

Ecole Nationale Supérieure de l'Enseignement Technique (ENSET)  
Toutes les filières de STI

Epreuve de l'Analyse Mathématique 2022-2023

Durée: 2h

Soumission  
Marit

**Exercice 1:**

1. Calculer la limite suivante en appliquant la règle de l'Hôpital.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^{\frac{1}{x+2}} - \sqrt{2}}{\arctan(2x)}.$$

2. On donne  $g(x) = -\arctan(2x)$  et  $G(x) = -x \arctan(2x) + \frac{\ln(1+4x^2)}{4}$   
a) Montrer que la fonction  $G$  est une primitive de la fonction  $g$  sur  $\mathbb{R}$

- b) Calculer l'intégrale  $I = \int_0^{\frac{1}{2}} g(x) dx$

On rappelle que  $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$  et  $\arctan(0) = 0$

**Exercice 2:**

1. Calculer  $\frac{(5+i)^4}{239+i}$  où  $i^2 = -1$   
2. En déduire la formule de Machin:  $\frac{\pi}{4} = 4 \arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right)$   
3. Calculer le produit  $(1+2i)(1+5i)(1+8i)$  En déduire la valeur de  $S = \arctan 2 + \arctan 5 + \arctan 8$   
4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ :  $\arcsin(2x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{4}$

**Exercice 3:**

On considère la fonction  $g$  définie par:

$$f(x) = \cos^3(x) + \sin^3(x)$$

$]0, \pi[$

1. Montrer que  $f$  vérifie les conditions du théorème de Rolle.  
2. En déduire la ou les valeurs intermédiaire(s) de  $f$ .