel (a mais) entre os extremos da calha de 9,8 mm, que poder? ser devido ? n?o horizontalidade das bancadas entre si e dos pr?prios tampos (?), que n?o se medem com o procedimento habitual, ou erros nas medi??es efetuadas. Note-se que mesmo assim, ainda h? uma perda sistem?tica de energia de 0,0016 J, em cada lan?amento do carrinho. Este facto poder? denunciar um enviesamento na medi??o das dist?ncias entre os pontos de lan?amento e da fotoporta...

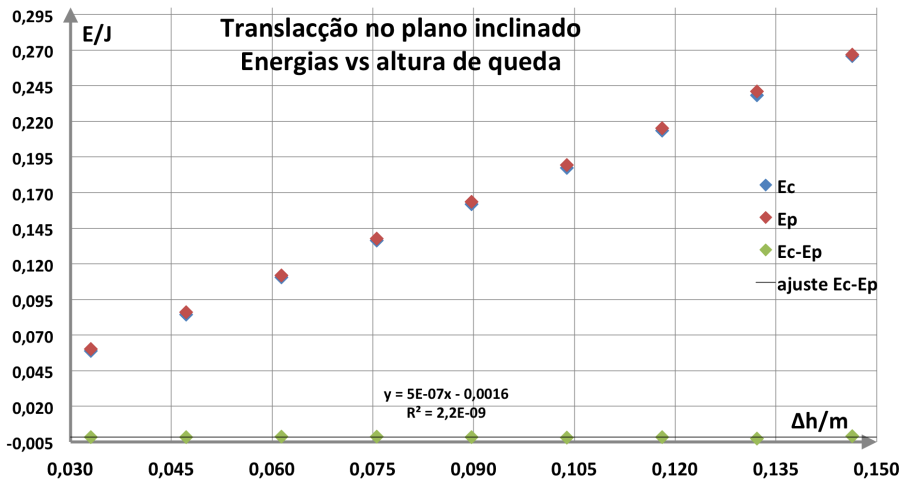


Figura 11. Lan?amentos do Carrinho no plano inclinado: energias cin?tica final (Ec), potencial inicial (Ep) e a sua diferen?a (Ec-Ep) em Joules, em fun??o da altura relativa de queda Δh(m). Par?metros corrigidos.

Nos lan?amentos da esfera e do cilindro foi introduzido o valor de α acima mencionado. Contudo, para encontrar uma solu??o satisfat?ria foi necess?rio considerar que a luz do fotoporta passava numa corda (do objeto) de comprimento D' diferente do seu di?metro D, em todas as experi?ncias realizadas. Teoricamente, a velocidade medida na corda D' ? a mesma que a velocidade do objeto $v = D/\Delta t = D'/\Delta t'$. Por?m, o valor de velocidade apresentado pelo *DataStudio*, $v' = D/\Delta t'$, ? diferente de v, pelo facto de se lhe ter introduzido o di?metro D em vez de D', *que era desconhecido*. A rela??o entre as duas ser?:

$$v' = \frac{D}{\Delta t'} = \frac{D}{D'}\frac{D'}{\Delta t'} = \frac{D}{D'}v \;\Leftrightarrow\; v = \frac{D'}{D}v'$$

Para os dados obtidos, encontrou-se o valor D' que minimiza as diferen?as entre os valores de energia, mas *impondo a condi??o* $E_c \leq E_p$, visto haver perdas por atrito. Note-se que esta metodologia no tratamento de dados **n?o ? boa** para quem fez as experi?ncias largando o objeto sempre da mesma posi??o inicial e colocando o fotoporta ao longo da calha. Nessa situa??o, o valor de D' foi diferente para cada posi??o final escolhida, devido ao ajustamento constante na altura do fotoporta.

Para o lan?amento da esfera em rota??o, apresentam-se na figura 12 os resultados tratados com D'=19,12 mm, valor da corda que passou no fotoporta ao inv?s do di?metro D=20,0 mm da esfera. ? evidente que a medi??o referente aos 2,8 cm de altura mant?m o desvio desproporcionado ao dos outros dados, mas corrigiu-se o aumento da energia total do sistema: parece haver uma perda sistem?tica de 0,0007 J. O declive positivo est? a ser for?ado pelo valor[1] a $\Delta h = 2{,}8$ cm.

[1]Tudo indica que esta medi??o ficou mal feita e por isso o valor est? muito desviado dos outros.

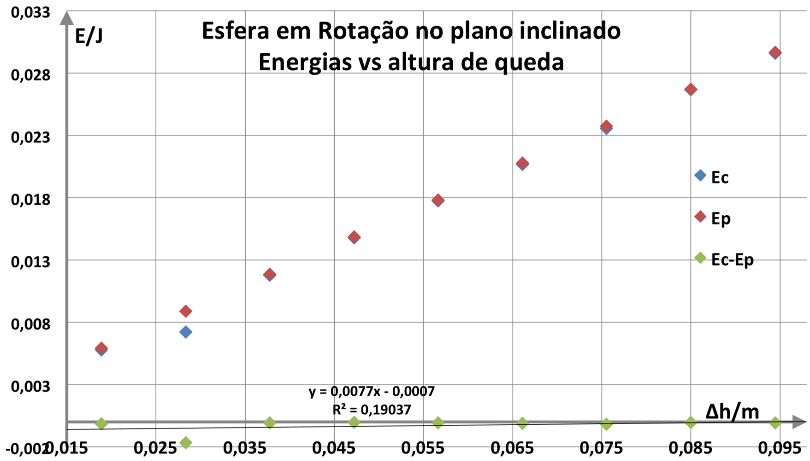


Figura 12. Esfera em rota??o no plano inclinado: energias cin?tica final (Ec), potencial inicial (Ep) e a sua diferen?a (Ec-Ep) em Joules, em fun??o da altura relativa de queda Δh(m). Par?metros corrigidos.

Com os dados do lan?amento do cilindro a diversas alturas iniciais procedeu-se da mesma maneira, introduzindo-se D'=20,40 mm, como valor da corda que passou no fotoporta (deve incluir o pequeno anel de guiagem) ao inv?s do di?metro que o cilindro tem, D=19,64 mm, usado na figura 6 (pág. 10). Os resultados apresentam-se na figura 13 (pág. seguinte): nesta situa??o h? uma perda de energia total mais evidente: a diferen?a $E_c - E_p$ aumenta visivelmente com a altura do lan?amento.

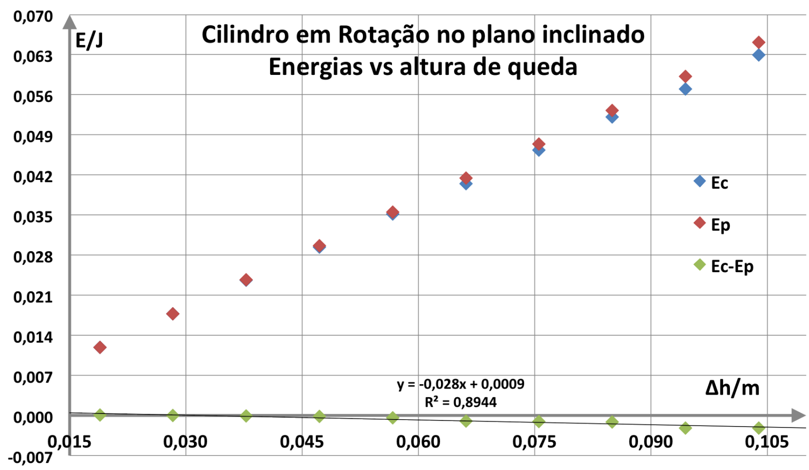


Figura 13. Lan?amentos do Cilindro no plano inclinado: energias cin?tica final (Ec), potencial inicial (Ep) e a sua diferen?a (Ec-Ep) em Joules, em fun??o da altura relativa de queda Δh(m). Par?metros corrigidos.

4 Discuss?o dos Resultados e Conclus?es

NOTA Explicativa: Baseando-se nos resultados deduzidos dos valores experimentais, devem-se discutir as implicações científicas dos mesmos, ou seja, a confirmação da lei física em causa, o grau de incerteza nessa conclusão, o que se poderia fazer para melhorar os resultados tanto na metodologia experimental como no tratamento de dados realizado.

1. Como o valor correcto[2] da acelera??o grav?tica para o 4^o piso do C1 ? $g = 9{,}8007\,\mathrm{m/s^2}$, o resultado

[2] medi??es gravim?tricas do Prof. Carlos Antunes, do DEGGE

obtido na equa??o 8 na página 12 tem um erro absoluto

$$\boxed{\Delta g_{abs} = 9{,}8031 - 9{,}8007 = +0{,}0024 \pm 0{,}0003\,\mathrm{m/s^2}} \tag{9}$$

que se deve ? conjun??o de Marte com Neptuno na semana em que a experi?ncia decorreu. *Ficou indubitavelmente provado* que a pequena atra??o destes dois planetas aumentou um pouco o valor de g no edif?cio C1.

2. As medi??es com a calha de ar inclinada permitiram demonstrar a conserva??o da energia total (mec?nica) no caso do carrinho, sendo necess?rio contudo, reajustar os par?metros experimentais que n?o foram (ou n?o podiam ser) medidos com grande rigor.

   Nos objetos com rota??o, mostrou-se que h? maior perda de energia no caso do cilindro, apesar da massa ser o dobro da da esfera. A nossa interpreta??o ? que durante a descida, os movimentos de oscila??o lateral faziam o anel de guiagem ir batendo no sulco, al?m da superf?cie de contacto com a r?gua ser maior. Por isso, as for?as de atrito foram mais intensas e, proporcionais ao espa?o percorrido (altura de largada), ou seja, o trabalho destas for?as ? realizado num percurso maior. No caso da esfera, o atrito limitou-se ao encosto da sua superf?cie nas quinas do sulco de guiagem na r?gua, que deve ser diminuto como os resultados demonstram (fig. 12 na página precedente).

3. A an?lise estat?stica dos resultados obtidos na tabela 1 (pág. 7) prova que o universo est? em *contra??o acelerada* e que o **colapso total** ocorrer? no pr?ximo m?s de Junho, antes dos exames finais na FCUL. Este resultado coloca em quest?o a cren?a generalizada na expans?o acelerada do universo. Contudo o pequeno grau de incerteza nestes resultados leva a *duvidar da pr?pria exist?ncia do universo observ?vel*, o que me impede de assistir ?s aulas nos pr?ximos 3 anos ♣.

4. Refor?a-se a ideia de que os resultados obtidos s?o t?o excecionais que ser?o apresentados na pr?xima confer?ncia planet?ria sobre Astrof?sica trans-observacional.

Referências

[1] Susana Marta, Ant?nio Maria, Joaquina R. Migueis, Manuel K. Jos?,*Dados da Experi?ncia da Conserva??o da Energia Mec?nica*, no site de acesso p?blico http://alunos.fc.ul.pt/f1234. Ou envie-nos um e-mail para joaquina.maria@gmail.com.

[2] Concei??o Abreu, Lu?s Matias, Lu?s Peralta, *F?sica Experimental, uma Introdu??o*, Ed. Presen?a, 1994.

[3] *Pendulum Motion* no site HyperPhysics do Department of Physics and Astronomy, Georgia State University, USA. http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/pend.html.