

Оптимизация

Chapter 1

Optimization for data analysis

1.1 Глава 2

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7. а) Из 2.9 мы получаем

$$f(y) \leq f(x) + \nabla f(x)^T(y - x) + \frac{L}{2}\|y - x\|^2.$$

Отсюда

$$f^* \leq \inf_y (f(x) + \nabla f(x)^T(y - x) + \frac{L}{2}\|y - x\|^2) = \inf_a (f(x) + \nabla f(x)^T a + \frac{L}{2}\|a\|^2).$$

Ну, здесь можно минимизировать по каждой компоненте вектора a отдельно.

$$\nabla f(x)_i a_i + \frac{L}{2} a_i^2 \rightarrow \min,$$

$$a_i^2 + \frac{2}{L} \nabla f(x)_i a_i \rightarrow \min,$$

$$a_i = -\frac{1}{L} \nabla f(x)_i.$$

Итак, минимум достигается в точке $a = -\frac{1}{L}\nabla f(x)$, и

$$f^* \leq \inf_a (f(x) + \nabla f(x)^T a + \frac{L}{2}\|a\|^2) = f(x) - \frac{1}{2L}\|\nabla f(x)\|^2.$$

Это мы и хотели доказать.

8.

9.

10.

11.