Enunţuri:

1. Calculaţi inversele matricelor:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & \alpha \end{pmatrix}$$

2. Fie $x_1 = (2,4,8,-4)$,$x_2 = (4,-2,-1,3)$, $x_3 = (3,5,2,-2)$, $x_4 = (-5,1,7,-6)$.
   (a) Arătaţi că $\mathcal{B} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ este o bază a lui $\mathbb{R}^4$;
   (b) Determinaţi matricea de trecere de la baza canonică la baza $\mathcal{B}$;
   (c) Scrieţi descompunerea vectorului $(1,2,1,2)$ în raport cu baza $\mathcal{B}$.

3. Fie aplicaţia liniară: $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 - x_2, x_1 + x_2 + x_3)$.
   (a) Scrieţi matricea lui f în raport cu baza canonică;
   (b) Scrieţi matricea lui f în raport cu baza $\mathbf{x}_1 = (1,1,1), \mathbf{x}_2 = (2,1,4), \mathbf{x}_3 = (-1,1,3)$.

Indicaţii: La toate exerciţiile se poate folosi metoda Gauss:

1. Inversele matricelor se calculează cu metoda Gauss-Jordan de la curs;

2. La punctul b) calculaţi inversa matricei care are coloanele x_1, x_2, x_3, x_4. La punctul c) rezolvaţi cu metoda Gauss sistemul care se obţine din relaţia $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 = (1,2,1,2)$. Există o metodă mai rapidă?

3. (a) Matricea are coloanele formate din vectorii $f(e_1), f(e_2), f(e_3)$;
   (b) Se poate aplica metoda Gauss următorului sistem

   $$\left(\begin{array}{c|c} A & B \end{array} \right),$$

   unde A este matricea care se obţine punînd $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ pe coloane, iar B are coloanele $f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}_2), f(\mathbf{x}_3)$.

   Întrebare bonus: de ce funcţionează punctul b).

Dacă trimiteţi rezolvările pe e-mail veţi primi feed-back. Pentru întrebări folosiţi Zulip, streamul Algebra si Geometrie/131 (va trebui să faceţi un cont în prealabil).