

Ecole Nationale Supérieure de l'Enseignement Technique (ENSET)
Toutes les filières de STI

Epreuve de Mathématiques : Analyse 2022-2023

Durée: 1h 30 min

Zouine
Marius

Exercice 1:

1. Calculer la limite suivante en utilisant le développement limité à l'ordre deux en 0:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left[(x+2)^{\frac{1}{x+2}} - \sqrt{2} \right]}{\arctan(2x)}.$$

2. On donne $f(x) = \arctan(2x)$ et $F(x) = x \arctan(2x) - \frac{\ln(1+4x^2)}{4}$
 - a) Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur \mathbb{R}
 - b) Calculer l'intégrale $I = \int_0^{\frac{1}{2}} g(x) dx$On rappelle que $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$ et $\arctan(0) = 0$

Exercice 2:

1. Calculer $\frac{(5+i)^4}{239+i}$ où $i^2 = -1$
2. En déduire la formule de Machin: $\frac{\pi}{4} = 4 \arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right)$
3. Calculer le produit $(1+2i)(1+5i)(1+8i)$ En déduire la valeur de $S = \arctan 2 + \arctan 5 + \arctan 8$
4. Résoudre dans \mathbb{R} : $\arcsin(2x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{4}$