

# 基于 SQP 方法的常推力月球软着陆 轨道优化方法

孙军伟, 乔 栋, 崔平远

(哈尔滨工业大学 137 # 深空探测基础研究中心, 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 月球软着陆是未来月球探测中的一项关键技术。针对这项技术, 本文给出了一种基于 SQP 方法的常推力月球软着陆轨道优化方法。该方法通过将常推力月球软着陆轨道离散化, 利用离散点处状态连续作为约束条件, 把常推力月球软着陆轨道优化问题归结为一个非线性规划问题, 对于此问题的求解, 其初值均为有物理意义的状态和控制量, 从而避免了采用传统优化方法在解决此优化问题时对没有物理意义变量初值的猜测。最后, 利用 SQP 方法求解了此轨道优化问题。仿真计算结果表明这种离散化的方法应用于此轨道优化问题可以避免传统轨道优化方法对初值敏感的问题。

**关键词:** 月球软着陆; 常推力; 轨道优化; SQP 方法

**中图分类号:** V412.41

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-1328(2006)01-0099-04

## 0 引言

20 世纪 60 年代前苏联发射的“月球 9 号”飞行器首次完成了在月球上的软着陆。其后, 美国也顺利实现了无人探测器的月球表面软着陆, 继而实施的“阿波罗”计划将人类送上月球。继 20 世纪 90 年代, 美国以“克莱门汀”和“月球探测器”等探测器开始重返月球的计划之后, 日本和欧空局等研究机构也提出了自己的月球探测计划。我国的探月工程已于 2004 年启动, 根据开展月球探测工程的基本原则, 月球探测工程将分为“绕”、“落”、“回”三个阶段实施。在“落”和“回”这两个阶段里, 在月球表面实施软着陆是一项关键技术。由于月球没有大气, 所以只能通过着陆器自身的发动机来制动。因此, 如何设计一条燃料最优的着陆轨道, 完成对月球土壤的取样等科学任务, 确保某些有效载荷安全着陆在月面, 至关重要。

一些学者对此进行了研究。其中, 王大轶<sup>[1]</sup>等利用一种基于初值猜测技术的打靶法求解两点边值问题, 得到了燃耗最优的软着陆最优轨迹。王吉力<sup>[2~3]</sup>等作了推力方向角可用多项式拟合的假设后, 将定常推力登月飞行器软着陆轨道的优化问题归结

为一个拥有 14 个变量和 8 个约束条件的非线性规划问题, 分别采用了序列二次规划方法和浮点数编码的遗传算法求解此问题。采用这些方法求解此优化问题时, 都需要猜测一些没有物理意义的变量。例如采用庞特里亚金极值原理, 求解两点边值问题时, 需要猜测协状态的初值, 协状态不具有物理意义, 并且对协状态方程的灵敏度很高, 给出较为准确的初始值很困难; 做推力方向角的假设, 则需要猜测多项式系数的初值, 而多项式的系数也不具有物理意义, 给出较为准确的初始值也很困难。本文通过将常推力月球软着陆轨道离散化, 利用离散点处状态连续作为节点约束条件, 把常推力的软着陆轨道优化问题转化为一个多参数优化问题, 从而避免了对没有物理意义变量初值的猜测。最后, 利用逐次二次规划算法(SQP)方法求解了此优化问题。

## 1 问题描述

软着陆的任务过程如图 1 所示。着陆器由轨道器送入一条高度为 100km 的圆形环月轨道, 根据预先选定的着陆位置, 着陆器在环月轨道上进行变轨, 与轨道器分离, 转入远月点距月心为 1838km, 近月点距月心为 1753km 的椭圆轨道, 在近月点, 制动发

收稿日期: 2005-01-17; 修回日期: 2005-08-01

基金项目: 国家 863 项目基金(2003AA735080)

动机点火,用于抵消着陆器的初始速度,使得着陆器在着陆时法向速度和切向速度为零。本文所研究的软着陆轨道就是指从霍曼转移的近月点开始到月面的着陆轨迹。

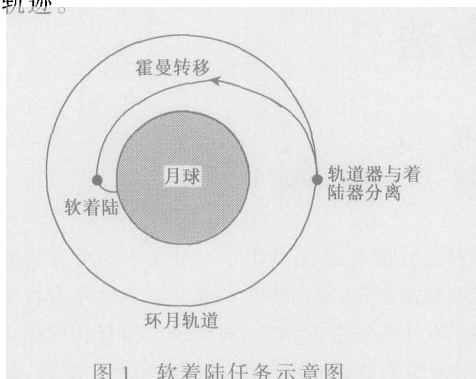


图 1 软着陆任务示意图

Fig. 1 The sketch of the soft-landing mission

### 2.1 软着陆动力学方程

建立模型时考虑到月面没有大气,且软着陆过程的时间较短,则其它摄动项可以忽略。因此,着陆器在月球引力场中的动力学方程可以表示为<sup>[4]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{v}_r = -\frac{\mu}{r^2} + \frac{v_\theta}{r} + \frac{F}{m_0 - \dot{m}t} \sin \lambda \\ \dot{v}_\theta = -\frac{v_r v_\theta}{r} + \frac{F}{m_0} - \dot{m}t \cos \lambda \\ \dot{r} = v_r \\ \dot{\theta} = \frac{v_\theta}{r} \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\mu$  为月球的引力常数,  $r$ 、 $\theta$ 、 $v_r$  和  $v_\theta$  分别为着陆器月心距、极角、法向速度和切向速度;推力方向角  $\lambda$ , 即推力方向与切向速度的夹角, 作为控制变量;  $F$  为发动机推力, 其幅值认为是常数,  $m_0$  为着陆器在初始时刻的质量,  $\dot{m}$  为秒耗量。推力方向定义如图 2 所示。

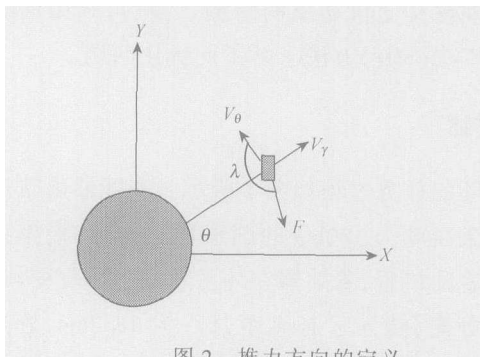


图 2 推力方向的定义

Fig. 2 The define of the thrust direction

这里定义推力方向至切向速度顺时针为正。

### 2.2 边界条件及待优化目标函数

着陆器的初始条件为:

$$\begin{cases} v_{r0} = 0 \\ v_{\theta 0} = \sqrt{\frac{\mu}{r_p} \left( \frac{2r_a}{r_a + r_p} \right)} \\ r_0 = r_p \end{cases} \quad (2)$$

由于初始时刻着陆器在近月点, 所以初始法向速度  $v_{r0}$  为 0。 $v_{\theta 0}$  为着陆器经霍曼转移在近月点的切向速度。这里  $r_a$  和  $r_p$  分别为霍曼转移轨道的近月点和远月点半径。初始轨道半径  $r_0$  为近月点。

终端约束条件为:

$$\begin{cases} v_{rf} = 0 \\ v_{\theta f} = 0 \\ r_f = R \end{cases} \quad (3)$$

这里  $R$  为月球半径, 其物理意义是着陆器降落到月球表面, 其法向速度和切向速度均为零。

待优化的性能指标函数为:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \dot{m}(t) dt \quad (4)$$

性能指标函数为最小值时, 即着陆过程中消耗的燃料最省。

### 3 轨道优化方法

常推力的软着陆轨道优化问题是一个过程优化问题, 传统的方法是采用庞特里亚金极值原理, 推导出协状态方程, 然后求解两点边值问题, 这种方法需要猜测协状态的初值。另一种方法是假设控制角可以用多项式拟和, 将此轨道优化问题转化为多参数优化问题。然后, 通过一些其他的参数化优化方法求解。这种方法在求解时, 需要给出此多项式系数的初始猜测值, 这些值没有物理意义, 所以也给初值的猜测提出了难题。而本文将着陆段的轨道离散化成许多小段, 在各段的节点处设立待优化的参数, 这些参数的初值均为有物理意义的状态和控制量, 从而避免了对没有物理含义变量值的初始猜测, 将这个优化问题转化为一个非线性规划问题。

#### 3.1 轨道离散化

针对上述最优控制问题, 首先把月球软着陆轨道进行离散化, 整个的轨道可分割为  $N$  个小段, 每段的节点设一个推力方向, 如图 3 所示。

各小段之间通过线性插值确定各时刻的推力方

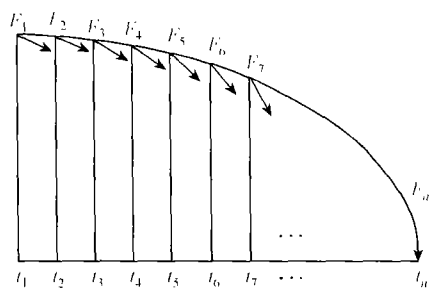


图3 软着陆轨道的离散化

Fig.3 The discretion of the soft-landing trajectory

向。各离散点时间序列满足:

$$t_l = t_1 < t_2 < t_3 < \cdots < t_N = t_f$$

系统的状态可定义为:

$$X^T = [v_r \quad v_\theta \quad r \quad \theta]$$

控制变量为  $\lambda$ , 则系统的动力学方程可以简单描述为:

$$\dot{X} = f(X, \lambda, t) \quad (5)$$

在每个离散的时间点  $t_k$  处, 着陆器状态变量为  $X_k = X(t_k)$ , 控制变量为  $\lambda_k = \lambda(t_k)$ 。由于着陆器的状态变量是连续的, 在每一小段, 利用 Runge-Kutta 求积公式对轨道进行逼近, 相邻的两个离散点状态应满足:

$$\zeta_k = X_{k+1} - X_k - \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) = 0 \quad (6)$$

其中,

$$K_1 = h_k f(X_k, \lambda_k, t_k)$$

$$K_2 = h_k f(X_k + \frac{1}{2}K_1, \bar{\lambda}_{k+1}, \bar{t})$$

$$K_3 = h_k f(X_k + \frac{1}{2}K_2, \bar{\lambda}_{k+1}, \bar{t})$$

$$K_4 = h_k f(X_k + K_3, \bar{\lambda}_{k+1}, t_{k+1})$$

式中,  $h_k = t_{k+1} - t_k$ ,  $\bar{t} = \frac{1}{2}(t_k + t_{k+1})$ ,  $\bar{\lambda}_{k+1} =$

$\lambda(\bar{t})$ , 这里将轨道分为  $N$  段, 每个状态变量可以产生  $N$  个等式约束。

### 3.2 轨道的优化

以上的轨道优化问题经离散化后, 可将其归结为一个非线性规划问题。此非线性规划的变量为:

$$Z = [X_1, \lambda_1, X_2, \lambda_2, \cdots, X_f, \lambda_f, t_0, t_f]^T \quad (7)$$

轨道优化的约束变为非线性规划的约束:

$$c_l \leq c(x) \leq c_u \quad (8)$$

这里  $c(x) = [\zeta_1, \zeta_2, \cdots, \zeta_f, \Psi_0, \Psi_f]^T$

其中,  $\Psi_0$  为软着器在初始时刻满足的约束即:

$$\Psi_0 = \Psi[X(t_0), \lambda(t_0), t_0]$$

$\Psi_f$  为软着器在末端时刻满足的约束即:

$$\Psi_f = \Psi[X(t_f), \lambda(t_f), t_f]$$

此非线性规划的状态变量所满足的边界:

$$X_l \leq X(t) \leq X_u \quad (9)$$

此非线性规划的控制变量所满足的边界:

$$\lambda_l \leq \lambda(t) \leq \lambda_u \quad (10)$$

这个非线性规划问题可以描述为: 寻找  $n$  维向量  $Z$ , 使得在满足约束条件(8)、(9)和(10)的情况下, 目标函数(4)最小。这个大型的稀疏非线性规划问题求解的方法很多, 本文采用 SQP 方法, 它是目前求解此类问题非常有效的方法之一, 其具体算法本文不再给出。

### 4 仿真计算

初始时刻, 着陆器在转移轨道的近月点即  $r_0$  为 1753km, 切向速度  $v_{\theta 0}$  为 1.69204km/s, 法向速度  $v_{r0}$  为 0。初始质量  $m_0$  为 600kg, 发动机的比冲  $I_{sp}$  为 300s, 发动机推力  $F$  为 1.5kN, 末端时刻, 着陆器落在月面, 即  $r_f$  为 1738km, 切向速度  $v_{\theta f}$  为 0, 法向速度  $v_{r f}$  为 0。为了保证计算的精度, 在计算中进行归一化处理<sup>[5]</sup>。计算结果如图 4~8 所示。

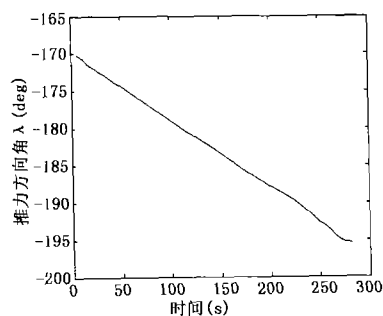


图4 着陆器推力方向角的变化曲线

Fig.4 The change curve of the thrust direction angle

由上计算结果可知, 着陆器的下降时间为 277.0767 秒, 最终燃料消耗 141.3645kg。由图 4 可以看出, 推力方向角由最初的近似反向水平制动逐渐变为增加在飞行器径向的分量以克服由于月球引力引起的径向速度。如图 5~8 所示为月心距、法向速

度、切向速度和极角随时间的变化曲线。

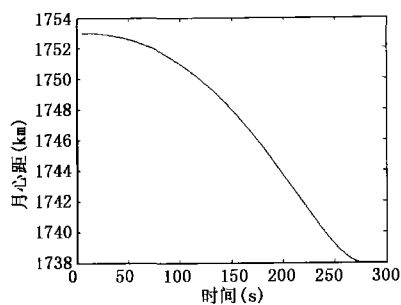


图 5 着陆器月心距的变化曲线

Fig.5 The change curve of the distance between spacecraft and lunar

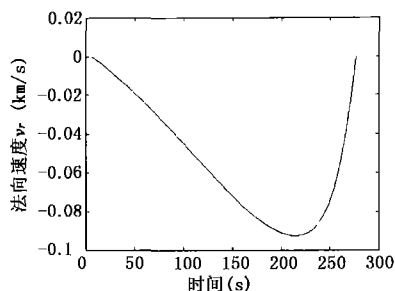


图 6 着陆器法向速度的变化

Fig.6 The change curve of the normal velocity

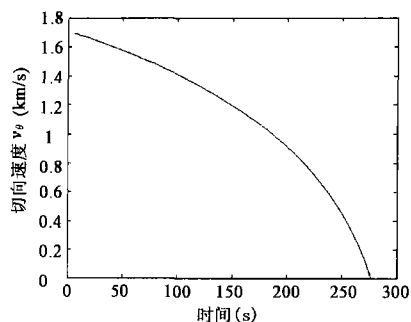


图 7 着陆器切向速度的变化

Fig.7 The change curve of the tangential velocity

图 5 所示为着陆器的最优着陆曲线,由图 5 可以看出着陆器顺利地下降了 15km。由图 6 和 7 可以看出,着陆器终端时刻的法向速度和径向速度均为 0 满足边界约束条件。其中,着陆器的法向速度沿指向月心的方向先增大后减少,而切向速度始终在减少。本文在优化中没有对极角加以限制,在仿真计算中着陆器的飞行极角大约变化  $10.2783^\circ$ 。

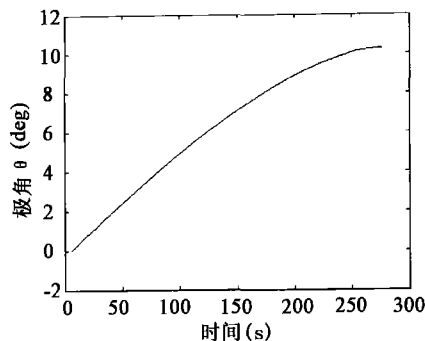


图 8 着陆器极角的变化曲线

Fig.8 The change curve of the polar angle

## 5 结论

设计一条燃料最优的月球软着陆轨道对于实现月球采样等探测任务有着重要的意义。采用庞特里亚金最大值原理等优化方法在解决定常推力月球软着陆轨道优化问题时,需要对一些没有物理意义变量的初值进行猜测,而这些变量常常对最优解的收敛性很敏感,给初值的猜测和最优值的求解提出了难题。本文则通过将常推力软着陆轨道离散化,利用离散点处状态连续作为约束条件,把常推力的软着陆轨道优化问题转化为一个非线性规划问题。在求解此非线性规划问题时,其初值均为有物理意义的状态和控制量,从而避免了采用传统优化方法在解决此优化问题时对没有物理意义变量初值的猜测。最后,利用求解非线性规划问题的 SQP 方法求解了此优化问题。仿真计算的结果说明这种离散化的方法应用于月球软着陆轨道优化问题可以避免传统轨道优化方法所导致的初值敏感问题。

## 参考文献:

- [1] 王大轶,李铁寿,马兴瑞. 月球最优软着陆两点边值问题的数值解法[J]. 航天控制, 2000, (3): 44 - 49 [Wang Da-yi, Li Tie-shou, Ma Xing-rui. Numerical solution of TPBVP in optimal lunar soft landing[J]. Aerospace Control, 2000, (3): 44 - 49]
- [2] 王吉力,崔乃刚,刘墩. 定常推力登月飞行器最优软着陆轨道研究[J]. 高技术通讯, 2003, 13(4): 39 - 42 [Wang Jie, Cui Nai-gang, Liu Dun. Study on soft-landing trajectories of constant-thrust-amplitude lunar probe[J]. High Technology Letters, 2003, 13(4): 39 - 42]

(下转第 112 页)

## 通过纯软件的方法测试数字处理器的故障敏感性

彭俊杰<sup>1</sup>, 黄庆成<sup>1</sup>, 洪炳镕<sup>1</sup>, 李 瑞<sup>2</sup>, 袁成军<sup>3</sup>, 魏振华<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院, 哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨医科大学, 哈尔滨 150001;

3. 航天科技集团九院七七一研究所, 西安 710054)

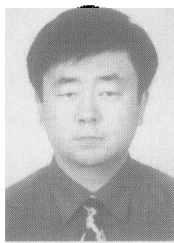
**摘 要:** 对于工作在高辐射太空中的飞行器而言, 它不可避免会受到单粒子效应的影响。因此, 如何预测飞行器中单粒子效应敏感区域以便加强保护措施是一件很重要的工作。但事实上, 要预测单粒子效应对飞行器的影响并不容易。本文给出了一种通过纯软件来评测飞行器系统对单粒子效应的敏感程度的方法——软件故障注入法——这也是评测微电子电路可靠性极具前景的方法。该方法采用高效的汇编语言在汇编级实现, 对目标系统不会造成损伤, 并且使用方便。试验的结果表明, 目标处理器对于单粒子翻转的敏感性大约为 1.38% 到 2.35%, 且寄存器的敏感性要高于内存区。

**关键词:** 故障注入; 可靠性; 故障敏感性; 单粒子翻转

(上接第 102 页)

- [ 3 ] 王吉力, 李俊峰, 崔乃刚, 刘瞰. 登月飞行器软着陆轨道的遗传算法优化[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2003, 43(8): 1056 - 1059 [Wang Jie, Li Jun-feng, Cui Nai-gang, Liu Dun. Genetic algorithm optimization of lunar probe soft-land trajectories[J]. Journal of Tsinghua University (Sci & Tech), 2003, 43(2): 1056 - 1059]
- [ 4 ] Pierson B L, Klaever C A. Three-stage approach to optimal low-thrust earth-moon trajectories[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1994, 17(6): 1275 - 1282
- [ 5 ] Chuang C H, Goodson T D, Hanson G. Fuel-optimal, low and medium thrust orbit transfer in large numbers of burns[A]. AIAA Guid-

ance, Navigation and Control Conference[C]. Scottsdale AZ American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994 158 - 166



作者简介: 孙军伟, 男, 博士研究生, 哈尔滨工业大学飞行器设计专业, 主要研究方向为飞行器制导导航, 非线性控制, 轨道设计与优化等。

通信地址: 哈尔滨工业大学 137 信箱深空探测基础研究中心

电话: (0451) 86418010

## Study on the Optimal Trajectories of Lunar Soft-Landing with Fixed-Thrust Using SQP Method

SUN Jun-wei, QIAO Dong, CUI Ping-yuan

(Harbin Institute of Technology 137 #, Deep Space Exploration Research Center, Harbin 150001 China)

**Abstract:** The Lunar Soft-landing will be the significant technique of lunar exploration mission in the future. To this technique, an optimization approach of lunar soft-landing with fixed-thrust using SQP method is presented. It made the lunar soft-landing trajectories with fixed-thrust to be discrete. At the discrete point, the continuity of motion states was regarded as the constraint conditions, then the problem of the lunar soft-landing trajectories with fixed-thrust could be translated into a nonlinear program problem. During solving this problem, all of the initial values, including the motion states and control value, had the physical meanings. So the guessing the initial values, which had no physical meanings, was avoided. Finally, it solved this problem using Sequential Quadratic Programming (SQP) method. The results of calculation and simulation indicate that application of the discrete method for problem of trajectory optimization can avoid the problem of initial value sensitivity.

**Key words:** Lunar soft-landing; Fixed-thrust; Optimal trajectories; SQP methods