

T4 Zustandsgleichung idealer Gase - 624568, (626758)

Date: 2023-05-15
Tags: T4
Created by: Samuel Brinkmann

Versuch T4 - Zustandsgleichung idealer Gase

Zuerst tragen Sie ganz oben in der "Title" Zeile hinter "T4" ihre Matrikelnummern ein (Bsp: "T4 333444, 456678").

Ab hier befüllen Sie bitte alle blau markierten Textfelder, die Tabellen und ersetzen Sie die Platzhalter Grafiken entsprechend.

	Matrikelnummer
Person 1:	624568
Person 2:	626758

1. Vor Ort: Rohdaten aufnehmen

Kommentar: Wenn notwendig, können Sie weitere Tabellen Zellen hinzufügen.

Tab.1: Boyle-Marriot-Kolben

Tragen Sie hier ihr Messreihe zum Kolben ein.

Kolbenlänge (in cm)	Notiz vor Ort zur Messunsicherheit Länge	Druck (in Bar)	Notiz vor Ort zur Messunsicherheit Druck	Volumen V in cm^3
15,3	0,05 cm Anzeige	1,0	0,05 Bar Anzeige	300,414797
13,7		1,1	Fehlerklasse 1,0	268,998871
12,5		1,2	Totvolumen	245,436926
11,5		1,3		225,801972
10,7		1,4		210,094009
9,8		1,5		192,42255
9,1		1,6		178,678082
8,5		1,7		166,89711
8,0		1,8		157,079633
7,6		1,9		149,225651

7,1		2,0		139,408174
6,8		2,1		133,517688
6,4		2,2		125,663706
6,1		2,3		119,77322
5,9		2,4		115,846229
5,6		2,5		109,955743
5,3		2,6		104,065257
5,1		2,7		100,138266
5,0		2,8		98,1747704
4,8		2,9		94,2477796
4,5		3,0		88,3572934

Tab.2: Jolly-Kugel

Tragen Sie hier die Messreihe zur Jolly-Kugel ein

Temperatur (in Grad C)	Notiz vor Ort zur Messunsicherheit Temperatur	Druck (in hPa)	Notiz vor Ort zur Messunsicherheit Druck
23,8	Anzeige 0,05	1000	Fehlerklasse 1,6
26,0	Verzögerung Messung/Anzeige	1010	Anzeige 5,0
28,0		1020	
30,0		1030	
31,5		1040	
32,8		1050	
34,5		1060	
35,7		1070	
38,2		1080	
39,9		1090	
41,2		1100	
42,5		1110	
43,6		1120	
45,0		1130	
46,3		1140	

47,6		1150	
48,5		1160	
50,0		1170	
50,8		1180	
52,8		1190	
53,6		1200	

2. Auswertung der Daten

Kommentare:

- *Alle Abbildungen haben aussagekräftige Bildunterschriften, Messunsicherheiten werden mit eingezeichnet, Datenpunkte werden nicht mit Linien verbunden.
Aussagekräftig heißt, dass alles, was man sehen kann kurz erklärt wird (z.B. "durchgezogene Linie zeigt die Fitfunktion f") und Überraschendes erwähnt wird (z.B. krasse Ausreißer).*
- *Wenn unten explizit z.B. ein $p(V)$ Diagramm gefordert wird, ist damit gemeint, dass p auf der y -Achse und V auf der x -Achse aufgetragen wird (und nicht etwa z.B. V^2 oder $1/p$).*
- *Alle finalen Messergebnisse (z.B. Totvolumen, Stoffmenge, absoluter Nullpunkt) werden mit Messunsicherheiten angegeben.*

Alle Fits und Diagramme wurden mit Python und der kafe2 Bibliothek erstellt.

2.1. Messunsicherheiten

Geben Sie hier die von Ihnen genutzten Formeln zur Berechnung der Messunsicherheiten zu den von Ihnen direkt gemessenen Größen p , V und T an. Das sind die Messunsicherheiten, die Sie auch für die graphischen Darstellungen und Kurvenanpassungen benötigen. Denken Sie daran, dass es systematische und statistische Messunsicherheiten gibt.

Die Unsicherheit für p haben wir mit der Fehlerklasse 1,0 und der Anzeigegenauigkeit des Gerätes ermittelt:

$$u_p = 0.01 \cdot p + 0.05 \text{ Bar}.$$

Für die Berechnung von V nutzen wir die Formel:

$$V = \frac{1}{4} \pi d^2 \cdot L$$

mit Durchmesser $d = 5.00 \text{ cm}$ und der Unsicherheit $u_d = 0.01 \text{ cm}$ (Information aus der Versuchsanleitung). Für die Unsicherheit von V folgt mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung:

$$u_V = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \pi d \cdot L \cdot u_d\right)^2 + \left(\frac{1}{4} \pi d^2 \cdot u_L\right)^2},$$

wobei u_L die Unsicherheit der Anzeigegenauigkeit von L ist ($u_L = 0.05 \text{ cm}$).

Für $p \cdot V$ folgt mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung:

$$u_{pV} = \sqrt{(p \cdot u_V)^2 + (V \cdot u_p)^2}.$$

Die Unsicherheit für $1/p$, verwendet in 2.4, ergibt mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung:

$$u_{1/p} = \frac{1}{p^2} \cdot u_p.$$

Die für 2.5 korrigierten Volumina wurden mit Hilfe des Totvolumens V_0 bestimmt:

$$V_{kor} = V + V_0.$$

Dieses besitzt die Unsicherheit (mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung):

$$u_{V_{kor}} = \sqrt{u_V^2 + u_{V_0}^2},$$

wobei $u_{V_0} = \sqrt{(\frac{1}{m} \cdot u_n)^2 + (\frac{n}{m^2} \cdot u_m)^2}$ mit m, n, u_m, u_n den Parametern, die sich aus dem linearen Fit in 2.4 ergeben.

Für $p \cdot V_{kor}$ ergibt sich mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung die folgende Unsicherheit:

$$u_{pV_{kor}} = \sqrt{(p \cdot u_{V_{kor}})^2 + (V_{kor} \cdot u_p)^2}.$$

Die Formel für die Unsicherheit der Stoffmenge n ist in Abschnitt 2.6 angegeben.

Für Abschnitt 2.7:

Unsicherheit der Temperatur T aus Tab.2 ergibt sich aus einer Anzeigegenauigkeit von 0,05 Grad C und einer Verzögerung der Anzeige der Temperatur bei Ablesen des Drucks von 0,1 Grad C (*Hinweis zum Vorgehen: Wir haben uns am Druck orientiert und bei Erreichen eines bestimmten Drucks die Temperatur abgelesen*):

$$u_T = 0.05 \text{ GradC} + 0.1 \text{ GradC}$$

Für den Druck p ergibt sich mit der Fehlerklasse 1,6 und der Anzeigegenauigkeit von 5 hPa die Unsicherheit:

$$u_p = 0.16 \cdot p + 5 \text{ Bar}$$

2.2. p(V) Diagramm

Fügen Sie hier ein Diagramm mit Bildunterschrift ein: $p(V)$. Es ist keine Kurvenanpassung gefordert.

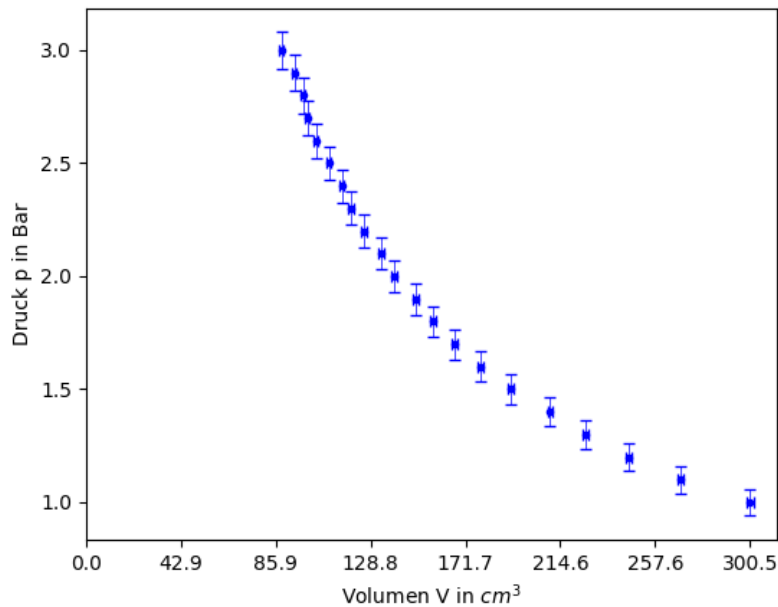


Abb.1: Messergebnisse für Druck p in Abhängigkeit von Volumen V mit u_p bzw. u_V (siehe 2.1) als y- bzw. x-Errorbars

2.3. pV(V) Diagramm

Fügen Sie hier ein Diagramm mit aussagekräftiger Bildunterschrift ein: $p \cdot V(V)$. Es ist keine Kurvenanpassung gefordert.

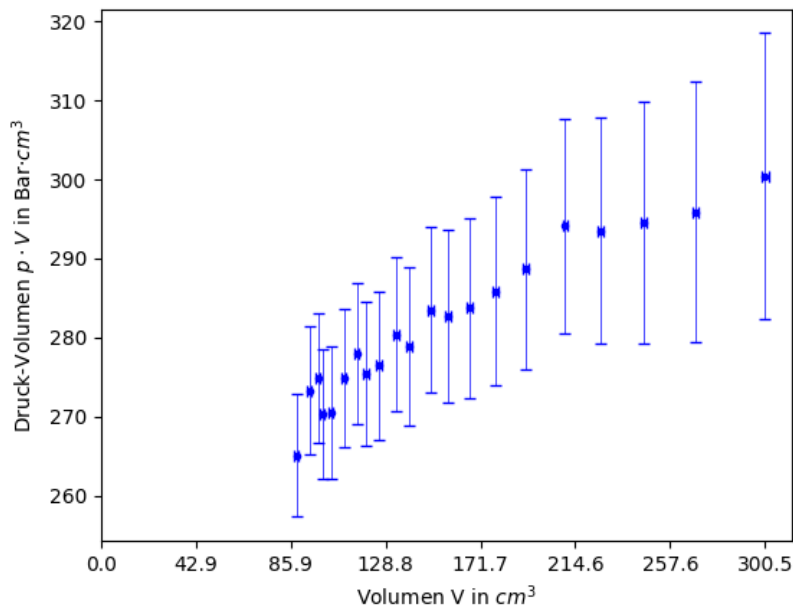


Abb.2: Das Produkt von Druck und Volumen $p \cdot V$ in Abhängigkeit vom Volumen V mit u_{pV} und u_V (siehe 2.1) als y- bzw. x-Errorbars

In zwei Sätzen: Welche Erwartung hatten Sie an die Grafik, die nicht erfüllt ist? Wie erklären Sie sich die Abweichung?

Nach dem Boyle-Mariotte-Gesetz wäre meine Erwartung gewesen, dass $p \cdot V$ den Werten einer konstanten Funktion ähneln. Auch wenn dies im Rahmen der y-Errorbars, bis auf den ersten Wert, möglich ist, repräsentieren die Werte eher eine geneigte Gerade, was am fehlenden Einbeziehen des Totvolumen liegen kann.

2.4. p(V) Diagramm

Fügen Sie hier ein Diagramm mit Bildunterschrift ein. Wählen Sie diesmal selbst eine geeignete Darstellung der Größen p und V , also z.B. $p^n(V^m)$. Führen Sie zudem eine Kurvenanpassung eines geeigneten physikalischen Modells durch, die ebenfalls in der Grafik gezeigt wird!

Sinn der erneuten Darstellung und Kurvenanpassung, ist es, die Abweichungen von der Erwartung aus 2.3. zu berücksichtigen und zu bestimmen, nämlich den Einfluss des Totvolumens V_{tot} .

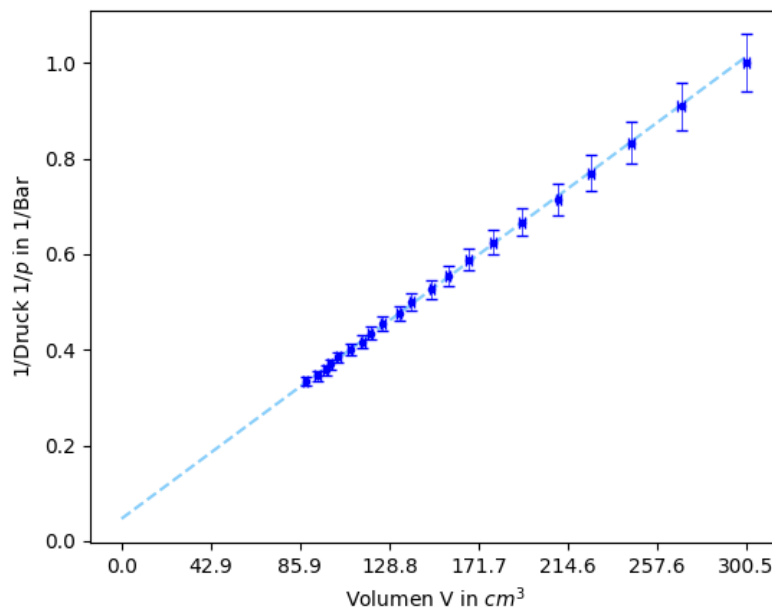


Abb.3: Darstellung von dem mit -1 potenzierten Druck $1/p$ in Abhängigkeit von dem Volumen V mit linearen Fit (gestrichelte Linie) und Errorbars $u_{1/p}$ und u_V (siehe 2.1)

Ein Satz: Warum haben Sie diese Darstellung gewählt?

Aus dem Boyle-Mariotte-Gesetz ($V \sim 1/p$) folgt, dass die Potenz von p gleich -1 sein muss, so dass die geplotteten Werte einer Geraden entsprechen, was eine möglichst einfache Kurvenanpassung ergibt.

Wie lautet das physikalische Modell, dass Sie angepasst haben?

Aus dem Boyle-Mariotte-Gesetz folgt mit $V \sim 1/p$, dass, wenn $V = 0$ wird, auch $1/p = 0$ werden muss. Somit müsste eine Kurvenanpassung mit dem Modell $g(V) = m \cdot V + n$ den Parameter $n = 0$ besitzen. Wie wir weiter unten sehen werden, ist dies jedoch nicht der Fall, wodurch auf ein zusätzliches Volumen zu schließen ist, was eine Verschiebung der linearen Anpassung ergibt.

Welche Werte (mit Einheiten) haben Sie für die freien Parameter gefunden?

$$m \approx 0.003217964842580358 \frac{1}{\text{Bar} \cdot \text{cm}^3}$$

$$u_m \approx 0.00010479146493174217 \frac{1}{\text{Bar} \cdot \text{cm}^3}$$

$$n \approx 0.0464998571045483061/\text{Bar}$$

$$u_n \approx 0.0126882227213925631/\text{Bar}$$

Welche Gleichung benutzen Sie zur Bestimmung von V_{tot} und wie groß ist V_{tot} ?

Zur Bestimmung von V_{tot} verwende ich den Zusammenhang, dass für $V = 0$ auch $1/p = 0$ gelten muss und somit, wenn das gesamte Volumen V sich aus unseren Berechnungen (Tab.1) und dem V_{tot} zusammensetzt, $0 = m \cdot (0 + V_{\text{tot}}) - n$ also $n = m \cdot V_{\text{tot}}$ und somit $V_{\text{tot}} = \frac{n}{m}$ gilt. Für die Unsicherheit von V_{tot} siehe Abschnitt 2.1.

$$V_{\text{tot}} = (14 \pm 4) \text{cm}^3$$

Ein Satz: Was ist die Ursache für V_{tot} ? Kann man das Totvolumen in der Apparatur verorten und falls ja, wo ist es?

Das Totvolumen ist eine Folge der nicht idealen Abdichtung der O-Ringe und dem dadurch entstehenden Raum zwischen ihnen.

2.5. Korrigiertes pV(V) Diagramm

Fügen Sie hier ein Diagramm mit Bildunterschrift ein: $p \cdot V(V)$ - aber die um V_{tot} korrigierte Version, also $p \cdot V_{\text{korrr}}(V_{\text{korrr}})$! Es ist keine Kurvenanpassung gefordert.

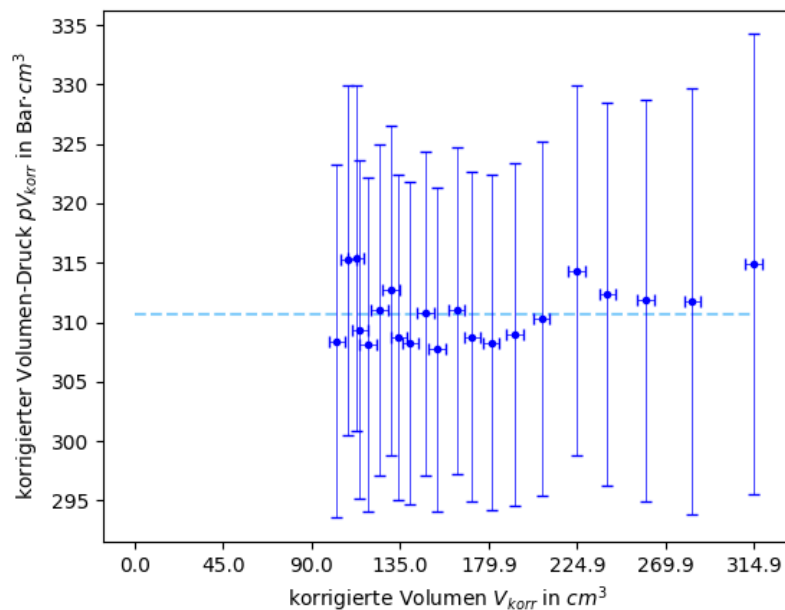


Abb.4: korrigierter Volumen-Druck $p \cdot V_{\text{korrr}}$ in Abhängigkeit von dem korrigierten Volumen V_{korrr} mit konstantem Fit (gestrichelte Linie) und Errorbars $u_{V_{\text{korrr}}}$ und $u_{pV_{\text{korrr}}}$ (siehe 2.1)

Der freie Parameter des konstanten Fits ist

$$n \approx 310.6448576695824 \text{Bar} \cdot \text{cm}^3$$

mit der Unsicherheit

$$u_n \approx 3.196071841616646 \text{Bar} \cdot \text{cm}^3,$$

wobei n dem *const* Wert im Boyle-Mariotte-Gesetz $p \cdot V = \text{const}$ entspricht.

2.6. Stoffmenge ermitteln

Wie groß ist die Stoffmenge? Geben Sie die benutzte Gleichung und den Wert an.

Um die Stoffmenge zu ermitteln verwenden wir den folgenden Zusammenhang (1) aus der Versuchsanleitung:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

wobei n die gesuchte Stoffmenge, $R = 8.31446261815324 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ die universelle Gaskonstante (Wert aus der Versuchsanleitung) und $T = 296.55 \text{ K}$ die Raumtemperatur zum Zeitpunkt des Versuches ist. Nach n umgestellt ergibt dies:

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}.$$

Für die Unsicherheit von n gilt mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung:

$$u_n = \sqrt{\left(\frac{1}{RT} \cdot u_{pV}\right)^2 + \left(\frac{pV}{RT^2} \cdot u_T\right)^2},$$

wobei $u_T = 0.05 \text{ K}$ sich aus der Anzeigegenauigkeit des Thermometers für die Bestimmung der Raumtemperatur ergibt und pV sowie u_{pV} sich aus dem Fit Parameter und dessen Unsicherheit aus Abschnitt 2.5 (zu beachten ist die Umrechnung von $\text{Bar} \cdot \text{cm}^3$ in $\text{Pa} \cdot \text{m}^3$) ergeben. Somit bekommen wir das folgende Ergebnis für die Stoffmenge:

$$n = (0.01260 \pm 0.00013) \text{ mol}$$

2.7. p(T) Diagramm & Bestimmung absoluter Nullpunkt

Fügen Sie hier ein Diagramm mit Bildunterschrift ein: Überlegen Sie sich wieder selbst eine geeignete Darstellung von p als Funktion von T . Überlegen Sie sich, welches Modell für eine Kurvenanpassung verwendet werden kann, um den absoluten Nullpunkt der Temperatur experimentell zu bestimmen.

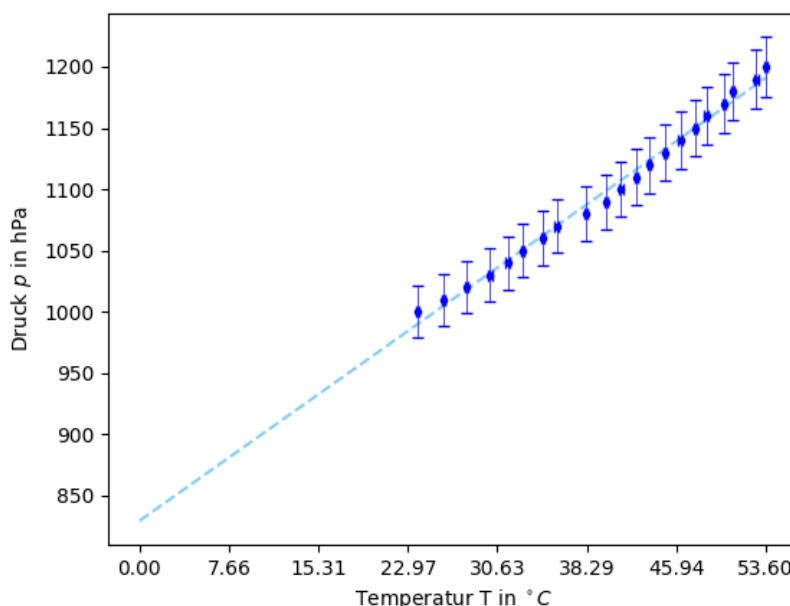


Abb.5: Messergebnisse für den Druck p in Abhängigkeit der Temperatur T in Grad C mit linearem Fit (gestrichelte Linie) und Errorbars u_T und u_p (siehe 2.1)

Wie lautet das physikalische Modell, dass Sie angepasst haben?

Ich habe auf Grundlage des Gesetzes von Amontons ($p \sim T$) einen linearen Fit der Messergebnisse aus Tab.2 vorgenommen, wobei ich als Modell $g(T) = m \cdot T + n$ genutzt habe. Die Idee zur Ermittlung des absoluten Nullpunktes ist nun, dass, wenn $p = 0$ wird, auch $T = 0$ (hier nicht in Grad C sondern Kelvin gemeint) wird. Somit kann nach der linearen Anpassung dieser als Nullstelle von $g(T)$ bestimmt werden, d.h. $T_0 = -\frac{n}{m}$ mit der Unsicherheit $u_{T_0} = \sqrt{\left(\frac{1}{m} \cdot u_n\right)^2 + \left(\frac{n}{m^2} \cdot u_m\right)^2}$.

Welche Werte (mit Einheiten) haben Sie für die freien Parameter gefunden?

$$m \approx 6.746236162092172 \text{ hPa}/^\circ\text{C}$$

$$u_m \approx 0.5512829412126137 \text{ hPa}/^\circ\text{C}$$

$$n \approx 829.3622321699952 \text{ hPa}$$

$$u_n \approx 22.24324854966453 \text{ hPa}$$

Welchen Werte für den absoluten Nullpunkt haben Sie gefunden?

$$T_0 = (-123 \pm 11)^\circ\text{C}$$

3. Diskussion

0-4 Sätze: Welche Überraschungen gab es? Was ist jeweils die wahrscheinlichste Erklärung?

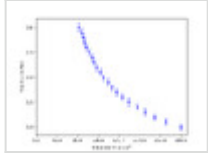
In den Abschnitten 2.2 bis 2.5 scheinen die Ergebnisse zuverlässig zu sein, da sich das Boyle-Mariotte-Gesetz in 2.5 bestätigt, durch die konstanten Werte von $V \cdot p$. Daraus schlussfolgernd sehe ich das Ergebnis für die Stoffmenge n auch als vertrauenswürdig an, da in diese das Ergebnis aus Abschnitt 2.5 eingeht und der Wert für die Raumtemperatur keine großen Unsicherheiten beinhaltet. Das Ergebnis in Abschnitt 2.7 für den absoluten Nullpunkt ist stark anzuzweifeln, da es um einen Faktor ~ 2 von dem Referenzwert aus der Versuchsanleitung (-273.15°C) abweicht. Eine sehr wahrscheinliche Ursache dafür ist eine falsche Anlegung des Thermometers im Wasserbad, wodurch zu warme bzw. zu kalte Werte gemessen wurden. Die Möglichkeit, dass zum Beispiel Wasser in die Kugel eingedrungen ist und somit den Druck verfälscht hat, schließe ich aus, da wir sowohl vorher als auch nachher die Kugel auf Flüssigkeit überprüft haben. Bei einer erneuten Durchführung müsste vorher genauer darauf geachtet werden, wo das Thermometer angelegt wird, um zuverlässigere Ergebnisse zu erhalten.

Attached files

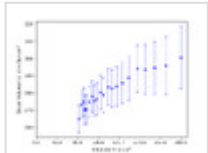
20230515135332-timestamped.zip (Timestamp archive by Samuel Brinkmann)
sha256: 182ef890ab3e4dbcbaab28dd387902af01f96fcd1c72a57f4f351e581f8d4c32

20230515140856-timestamped.zip (Timestamp archive by Günter Kewes)
sha256: 423a6002cff1f4c5e5d68a122d3e6a365daf32e77634c175eda50303b5b12496

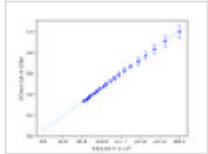
unknown.png
sha256: 78ed5574e6ede5833622bfc5a2cf83a1b1243508f9e4864fcff475aa6b4a7fe5



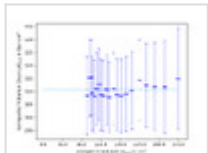
unknown.png
sha256: f510b948880300edc49a0e7ca209651564e1b2f76f44d8bd5d997ea429dc670b



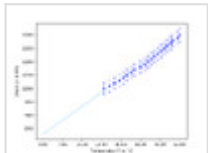
unknown.png
sha256: ef92abcfbdb1ba326e39d7fac44407fecbaed5eb526c69de39ce454bc82b1a10a



unknown.png
sha256: 418535d2e78af9300d638c6c942498991399a919fa927481f861efeda69190f6



unknown.png
sha256: a2c20b91b73adc2fc02686a247f98da08bfb309d29e1e28b51ff4ff37cc9e049



Unique eLabID: 20230515-6629b86a620b02b731ad1756d464578980763649
Link: <https://elabftw.physik.hu-berlin.de/experiments.php?mode=view&id=1126>

Changelog