中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

文献分享

Constructing grey prediction models using grey relational analysis and neural networks for magnesium material demand forecasting

Applied Soft Computing

Yi-Chung Hu

中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

目录
Contents

01 问题来源

问题来源

- 由镁材料制成的产品很受欢迎，因为它们重量轻，容易回收，而且节能。
- 对于每一个提倡废物循环利用的经济体来说，使用镁材料制造电子产品，可以对环境保护产生特别积极的影响。
- 制造镁合金的行业变得相当繁荣。
- 产品制造节能和环保的必然趋势，镁材料也被广泛用于制造各种其他产品，包括汽车、飞行器、自行车和运动设备的部件。
- 由于电子和汽车等相关行业的制造商需要投资于镁材料的研究和开发，因此需要在预测镁材料需求时具有高预测精度的预测模型来帮助制造商了解发展趋势，以便他们能够识别市场配置并规划其投资策略。

02 解决问题的方法

解决问题的方法

灰色预测模型在过去十年中变得越来越流行，因为它们能够使用有限的样本来表征未知系统，而不遵守任何统计假设。

应用一元一阶灰色模型(GM(1，1))模型来预测镁材料的需求。

本研究还讨论了两个有趣的问题。

问题1：GM(1，1)模型过于简单。由于每个样本对构建预测模型的贡献程度不尽相同，因此最好估计每个样本的相对权重。

解决方法：使用灰色关联分析(GRA)通过将第一个样本视为参考序列来估计第一个样本和其他样本之间的关系程度。

问题2：为了提高预测精度，残差修正在时间序列模型中发挥了重要作用。

解决方法：构造残差模型或残差修正机制，应用它来调整从原始预测模型获得的预测值。

解决问题的方法

2.1原始GM(1，1)模型

原始数据序列 $\mathbf{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)})$ ，通过一阶累积生成操作(1-AGO)：

$$x_k^{(1)} = \sum_{j=1}^{k} x_j^{(0)}, \quad k = 1, 2, \ldots, n \tag{1}$$

进一步创建为：$\mathbf{x}^{(1)} = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \ldots, x_n^{(1)})$

$x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \ldots, x_n^{(1)}$ 可以用一阶微分方程近似：

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \tag{2}$$

在初始条件 $x_1^{(1)} = x_1^{(0)}$ 下，微分方程的解为：

$$\hat{x}_k^{(1)} = (x_1^{(0)} - \frac{b}{a})e^{-a(k-1)} + \frac{b}{a} \tag{3}$$

为了导出a和b，n-1个灰色差分方程可以生成为：

$$x_k^{(0)} + az_k^{(1)} = b, \quad k = 2, 3, \ldots, n \tag{4}$$

中国科学院大学 University of Chinese Academy of Sciences

解决问题的方法

2.1原始GM(1，1)模型

其中 $z_k^{(1)}$ 是背景值

$$z_k^{(1)} = \alpha x_k^{(1)} + (1-\alpha) x_{k-1}^{(1)} \tag{5}$$

a和b是用普通最小二乘法(OLS)得到的：

$$[a, b]^T = (\mathbf{B}^T\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{y} \tag{6}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -z_2^{(1)} & 1 \\ -z_3^{(1)} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z_n^{(1)} & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} x_2^{(0)} \\ x_3^{(0)} \\ \vdots \\ x_n^{(0)} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$x_k^{(0)}$ 可以由所谓的逆一阶AGO (1-IAGO)表示

$$x_k^{(0)} = x_k^{(1)} - x_{k-1}^{(1)} \tag{8}$$

中国科学院大学

University of Chinese Academy of Sciences

解决问题的方法

2.1原始GM(1，1)模型

与 $x_k^{(0)}$ 相同，预测值 $\hat{x}_k^{(0)}$ 可以以类似的方式计算，

$$\hat{x}_k^{(0)} = \hat{x}_k^{(1)} - \hat{x}_{k-1}^{(1)} \tag{9}$$

训练模式的平均绝对百分比误差(MAPE)可用于测量GM(1，1)模型的预测精度。构造优化的GM(1，1)模型，LINGO用于求解优化问题。

$$\text{Minimize MAPE} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left|\frac{\hat{x}_k^{(0)} - x_k^{(0)}}{x_k^{(0)}}\right| \times 100\% \tag{10}$$

subject to $\hat{x}_1^{(1)} = x_1^{(1)}$, Eq. (3), and Eqs. (5)–(8).

University of Chinese Academy of Sciences

解决问题的方法

2.2残差修改

为了对GM(1，1)进行残差修正，其残差模型通常由残差序列建立。让 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} = (\varepsilon_1^{(0)}, \varepsilon_2^{(0)}, \ldots, \varepsilon_n^{(0)})$ 表示绝对残值序列，其中

$$\varepsilon_k^{(0)} = \left| x_k^{(0)} - \hat{x}_k^{(0)} \right|, \quad k = 2, \ldots, n \tag{12}$$

序列 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} = (\varepsilon_1^{(1)}, \varepsilon_2^{(1)}, \ldots, \varepsilon_n^{(1)})$ 可以进一步从 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)}$ 由1-AGO)生成

$$\varepsilon_k^{(1)} = \sum_{j=1}^{k} \varepsilon_j^{(0)}, \quad k = 2, \ldots, n \tag{13}$$

$\varepsilon_1^{(0)} = 0$，$\varepsilon_1^{(1)}$ 不考虑构造残差GM(1，1)。因此，让 $\varepsilon_2^{(1)}, \ldots, \varepsilon_n^{(1)}$ 可由一阶微分方程近似为

$$\frac{d\varepsilon^{(1)}}{dt} + a\varepsilon^{(1)} = b \tag{14}$$

解决问题的方法

2.2残差修改

其解 $\hat{\varepsilon}_k^{(1)}$ 表示为

$$\hat{\varepsilon}_k^{(1)} = (\varepsilon_2^{(0)} - \frac{b_\varepsilon}{a\varepsilon})e^{-a_\varepsilon(k-2)} + \frac{b_\varepsilon}{a_\varepsilon}, \quad k = 2, 3, \ldots, n \qquad (15)$$

使用1-IAGO，预测值 $\hat{\varepsilon}_k^{(0)}$ 计算如下

$$\hat{\varepsilon}_k^{(0)} = \hat{\varepsilon}_k^{(1)} - \hat{\varepsilon}_{k-1}^{(1)} \qquad (16)$$

为了构造一个优化的残差GM(1，1)，可以应用LINGO来求解具有以下目标函数的优化问题:

$$\text{Minimize MAPE} = \frac{1}{n-1}\sum_{k=2}^{n}\left|\frac{\hat{\varepsilon}_k^{(0)} - \varepsilon_k^{(0)}}{\varepsilon_k^{(0)}}\right| \times 100\% \qquad (17)$$

最后，通过将 $\hat{x}_k^{(0)}$ 修正为下式，可以进一步建立残差修正模型

$$\hat{x}_k^{(0)} = \hat{x}_k^{(0)} + s_k\hat{\varepsilon}_k^{(0)}, \quad k = 2, 3, \ldots, n \qquad (18)$$

解决问题的方法

2.3提出灰色残差修正模型

所提出的灰色残差修正模型，称为grey-NNGM(1，1)。图1示出了所提出的灰色预测模型的流程图。

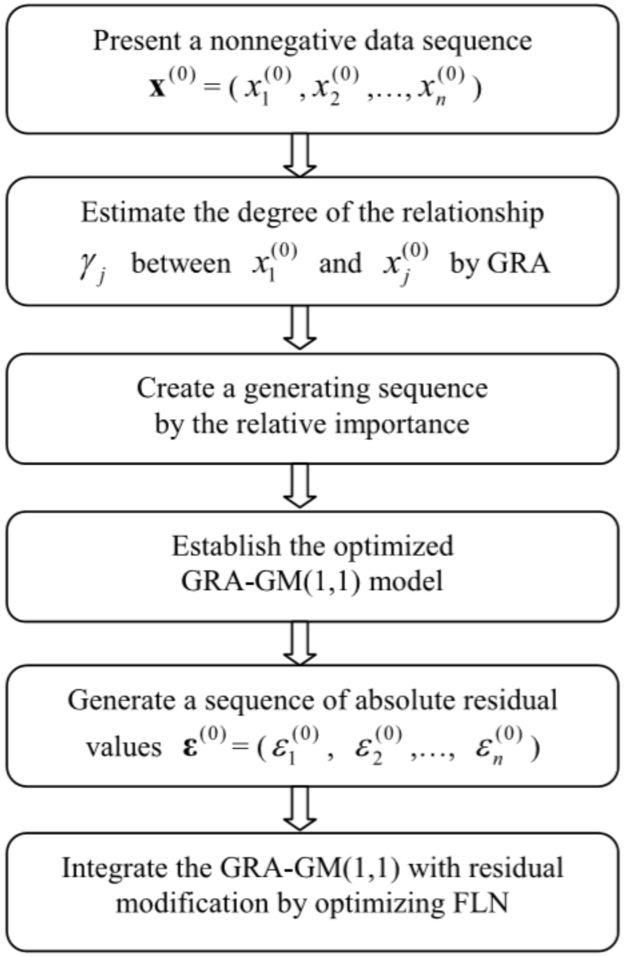

Fig. 1. Flowchart of the proposed grey prediction model.

2.3.1应用GRA估计相对重要性

通过将 $x_1^{(0)} = (x_{11}^{(0)}, x_{12}^{(0)})$ 作为参考序列，计算由 $\xi_{ks}^{(\rho)} (s = 1, 2)$表示的灰色关联系数(GRC)，以指示 $x_{ks}^{(0)}$ 和 $x_{1s}^{(0)}$ 之间的关系。

$$\xi_{ks}^{(\rho)} = \frac{\Delta_{\min} + \rho\Delta_{\max}}{\Delta_{ks} + \rho\Delta_{\max}} \tag{19}$$

解决问题的方法

2.3提出灰色残差修正模型

用灰色关联度(GRG)来衡量 $x_k^{(0)}$ 之间关系的总体程度。它被定义为

$$\gamma_k^{(\rho)} = \frac{\xi_{k1}^{(\rho)} + \xi_{k2}^{(\rho)}}{2} \tag{23}$$

因为为ρ指定一个合适的值并不容易，所以 $\gamma_k^{(\rho)}$ 上的平均值 γ_j 可以计算为

$$\gamma_k = \frac{1}{10}(\gamma_k^{(0.1)} + \gamma_k^{(0.2)} + \cdots + \gamma_k^{(1.0)}) \tag{24}$$

在测试阶段，相对于新到达 $x_k^{(0)}$ 的 $\xi_{ks}^{(\rho)}$ 计算如下

$$\xi_{ks}^{(\rho)} = \frac{\widetilde{\Delta}_{\min} + \rho\widetilde{\Delta}_{\max}}{\Delta_j + \rho\widetilde{\Delta}_{\max}} \tag{25}$$

中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

解决问题的方法

2.3提出灰色残差修正模型

2.3.2利用FLN进行残差修正

$\hat{x}_k^{(0)}$ 是从原来的 $\hat{x}_k^{(0)}$ 通过增加或减少 $y_k \max\limits_{j=1..n} \varepsilon_j^{(0)}$ 来修改的，

$$\hat{x}_k^{(0)} = \hat{x}_k^{(0)} + y_k \max_{j=1..n} \varepsilon_j^{(0)}, \quad k = 2, 3, \ldots, n \tag{28}$$

与残差修正GM(1，1)相比，这种机制可以避免单独建立残差模型，并使残差修正更加灵活，而不仅仅是给出正/负号，而如何生成 y_k 取决于FLN。

y_k 在(-1，1)可以在将其增强模式呈现给FLN后计算，如下所示

$$\begin{aligned} y_k = \tanh(&w_1 x_{k1}^{(0)} + w_2 \sin(\pi x_{k1}^{(0)}) + w_3 \cos(\pi x_{k1}^{(0)}) \\ &+ w_4 \sin(2\pi x_{k1}^{(0)}) + w_5 \cos(2\pi x_{k1}^{(0)}) + \theta) \end{aligned} \tag{29}$$

解决问题的方法

2.3提出灰色残差修正模型

2.3.3计算步骤

构建所提出的灰色预测模型的计算步骤描述如下。

第1步。呈现原始的非负数据序列 $\mathbf{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)})$ 。

第2步。估计第一个样本和其他样本之间的关系程度。

步骤2.1。标准化数据序列。

步骤2.2。计算 $\xi_{ks}^{(\rho)}$ $(k = 1, 2, \ldots, n, s = 1, 2)$ 。

步骤2.3。计算 γ_k $(k = 1, 2, \ldots, n)$ 。

第3步。创建生成序列 $\mathbf{x}^{(1)}$ 。

$x_k^{(1)}$ 的计算方法是将GRGs合并到AGO中，如下所示

$$x_k^{(1)} = \sum_{j=1}^{k} \gamma_j x_j^{(0)}, \quad k = 2, 3, \ldots, n \qquad (30)$$

中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

解决问题的方法

2.3提出灰色残差修正模型

第四步。建立优化的GRA-GM(1，1)。

作为GM(1，1)，可以应用LINGO建立优化的GRA-GM(1，1)。$\hat{x}_k^{(0)}$ 由IAGO计算为

$$\hat{x}_k^{(0)} = \frac{\hat{x}_k^{(1)} - \hat{x}_{k-1}^{(1)}}{\gamma_k}, \quad k = 2, 3, \ldots, n \tag{31}$$

第五步。生成绝对剩余值的序列 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)}$ 。

第六步。执行剩余修改。

以MAPE模型拟合作为适应度函数，利用遗传算法和MATLAB中的直接搜索工具箱开发了一个实值遗传算法，通过该算法可以确定模糊神经网络的连接权值和偏差的最优值。

03 问题解决效果

问题解决效果

案例：日本的镁材料需求

电子工业在日本发挥了非常重要的作用。此外，为了在轻型车辆中开发镁合金，日本镁协会促进了镁部件的蓬勃发展。镁合金在汽车和电子工业中需求量很大，但是它们所有的镁材料都是从国外进口的。预测镁材料的需求很有意思，这样可以更好地了解汽车和电子行业的镁市场趋势。

使用报告的日本进口镁材料的年度数据。2002年至2012年的数据用于模型拟合，2013年至2015年的数据用于事后检验。由于 $\sigma_k \in [1.07, 1.66]$ (k≥3)，生成序列几乎满足拟指数律。因此，在这种情况下，GM(1，1)是一个合适的预测模型。为了构造GRA-GM(1，1)，我们设置 $x_1^{(0)} = (x_{11}^{(0)}, x_{12}^{(0)})$ = (2002，8665)作为参考序列，并且 $x_{k1}^{(0)}$ 和 $x_{k2}^{(0)}(1 \leq k \leq 14)$ 分别通过除以足够大的值2020和25000来归一化。至于FTS，通过将最低值(8100)的10%折扣和最高值(22，318)的10%涨幅考虑在内，U被设定为[7200，25000]。然后，为了方便起见，U被分成10个长度相等的子区间(s = 10)。

University of Chinese Academy of Sciences

问题解决效果

Table 1
Prediction accuracy obtained by different prediction models for Case I (unit: million JPY).

Year	Actual	NN		ARIMA		FTS		Optimized GM(1,1)	
		Predicted	APE	Predicted	APE	Predicted	APE	Predicted	APE
2002	8665	10320.4	19.10	8665	0	8665	0	8665	0
2003	10138	10927.3	7.79	11488.7	13.32	9870	2.64	12973.7	27.97
2004	12396	11614.0	6.31	11144.8	10.09	10982.5	11.40	12740.7	2.78
2005	10309	12369.2	19.98	10998.8	6.69	12985	25.96	12512.0	21.37
2006	12111	13154.0	8.61	10713.8	11.54	10982.5	9.32	12287.3	1.46
2007	15373	13872.6	9.76	10587.6	31.13	12985	15.53	12066.7	21.51
2008	22318	14318.4	35.84	10712.2	52.00	18770	15.90	11850.0	46.90
2009	8108	14106.1	73.98	11333.4	39.78	15210	87.59	11637.2	43.53
2010	10820	12720.8	17.57	10855.6	0.33	9870	8.78	11428.3	5.62
2011	11124	10156.3	8.70	10621.6	4.52	10982.5	1.27	11223.1	0.89
2012	8100	7713.0	4.78	10431.9	28.79	10982.5	35.59	11021.5	36.07
MAPE			19.31		18.02		19.45		18.92
2013	8125	6557.7	19.29	10038.7	23.55	9870	21.48	10823.6	33.21
2014	8723	6617.0	24.14	9684.6	11.02	9870	13.15	10629.3	21.85
2015	7659	7500.1	2.07	9407.7	22.83	9870	28.87	10438.4	36.29
MAPE			15.17		19.14		21.16		30.45

Table 2
Prediction accuracy obtained by different grey residual modification models for Case I (unit: million JPY).

Year	Actual	Optimized F-GM(1,1)		FLNGM(1,1)		GRA-GM(1,1)		GRA-NNGM(1,1)	
		Predicted	APE	Predicted	APE	Predicted	APE	Predicted	APE
2002	8665	8665	0	8665	0.00	8665	0	8665	0
2003	10138	11252.2	10.99	10165.3	0.27	11553.8	13.97	8377.2	17.37
2004	12396	11281.8	8.99	9960.3	19.65	12626.7	1.86	10660.0	14.00
2005	10309	11423.2	10.81	10696.9	3.76	11389.0	10.48	10565.0	2.48
2006	12111	10996.8	9.20	12185.7	0.62	12203.8	0.77	12236.6	1.04
2007	15373	16487.2	7.25	12996.5	15.46	13254.3	13.78	13738.4	10.63
2008	22318	21203.8	4.99	12884.1	42.27	14645.1	34.38	15167.8	32.04
2009	8108	9222.2	13.74	12093.5	49.16	10099.7	24.56	10320.5	27.29
2010	10820	9705.8	10.30	10802.7	0.16	11012.6	1.78	10715.1	0.97
2011	11124	12238.2	10.02	9701.5	12.79	11038.2	0.77	10153.9	8.72
2012	8100	6985.8	13.76	9162.0	13.11	9743.8	20.29	8334.1	2.89
MAPE			9.09		14.29		11.15		10.68
2013	8125	10357.2	27.47	8924.1	9.84	9606.2	18.23	7811.0	3.87
2014	8723	10393.2	19.15	8804.4	0.93	9078.1	4.07	7060.3	19.06
2015	7659	10541.2	37.63	8803.3	14.94	9705.0	26.71	7616.6	0.55
MAPE			28.08		8.57		16.34		7.83

中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

04 创新点

创新点

- 考虑GM(1，1)是因为它不要求样本遵循任何统计假设，并且在灰色预测模型中，它最常用于实际问题。
- 传统的GM(1，1)模型对每个样本的权重都是相等的，这使得问题过于简单。对于灰色残差修正模型的发展，这种过度简化很可能影响预测精度。因此，在构造GM(1，1)时，本文提出了GRA-NNGM(1，1)，通过应用GRA估计每个样本对生成序列的重要性来预测镁材料的需求。
- 为了最大化预测精度，建立了简单的残差修正机制，而不建立残差模型。

University of Chinese Academy of Sciences

05 启发

启发

- 在未来的研究中，除了电子工业，GRA-NNGM(1，1)可以被用来预测汽车工业的需求，甚至预测飞机医疗设备的制造。
- 灰色预测模型GM（1，1）预测含有不确定性的系统。
- 应用GRA估计每个样本对生成序列的重要性来预测需求。
- 运用残差修正机制最大化预测精度。


中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences
感谢！