Deep Neutral Networks

1. History

1.1 第一次潮起潮落

神经网络模型的最早研究起源与认知心理学、理论和计算神经科学领域。1943年Warren McCulloch和 Walter Pitts发明了基于数学和阈值逻辑的算法神经网络计算模型,即MCP神经元数学模型,为神经网络的 发展拉开了序幕。1958年,Rosenblatt创造了感知机并将其成功运用于简单的模式识别任务中,将神经网 络的研究推向了第一次的高潮。一些学者对神经网络的发展过度乐观,甚至认为"20年内机器可以做所有 人做的事"。与此同时各国政府,如美国国防部(DoD)也开始大量资助神经网络的研究。然而好景不 长,1969年Minsky和Papert直接指出目前的神经网络存在两个关键的缺陷:(1)无法解决异或这类简单 的线性不可分问题; (2) 计算机没有足够的算力来求解大型的网络。这些问题直接宣判了神经网络的"死 刑",神经网络的研究进入了第一次寒冬。在神经网络的第一次寒冬期间也有部分学者取得了一定的成 就。例如,1959年Hubel、Wiesel通过对猫的视觉皮层的研究发现,哺乳动物的视网膜上同时存在着两种 细胞即视锥细胞和视杆细胞,其分别对颜色和明暗敏感。视网膜接收光信号后将其转化为电信号并分两路 向视觉皮层传播。视神经传来的信号主要经过初级视觉皮层(V1)、二级视觉皮层(V2)、三级视觉皮层 (V3) 等层层处理抽象, 最终在我们大脑中形成影像。该研究于1981年获得诺贝尔生理学或医学奖, 并直 接启发了日本学者Fukushima。1980年Fukushima根据猫的视觉皮层中视觉感受野以及视神经信号层层传 播处理的思想发明了neocognitron。该网络可以视为CNN最早期的雏形,但当时该网络的训练为自组织的 方式,其并未采用误差反向传播,当数字的位置或形态稍有变化时其识别效果并不理想,然而这一工作却 为日后LeCun研究的重要基石。

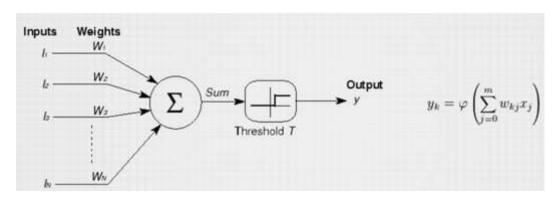


图1.MCP神经元模型

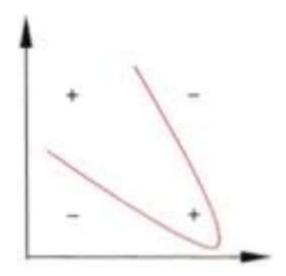


图2.异或问题

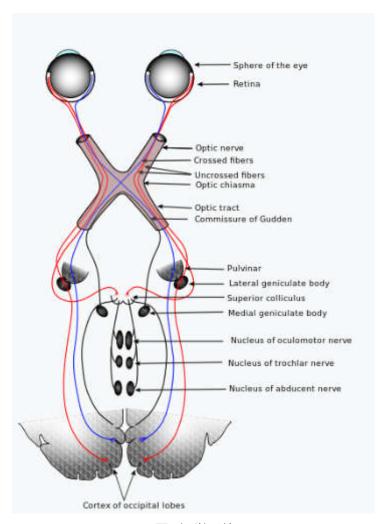


图3.视觉系统

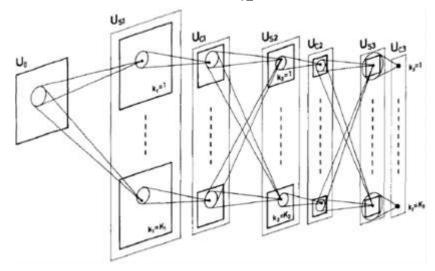


图4.neocognitron神经网络模型

1.2 第二次潮起潮落

1983年加州理工学院的物理学家John Hopfield利用神经网络,通过电路模拟仿真的方法求解了旅行商这个NP难问题,在学术界引起的较大的轰动,这也推动了神经网络第二次的快速发展。同时1986年BP误差反向传播算法被Hinton等人再次发明,这也为后来神经网络的发展奠定了基础。1989年George Cybenko首次提出了sigmoid激活函数的万能逼近定理,2年后Kurt Hornik指出万能逼近定理并不依赖于特别的激活函数,而是由多层前馈网络结构所决定的。同时在1989年LeCun大神正式登场,其通过利用BP算法完成了对手写数字的识别。1998年LeCun正式提出LeNet-5,该网络即为标准的卷积神经网络(CNN),其采用了卷积、池化的结构,并选择双曲正切激活函数和极大似然估计损失函数,同时使用BP算法进行训练。该网络在手写数字识别上获得成功,并应用于美国的邮政系统中。然而受限于当时计算机的发展、数据的匮乏以及网络优化的困难(梯度消失),神经网络的发展再次受挫,进入第二次寒冬。同时,1992年Bernhard E. Boser, Isabelle M. Guyon等人利用kernel的技巧发明了非线性SVM这种基于表层学习的分类器。1993年Corinna Cortes和Vapnik提出了软间隔的思想,再次强大了SVM的能力。这也使得多数学者转而研究SVM,神经网络方法受到了极大地打压。

1.3 第三次潮起

2006年即为Deep Learning元年,2006年Hinton大爷在Science上发文,指出利用RBM编码预训练深度 神经网络与PCA相比在高维特征抽取方面有更有的性能,同时这也使得更深网络的训练成为了可能。虽然 这篇文章现在看来并没有在理论上做出较大的创新,但是这却使得深度学习重新回到人们的视野。与此同 时随着计算机技术的进步以及互联网的普及,其为深度学习技术提拱了爆发向前的燃剂。真正使深度学习 得到广泛关注的是在2012年ImageNet比赛中,当时Hinton组凭借AlexNet深度神经网络以领先第二名10.8 个百分点的优势一举多得比赛冠军。在Alexnet中,ReLu激活函数的使用克服了梯度消失的问题。Dropout trick将网络的某些连接随机置零有效减小了过拟合的发生,同时利用黄老板赞助了两块GPU,通过并行计 算大大缩短了网络的训练时间。接下来一年的ImageNet竞赛中,前十的方案几乎全部选择了深度网络的方 案。此后新的深度网络网络不断被提出、改进,如GoogLeNet、VGGNet、ResNet、Gan、FasterRNN、 LSTM等等。网络向更深、更复杂的方向发展。在其它的领域如语音识别、机器翻译、问答系统等某些十 分微小具体的方面,深度网络也表现出了准确率优于人类的良好性能。然而,对于结构化数据的分类问题 等,深度网络表现却不如一些集成学习的方法,如XGBoost、LightBoost……此外,由于深度神经网络需要 大量的数据进行有监督的训练,更深的网络更大的数据同时也意味着更强的算力,这将极大的消耗资源, 这阻碍了深度网络的发展。然而,这些缺陷也正是研究的热点,如无监督学习、小数据、脏数据、零数据 学习、迁移学习、网络的压缩、定制化AI专用芯片的开发(定制化FPGA)、类脑计算甚至是量子计算、如 何将专家知识与网络结合等等。目前,深度学习正处于第三次发展的高潮时期,虽然现在的AI技术还尚不

成熟,仍然需要大量的人工干预,但是越来越多的专家、互联网寡头、各个工业领域、大量金融资本都不 断的涌入AI的研究中,期待AI会有更广阔的发展,让未来的生活更加智能、更加美好。

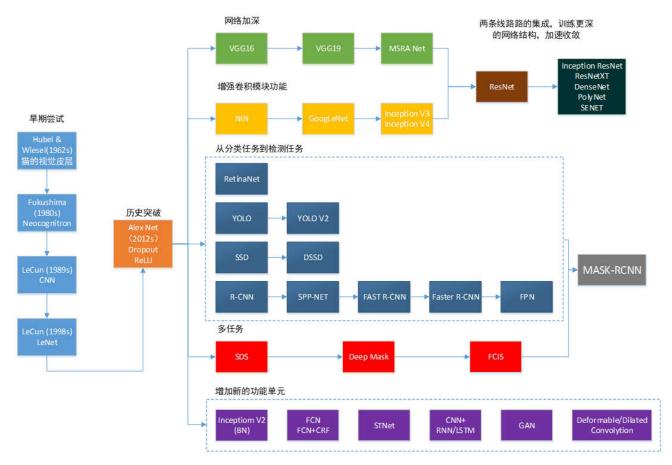


图5.神经网络的演化

2. Common Networks Introduction

2.1 AlexNet

AlexNet在深度神经网络尤其是CV领域可以说是家喻户晓的网络结构。其是在LeNet-5的基础上发展而 来, 共包含八层, 前五层为卷积层(卷积+池化), 后三层为全连接层。如下图所示:

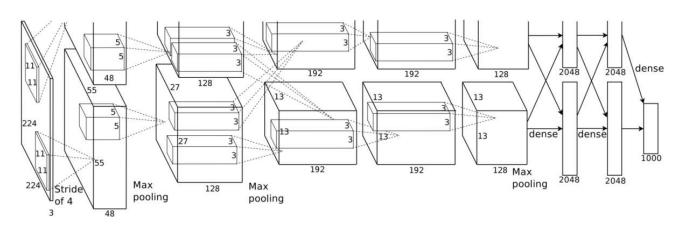


图6.AlexNet网络结构

其池化层均采用Overlapping Pooling的方式,其kerenl的大小为3 imes 3,移动的stride为2。

如图所示,第一层卷积层的输入为 $224 \times 224 \times 3$ (在NetScope中已经修改为 $227 \times 227 \times 3$)这 主要是因为若卷积步长为4,当未采用padding时 $^{224-11}$ 不为整数)的图片原始矩阵(原始图片经过简单的 裁剪处理使其大小一致)。采用96个 $11 \times 11 \times 3$ 的卷积核,故该卷积层(池化层不引入参数)的网络参

数数目即为: 96 imes 11 imes 11 imes 3 + 96 = 34944。经过卷积池化处理后其输出矩阵大小(该层神经元数 目) 为: $\left(\frac{227-11}{4} \div 2 = 27\right) \times \left(\frac{227-11}{4} \div 2 = 27\right) \times (96)$ 。

第二层卷积层的输入即为第一层卷积的输出。采用256个5 imes 5 imes 48的卷积核,故该卷积层的网络参 数数目即为: $256 \times 5 \times 5 \times 96 + 256 = 614656$ 。 经过卷积池化处理后其输出矩阵大小为: ([27 ÷ $|2|_{down} = 13) \times ([27 \div 2]_{down} = 13) \times (256)$.

第三层卷积层的输入即为第二层卷积的输出。采用384个3 imes 3 imes 256的卷积核,故该卷积层的网络 参数数目即为: $384 \times 3 \times 3 \times 256 + 384 = 885120$ 。该层无池化处理,故其输出矩阵大小为: $(13) \times (13) \times (384)$

第四层卷积层的输入即为第三层卷积的输出,采用384个3 imes 3 imes 192的卷积核,故该卷积层的网络 参数数目即为: $384 \times 3 \times 3 \times 384 + 384 = 1327488$ 。其输出矩阵大小为: $13 \times (13) \times (384)$ 。

第五层卷积层的输入即为第四层卷积的输出,采用256个3 imes3 imes192的卷积核,故该卷积层的网络 参数数目即为: $256 \times 3 \times 3 \times 384 + 256 = 884992$ 。经过卷积池化处理后其输出矩阵大小为: $([\frac{13}{2}]_{down} = 6) \times ([\frac{13}{2}]_{down} = 6) \times (256)$.

第六层全连接层将第五层输出矩阵转化为一维向量的形式,其大小为 4096×1 ,故参数数目为 6×1 $6 \times 256 \times 4096 + 4096 = 37752832$

第七层全连接层神经元数目与第六层相同均为4096, 其输入即为第六层4096个神经元的输出。因此参 数数目为 $4096 \times 4096 + 4096 = 16781312$ 。

第八层全连接层神经元数目即为分类类别数1000, 其输入即为第七层4096个神经元的输出。因此参数 数目为 $1000 \times 4096 + 1000 = 4097000$ 。最后连接softmax函数,计算每一类别概率。

综上可知, AlexNet网络训练的参数数目一共为62378344个, 如下表所示。

表1.AlexNet网络参数表

Layer	Tensor Size	Weights	Biases	Parameters
Image	227 imes 227 imes 3	0	0	0
Conv-1	55 imes 55 imes 96	96 imes11 imes11 imes3=34848	96	34944
MaxPool- 1	$(rac{227-11}{4} \div 2 = 27) imes (rac{227-11}{4} \div 2 = 27) imes (96)$	0	0	0
Conv-2	27 imes 27 imes 256	256 imes5 imes5 imes96=614400	256	614656
MaxPool- 2	$egin{aligned} ([27 \div 2]_{down} &= 13) imes ([27 \div 2]_{down} &= 13) imes (256) \end{aligned}$	0	0	0
Conv-3	13 imes 13 imes 384	384 imes 3 imes 3 imes 256 = 884736	384	885120
Conv-4	13 imes 13 imes 384	384 imes3 imes3 imes $384=1327104$	384	1327488

Layer	Tensor Size	Weights	Biases	Parameters
Conv-5	13 imes 13 imes 256	256 imes3 imes3 imes $384=884736$	256	884992
MaxPool-	$([rac{13}{2}]_{down}=6) imes([rac{13}{2}]_{down}=6) imes(256)$	0	0	0
FC-1	4096 imes 1	$6 imes 6 imes 256 imes \ 4096 = 37748736$	4096	37752832
FC-2	4096 imes 1	4096 imes 40966 = 16777216	4096	16781312
FC-3	1000 imes 1	1000 imes 40966 = 4096000	1000	4097000
Softmax	1000 imes 1	0	0	0
Total				62378344

在网络训练中为避免训练中的梯度消失问题,采用ReLu激活函数。同时ReLu激活函数相比于其它非线 性激活函数如tanh,网络收敛更快,训练时间也大幅缩减。LRN(Local Response Normalization)局部响应 归一化机制的引入,增强了模型的泛化能力。此外,为减少过拟合的发生,AlexN还采用了图像增广的方 式: ①图像的翻转; ②图像RGB值的改变。通过图像增广扩大训练集, 使网络的鲁棒性更强, 同时又不增 加图像的存储空间。Dropout随机将部分神经元权值置零使得模型的抗过拟合能力进一步提高。最后网络 利用两块GTX 580 GPU并行训练,在每一块GPU上计算一半的kernel,使得训练时间大幅缩短。

虽然现在深度网络结构越来越深、越来越复杂,AlexNet在实际中已经较为少用,但是其带来的影响 和启发具有深远的意义。AlesNet作为深度神经网络的经典代表之一,其在神经网络发展历史中已经留下 了浓墨重彩的一笔。

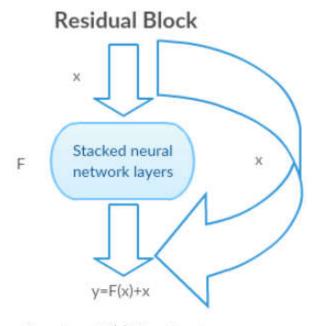
2.2 ResNet

ResNet即深度残差网络由微软研究院提出,并于2015年获得ILSVRC和COCO目标检测分割竞赛的第一 名。ResNet主要通过一种skip-connections的方式实现网络跨层连接,通过训练残差使得网络能够做得足 够深而不发生过拟合。

具体来说,残差网络并不直接学习 $x \to y$ 的映射函数H(x),而是构造恒等映射F(x) = H(x) - x,将原函数转化为H(x)=F(x)+x,并假设优化F(x)比优化H(x)更加容易。;因此通过优化F(x),即可得到H(x)的最优解。其中F(x)即被称为残差,如下图所示:

Plain Block Stacked neural network layers y=F(x)

Hard to get F(x)=x and make y=x an identity mapping



Easy to get F(x)=0 and make y=x an identity mapping

图7.普通结构与残差结构

作者分别比较了三种网络: ①普通的VGG-19网络; ②更深的VGG-34网络; ③在VGG-34上增加残差结 构的残差网络。其中对于残差网络的设计,文中主要使用 3×3 的卷积核;对卷积层进行stride=2的下采 样操作;设计global average pooling层和1000神经元的全连接层,最后通过softma函数实现分类。如下 图所示:

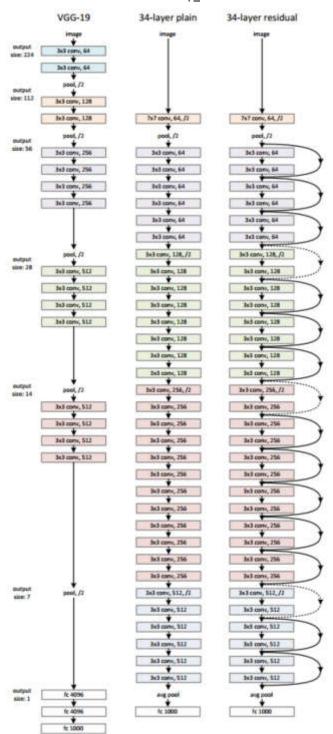


图8.VGG-19、VGG-34、VGG-34 with Residual Blocks

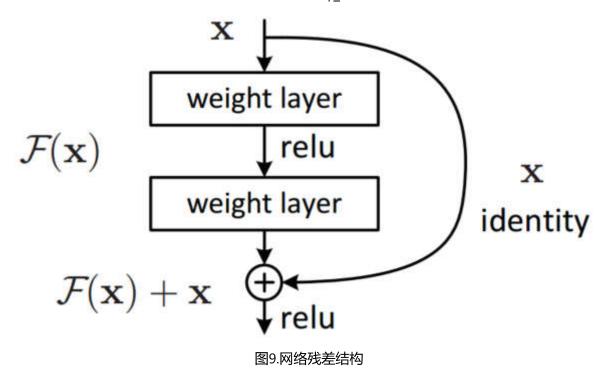
对于Identity Mapping by Shortcuts作者提出了两种表达式:

• 若输入与输出维数相同,则直接使用x,如下:

$$y = F(x, W_i) + x \tag{1}$$

若输入与输出维数不同,则对残差部分使用使用linear projection W_s 保持维数一致,如下:

$$y = F(x, W_i) + W_S x \tag{2}$$



此外,对于projection shortcuts (式2)文中比较了三种options:

- A. 使用恒等映射,如果residual block的输入输出维度不一致,则采用padding操作;
- B. 输入输出维度一致时使用恒等映射,不一致时使用线性投影以保证维度一致;
- C. 全部使用线性投影。

实验发现: C的效果略好于B, 可以认为线性投影引入了额外的参数。B的效果略好于A。通过三者比 较,作者认为线性投影并不是必需的,而只会时间和计算成本。实际中,使用0填充可以保证模型的复杂 度最低,这对于更深的网络更加有利。

最后作者设计了更深的残差网络结构,如图10(右)所示,并将其应用在50/101/152层的ResNet中。 结果表明,网络不仅没有出现过拟合问题,同时错误率也大大降低,这也说明了网络加深后带来精度的提 升。最后作者居然将网络做到了1202层,网络在训练过程中并没有出现优化困难的问题,但是其测试精度 却不如110层网络,作者怀疑是overfitting造成的,因此对于更深网络的调优与改进仍是努力的方向。

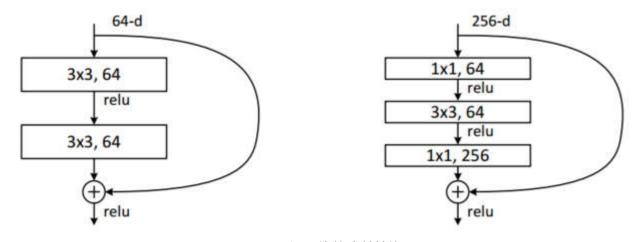


图10.更深网络的残差结构

ResNet的出现使得网络的不断加深成为了可能,但是实践表明网络加深确实能够对精度的提高带来帮 助,但是随之而来的网络调优的问题以及时间和算力的问题也不容忽视。

2.3 GAN

GAN(Generative Adversarial Networks)生成对抗神经网络,其主要思想是通过两个神经网络相互博弈 的方式进行学习,该网络可以认为是一种非监督学习的方法。GAN神经网络由Ian J. Goodfellow于2014年 首次提出,并得到了广泛的关注和应用。

GAN网络由一个生成网络与一个判别网络组成。生成网络从潜在空间(latent space)中随机采样作 为输入,其输出结果需要尽量接近训练集中的真实样本。判别网络的输入则为真实样本或生成网络的输 出,其目的是将生成网络的输出从真实样本中尽可能分辨出来。生成网络需要尽可能地欺骗判别网络,判 别网络需要尽可能地识别生成网络。两个网络不断博弈、不断调整参数,最终使判别网络无法判断生成网 络的输出结果是否真实。记:

- G (Generator) 为生成网络, z为随机噪声,则输出g(z)表示将随机噪声转化为数据x;
- D (Discriminator) 为判别网络, 其输入为x, 输出为判别输入x为真实数据的概率;
- P_r 、 P_q 分别代表真实数据与生成数据的分布。

因此上述网络的博弈过程可以求解下式目标函数的最小值:

$$\min_{G} \max_{D} V(D,G) = \underbrace{E_{x \sim P_r(x)}[logD(X)]}_{(1)} + \underbrace{E_{z \sim P_z(z)}[log(1 - D(G(z)))]}_{(2)} \tag{3}$$

上式中,第一项表示判别网络对真实数据 $x \sim P_r(x)$ 判别概率,该项取值越大表明判别器鉴别真伪的 能力越强,即该项越大越好,因此为 max_D 。第二项中G(z)表示生成器由噪声z生成的数据,则 D(G(z))表示判别器判别生成数据为真实数据的概率。从生成器的角度考虑,则希望该值越大越好,也 即第二项越小越好,因此为 min_G 。GAN网络结构如下图所示:

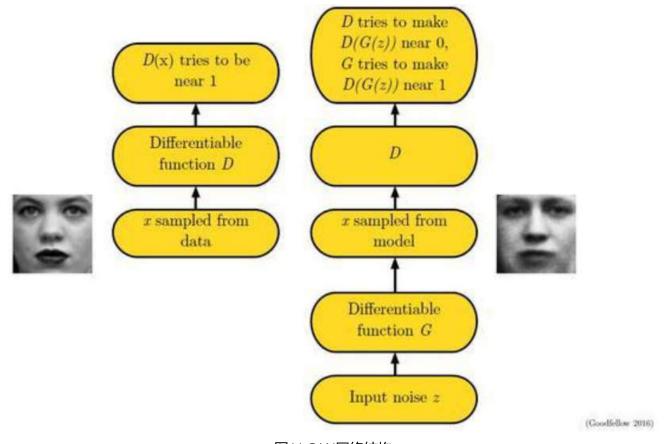


图11.GAN网络结构

在网络的训练过程中对于 $min_G max_D$ 的优化分开进行,即先初始化生成网络,训练最优的判别 器。此时使第一、二项均取最大值,即判别器能够很好的分辨真实数据与噪声。然后在训练好的判别器 下,训练最优的生成器。此时,第一项为固定值,而使第二项取得最小值,即判别器无法很好的区分由生成器生成的数据。如此反复训练直至达到迭代次数。

Algorithm 1 Minibatch stochastic gradient descent training of generative adversarial nets. The number of steps to apply to the discriminator, k, is a hyperparameter. We used k = 1, the least expensive option, in our experiments.

for number of training iterations do

for k steps do

- Sample minibatch of m noise samples $\{z^{(1)}, \ldots, z^{(m)}\}$ from noise prior $p_g(z)$.
- Sample minibatch of m examples $\{x^{(1)}, \dots, x^{(m)}\}$ from data generating distribution $p_{\text{data}}(x)$.
- Update the discriminator by ascending its stochastic gradient:

$$\nabla_{\theta_d} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[\log D\left(\boldsymbol{x}^{(i)}\right) + \log\left(1 - D\left(G\left(\boldsymbol{z}^{(i)}\right)\right)\right) \right].$$

end for

- Sample minibatch of m noise samples $\{z^{(1)}, \dots, z^{(m)}\}$ from noise prior $p_q(z)$.
- Update the generator by descending its stochastic gradient:

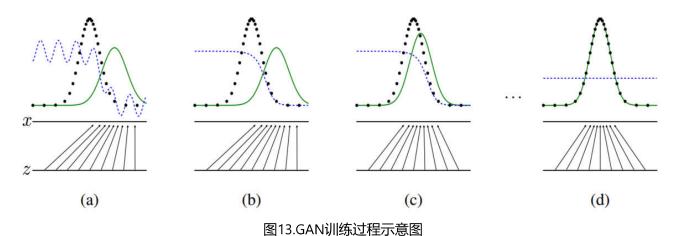
$$\nabla_{\theta_g} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \log \left(1 - D\left(G\left(\boldsymbol{z}^{(i)}\right) \right) \right).$$

end for

The gradient-based updates can use any standard gradient-based learning rule. We used momentum in our experiments.

图12.GAN算法

文中对于GAN做出了如下解释:假设在训练开始时,真实样本分布、生成样本分布以及判别模型分别为图13中的黑线、绿线及蓝线。由第一幅图可以看出在训练开始时,判别模型并不能很好地区分真实样本和生成样本的。其后当我们固定生成器,而优化判别器时,结果如第二幅图所示。从中可以看出,优化后的判别器可以较好的区分生成数据和真实数据。紧接着我们固定判别器,优化生成器,让判别器无法区分生成数据与真实数据。此时可以看出生成器生成的数据分布已非常接近真实数据分布(第三幅图)。对上述过程不断迭代直至收敛,此时生成分布和真实分布重合(第四幅图)。



GAN在CV领域与CNN结合即有DCGAN,DCGAN中的生成器采用反卷积的结构(Deep convolutional NN)生成图片。其网络的主要设计如下:

- 生成网络中使用transposed convolutional layer进行上采样,判别网络中用引入stride的卷积代替 pooling;
- 生成、判别网络均使用batch normalizatio;

- 网络为无监督学习,删除全连接层;
- 生成网络使用ReLU激活函数,最后一层采用tanh。判别网络则采用LeakyReLU激活函数。

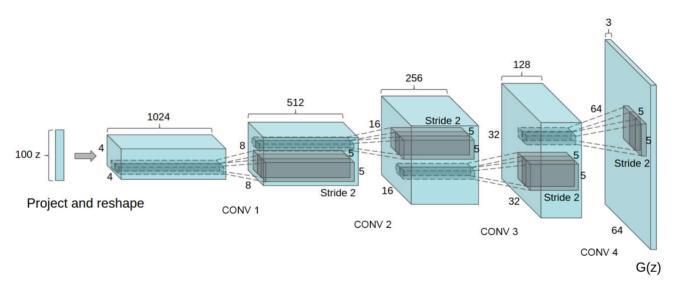


图14.DCGAN网络结构

此外GAN在半监督学习中也有较好的应用。如考虑一个K分类任务,生成器用于生成样本,而判别器 实现对K+1类别的分类,其中新加入的类别标签即为判别该数据是否由生成器产生。最终我们利用判别 器,完成分类任务。而目标函数针包括两部分:对于有标注的样本,目标函数是希望判别器能够正确判别 数据类别。而对于无标注的生成样本,即为GAN定义的损失函数。这样即可以充分利用未标注数据来学习 样本分布,从而辅助监督学习的训练过程。

GAN在许多领域以展现出其强大的性能,其为无监督学习、半监督学习问题提供了一个崭新的思路。 然而GAN的训练对超参数特别敏感。此外GAN中关于生成器和判别器的迭代也存在较多问题,直观上理解 如果判别器优化较好,则对生成器的优化应该也会有较大帮助。但实际中却恰恰相反,如果将判别器训练 地很充分, 生成器则会变差。

GAN成功将博弈的思想应用于神经网络的设计中,这无疑是一个重大的创新,在其它更为广阔的机器 学习领域GAN是否也能够得到较好的应用,这仍需要研究人员们不断地努力。

2.4 CapsNet

胶囊神经网络(Capsule Neural Network - CapsNet)于2017年被Hinton团队提出,其通过在CNN中 引入胶囊结构以获得更稳定的输出,更好的解决模型的层次连接问题和"Picass problem"(识别图片中拥 有所有正确的part, 但是它们间location relationship却并不正确)

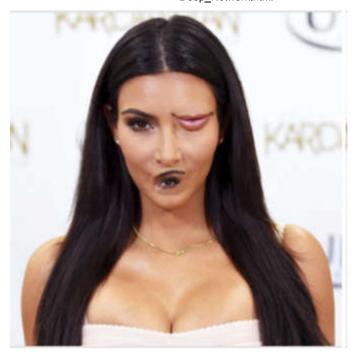


图15.毕加索问题

在传统的CNN网络中,浅层的神经元主要学习图像的边、角点、颜色等特征,深层的神经元主要通过 对浅层特征的组合(即网络的加权求和操作)获取更抽象的特征,同时利用卷积、池化操作减小数据size 并获得更大的感受野完成对主要特征区域的重点关注,以实现图像的识别功能。在CNN的这种网络设计中 其本身也忽略了物体间重要的空间层次关系。此外,虽然CNN的pooling损失了图像的许多重要信息但却 仍然能表现出良好的性能,然而Hition却对此有如下评价:"The pooling operation used in convolutional neural networks is a big mistake and the fact that it works so well is a disaster."

为克服CNN忽略相关部分位置信息的缺陷,Hinton从计算机图形学中寻找方案,以期使网络学得物体 间的层次关系,并使得这种关系不因观察的角度变化而发生改变。具体来说,通过设计Capsule layer即多 层网络的集合将物体的位置,大小,角度等信息结合起来形成更完备的"知识"表示。因此CapsNet每一层 的输出均为一个个的向量,因此,网络底层的运算并不是以往的数字的相乘相加,而变为向量间的运算, 如下:

- matrix multiplication of input vectors
- scalar weighting of input vectors
- sum of weighted input vectors
- vector-to-vector non-linearity

		capsule	vs.	traditional neuron	
Input from low-level neuron/capsule		$vector(u_i)$		$scalar(X_i)$	
Operation	Affine Transformation	$\hat{u}_{j i} = W_{ij}u_i$	(Eq. 2)	-	
	Weighting	$s_j = \sum c_y \hat{u}_{j i}$	(Eq. 2)	$a_j = \sum_{i=1}^3 W_i x_i + b$	
	Sum	7 7	ANTO MARCONIA		
	Non-linearity activation fun	$\mathbf{v}_{j} = \frac{\left\ \mathbf{s}_{j}\right\ ^{2}}{1 + \left\ \mathbf{s}_{j}\right\ ^{2} \left\ \mathbf{s}_{j}\right\ }$	(Eq. 1)	$h_{w,b}(x) = f(a_j)$	
output		vector(v _i)		scalar(h)	
$u_1 - u_2 - u_3 - u_3 - u_4 - u_5 - u_6 $	$ \begin{array}{c} \stackrel{w_{1j}}{\longrightarrow} \hat{u}_1 \\ \stackrel{w_{2j}}{\longrightarrow} \hat{u}_2 \\ \stackrel{w_{3j}}{\longrightarrow} \hat{u}_3 \\ +1 \end{array} $	2	$\rightarrow u_j$ x x x x x	$\Sigma f(\cdot) \xrightarrow{h_{u,b}(x)}$	

图16.CNN与CapsNet计算比较

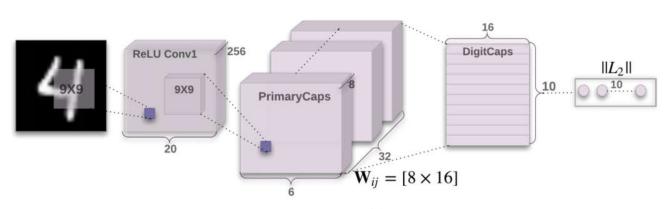


图17.CapsNet网络结构

对于图像旋转后模型的泛化能力,传统的CNN通过图像增广解决,而CapsNet由于其设计思想使其天生就具有transforma的功能。因此其并不需要训练多张不同旋转角度的图像,而只需要通过一张图像的特征向量来表示所有的不同角度的情况,故CapsNet对于不同角度物体的识别能表现出良好的性能。

CapsNet中胶囊结构的设计能够同时结合图像多个特征以获得更多的信息,同时由于对parts空间关系进行建模,因此其对图像的旋转化表现出很好的鲁棒性。另外相比于CNN其依赖的训练样本更少。然而,由于网络每一层的输入、输出均为向量间的运算因此其计算复杂度更高,需要更大的算力和更长的训练时间。由于CapsNet于2017年才首次提出,因此其在不同场景、领域的应用需不断探索,但是其背后的思想却有这十分重要的参考价值。

Reference

- [1] Neural NetwoArk Wikipedia
- [2] MCP neuron Wikipedia
- [3] Visual System Wikipedia
- [4] J. J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities", Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA, vol. 79 no. 8 pp. 2554–2558, April 1982.

- [5] Kunihiko Fukushima. Neocognitron: A self-organizing neural network model for a mechanism of pattern recognition unaffected by shift in position[J]. Biological Cybernetics, 1980, 36(4):193-202.
- [6] Universal approximation theorem -Wikipedia
- [7] Hornik K. Approximation capabilities of multilayer feedforward networks[J]. Neural Networks, 1991, 4(2):251-257.
- [8] Lecun Y, Boser B, Denker J, et al. Backpropagation Applied to Handwritten Zip Code Recognition[J]. Neural Computation, 2014, 1(4):541-551.
- [9] LÉcun, Yann, Bottou, Leon, Bengio, Yoshua, et al. Gradient-based learning applied to document recognition[J]. Proceedings of the IEEE, 1998, 86(11):2278-2324.
- [10] Support vector machine Wikipedia
- [11] G. E. Hinton*, R. R. Salakhutdinov. Reducing the Dimensionality of Data with Neural Networks[J] Science 28 Jul 2006: Vol. 313, Issue 5786, pp. 504-507
- [12] Krizhevsky A, Sutskever I, Hinton G E. ImageNet classification with deep convolutional neural networks[C]// International Conference on Neural Information Processing Systems. Curran Associates Inc. 2012:1097-1105.
- [13] He K, Zhang X, Ren S, et al. Deep Residual Learning for Image Recognition[J]. 2015:770-778.
- [14] Goodfellow I J, Pouget-Abadie J, Mirza M, et al. Generative adversarial nets[C]// International Conference on Neural Information Processing Systems. MIT Press, 2014:2672-2680.
- [15] Radford A, Metz L, Chintala S. Unsupervised Representation Learning with Deep Convolutional Generative Adversarial Networks[J]. Computer Science, 2015.
- [16] Goodfellow I. NIPS 2016 Tutorial: Generative Adversarial Networks[J]. 2016.
- [17] Sabour S, Frosst N, Hinton G E. Dynamic Routing Between Capsules[J]. 2017.
- [18] G Hinton, N Frosst, S Sabour. Matrix capsules with EM routing[C]// International Conference on Neural Information Processing Systems. 16 Feb 2018.