

Math analysis of ML algorithms — задачи

1 Глава 2

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

2 Глава 3

- 1.
2. Алгоритм для decision list. Если данные согласованы с неким decision list, как полиномиально восстановить decision list, с которым данные согласованы? Будем говорить, что координата номер i согласована с некоторой выборкой, если для всех элементов этой выборки либо на тех элементах, на которых $x_i = 0$, либо на тех элементах, на которых $x_i = 1$, все выходы одни и те же (то есть все нули или все единицы). Вопрос первый: а что, если и то, и то? И на элементах выборки с $x_i = 0$, и на элементах с $x_i = 1$ наша функция принимает одинаковые значения? Тогда мы можем сразу представить подходящую функцию (из класса decision list), согласованную с ответами на выборке. Это очевидно, и дальше не поясняем. Поэтому будем считать, что этот случай не реализуется. Если функция согласована с некоторым decision list, то некоторая координата согласована со всей выборкой. Пусть это координата i . Если на $x_i = a$ функция постоянна и равна b , то положим $f(x) = b$ при $x_i = a$ всегда, то есть $i_1 = i, a_1 = a, b_1 = b$. И дальше по индукции — оставим в выборке только часть, которая не покрывается предположением $x_i = a$, и уменьшим число координат

на одну (выбросим i -ю координату). Почему этот алгоритм корректен? Допустим, у нас есть функция, представленная в виде decision list, и она согласована с выборкой. Тогда, если сдвинуть координату, согласованную со всей выборкой, на первое место, то функция останется согласованной со всей выборкой. Однако, возможен случай, когда не всё так просто. Допустим, i -я координата такова, что $x_i = 0$ согласовано со всей выборкой, но в нашей функции вида decision list i -я координата стоит на k -м месте ($i_k = i$), и там $a_k = 1$, то есть рассматривается случай $x_i = 1$. Поясним, что в этом случае можно перестроить decision list так, что i -я координата будет стоять на 1-м месте с $a_1 = 0$. Действительно, в этом случае те примеры из выборки, которые теперь не фильтруются первыми k координатами нашего нового decision list, все имеют координату $x_i = 1$, и они раньше попадали под действие k -ой координаты в старом decision list, то есть функция f на них была постоянна и равна некоторому b . И тогда мы можем положить это значение b на всех координатах после k -ой в новом decision list, то есть положить $b_s = b$ при $s > k$. Я очень путанно написал, но это сложно объяснить словами.

- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.