



电力自动化设备

*Electric Power Automation Equipment*

ISSN 1006-6047, CN 32-1318/TM

## 《电力自动化设备》网络首发论文

题目: 耦合调峰与通航需求的梯级水电站群短期多目标优化调度的 MILP 方法  
作者: 吴慧军, 李树山, 唐红兵, 马翔宇, 张玺, 廖胜利  
DOI: 10.16081/j.epae.202303035  
收稿日期: 2022-07-02  
网络首发日期: 2023-03-27  
引用格式: 吴慧军, 李树山, 唐红兵, 马翔宇, 张玺, 廖胜利. 耦合调峰与通航需求的梯级水电站群短期多目标优化调度的 MILP 方法[J/OL]. 电力自动化设备. <https://doi.org/10.16081/j.epae.202303035>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式 (包括网络呈现版式) 排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊 (光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊 (网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊 (网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物 (ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 耦合调峰与通航需求的梯级水电站群短期多目标优化调度的 MILP 方法

吴慧军<sup>1</sup>, 李树山<sup>1</sup>, 唐红兵<sup>1</sup>, 马翔宇<sup>2</sup>, 张 玺<sup>2</sup>, 廖胜利<sup>2</sup>

(1. 中国南方电网有限责任公司电力调度控制中心, 广东 广州 510000; 2. 大连理工大学 水电与水信息研究所, 辽宁 大连 116024)

**摘要：**电网调峰任务与河道通航需求间的矛盾是水电航运梯级调度时所面临的突出问题，区间回水的顶托作用加剧了该问题的复杂性。建立考虑回水影响的梯级水电站群短期多目标优化调度的混合整数线性规划模型，模型中以剩余负荷平均距与下游尾水位平均距最小为目标，在将非线性约束通过函数聚合后，利用六面体栅格化技术与第二类特殊有序集约束方法实现该约束的线性化，利用法线边界交叉方法对模型进行求解。算例结果表明，所提方法可以充分计及回水顶托的影响，兼顾调峰与通航需求，高效求解多目标调度问题并获得较理想的结果。

**关键词：**多目标优化调度；混合整数线性规划；法线边界交叉法；回水顶托

**中图分类号：**TM73

**文献标志码：**A

**DOI：**10.16081/j.epae.202303035

## 0 引言

我国大型流域梯级水库往往承担发电、防洪、航运、生态、灌溉等多项综合利用任务，这些任务大多相互制约、相互矛盾<sup>[1]</sup>。不同任务间如何协调冲突、联合调度，是充分发挥流域梯级水库综合效益的关键。水电由于启停迅速、响应及时等优点，大多承担电网调峰任务<sup>[2-3]</sup>。为灵活满足电网调峰需求，水电站会引起下游河道流量、水位频繁波动。对于有通航需求的水库，若无有效的调控措施，则将严重影响船只的正常通行，为此，常通过修建反调节电站调控河道通航条件以及缓解调峰与航运的矛盾，即水电航运梯级。然而，一般反调节电站的调节性能较弱且与上游电站间存在敏感的水力耦合，尤其是区间回水对上游电站尾水位存在顶托作用，这可能导致严重的出力受阻问题，从而产生调峰弃水甚至经济纠纷<sup>[4-5]</sup>。因此，如何对水电航运梯级间的复杂水力联系进行精确建模，充分兼顾调峰与通航的效益，实现梯级水电站群的多目标联合优化调度，是亟待解决的问题。

目前，求解多目标优化问题 Pareto 解集的方法大致可以分为向量化方法与标量化方法<sup>[6]</sup> 2 类。向量化方法大多为智能优化算法，通过比较解之间的支配关系，将搜索过程引导至非支配解，如多目标差分进化算法<sup>[7]</sup>、非支配排序遗传算法<sup>[1]</sup>、多目标混合粒子群算法<sup>[8]</sup>等，随着变量数与目标数的增加，这类方法的搜索能力与求解效率会急剧降低<sup>[9]</sup>，因此这类方法难以应用于求解大规模问题。此外，这些方法大多假设问题的 Pareto 前沿连续均

匀地分布在目标空间中，很多指标与选择策略基于该假设，因此当遇到非规则 Pareto 前沿时，这些方法会出现问题，影响方法性能<sup>[10]</sup>。标量化方法包括目标权重法<sup>[11]</sup>、 $\epsilon$ -约束法<sup>[12]</sup>、最大模糊满意度法<sup>[13]</sup>等。这类方法简单易行，但实质上是降低求解难度而简化了原问题，优化结果严重依赖权重系数、隶属度函数的伸缩范围等主观因素，优选参数会花费大量的时间<sup>[1, 14]</sup>。文献[14]通过引入目标正负理想点构造相对目标接近度优化模型，并据此提出一种基于经济学边际分析原理的多目标决策方法，为梯级水电站群调度运行提供了新的思路，但难以保证所获得的最优解服从均匀分布。

法线边界交叉(normal boundary intersection, NBI)方法是一种求解多目标优化问题的有效方法，具有性能不受目标函数规模影响、能够获得均匀分布的 Pareto 前沿来充分描述不同目标间的制衡关系等优点<sup>[15]</sup>。在电力系统优化调度中，NBI 及其改进方法已得到一定的应用<sup>[16-17]</sup>。混合整数线性规划(mixed-integer linear programming, MILP)是梯级水电站群短期调度中常用的数学规划方法之一，与智能算法相比，该方法具有理论成熟、结果稳定、全局收敛性好等优点<sup>[4, 18]</sup>，随着求解器的发展，该方法的实现难度逐渐降低，求解效率大幅提高。

鉴于此，本文针对水电航运梯级调峰与通航的调度需求，提出尾水位平均距最小的通航目标，并结合剩余负荷平均距最小的调峰目标，构建计及回水顶托影响的梯级水电站群短期多目标优化调度的 MILP 模型。利用 NBI 方法对模型进行求解，获得 Pareto 解集。算例结果表明，本文模型及求解方法可以充分计及回水顶托影响，发挥下游电站的反调节作用，兼顾电网调峰与河道通航的多目标需求，获得合理的梯级调度计划。

**收稿日期：**2022-07-02; **修回日期：**2022-11-12

**基金项目：**国家自然科学基金资助项目(51979023)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China (51979023)

## 1 多目标优化模型

### 1.1 目标函数

#### 1) 调峰目标。

水电参与电网调峰的目标为,尽可能平抑电网负荷峰谷差,使剩余负荷保持平滑,避免火电机组的频繁启停及其出力的剧烈波动,保证电网安全经济运行。因此,将电网剩余负荷平均距最小作为调峰目标<sup>[4, 19-20]</sup>,即:

$$\min f_1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| D_t' - \sum_{\tau=1}^T \frac{D_{\tau}'}{T} \right| \quad (1)$$

$$D_t' = D_t - \sum_{n=1}^N P_{n,t} \quad (2)$$

式中:  $f_1$  为电网剩余负荷平均距;  $T$  为调度时段总数,本文取 1 d 共 24 个时段;  $N$  为电站总数,本文中包含主要调峰电站及其反调节电站,因此取  $N=2$ ;  $D_t$ 、 $D_t'$  分别为  $t$  时段电网面临负荷及剩余负荷;  $P_{n,t}$  为  $t$  时段电站  $n$  的出力。

#### 2) 通航目标。

为减小下游河道水位变幅以及改善航运条件,将下游反调节水电站尾水位平均距最小作为通航目标,即:

$$\min f_2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| Z_{N,t}^{\text{tail}} - \bar{Z}_N^{\text{tail}} \right| \quad (3)$$

$$\bar{Z}_N^{\text{tail}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Z_{N,t}^{\text{tail}} \quad (4)$$

式中:  $f_2$  为下游水电站尾水位平均距;  $Z_{N,t}^{\text{tail}}$  为  $t$  时段反调节水电站的尾水位;  $\bar{Z}_N^{\text{tail}}$  为反调节电站尾水位平均值。

#### 3) 目标函数的线性化方法。

上述目标函数中均包含绝对值符号,难以直接建立 MILP 模型进行求解,因此,本文分别对  $f_1$ 、 $f_2$  引入非负辅助变量  $\delta_t$ 、 $\zeta_t$ , 以实现目标函数的线性化,如附录 A 式(A1)、(A2)所示。

### 1.2 约束条件

#### 1.2.1 常规调度约束

梯级水电站群的常规调度约束包括水量平衡约束、库容上下限约束、始末库容约束、发电流量上下限约束、出库流量约束、出库流量上下限约束、出力上下限约束、出力爬坡约束等,如附录 A 式(A3)—(A11)所示。

#### 1.2.2 发电运行约束

##### 1) 水位库容约束,即:

$$Z_{n,t} = f_n^{\text{zv}}(V_{n,t}) \quad (5)$$

式中:  $f_n^{\text{zv}}(\cdot)$  为电站  $n$  的水位-库容关系曲线;  $Z_{n,t}$  为  $t$  时段电站  $n$  的坝上水位;  $V_{n,t}$  为  $t$  时段电站  $n$  的库容。

##### 2) 尾水位泄量曲线约束,即:

$$Z_{n,t}^{\text{tail}} = \begin{cases} f_n^{\text{tail}}(Q_{n,t}) & \text{无回水顶托影响} \\ f_n^{\text{tail}}(Q_{n,t}, Z_{n+1,t}) & \text{有回水顶托影响} \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $Z_{n,t}^{\text{tail}}$  为  $t$  时段电站  $n$  的尾水位;  $f_n^{\text{tail}}(\cdot)$  为电站  $n$  的尾水位泄量关系函数;  $Q_{n,t}$  为  $t$  时段电站  $n$  的出库流量。当无回水顶托影响时,电站  $n$  的尾水位仅与出库流量有关;当有回水顶托影响时,电站  $n$  的尾水位与出库流量及下游水库坝上水位有关。

##### 3) 水头损失约束,即:

$$H_{n,t} = Z_{n,t} - Z_{n,t}^{\text{tail}} - H_{n,t}^{\text{loss}} \quad (7)$$

式中:  $H_{n,t}$ 、 $H_{n,t}^{\text{loss}}$  分为  $t$  时段电站  $n$  的净水头和水头损失。

##### 4) 出力曲线约束,即:

$$P_{n,t} = f_n^{\text{nhq}}(q_{n,t}, H_{n,t}) \quad (8)$$

式中:  $f_n^{\text{nhq}}(\cdot)$  为电站  $n$  的动力特性曲线,即出力、发电流量及水头的三维关系曲面;  $q_{n,t}$  为  $t$  时段电站  $n$  的发电流量。

### 1.2.3 通航约束

河道通航约束主要包括河道通航深度约束、河道日水位最大变幅、河道小时水位最大变幅等约束<sup>[1]</sup>。

本文将通航深度约束与式(A9)取交集后,作为模型的出库流量约束,如式(9)、(10)所示。

$$Z = H + \underline{h} \quad (9)$$

$$\underline{Q}_n' = y(Z) \quad (10)$$

式中:  $\underline{Z}$  为反调节电站尾水位下限;  $H$  为近坝段河道断面底标高;  $\underline{h}$  为下游河道最小航深;  $\underline{Q}_n'$  为由通航深度转化得到的电站  $n$  的出库流量限制;  $y(\cdot)$  为反调节电站尾水位泄流曲线。

河道水位变幅约束为 1.1 节中的通航目标,本文将其作为是否满足通航要求的判断指标。

## 2 求解方法

### 2.1 调峰目标非线性约束的线性化方法

#### 2.1.1 非线性约束聚合策略

上述模型中存在较多的非线性约束,难以直接建立 MILP 模型进行求解。现有研究通常采用分段线性化方法分别将各项非线性约束进行线性化处理,该方法会引入大量的 0-1 变量,使问题规模扩大,导致求解效率降低甚至难以求解。本文根据各项非线性约束之间的联系,将式(5)—(8)整合为一个多元高次函数<sup>[4, 19]</sup> (下文均以考虑回水顶托影响的尾水位泄量关系进行说明,若无回水影响,则下降一个维度  $V_{n+1,t}$ ,参考文献[4])。此外,由于实际调度中要尽量避免弃水,因此,本文将弃水流量  $S_{n,t}$  取为 0,即  $Q_{n,t} = q_{n,t}$ ,则式(5)—(8)转换为:

$$P_{n,t} = f_n^{\text{nhq}}(q_{n,t}, f_n^{\text{zv}}(V_{n,t}) - f_n^{\text{tail}}(q_{n,t}, f_{n+1}^{\text{zv}}(V_{n+1,t}))) - H_{n,t}^{\text{loss}} = \Gamma_n(q_{n,t}, V_{n,t}, V_{n+1,t})$$

(11)

式中： $\Gamma_n(q_{n,t}, V_{n,t}, V_{n+1,t})$  为非线性函数，聚合了水位库容、考虑回水顶托影响的尾水位泄量、机组动力特性曲线等所有非线性项，在空间中以四维超曲面形式存在，约束点 $(q_{n,t}, V_{n,t}, V_{n+1,t})$ 。可知，只要已知任意时段 $t$  电站 $n$  的发电流量 $q_{n,t}$ 、库容 $V_{n,t}$  及下游电站 $n+1$  的库容 $V_{n+1,t}$ ，就可通过函数 $\Gamma_n(q_{n,t}, V_{n,t}, V_{n+1,t})$  唯一确定出力 $P_{n,t}$ ，因此，将该函数称为等效动力函数。

### 2.1.2 等效动力函数线性化

本文利用文献[4]中的直六面体栅格化技术和第二类特殊有序集(special ordered sets of type two, SOS2)约束建模法对等效动力函数进行线性化处理。SOS2 约束允许最多 2 个连续的变量取非负值，其他变量只能为 0。为便于描述，下文中变量、常量、函数等均省略下标 $n$ 、 $t$ ，分别用 $q$ 、 $V$  表示电站 $n$  在 $t$  时段的发电流量和库容，用 $V'$  表示下游电站 $n+1$  的库容。定义 $\Omega_q^0$  为元素均不大于 $I$  的非负整数集合， $\Omega_{i,j}^0$  为由分别不大于 $I$ 、 $J$  的非负整数 $i$ 、 $j$  构成的元素 $(i, j)$  的集合， $\Omega_{i,j,k}^0$  为由分别不大于 $I$ 、 $J$ 、 $K$  的非负整数 $i$ 、 $j$ 、 $k$  构成的元素 $(i, j, k)$  的集合，则有：

$$\Omega_{i,j}^0 = \{(i, j) | i \in \Omega_q^0, j \in \Omega_{V'}^0\} \quad (12)$$

$$\Omega_{i,j,k}^0 = \{(i, j, k) | i \in \Omega_q^0, j \in \Omega_{V'}^0, k \in \Omega_K^0\} \quad (13)$$

SOS2 约束建模法的具体步骤如下。

1) 根据精度要求，将等效动力函数栅格化。分别将发电流量 $q$ 、本电站库容 $V$  及下游电站库容 $V'$  在各自上下限范围内划分为 $I$ 、 $J$ 、 $K$  段。定义 $\hat{V}_i (i \in \Omega_q^0)$ 、 $\hat{q}_j (j \in \Omega_{V'}^0)$ 、 $\hat{V}'_k (k \in \Omega_K^0)$  分别为发电流量、本电站库容、下游电站库容方向的离散点，则有 $\underline{V} = \hat{V}_0 < \hat{V}_1 < \dots < \hat{V}_I = \bar{V}$ 、 $\underline{q} = \hat{q}_0 < \hat{q}_1 < \dots < \hat{q}_J = \bar{q}$  及 $\underline{V}' = \hat{V}'_0 < \hat{V}'_1 < \dots < \hat{V}'_K = \bar{V}'$ 。

2) 引入非负辅助变量 $\lambda_{i,j,k}$  表示栅格点 $G_{i,j,k} = (\hat{V}_i, \hat{q}_j, \hat{V}'_k, \Gamma_n(\hat{V}_i, \hat{q}_j, \hat{V}'_k))$  的权重系数。 $\lambda_{i,j,k}$  满足：

$$\begin{cases} \sum_{(i,j,k) \in \Omega_{i,j,k}^0} \lambda_{i,j,k} = 1 \\ \lambda_{i,j,k} \geq 0 \quad (i, j, k) \in \Omega_{i,j,k}^0 \end{cases} \quad (14)$$

3) 通过式(15)–(18)将任意一点 $(V, q, V', P)$  表示为四维点集 $G^4 = \{G_{i,j,k}^4\}_{(i,j,k) \in \Omega_{i,j,k}^0}$  的凸组合。

$$\sum_{(i,j,k) \in \Omega_{i,j,k}^0} \lambda_{i,j,k} \hat{V}_i = V \quad (15)$$

$$\sum_{(i,j,k) \in \Omega_{i,j,k}^0} \lambda_{i,j,k} \hat{q}_j = q \quad (16)$$

$$\sum_{(i,j,k) \in \Omega_{i,j,k}^0} \lambda_{i,j,k} \hat{V}'_k = V' \quad (17)$$

$$\sum_{(i,j,k) \in \Omega_{i,j,k}^0} \lambda_{i,j,k} \Gamma(\hat{V}_i, \hat{q}_j, \hat{V}'_k) = P \quad (18)$$

4) 引入变量 $\alpha_i$ 、 $\beta_j$ 、 $\gamma_k$ ，分别表示图 1 所示本电站库容方向法平面 $i$ 、发电流量方向法平面 $j$ 、下游电站库容方向法平面 $k$  上各点权重之和，通过式(19)–(22)所示法平面权重和约束以及 SOS2 约束将点 $(V, q, V', P)$  限定在六面体内，此时仅允许六面体的 8 个顶点权重值非负。

$$\alpha_i = \sum_{(j,k) \in \Omega_{j,k}^0} \lambda_{i,j,k} \quad i \in \Omega_q^0 \quad (19)$$

$$\beta_j = \sum_{(i,k) \in \Omega_{i,k}^0} \lambda_{i,j,k} \quad j \in \Omega_{V'}^0 \quad (20)$$

$$\gamma_k = \sum_{(i,j) \in \Omega_{i,j}^0} \lambda_{i,j,k} \quad k \in \Omega_K^0 \quad (21)$$

$$\text{SOS2}(\{\alpha_i\}_{i \in \Omega_q^0}), \text{SOS2}(\{\beta_j\}_{j \in \Omega_{V'}^0}), \text{SOS2}(\{\gamma_k\}_{k \in \Omega_K^0}) \quad (22)$$

式中： $\text{SOS2}(\cdot)$  表示对集合施加 SOS2 约束。

5) 通过式(14)–(22)可利用六面体 8 个顶点的权重唯一线性表示点 $(V, q, V', P)$  的位置，即已知 $(V, q, V')$ ，就可以通过插值确定出力 $P$ 。



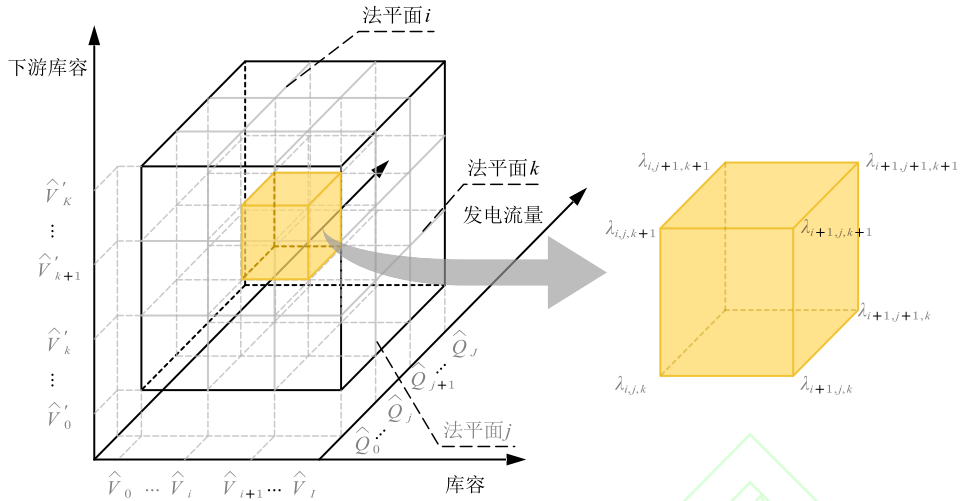


图1 等效动力函数在本电站库容-发电流量-下游电站库容三维空间的投影

Fig.1 Projection of equivalent dynamic function in three dimensional space of storage capacity of current power station-power generation release-storage capacity of downstream power station

## 2.2 通航目标非线性约束的线性化方法

通航目标仅涉及下游反调节电站的尾水位与下泄流量的关系这一非线性约束，因此，可采用分段线性近似进行线性化，同样引入 SOS2 约束进行处理，具体公式如附录 A 式(A12)–(A15)所示。

## 2.3 求解多目标问题的 NBI 方法

本文利用 NBI 方法求解如式(23)所示的标准形式双目标优化问题。

$$\begin{cases} \min \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})\} \\ \text{s.t. } \{\mathbf{x} \in \mathbf{R} \mid g(\mathbf{x}) \leq 0, h(\mathbf{x}) = 0\} \end{cases} \quad (23)$$

首先通过式(24)得到支付矩阵  $\Phi$ 。

$$\Phi = \begin{pmatrix} f_o(\mathbf{x}_o^*) & f_o(\mathbf{x}_p^*) \\ f_p(\mathbf{x}_o^*) & f_p(\mathbf{x}_p^*) \end{pmatrix} \quad (24)$$

式中： $f_o(\mathbf{x}_o^*)$ 、 $f_p(\mathbf{x}_p^*)$ 分别为仅考虑第 $o$ 、 $p$ 个目标时的优化结果，称为乌托邦值， $\mathbf{x}_o^*$ 、 $\mathbf{x}_p^*$ 为相应的决策变量； $f_o(\mathbf{x}_p^*)$ 、 $f_p(\mathbf{x}_o^*)$ 分别为仅考虑第 $p$ 个目标时第 $o$ 个目标对应的结果以及仅考虑第 $o$ 个目标时第 $p$ 个目标对应的结果，称为天底值，

通过式(25)将目标函数值进行归一化后，可得到归一化后的支付矩阵  $\bar{\Phi}$ ，如式(26)所示。

$$\bar{f}_o(\mathbf{x}) = \frac{f_o(\mathbf{x}) - f_o(\mathbf{x}_o^*)}{f_o(\mathbf{x}_p^*) - f_o(\mathbf{x}_o^*)} \quad o, p \in \{1, 2\}; o \neq p \quad (25)$$

$$\bar{\Phi} = \begin{pmatrix} \bar{f}_1(\mathbf{x}_1^*) & \bar{f}_1(\mathbf{x}_2^*) \\ \bar{f}_2(\mathbf{x}_1^*) & \bar{f}_2(\mathbf{x}_2^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

式中： $\bar{f}_o(\mathbf{x})$ 为第 $o$ 个目标在归一化空间的投影。

在归一化空间中，点 $(\bar{f}_1(\mathbf{x}_1^*), \bar{f}_2(\mathbf{x}_2^*))$ 称为乌托邦点，点 $(\bar{f}_1(\mathbf{x}_1^*), \bar{f}_2(\mathbf{x}_1^*))$ 与点 $(\bar{f}_1(\mathbf{x}_2^*), \bar{f}_2(\mathbf{x}_2^*))$ 间的连线称为乌托邦线。对于乌托邦线上的任意一点

$P(\mu_1, \mu_2)$ 与虚设的 Pareto 前沿上的点  $O(\bar{f}_1(\mathbf{x}), \bar{f}_2(\mathbf{x}))$  的距离  $d$  为：

$$d \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{f}_1(\mathbf{x}) \\ \bar{f}_2(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (27)$$

令  $\mathbf{n} = (n_1 \ n_2)^T$  为乌托邦线的单位法向量，

$\mu = (\mu_1 \ \mu_2)^T$ ，满足  $\mu_1 + \mu_2 = 1$  且  $0 \leq \mu_1, \mu_2 \leq 1$ 。

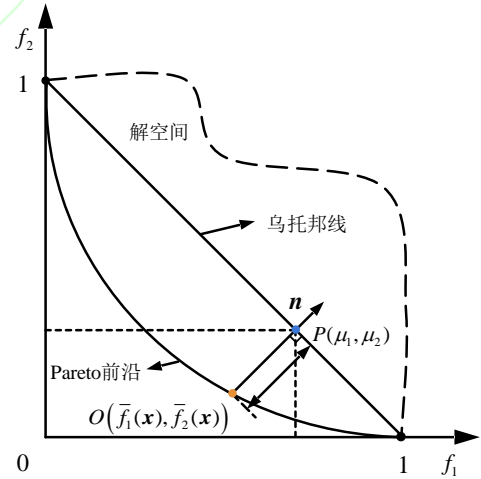


图2 NBI方法示意图

Fig.2 Schematic diagram of NBI method

通过最大化距离  $d$  可得到双目标优化问题的 Pareto 解，由此，问题式(23)转换为式(28)的单目标优化问题，通过求解不同的  $\mu_1$ 、 $\mu_2$  组合就可以得到均匀分布的 Pareto 前沿。

$$\begin{cases} \max d \\ \text{s.t. } d\mathbf{n} = \mu - \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) \\ \{\mathbf{x} \in \mathbf{R} \mid g(\mathbf{x}) \leq 0, h(\mathbf{x}) = 0\} \end{cases} \quad (28)$$

## 2.4 求解流程

求解流程图如附录 A 图 A1 所示，具体步骤如下。

1) 将非线性约束聚合为等效动力函数,并根据精度要求栅格化。利用栅格点权重 $\lambda_{i,j,k}$ 及法平面的SOS2约束将等效动力函数进行线性化。

2) 分别对调峰 $f_1(\delta_i)$ 、通航 $f_2(\zeta_i)$ 单目标进行优化求解,得到仅考虑调峰目标时的优化结果 $f_1(\delta_i^*)$ 和相应的通航目标 $f_2(\delta_i^*)$ 以及仅考虑通航目标时的优化结果 $f_2(\zeta_i^*)$ 和相应的调峰结果 $f_1(\zeta_i^*)$ ,由此得到支付矩阵 $\Phi$ 。

3) 将支付矩阵进行归一化,得到乌托邦点 $(\bar{f}_1(\delta_i^*), \bar{f}_2(\zeta_i^*))$ 及乌托邦线。将目标函数转换为最大化乌托邦线上的点 $P(\mu_1, \mu_2)$ 与虚设 Pareto 前沿上的点 $O$ 之间的距离 $d$ 。

4) 将模型线性约束式(A3)—(A11)及线性化后的等效动力函数加入模型中,构建 MILP 模型并利用求解器进行求解。

5) 改变 $\mu_1$ 、 $\mu_2$ 的取值,重复步骤3)、4),即可得到问题的 Pareto 解集。

### 3 算例研究

#### 3.1 工程背景

以我国西南某流域电站 A、B 组成的水电航运梯级为研究对象,对本文模型和方法进行检验。该流域是西南地区重要的水运出海通道,承担省区物资外运、带动沿河经济发展的重要任务,规划建设包含 A、B 等主要通航调节电站在内的 1 000 km 以上的 IV 级深水航道。电站 A 的装机容量大,调峰能力强,是区域、省级电网的重要调峰电源;电站 B 除了承担省级电网的调峰任务外,还需对上游电站 A 的出库流量进行反调节,以改善下游河道的通航条件,缓解调峰和航运的用水矛盾。此外,电站 A 位于电站 B 的回水区间内,回水顶托现象较为明显。

#### 3.2 基础资料

电站 A、B 的具体资料和各变量分段数分别如附录 B 表 B1、B2 所示。电站 A、B 的尾水位关系曲面(线)如附录 B 图 B1 所示,其中:电站 A 的尾水位由于回水顶托的影响为三维曲面,将其聚合到等效动力函数中;电站 B 的尾水位变幅为本文的航运控制目标,通过将尾水位-下泄流量关系曲线分段线性,近似实现线性化。

#### 3.3 结果分析

分别选取如附录 B 图 B2 所示的枯水期和汛期流域典型日来水及相应的省级电网负荷构建测试场景,以日为调度周期,1 h 为调度时段,分析不同场景下电站 A、B 梯级的日运行方式,编制联合调度计划。

##### 3.3.1 单目标调度结果对比

图 3、4 及表 1 展示了不同场景下单独考虑调

峰、通航目标时梯级电站的优化结果,表中 $\Delta D_i^j$ 为剩余负荷峰谷差, $D_{\Delta z}$ 为日水位最大变幅, $H_{\Delta z}$ 为小时水位最大变幅。

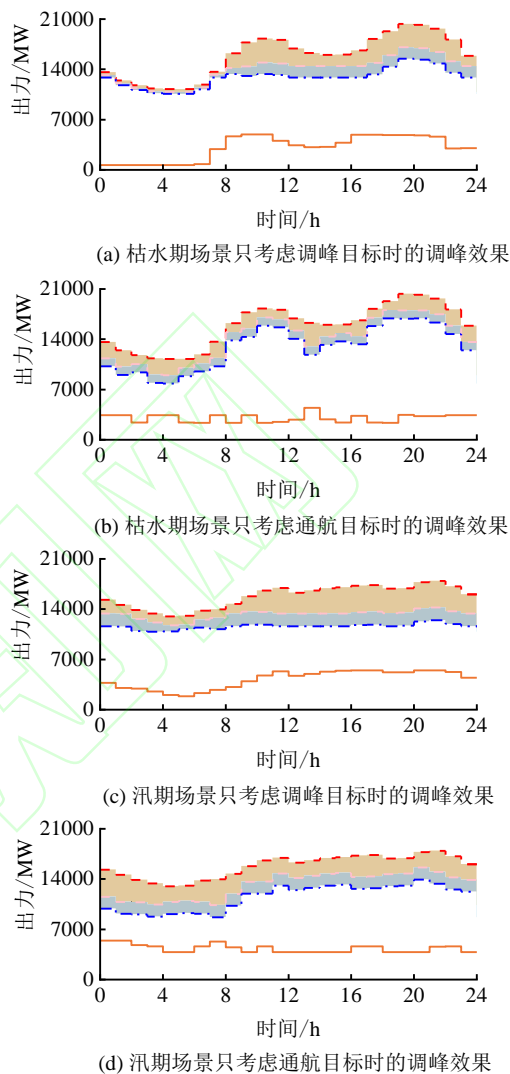


图 3 不同场景下不同目标的调峰效果对比  
Fig.3 Comparison of peak shaving effects of different objectives under different scenarios

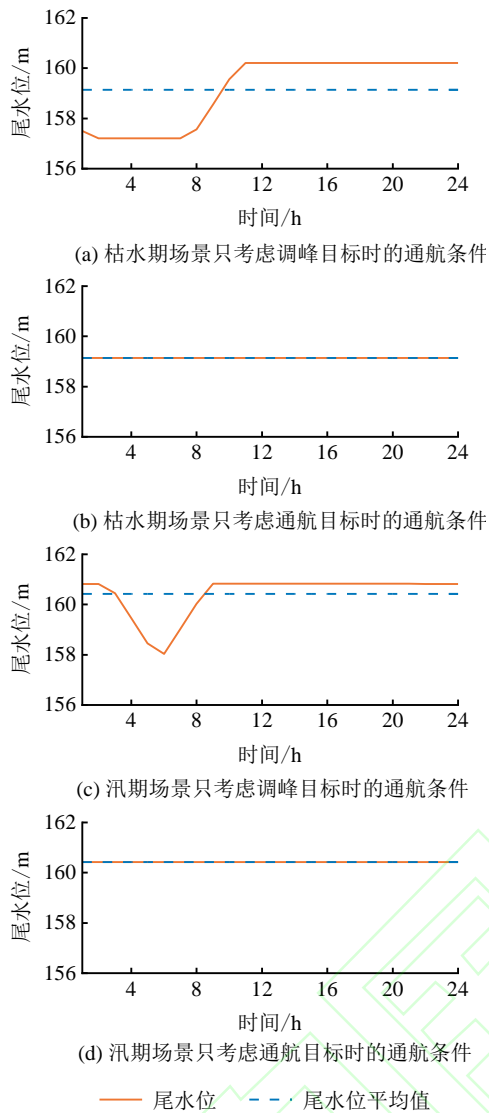


图4 不同场景下不同目标的通航条件对比

Fig.4 Comparison of navigation conditions of different objectives under different scenarios

表1 单目标调度结果对比

Table 1 Comparison of scheduling results between single objectives

场景	目标	$f_1/\text{MW}$	$f_2/\text{m}$	$\Delta D'_i/\text{MW}$	$D_{\Delta Z}/\text{m}$	$H_{\Delta Z}/\text{m}$
枯水期	调峰	936.44	1.92	4920.24	3.00	1.00
	通航	2618.79	0	9083.73	0	0
汛期	调峰	246.82	1.17	1587.09	2.80	1.00
	通航	1659.46	0	5235.11	0	0

可以看出:仅考虑调峰目标时,调峰效果较好,枯水期、汛期剩余负荷平均距优化结果分别为936.44、246.82 MW,但此时下游河道日水位最大变幅分别达到3.00、2.80 m,小时水位最大变幅均为1.00 m,水位最大变幅接近或达到上限值,没有很好地兼顾通航要求;由于电站B的调蓄能力较强,仅考虑通航目标时,河道日内水位变化几乎为0,但此时剩余负荷峰谷差较大,极大地损失了调峰效益。

### 3.3.2 多目标调度优化结果

图5为在枯水期和汛期场景下,利用NBI方法求解调峰、通航多目标问题所获得的Pareto前沿。由图可以看出梯级水电站群调峰与通航目标间相互制约:随着调峰幅度的增加,下游水位波动增大,通航条件变差,而当通航控制要求提高时,调峰效益急剧下降,这种矛盾在枯水期更为明显。所得Pareto前沿分布均匀,可充分度量不同目标间的制约关系,为工程应用提供了一定的决策依据。

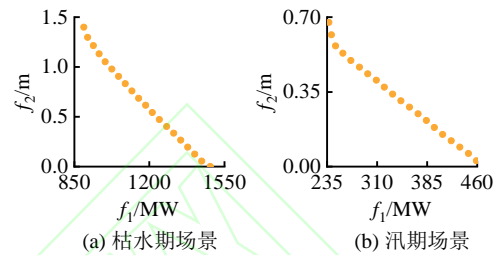


图5 Pareto 前沿分布图

Fig.5 Pareto front distribution

附录B表B3、B4分别列出了枯水期和汛期场景下的部分Pareto解,为水电航运梯级提供了日运行的决策方案集。需要说明的是,在实际调度中,还需以均匀扩展为原则<sup>[1]</sup>,在根据运行工况权衡调峰与通航的综合效益后择优选取。除调度人员的经验外,还可利用熵权法<sup>[15]</sup>、边际分析原理<sup>[14]</sup>等进行决策。

### 3.3.3 方法性能对比

为验证NBI方法的性能,本节以枯水期场景为例,分别采用目标权重法、 $\epsilon$ -约束法、NBI方法求解上述多目标问题。其中, $\epsilon$ -约束法以调峰目标为主目标函数,通航目标的约束上限与NBI方法所得天底值 $f_2(x_1^*)$ 一致。结果如表2及附录B图B3所示。

表2 不同方法求解结果对比

Table 2 Comparison of solution results among different methods

方法	解的数目	相邻解的平均间距	相邻解间距的变异系数/%
NBI方法	13	34.19	7.83
目标权重法	13	48.07	210.78
$\epsilon$ -约束法	13	47.32	13.44

由表可以看出,与目标权重法和 $\epsilon$ -约束法相比,NBI方法所得相邻解间的离散程度更低,Pareto解集分布更为集中、均匀,因此NBI方法更有效,所得结果也更合理。

### 3.3.4 回水顶托影响分析

本节以枯水期场景为例,分析回水顶托作用对水电航运梯级短期多目标优化调度,尤其是对电站A尾水位及调峰效果的影响。附录B图B4对比了考虑与不考虑回水顶托作用时电站A的尾水位情况。由图可以看出:电站A的尾水位变化趋势总

体与出库流量保持一致, 电站 B 的坝上水位日内变幅不大, 处于较高水平; 当出库流量较大时, 出库流量对尾水位变化起主导作用, 顶托作用相对较小; 当出库流量较小时, 电站 B 回水对于电站 A 尾水位的顶托作用较明显; 不考虑顶托与考虑顶托的尾水位最多相差约 2.5 m, 在实际调度中不可忽视。

表 3 为考虑与不考虑回水顶托时的各项指标结果。由表可以看出, 相较于考虑回水顶托, 在不考虑回水顶托时, 平均尾水位降低 0.99 m, 平均水头增大 0.99 m, 梯级总发电量减少 829.68 MW·h, 因此, 若不考虑顶托作用, 则会造成实际工况与运行计划不符, 不能很好地完成调度任务。

表 3 考虑与不考虑回水顶托时的各项指标结果  
Table 3 Results of each indicator with and without considering backwater jacking

是否考虑 回水顶托	平均 尾水位/m	平均水头 /m	电站 A 平均出力/MW	梯级总发电量 (MW·h)
是	225.57	124.84	1853.25	44478.00
否	224.58	125.83	1887.82	45307.68
差值	-0.99	0.99	34.57	829.68

## 4 结论

用电需求的大幅攀升与间歇性新能源的大规模并网为水电参与电网调峰带来了新的挑战, 内河航运经济的迫切发展需求也给水电航运枢纽的精细调度提出了新的要求。针对复杂水力、电力联系下水电航运梯级的短期多目标优化调度问题, 本文构建了以剩余负荷平均距与下游尾水位平均距最小为目标的 MILP 模型。西南某流域梯级水电站群的算例结果表明: 本文所提模型在枯水期和汛期场景下均可有效兼顾调峰与通航效益; 所用函数聚合与六面体栅格化技术可充分计及回水顶托影响, 细致刻画电站出力特性函数; 与目标权重法、 $\varepsilon$ -约束法相比, NBI 方法能获取更为理想的结果, 为工程问题提供了合理的决策方案。本文针对主力调峰电站及其反调节电站在短期调度时如何兼顾调峰与通航需求进行了研究, 当流域内有多座电站同时承担通航任务时, 如何充分考虑不同库区间的航运需求, 兼顾多种效益, 满足实际工程需求, 值得深入研究。

## 参考文献:

- [1] 牛文静, 申建建, 程春田, 等. 耦合调峰和通航需求的梯级水电站多目标优化调度混合搜索方法[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(09): 2331-2341.  
Niu Wenjing, Shen Jianjian, Cheng Chuntian, et al. A Hybrid Search Method for Multi-objective Optimization Operations of Cascaded Hydropower Plants With Peak Load Regulation and Navigation Demands[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(09): 2331-2341.
- [2] 申建建, 程春田, 曹瑞, 等. 大规模水电消纳和调峰调度关键问题及研究进展[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(11): 174-183.  
Shen Jianjian, Cheng Chuntian, Cao Rui, et al. Key Issues and Development in Large-scale Hydropower Absorption and Peak Regulation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(11): 174-183.
- [3] 赵宏烨, 廖胜利, 李刚, 等. 一洞多机引水式水电站短期负荷分配方法[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(10): 80-86.  
ZHAO Hongye, LIAO Shengli, LI Gang, et al. Short-term load distribution method for diversion hydropower plant with multiple turbines in one tunnel[J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(10): 80-86.
- [4] 赵志鹏, 刘杰, 程春田, 等. 考虑回水顶托影响的梯级库群日前调峰 MILP 模型[J]. 水利学报, 2019, 50(08): 925-935.  
Zhao Zhipeng, Liu Jie, Cheng Chuntian, et al. A MILP model for day-ahead peak operation of cascade hydropower stations considering backwater[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2019, 50(08): 925-935.
- [5] 张政, 武新宇, 程春田, 等. 计及弃水电量价值的水火电短期联合调度模型[J/OL]. 电力自动化设备. <https://doi.org/10.16081/j.epae.202204009>  
ZHANG Zheng, WU Xinyu, CHENG Chuntian, et al. Short-term combined dispatching model of hydro-thermal power considering abandoned hydropower value[J/OL]. Electric Power Automation Equipment. <https://doi.org/10.16081/j.epae.202204009>
- [6] Deng Zhuoming, Liu Mingbo, Ouyang Yifeng, et al. Multi-Objective Mixed-Integer Dynamic Optimization Method Applied to Optimal Allocation of Dynamic Var Sources of Power Systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(2): 1683-1697.
- [7] Qin Hui, Zhou Jianzhong, Lu Youlin, et al. Multi-objective differential evolution with adaptive Cauchy mutation for short-term multi-objective optimal hydro-thermal scheduling[J]. Energy Conversion and Management, 2010, 51(4): 788-794.
- [8] 周建中, 李英海, 肖舸, 等. 基于混合粒子群算法的梯级水电站多目标优化调度[J]. 水利学报, 2010, 41(10): 1212-1219.  
Zhou Jianzhong, Li Ying-Hai, Xiao Ge, et al. Multi-objective optimal dispatch of cascade hydropower stations based on shuffled particle swarm operation algorithm[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 41(10): 1212-1219.
- [9] Ishibuchi H, Tsukamoto N, Nojima Y. Evolutionary many-objective optimization: A short review.[C]// Evolutionary Computation, 2008. CEC 2008. (IEEE World Congress on Computational Intelligence). Hong Kong, China: IEEE 2008: 2419-2426.
- [10] Hua Yicun, Jin Yaochu, Hao Kuangrong. A Clustering-Based Adaptive Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization With Irregular Pareto Fronts[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(7): 2758-2770.
- [11] 吴杰康, 郭壮志. 基于仿电磁学算法的梯级水电站多目标短期优化调度[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(31): 14-21.  
Wu Jiekang, Guo Zhuangzhi. Electromagnetism-like Mechanism Based Multi-objective Short-term Optimization Scheduling for Cascade Hydro Plants[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(31): 14-21.
- [12] 梅亚东, 熊莹, 陈立华. 梯级水库综合利用调度的动态规划方法研究[J]. 水力发电学报, 2007(02): 1-4.  
Mei Yadong, Xiong Ying, Chen Lihua. A dynamic programming method for the multi-purpose operation of cas-



- cade reservoirs[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2007(02): 1-4.
- [13] 胡国强, 贺仁睦. 梯级水电站长期多目标模糊优化调度新模型[J]. 电力自动化设备, 2007, 27(04): 23-27.
- HU Guoqiang, HE Renmu. Long-term multi-objective fuzzy optimization scheduling model of cascaded hydroelectric stations[J]. Electric Power Automation Equipment, 2007, 27(04): 23-27.
- [14] 张俊涛, 申建建, 程春田, 等. 耦合目标接近度和边际分析原理的梯级水电站多目标优化调度方法[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(05): 1268-1278.
- Zhang Juntao, Shen Jianjian, Cheng Chuntian, et al. Multi-objective Optimal Operation of Cascade Hydropower Stations Based on Objective Adjacent Scale and Marginal Analysis Principle[J]. 2019, 39(05): 1268-1278.
- [15] 陆文甜, 林舜江, 刘明波, 等. 含风电场的交直流互联电力系统网省协调有功调度优化方法[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(07): 89-96.
- Lu Wentian, Lin Shunjiang, Liu Mingbo, et al. A Regional and Provincial Grid Coordination Optimization Method for Active Power Dispatch in AC/DC Interconnected Power System with Wind Power Integration[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(07): 89-96.
- [16] Zhu Zean, Wang Xu, Jiang Chuanwen, et al. Multi-objective optimal operation of pumped-hydro-solar hybrid system considering effective load carrying capability using improved NBI method[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2021, 129: 106802.
- [17] Simab Mohsen, Javadi Mohammad Sadegh, Nezhad Ali Esmaeel. Multi-objective programming of pumped-hydro-thermal scheduling problem using normal boundary intersection and VIKOR[J]. Energy, 2018, 143: 854-866.
- boundary intersection (NBI) method; backwater
- [18] Li Xiang, Li Tiejian, Wei Jiahua, et al. Hydro Unit Commitment via Mixed Integer Linear Programming: A Case Study of the Three Gorges Project, China[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(3): 1232-1241.
- [19] 张政, 程春田, 李泽宏, 等. 水电站群短期调峰优化模型目标函数比较研究[J]. 电网技术, 2021, 45(09): 3523-3533.
- Zhang Zheng, Cheng Chuntian, Li Zehong, et al. Comparative Study on Objective Functions of Short-term Peak Shaving Optimization Models for Hydropower Stations[J]. Power System Technology, 2021, 45(09): 3523-3533.
- [20] 申建建, 陆建宇, 吴慧军, 等. 区域电网水火电系统短期协调控制方法及应用实践[J]. 电力自动化设备, 2016, 36(10): 141-147.
- SHEN Jianjian, LU Jianyu, WU Huijun, et al. Short-term coordinated control of regional hydro-thermal system and its application[J]. Electric Power Automation Equipment, 2016, 36(10): 141-147.

## 作者简介:



吴慧军

吴慧军(1989—), 男, 高级工程师, 博士, 主要研究方向为大规模水电系统经济运行 (E-mail: wuhj@csg.cn);

李树山(1985—), 男, 高级工程师, 博士, 主要研究方向为大规模水电系统经济运行 (E-mail: sslee.scu.2004@163.com);

廖胜利(1980—), 男, 副教授, 博士研究生导师, 博士, 通信作者, 主要研究方向为水电系统优化经济运行及系统实现 (E-mail: shengliliao@dlut.edu.cn)。

## MILP method for multi-objective short-term optimization scheduling of cascaded hydropower stations coupling peak-shaving and navigation demands

WU Huijun<sup>1</sup>, LI Shushan<sup>1</sup>, TANG Hongbing<sup>1</sup>, MA Xiangyu<sup>2</sup>, ZHANG Xi<sup>2</sup>, LIAO Shengli<sup>2</sup>

(1. Electric Power Dispatching and Control Center of China Southern Power Grid Company Limited, Guangzhou 510000, China; 2. Institute of Hydropower and Hydroinformatics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** The contradiction between the peak shaving task of the power grid and the demand for river navigation is a critical problem faced by the cascade hydropower plants with navigation tasks. The jacking effect of interval backwater aggravates the complexity of the problem. Thus, a Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model was established for multi-objective short-term optimal scheduling of cascade hydropower plants considering the influence of backwater. The first objective of the model is to minimize the difference between the remaining load and its average, while to minimize the difference between the downstream tailwater level and its average is the other one. After aggregating the nonlinear constraints to one function, the hexahedral grid method combined with the Special Ordered Sets of type two (SOS2) constraint was introduced to linearize the nonlinear constraints. Then the multi-objective MILP model was solved by the Normal Boundary Intersection (NBI) method. Example result indicates that the method can fully consider the impact of backwater jacking, take into account the peak shaving and navigation requirements, efficiently solve the multi-objective operation problem and obtain ideal results.

**Key words:** multi-objective optimization scheduling; MILP; NBI; backwater jacking

## 附录 A:

### 目标函数线性化策略

$$\begin{aligned} \min f_1 &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \delta_t \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \delta_t \geq D'_t - \sum_{t=1}^T \frac{D'_t}{T} \\ \delta_t \geq \sum_{t=1}^T \frac{D'_t}{T} - D'_t \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

$$\begin{aligned} \min f_2 &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varsigma_t \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \varsigma_t \geq Z_{N,t}^{\text{tail}} - \bar{Z}_N^{\text{tail}} \\ \varsigma_t \geq \bar{Z}_N^{\text{tail}} - Z_{N,t}^{\text{tail}} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

### 常规调度约束

#### 1) 水量平衡约束

$$V_{n,t+1} = V_{n,t} + 3600 \times (I_{n,t} + Q_{n-1,t} - Q_{n,t}) \Delta t \quad (\text{A3})$$

式中:  $V_{n,t}$  为  $t$  时段电站  $n$  的库容,  $\text{m}^3$ ;  $I_{n,t}$  为电站  $n$  在  $t$  时段的区间入库流量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $Q_{n,t}$  为电站  $n$  在  $t$  时段的出库流量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $\Delta t$  为时段长,  $1\text{h}$ 。

#### 2) 库容约束

$$\underline{V}_n \leq V_{n,t} \leq \bar{V}_n \quad (\text{A4})$$

式中:  $\bar{V}_n$ 、 $\underline{V}_n$  分别为电站  $n$  库容上、下限,  $\text{m}^3$ 。

#### 3) 始末库容约束

$$V_{n,0} = V_n^0 \quad (\text{A5})$$

$$V_{n,T} = V_n^{\text{end}} \quad (\text{A6})$$

式中:  $V_n^0$ 、 $V_n^{\text{end}}$  分别为电站  $n$  调度期初始库容、控制末库容,  $\text{m}^3/\text{s}$ 。

#### 4) 发电流量约束

$$\underline{q}_n \leq q_{n,t} \leq \bar{q}_n \quad (\text{A7})$$

式中:  $q_{n,t}$  为发电流量,  $\bar{q}_n$ 、 $\underline{q}_n$  分别为电站  $n$  发电流量上、下限,  $\text{m}^3/\text{s}$ 。

#### 5) 出库流量约束

$$Q_{n,t} = \begin{cases} q_{n,t} + S_{n,t} & , q_{n,t} > \bar{q}_n \\ q_{n,t} & , q_{n,t} \leq \bar{q}_n \end{cases} \quad (\text{A8})$$

$$\underline{Q}_n \leq Q_{n,t} \leq \bar{Q}_n \quad (\text{A9})$$

式中:  $S_{n,t}$  为电站  $n$  的弃水流量,  $\text{m}^3/\text{s}$ , 当  $q_{n,t} > \bar{q}_n$  时,  $S_{n,t} = Q_{n,t} - \bar{q}_n$ ; 当  $q_{n,t} \leq \bar{q}_n$  时,  $S_{n,t} = 0$ 。  $\bar{Q}_n$ 、 $\underline{Q}_n$  分别为电站  $n$  出库流量上、下限,  $\text{m}^3/\text{s}$ 。其中下限由最低生态、航运流量要求决定, 上限取决于水库泄流能力。

#### 6) 电站出力上下限约束

$$\underline{P}_n \leq P_{n,t} \leq \bar{P}_n \quad (\text{A10})$$

式中:  $\bar{P}_n$ 、 $\underline{P}_n$  分别为电站  $n$  出力上、下限,  $\text{MW}$ 。

#### 7) 出力爬坡约束

$$\begin{cases} P_{n,t+1} - P_{n,t} \leq \Delta P_n \\ P_{n,t} - P_{n,t+1} \leq \Delta P_n \end{cases} \quad (\text{A11})$$

式中:  $\Delta P_n$  为电站  $n$  允许出力变幅,  $\text{MW}$ 。

### 通航目标非线性约束的线性化方法

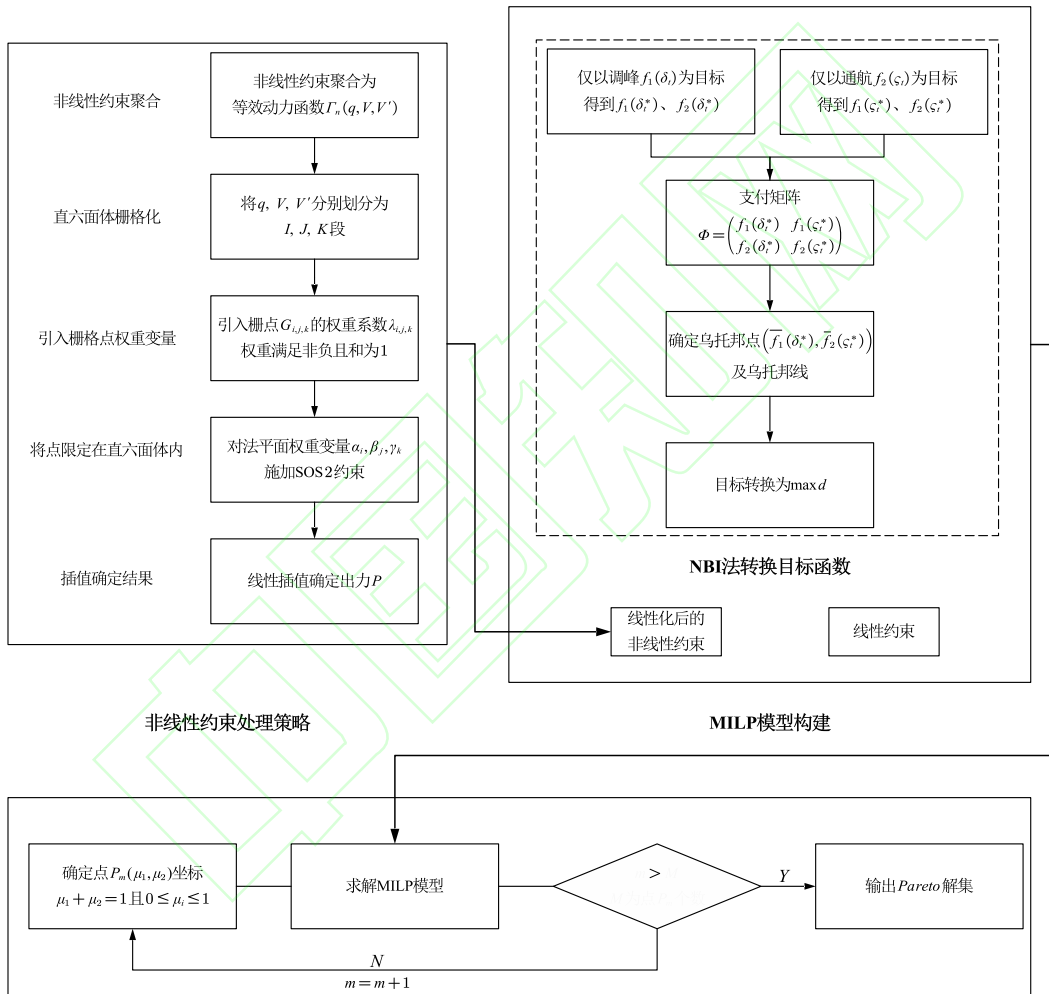
$$\sum_{l=1}^L \eta_{N,t}^l = 1, \eta_{N,t}^l \geq 0 \quad (\text{A12})$$

$$\text{SOS2}(\eta_{N,t}^1, \eta_{N,t}^2, \dots, \eta_{N,t}^L) \quad (\text{A13})$$

$$Z_{N,t}^{\text{tail}} = \sum_{l=1}^L \eta_{N,t}^l \times \hat{Z}_N^{\text{tail}} \quad (\text{A14})$$

$$Q_{N,t} = \sum_{l=1}^L \eta_{N,t}^l \times \hat{Q}_N \quad (\text{A15})$$

式中： $\eta_{N,t}^l$  为分段权重， $L$  为分段数； $\hat{Z}_N^{\text{tail}}$ 、 $\hat{Q}_N$  为下游电站尾水位下泄流量曲线水位、流量的分段离散点。式(A12) 限制了权重非负且和为 1；式(A12)-(A13)分别以离散点与权重之积的和表示  $t$  时刻下游电站的水位与流量值。



求解流程

图 A1 求解流程图

Fig.A1 Solving flowchart

附录 B:

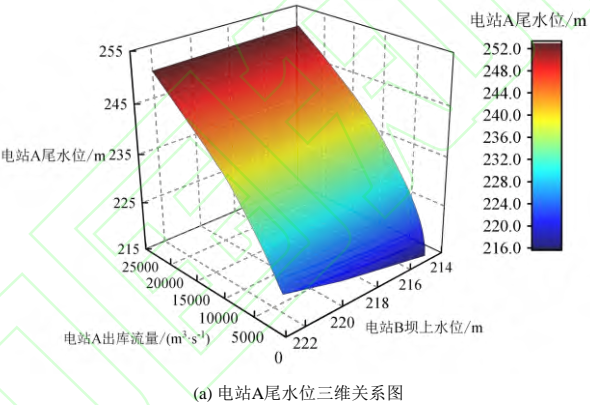
表 B1 电站基础资料  
Table B1 Basic information of power stations

电 站	特征水位/m		装机容量/MW	调节性能	最小出库流量/(m <sup>3</sup> •s <sup>-1</sup> )	最大发电流量/(m <sup>3</sup> •s <sup>-1</sup> )	通航条件/m			始末库容/m <sup>3</sup>		出力变幅/MW
	死水位	正常高					$\overline{D_{\Delta Z}}$	$\overline{H_{\Delta Z}}$	航深	枯水期 $V_n^0 / V_n^{\text{end}}$	汛期 $V_n^0 / V_n^{\text{end}}$	
A	330	375	4900	多年	221	3920	3	1	>1.6	$8.980 \times 10^9 / 8.885 \times 10^9$	$7.624 \times 10^9$	1633
B	217	223	1810	季	364	3466	3	1	>1.6	$2.092 \times 10^9 / 2.078 \times 10^9$	$2.136 \times 10^9$	603

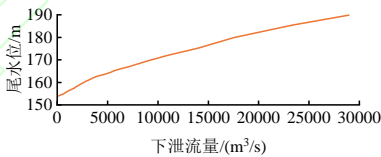
注:  $\overline{D_{\Delta Z}}$  为下游河道日水位最大允许变幅,  $\overline{H_{\Delta Z}}$  为下游河道小时水位最大允许变幅。

表 B2 各变量离散栅格点数  
Table B2 Number of discrete grid points for each variable

电 站	离散栅格点数		
	库容 $V_{n,d}$	发电流量 $q_{n,d}$	尾水位 $Z_{n,d}^{\text{tail}}$
A	4	4	-
B	4	4	3



(a) 电站A尾水位三维关系图



(b) 电站B尾水位与下泄流量关系曲线

图 B1 电站尾水位与下泄流量关系曲线

Fig.B1 Relationship curve between tail water level and discharge flow of power station



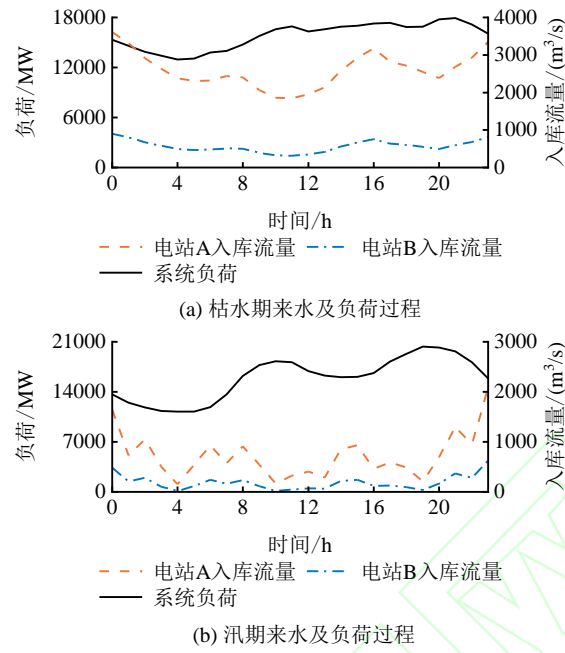


图 B2 枯水期和汛期典型日的来水及负荷场景  
Fig.B2 Typical daily Inflow and load scenarios in dry and flood seasons

表 B3 枯水期梯级水电站多目标优化调度 Pareto 解集  
Table B3 Pareto solution set for multi-objective optimal scheduling of cascaded hydropower stations in dry season

编号	评价指标				
	$f_1$ /MW	$f_2$ /m	$\Delta D_i$ /MW	$D_{AZ}$ /m	$H_{AZ}$ /m
1	927.78	1.380	4943	3.00	1.33
2	1041.35	0.939	5024	2.90	1.26
3	1193.94	0.588	5634	1.78	1.27
4	1352.57	0.250	6411	1.69	1.13
5	1550.00	0.000	7083	0.00	0.000

表 B4 汛期梯级水电站多目标优化调度 Pareto 解集  
Table B4 Pareto solution set for multi-objective optimal dispatching of cascaded hydropower stations in flood season

编号	评价指标				
	$f_1$ /MW	$f_2$ /m	$\Delta D_i$ /MW	$D_{AZ}$ /m	$H_{AZ}$ /m
1	348.58	0.351	2501	2.25	1.31
2	375.96	0.232	2904	1.86	1.47
3	407.74	0.151	2904	1.95	1.43
4	440.02	0.073	2988	1.02	0.88
5	472.84	0.000	2892	0.00	0.00

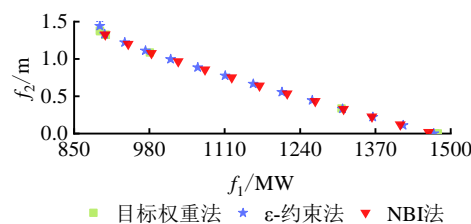
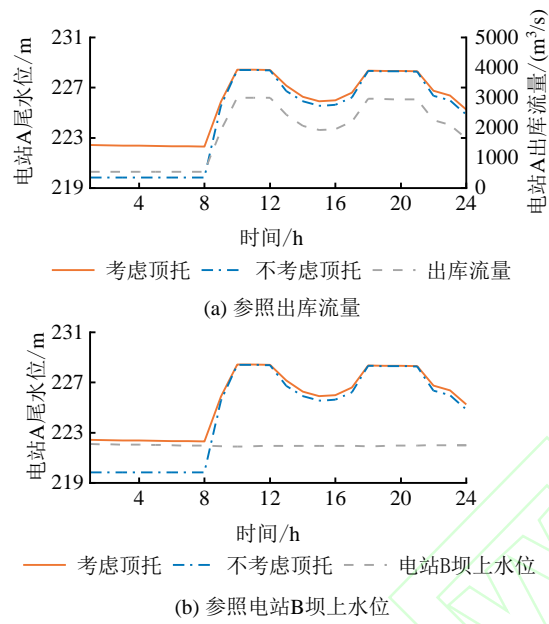


图 B3 不同求解方法所获 Pareto 前沿对比  
Fig.B3 Comparison of Pareto frontiers obtained by different solving methods



注：图 (a)、(b) 分别以电站 A 出库流量及电站 B 坝上水位为参照，其中考虑回水顶托的结果由上述模型计算得到，不考虑回水顶托的结果根据本文模型计算的下泄流量反推计算得到。

图 B4 考虑回水顶托与不考虑回水顶托尾水位对比

Fig.B4 Comparison of tail water level considering backwater jacking and not considering backwater jacking