

ND

Nobody

2022 年 12 月 9 日

目录

1	definition	1
1.1	Language part	1
1.2	The 推理过程	1
1.3	演绎序列	3
1.4	例子	3
1.5	定理	3

1 definition

1.1 Language part

$$\Sigma = \{ (,), \leftrightarrow, \rightarrow, \neg, \vee, \wedge, \text{Propositional letters} \}$$

the definitoin of the Propositions

the definition is similar to those in the PC.

1.2 The 推理过程

Axiom.

$$\Gamma \cup \{A\} \vdash A \tag{1}$$

注意这里只有一条公理.

Definition 1.1 (推理的表示). 我们使用类似分号的形式进行表示. 比如说这里是第一条推理规则: 引入规则.

$$\frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \cup \{A\} \vdash B} \quad (2)$$

上面为条件, 下面为结果.

Proposition 1.1 (假设引入).

$$\frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \cup \{A\} \vdash B} \quad (3)$$

记为 $(+)$

Proposition 1.2 (假设消除).

$$\frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B \quad \Gamma \cup \{\neg A\} \vdash B}{\Gamma \vdash B} \quad (4)$$

记为 $(-)$

Example 1.1 (证明反证法). 需要使用蕴含消除, 等之后就会讲了.

$$(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A \quad (5)$$

Proposition 1.3 (析取引入).

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B} \quad (6)$$

Proposition 1.4 (析取消除).

$$\frac{\Gamma \cup A \vdash C \quad \Gamma \cup B \vdash C \quad \Gamma \vdash A \vee B}{\Gamma \vdash C} \quad (7)$$

Proposition 1.5 (合取引入).

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B} \quad (8)$$

比较简单. 我们使用 PC 中的东西可以证明这个, 我们已经证明 PC 的完备性了, 所以说, 可以使用 PC 来证明这些推理规则是否合理.

Proposition 1.6 (合取消除).

$$\frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash A} \quad (9)$$

Proposition 1.7 (\rightarrow 引入).

Proposition 1.8 (\rightarrow 消除).

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash A \rightarrow B}{\dots} \quad (10)$$

Proposition 1.9 (\neg 引入).

$$\frac{\Gamma \cup A \vdash B \quad \Gamma \cup A \vdash \neg B}{\Gamma \vdash \neg A} \quad (11)$$

Proposition 1.10 (\neg 消除).

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash \neg A}{\Gamma \vdash B} \quad (12)$$

Proposition 1.11 ($\neg\neg +$). 略

Proposition 1.12 ($\neg\neg -$).

Proposition 1.13 ($\leftrightarrow +$). 略

Proposition 1.14 ($\leftrightarrow -$).

1.3 演绎序列

我们说, 演绎序列是下面这样的序列:

$$\Gamma_1 \vdash A_1, \Gamma_2 \vdash A_2, \dots, \Gamma_m \vdash A_m \quad (13)$$

其中 $\Gamma_i \vdash A_i$ 是 axiom, 或者是 $\Gamma_i \vdash A_i = \Gamma_j \vdash A_j$, 或者是 $\Gamma_i \vdash A_i$ 是一个推理结果.

1.4 例子

值得注意的是, 上面几个推理规则之中, 有 2 4 9 10 是比较重要的.

例子 1: 反证法证明 2.

1.5 定理

记得看 ppt