Optimal Policies for a Dual-Sourcing Inventory Problem with Endogenous Stochastic Lead Times

具有内生随机提前期的双源库存问题的最优策略

Operations Research, 2017

关键词：双源采购(dual-source)，随机提前期，库存策略，动态规划，串联排队，最优控制

Jing-Sheng Song
The Fuqua School of Business, Duke University, Durham, NC 27708, USA, jssong@duke.edu

Li Xiao
CUHK Business School, The Chinese University of Hong Kong, Shatin, Hong Kong, xiaoli@baf.cuhk.edu.hk

Hanqin Zhang
Business School, The National University of Singapore, 119245, Singapore, bizzhq@nus.edu.sg

Paul Zipkin
The Fuqua School of Business, Duke University, Durham, NC 27708, USA, paul.zipkin@duke.edu

目录

1. 问题来源

为什么要进行多源采购？本文考虑了怎样的一个多源采购系统，和其他系统的不同之处？

2. 研究内容

目的：找到该系统的最优采购策略
步骤一：构建系统O，引入等价系统M；步骤二：降维，转换为系统A；
步骤三：求解系统A的最优策略；步骤四：转换得到原系统O的最优策略。

3. 问题解决效果、创新点

刻画了结构性的最优策略，特殊情况用启发式算法求解。

4. 启发

1 问题来源

多源采购的优势

- **对抗供应商生产或运输的中断和延期风险**
  - 供应商的生产（如元器件、部件）和运输作为第一阶段，将企业的生产（如装配）作为第二阶段。
  - 例：泰国是全球第二大硬盘驱动器出口国家，2011年泰国洪水严重影响了当地的硬盘工厂，电脑制造商寻求其他供应商或在现货市场购买，导致当年硬盘驱动器价格翻倍。

- **获得一个灵活的、响应快的制造流程，以应对市场需求的突然爆发**
  - 例：全球最大化妆品公司欧莱雅实施了有效的双源采购战略：大部分产品在自有工厂生产，供应商提供包装和元件。其平台从自有工厂和供应商处实时收集库存、生产能力等数据，用于判断何时提升生产量，当某个供应商响应不足时，寻找替代供应商。

1 问题来源

GAP：大部分文献都假设了**两个供应源的提前期固定**(constant lead times），即便这样简化，最优策略的形式仍然缺乏清晰的结构，因此之前的文献集中于简单的启发式策略，如single-index和dual-index。

本文假设**两个供应源的提前期随机且内生**(stochastic and endogenous)，即提前期不是常数，并且会因为系统状态不同而变化（排队系统）。

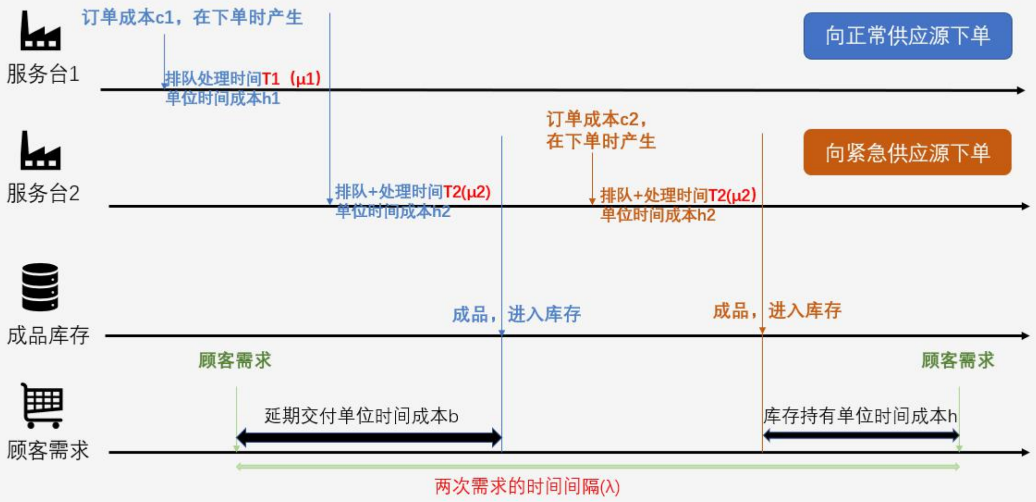
为什么是随机、内生提前期?

运输常常要经过一个运输网络，可能包含铁路、海运、卡车等多种运输方式，可能产生堵塞。

- 2014年，国际航空运输组织调查显示，**运输时间的低可靠性**是货运的第二大关注因素，仅次于运输费用。
- Shang(2014)用实证数据说明了空运货物的**延迟遵循多峰分布**。
- Corman(2014)用港口数据说明了把整个生产运输过程建模为一个单服务台节点是一种粗糙的拟合，但作为提升易处理性和获得量化见解的研究起始点，是合理的。

2 研究内容

系统是什么样?



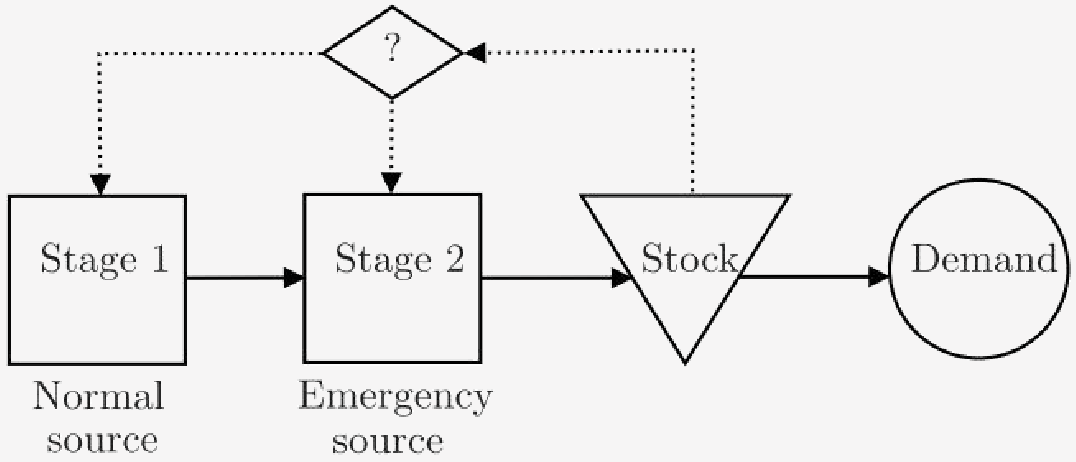
如何求解?

2 研究内容

系统设定

本文研究的系统设定如下

- 需求服从泊松分布，如果缺货，需求积压(backlogged)
- 库存可以从**正常供应源**(normal source)或**紧急供应源**(emergency source)补充，正常来源的单价更低，提前期更长



- 订单成本随数量线性增长；每个阶段（在供应商处或成品库存）的持有成本(holding cost)；在需求点没有拿到产品，则产生线性的延期交货成本(backorder cost)
- **特别的**：正常供应源是一个两阶段串联队列，每个阶段的生产时间服从指数分布；**紧急供应源跳过了队列的第一阶段**。这种建模特点使得可以产生**结构性的结果和见解**。

目标：找到**最优的采购策略（什么时候买、向哪个供应源购买、买多少）**，能够**最小化长期运营平均成本。**

2 研究内容

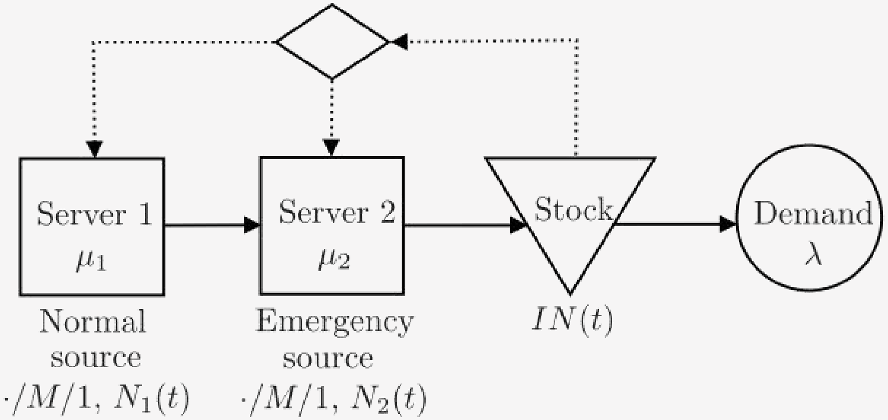
系统设定

首先构建考虑单产品的原始系统O，可以从两处供应源下单。供应源表示为**两个串联服务台。**

向正常供应源下单 = 先在服务台1处理，再进入服务台2处理；

向紧急供应源下单=跳过服务台1，直接进入服务台2。

在服务台2处理后，进入库存，成为可满足用户需求的成品。

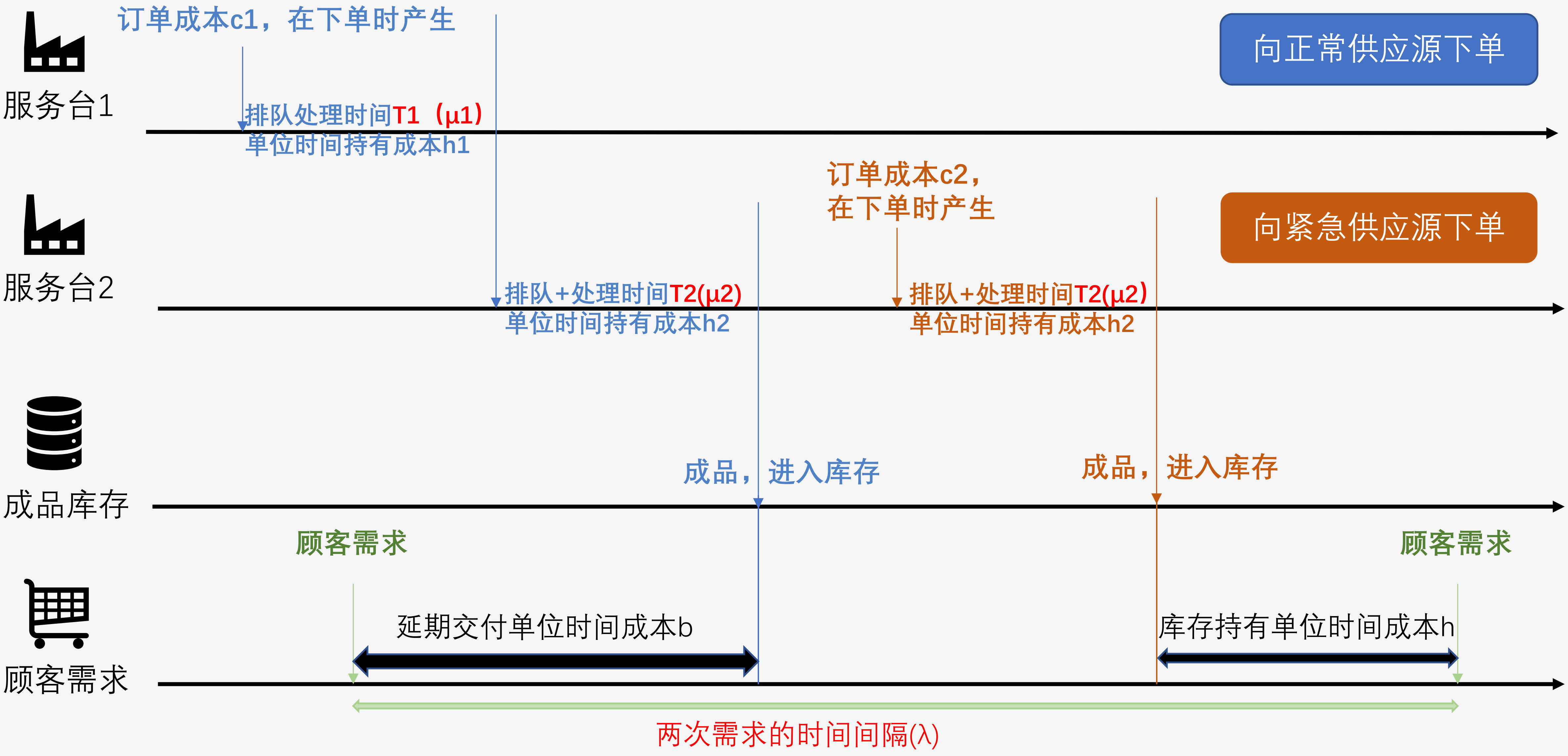


如何理解两个服务台?

- 例：将供应商的原材料生产运输作为第一阶段（服务台1），将企业自己的生产作为第二阶段（服务台2）。如果供应商中断，企业紧急从现货市场购买原材料，此时采购提前期相比供应商生产要短很多，忽略不计，也就等同于跳过阶段1。
- 例：对于远距离运输，把到达港口前的海运作为服务台1，把上岸后的核验、检测作为服务台2。如果海运中断，改为加急空运，则时间大幅缩短，忽略不计。

2 研究内容

系统设定



订单成本c1，在下单时产生
向正常供应源下单
服务台1
排队处理时间T1（μ1）
单位时间持有成本h1
订单成本c2，
在下单时产生
向紧急供应源下单
服务台2
排队+处理时间T2(μ2)
单位时间持有成本h2
排队+处理时间T2(μ2)
单位时间持有成本h2
成品，进入库存
成品，进入库存
成品库存
顾客需求
顾客需求
延期交付单位时间成本b
库存持有单位时间成本h
顾客需求
两次需求的时间间隔(λ)

2 研究内容

系统设定

系统O的参数如下

在两个服务台的处理时间记为 $T_i\,(i=1,2)$

独立，分别服从指数分布，参数为 μ_i

客户需求服从泊松分布，参数为 λ

系统成本包括：下单成本、持有库存和延迟交付成本

c_1：向正常供应源下单的单位成本；

h_1：订单在服务台1等候或处理时，每单位时间产生的单位持有成本；

c_2：向紧急供应源下单的单位成本（比c1高）；

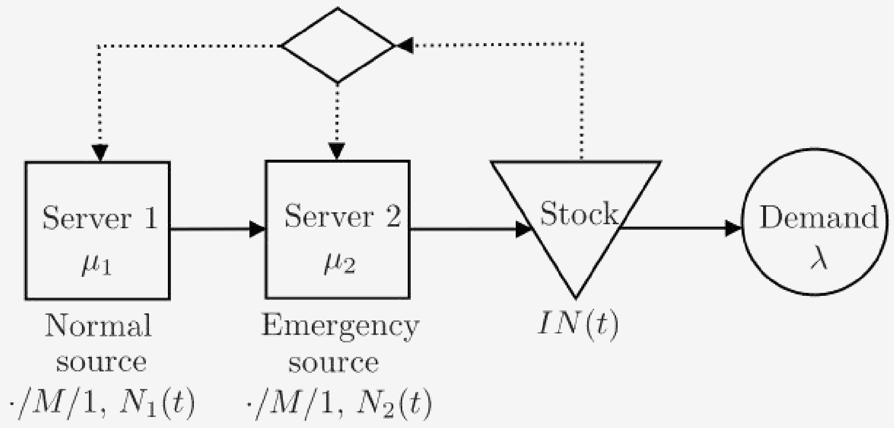
h_2：订单在服务台2等候或处理时，每单位时间产生的单位持有成本；

h：成品每单位时间的单位持有成本；

b：成本每单位时间的单位延迟交付成本。

注：下单费用在下单时发生。成本按比率α有折扣。

注：参数标准化，$\alpha+\lambda+\mu_1+\mu_2=1$



t时刻，系统O的状态是三维向量

$$(IN(t),N_2(t),N_1(t))$$

$IN(t)$ 净库存（实际库存减去延期交付）；

$N_2(t)$ 服务台2的等候或处理中订单数量；

$N_1(t)$ 服务台1的等候或处理中订单数量。

2 研究内容

求解整体思路

为了获得最优策略，本文使用了一个**创新的求解方法**，主要思路是**将原始的三维系统转化为一个等价的、更易处理的两维系统。O表示原始系统**，步骤如下：

1. 改变阶段一中收取订单费用的方式，产生一个新系统，称为**系统M**；可以证明它的最优策略和系统O相同，并且最优费用之间有一个很简单的转换关系。
2. 将三维系统M转换为**二维系统A**。为了构建系统A，我们改变了系统M阶段一的下单行为，以控制生产率，因此在系统A中我们有更大的灵活性来使用正常供应源，简化了系统A的动态性。
3. 求解系统A的最优策略。
4. 证明系统A的最优策略也是系统O的最优策略，基于参数的确定条件下。

2 研究内容

求解整体思路

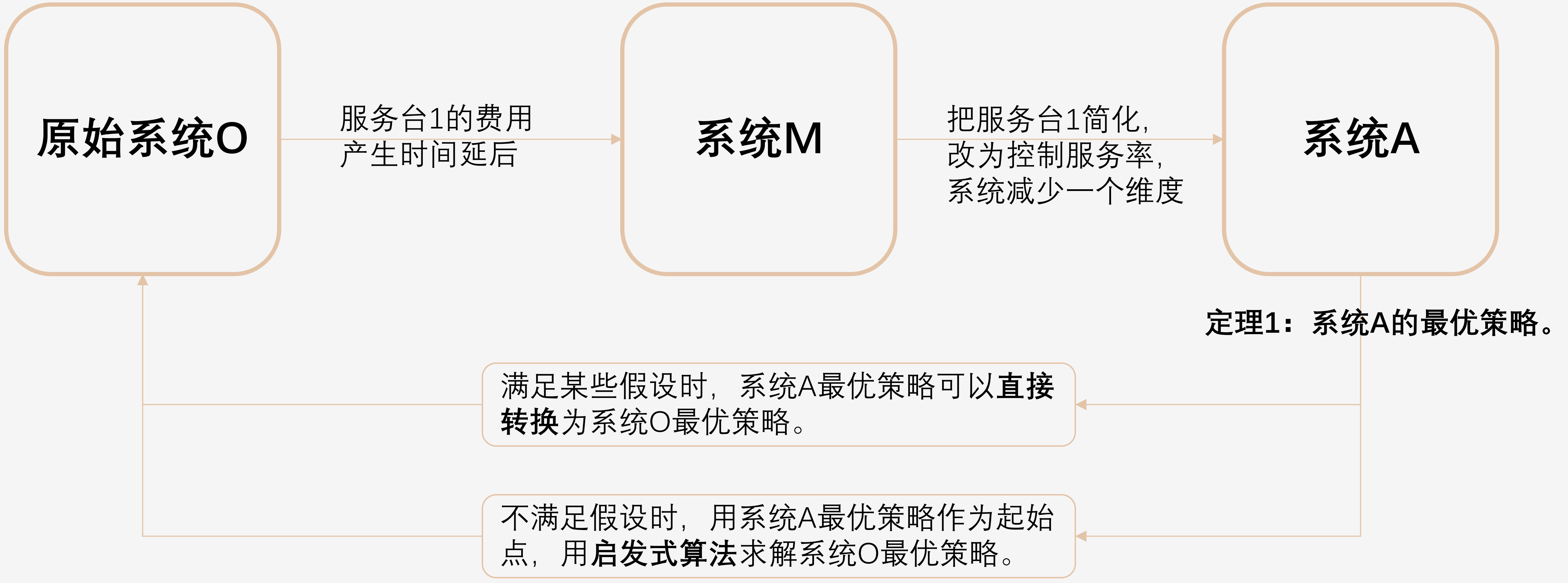
引理1：对系统O，不向在忙的服务台加单是最优的。

引理2：对系统M，不向在忙的服务台加单是最优的。

引理4：对系统A，服务台2忙时不加订单是最优的。

引理3：系统O和系统M的最优策略相同。

推论1：在一定条件下，系统A的最优策略也是系统M的最优策略。



2 研究内容

步骤一：构建系统O，引入等价系统M

系统初始状态记为 $(IN(0), N_2(0), N_1(0)) = x, y, z$

在这个状态下，系统总成本（**最优期望折现成本**）是初始状态的函数 $f(x, y, z)$

$$
\begin{aligned}
f(x,y,z) = {} & hx^+ + bx^- + h_2 y + h_1 z \\
& + \min_{u \geq y, v \geq z} \Big\{ (h_2 + c_2)(u - y) + (h_1 + c_1)(v - z) + \lambda f(x-1, u, v) \\
& \qquad + \mu_1 [\mathbf{I}_{\{v>0\}} f(x, u+1, v-1) + \mathbf{I}_{\{v=0\}} f(x, u, v)] \\
& \qquad + \mu_2 [\mathbf{I}_{\{u>0\}} f(x+1, u-1, v) + \mathbf{I}_{\{u=0\}} f(x, u, v)] \Big\} \\
:= {} & hx^+ + bx^- + h_2 y + h_1 z + \mathcal{T} f(x, y, z).
\end{aligned}
$$

x=净成品库存（实际库存-延期交付）

y=服务台2等候/处理中订单数量（初始）

z=服务台1等候/处理中订单数量（初始）

u=服务台2加单后的订单数量

v=服务台1加单后的订单数量

Min: 在所有可能的决策里，选出使总成本最小的那一组。

2 研究内容

步骤一：构建系统O，引入等价系统M

系统总成本（**最优期望折现成本**）$f(x,y,z)$

包含两部分：

1.**当前状态**的持有成本和延期交付成本 $hx^+ + bx^- + h_2 y + h_1 z$

2.**增加了操作**：向服务台1加单v-z，向服务台2加单u-y

①**下单成本**：$(h_2+c_2)(u-y)+(h_1+c_1)(v-z)$

②**有需求到达，成品库存被消耗**：按照需求到达的规律，单位时间内有λ个需求，一个需求达到使得成品库存减少1。$\lambda f(x-1,u,v)$

③**有订单从服务台1结束，进入服务台2**：按照服务台1的服务时间规律，单位时间内有μ1笔订单完成，如果加单后服务台1的订单数量v大于0，则服务台2订单数量+1，服务台1订单数量-1；如果加单后服务台1无订单，则状态不变；$\mu_1[\mathbf{I}_{\{v>0\}} f(x,u+1,v-1)+\mathbf{I}_{\{v=0\}} f(x,u,v)]$

④**有订单从服务台2结束，进入成品库存**：$\mu_2[\mathbf{I}_{\{u>0\}} f(x+1,u-1,v)+\mathbf{I}_{\{u=0\}} f(x,u,v)]\}$

x=净成品库存（实际库存-延期交付）

y=服务台2等候/处理中订单数量（初始）

z=服务台1等候/处理中订单数量（初始）

u=服务台2加单后的订单数量

v=服务台1加单后的订单数量

2 研究内容

步骤一：构建系统O，引入等价系统M

对任意函数 $g(x,y,z)$

定义x/y/z分别增加1单位时，函数值的变化。

$$\triangle_x g(x,y,z) = g(x+1,y,z) - g(x,y,z),$$
$$\triangle_y g(x,y,z) = g(x,y+1,z) - g(x,y,z),$$
$$\triangle_z g(x,y,z) = g(x,y,z+1) - g(x,y,z).$$

引理1：系统O的最优期望折扣成本f(x,y,z)，满足 $c_2 + \triangle_y f(x,y,z) \geq 0, \quad c_1 + \triangle_z f(x,y,z) \geq 0.$

也就是，**在服务台2增加一单的下单成本(c_2)≥服务台2增加一单的总成本减少值**，所以，如果服务台2还有订单在处理（y > 0），此时不应向向服务台2加单（也就是向紧急供应源下单）；

同理，如果服务台1还有订单在处理（z > 0），此时不应向正常供应源下单（也就是直接向服务台1加单）

也就是说，任何情况下，不向已经在忙的服务台加单都是最优策略。因此，除了初始状态外，服务台1上最多有一个订单，并且没有订单在排队。

2 研究内容

步骤一：构建系统O，引入等价系统M

现在引入系统M。它和系统O的差别是：在正常供应源的下单成本为 $\widetilde{c}_1$
并且是**服务台1的处理结束时才产生下单成本**，而不是在下单时就产生。
系统M的最优期望折后成本记为 $\widehat{f}\,(x,y,z)$

引理2：**系统M的最优期望折扣成本** $\widehat{f}\,(x,y,z)$**，满足** $c_2+\triangle_y\hat{f}(x,y,z)\geq 0, \quad \triangle_z\hat{f}(x,y,z)\geq 0.$
也就是说，和系统O相同，系统M在任何情况下，不向已经在忙的服务台加单都是最优策略。
根据引理1和引理2，对于系统O和系统M，在找最优解时都只需要考虑**z=0或1**的情况，z是初始时刻服务台1的等候或处理中订单数量。建立了系统O和系统M最优解的关系：

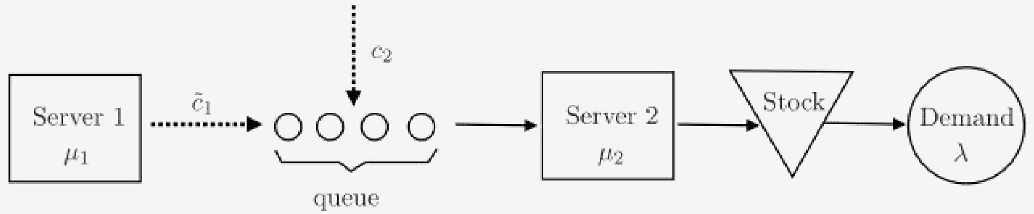
$$f(x,y,z)=\begin{cases}\hat{f}(x,y,z), & \text{if } z=0,\\ \hat{f}(x,y,z)-c_1, & \text{if } z=1.\end{cases}$$

引理3：系统O和系统M有相同的最优策略。

2 研究内容

步骤二：转换为系统A

引入系统A，它和系统M的区别是：不向正常供应源（服务台1）下单，而是控制服务台1的服务率，假设有充足的待服务订单按服务率不断来到服务台1，使得**服务台1不排队**, μ_1是最大服务率。服务台2的机制不变。



Auxiliary System

t时刻，系统O的状态是三维向量

$$(IN(t), N_2(t), N_1(t))$$

$IN(t)$ 净库存（实际库存减去延期交付）；

$N_2(t)$ 服务台2的等候或处理中订单数量；

$N_1(t)$ 服务台1的等候或处理中订单数量。

由此，**表示系统状态的三维向量就降为二维向量**，因为$N_1(t)$始终为0 。

系统A的**最优的期望折后成本**记为$\tilde{f}(x,y)$

这一函数和服务台1的服务率成线性关系，所以最优值要么在服务率最小值（0）或最大值（μ_1）

2 研究内容

步骤三：求解系统A的最优策略

接下来**求系统A的最优策略，思路**：先引入一个新函数g(x,y)，假设它具有一些特性，使用这些特性刻画出最优策略的结构；再证明系统A的目标函数也具有这些特性。

定义一个函数 $g(x,y)$，具有超模块性和两个方向的对角优势。

$$\triangle_{xy}g(x,y)=\triangle_x g(x,y+1)-\triangle_x g(x,y),$$
$$\triangle_{xx}g(x,y)=\triangle_x g(x+1,y)-\triangle_x g(x,y),$$
$$\triangle_{yy}g(x,y)=\triangle_y g(x,y+1)-\triangle_y g(x,y).$$

- Property (P1): Supermodularity: $\triangle_{xy}g(x,y)\geq 0$;
- Property (P2): Diagonal dominance in x: $\triangle_{xx}g(x,y)\geq\triangle_{xy}g(x,y)$;
- Property (P3): Diagonal dominance in y: $\triangle_{yy}g(x,y)\geq\triangle_{xy}g(x,y)$.

引理4：可以证明，在服务台2忙时，不向其增加订单时最优策略。

$S(y)=\min\{x\ :\ \triangle_y\tilde{f}(x,y)+\tilde{c}_1\geq 0\}$ S(0)和S(1)：服务台2没有/有一个订单时，最低成品库存。

引理5：可以证明S(y)递减，也就是x或y更大时，我们更不愿意开放服务台1。

2 研究内容

步骤三：求解系统A的最优策略

现在考虑服务台2没有处理中订单时的状态(x,0)，我们需要做决策，包括是否打开服务台1或向服务台2下单。四种情况：

- 服务台1关闭；不向2下单
- 服务台1打开；不向2下单
- 服务台1打开；向2下单
- 服务台1关闭；向2下单

成品库存x＜S(1)	S(1)≤成品库存x＜S(0)	成品库存x≥S(0)
（打开，下单）	（关闭，下单）	（关闭，下单）
（打开，不下单）	（打开，不下单）	（关闭，不下单）

把成品库存x分成三个区间，每个区间只需要考虑两种情况

在每个区间中，可以计算出其中一个情况更优的等价条件，也就是阈值R。

引理6：阈值R可以唯一确定，根据系统当前情况

$$R = \min\Big\{x : h_2 + c_2 - \mu_1\tilde{c}_1 + \lambda\triangle_y\tilde{f}(x-1,0) + \mu_2\triangle_x\tilde{f}(x,0) \\ \geq -\mu_1(\triangle_y\tilde{f}(x,1)+\tilde{c}_1)\mathbf{I}_{\{x<S(1)\}} - \mu_1(\triangle_y\tilde{f}(x,0)+\tilde{c}_1)\mathbf{I}_{\{x\geq S(0)\}}\Big\}$$

2 研究内容

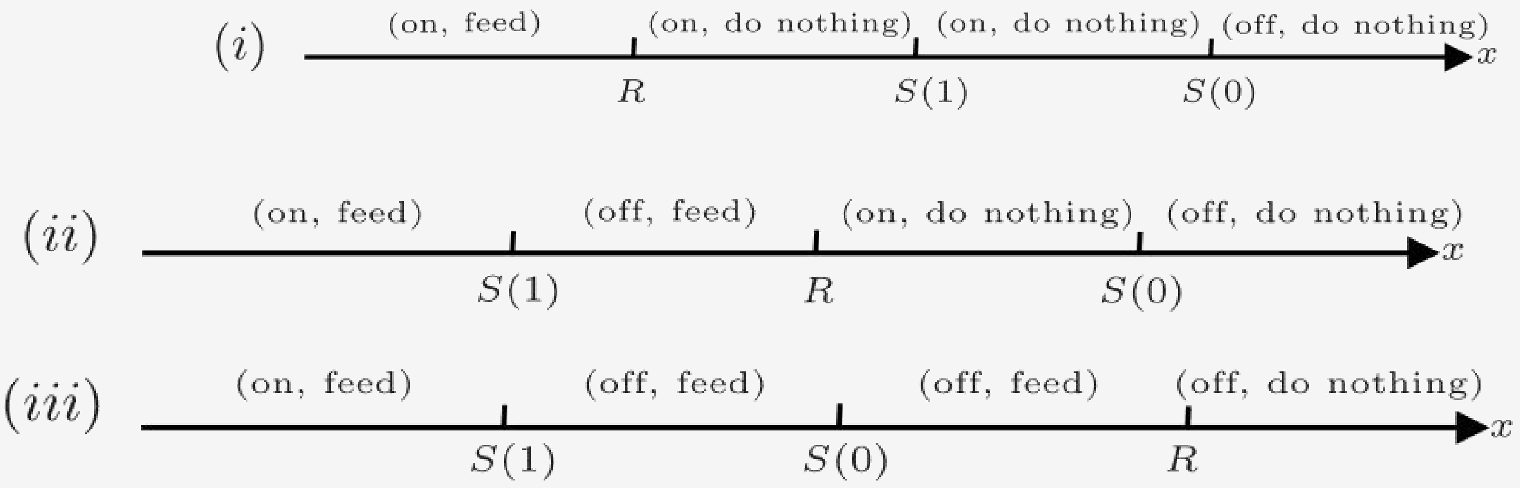
步骤三：求解系统A的最优策略

理论1：假设函数f满足前述三个假设，那么每种情况的最优策略如下

- 第二阶段库存N_2为0时
  - R < S(1)。此时如果成品库存小于R，保持服务台1打开，向服务台2增加一单；如果成品库存介于R和S(0)之间，保持服务台1打开，服务台2无新增下单；如果成品库存大于S(0)，关闭服务台1，服务台2无新增下单。
  - S(1)≤R < S(0)。
  - R≥S(0)。
- 第二阶段库存N_2大于0时
  - 成品库存小于S(N_2)时。

    保持服务台1打开，服务台2无新增下单；
  - 成品库存大于等于S(N_2)时。

    关闭服务台1，服务台2无新增下单。



换句话说，知道系统现在的成品库存x和阶段二的库存N_2，可以计算出当前阈值R和成品库存的两个边界值S(0)和S(1)，进而知道当前的最优策略。——最优策略有结构性

2 研究内容

步骤四：转换得到原系统O的最优策略

根据系统A的最优策略，转换得出原系统O的最优策略。首先建立系统A和系统M在特定条件下的等价关系。

推论1：当系统A的R < S(1)，系统A的最优策略就是系统M的最优策略。

理论3：假设A成立，且$h_2 \geq h$（阶段2的排队成本大于等于成品库存成本）时，最优策略如下

For $N_2 = 0, N_1 = 0:$

(i) $IN < R:$ *place one order at each source;*

(ii) $R \leq IN < S(0):$ *place one order at the normal source, and do nothing at the emergency source;*

(iii) $IN \geq S(0):$ *do nothing at both sources.*

For $N_2 > 0, N_1 = 0:$

(iv) $IN < S(N_2):$ *place one order at the normal source, and do nothing at the emergency source;*

(v) $IN \geq S(N_2):$ *do nothing at both sources.*

For $N_2 = 0, N_1 > 0:$

(vi) $IN < R:$ *do nothing at the normal source, and place one order at the emergency source;*

(vii) $IN \geq R:$ *do nothing at both sources.*

For $N_2 > 0, N_1 > 0:$

(viii) *do nothing at both sources.*

Assumption A: $h_2 + c_2(1-\lambda) - \mu_1 \tilde{c}_1 \geq \mu_2 b/\alpha.$

2 研究内容

步骤四：转换得到原系统O的最优策略

对于系统O的最优策略，以上讨论了**假设A成立，且$h_2 \geq h$**的情况，对于其他两种情况，用启发式算法求解：

- 情况1：假设A不成立，但$h_2 \geq h$
- 情况2：$h_2 < h$

思路：**Threshold-Curve策略**，修正系统A的最优解，得到系统O的一个可行解，找到的解与最优解之间的GAP较小。

Table 3 Maximal Gaps of Heuristic Policy *TC*

λ	μ_1	μ_2	b	max gap
0.3	0.3	0.39	90	0.05 %
0.3	0.3	0.39	120	0.05 %
0.3	0.34	0.35	90	0.05 %
0.3	0.34	0.35	120	0.04 %
0.2	0.4	0.39	90	0.07 %
0.2	0.4	0.39	120	0.05 %

对比了其他策略：

- **Dual-Index策略**。有两个库存参数。当阶段1+阶段2+成品库存总量达到s_1，阶段2+成品库存总量大于等于s_2，触发采购。优点：易于评估。
- **Smart-Dual-Index策略**。当阶段2+成品库存总量小于s_2，且服务台2空闲，向服务台2下一单；当阶段1+阶段2+成品库存总量小于s_1，且服务台1空闲，向服务台1下一单。

2 研究内容

步骤四：转换得到原系统O的最优策略

Table 5 Optimal Policy vs. Heuristics

$c_1 = 10,\ c_2 = 30,\ \lambda = 6,\ \mu_1 = 8$, and $\mu_2 = 7$

h	b	h_2	Optimal Cost	*DI* Policy				*SDI* Policy				*TC* Policy	
				Cost	gap %	s_1	s_2	Cost	gap %	s_1	s_2	Cost	gap %
3	60	4	137.56	146.27	6.33	23	10	143.70	4.46	22	15	137.60	0.03
2	60	3	119.20	124.77	4.67	26	11	123.24	3.39	24	16	119.24	0.03
1	60	2	96.51	99.89	3.50	30	12	99.34	2.93	29	18	96.53	0.02
3	90	4	145.28	153.86	5.91	25	12	151.30	4.14	24	17	145.33	0.03
2	90	3	124.34	129.86	4.44	28	13	128.43	3.29	27	19	124.37	0.02
1	90	2	99.71	102.49	2.79	33	15	102.03	2.33	32	21	99.72	0.01
3	120	4	150.77	159.28	5.64	27	14	156.81	4.01	26	19	150.79	0.01
2	120	3	127.82	133.52	4.46	30	15	132.19	3.42	29	20	127.85	0.02
1	120	2	101.76	104.34	2.54	35	16	103.95	2.15	33	23	101.79	0.03

在指定参数下，对比了三种策略的成本和离实际最优解（用迭代算法求出）的GAP。TC策略整体**最接近最优解**。

- **Tailored Base-Surge策略**。

正常供应源：下单量为常数（服务率固定）

紧急供应源：如果服务台2在忙，不下单；如果空闲且成品库存小于s，下一单；如果空闲且成品库存大于等于s，不下单。

Table 8 Optimal Policy vs. Heuristics

λ	μ_1	μ_2	Optimal Cost	*TC* Policy		*TBS* Policy			
				Cost	gap %	Cost	gap %	μ_1^*	s
1.1	1	7	19.19	19.19	0	20.81	8.44	0.87	1
1.2	1	7	21.34	21.34	0	22.30	4.50	0.96	1
1.3	1	7	23.76	23.76	0	24.00	1.01	1	1
1.4	1	7	26.40	26.40	0	26.47	0.27	1	1
1.5	1	7	29.25	29.25	0	29.26	0.03	1	1

2 研究内容

步骤四：转换得到原系统O的最优策略

验证**Threshold-Curve策略**的鲁棒性：在确定性的处理时间下，仍然比其他三种策略更优。也就是，服务台2有确定的提前期L_2，服务台1也有确定的提前期$L_1=nL_2$，取不同的n看结果。

Table 10 *TC* Policy vs. *TBS* Policy

λ	*TC* Policy				*TBS* Policy		
	Cost	$S(0)$	$S(1)$	R	Cost	L_1^*	s
0.9	30.35	25	20	17	30.58	2	17
0.8	18.92	20	15	8	18.98	2	7
0.7	13.19	15	10	4	13.25	2	4
0.6	9.39	10	6	3	9.75	2	2

Table 11 *TC* Policy vs. *TBS* Policy

λ	*TC* Policy				*TBS* Policy		
	Cost	$S(0)$	$S(1)$	R	Cost	L_1^*	s
0.8	30.22	39	16	8	30.31	10	8
0.6	19.83	20	9	4	19.85	10	4
0.4	12.09	16	7	2	12.10	10	2
0.2	5.19	15	7	1	5.20	10	1

在不同参数条件下，

TC策略的成本始终最低。

Table 12 *TC* Policy vs. *DI* Policy and *SDI* Policy

λ	*TC* Policy				*DI* Policy			*SDI* Policy		
	Cost	$S(0)$	$S(1)$	R	Cost	s_1	s_2	Cost	s_1	s_2
0.4	5.01	4	3	1	6.00	5	1	5.02	4	1
0.3	3.88	3	2	0	4.40	4	1	3.88	3	0
0.2	2.86	2	1	0	3.18	2	0	2.86	2	0
0.1	2.04	1	0	0	2.06	1	0	2.04	1	0

Table 13 *TC* Policy vs. *DI* Policy and *SDI* Policy

λ	*TC* Policy				*DI* Policy			*SDI* Policy		
	Cost	$S(0)$	$S(1)$	R	Cost	s_1	s_2	Cost	s_1	s_2
0.09	2.58	3	1	0	2.97	3	1	2.56	3	0
0.08	2.30	2	1	0	2.64	2	0	2.30	2	0
0.07	2.25	1	1	0	2.33	2	0	2.48	1	0
0.06	2.01	1	1	0	2.10	1	0	2.11	1	0

3 问题解决效果、创新点

本文主要结论

1. 根据系统参数的确定条件，刻画了最优订购策略。策略由与一个阈值和一个转化曲线确定，后者是由第二阶段订单数量的函数给定的。有几种情况：
   - 阶段一有订单，阶段二没有。此时如果库存水平低于阈值，向阶段二加订单；
   - 阶段一无订单，阶段二有。此时如果库存水平低于转换曲线，向阶段一加订单；
   - 两阶段都无订单。此时如果库存水平低于阈值，向两个阶段都加订单；如果库存水平介于阈值和转换曲线之间，只向阶段一加订单；
   - 其他情况，不下单。
2. 建立了一些关于阈值和转换曲线的特性，能够帮助更好地理解系统参数对最优策略的影响。
3. 对于一些没有系统参数的情况，本文建立了启发式策略，并与dual-index策略和tailored base-surge策略对比，表现更优。

4 启示

1. 实际问题复杂，必须进行简化，取舍保留哪些关键条件。如本文考虑了供应有两个阶段，在紧急供应源中认为跳过阶段1（海运/空运），虽然不能完全贴合实际情况，但相比确定性的提前期已有改进。

2. 求解是难点，解析方法+启发式方法结合使用。