

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Aeronáutica

SAA0168 - Sistemas de Controle de Aeronaves I

Prof. Dr. Glauco Augusto de Paula Caurin

Monitora Rayssa Silva Correia

Monitor Saulo da Paz Almeida

Trabalho 1

Joel Sebastian Riascos Hurtado (15515332)

Júlia de Palma Gomes (13673392)

Luiz Gustavo de Lima Previero (13673343)

Pedro Henrique Rocha de Araujo (11850232)

SÃO CARLOS - SP
09 de julho de 2024

Sumário

1	Entrega I - Motor Elétrico DC	1
1.1	Modelagem	1
1.2	Implementação das eficiências	2
1.3	Implementação no Simulink	4
2	Entrega II - Modelagem de Drone 2D	5
2.1	Aplicação de Entrada Padrão	5
2.2	Entradas, Saídas e Classificação do Modelo	7
2.3	Projeto de Controlador	7
2.3.1	<i>Hover</i> em 5m de altitude	10
2.3.2	Movimento Lateral	10
2.3.3	Perda de Massa Repentina	13

1 Entrega I - Motor Elétrico DC

1.1 Modelagem

A partir da modelagem do motor DC e das constantes retiradas do catálogo, construiu-se as matrizes do Espaço de Estados a fim de estabelecer as saídas $i(t)$ e $w(t)$ para entradas de V_a e τ .

Listing 1: Montagem das matrizes .

```
1 % Parâmetros do motor
2 R = 0.179; % Resistência da armadura (Ohms)
3 L = 0.0455e-3; % Indutância da armadura (Henries)
4 kv = 797 * (2 * pi / 60); % Constante de velocidade (
    rad/s/V)
5 kt = 0.012; % Constante de torque (Nm/A)
6 J = 35.1e-7; % Inércia do rotor (kg m^2)
7 ke = kt; % Usando kt como ke
8 c = 5.4096e-6; % Coeficiente de fricção viscosa (Nm/(
    rad/s))
9 Va_nominal = 10; % Voltagem nominal (V)
10 tau_nominal = 0.091; % Torque nominal (Nm)
11
12 % Definindo a matriz de estado A e a matriz de entrada
    B
13 A = [-R/L, -ke/L; kt/J, -c/J];
14 B = [1/L, 0; 0, -1/J];
15 C = [1, 0; 0, 1];
16 D = zeros(2, 2);
17 model = ss(A, B, C, D);
```

Além disso, como proposto pela atividade, definiu-se V_a como sendo uma entrada degrau de 10V em $t = 0$ e τ uma entrada degrau de 0.091 Nm em $t = 10$ s.

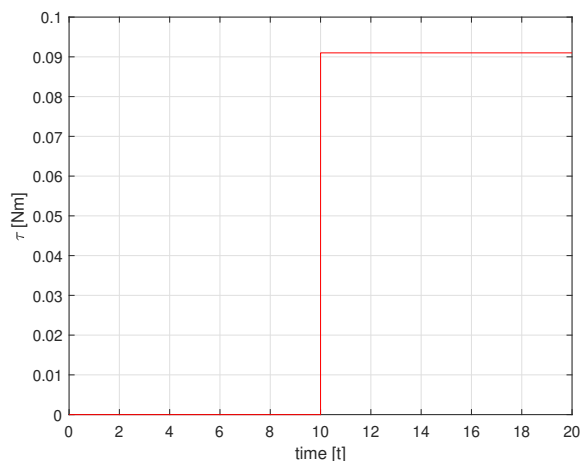


Figura 1: $\tau(t)$.

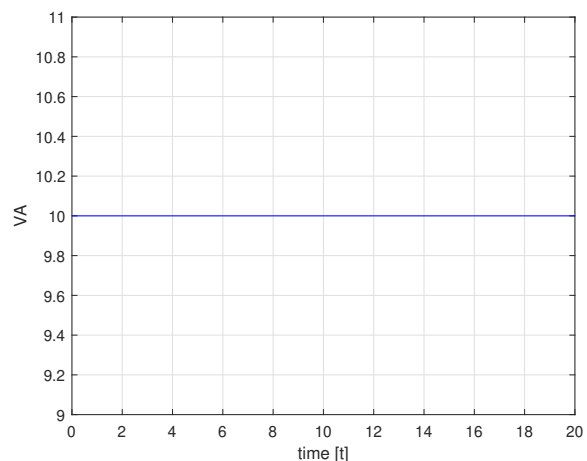


Figura 2: $V_a(t)$

Assim, pode-se obter as saídas $i(t)$ e $w(t)$ do motor DC:

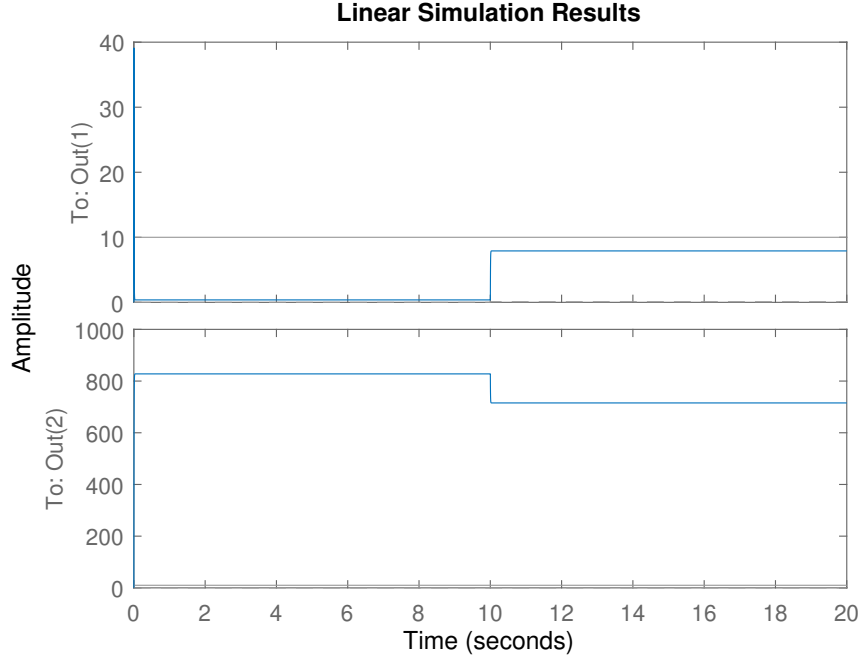


Figura 3: $i(t)$ e $w(t)$

1.2 Implementação das eficiências

A fim de implementar as eficiências mecânica e elétrica, analisou-se as potências geradas no motor. A eficiência mecânica foi obtida a partir da razão entre a potência útil, isto é, a potência necessária para girar a hélice em determinada rotação (τw), pela potência fornecida pelo motor ($T_m w$), considerando também a dissipação gerada pela fricção (cw^2). Verifica-se que tal eficiência resulta em um valor bem alto, isso porque considera-se apenas a dissipação da fricção.

$$\eta_{mec} = \frac{\tau w}{T_m w + cw^2}$$

Já a eficiência elétrica foi calculada analisando as dissipações presentes no indutor e no resistor do motor, que são dadas, respectivamente, por $0,5Li^2$ e Ri^2 .

$$\eta_{ele} = 1 - \frac{(0,5Li^2 + Ri^2)}{V_a i}$$

Por fim, verificou-se também a eficiência global do motor, isto é, o quanto de potência elétrica foi convertida em torque para girar a hélice.

$$\eta_{global} = \frac{\tau w}{V_a i}$$

Assim, obteve-se os seguintes resultados:

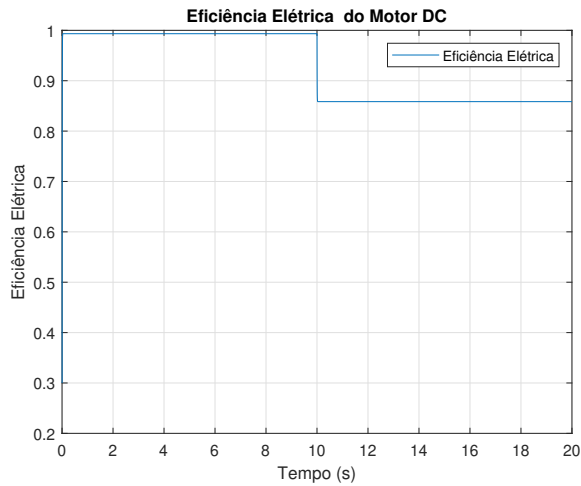


Figura 4: Eficiência elétrica

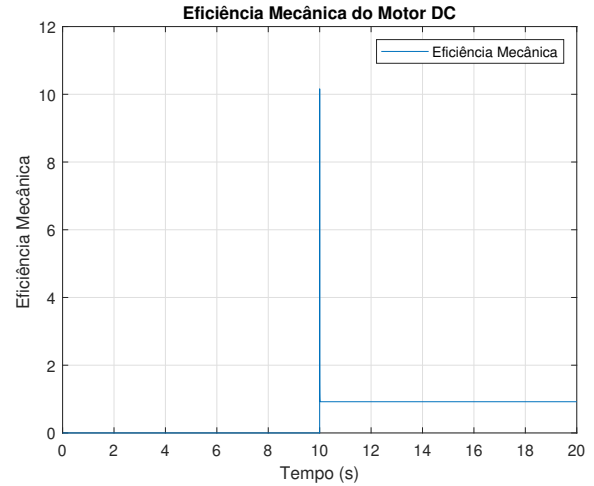


Figura 5: Eficiência Mecânica

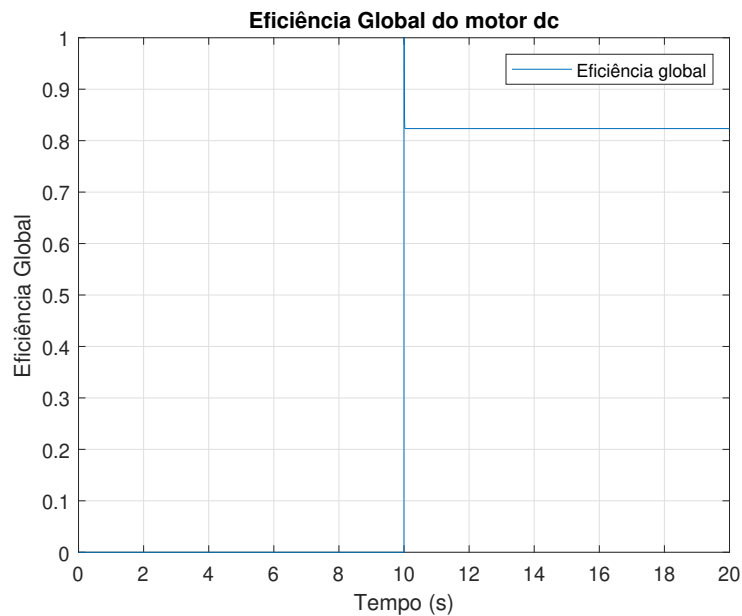


Figura 6: Eficiência Global.

Nota-se que a eficiência elétrica tem início em quase 100%. No entanto, a medida que a corrente tem sua amplitude aumentada em $t = 10s$, tem-se dissipação de energia pelo resistor e indutor, reduzindo a eficiência para 85,84 %. A eficiência mecânica, por sua vez, possui valor zero até $t = 10s$, uma vez que o torque τ na ponta do eixo ainda é zero. Em seguida, tem-se um pico devido a discretização dos pontos, que fisicamente pode ser interpretado pelo fato de que, momentaneamente, o eixo começa a girar, porém a velocidade angular ainda é muito baixa para dissipação de energia. Em seguida, a eficiência atinge um valor de aproximadamente 91%, o que representa um valor muito alto para essa métrica, no entanto, ainda sim condizente com o fato de que o único fator de dissipação levado em conta foi a fricção. Por fim, a eficiência global que inicia-se em zero e passa por um pico pelo mesmo motivo que a eficiência mecânica e, em seguida, alcança uma eficiência de 82,35%.

1.3 Implementação no Simulink

Além do código efetuado no MatLab, realizou-se também uma simulação do sistema com blocos, na qual utilizou-se a ferramenta “Espaço de Estados” para encontrar $i(t)$ e $w(t)$, a função “Step” como entradas e blocos de operações matemáticas para o cálculo das eficiências.

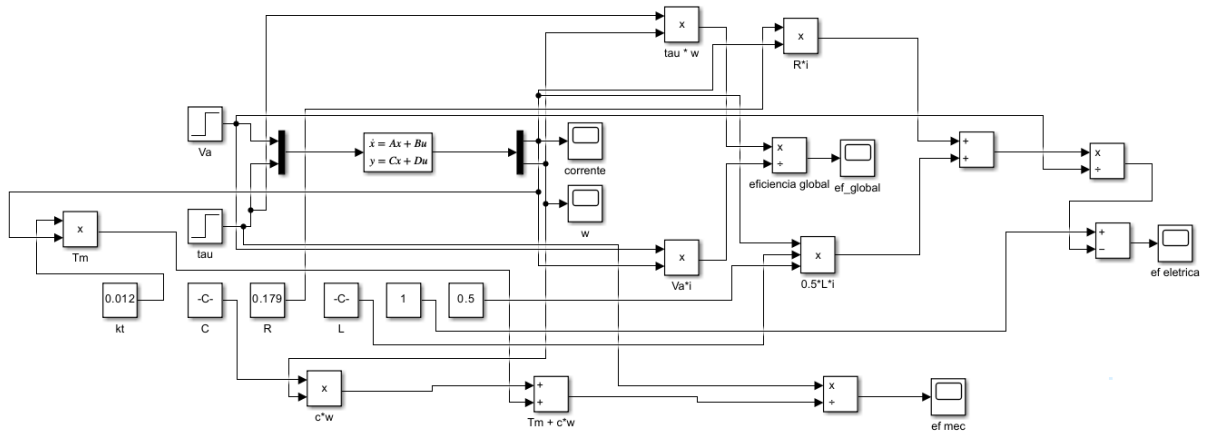


Figura 7: Simulink Motor DC

2 Entrega II - Modelagem de Drone 2D

2.1 Aplicação de Entrada Padrão

Uma vez importado o modelo do drone 2D no Simulink, foi-lhe aplicada uma aproximação de uma entrada impulso nas velocidades angulares de ambos os motores (“Omega 1” e “Omega 2”). Tal aproximação foi realizada através da soma de duas entradas degrau defasadas 0,01 segundos, em que a primeira acelera a rotação dos motores, partindo da velocidade de hover (6.354,5 rpm) e atingindo 8.500 rpm; e a segunda desfaz o efeito da primeira, retornando os motores à velocidade de hover. Tal entrada foi escolhida para simular eventos intensos e instantâneos aos quais os motores do drone podem estar sujeitos, como uma pancada do operador nos controles ou um surto de tensão da própria máquina.

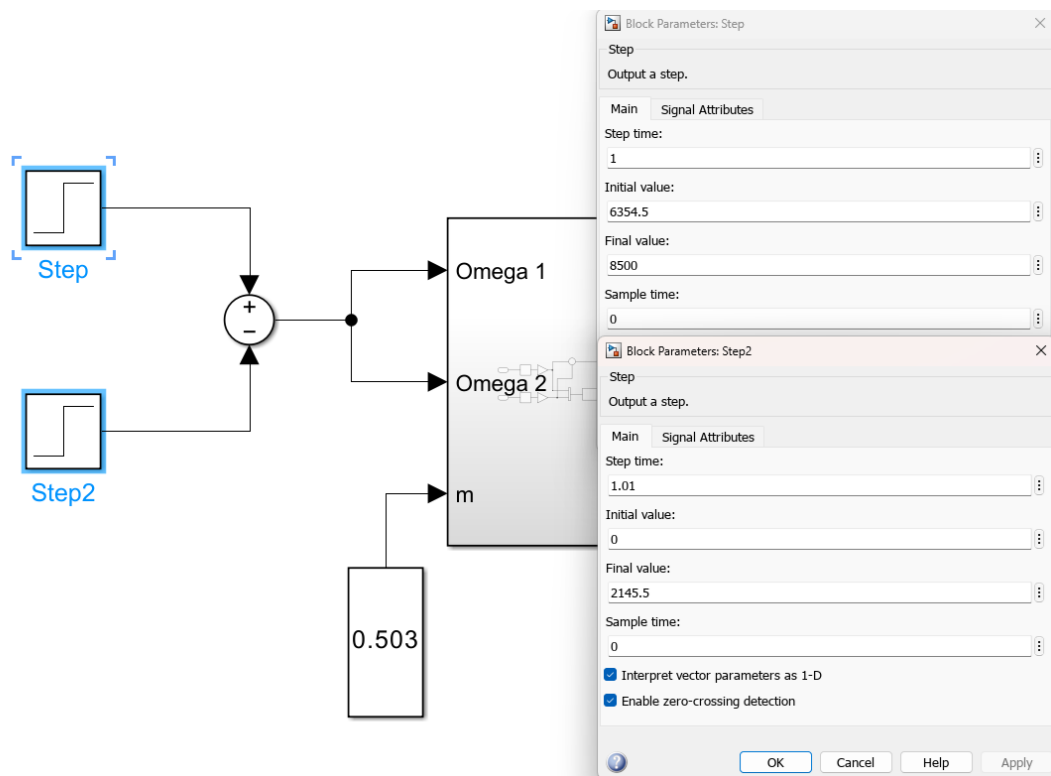


Figura 8: Aproximação de uma entrada impulso pela soma de duas entradas degrau.

Da simulação, observou-se que o comportamento de velocidade vertical é muito semelhante àquele de um sistema de primeira ordem sujeito a uma entrada impulso: há um pico de velocidade vertical no “instante” da aplicação, proporcional à intensidade da entrada, seguido de um decaimento exponencial de volta à nulidade.

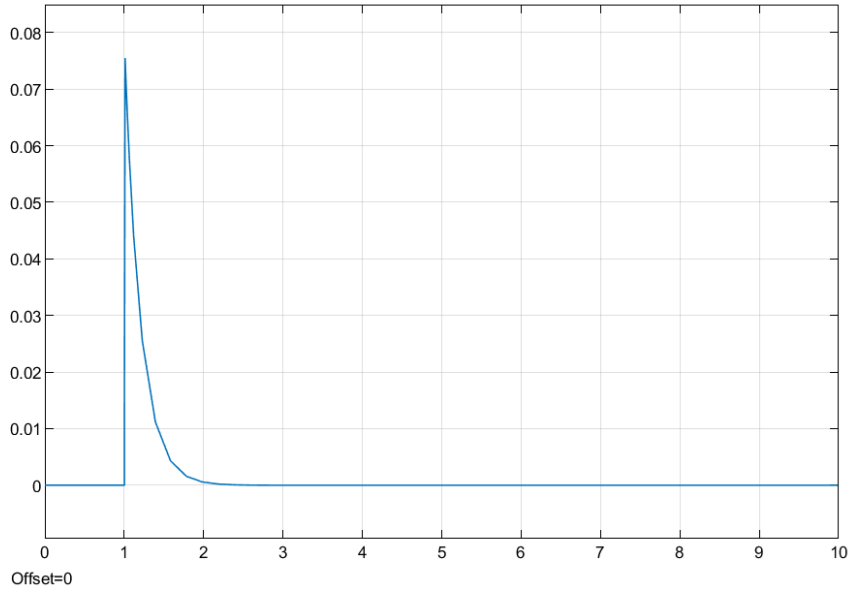


Figura 9: Velocidade vertical do drone em função do tempo para a entrada impulso anterior.

Note que o valor de velocidade só retorna ao zero ao final do processo pois o drone em questão sai da e retorna para a condição de hover; caso o impulso fosse aplicado diretamente a partir da velocidade 0rpm, haveria um pico de velocidade positiva, seguida da inversão do movimento no topo da trajetória e de uma queda livre até o impacto com o chão, semelhante a um lançamento vertical.

O comportamento da posição vertical, por sua vez, é muito semelhante àquele de um sistema de primeira ordem sujeito a uma entrada degrau: há uma curva de subida a partir do “instante” da aplicação, com derivada primeira proporcional à intensidade da entrada, e que converge em decaimento exponencial à assintota horizontal de referência.

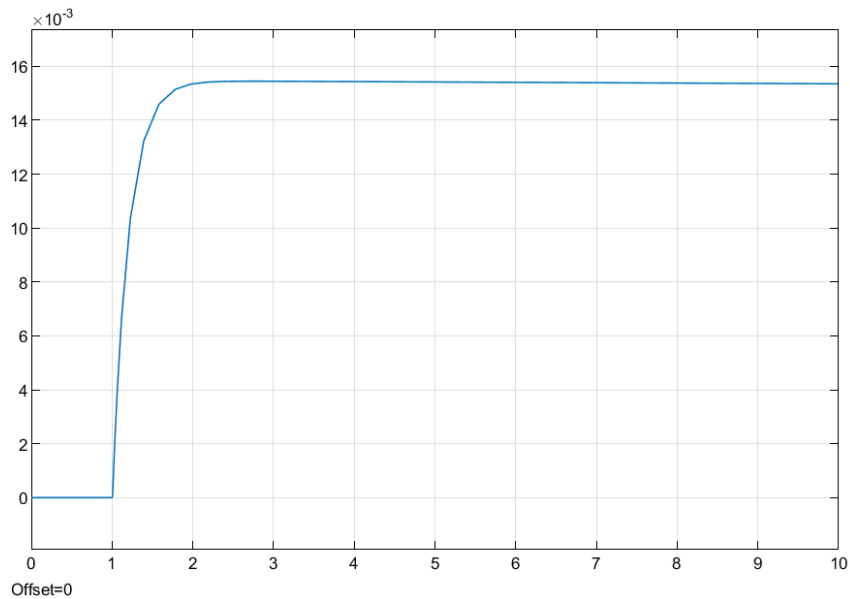


Figura 10: Posição vertical do drone em função do tempo para a entrada impulso anterior.

2.2 Entradas, Saídas e Classificação do Modelo

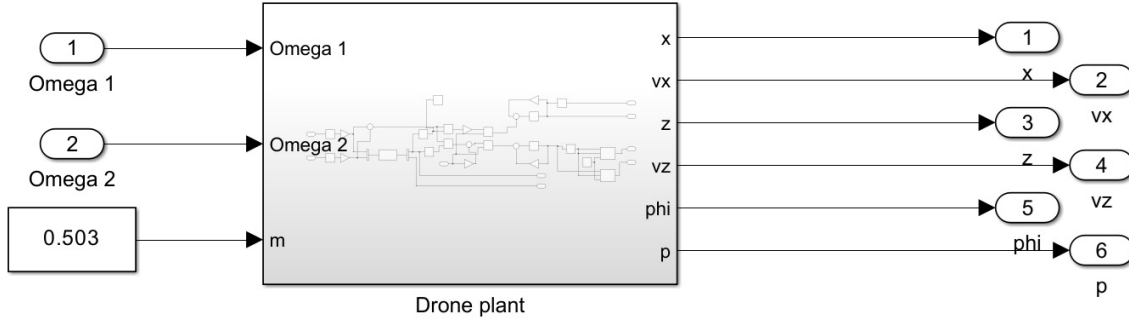


Figura 11: Modelo Base: Drone 2D

Com base no que foi percorrido na seção anterior e nas modificações implementadas pela adição subsequente de um controlador, define-se as entradas do sistema como: velocidade angular de rotação do motor 1, velocidade angular de rotação do motor 2 e massa do drone. As saídas consistem nos deslocamentos nos eixos x e z , e no ângulo de rotação do drone no plano xz , assim como suas respectivas velocidades, como evidenciado na Figura 11.

Dado que a massa, por si só, não age como um atuador no sistema, pode-se afirmar que este é um sistema subatuado. Para o sistema dinâmico 2D estudado, temos três graus de liberdade (deslocamentos nos eixos x e y , e rotação), mas apenas dois atuadores (rotação dos motores 1 e 2). Isso implica a impossibilidade de controlar todos os graus de liberdade do sistema de maneira independente e simultânea, fator característico de sistemas subatuados. A fim de garantir ao drone boa controlabilidade, assim como a menor interferência possível entre os comandos dados ao sistema, é então projetado um sistema de controle na seção a seguir.

2.3 Projeto de Controlador

O controlador do drone, desenvolvido através do Simulink e exibido na figura 12, foi projetado com duas malhas fechadas de funcionamento paralelo, uma para controle da posição em Z (altura), e outra para controle da posição em X (lateral), ambas com ganho PID e realimentação unitária.

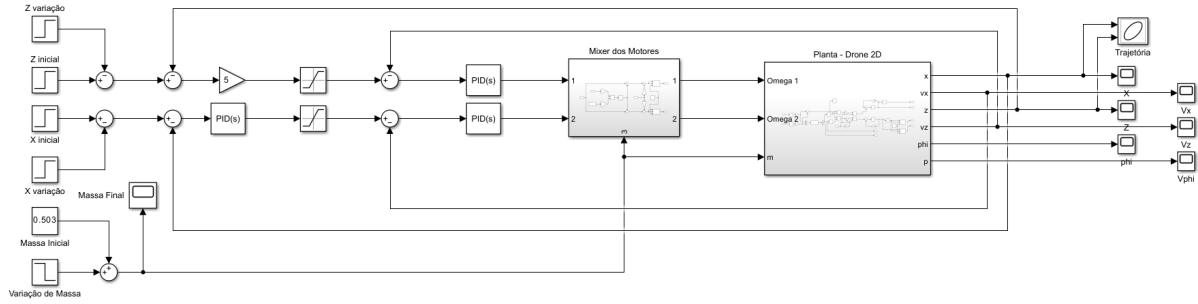


Figura 12: Modelo Completo

As duas malhas seguem a mesma lógica: um **loop externo** rastreia o erro da posição atual em relação às referências desejadas, gerando, a partir disso, uma velocidade de referência naquele eixo, a qual é injetada no **loop interno** que, por sua vez, rastreia o erro da velocidade atual em relação à referência gerada. Os valores resultantes do loop interno são então repassados para o Mixer dos Motores, que transforma esses inputs em velocidades angulares para a planta Drone 2D. Da planta, extraem-se os estados controlados (posição e velocidade em ambos os eixos) e também o ângulo e a velocidade angular do drone.

Note que o duplo loop não é *de fato* necessário para o controle da posição em Z , uma vez que tal eixo é atuado diretamente pelo drone a partir de sua orientação inicial; uma única malha fechada simples rastreando a altura desejada teria sido o suficiente; no entanto, o duplo loop é essencial para o controle da posição em X , uma vez que trata-se do grau de liberdade subatuado do drone, havendo a necessidade, portanto, do controle simultâneo do ângulo do veículo (através da velocidade horizontal) e de sua posição, a fim de que se atinja a referência desejada.

Observando-se o controlador mais de perto, podemos notar algumas de suas estruturas chave:

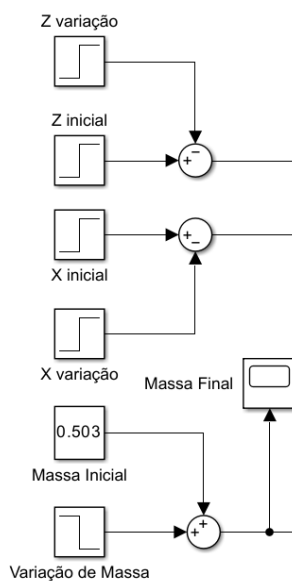


Figura 13: Terminal de entradas

O Terminal de Entradas, onde pode-se definir as posições iniciais X e Z de referência, bem como variações a serem aplicadas durante o voo; a massa inicial do drone e uma possível variação de massa durante o voo. A massa final é registrada pelo bloco “scoop” ao lado.

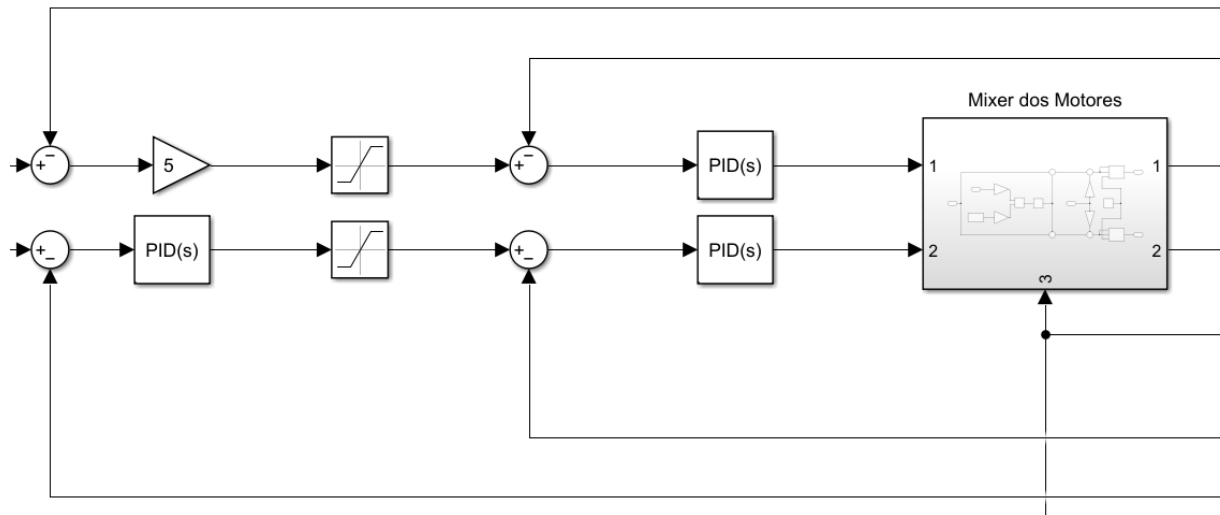


Figura 14: Detalhe dos Loops

Os loops em si, em que as realimentações unitárias dos estados de interesse são subtraídas de suas respectivas referências, sendo os resultados então operados por controladores PID's (do próprio Simulink) e finalmente injetados no Mixer dos Motores. Note que o primeiro PID do loop de altura foi substituído por um simples ganho de módulo 5, isso porque suas parcelas integrativas e derivativas não estavam sendo utilizadas. Perceba também que as referências de velocidade, geradas pelos loops externos, passam por um bloco de saturação, o qual limita-as de forma a evitar valores absurdos que desestabilizariam o sistema e/ou prejudicariam sua performance.

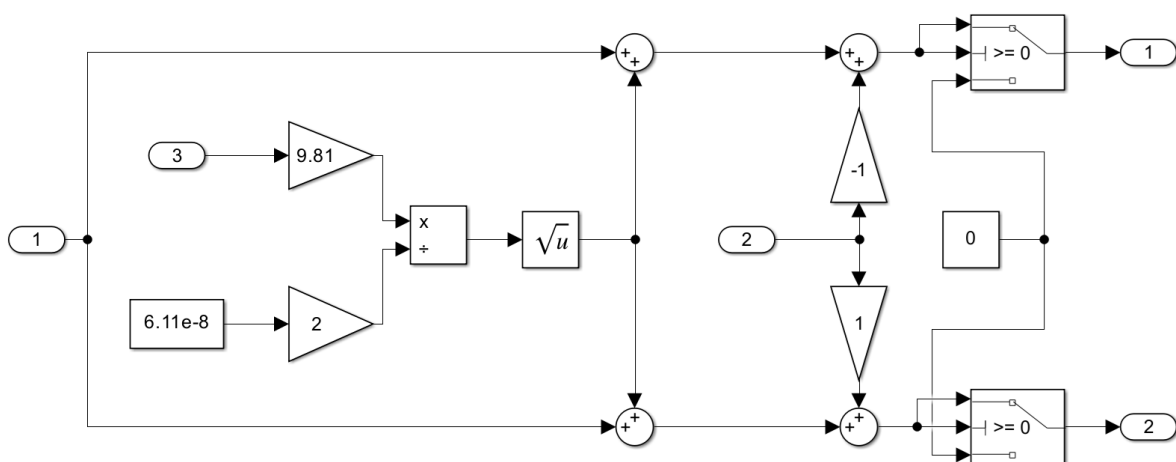


Figura 15: Mixer dos Motores

O Mixer dos Motores, um subsistema que combina as velocidades axiais de referência recebidas e as converte em velocidades angulares para os motores do drone, que são os verdadeiros atuadores da planta. Neste circuito interno, os valores vindos da malha

de controle de altura são igualmente distribuídos entre os motores (pois quer-se transladar o veículo em seu eixo de atuação, o vertical), enquanto que os valores vindos da malha de controle de posição lateral são espelhados entre ambos (pois precisa-se girar o veículo para que ele se mova no eixo horizontal, que é, a priori, seu grau de liberdade subatuado).

Note também que há uma submalha independente dentro desse subsistema, responsável pelo cálculo da velocidade angular de *hover* do drone ω_h para sua condição de massa m através da seguinte expressão:

$$\omega_h = \sqrt{\frac{mg}{2k}}$$

em que g é a aceleração da gravidade, no valor de referência de $9,81m/s^2$, e k é a constante de força dos motores, definida para esse modelo como $6,11 \times 10^{-8}kg.m$.

2.3.1 *Hover* em 5m de altitude

Condicionando-se as entradas do modelo para um altura de referência de $5m$, obteve-se o seguinte resultado:

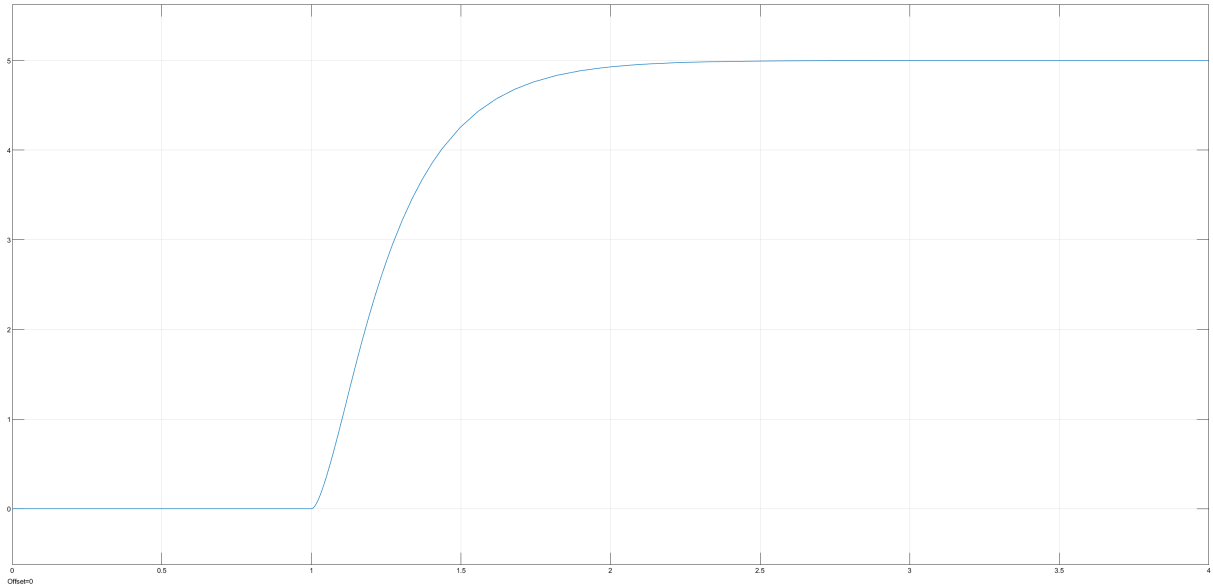


Figura 16: Gráfico da posição Z em função do tempo para o comando de hover a 5m de altura

Note que o modelo decola do chão em $t = 1s$ e converge para a altitude de referência $z = 5m$ em menos de 3 segundos. Essa performance rápida e sem sobressinal é garantida pela associação entre o ganho (5) do loop externo de rastreo da posição vertical e o controle do bloco PID do loop interno relativo ao rastreo da velocidade vertical.

2.3.2 Movimento Lateral

Os movimentos lateral e vertical do drone são realizados por controladores individuais, um para cada grau de liberdade atuado, tornando-os independentes. Posteriormente, a implementação do Mixer de Motores, que leva em conta a variação de massa

e as variações de posição angular associadas ao voo, permite que esses sistemas sejam combinados, tornando o drone capaz de se manter em modo hover enquanto se desloca ao longo do eixo X.

Para o teste de movimento lateral, a posição de referência $x = 20m$ foi inserida no sistema no instante $t = 5s$, resultando no seguinte comportamento:

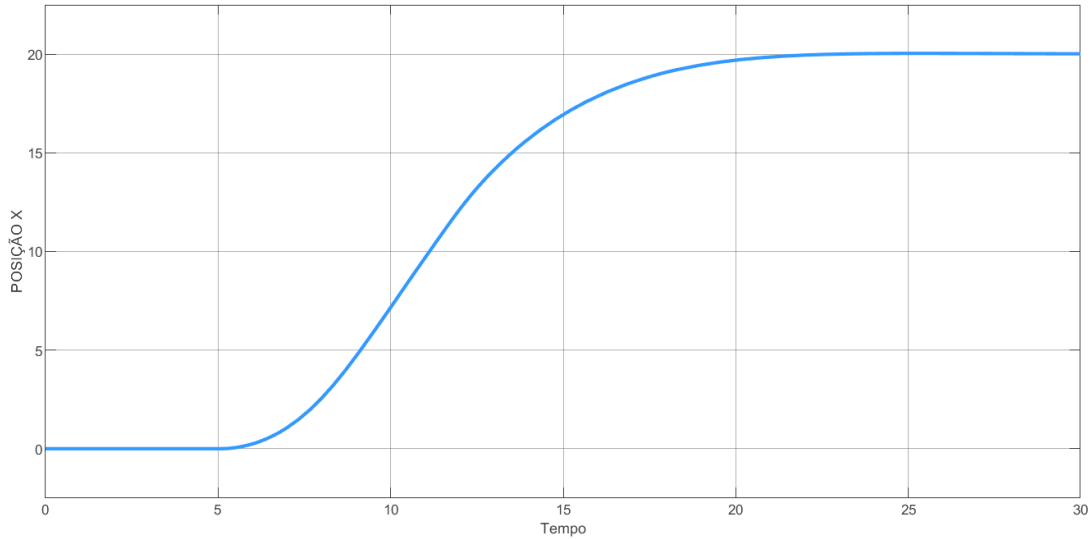


Figura 17: Comportamento em X

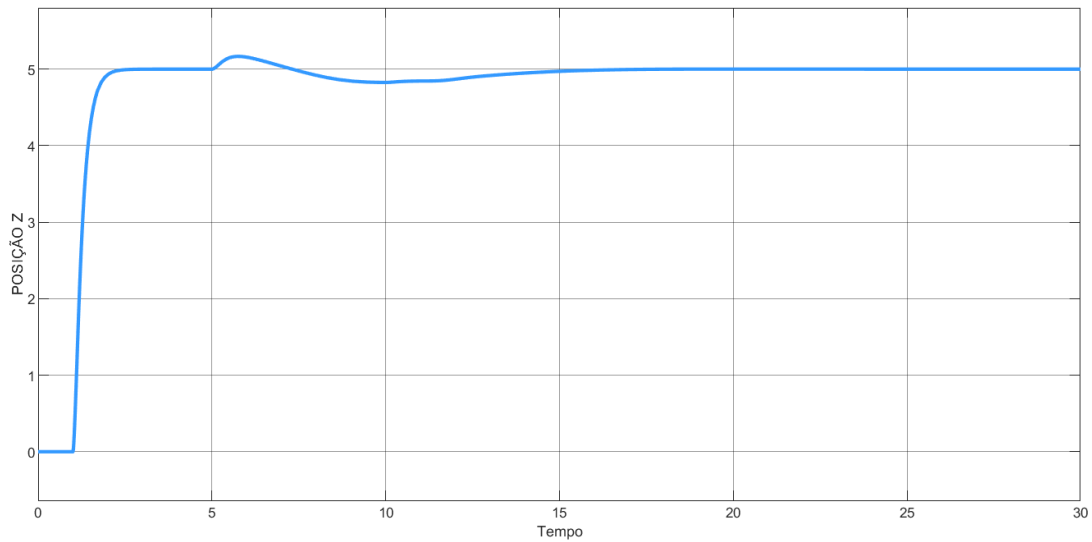


Figura 18: Comportamento em Z

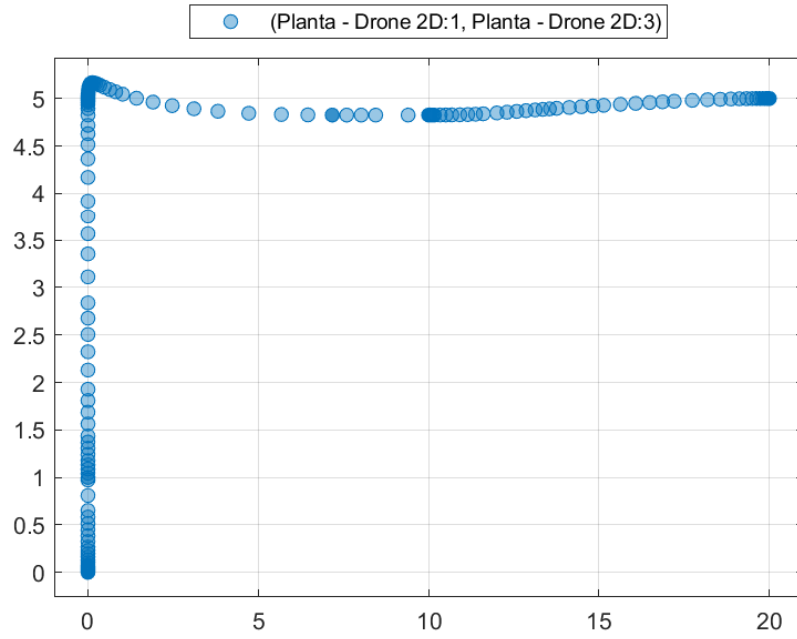


Figura 19: Trajetória desenvolvida pelo drone durante o voo em hover

Observa-se que, aos 5 segundos, o drone começa seu movimento pelo eixo X, o que também o leva a mudar seu ângulo de rotação (ϕ), Figura (20), pois sem isso não seria possível realizar o movimento. O trajeto completo de 20 metros é percorrido durante um intervalo de aproximadamente 20 segundos, com o drone convergindo para a posição de referência novamente sem sobressalto.

Na Figura 18, pode-se ver um sobressalto da posição Z nesse instante, devido ao fato de que um dos motores acelera e outro desacelera para gerar a rotação necessária do objeto; em seguida, ambos devem reduzir sua velocidade para levar o drone de volta à sua estabilidade em hover a 5 metros.

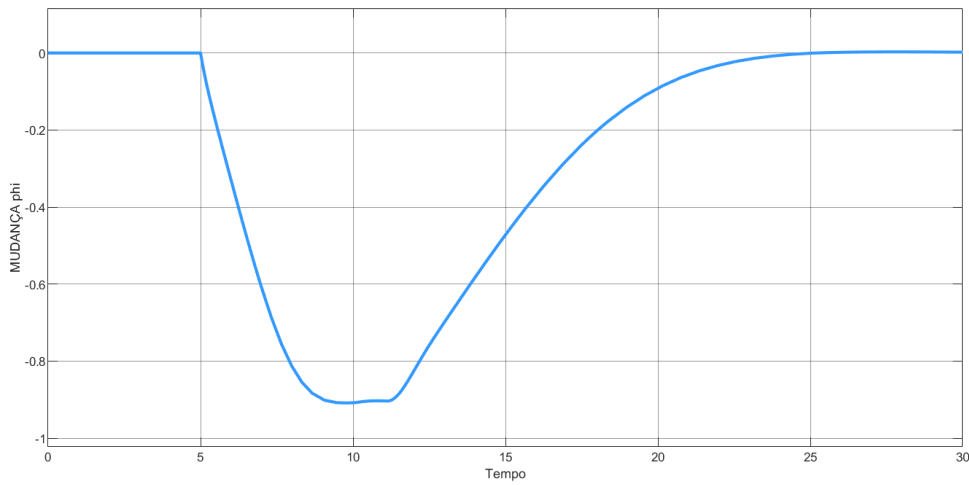


Figura 20: Mudança de ϕ

2.3.3 Perda de Massa Repentina

Por fim, com os controladores de altitude e posição, expostos na Figura 12, já bem ajustados e previamente testados, foi simulado um voo em que o drone foi submetido a uma perda repentina de massa.

Primeiramente, o drone foi estabilizado em hover a 10 metros de altitude, como já feito anteriormente. Em seguida, a perda de massa do sistema foi simulada pela adição de uma entrada degrau negativa na variável referente a massa do sistema, diminuindo em 100 gramas a massa total do drone no instante de tempo especificado, neste caso, 10 segundos após o início da contagem de tempo. Com isso, foram obtidas as figuras a seguir:

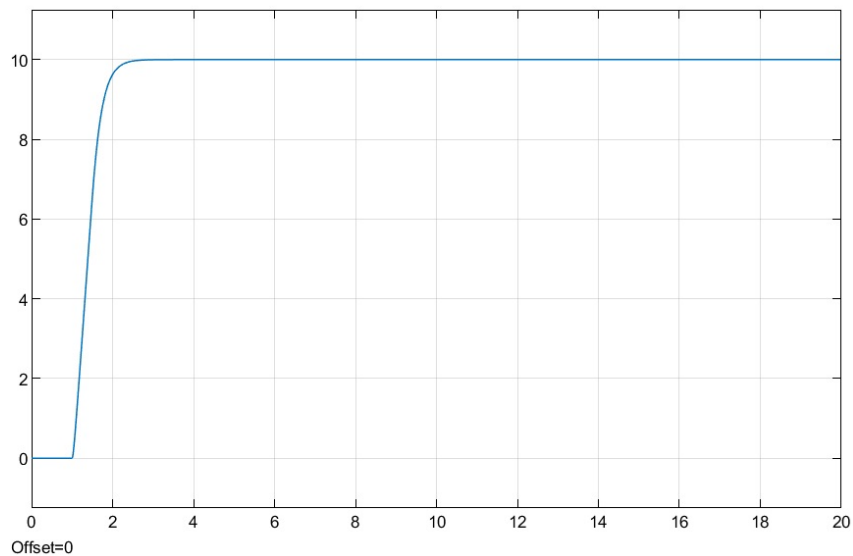


Figura 21: Posição z em função do tempo

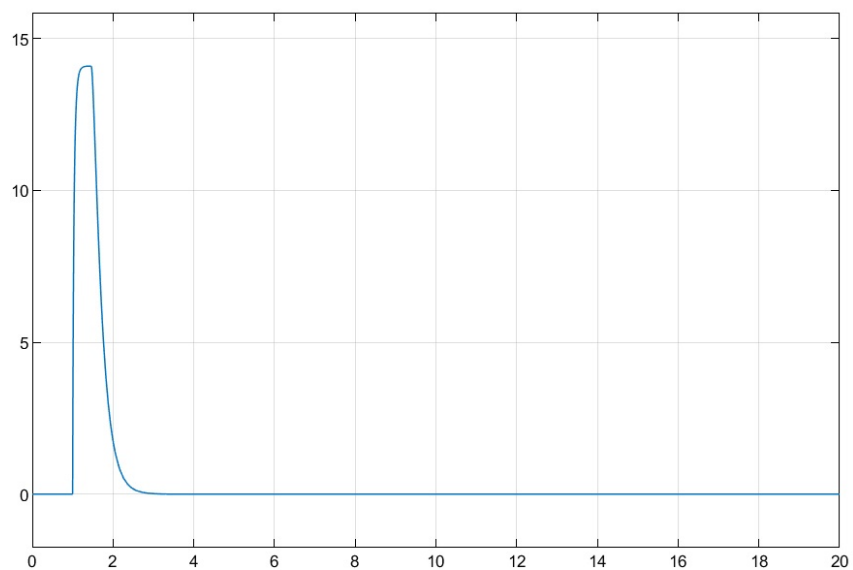


Figura 22: Velocidade Vertical em função do tempo

Tendo em vista que, para essa simulação, as variações em x e sua velocidade são nulas por definição das entradas, cabe a análise apenas do comportamento do drone no que diz respeito ao seu deslocamento em z e sua velocidade vertical, o que está consoante à teoria, visto que a mudança de massa interfere majoritariamente na capacidade do veículo manter sua altitude.

Nesse cenário, ao analisar as Figuras 21 e 22, não é possível verificar mudanças significativas na condição de voo do drone, isto é, não há variação em sua posição e velocidade vertical devido à redução abrupta da massa. Isso indica que o sistema de controle desenvolvido aliado ao bom projeto do Mixer dos Motores discutido na Seção 2.3, já considerando alijamento de carga, são adequados para manter a estabilidade e altitude do drone, mitigando assim os efeitos induzidos pela simulação.

No entanto, para um cenário reverso, em que carga fosse adicionada ao drone, não necessariamente o comportamento do modelo coincidiria com o do objeto real, uma vez que a planta fornecida não limita as velocidades angulares de rotação dos motores, que são, na operação real, finitas, havendo portanto um limite de carga máxima associado ao drone.