Отчёта по лабораторной работе № 4

Математическое моделирование

Адебайо Ридвануллахи Айофе

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнения гармонического осциллятора.

2 Задание (Вариант 1)

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\dot{x} + 5x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + x = \sin(14t)$

На интервале $t ⊠[0; 30] $ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0, y_0 = 1$

3 Теоретическое введение

Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному, косинусоидальному) закону.

Гармонические колебания выделяются из всех остальных видов колебаний по следующим причинам:

- Очень часто малые колебания, как свободные, так и вынужденные, которые происходят в реальных системах, можно считать имеющими форму гармонических колебаний или очень близкую к ней.
- Как установил в 1822 году Фурье, широкий класс периодических функций может быть разложен на сумму тригонометрических компонентов — в ряд Фурье. Другими словами, любое периодическое колебание может быть представлено как сумма гармонических колебаний с соответствующими амплитудами, частотами и начальными фазами. Среди слагаемых этой суммы существует гармоническое колебание с наименьшей частотой, которая называется основной частотой, а само это колебание — первой гармоникой или основным тоном, частоты же всех остальных слагаемых, гармонических колебаний, кратны основной частоте, и эти колебания называются высшими гармониками или обертонами — первым, вторым и т.д.
- Для широкого класса систем откликом на гармоническое воздействие является гармоническое колебание (свойство линейности), при этом связь воздействия и отклика является устойчивой характеристикой системы. С учётом предыдущего свойства это позволяет исследовать прохождение

колебаний произвольной формы через системы.

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Коды

4.1.1 Код на OpenModelica

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
model MLab41
parameter Real w = sqrt(5);
Real x(start =0);
Real y(start =1);

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x;
end MLab41;
```

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
model MLab42
parameter Real w = sqrt(5);
parameter Real g = (2/2);
Real x(start =0);
```

```
Real y(start =1);

equation
der(x) = y;
der(y) = -2*g*der(x)-w*w*x;
end MLab42;
```

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

```
model MLab43
parameter Real w = sqrt(1);
parameter Real g = (4/2);
Real x(start =0);
Real y(start =1);

equation
der(x) = y;
der(y) = -2*g*der(x)-w*w*x + sin(14*time);
end MLab43;
```

4.1.2 Код на Julia

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
using DifferentialEquations
using Plots
w=sqrt(5)
x0=0
y0=1
```

```
t0=0
tmax=30

function F(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -w*w*u[1]
end
u0=[x0;y0]
tspan=(t0,tmax)
prob = ODEProblem(F, u0, tspan)
sol=solve(prob)


#plot(sol)

#Рисуем фазовый портрет
plot(
    sol[1, :],
    sol[2, :],
    title = "фазовый портрет",
    legend=:topright
)
savefig("Jlab411.png")
```

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
using DifferentialEquations
using Plots
w=sqrt(5)
g = (2/2)
```

```
x0=0
y0=1
t0=0
tmax=30

function F(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -2*g*du[1] -w*w*u[1]
end
u0=[x0;y0]
tspan=(t0,tmax)
prob = ODEProblem(F, u0, tspan)
sol=solve(prob)

#plot(sol)
#Рисуем фазовый портрет
plot(
    sol[1, :],
    sol[2, :],
    title = "фазовый портрет 2",
    legend=:topright
)
savefig("Jlab422.png")
```

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

```
using DifferentialEquations
using Plots
w=sqrt(5)
g = (2/2)
```

```
x0=0
y0=1
t0=0
tmax=30

function F(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -2*g*du[1] -w*w*u[1] + sin(14*t)
end
u0=[x0;y0]
tspan=(t0,tmax)
prob = ODEProblem(F, u0, tspan)
sol=solve(prob)

#plot(sol)

#Рисуем фазовый портрет
plot(
    sol[1, :],
    sol[2, :],
    title = "фазовый портрет 3",
    legend=:topright
)
savefig("Jlab433.png")
```

4.2 Полученные графики

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

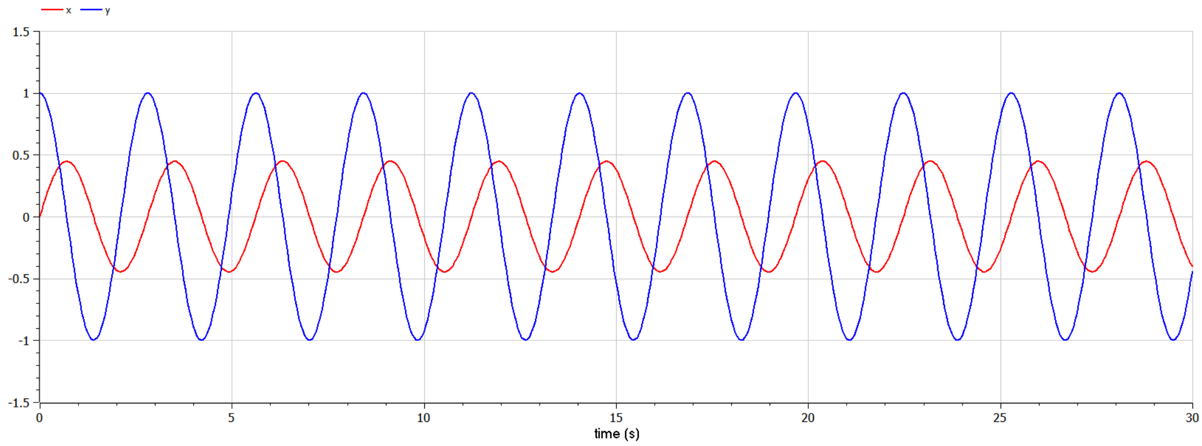

Рис. 4.1: Модель 1 - OpenModelica

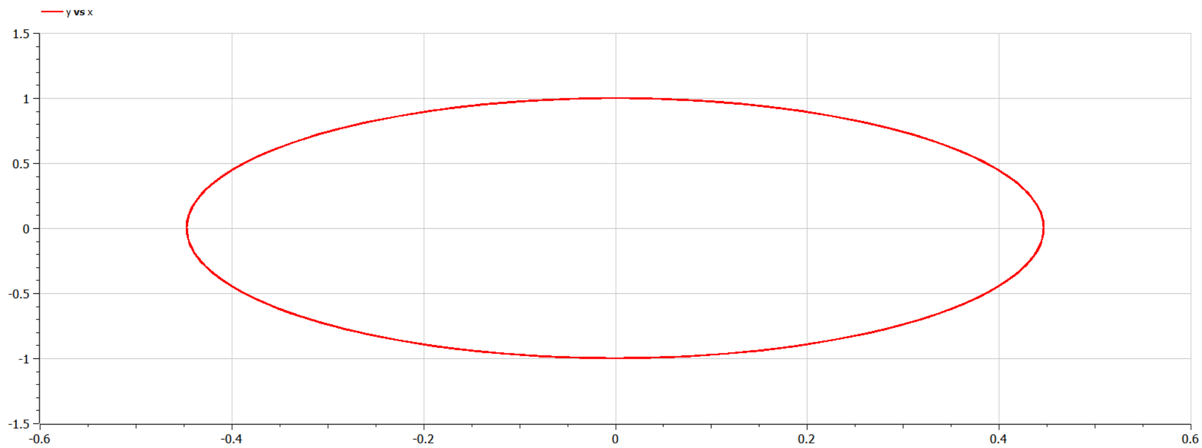

Рис. 4.2: Модель 1 - OpenModelica(Parametric)

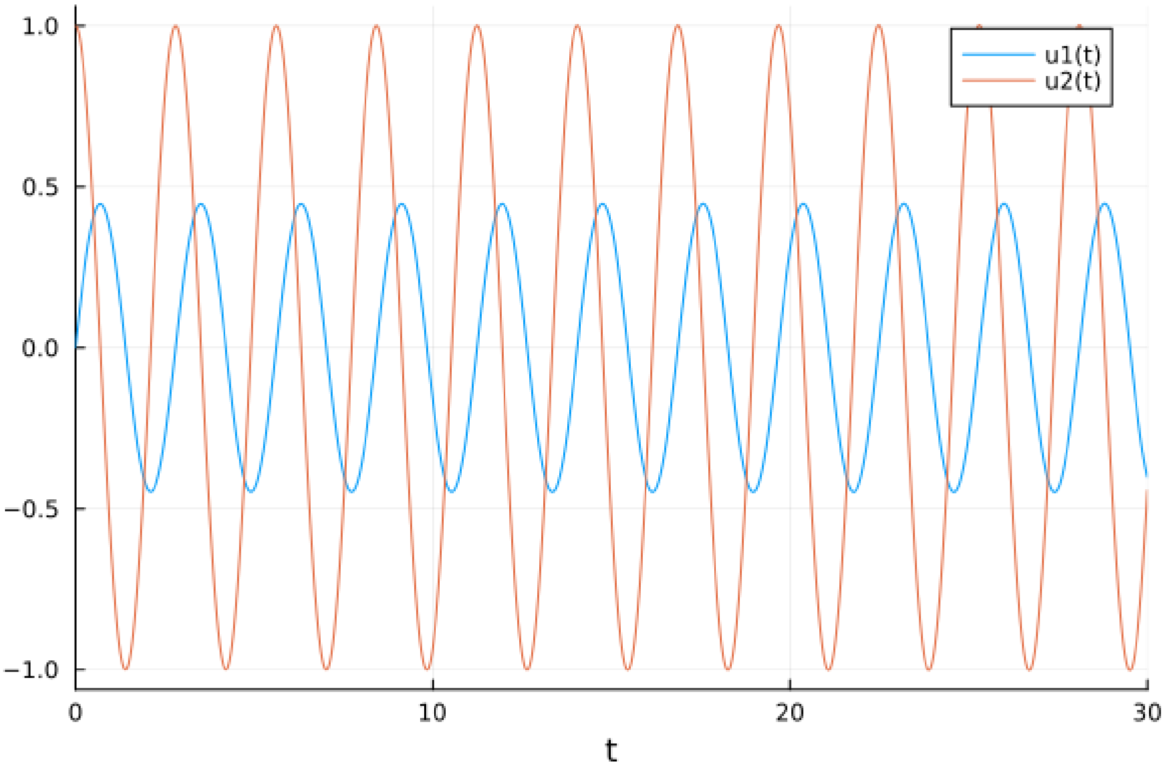

Рис. 4.3: Модель 1 - Julia

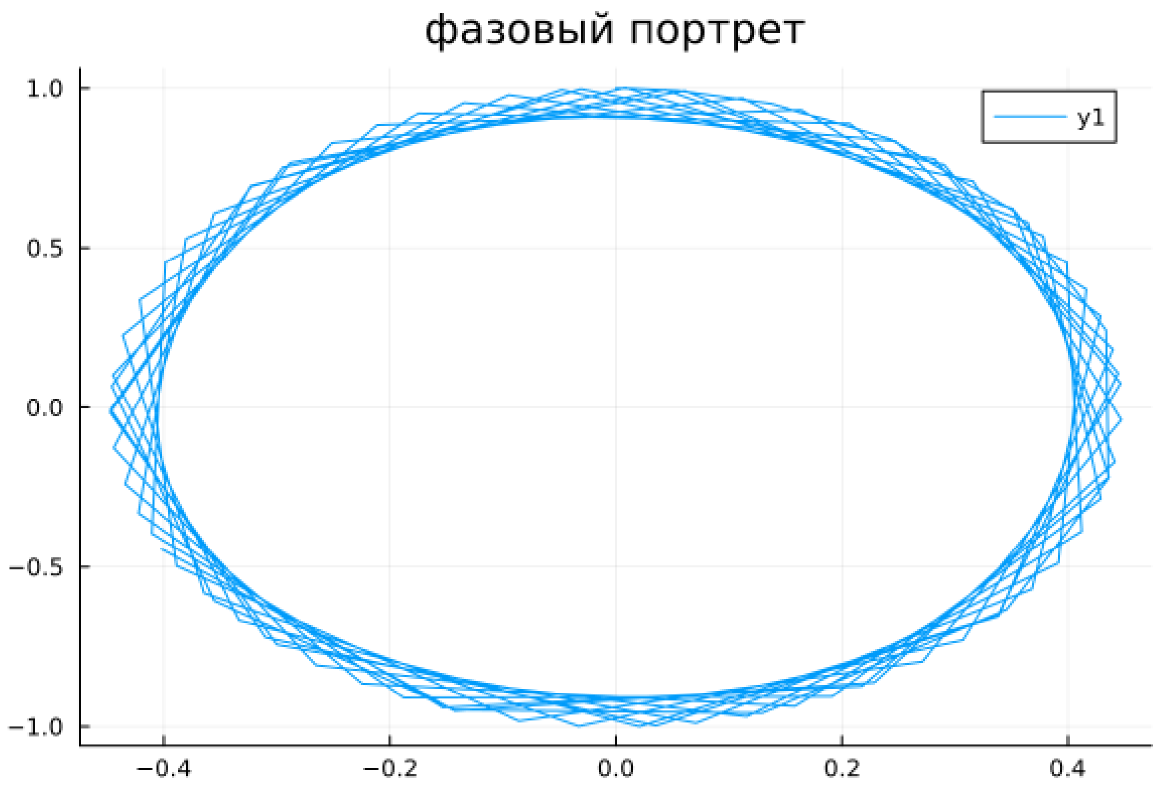

Рис. 4.4: Модель 1 - Julia(Parametric)

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

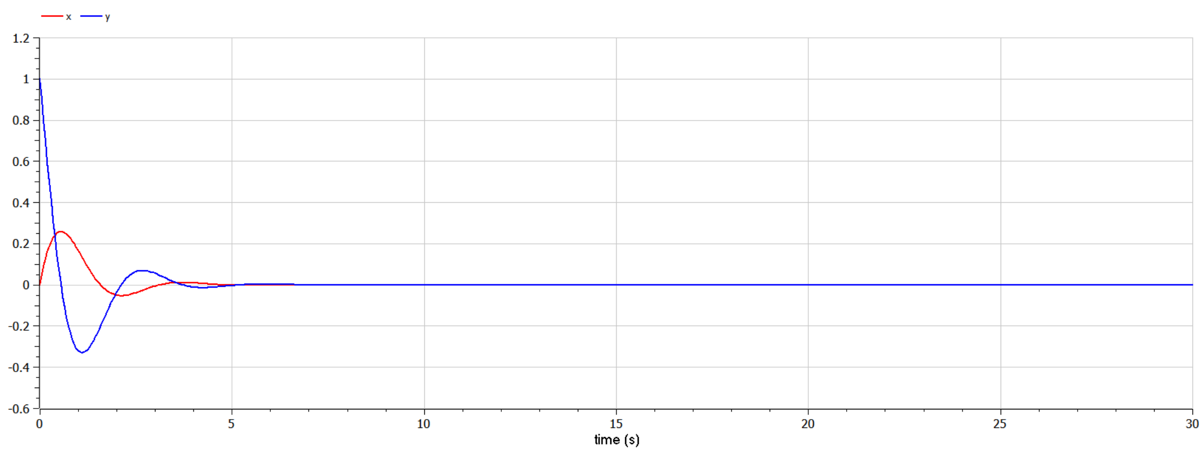

Рис. 4.5: Модель 2 - OpenModelica

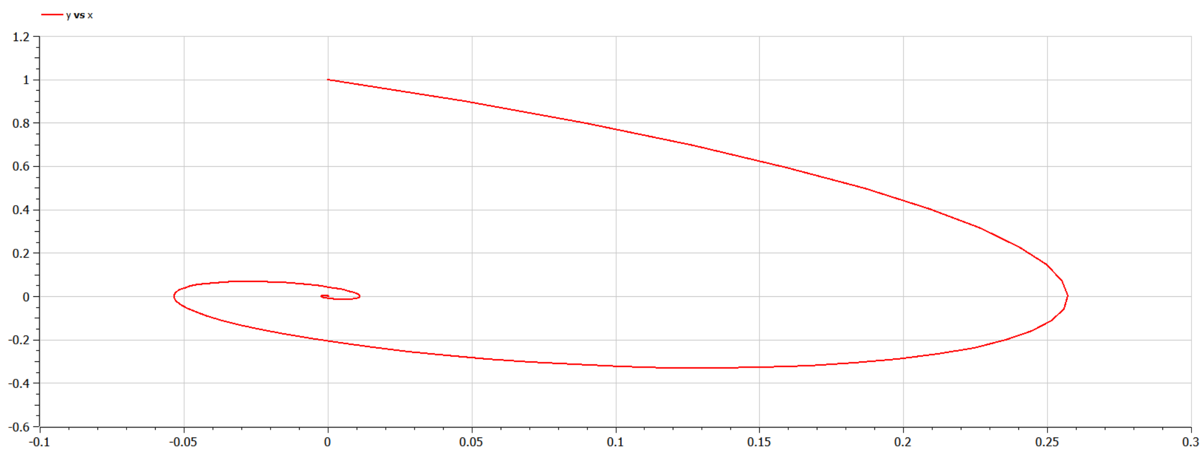

Рис. 4.6: Модель 2 - OpenModelica(Parametric)

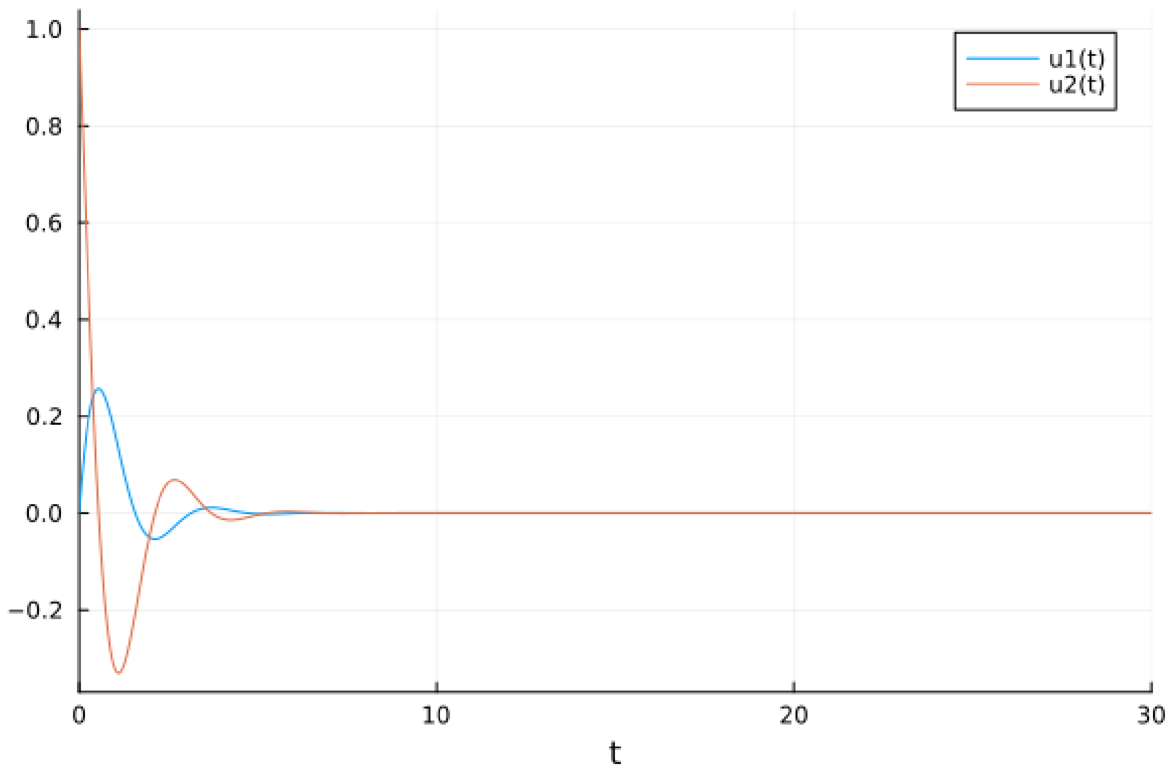

Рис. 4.7: Модель 2 - Julia

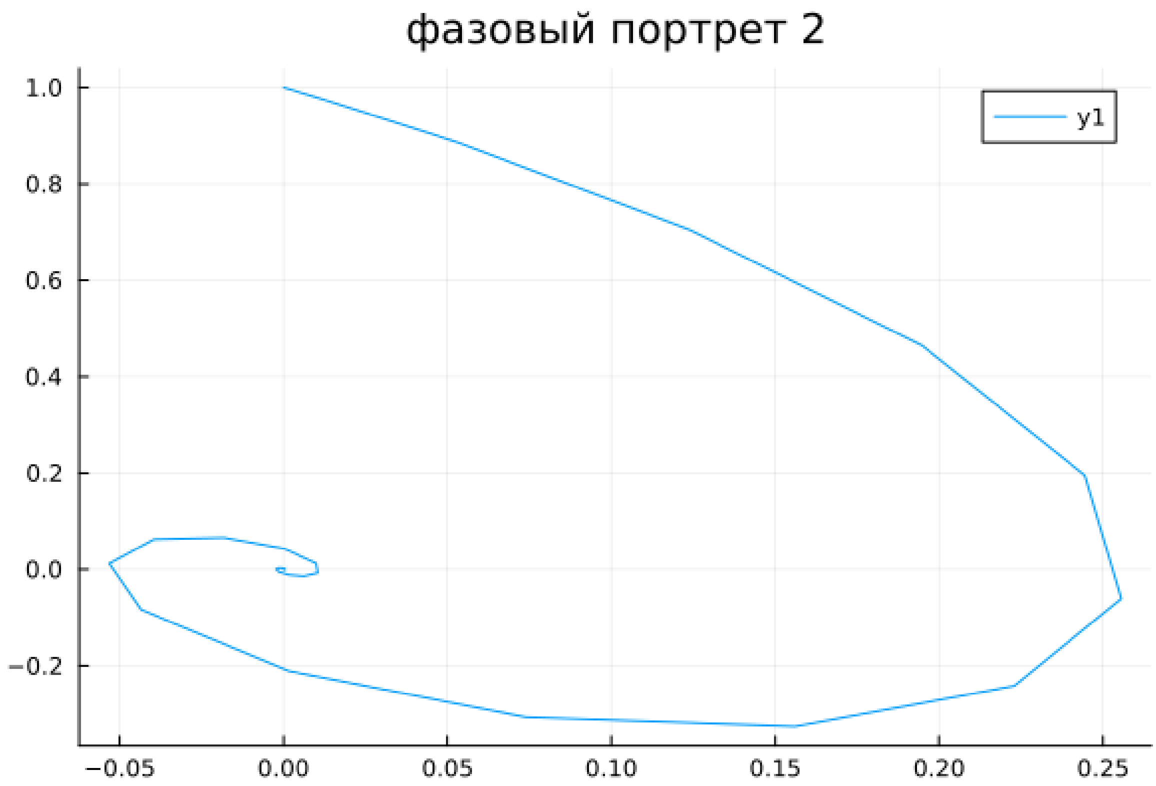

Рис. 4.8: Модель 2 - Julia(Parametric)

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

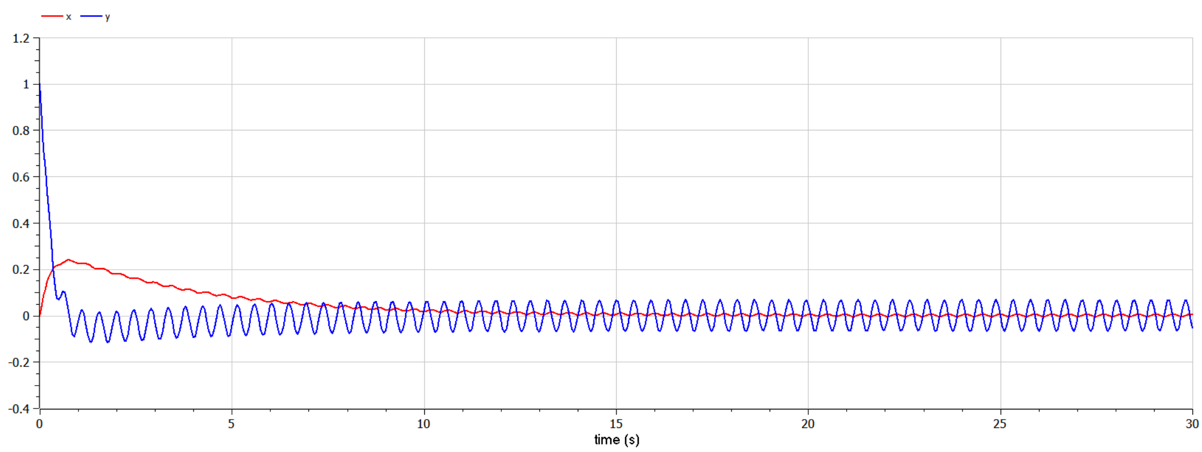

Рис. 4.9: Модель 3 - OpenModelica

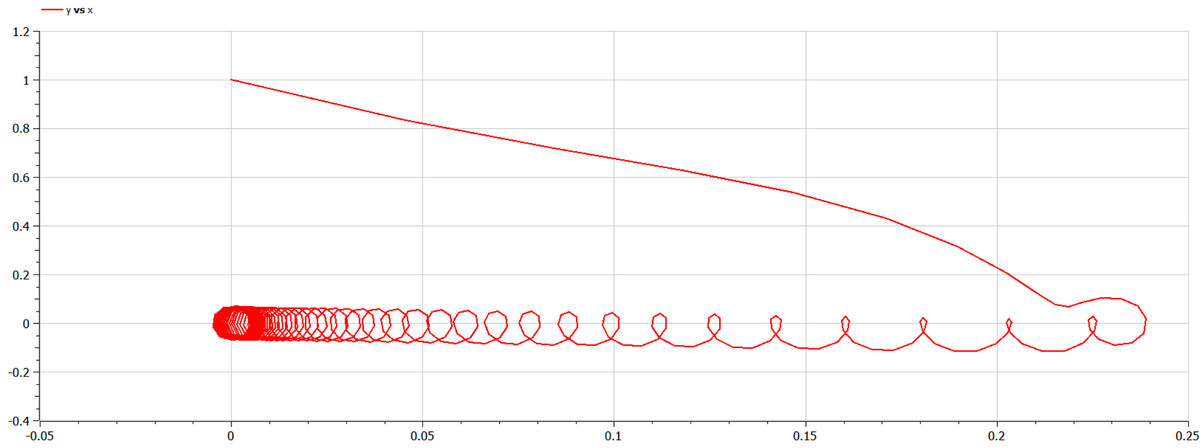

Рис. 4.10: Модель 3 - OpenModelica(Parametric)

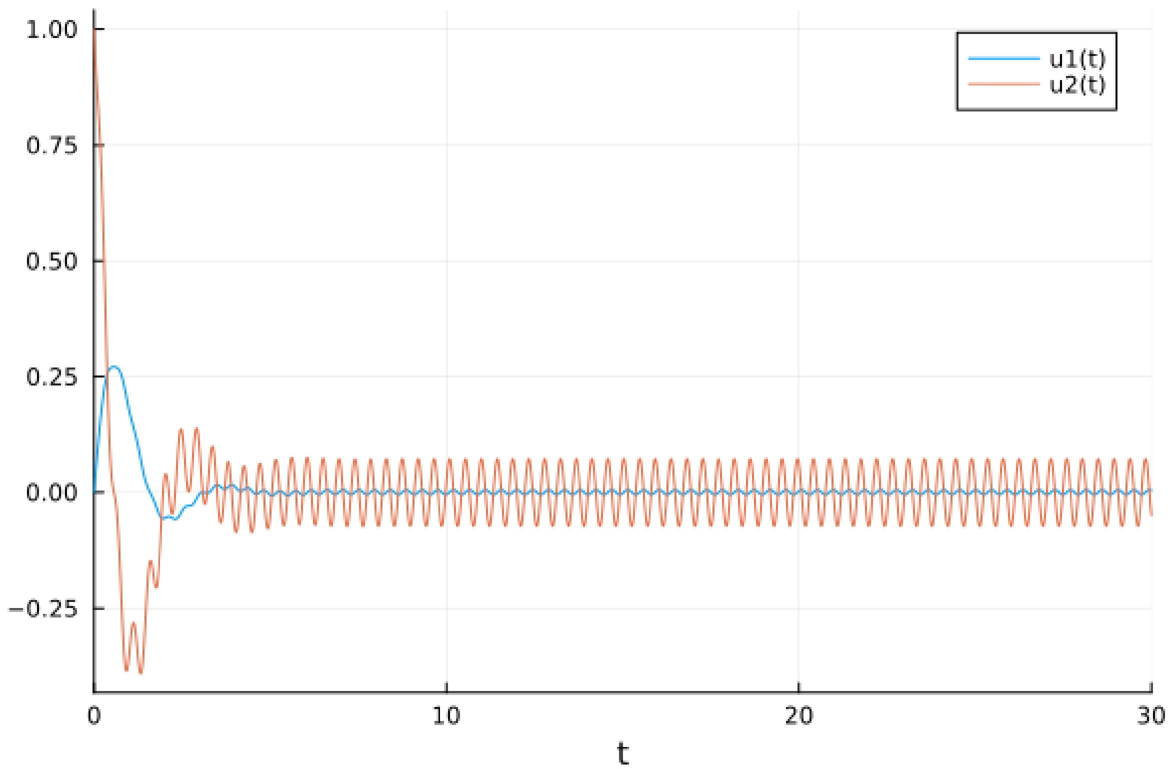

Рис. 4.11: Модель 3 - Julia

Рис. 4.12: Модель 3 - Julia(Parametric)

5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я научился строить фазовый портрет гармонического осциллятора и решил уравнения гармонического осциллятора.

6 Вопросы к лабораторной работе

1. Простейшим видом колебаний являются гармонические колебания, которые описываются уравнением $x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$

2. Осциллятор (лат. oscillo — качаюсь) — система, совершающая колебания, то есть показатели которой периодически повторяются во времени.

3. Модель математического маятника

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\alpha}{dt^2} + \dfrac{g}{l}\alpha = 0, \\ \dfrac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega^2\alpha = 0 \end{cases}$$

4. Дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

Замена:

$$y = \dot{x}$$

Полученная система уравнений:

$$\begin{cases} y = \dot{x}; \\ \dot{y} = -w_0^2 x \end{cases}$$

5. **Фазовый портрет** -это геометрическое представление траекторий дина-

мической системы в фазовой плоскости. Каждый набор начальных условий представлен другой кривой, или точкой.

6. **Фазовая траектория** -кривая в фазовом пространстве, составленная из точек, представляющих состояние динамической системы в последоват. моменты времени в течение всего времени эволюции.

7 Список литературы

1. Кулябов Д. С. *Лабораторная работа №4* : https://esystem.rudn.ru/course/view.php?id=5930
2. https://studfile.net/preview/2732826/page:6/
3. https://scask.ru/r_book_fluc.php?id=6