四、基本求导法则与导数公式

1． 基本初等函数的导数公式和求导法则

基本初等函数的求导公式和上述求导法则，在初等函数的基本运算中起着重要的作用，我们必须熟练的掌握它，为了便于查阅，我们把这些导数公式和求导法则归纳如下：

基本初等函数求导公式

(1) $(C)'=0$ (2) $(x^{\mu})'=\mu x^{\mu-1}$

(3) $(\sin x)'=\cos x$ (4) $(\cos x)'=-\sin x$

(5) $(\tan x)'=\sec^2 x$ (6) $(\cot x)'=-\csc^2 x$

(7) $(\sec x)'=\sec x\tan x$ (8) $(\csc x)'=-\csc x\cot x$

(9) $(a^x)'=a^x\ln a$ (10) $(e^x)'=e^x$

(11) $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$ (12) $(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$，

(13) $(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (14) $(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(15) $(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$ (16) $(\operatorname{arc}\cot x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

函数的和、差、积、商的求导法则

设 $u=u(x)$，$v=v(x)$ 都可导，则

（1） $(u\pm v)'=u'\pm v'$ （2） $(Cu)'=Cu'$（C 是常数）

（3） $(uv)'=u'v+uv'$ （4） $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

反函数求导法则

若函数 $x=\varphi(y)$ 在某区间 I_y 内可导、单调且 $\varphi'(y)\neq 0$，则它的反函数 $y=f(x)$ 在对应区间 I_x 内也可导，且

$$f'(x)=\frac{1}{\varphi'(y)} \quad 或 \quad \frac{dy}{dx}=\frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

复合函数求导法则

设 $y=f(u)$，而 $u=\varphi(x)$ 且 $f(u)$ 及 $\varphi(x)$ 都可导，则复合函数 $y=f[\varphi(x)]$ 的导数为

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx} \quad 或 \quad y'=f'(u)\cdot\varphi'(x)$$

上述表中所列公式与法则是求导运算的依据，请读者熟记.

2． 双曲函数与反双曲函数的导数 .

双曲函数与反双曲函数都是初等函数， 它们的导数都可以用前面的求导公式和求导法则求出.

可以推出下表列出的公式：

$(\operatorname{sh} x)'=\operatorname{ch} x$	$(\operatorname{ch} x)'=\operatorname{sh} x$	$(\operatorname{th} x)'=\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
$(\operatorname{arsh} x)'=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$(\operatorname{arch} x)'=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$(\operatorname{arth} x)'=\frac{1}{1-x^2}$