

WUHANON
Marinus

Ecole Nationale Supérieure de l'Enseignement Technique (ENSET)
Toutes les filières de STI

Epreuve de l'Analyse Mathématique 2022-2023

Durée: 2h

Exercice 1:

1. Calculer la limite suivante en appliquant la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^{\frac{1}{x+2}} - \sqrt{2}}{\arctan(2x)}$$

2. On donne $g(x) = -\arctan(2x)$ et $G(x) = -x \arctan(2x) + \frac{\ln(1+4x^2)}{4}$
- a) Montrer que la fonction G est une primitive de la fonction g sur \mathbb{R}
- b) Calculer l'intégrale $I = \int_0^{\frac{1}{2}} g(x) dx$
- On rappelle que $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$ et $\arctan(0) = 0$

Exercice 2:

1. Calculer $\frac{(5+i)^4}{239+i}$ où $i^2 = -1$
2. En déduire la formule de Machin: $\frac{\pi}{4} = 4 \arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right)$
3. Calculer le produit $(1+2i)(1+5i)(1+8i)$ En déduire la valeur de $S = \arctan 2 + \arctan 5 + \arctan 8$
4. Résoudre dans \mathbb{R} : $\arcsin(2x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{4}$

Exercice 3:

On considère la fonction f définie par:

$$f(x) = \cos^3(x) + \sin^3(x) \quad x \in [0; 2\pi]$$

1. Montrer que f vérifie les conditions du théorème de Rolle.
2. En déduire la ou les valeurs intermédiaire(s) de f .