Trabajo Práctico Nº 2
ÁLGEBRA DE BOOLE, FUNCIONES LÓGICAS, SIMPLIFICACIÓN

OBJETIVOS:

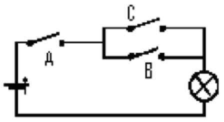
Definición del Álgebra de Boole. Su aplicación a la representación de proposiciones y de circuitos lógicos. Leyes de De Morgan. Manejo de expresiones literales del A. de Boole. Funciones lógicas: expresión algebraica, tabla de verdad, expresiones canónicas por minitérminos y por maxitérminos. Funciones equivalentes, simplificación. Métodos de Karnaugh y de Quine – McCluskey. Circuitos de compuertas. Diseño en base a la descripción informal de un problema físico.

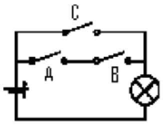
A. ÁLGEBRA DE BOOLE

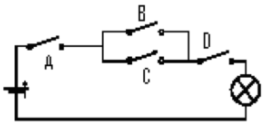
1. Indicar los requerimientos para definir un álgebra. Determinar las características de un Álgebra de Boole. Analizar los postulados de Huntington.
2. Discutir la importancia del Álgebra de Boole como base matemática para analizar y sintetizar sistemas lógicos.
3. Indicar que es el Principio de Dualidad,
   a) Basándose en este principio definir cual es la expresión dual de:
      1) A+1 = 1
      2) a = a+ab
   b) Verificar la dualidad de las Leyes de De Morgan (Una respecto de la otra)
4. Verificar mediante tablas de verdad las siguientes leyes del Álgebra de Boole
   D . (F + H) = D * F + D * H
   D + F * H = (D + F)* (D + H)
5. Verificar las siguiente igualdades aplicando postulados del Álgebra de Boole
   (X + ~ Y + X.Y). (X + ~ Y). ~ X . ~ Y = ~ X . ~ Y
   (X + ~ Y + X. ~ Y).(X.Y + ~ X . Z + Y . Z) = X . Y + ~ X . ~ Y . Z
   (A.B + C + D). (~ C + D). (~ C + D + E) = A . B . ~ C + D
6. Encontrar una suma de productos o un producto de sumas que no contenga inversiones salvo inversiones de variable:
   a) $$\overline{(\overline{B}.A + \overline{D}.C.\overline{B} + \overline{D}.A + \overline{C}.B.\overline{A})\overline{(\overline{C}.\overline{B}.\overline{A} + D.B.A + C.B.\overline{A} + D.\overline{B}.\overline{A})}}$$
   b) $$\overline{(C \oplus B)} + \overline{(C \oplus A)} + (B \oplus A)$$

B.- RELACIONES ENTRE EL ÁLGEBRA DE BOOLE, EL ÁLGEBRA PROPOSICIONAL, LA TEORIA DE CONJUNTOS Y LOS CIRCUITOS LÓGICOS.

7. Analizar las razones por las cuales puede decirse que el Álgebra Proposicional es un Álgebra de Boole.
8. Analizar la teoría de conjuntos como Álgebra de Boole.
9. Demostrar las leyes de De Morgan empleando diagramas de Venn.
   ~ (D + F + H) = ~ D * ~ F * ~ H
   ~ (D * F * H) = ~ D + ~ F + ~ H
10. Analizar la lógica de las redes de relés como Álgebra de Boole.
11. Obtener la tabla de verdad y las ecuaciones lógicas de los siguientes circuitos de relés

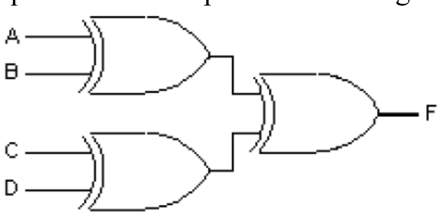


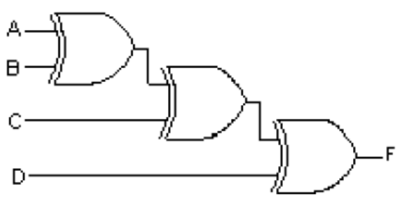




C.- FUNCIONES LOGICAS

12. Definir:
    a) Función lógica. Analizar su empleo
    d) Bloque Funcional. Compuerta. Diagrama en bloques de un sistema
    e) Análisis, síntesis, diseño, simulación, implementación
13. Analizar cuántas y cuáles son las funciones lógicas de dos variables A y B del Álgebra de Boole.
14. Idem para *n* variables
15. Describir las tablas de verdad de las funciones elementales que definen las operaciones requeridas por el Álgebra de Boole
16. Aplicando leyes y postulados del álgebra de Boole encontrar el complemento de las siguientes funciones:
    F1(A,B,C,D) = (B. ~C + ~A.D).(A. ~B + C. ~D)
    F2(A,B,C,D) = ~B.D + ~A.B. ~C + A.C.D + ~A. B.C
    F3(A,B,C,D) = A. ~B + ~C. ~D
    F4 = (D * ~ F + ~ D * H)* [D + F * (H + ~ D * ~ M)]
    F5 = (D + ~ F + ~ H * ~ D + F + H)* (~ D + F + ~ H.-
17. Aplicando leyes y postulados del álgebra de Boole expresar las siguientes funciones como suma de minitérminos:
    F1(A,B,C) = ~ A + C ~ B
    F2(A,B,C,D = (B. ~A + ~D. ~B).(C.A + ~C.~B)
    F3(A,B,C,D) = ~{~[~(~B.A) + C.~B).(A + ~ B)].(B + ~C)}
    F4(A,B,C,D) = ~ A + C ~ B
    F5(A,B,C,D) = A.B.C + ~A. ~B.C+ ~A.B.C + A.B. ~C+~ A. ~B. ~ C
    F6(A,B,C) = [(~(C.D)+A]+ A + C.D + A.B
    F7(A,B,C) = ~A xor B + (A xor C) ~ B
18. Habiendo expresado las funciones del ejercicio anterior en la forma de suma de minitérminos, se pide:
    a) Expresarla como producto de maxitérminos
    b) Hallar el complemento como producto de sumas
    En ambos casos indicar la expresión algebraica completa y la notación compacta
19. Discutir la posibilidad de representar una función cualquiera haciendo uso de compuertas NAND exclusivamente. Ídem con compuertas NOR.
20. Indicar qué funciones implementan los siguientes circuitos:.





Hacer una comparación de ambos

D.- SIMPLIFICACION

21. Discutir los conceptos de: minitérmino, maxitérmino, implicante primo, implicante primo esencial, función mínima, formas canónicas, funciones equivalentes.

22. Simplificar por aplicación de los postulados del Algebra de Boole las siguientes funciones:

    F(A,B,C,D) = (A . ~ C + A . C) . (D . B + ~ D . B)

    G(A,B,C,D) = (A . ~ C + A . C). (D . B + ~ D . B) + 1

    H(A,B,C,D) = (A . ~ C + A . C). (D . B + ~ D . B) . 0

    I(A,B,C) = A . ~ C . (~ D . ~ B + D . ~ B) + (A . ~ C + A . C). ~ B

    J(A,B,C,D) = B.D + D.C + ~ B . D + D . ~ C

    K(A,B,C,D) = D . C + C . A + ~ D . C

    L(B,C,D) = (~ B + ~ D). (~ D + ~ C). (B + ~ D)

23. Simplificar las siguientes funciones utilizando el método de Karnaugh. Hacerlo (a) por los 1's de la función y (b) por los 0's de la función.

    Indicar en cada caso todos los implicantes primos y todos los implicantes primos esenciales. Presentar todas las soluciones posibles.

    F1(A,B,C,D) = A.(B+D+C)+ ~D.A+D. ~A

    F2(A,B,C,D) = D.A+C.A+ ~B.C+ ~B.A+ ~B.~ C

    F3(A,B,C,D) = Σm(0,4,6,2,3,7,5,15,11,13,9,14)

    F4(A,B,C,D) = Σm(2,3,11,6,7,15,4,5,13,1,14)

    F5(D,C,B,A) = Σm(2,3,11,6,7,15,4,5,13,1,14) (notar el cambio de notación)

24. Implementar las expresiones mínimas obtenidas en el ejercicio anterior haciendo uso de compuertas (a) AND y OR (b) NAND exclusivamente (c) NOR exclusivamente

25. Discutir el concepto de redundancia. Proponer situaciones que requieran el uso de redundancias.

26. Simplificar las siguientes funciones por medio del método de Karnaugh.

    (a) utilizando las redundancias (b) sin emplearlas

    Comparar los resultados obtenidos.

    F1(D,C,B,A) = ~B.D.A + B.~D.C+ B.~D. ~A con B.D = 0

    F2(D,C,B,A) = Σm(2;;3;14;15;9;13;1) + Σr(12;0;4;11)

    F3(D,C,B,A) = Σm(0;2;6;5;7;13) + Σr(10;14;3;8;9)

    F4(D,C,B,A) = ΠM(2;3;7;4;10;11;15) + Πr(0,5,6,13)

27. Indicar el diagrama circuital de cada una de las funciones del ejercicio anterior. En cada circuito las compuertas utilizadas deberán ser de un único tipo.

28. Encontrar por el método de Karnaugh todas las expresiones mínimas de F (a) por los 1's y (b) por los 0's.:

    F(A,B,C,D) = Σ m(0,3,6,15) + Σ r(1,2,4,7,9,10,11,13)

    Representar utilizando exclusivamente compuertas NAND.

29. Encontrar por el método de Karnaugh todas las expresiones mínimas de F (a) por los 1's y (b) por los 0's:

    F(A,B,C,D) = Σ m(3,4,6,9,15) + Σ r(1,2,5,7,11,12,14)

    Representar utilizando exclusivamente compuertas NOR

30. Método de Quine – McCluskey: comparación con el método de Karnaugh, contextos en que se hace necesaria su aplicación.

31. Encontrar todas las expresiones mínimas por unos y ceros de la función, especificada por sus minitérminos y redundancias. Hacerlo utilizando (a) el método de Karnaugh y (b) el método de Quine – McCluskey.

    F1(D,C,B,A) = Σm(2,11,14,15,7,6,13,5,4,1)

    F2(D,C,B,A) = Σm(1,3,4,11,13) + Σ r(2,5,6,7,9,10,12,14)

E.- DISEÑO DE CIRCUITOS LOGICOS

32. Analizar los criterios para implementar funciones incluyendo el uso de compuertas OR-EXCLUSIVA.
33. Diseñe un circuito cuya salida indique con un 1 que el número presentado a su entrada (definido por cuatro bits) es múltiplo de 3. En caso contrario la salida debe estar en 0.
34. La junta directiva de una empresa está formada por cuatro miembros, uno de los cuales es el presidente. Las decisiones se toman por mayoría simple y, en caso de empate, decide el voto del presidente. Se desea diseñar una máquina con cuatro pulsadores (uno para cada miembro) cuya salida dé el resultado de la votación.
35. Realizar una tabla de verdad e implementar el circuito eléctrico que resuelva la siguiente descripción:
    "Un indicador luminoso es controlado por cuatro llaves F, G, L y P. El indicador se encenderá si F y G están cerradas y también cuando F y L están cerradas. El indicador no debe encenderse si P está cerrada."
36. Diseñar un circuito que resuelva la lógica planteada en la siguiente proposición:
    "El sistema de control habilita la entrada de materia prima si la temperatura del horno es mayor que 300 ^{o}C y la presión es inferior a 10 atmósferas, o si se llega a la mínima concentración de sales con una temperatura mayor que 300 ^{o}C, o si, siendo la presión mayor o igual que 10 Atmósferas, no hay suficiente concentración de sales."
37. Diseñar un circuito con llaves para manejar las luces de un cuarto con tres puertas. Cada puerta tiene una llave y al accionar cualquiera de ellas debe apagarse las luces si estaban encendidas o encenderlas si estaban apagadas.
38. La calefacción de una casa se realiza por medio de tres estufas eléctricas: una de 1 kW y dos de 1.5 kW. El consumo total no debería en ningún momento superar los 3.7 kW. Diseñe un circuito que permita dar una señal de notificación en caso de que ello ocurra. Implementarlo exclusivamente con compuertas NOR.
39. La salida de un circuito debe repetir la información de tres sensores fotoeléctricos iguales a los del tipo SI-NO, que brindan la misma información, pero por seguridad, se usan en grupo de tres de modo si una falla la salida debe seguir la indicación de los dos restantes. Diseñar un circuito que cumpla estas condiciones y además con tres LEDs indique cuál es el sensor que falla.
40. Un circuito similar al propuesto en el ejercicio 33 admite a su entrada un número binario de 4 bits. En este caso su salida consiste de dos bits que deben indicar si el número a la entrada es múltiplo de 2, es múltiplo de 3, es simultáneamente múltiplo de 2 y de 3, o no es múltiplo ni de 2 ni de 3.