STI1/ENSET/UNSTIM 2022-2023

GC, FC, MA, EL, ELT, ER, ELE

1ère PLANCHE DE TRAVAUX DIRIGES DE CINEMATIQUE

Exercice 1

A/ On considère le vecteur lié $(A, \vec{V})$ et le point B tel que : A (0, 5, 2), $\vec{V}(-1, 2, 0)$, B (3,1,4).

Calculer le moment du vecteur lié par rapport à B.

B/ Soit la fonction $f(x,y)$ définie telle que : $f(x,y) = (x-y)^2 + 4xy + 5$

1. Ecrire le champ vectoriel $\vec{V} = \overrightarrow{grad}\, f$
2. Ecrire les vecteurs $\vec{V}_1 = \overrightarrow{grad}\, f\big|_{(1,1)}$ et $\vec{V}_2 = \overrightarrow{grad}\, f\big|_{(-1,2)}$
3. Ecrire $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$

   On donne la fonction scalaire : $U = x^3y^2 + 2x^2y - 6$.

   Calculer les dérivées partielles du 2ème ordre de U et conclure.

C/ Un point matériel est soumis à un champ de forces de composantes cartésiennes telles que:

$$\vec{F}\begin{cases} X = x - x^3 \\ Y = y \\ Z = z \end{cases}$$

1. Calculer $\overrightarrow{rot}\, \vec{F}$
2. Lorsque l'on obtient $\overrightarrow{rot}\, \vec{F} = \vec{0}$, on conclut que le champ de forces $\vec{F}$ dérive d'une énergie potentielle E_p telle que $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_p$
3. Détermine la fonction E_p qui s'annule au point M (1, 1, 1).

Exercice 2

Un mobile se déplace sur une droite $x0x$ de vecteur unitaire $\vec{\imath}$. A partir de l'instant $t = 0s$ où il passe au point O $(x = 0)$ avec une vitesse $v_0 = 20ms^{-1}$, on soumet le mobile à une accélération négative $\vec{\gamma}$, proportionnelle à la puissance n-ième de la vitesse v à chaque instant : $\vec{\gamma} = -kv^n\vec{\imath}$

k et n sont des constantes positives.

On traitera les questions suivantes dans les deux cas $n = 1$ et $n = 2$.

1) Déterminer en fonction de v_0 et k, les expressions de la vitesse $v(t)$, de l'abscisse $x(t)$

En déduire une relation indépendante du temps qui relie $x(t)$ et $v(t)$

2) A quelle vitesse et à quel instant, le mobile passera-t-il à $150m$ de l'origine O, si le module de l'accélération à l'instant $t = 0s$ vaut $2ms^{-2}$?

Exercice 3

Un point M se déplace dans le plan (xOy) et son mouvement est défini par les équations :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -5t^2 + 2t \end{cases}$$

x et y sont en cm, t est en seconde , $t \geq 0$.

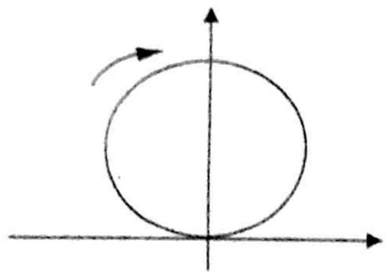
1. Déterminer la trajectoire et la représenter dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
2. Calculer V lorsque le point M passe par le point d'ordonnée nulle.
3. Déterminer l'hodographe relatif à O et le représenter sur le même graphe.
4. Exprimer les normes des vecteurs accélérations : $\vec{a}$, accélération tangentielle $\vec{a}_T$, accélération normale $\vec{a}_N$.
5. En désignant par ρ le rayon de courbure de la trajectoire, déterminer ρ à la date $t = 2s$.

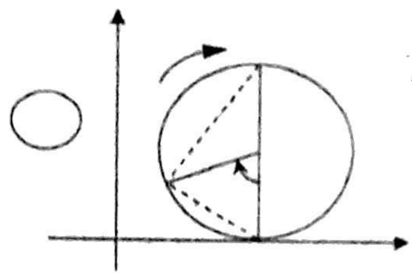
Exercice 4

Dans le plan xOy, un objet de forme circulaire, de centre Ω et de rayon R roule sans glisser sur l'axe Ox avec une vitesse angulaire constante ω. Soit M un point de sa périphérie. A l'instant $t = 0\ s$, M coïncide avec O $(Fig. 1)$.

1. Déterminer les coordonnées de M à l'instant t $(Fig. 2)$.
2. Représenter la cycloïde, trajectoire de M dans le plan xOy.
3. Déterminer les composantes de la vitesse de M à l'instant t.

4. Montrer que la vitesse de M passe à tout instant par un point fixe du cercle
5. Déterminer les composantes de l'accélération $\vec{a}$ ainsi que les expressions de ses composantes a_T, a_n, et le rayon de courbure ρ de la trajectoire.
6. En appliquant la loi de composition des vitesses, retrouver les résultats des questions 3. et 5.





Exercice 5

Dans le plan xOy, une force $\vec{F}$ execée en un point M (x,y) dépend de l'abscisse de M : $\vec{F}\ (F_X = 2x;\ F_y = 2y)$

Calculer le travail de $\vec{F}$ quand M passe de O(0, 0) à A(1,1)

a) le long de OA.

b) en suivant le segment OB, avec B(1, 0), puis le segment BA (toutes les grandeurs sont exprimées en unités SI)

c) Conclure.