

# Versuch O10



Date: 2023-06-29

Tags: O10

Created by: Levin Schulz



## Versuch O10 - 626758

	Matrikelnummer
Person 1: Samuel Brinkmann	624568
Person 2: Levin Schulz	626758

### 0. Rohdaten und Auswertung

**Tab.1: Bessel-Methode mit Linse 2:** Position des Gegenstandes  $P_G$ , des Reiters der Linse auf der linken  $P_L$  bzw. rechten  $P_R$  Besselposition und des Schirmes  $P_B$

(für 8 unterschiedliche Abstände zwischen Gegenstand und Schirm)

Position des Gegenstandes	$P_G = 0$ cm	(immer gleiche Position)
Ungenauigkeit der Position des Gegenstandes	$u_{PG} = 0,2$ cm	(immer gleich)
Ungenauigkeit der Position des Schirms	$u_{PB} = 0,05$ cm	(bleibt gleich)



$P_B$ (cm)	$P_L$ (cm)	$u_{PL}$ (cm)	$P_R$ (cm)	$u_{PR}$ (cm)	$l = P_B - P_G$ (cm)	$u_l$ (cm)	$e = P_R - P_L$ (cm)	$u_e$ (cm)	$f$ (cm)	$u_f$ (cm)
114,8	35,5	0,5	79,5	0,5	114,8	0,25	44	1	24,4839721254	0,2880430349
120,0	34,8	0,5	86,1	0,5	120	0,25	51,3	1	24,5173125	0,3080090497
125,0	33,6	0,5	91,8	0,5	125	0,25	58,2	1	24,47552	0,3259552712

130,0	33,4	0,5	97,3	0,5		130	0,25	63,9	1	24,6476730769	0,3385250847
110,0	37,9	0,5	73,7	0,5		110	0,25	35,8	1	24,5871818182	0,2635875306
105,0	39,8	0,5	66,0	0,5		105	0,25	26,2	1	24,6156190476	0,2350231367
100,0	42,7	0,5	56,3	0,5		100	0,25	13,6	1	24,5376	0,2027135344
135,0	32,8	0,5	102,9	0,5		135	0,25	70,1	1	24,6499814815	0,3522471307

**Tab.2: Sphärometer mit Linse 3: Vorzeichen von  $h$  beachten**

	Ergebnis	Unsicherheit	Sphärometer-Messung	Messwert	Unsicherheit
Brechungsindex	$n = 1,52$	-----	Glasplatte	$m_0 = 11,70$ mm	$u_{m0} = 0,005$ mm
Seite 1 (konvex / konkav)	$h_1 = 0,79$ mm	$u_{h1} = 0,01$ mm	Linse Seite 1	$m_1 = 12,49$ mm	$u_{m1} = 0,005$ mm
Seite 2 (konvex / konkav)	$h_2 = 0,79$ mm	$u_{h2} = 0,01$ mm	Linse Seite 2	$m_2 = 12,49$ mm	$u_{m2} = 0,005$ mm

Radius  $r$  der Linse:  $r = 16,4$  mm (ohne Unsicherheit)

**Tab.3: Abbe-Methode mit Linse 2+3:**

	Ergebnis	Unsicherheit
Abstand der Linsen	$d = 73$ mm	$u_d = 5$ mm
Position Gegenstand	$P_G = 0$ mm	$u_{PG} = 0,2$ mm

Position der Kante $P_K$ (cm)	Unsicherheit Position der Kante $u_{PK}$ (cm)	Untersuchte Gegenstands-größe $G$ (cm)	Untersuchte Bildgröße $B$ (cm)	Unsicherheit Bildgröße $u_B$ (cm)	Vergößerung $\Gamma = B/G$	$\Gamma = 1 + G/B$	$u_\Gamma$	$x = P_K - P_G$ (cm)	$u_x$ (cm)
11,9	0,3	1	2,5	0,1	2,5	1,4	0,016	11,9	0,5
10,7	0,3	1	3,3	0,1	3,3	1,303030303	0,0091827365	10,7	0,5
10,1	0,3	1	3,8	0,1	3,8	1,2631578947	0,0069252078	10,1	0,5
9,8	0,3	1	4,4	0,1	4,4	1,2272727273	0,0051652893	9,8	0,5
9,6	0,3	1	4,8	0,1	4,8	1,2083333333	0,0043402778	9,6	0,5
9,4	0,3	1	5,3	0,1	5,3	1,1886792453	0,0035599858	9,4	0,5

13,2	0,3	1	1,9	0,1	1,9	1,5263157895	0,027700831	13,2	0,5
16,7	0,3	1	1,2	0,1	1,2	1,8333333333	0,0694444444	16,7	0,5

### Umdrehen des Reiters mit dem Linsensystem

Position der Kante $P_K'$ (cm)	Unsicherheit Position der Kante $u_{PK}'$ (cm)	Untersuchte Gegenstands-größe $G$ (cm)	Untersuchte Bildgröße $B$ (cm)	Unsicherheit Bildgröße $u_B$ (cm)	Vergrößerung $\Gamma' = B/G$	$\Gamma' = 1 + G/B$	$u_{\Gamma}'$	$x' = P_K - P_G$ (cm)	$u_{x'}$ (cm)
19,1	0,3	1	2,5	0,1	2,5	1,4	0,016	19,1	0,5
17,9	0,3	1	3,3	0,1	3,3	1,303030303	0,0091827365	17,9	0,5
17,5	0,3	1	3,8	0,1	3,8	1,2631578947	0,0069252078	17,5	0,5
17,1	0,3	1	4,4	0,1	4,4	1,2272727273	0,0051652893	17,1	0,5
16,9	0,3	1	4,8	0,1	4,8	1,2083333333	0,0043402778	16,9	0,5
16,6	0,3	1	5,3	0,1	5,3	1,1886792453	0,0035599858	16,6	0,5
20,5	0,3	1	1,9	0,1	1,9	1,5263157895	0,027700831	20,5	0,5
24,4	0,3	1	1,2	0,1	1,2	1,8333333333	0,0694444444	24,4	0,5

## 1. Theorie

An dieser Stelle wird eine kurze Zusammenfassung über die dem Versuch zugrundeliegenden Physik gegeben. Eine ausführliche Betrachtung kann der Versuchsanleitung und einschlägiger Literatur entnommen werden.

Für dünne Linsen gilt die Abbildungsgleichung (Linsengleichung)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \text{Gl.(1)}$$

die den Zusammenhang der Gegenstandsweite  $g$  und der Bildweite  $b$ , sowie der Brennweite  $f$  beschreibt.

Exemplarisch zeigt Abb. 1 den Strahlengang einer dünnen Sammellinse, für den Fall  $g > f$ .

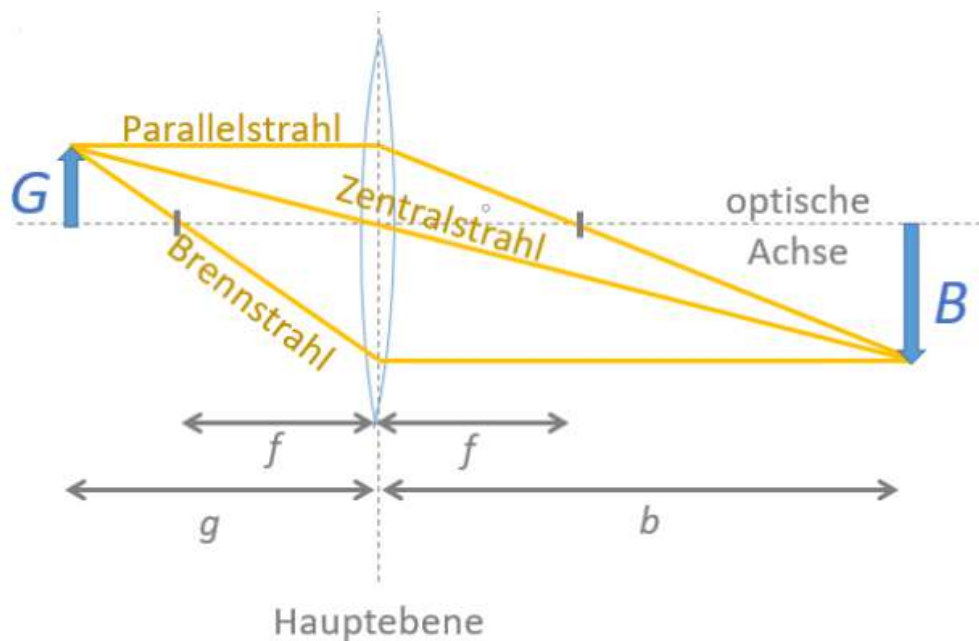


Abb.1: Strahlengang einer dünnen Sammellinse für  $g > f$  mit Gegenstand  $G$ , sowie Bildpunkt  $B$

In diesem Modell wird näherungsweise die Betrachtung vollzogen, dass die Strahlen an der Mittelebene (siehe Hauptebene in Abb.1) der dünnen Linse "abknicken" wie Abb. 1 zu entnehmen ist.

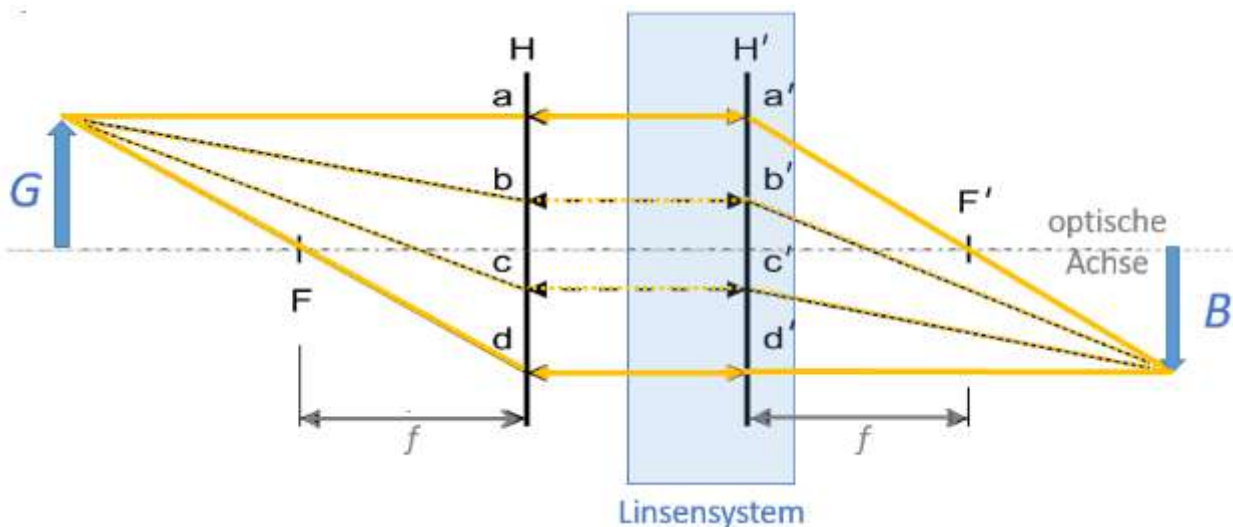
Die Vergrößerung ist definiert über

$$\gamma = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad \text{Gl.(2)}$$

### 1.1. Dicke Linsen und Linsensysteme

Das Modell der anhand Abb. 1 vorgestellten Strahlenoptik ist nicht mehr ohne Weiteres anwendbar, wenn dicke Linsen oder Linsensysteme betrachtet werden.

Damit Gl.(1) auch in diesem Fall Gültigkeit behält, wird das Konzept der Hauptebenen eingeführt, wie Abb. 2 zeigt.



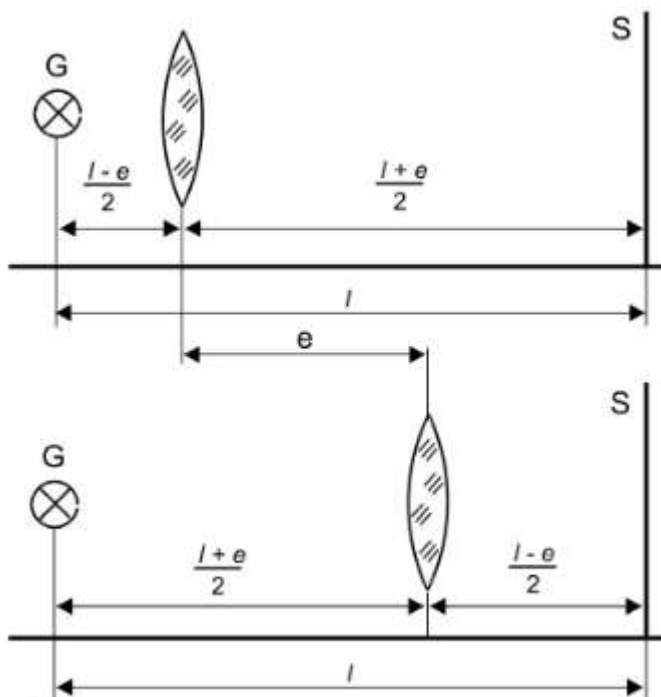
*Abb.2: Definition der Hauptebenen H bzw. H' bei der Modellbetrachtung im Fall von dicken Linsen bzw. Linsensystemen mit jeweiligen Brennpunkten F und F'*

Mittels zweier Hauptebenen, kann weiterhin die Konstruktion des Strahlenganges vollzogen werden, damit die Bedingungen einer scharfen Abbildung durch Strahlenoptik beschreibbar bleiben.

## 1.2. Besselverfahren zur Bestimmung der Brennweite

Grundsätzlich ist der Strahlengang von Abb.1 und 2 umkehrbar; demnach könnten Gegenstand (+Gegenstandsweite) und Bild (+Bildweite) vertauscht werden.

Ist der Abstand zwischen Gegenstand G und Schirm S  $l > 4f$ , ergeben sich somit zwei Positionen einer Linse (eines Linsensystems) bei denen das Bild scharf abgebildet werden kann, wie sie in Abb 3 definiert sind.



*Abb.3: mögliche Positionseinstellungen der Linse, sodass der Gegenstand G scharf auf dem Schirm S abgebildet wird mit zugehörigen Abständen zwischen den möglichen Positionen e und zwischen Gegenstand und Schirm l*

Ausgehend von der Gültigkeit von Gl.(1) für die beiden Positionen der Linse ergibt sich mit entsprechenden Substitutionen die zentrale Gleichung für die Brennweitenbestimmung durch des Besselverfahrens

$$f = \frac{l^2 - e^2}{4l} \quad \text{Gl.(3)}$$

### 1.3. Methode nach Abbe zur Bestimmung der Brennweite

Durch Substitution von  $b = g \gamma$ , wie es durch Gl.(2) gegeben ist, ergibt sich aus Gl.(1)

$$g = f(1 + \frac{1}{\gamma}) \quad \text{Gl.(4)}$$

Ist die Lage der Hauptebenen unbekannt, so kann ein noch unbekannter Offset  $c$  addiert werden, woraus sich

$$x = f(1 + \frac{1}{\gamma}) + c \quad \text{Gl.(5)}$$

ergibt. Durch Umkehren des Strahlenganges, das in diesem Versuch durch Umdrehen des Reiters mit dem Linsen(-System) erfolgt, ergibt sich

$$x' = f(1 + \frac{1}{\gamma'}) + c' \quad \text{Gl.(6)}$$

Die in Gl.(5) und (6) benannten Abstände werden in Abb.4 definiert.

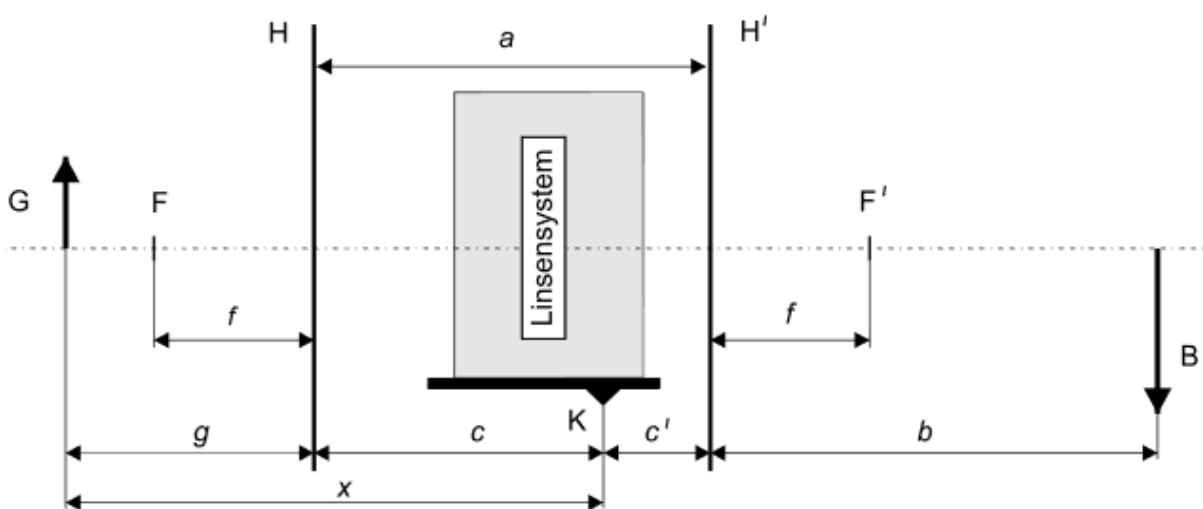


Abb.4: Zur Abbe-Methode notwendige relevante Abstände,  $x'$  und  $\gamma'$  (Gl.(6)) ergeben sich durch Drehung des Linsensystems um  $180^\circ$  und erneute Messung von  $x$  und  $g$  bei gleicher Marke K

Der Hauptachsenabstand ist hierbei gegeben durch

$$a = c + c' \quad \text{Gl.(7)}$$

### 1.4. Methode der Brennweite mittels Brechungsindex und Krümmungsradius der Linse

Mittels eines Sphärometers kann der Krümmungsradius  $R$  von konvexen ( $h > 0$ ) und konkaven ( $h < 0$ ) Kugeloberflächen bestimmt werden. Mittels geometrischer Überlegungen ergibt sich

$$R = \frac{r^2}{2h} + \frac{h}{2} \quad \text{Gl.(8)}$$

wobei  $r$  der durch die Standfüße des Sphärometers definierte Radius ist.

Aus den Krümmungsradien  $R_1$  und  $R_2$  der beiden Seiten einer Linse lässt sich mit dem Brechungsindex  $n$  die Brechkraft  $\frac{1}{f}$  entsprechend

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{Gl.(9)}$$

berechnen.

### 1.5. Prognose für Linsenkombinationen

Für zwei dünne Linsen mit den Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$ , die in einem hinreichend kleinen Abstand  $d$  zueinander platziert werden, kann die gesamte Brennweite des Linsensystems durch

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad \text{Gl.(10)}$$

beschrieben werden.

## 2. experimentelle Untersuchungen

### 2.1. Untersuchungen von Linse 2 mit dem Besselverfahren

Abbildung 5 zeigt eine Fotografie des Messaufbaus.



Abb.5: beschrifteter Versuchsaufbau zur Messreihe des Bessel-Verfahrens bestehend aus dem Gegenstand (beleuchteter Längenskala) auf der linken Seite der Abbildung, der Linse/dem Linsensystem auf einer abstandsverstellbaren Halterung, sowie dem ebenfalls abstandsverstellbaren Bild (Schirm) auf der rechten Seite der Abbildung

In Abb.5 ist entlang der verstellbaren Schiene auf der die Linsenhalterung und der Schirm angebracht sind ein Längenmessgerät zur Bestimmung der entsprechenden Abstände angebracht. Weiterhin wurde ein weiteres Längenmessgerät am Schirm zur Bestimmung der Bildgrößen in Tab. 3 verwendet.

Aus der Experimentellen Bestimmung der Positionen des Gegenstandes  $P_G$ , des Bildes  $P_B$ , sowie den beiden Positionen  $P_L$  und  $P_R$ , bei denen das Bild scharf erscheint, wurde mit Gl.(3) die Brennweite der Linse 2 mehrfach bestimmt. Die Messergebnisse sind Tab. 1 zu entnehmen; die einzelnen Ergebnisse der Brennweite sind in Abb.6 dargestellt.

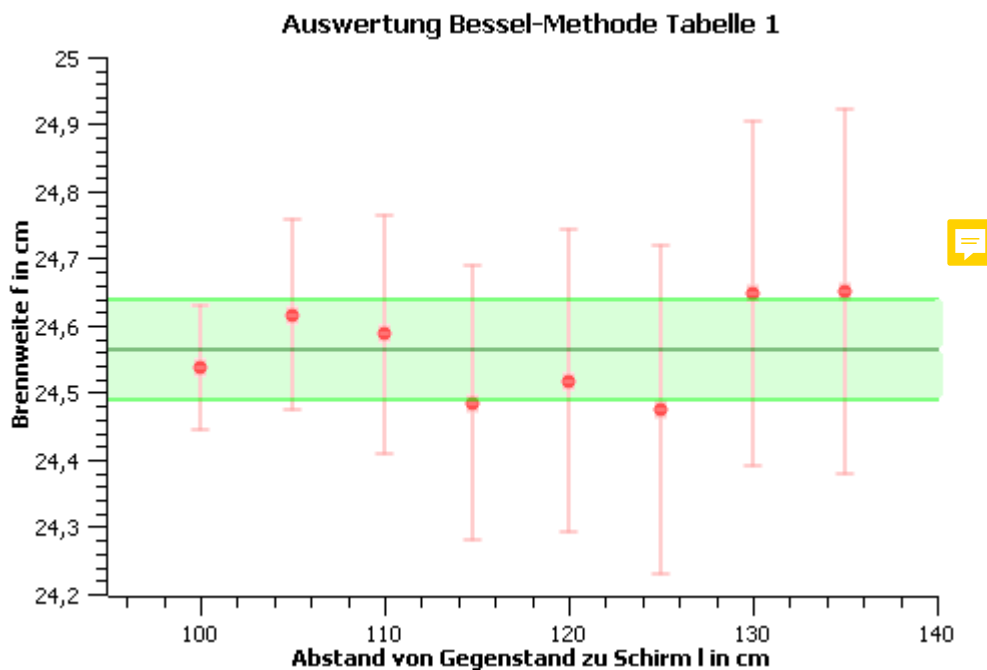


Abb.6: Berechnete Brennweite  $f$  aufgetragen über den Gegenstand-Schirm-Abstand  $l$  mit zugehörigen Unsicherheiten (rot) und dem gewichteten Mittelwert (dunkelgrün) mit Unsicherheitsbereich (hellgrün) parallel zur Abstandsachse

Es ergibt sich ein gewichteter Mittelwert von

$$f_{\text{Bessel}} = (24,56 \pm 0,08)\text{cm}$$

## 2.2. Untersuchungen mit dem Sphärometer

Entsprechend Gl.(8) ergeben sich aus den Messergebnissen mit dem Sphärometer die Radien



$$R_1 = (17,06 \pm 0,22) \text{ cm} \quad \text{und} \quad R_2 = (17,06 \pm 0,22) \text{ cm}$$

für die beiden Seiten der untersuchten Linse 3. Mit Gl.(9) und dem Brechungsindex  $n = 1,52$  kann die Brennweite von Linse 3 mit

$$f_{\text{Sphäro}} = (16,41 \pm 0,15) \text{ cm}$$

angegeben werden.

## 2.3. Prognose für Linsencombination

Aus den in Kap. 2.1 und Kap. 2.2 erzielten Messergebnissen kann mit Gl.(10) eine Prognose für die Brennweite  $f_{2+3}$  einer Linsencombination von Linse 2 und 3 gegeben werden. Mit einem Linsenabstand von  $d = (73 \pm 5) \text{ mm}$ , wie er in diesem Versuch verwendet wurde (vgl. Kap 2.4.), ergibt sich die zu erwartende Brennweite der Linsencombination.

$$f_{2+3} = (11,97 \pm 0,19) \text{ cm}$$

## 2.4. Abbe-Verfahren für Linsencombination

Es wurden für unterschiedliche Vergrößerungen  $\beta = B/G$  die Abstände  $x = P_K - P_G$  experimentell bestimmt. Entsprechend Gl.(5) ermöglicht die Substitution der Abszisse  $\alpha = 1 + G/B$  eine Linearisierung der  $x(\beta)$ -Messergebnisse, wie Abb. 7 zeigt.

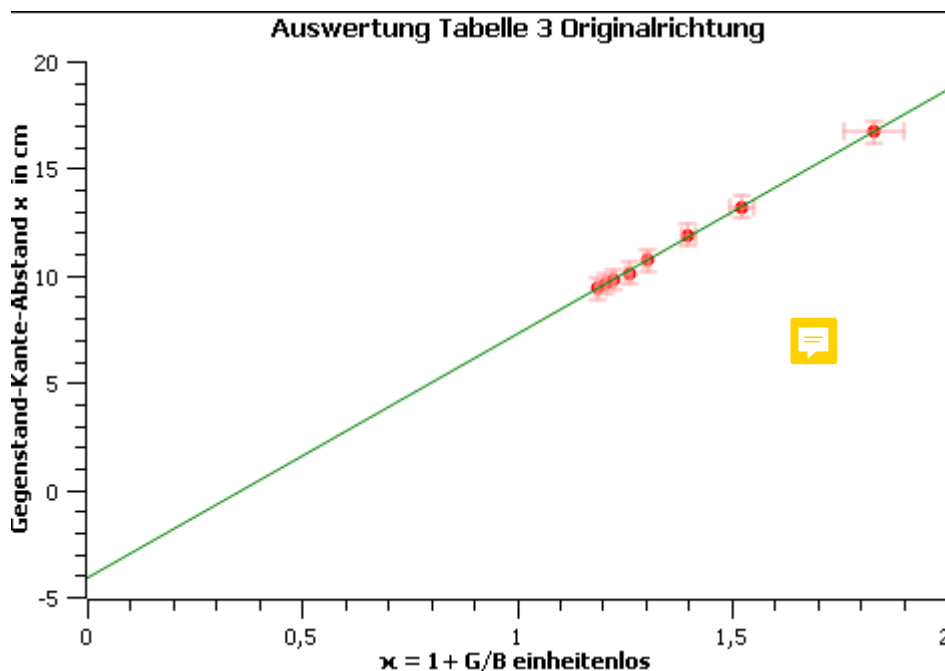
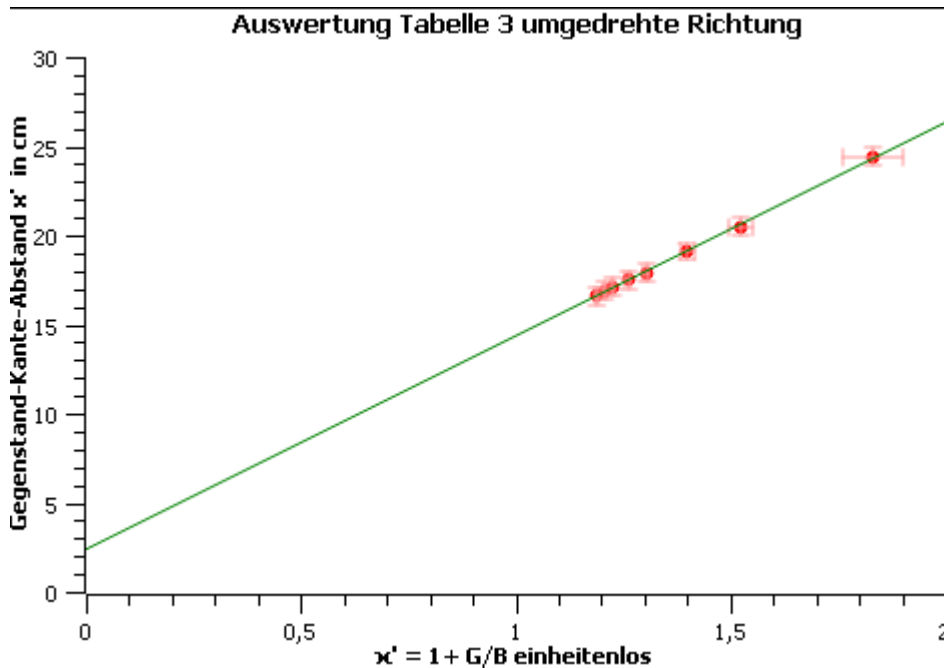


Abb.7: Gegenstand-Kante(Marke)-Abstände  $x$  (Abb.4) über berechneten  $\alpha$  mit zugehörigen Unsicherheiten (rot) und gefitteter Ausgleichsgerade (grün)

Aus dem linearen Fit-Ergebnis ergibt sich eine Brennweite  $f_{ges} = (11,4 \pm 0,9)\text{cm}$

und ein zugehöriger Offset  $c = (-4,2 \pm 1,2)\text{cm}$

Eine analog Auswertung für die zweite Messreihe, die mit umgedrehtem Linsensystem aufgenommen wurde, ergibt entsprechend Gl.(6) die in Abb.8 dargestellten Ergebnisse.



*Abb.8: Gegenstand-Kante(Marke)-Abstände  $x'$  über berechneten  $\chi'$  mit zugehörigen Unsicherheiten (rot) und gefitteter Ausgleichsgerade (grün) für das umgedrehte Linsensystem*

Aus dem linearen Fit-Ergebnis ergibt sich eine Brennweite  $f_{ges} = (12,0 \pm 0,9)\text{cm}$

und ein zugehöriger Offset  $c' = (2,4 \pm 1,2)\text{cm}$

Die mit dem Abbe-Verfahren bestimmten Brennweiten  $f_{ges}$  besitzen nicht nur untereinander einen sich überschneidenden Unsicherheitsbereich, sondern sind auch mit der berechneten Prognose dieser Brennweite  $f_{2+3}$  in 2.3.

Es lässt sich also von einer erfolgreichen, untereinander konsistenten Bestimmung der entsprechenden Brennweiten  $f_2$  mit dem Besselverfahren,  $f_3$  mit dem Sphärometer und  $f_{ges}$  mit dem Abbeverfahren ausgehen.

Aus den Ordinatenabschnitten der Fit-Ergebnisse kann der Hauptachsenabstand mit  $a = (1,8 \pm 2,4)\text{cm}$  angegeben werden.

### 3. Fazit

Die experimentell bestimmten Brennweiten der einzelnen Linsen, sowie des Linsensystems konnten erfolgreich ermittelt werden.



Dabei ergab sich aus der Konsistenz der Ergebnisse der Brennweite des Linsensystems, dass das Abbe- und Besselverfahren, sowie die Bestimmung der Brennweite mit Hilfe des Sphärometers zielführende Methoden zur Untersuchung von Linsen und Linsensystemen sind.

### 4. Anmerkungen

Jegliche Berechnungen wurden mit den nicht gerundeten Werten (nicht den im Skript angegebenen Ergebniswerten) fortgeführt, sofern diese benötigt wurden. Somit können einige Ergebniswerte, welche aus früheren Ergebnissen berechnet wurden minimal von dem Wert abweichen, der durch einsetzen der hier im Skript angegebenen Werte ermittelt werden kann.

Die Ausgleichsgeraden der Abbildungen 7 und 8 wurden mit SciDAVis gefittet. Dabei sei anzumerken, dass dieses Programm beim fitten von Ausgleichsgeraden die x-Achsenfehler der Daten (hier  $\lambda$ ) nicht bei der Gewichtung der Geraden berücksichtigt.

Es wurde weiterhin in den Abbildungen 7 und 8 eine Ausgleichsgerade aufgrund des zu erwartenden Offsets der geschätzten Hauptachse verwendet. Diese Schätzung erfolgte an dem in Originalrichtung aufgebauten Linsensystem an der linken Seite der Linsenhalterung.

Bei der Bezeichnung umgedrehtes Linsensystem ist eine Drehung von diesem aus seinem Originalzustand um  $180^\circ$  parallel zu den entsprechenden Hauptebenen von diesem (siehe Abb.2) gemeint.

#### Abbildungen:

Die Abbildungen 1,2,3 und 4 wurden direkt der vorliegenden Versuchsanleitung zum Versuch O10 (pdf-Dokument: O10\_neu) entnommen.

#### Berechnete Unsicherheiten:

Jegliche berechnete Unsicherheiten wurden mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet mit Ausnahme der Abstandsunsicherheiten, bei denen die entsprechende Unsicherheit sich aus der Summe der Unsicherheiten der Einzelabstände ergab. Hierzu zählen  $e$  und  $l$  in Tab.1,  $h_1$  und  $h_2$  in Tabelle 2,  $x$  in Tabelle 3, sowie die entsprechende Größe im umgedrehten System  $x'$  und  $a$  in 2.4 (auch wenn sich hier aufgrund dieser Methode eine vergleichsmäßig große Unsicherheit ergibt).

### Gewichteter Mittelwert von $f$ :

Dieser wurde mittels der Formel:

$$f_{avg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i$$

mit  $f_i$  den entsprechenden einzelnen ermittelten Werten und  $n$  der Gesamtanzahl an einbezogenen Messwerten.

Die zugehörige Unsicherheit

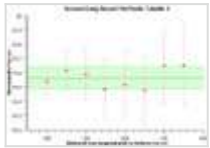
$$u_{f,avg} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (u_{f,i})^2}$$

ergibt sich nach der entsprechenden Formel des Moduls: Physikalisches Einführungs- und Grundpraktikum Teil 1 mit einem Gewichtungsfaktor von  $p_i = 1$  (siehe zugehöriges Skript, Seite 47).

### Attached files

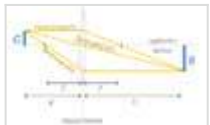
unknown.png

sha256: 2026c90464dcbe2007ed408bcb6644ae53e6554688476e40baa122d6e808b253



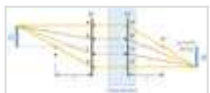
unknown.png

sha256: df90295ce4db7f3a535a129376f80627c9297c690f59fe41748befe120968df5



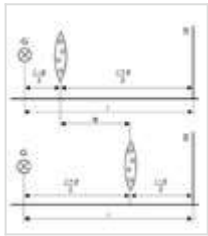
unknown.png

sha256: 85660e9d32ded148ebbd7d660895802c6840674ec2910e5fad4f38fd5c361424



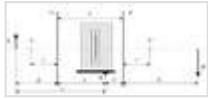
unknown.png

sha256: 4c52ab67178c99dda27eb6dd3872b6c28ebf947d0eab5dedb7eab43836de627f



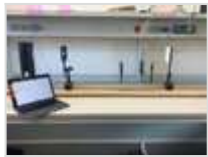
unknown.png

sha256: 2d7e2f43e93410a49140718221148dc94cf42e8c00d569dd8bac120e90e4e852



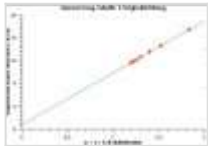
unknown.png

sha256: ae6586c79a6cf9d2401815ead6058ecb84250f11126b80b66a3b5cb4f4951729



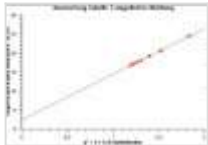
unknown.png

sha256: bfe0a79dfd19d9dec1e4e2ea30c635fa58988ac4ba5fb050051368b72d6ebd4d



unknown.png

sha256: 2f408d268c3afde6575e5e9b88f7af848ad9539f04cae99c063804f9eeb8bdf3



Unique eLabID: 20230629-d3c498d7ebe406e9528827476f559b6a0ca167e9  
Link: <https://elabftw.physik.hu-berlin.de/experiments.php?mode=view&id=2206>