

Eliminação Gaussiana sem troca física de linhas com pivoteamento parcial

Alexandre Maros & Nadyan S. Pscheidt

Programação Paralela - OPRP

Prof. Guilherme Koslovski

Universidade do Estado de Santa Catarina

Problema

- Resolver sistemas lineares;
- Formar uma matriz triangular superior;
 - Operações elementares;
 - Somar uma linha com múltiplo de outra;
 - Trocar linhas entre si;
 - Multiplicar linha por constante não-nula;
- Após matriz triangular formada:
 - Resolver equações a partir da última até a primeira;

Problema

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + \cdots + x_{1n} = b_1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + \cdots + x_{2n} = b_2 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + \cdots + x_{3n} = b_3 \\ \vdots \\ x_{n1} + x_{n2} + x_{n3} + \cdots + x_{nn} = b_n \end{cases}$$

Problema

$$\begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{nn} \end{bmatrix} \left| \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \right. \xrightarrow{\quad} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ 0 & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ 0 & x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{nn} \end{bmatrix} \left| \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \right. \\
 \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ 0 & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ 0 & 0 & x_{33} & \dots & x_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & x_{n3} & \dots & x_{nn} \end{bmatrix} \left| \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \right. \xrightarrow{\quad} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ 0 & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x_{nn} \end{bmatrix} \left| \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \right.
 \end{array}$$

PCAM

Particionamento

Duas partes do problema foram paralelizadas:

1. Encontrar o maior elemento de cada linha

```
#pragma omp parallel for private(i, j, smax) shared(L, s) num_threads(nthreads)
for (i = 0; i < n; i++) {
    L[ i ] = i;
    smax = 0;
    for (j = 0; j < n; j++) {
        smax = dmax(smax, abs(matriz[ i ][ j ]));
    }
    s[ i ] = smax;
}
```

PCAM

Particionamento

$$\begin{array}{l} \text{Thread 1} \\ \text{Thread 2} \\ \text{Thread n} \end{array} \left[\begin{array}{ccccc|c} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} & b_1 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} & b_2 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3n} & b_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{nn} & b_n \end{array} \right]$$

PCAM

Particionamento

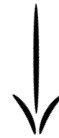
2. Efetivamente zerar a coluna.

```
#pragma omp parallel for private(i, j, m) shared(k, matriz) num_threads(nthreads)
for (i = k+1; i < n; i++) {
    m = matriz[L[ i ]][k] / matriz[L[k]][k];
    matriz[L[ i ]][k] = 0;
    for (j = k+1; j < n+1; j++) {
        matriz[L[ i ]][ j ] = matriz[L[ i ]][ j ] - (m * matriz[L[k]][ j ]);
    }
}
```

PCAM

Particionamento

$$\begin{array}{l} \text{Thread 1} \\ \text{Thread 2} \\ \text{Thread } n \end{array} \left[\begin{array}{ccccc|c} \overbrace{x_{11} \quad x_{12} \quad x_{13} \quad \dots \quad x_{1n}} & b_1 \\ x_{21} \quad x_{22} \quad x_{23} \quad \dots \quad x_{2n} & b_2 \\ x_{31} \quad x_{32} \quad x_{33} \quad \dots \quad x_{3n} & b_3 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \dots \quad \vdots & \vdots \\ x_{n1} \quad x_{n2} \quad x_{n3} \quad \dots \quad x_{nn} & b_n \end{array} \right]$$



$$\begin{array}{l} \text{Thread 1} \\ \text{Thread 2} \\ \text{Thread } n \end{array} \left[\begin{array}{ccccc|c} \overbrace{x_{11} \quad x_{12} \quad x_{13} \quad \dots \quad x_{1n}} & b_1 \\ 0 \quad x_{22} \quad x_{23} \quad \dots \quad x_{2n} & b_2 \\ \text{---} 0 \quad \left[\begin{array}{c} x_{32} \\ \vdots \\ x_{n2} \end{array} \right] x_{33} \quad x_{33} \quad \dots \quad x_{3n} & b_3 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \dots \quad \vdots & \vdots \\ \text{---} 0 \quad \left[\begin{array}{c} x_{n2} \end{array} \right] x_{n3} \quad \dots \quad x_{nn} & b_n \end{array} \right]$$

PCAM

Comunicação

- Operações estão sendo aplicadas sobre um mesmo vetor em áreas distintas.
- Não há uma comunicação entre threads

PCAM

Aglomerac o

- As threads não precisam comunicar entre si já que elas são independentes.
- Não há dados replicados (operam sobre um mesmo vetor)

PCAM

Mapeamento

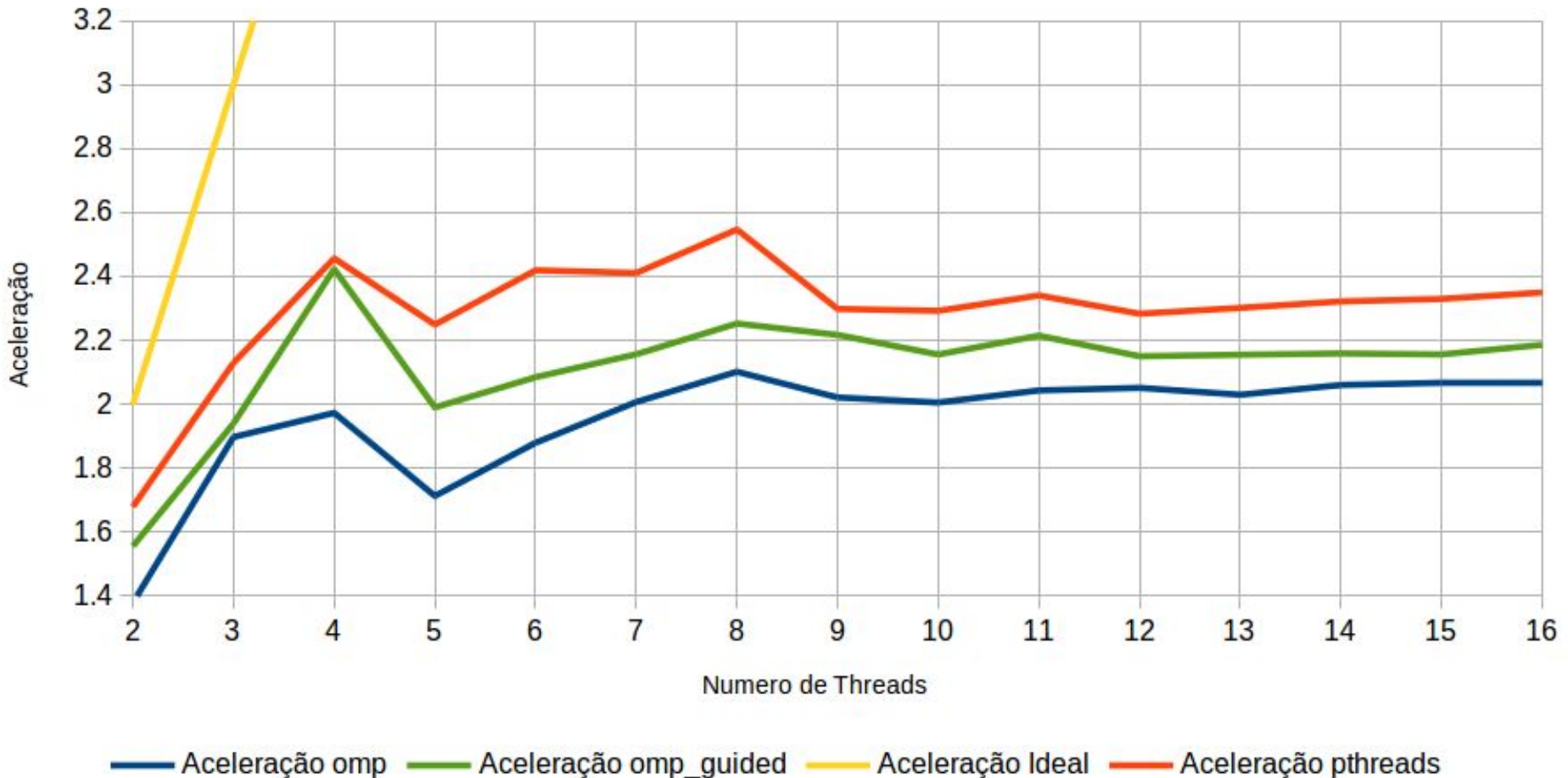
- Todas as threads são independentes logo não é necessário se preocupar como elas estão mapeadas.
- Há um mapeamento estático já que cada thread recebe uma área de operação.
 - Schedule (guided)

OpenMP x pthreads

- Como os dados foram medidos:
 - Sistema com 4500 variáveis.
 - Shell script para rodar o programa 7 vezes com 2 Threads, 7 vezes com 3 threads e assim por diante, e tirar a média desses valores.

OpenMP x pthreads

Aceleração Eliminação Gaussiana



OpenMP x pthreads

