

1 2.4 Гомоморфизмы

Различные алгебры одной и той же сигнатуры носят название подобных
Понятие гомоморфизма:

$$f$$

$$a- > f(a)$$

$$func_i(x, func_j(x, y))$$

....

Пример:

Сигнатура: $\Sigma_{int} = \langle S_{int}, \Omega_{int} \rangle$

$S_{int} = number$

$\Omega_{int} = zero, one : number; plus, minus : number, number- > number$

Mod4 (см пред лекцию)

Mod2:

представление: $number = \{0, 1\}$

операции: $zero = 0, one = 1;$

(плюс и минус в табличках)

Гомоморфизм $f : |Mod4| - > |Mod2|$:

$$f(0) = 0, f(1) = 1, f(2) = 0, f(3) = 1$$

$$f(zero)|_{Mod4} = zero|_{Mod2}$$

$$f(one)|_{Mod4} = one|_{Mod2}$$

$$f(plus(a, b))|_{Mod4} = plus(f(a), f(b))|_{Mod2}$$

$$f(times(a, b))|_{Mod4} = times(f(a), f(b))|_{Mod2}$$

Формальное определение гомоморфизма:

$$\Sigma = \langle S, \Omega \rangle$$

Тогда Σ - гомоморфизм из Σ в Σ Если такое семейство отображений f

$$f_s(\omega(a_1, \dots, a_n)) = \omega(f_{u1}(a_1), \dots, f_{un}(a_n))$$

$$f_s(\omega(a_1, \dots, a_n)) = \omega(f_{u1}(a_1), \dots, f_{un}(a_n))$$

$$f_s(\omega(a_1, \dots, a_n)) = \omega(f_{u1}(a_1), \dots, f_{un}(a_n))$$

что для всех элементов

$$\omega \in \Omega_{us}, a_i \in |A|$$

$$f_s(\omega(a_1, \dots, a_n)) = \omega(f_{u1}(a_1), \dots, f_{un}(a_n))$$

$$f_s(\omega(a_1, \dots, a_n)) = \omega(f_{u1}(a_1), \dots, f_{un}(a_n))$$