1. G 是有限的, 设 $|G| = n$, 证明对于任意的 G 的群元素 x, 都有

$$x^n = 1$$

证明. 因为群元 g 的生成子群的阶数为 g 的阶数, g 的阶数, 因此为 n 的因子. 这是说 $n = k * \operatorname{ord} g$, $k \in \mathbb{N}$. 则 $g^n = (g^{\operatorname{ord} g})^k = 1^k = 1$ □

2. H, K 是 G 的两个子群, $|H| = n$, $|K| = m$. 证明, 如果说 $(m, n) = 1$, 则 $H \cap K = \{1\}$

证明. $H \cap K$ 也是子群, 因此, 其阶数为 $|H|$, $|K|$ 的因子. 因为 $(m, n) = 1$, 也就是说, 其公共的因子只有 1. 那么 $|H \cap K| = 1$, 那么 $H \cap K = \{e\}$ □

3. (1) τ_1 的阶数为 4, 因为当 α, β 是交换的时候 $\alpha\beta$ 的阶数为 $\operatorname{lcm}(\operatorname{ord}(\alpha), \operatorname{ord}(\beta))$, 而 $(i_1 i_2 \ldots i_k)$ 的阶数为 k.

(2) τ_2 的阶数为 12.

(3) $\tau_3 = (163)(245)$, 所以阶数为 3.

(4) $\tau_4 = (15)(27)(346)$, 所以阶数为 6.

4. 我们有:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 2 & 1 & 3 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

所以说 $\sigma\tau\sigma^{-1} = (125)(26)(43)$. 并且我们有:

$$\sigma^{-1} = \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7 \\ 3\,2\,4\,1\,7\,6\,5 \end{pmatrix}$$

那么 $\sigma^{-1}\tau\sigma = (425)(26)(31)$

introduction