

Τεχνικές Βελτιστοποίησης – Εργασία 1^η

Θωμάς Κυριάκος Πραβινός

AEM: 9937

Χειμερινό Εξάμηνο, 2023-24

Εισαγωγή

Ζητούμενο της παρούσης εργασίας ήταν η ελαχιστοποίηση των δοθεισών συναρτήσεων στο διάστημα $[0, 3]$:

$$f_1(x) = (x - 1)^3 + (x - 4)^2 \cos(x)$$

$$f_2(x) = e^{-2x} + (x - 2)^2$$

$$f_3(x) = x^2 \cdot \ln(0.5x) + \sin(0.2x)^2$$

Η υλοποίηση πραγματοποιήθηκε στο περιβάλλον του Matlab και τα 4 θέματα της εργασίας εκτελούνται από τα αρχεία `issue1.m`, `issue2.m`, `issue3.m`, `issue4.m` για το καθένα αντίστοιχα.

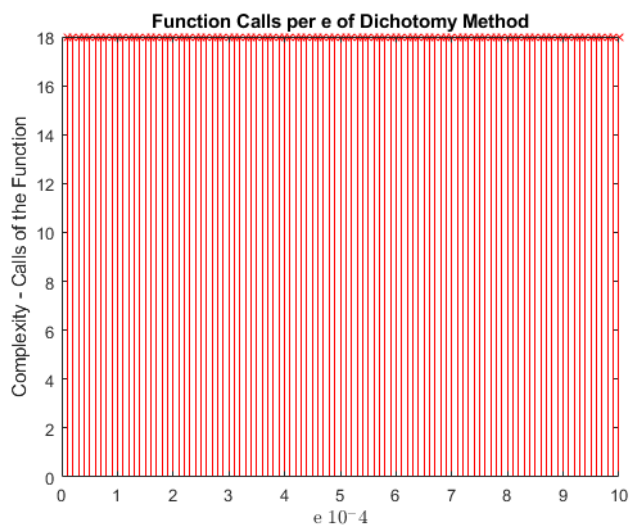
Θέμα 1

Στο πρώτο θέμα ζητείται να υλοποιηθεί ένας αλγόριθμος για την μέθοδο της διχοτόμου και να εφαρμοστεί στις 3 συναρτήσεις. Διατηρώντας σταθερό εύρος αναζήτησης $l = 0.01$ γίνεται αρχικά μελέτη κατά την μεταβολή της σταθεράς $\epsilon > 0$, για τιμές από 10^{-5} έως 10^{-3} .

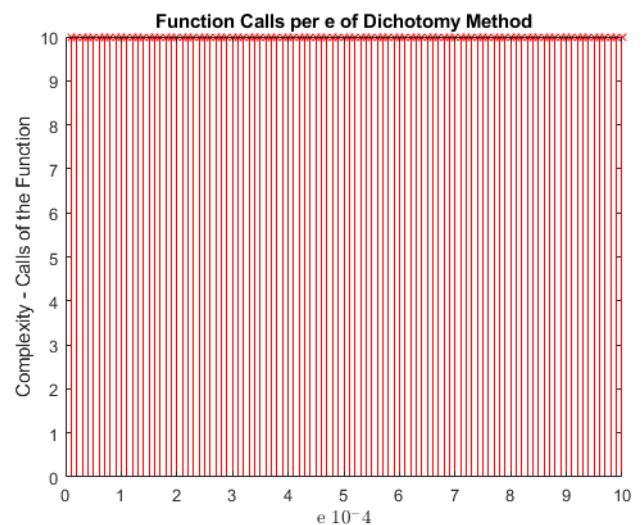
Μετά από τις δοκιμές φαίνεται ότι η διακύμανση της σταθεράς ϵ ο αριθμός κλήσεων της συνάρτησης δεν επηρεάζεται. Επίσης παρατηρείται ότι το διάγραμμα παραμένει όμοιο, ανεξάρτητα από την αντικειμενική συνάρτηση. άρα το συνολικό κόστος σε κλήσεις της αντικειμενικής συνάρτησης είναι ανεξάρτητο από την συνάρτηση αυτή καθ' αυτή.

Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής της σταθεράς ϵ .

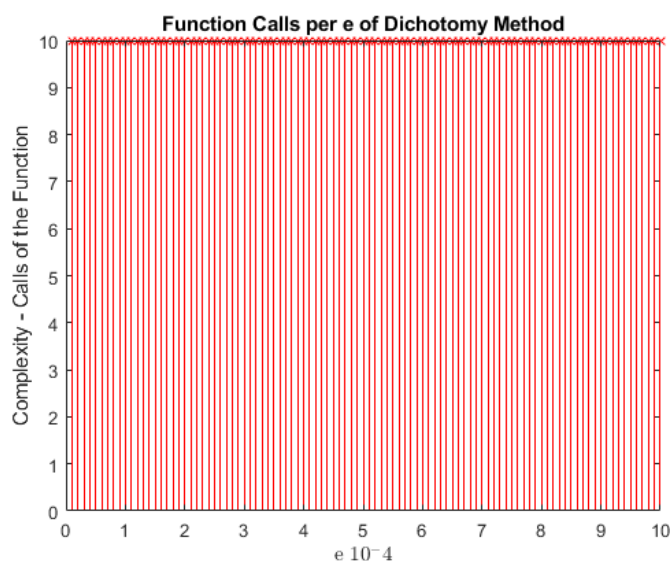
$f_1(x)$



$f_2(x)$



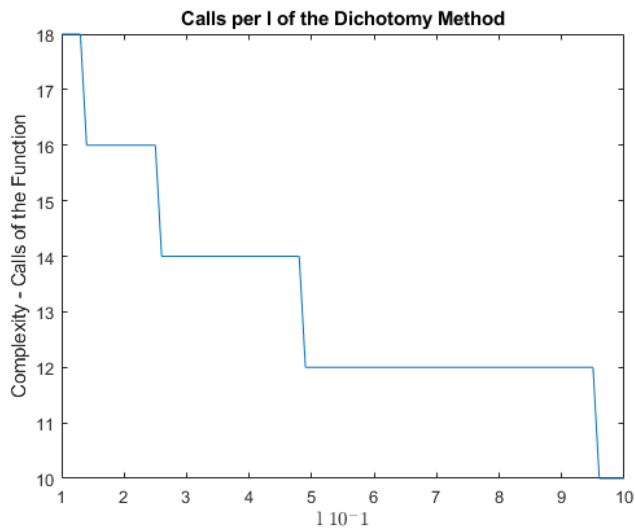
$f_3(x)$



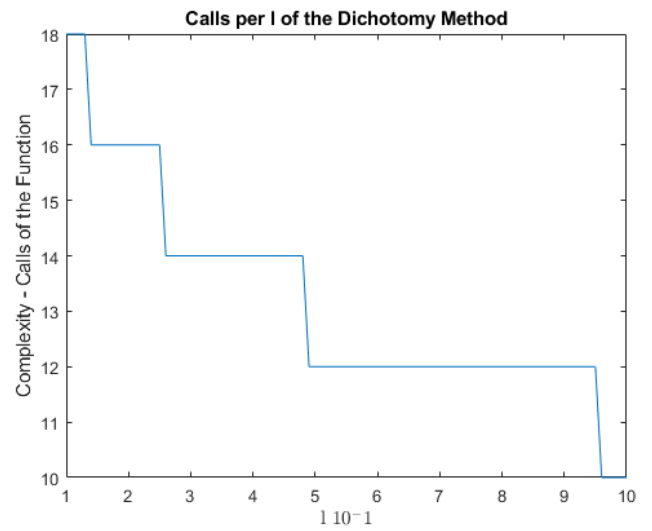
Διερεύνηση με σταθερό $\varepsilon = 0.001$, αλλά για μεταβολή του l , για το οποίο εύρος αναζήτηση επιλέχθηκαν τιμές στο διάστημα $[10^{-3}, 10^{-1}]$.

Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής του εύρους αναζήτησης l .

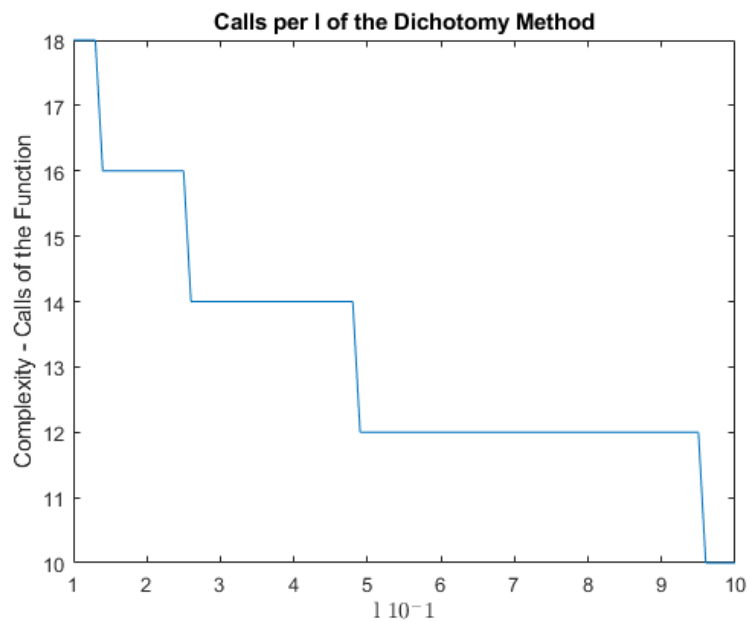
$f_1(x)$



$f_2(x)$



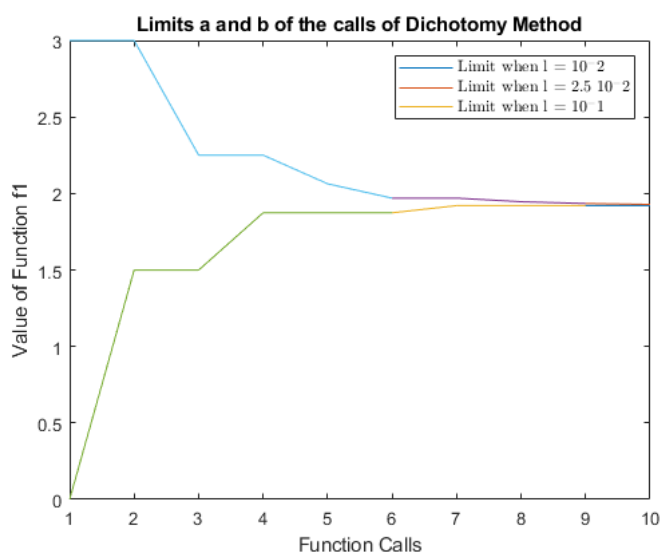
$f_3(x)$



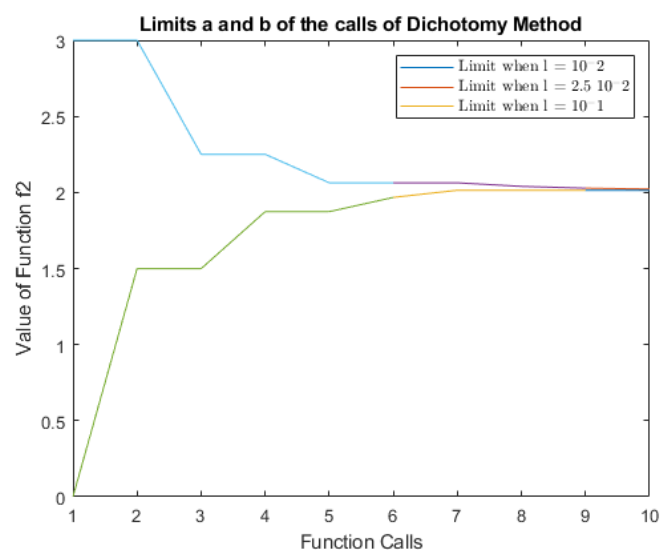
Για 3 τιμές του εύρους αναζήτησης $l = 10^{-2}$, $l = 2.5 \cdot 10^{-2}$, $l = 10^{-1}$ φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των άκρων $[a_k, b_k]$. Φάνηκε ότι με μεγαλύτερο l σταματάνε πιο σύντομα οι κλήσεις του αλγορίθμου.

Γραφικές παραστάσεις για τα άκρα $[a_k, b_k]$ με συγκεκριμένες τιμές για το εύρος αναζήτησης l .

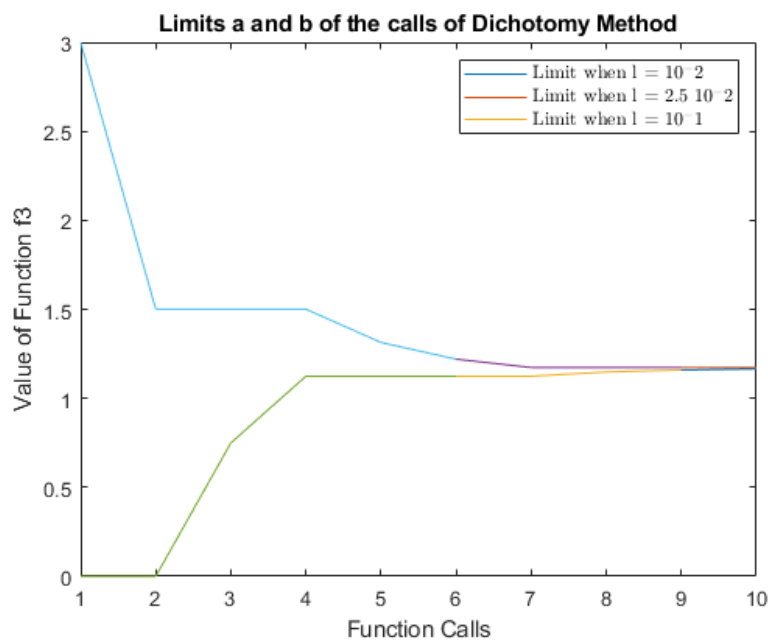
$f_1(x)$



$f_2(x)$



$f_3(x)$

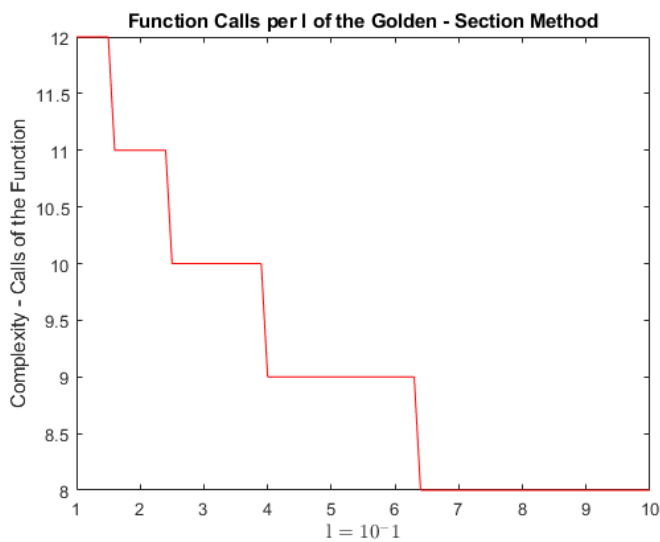


Θέμα 2

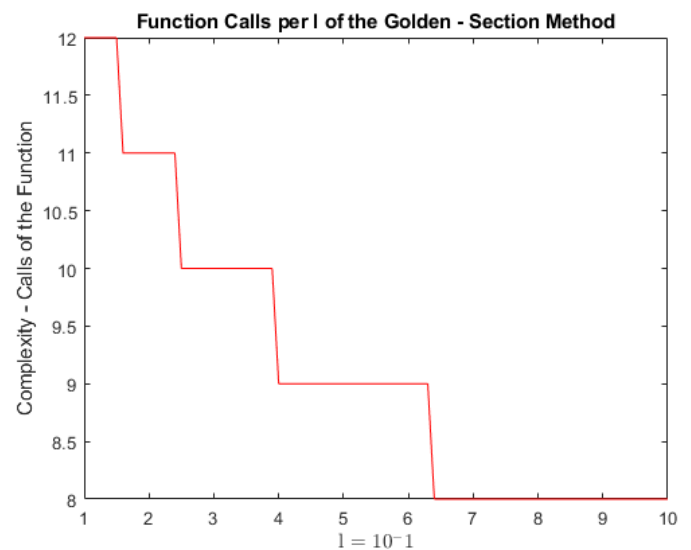
Στο δεύτερο θέμα διερευνήθηκαν οι κλήσεις των συναρτήσεων και τα άκρα του διαστήματος $[a_k, b_k]$ μόνον για μεταβολές στο εύρος αναζήτησης l , με την χρήση της Μεθόδου του Χρυσού Τομέα.

Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής του εύρους αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου Χρυσού Τομέα.

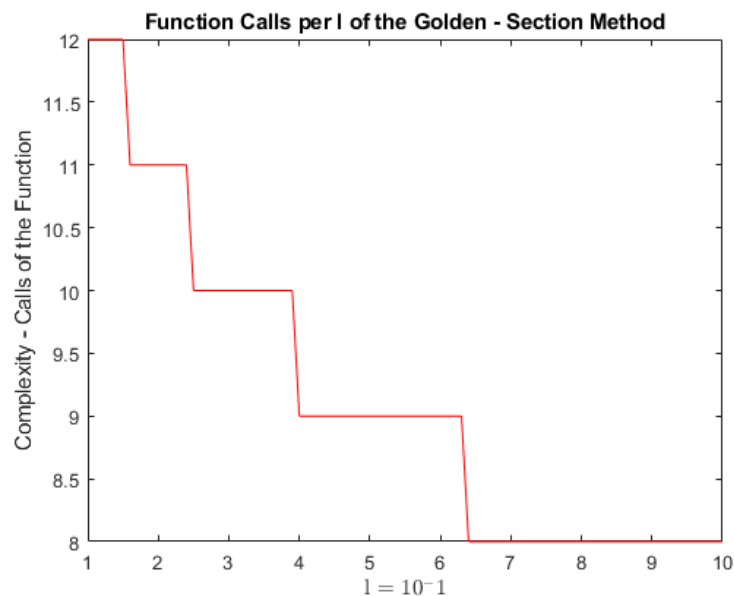
$f_1(x)$



$f_2(x)$

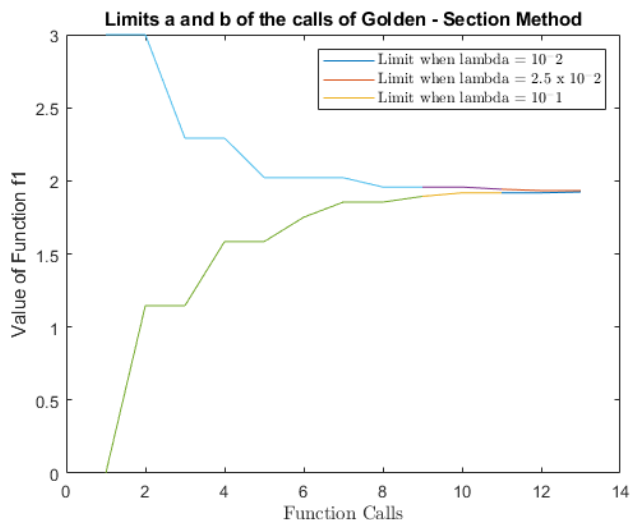


$f_3(x)$

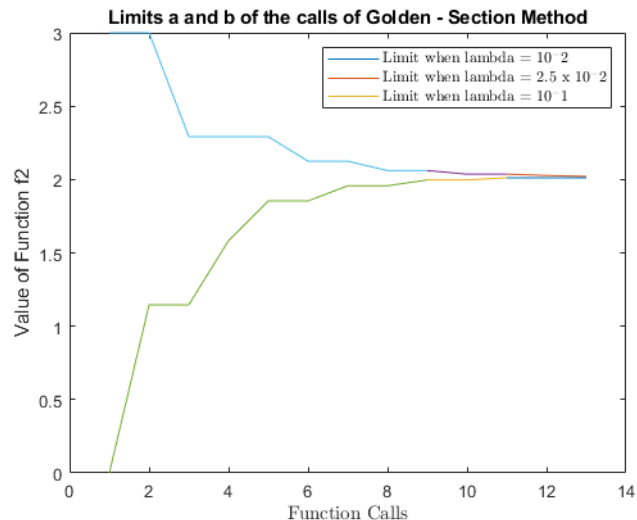


Γραφικές παραστάσεις για τα άκρα $[a_k, b_k]$ με συγκεκριμένες τιμές για το εύρος αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου του Χρυσού Τομέα.

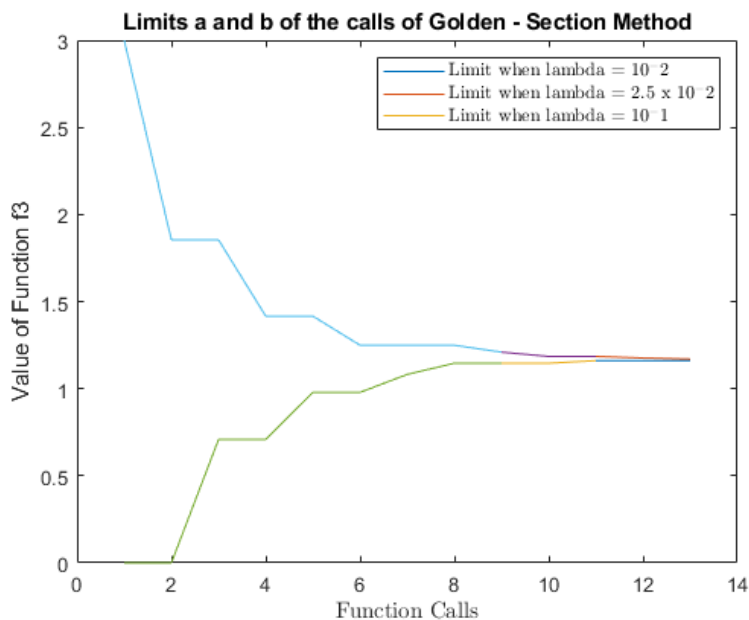
$f_1(x)$



$f_2(x)$



$f_3(x)$

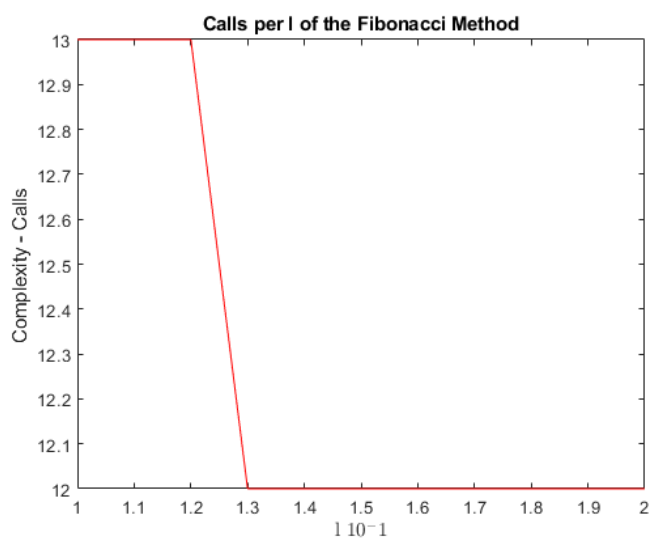


Θέμα 3

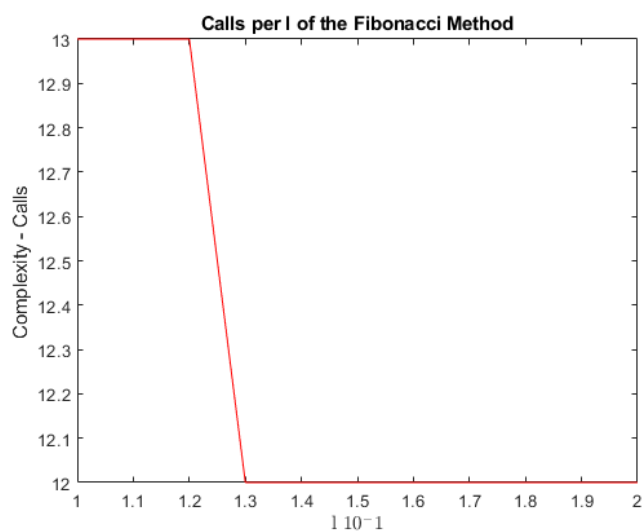
Αντίστοιχα με το δεύτερο θέμα, σε αυτήν την περίπτωση διερευνήθηκαν οι κλήσεις των συναρτήσεων και τα άκρα του διαστήματος $[a_k, b_k]$ μόνο για μεταβολές στο εύρος αναζήτησης l , αυτή τη φορά χρησιμοποιώντας την Μέθοδο Fibonacci.

Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής του εύρους αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου Fibonacci.

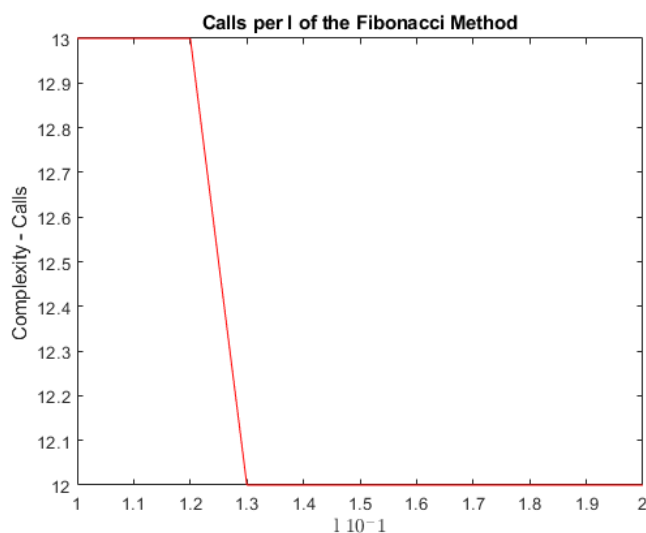
$f_1(x)$



$f_2(x)$

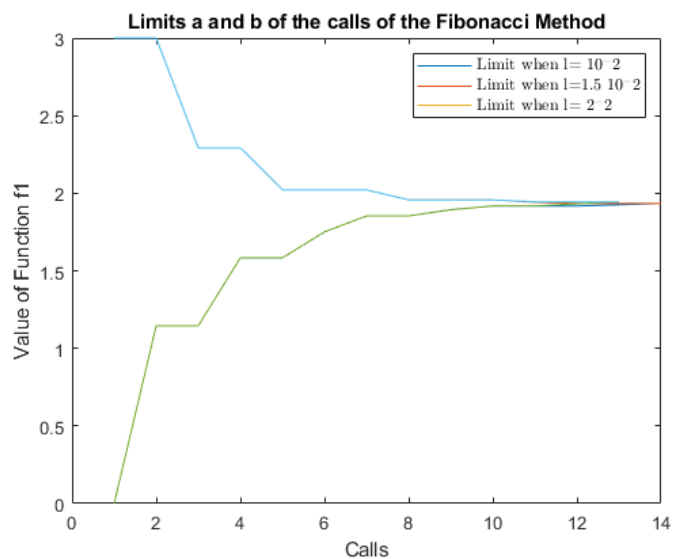


$f_3(x)$

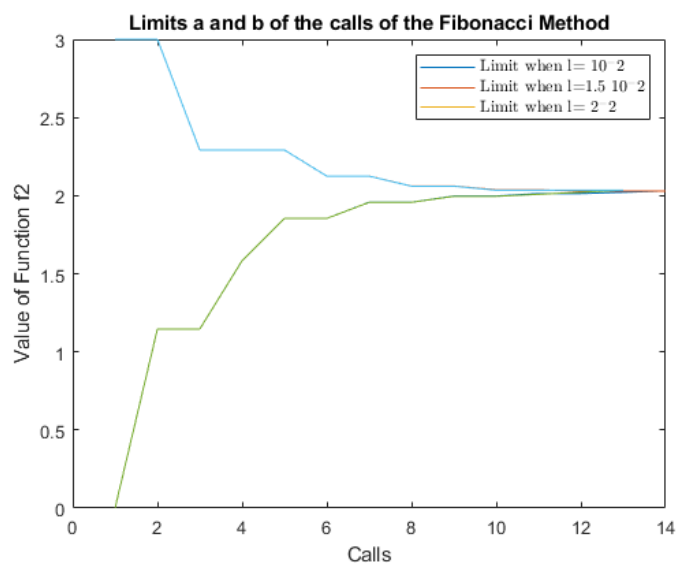


Γραφικές παραστάσεις για τα άκρα $[a_k, b_k]$ με συγκεκριμένες τιμές για το εύρος αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου Fibonacci.

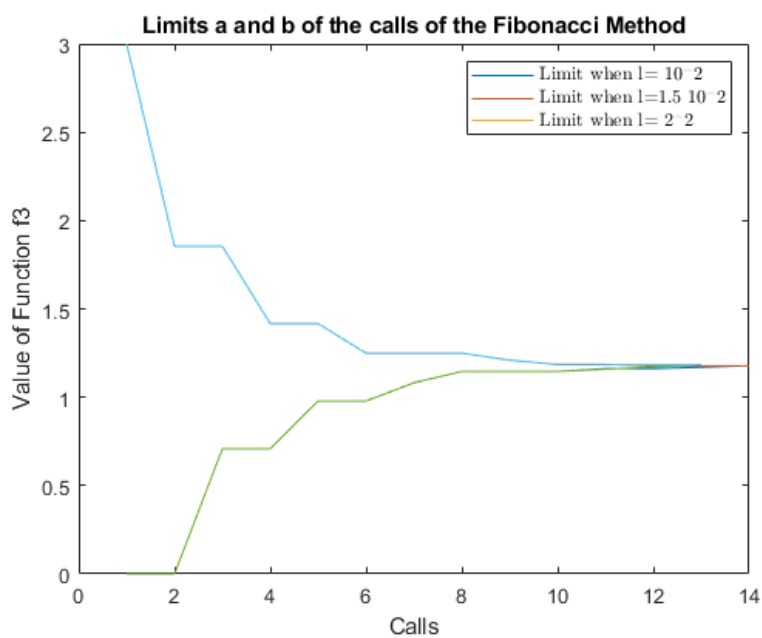
$f_1(x)$



$f_2(x)$



$f_3(x)$

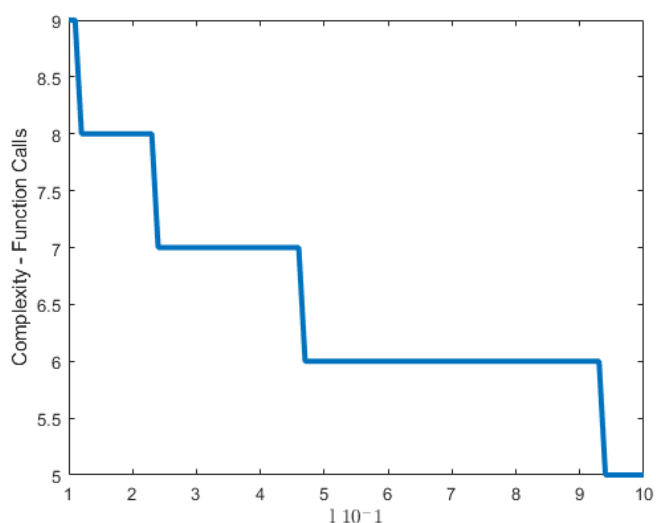


Θέμα 4

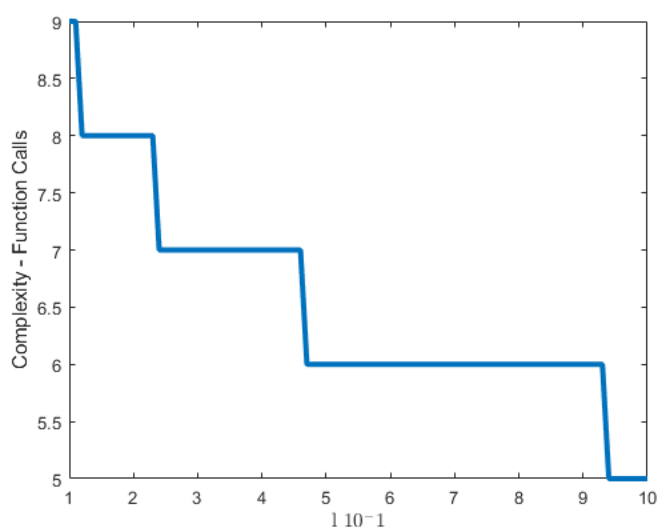
Στο τελευταίο θέμα διερευνήθηκαν οι κλήσεις των συναρτήσεων και τα άκρα του διαστήματος $[a_k, b_k]$ μόνον για μεταβολές στο εύρος αναζήτησης l , αυτή τη φορά χρησιμοποιώντας την Μέθοδο της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου.

Αποτελέσματα δοκιμών μετά μεταβολής του εύρους αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου.

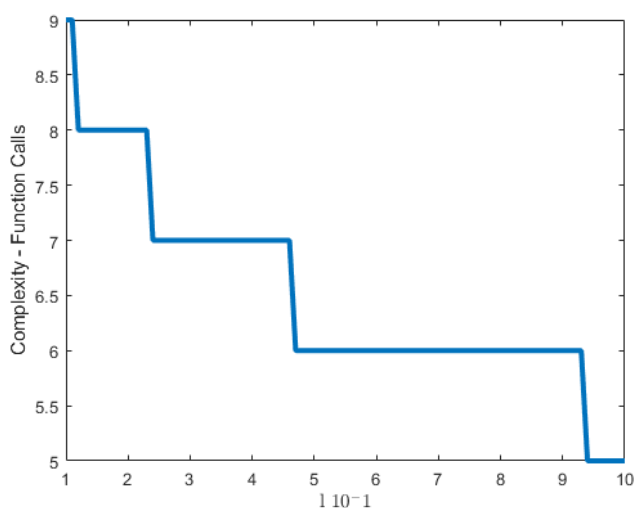
$f_1(x)$



$f_2(x)$

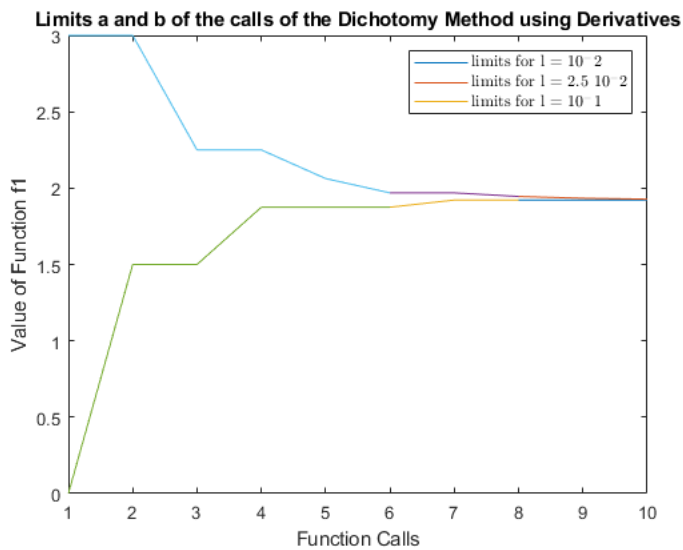


$f_3(x)$

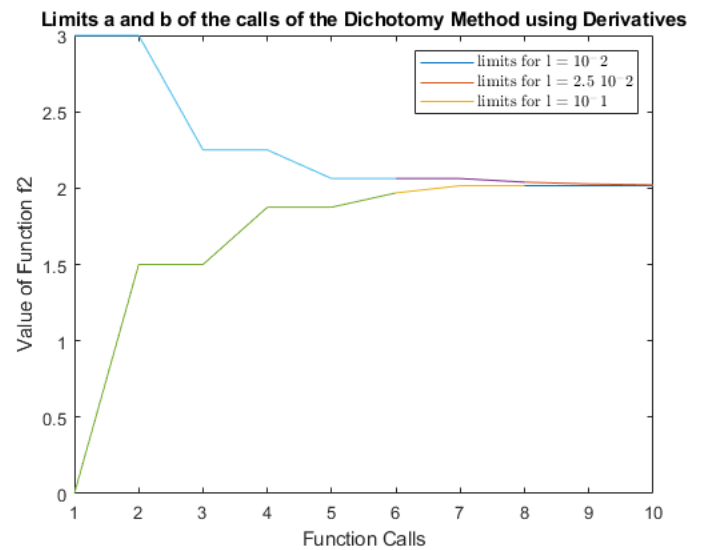


Γραφικές παραστάσεις για τα άκρα $[a_k, b_k]$ με συγκεκριμένες τιμές για το εύρος αναζήτησης l , με χρήση της Μεθόδου της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου.

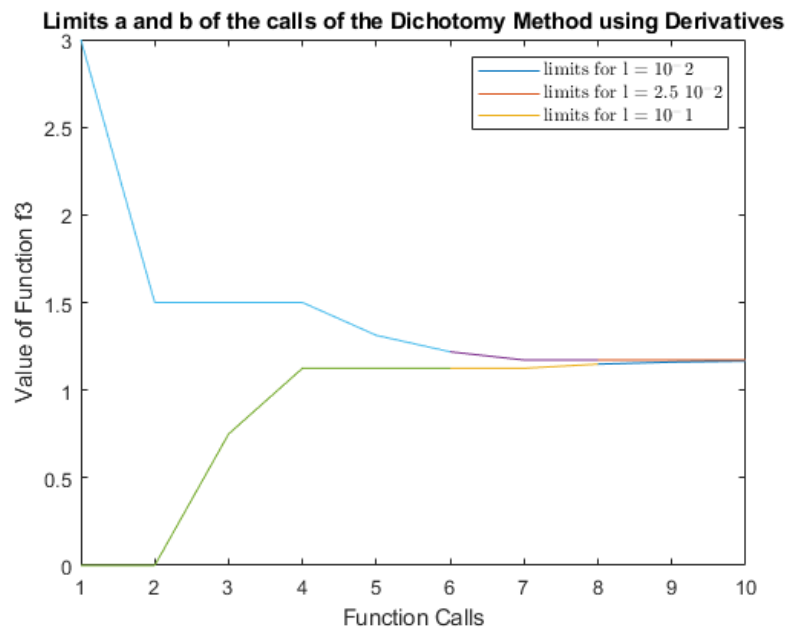
$f_1(x)$



$f_2(x)$



$f_3(x)$



Συμπεράσματα

- Μεταβολή της σταθεράς ϵ .

Φαίνεται από τα σχήματα ότι δεν υπήρξε σημαντική διαφορά για τις μεταβολές της σταθεράς ϵ , όταν αλλάζαμε τις συναρτήσεις και χρησιμοποιούσαμε την Μέθοδο της Διχοτόμου.

- Μεταβολή του εύρους αναζήτησης l .

Πάλι μέσα από τα σχήματα δεν παρατηρούνται διαφορές μεταξύ των αντικειμενικών συναρτήσεων, όταν χρησιμοποιούμε τον ίδιο αλγόριθμο. Παρατηρούνται όμως σημαντικές διαφορές από αλγόριθμο σε αλγόριθμο, με την Μέθοδο της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου να βρίσκει την αντικειμενική συνάρτηση με τις λιγότερες επαναλήψεις και είναι ο πιο αποτελεσματικός από τους 4 που χρησιμοποιήθηκαν. Ακολούθησαν οι Μέθοδος του Χρυσού Τομέα και του Fibonacci και τέλος την χειρότερη επίδοση είχε η απλή Μέθοδος της Διχοτόμου.

- Μεταβολή του εύρους αναζήτησης l για τα άκρα διαστήματος.

Από τα σχήματα και τις τελικές τιμές των άκρων φάνηκε πάλι να έχει την καλύτερη επίδοση η Μέθοδος της Διχοτόμου με χρήση Παραγώγου και να υστερούν οι υπόλοιπες μέθοδοι σε σχέση με αυτή. Συγκριτικά καλύτερη επίδοση παρουσίασε όμως η απλή Μέθοδος της Διχοτόμου, όντας πιο αποτελεσματική από τις άλλες δύο και φθάνει στο τελικό αποτέλεσμα με λιγότερες επαναλήψεις, αυτή και αυτή με χρήση Παραγώγου.