PCA

Yendi Lestrade

2022-03-24

Análisis de Componentes Principales

Introducción

El Análisis de componetnes principales (**ACP**) es un método de reducción de la dimensionalidad de las variables originales.

Matriz de trabajo

1.- Se trabajó con la matriz (nombre de la matriz), extraía del paquete **datos** que se encuentra precargado en R.

```
install.packages("datos")
```

```
library(datos)
```

2.- Se selecciona la matriz (nombre de la matriz).

```
x<-datos::flores
```

Exploración de la matriz

1.- Dimensión de la matriz. La matriz cuenta con 150 observaciones y 5 variables.

```
dim(x)
```

```
## [1] 150   5
```

2.- Tipo de varaibles.

```
str(x)
```

```
## 'data.frame':    150 obs. of  5 variables:
##  $ Largo.Sepalo: num  5.1 4.9 4.7 4.6 5 5.4 4.6 5 4.4 4.9 ...
##  $ Ancho.Sepalo: num  3.5 3 3.2 3.1 3.6 3.9 3.4 3.4 2.9 3.1 ...
##  $ Largo.Petalo: num  1.4 1.4 1.3 1.5 1.4 1.7 1.4 1.5 1.4 1.5 ...
##  $ Ancho.Petalo: num  0.2 0.2 0.2 0.2 0.2 0.4 0.3 0.2 0.2 0.1 ...
##  $ Especie     : Factor w/ 3 levels "setosa","versicolor",..: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
```

3.- Nombre de las varaibles.

```
colnames(x)
```

```
## [1] "Largo.Sepalo" "Ancho.Sepalo" "Largo.Petalo" "Ancho.Petalo" "Especie"
```

4.- En busca de datos perdidos.

```
anyNA(x)
```

```
## [1] FALSE
```

Tratamiento de la matriz

Se genera una nueva matriz **x1** filtrada.

1.- Selección de las variables cuantitativas de la especie versicolor.

```
x1<-x[51:100,1:4]
```

ACP paso a paso

1.- Transformar la matriz en un data frame

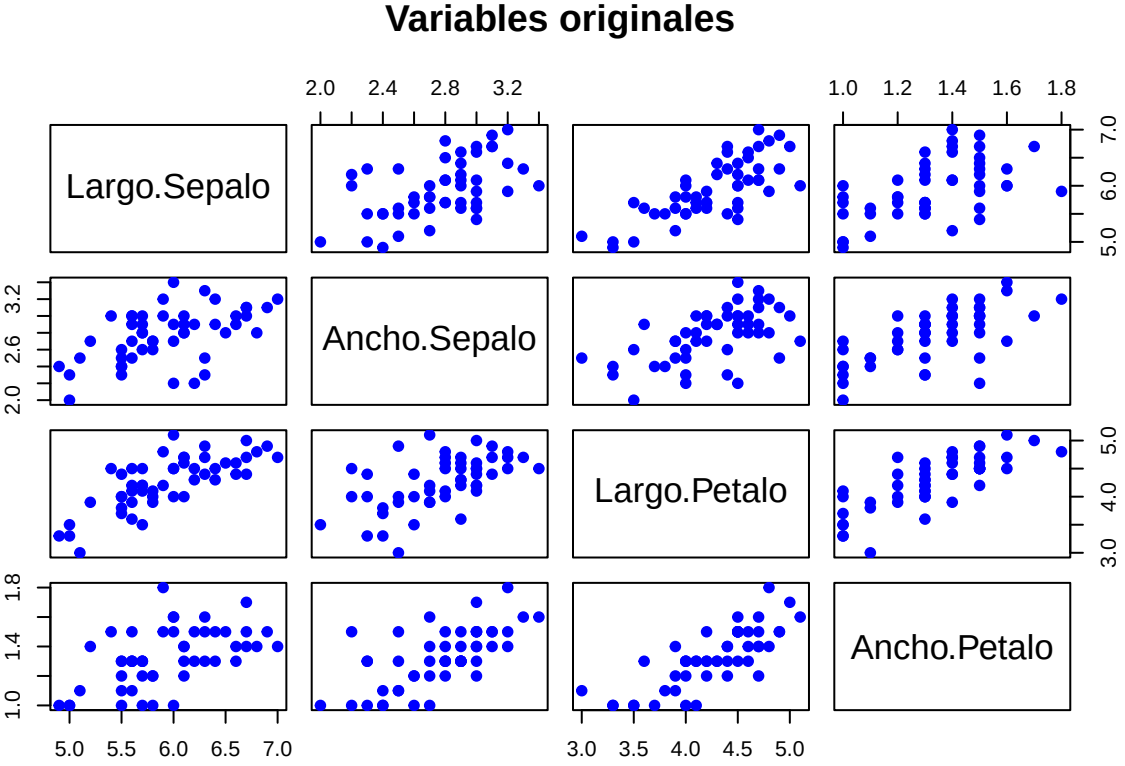
```
x1<-as.data.frame(x1)
```

2.- Definir n (individuos) y p (variables).

```
n<-dim(x)[1]
p<-dim(x)[2]
```

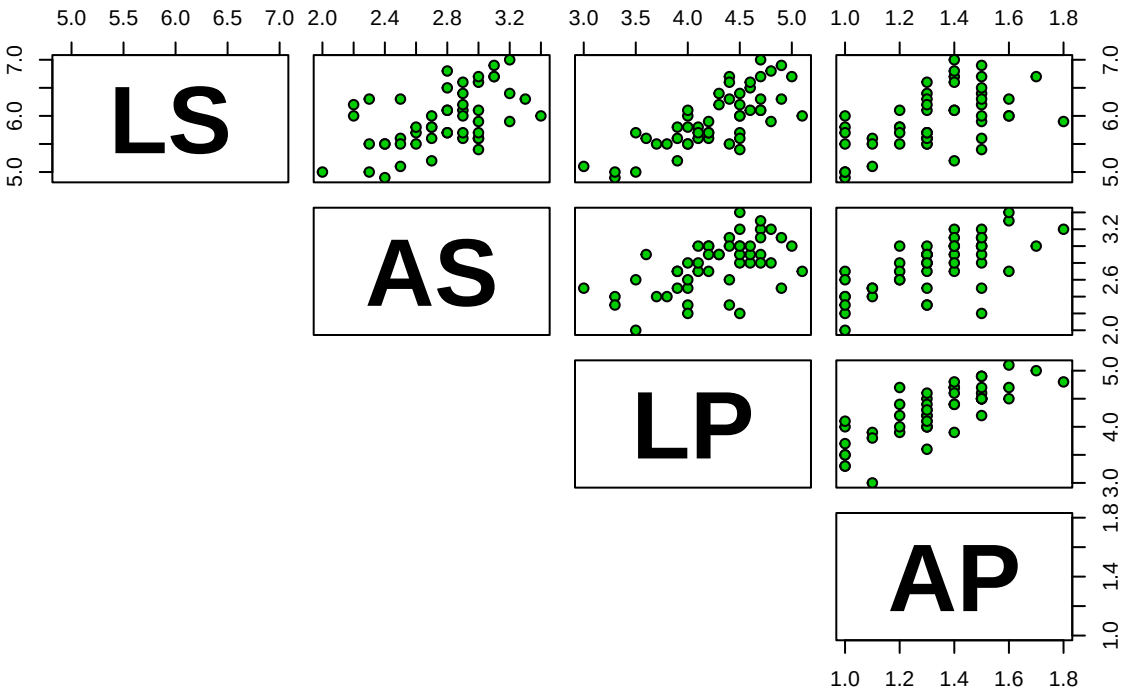
3.- Generación del gráfico **scaterplot**.

```
pairs(x1,col="blue", pch=19,
      main="Variables originales")
```



Gráfico

```
pairs(x1, main = "Datos Iris", pch = 21, bg = "green3",
      lower.panel=NULL, labels=c("LS","AS","LP","AP"), font.labels=2, cex.labels=4.5)
```



4.- Obtención de la media por columna y la matriz de covarianza muestral.

```
mu<-colMeans(x1)
mu
```

```
## Largo.Sepalo Ancho.Sepalo Largo.Petalo Ancho.Petalo
##        5.936        2.770        4.260        1.326
```

```
s<-cov(x1)
s
```

```
##              Largo.Sepalo Ancho.Sepalo Largo.Petalo Ancho.Petalo
## Largo.Sepalo   0.26643265   0.08518367   0.18289796   0.05577959
## Ancho.Sepalo   0.08518367   0.09846939   0.08265306   0.04120408
## Largo.Petalo   0.18289796   0.08265306   0.22081633   0.07310204
## Ancho.Petalo   0.05577959   0.04120408   0.07310204   0.03910612
```

5.- Obtención de los **valores** y **vectores propios** desde la matriz de covarianza muestral.

```
es<-eigen(s)
es
```

```
## eigen() decomposition
## $values
## [1] 0.487873944 0.072384096 0.054776085 0.009790365
##
## $vectors
##           [,1]       [,2]        [,3]       [,4]
## [1,] 0.6867238  0.6690891 -0.26508336  0.1022796
## [2,] 0.3053470 -0.5674653 -0.72961786 -0.2289194
## [3,] 0.6236631 -0.3433270  0.62716496 -0.3159668
## [4,] 0.2149837 -0.3353051  0.06366081  0.9150409
```

5.1.- Separación de la matriz de valores propios.

```
eigen.val<-es$values
eigen.val
```

```
## [1] 0.487873944 0.072384096 0.054776085 0.009790365
```

5.2.- Separación de la matriz de vectores propios.

```
eigen.vec<-es$vectors
eigen.vec
```

```
##           [,1]       [,2]        [,3]       [,4]
## [1,] 0.6867238  0.6690891 -0.26508336  0.1022796
## [2,] 0.3053470 -0.5674653 -0.72961786 -0.2289194
## [3,] 0.6236631 -0.3433270  0.62716496 -0.3159668
## [4,] 0.2149837 -0.3353051  0.06366081  0.9150409
```

6.- Calcular la proporción de variabilidad

6.1.- Para la matriz de valores propios.

```
pro.var<-eigen.val/sum(eigen.val)
pro.var
```

```
## [1] 0.78081758 0.11584709 0.08766635 0.01566898
```

6.2.- Acumulada.

```
pro.var.acum<-cumsum(eigen.val)/sum(eigen.val)
pro.var.acum
```

```
## [1] 0.7808176 0.8966647 0.9843310 1.0000000
```

7.- Obtención de la matriz de correlaciones.

```
R<-cor(x1)
R
```

```
##              Largo.Sepalo Ancho.Sepalo Largo.Petalo Ancho.Petalo
## Largo.Sepalo    1.0000000    0.5259107    0.7540490    0.5464611
## Ancho.Sepalo    0.5259107    1.0000000    0.5605221    0.6639987
## Largo.Petalo    0.7540490    0.5605221    1.0000000    0.7866681
## Ancho.Petalo    0.5464611    0.6639987    0.7866681    1.0000000
```

8.- Obtención de los valores y vectores propios a partir de la **matriz de correlaciones**.

```
eR<-eigen(R)
eR
```

```
## eigen() decomposition
## $values
## [1] 2.9263407 0.5462747 0.3949976 0.1323871
##
## $vectors
##            [,1]       [,2]       [,3]       [,4]
## [1,] -0.4823284  0.6107980 -0.4906296  0.3918772
## [2,] -0.4648460 -0.6727830 -0.5399025 -0.1994658
## [3,] -0.5345136  0.3068495  0.3402185 -0.7102042
## [4,] -0.5153375 -0.2830765  0.5933290  0.5497778
```

9.- Separación de la matriz de valores propios a partir de la matriz de correlaciones.

9.1.- Separación de la matriz de valores propios.

```
eigen.val.R<-eR$values
eigen.val.R
```

```
## [1] 2.9263407 0.5462747 0.3949976 0.1323871
```

9.2.- Separación de la matriz de vectores propios.

```
eigen.vec.R<-eR$vectors
eigen.vec.R
```

```
##            [,1]       [,2]       [,3]       [,4]
## [1,] -0.4823284  0.6107980 -0.4906296  0.3918772
## [2,] -0.4648460 -0.6727830 -0.5399025 -0.1994658
## [3,] -0.5345136  0.3068495  0.3402185 -0.7102042
## [4,] -0.5153375 -0.2830765  0.5933290  0.5497778
```

10.- Cálculo de la proporción de variabilidad

10.1.- Para la matriz de valores propios.

```
pro.var.R<-eigen.val.R/sum(eigen.val.R)
pro.var.R
```

```
## [1] 0.73158517 0.13656866 0.09874939 0.03309677
```

10.2.- Acumulada. En este punto se seleccionan en número de componentes, siguiendo el criterio del 80% de la varianza explicada. Para este ejemplo se van a seleccionar 2 factores (0.868% de varianza explicada).

```
pro.var.acum.R<-cumsum(eigen.val.R)/sum(eigen.val.R)
pro.var.acum.R
```

```
## [1] 0.7315852 0.8681538 0.9669032 1.0000000
```

11.- Calcular la media de los valores propios

```
mean(eigen.val.R)
```

```
## [1] 1
```

Obtención de coeficientes

12.- Centrar los datos con respecto a la media 12.1.- Construccion de matriz de 1

```
ones<-matrix(rep(1,n),nrow=n, ncol=1)
```

12.2.- Construccion de la matriz centrada

```
X.cen<-as.matrix(x1-ones%*%mu)
```

13.- Construccion de la matriz diagonal de las covarianzas

```
Dx<-diag(diag(s))
Dx
```

```
##           [,1]       [,2]      [,3]       [,4]
## [1,] 0.2664327 0.00000000 0.0000000 0.00000000
## [2,] 0.0000000 0.09846939 0.0000000 0.00000000
## [3,] 0.0000000 0.00000000 0.2208163 0.00000000
## [4,] 0.0000000 0.00000000 0.0000000 0.03910612
```

14.- Construccion de la matriz centrada multiplicada por Dxˆ1/2

```
Y<-X.cen%*%solve(Dx)^(1/2)
```

15.- Construccion de los coeficientes o scores eigen.vec.R matriz de autovectores. Se muestran las primeras 10 observaciones.

```
scores<-Y%*%eigen.vec.R
scores[1:10,]
```

```
##         [,1]     [,2]        [,3]       [,4]
## 51  8.034844 8.279044 -1.30931730  0.6061900
## 52  8.562404 7.295304 -0.58377228  0.7309545
## 53  7.788330 8.362564 -0.59737447  0.5695760
## 54 11.826546 8.119706  0.85810409  0.8194128
## 55  8.947754 8.336535  0.08179247  0.9099985
## 56 10.330243 7.610869  0.16973395 -0.1022514
## 57  8.019619 6.950024 -0.21593738  0.5672106
## 58 13.817098 7.167655 -0.15055152  0.5242406
## 59  9.227369 8.526761 -0.78538498  0.3663279
## 60 11.367486 6.698663  0.68267868  0.7665417
```

16.- Nombramos las columnas PC1...PC8

```
colnames(scores)<-c("PC1","PC2","PC3","PC4")
```

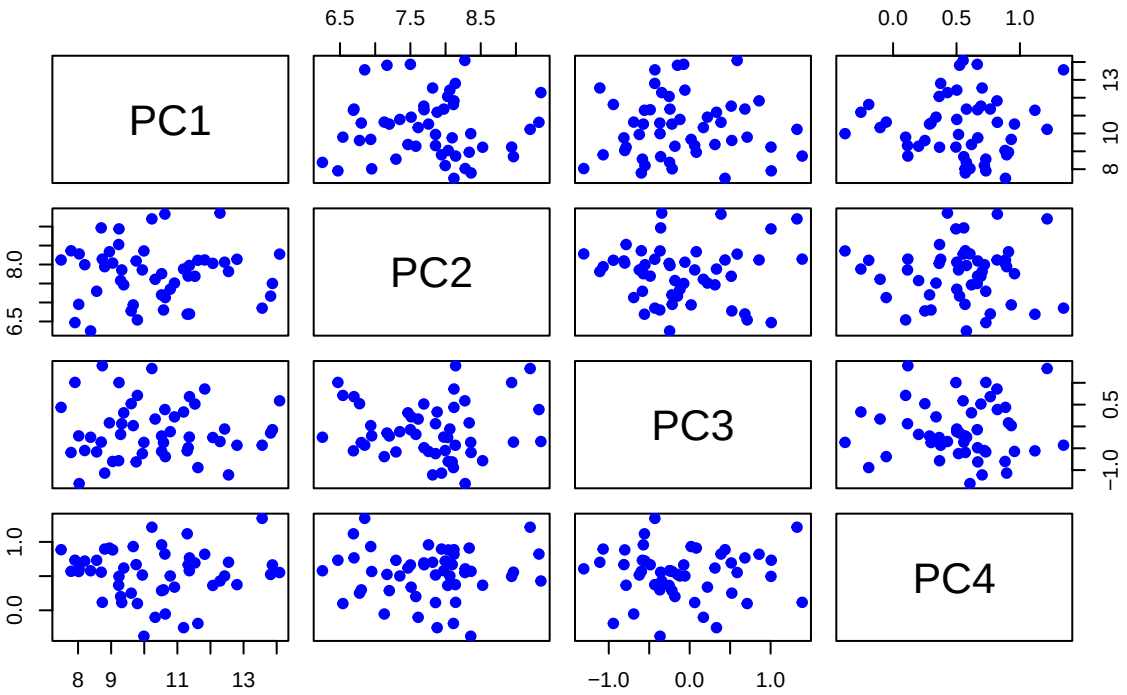
17.- Visualización de los scores.

```
scores[1:10,]
```

```
##          PC1      PC2         PC3        PC4
## 51  8.034844 8.279044 -1.30931730  0.6061900
## 52  8.562404 7.295304 -0.58377228  0.7309545
## 53  7.788330 8.362564 -0.59737447  0.5695760
## 54 11.826546 8.119706  0.85810409  0.8194128
## 55  8.947754 8.336535  0.08179247  0.9099985
## 56 10.330243 7.610869  0.16973395 -0.1022514
## 57  8.019619 6.950024 -0.21593738  0.5672106
## 58 13.817098 7.167655 -0.15055152  0.5242406
## 59  9.227369 8.526761 -0.78538498  0.3663279
## 60 11.367486 6.698663  0.68267868  0.7665417
```

18.- Generacion del grafico de los scores

```
pairs(scores, main="scores", col="blue", pch=19)
```



ACP VIA SINTETIZADA

1.- Cálculo de la varianza a las columnas (1=filas, 2=columnas)

```
apply(x1, 2, var)
```

```
## Largo.Sepalo Ancho.Sepalo Largo.Petalo Ancho.Petalo
##   0.26643265   0.09846939   0.22081633   0.03910612
```

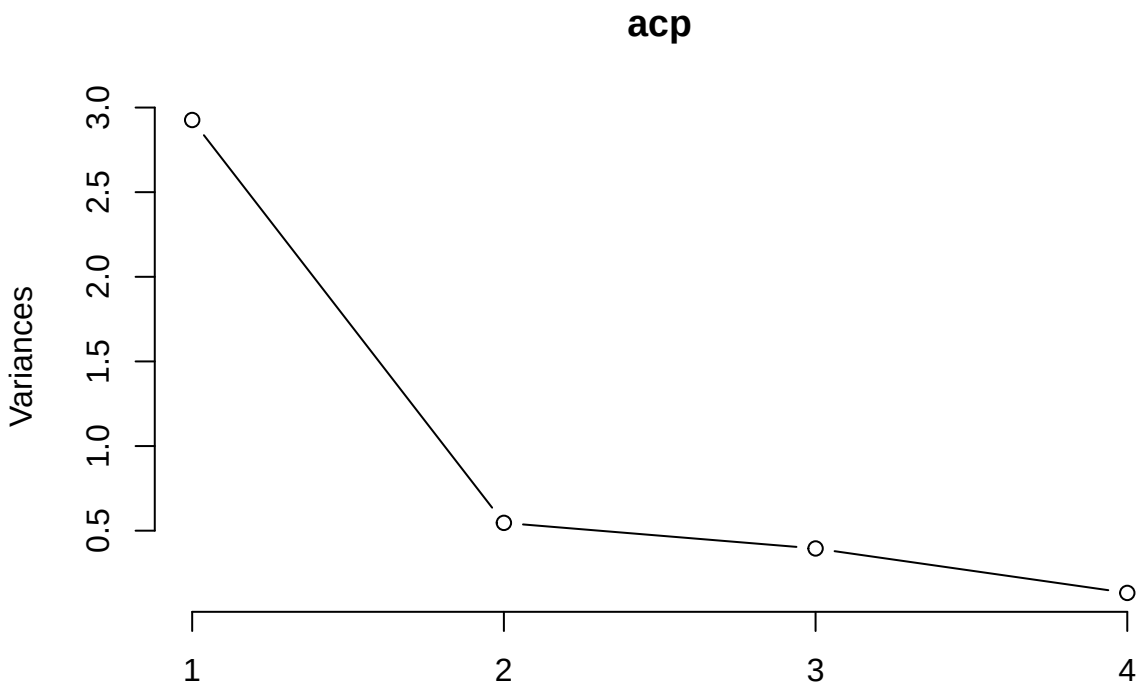
2.- Aplicar la función **prcomp** para reducir la dimensionalidad y centrado por la media y escalada por la desviacion estandar (dividir entre sd).

```
acp<-prcomp(x1, center=TRUE, scale=TRUE)
acp
```

```
## Standard deviations (1, .., p=4):
## [1] 1.7106550 0.7391040 0.6284883 0.3638504
##
## Rotation (n x k) = (4 x 4):
##                     PC1        PC2        PC3        PC4
## Largo.Sepalo -0.4823284 -0.6107980  0.4906296  0.3918772
## Ancho.Sepalo -0.4648460  0.6727830  0.5399025 -0.1994658
## Largo.Petalo -0.5345136 -0.3068495 -0.3402185 -0.7102042
## Ancho.Petalo -0.5153375  0.2830765 -0.5933290  0.5497778
```

3.- Generación del gráfico **screeplot**.

```
plot(acp, type="l")
```



4.- Resumen de la matriz **acp**.

```
summary(acp)
```

```
## Importance of components:
##                           PC1    PC2     PC3    PC4
## Standard deviation     1.7107 0.7391 0.62849 0.3639
## Proportion of Variance 0.7316 0.1366 0.09875 0.0331
## Cumulative Proportion  0.7316 0.8681 0.96690 1.0000
```

Construcción de los CP con las variables originales

Combinación lineal de las variables originales

z1= -0.482(var1)-0.464(var2)-0.534(var3)-0.515(var4)

El primer componente distingue entre flores grandes y pequeñas

- Sépalo corto
- Sépalo angosto
- Pétalo corto
- Pétalo angosto

z2= -0.610(var1)+0.672(var2)-0.306(var3)+0.283(var4)

El segundo componente distingue flores por especie

- Sépalo corto
- Sépalo ancho
- Pétalo corto
- Pétalo ancho