

Оптимизация

Chapter 1

Optimization for data analysis

1.1 Глава 2

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
7. a) Из 2.9 мы получаем

$$f(y) \leq f(x) + \nabla f(x)^T(y - x) + \frac{L}{2}\|y - x\|^2.$$

Отсюда

$$f^* \leq \inf_y (f(x) + \nabla f(x)^T(y - x) + \frac{L}{2}\|y - x\|^2) = \inf_a (f(x) + \nabla f(x)^T a + \frac{L}{2}\|a\|^2).$$

Ну, здесь можно минимизировать по каждой компоненте вектора a отдельно.

$$\nabla f(x)_i a_i + \frac{L}{2} a_i^2 \rightarrow \min,$$

$$a_i^2 + \frac{2}{L} \nabla f(x)_i a_i \rightarrow \min,$$

$$a_i = -\frac{1}{L} \nabla f(x)_i.$$

Итак, минимум достигается в точке $a = -\frac{1}{L}\nabla f(x)$, и

$$f^* \leq \inf_a (f(x) + \nabla f(x)^T a + \frac{L}{2} \|a\|^2) = f(x) - \frac{1}{2L} \|\nabla f(x)\|^2.$$

Это мы и хотели доказать.

8.

9.

10.

11.