66.70 Estructura del Computador

Punto Flotante

Coma o punto flotante

En muchos cálculos el intervalo de números que se usan es muy grande:

- la masa del electrón, 9×10^{-28} gramos
- la masa del Sol, 2×10^{33} gramos

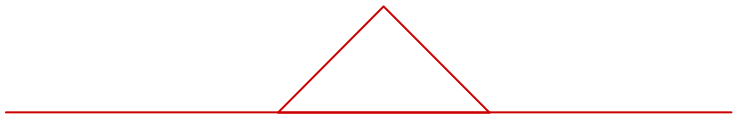
Representación en punto fijo

Masa del electrón = 9×10^{-28} gramos = M_e

Masa del sol = 2×10^{33} gramos = M_s

M_e = 000000000000000000000000000000.000000000000000000000000009

M_s = 200000000000000000000000000000.000000000000000000000000000



Dígitos significativos necesarios para M_e y para M_s

- dígitos decimales
- dígitos binarios

Punto flotante

$$\textit{número representado} = M \times base^{\exp}$$

De un total de N bits:

- *1* bit para el signo de la mantisa
- *x* bits para mantisa
- *y* bits para el exponente (magnitud y signo)

-> Analizar posibilidades de asignación siguiendo este esquema (conclusiones?)

Norma IEEE 754

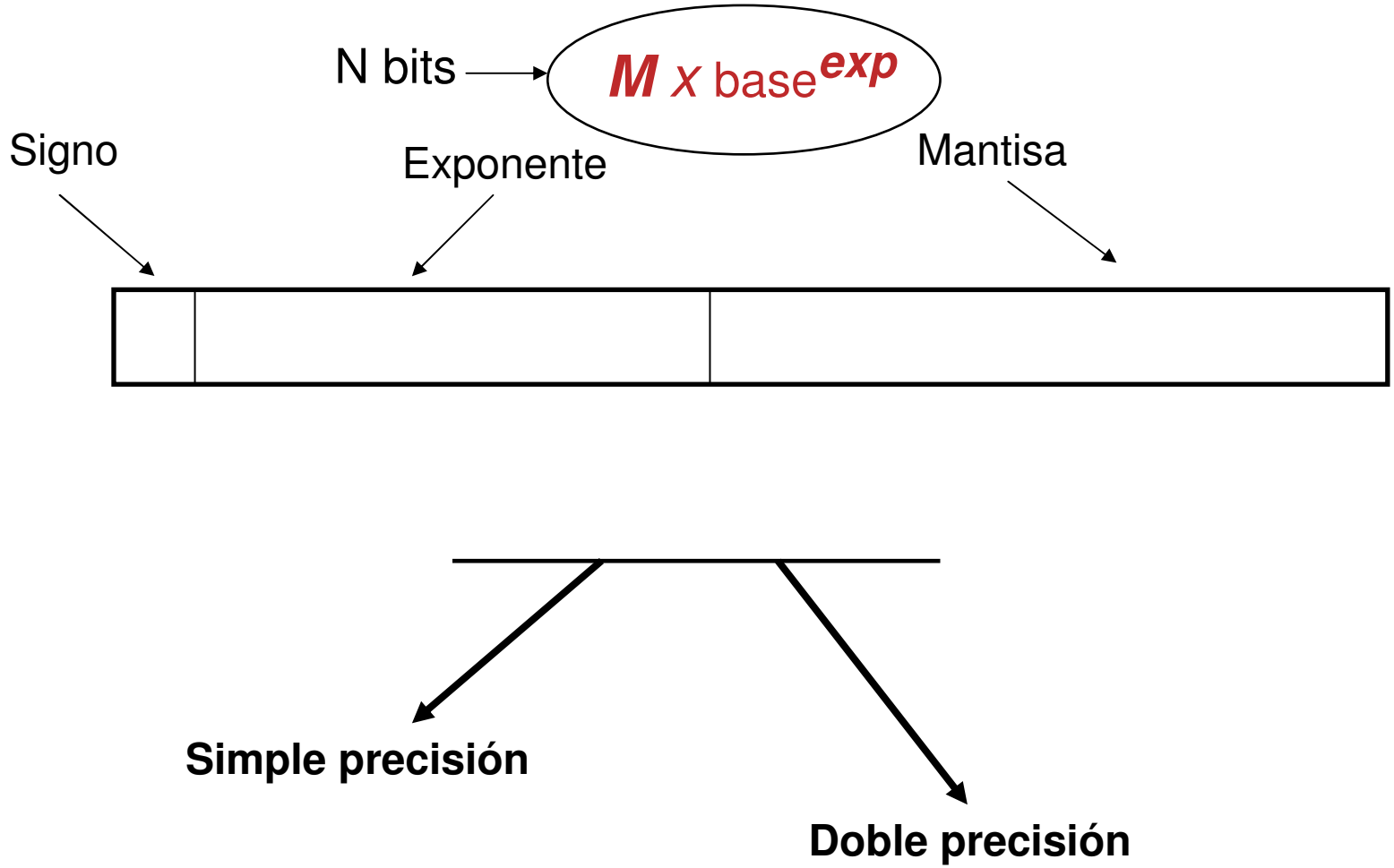
- Ampliamente adoptado. Se utiliza en prácticamente todos los procesadores y coprocesadores aritméticos actuales

- Ventajas de una estandarización:

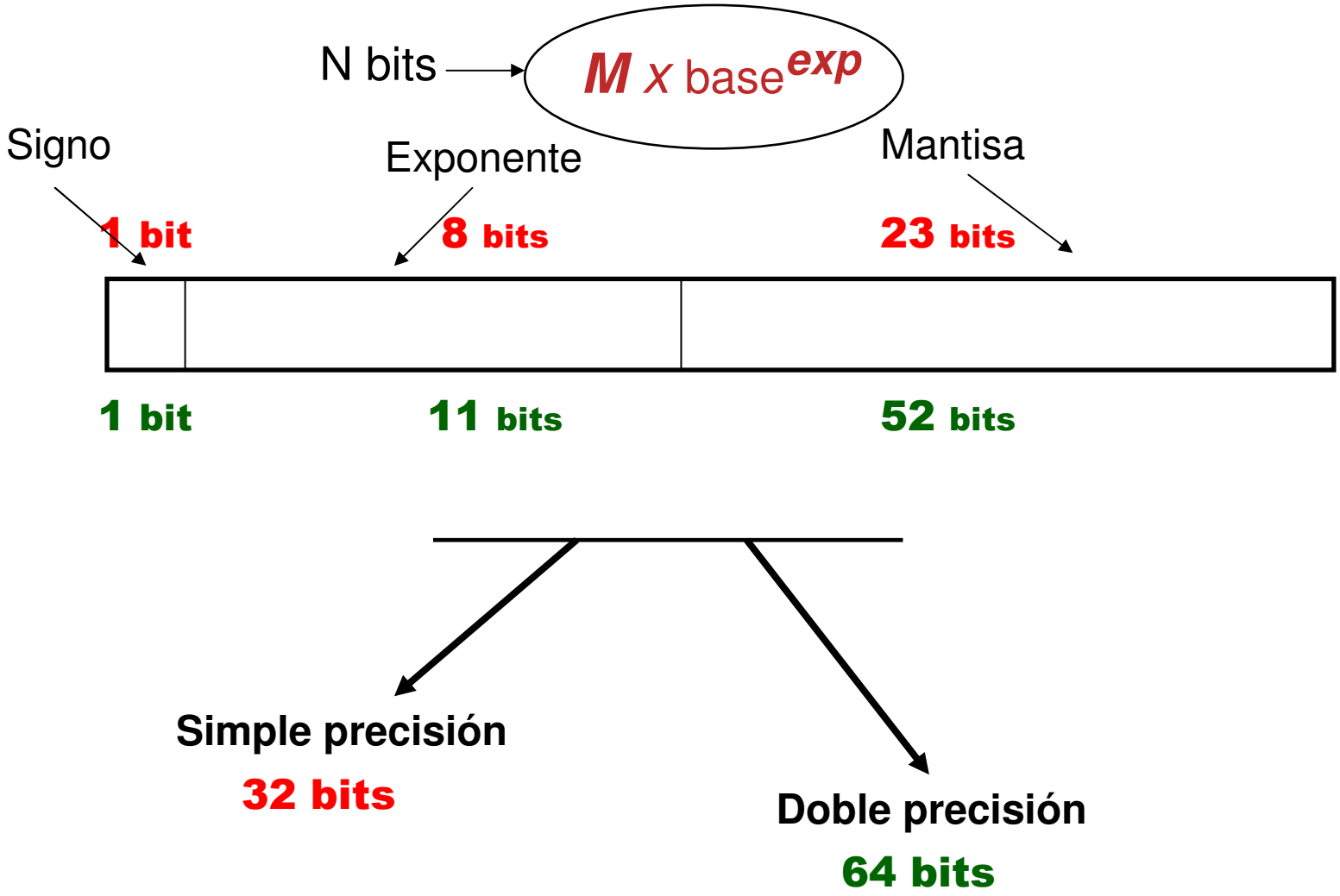
  - ✓ *Portabilidad entre distintos sistemas*

  - ✓ *Alienta el desarrollo de programas numéricos sofisticados*.

Norma IEEE 754



Norma IEEE 754



Definiendo la
Norma IEEE 754

Algunas cuestiones a establecer:

- Qué base utilizar?
- Con qué formato guardar el exponente? *(entero con signo)*
- "Normalizar" ¿porqué?
- Valores "especiales"

Definiendo la
Norma IEEE 754
¿Porqué normalizar?

- ✓ La representación binaria es única para un número dado
- ✓ Todos los bits de la mantisa son significativos
- ✓ Es más fácil comparar dos números:

1º) Comparo exponentes 2º) Comparo mantisas

Definiendo la Norma IEEE 754

Representación del exponente

- El exp. es un número entero con signo

- Sistema para su representación
  - Magnitud y Signo**?**
  - Complemento a 1 **?**
  - Complemento a 2 **?**
  - “Exceso-N” **?**

Representación “exceso 7”

Decimal	*Two's Complement*	*Ones' Complement*	*Signed Magnitude*	***Exceso 7***
–8	1000	—	—	
–7	1001	1000	1111	0 0 0 0
–6	1010	1001	1110	0 0 0 1
–5	1011	1010	1101	0 0 1 0
–4	1100	1011	1100	0 0 1 1
–3	1101	1100	1011	0 1 0 0
–2	1110	1101	1010	0 1 0 1
–1	1111	1110	1001	0 1 1 0
0	0000	1111 or 0000	1000 or 0000	0 1 1 1
1	0001	0001	0001	1 0 0 0
2	0010	0010	0010	1 0 0 1
3	0011	0011	0011	1 0 1 0
4	0100	0100	0100	1 0 1 1
5	0101	0101	0101	1 1 0 0
6	0110	0110	0110	1 1 0 1
7	0111	0111	0111	1 1 1 0
				1 1 1 1

Representación “exceso 7”

Decimal	Two's Complement	Ones' Complement	Signed Magnitude	Exceso 7	
–8	1000	—	—		Valor reservado en IEEE 754
–7	1001	1000	1111	0 0 0 0	
–6	1010	1001	1110	0 0 0 1	- 6
–5	1011	1010	1101	0 0 1 0	
–4	1100	1011	1100	0 0 1 1	- 4
–3	1101	1100	1011	0 1 0 0	
–2	1110	1101	1010	0 1 0 1	
–1	1111	1110	1001	0 1 1 0	
0	0000	1111 or 0000	1000 or 0000	0 1 1 1	→ 0
1	0001	0001	0001	1 0 0 0	
2	0010	0010	0010	1 0 0 1	
3	0011	0011	0011	1 0 1 0	
4	0100	0100	0100	1 0 1 1	
5	0101	0101	0101	1 1 0 0	+5
6	0110	0110	0110	1 1 0 1	
7	0111	0111	0111	1 1 1 0	+7
				1 1 1 1	Valor reservado en IEEE 754

Definiendo la
Norma IEEE 754

…"El exponente se representa en EXCESO-N"

- Porqué se eligió este sistema?
  …porqué no complemento a 2 u otro **?**

- Cuál debería ser el valor de N **?**

Rango representable
en simple precisión

Rango del exponente **8 bits , exceso 127**

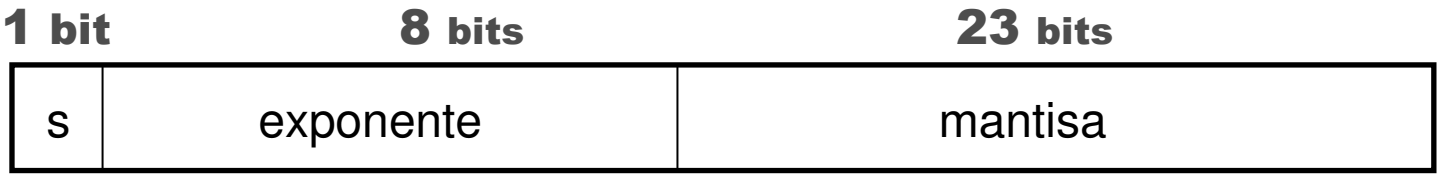
No admite Exp=0000..0000 ni *Exp=1111..1111*

Máximo exponente representable (valor positivo): 1111 1110 -> 127
Mínimo exponente representable (valor negativo): 0000 0001 -> -126

Rango de la mantisa **23 bits**

normalizar => bit implícito => 24 bits => *Mantisa = 1.0 + Mantisa guardada*

=> *1 ≤ Mantisa < 2*



Rango representable
en doble precisión

Rango del exponente **11 bits , exceso 1023**

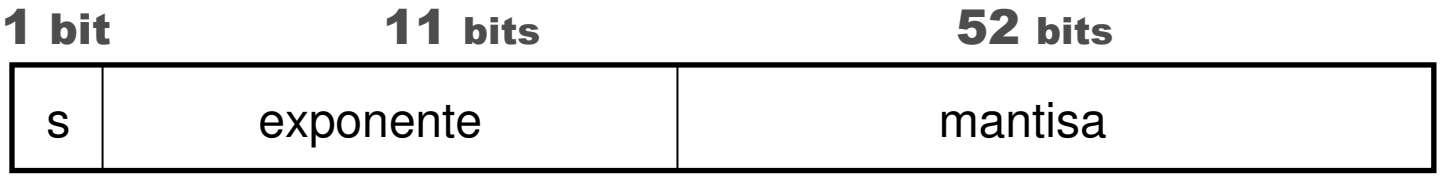
No admite *Exp=0000..0000* ni *Exp=1111..1111*

Máximo exponente representable (valor positivo): 1111 1110 -> 1024
Mínimo exponente representable (valor negativo): 0000 0001 -> -1022

Rango de la mantisa **52 bits**

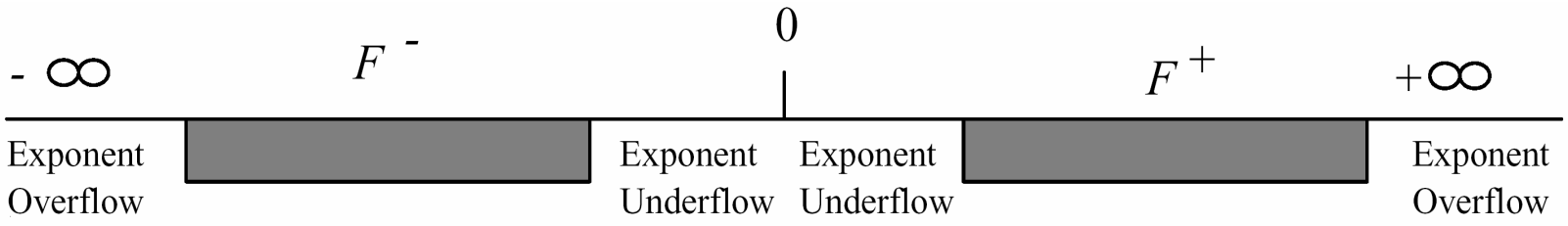
normalizar => bit implícito => 53 bits => *Mantisa = 1.0 + Mantisa guardada*

=> *1 ≤ Mantisa < 2*



Rango representable

$$M_{min} \cdot \text{base}^{exp_{min}} \leq Núm. \leq M_{max} \cdot \text{base}^{exp_{max}}$$



Resolución de los números en punto flotante

Dada una cadena de 32/64 bits

- Cuántos números diferentes puedo representar?
- En qué rango de valores?
- Cuál es la distancia entre dos valores sucesivos?
- Esa distancia es uniforme?

- Números reales vs. Números en punto flotante
- Punto fijo vs. Punto Flotante

Valores de referencia en IEEE-754

	Simple precisión	**Doble precisión**
Bits del signo	1	1
Bits del exponente	8	11
Bits de la mantisa	23	52
Total de bits	32	64
Sistema de exponente	Exceso en 127	Exceso en 1023
Intervalo del exponente	-126 a +127	-1022 a +1023
Número normalizado más pequeño	2^{-126}	2^{-1022}
Número normalizado más grande	aprox. 2^{128}	aprox. 2^{1024}
Intervalo decimal	aprox. 10^{-38} a 10^{38}	aprox. 10^{-308} a 10^{308}

Norma IEEE 754

Valores especiales

Cero

- Todos los bits en cero. Signo.

Infinito

- Exp=todos 1´s , Mantisa = todos 0´s . Signo.

NaN *("Not a number")*

- E=todos 1´s , Mantisa <> 0, Signo = *no importa*

Sumar dos números en punto flotante

1) Calcular la diferencia entre los exponentes *d=|Exp1 - Exp2|*
   => determino cuál es el número mayor y cuál el menor

2) Correr *d* posiciones a la derecha la coma del número menor

3) Encolumnar y sumar las mantisas

4) El exponente del resultado es el exponente del número mayor

5) Normalizar la mantisa del resultado ajustando el exponente si fuese necesario

Punto fijo VS. Punto flotante

- Precisión
- Rango dinámico
- Implementación de operaciones aritméticas
- Velocidad
- Requerimientos de hardware

Bibliografía

Sistemas numéricos-aritmética binaria-punto flotante

- GINZBURG M "Introducción a las Técnicas Digitales con Circuitos Integrados“. 8va Ed Bibl. Téc.Sup.1998
- HILL F, PETERSON G. "Teoría de Conmutación y Diseño Lógico”, Limusa.1992
- JOHN F. WAKERLY, "Diseño digital: Principios y prácticas", Pearson Educación, 2001
- MURDOCCA M.J., HEURING V. P."Principios de Arquitectura de Computadoras", Prentice Hall, 2002