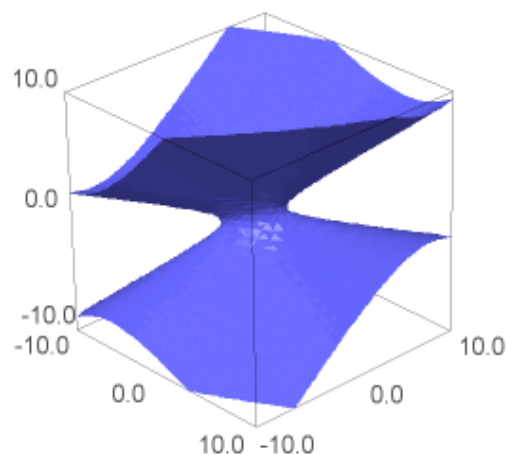


1 Задание №3 – Привидение уравнения поверхности второго рода к каноническому виду

Описание: Для заданной уравнением фигуры: упростить, привести к каноническому виду.

Уравнение фигуры (вариант №3): $u(x, y, z) \mapsto 7x^2 - 14xy + 9y^2 + 8xz - 11z^2 + x + y + z - 10$

График функции:



Фигура похожа на **однополостный гиперболоид**.

2 Решение

Сперва найдем решение системы $Ax + B = 0$:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -7 & 4 \\ -7 & 9 & 0 \\ 4 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

$$B = (0.50, 0.50, 0.50)$$

$$x = (x, y, z)$$

$$a_0 = -10$$

Решение системы $Ax + B = 0$:

$$x = -0.35570, y = -0.33221, z = -0.083893$$

Поскольку решение системы $Ax + B = 0$ существует, следовательно она является совместной, что приводит к 1-му случаю решения.

Далее находим значение свободного члена $a'_0 = x_0^T B + a_0$, где x_0^T – вектор-столбец с решениями предыдущей системы.

Свободный член нового уравнения $a'_0 = -10.386$

Затем находим собственные значения матрицы A , которые являются коэффициентами в «почти» каноническом уравнении.

Найдены следующие собственные значения:

$$\lambda_1 = 1.62413, \lambda_2 = -11.9624, \lambda_3 = 15.3383$$

Далее необходимо найти собственные векторы матрицы A , которые будут являться направляющими векторами для осей в новой системе координат.

Полученные собственные векторы матрицы A :

$$\vec{a}_1 = (3.1560, 2.9952, 1.0000), \vec{a}_2 = (-0.24060, -0.080345, 1.0000), \vec{a}_3 = (6.5846, -7.2720, 1.0000)$$

Далее производим деление полученных ранее собственных значений матрицы A на значение нового свободного члена для получения канонического уравнения в новой системе координат.

$$u(x_1, y_1, z_1) = -0.15638 x_1^2 + 1.1518 y_1^2 - 1.4768 z_1^2 + 1.0000$$

Для построения графика поверхности необходимо определить каноническое уравнение относительно старой системы координат. Для этого производится сдвиг по каждой координате на значения найденного решения системы $Ax + B = 0$, которое является координатами вектора $\vec{OO'}$ перехода из старой системы координат в новую.

Полученное каноническое уравнение в старой системе координат:

$$u(x, y, z) = -0.15638 (x + 0.35570)^2 + 1.1518 (y + 0.33221)^2 - 1.4768 (z + 0.083893)^2 + 1.0000$$

Полученный график поверхности:

