Вербицкий — задачи

1 Вербицкий — функциональный анализ

1. 1.1. Конечная группа G свободно действует на хаусдорфовом многообразии M. Тогда фактор M/G — многообразие. Надо проверить, что у каждой точки в M/G есть окрестность, гомеоморфная $\mathbb{R}^n$. Возьмём некоторую точку $y \in M/G$. Пусть её прообразы при факторотображении

$$y_1, \dots, y_m, m = |G|, y_i \in M, G = \{g_1, \dots, g_m\}.$$

У точки y_1 выберем окрестность U_1 так, чтобы

$$\forall i \neq j \;\; g_i U_1 \cap g_j U_1 = \emptyset.$$

Почему такую окрестность можно выбрать? Потому что пространство M хаусдорфово, мы у каждой точки $g_i y_1, i = 1, 2, \dots, m$, выберем окрестность W_i, так, что

$$W_i \cap W_j = \emptyset, i \neq j.$$

Тогда искомая окрестность U_1 точки y_1 есть

$$U_1 = \bigcap_{i=1}^{m} g_i^{-1} W_i.$$

Теперь выберем окрестность V_1 точки y_1, гомеоморную $\mathbb{R}^n$, так, что её замыкание лежит в U_1:

$$\overline{V_1} \subseteq U_1.$$

Тогда $g_i V_1$ — окрестности, гомеоморфные $\mathbb{R}^n$, и их замыкания попарно не пересекаются. Тогда образ gV_1 при факторотображении и есть искомая окрестность $y \in M/G$.

   1.2.

2. 2.1.

2 Вербицкий — теория меры

1.

2.

3.

4. 4.1.

4.2.

4.3.

4.4.

4.5.

4.6.

4.7.

4.8.