POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
LE GÉNIE EN PREMIÈRE CLASSE

PHS4700
Physique pour les applications multimédia
Automne 2015

PAGE COUVERTURE **OBLIGATOIRE** POUR TOUS LES DEVOIRS

Numéro de devoir : 1

Numéro de l'équipe : 18

Nom: Gagné	Prénom : Alex	matricule: 1689761
Signature :		
Nom: La Rocque Carrier	Prénom : Félix	matricule: 1621348
Signature :		
Nom: Gamache	Prénom : Mathieu	matricule: 1626377
Signature :		
Nom: Fedorov	Prénom : Konstantin	matricule: 1679095
Signature :		

Table des matières

1. Description du problème à résoudre

Le but de ce devoir est de nous initier à plusieurs éléments et concepts de base qui vont être nécessaires pour effectuer des simulations physiques. Celui-ci met aussi l'accent sur la technique de résolution des équations de physique utilisant des méthodes numériques sur la plateforme Matlab.

Plus spécifiquement, nous partons avec la description d'un corps humain décomposé en plusieurs formes géométriques sur lequel on est en mesure calculer des propriétés physiques. La première partie du travail consiste à calculer certaines propriétés physiques de cet humain, soit le centre de masse et son moment d'inertie. La deuxième partie consiste à calculer des réactions physiques en se basant sur les propriétés calculées précédemment. C'est-à-dire, il faut calculer comment va réagir l'humain s'il se fait appliquer une force sur l'équivalent de son nez.

2. Les équations importantes pour les simulations

2.1 Équations pour calculer le centre de masse de formes uniforme

Les formules pour calculer le centre de masse de chaque forme par rapport à un système de coordonnées, qui est centré sous le patineur au niveau de ses pieds, sont données dans l’énoncé du problème. Ces équations sont utiles pour calculer le centre de masse de chaque membre du corps.

Variable	**Signification**
r_j (mètre)	Rayon des jambes
L_j (mètre)	Longueur des jambes
L_t (mètre)	Longueur du tronc
L_b (mètre)	Longueurs des bras

Membre du corps	**Centre de masse du membre (x,y,z)cm**
Jambes	$(\pm 10, 0, L_j/2)$
Tronc	$(0, 0, L_j + L_t/2)$
Tête	$(0, 0, L_j + L_t + r_h)$
Bras alignés avec le corps	$(\pm(r_t + r_b), 0, L_j + L_t - L_b/2)$
Bras horizontaux	$(\pm(r_t + r_b), 0, L_j + L_t - r_b)$

2.2 Équations du volume

Pour connaître la masse de chaque membre, nous devons d'abord calculer leur volume puisque nous connaissons la masse volumique de chaque membre.

Forme	**Formule de volume (m^3)**
Sphère (de rayon r)	$(4*pi * r^3)/3$
Cylindre (rayon r et longueur l)	$pi*r^2*l$

2.3 Équation pour calculer un centre de masse d'un objet non uniforme

Puisque le patineur est une forme complexe et non uniforme, il faut subdiviser cette forme en éléments plus simple, où il est facile de calculer leur centre de masse. Chaque élément que nous avons choisi représente un membre du corps du patineur.

Variable	**Signification**
r_c	Coordonnée du centre de masse de l'objet non uniforme
m	Masse totale (kg)
$R_{c,n}$	Centre de masse des sous-objets n
m_n	Masse du sous-objet n
N	Nombre de sous-objets

Équation
$r_c = \frac{1}{m} * S(n = 1 \rightarrow N)\{m_n * r_{c,n}\}$

2.4 Équation pour rotation d'un vecteur

Pour calculer le centre de masse du patineur penché, nous n'allons pas tous recalculer le centre de masse de chaque membre du corps, nous allons plutôt appliquer une rotation correspondante à celle qui a été appliquée sur le patineur au vecteur de son centre de masse.

Variable	**Signification**
$\vec{v}^G$	Vecteur dans le système G
${}^G\boldsymbol{R}^L$	Matrice de rotation servant à transformer un vecteur du système L à un vecteur du système G
$\vec{v}^L$	Vecteur dans le système L

Équation
$\vec{v}^G = {}^G\boldsymbol{R}^L \vec{v}^L$

2.5 Équations pour calculer les moments d’inertie par rapport à son centre de masse

Tout d'abord, il faut calculer le moment d’inertie de chaque forme par rapport à son propre centre de masse.

Forme	**Membre du corps**	**Centre de masse du membre 0**
Cylindre plein et de rayon uniforme ® et de longueur (l) aligné avec l’axe des z	Jambes, bras, tronc, cou	$p/r_{zz}:\dfrac{(m*r^2)}{2}$ $p/r_{xx,yy}:\dfrac{(m*r^2)}{4}+\dfrac{(m*l^2)}{12}$
Sphère pleine de rayon r	Tête	$p/r_{xx,yy,zz}:\dfrac{2(m*r^2)}{5}$

*toutes les variables sont en mètre

2.6 Équations pour calculer le moment d’inertie par rapport à un point arbitraire

Ensuite, comme nous devons calculer le moment d’inertie du patineur, qui est composé de ses membres qui sont des objets simples, il faut être en mesure de calculer le moment d’inertie de chacun des membres par rapport au centre de masse du patineur. Nous pouvons accomplir ce calcul avec une translation des axes.

Variable	**Signification**
r_c	Coordonnée du centre de masse
d	Point arbitraire avec lequel on désire calculer le moment d’inertie
I_c	Moment d’inertie par rapport au point c (centre de masse)
I_d	Moment d’inertie par rapport au point d (point arbitraire)
$(d_{c,x}, d_{c,y}, d_{c,z})$	Déplacement pour se rendre du point rc au point d

Ce que l'on cherche	**Équations**
Moment d'inertie au point arbitraire (Id)	$\boldsymbol{I}_d = \boldsymbol{I}_c + m \begin{pmatrix} (d_{c,y}^2 + d_{c,z}^2) & -d_{c,x}d_{c,y} & -d_{c,x}d_{c,z} \\ -d_{c,y}d_{c,x} & (d_{c,x}^2 + d_{c,z}^2) & -d_{c,y}d_{c,z} \\ -d_{c,z}d_{c,x} & -d_{c,z}d_{c,y} & (d_{c,x}^2 + d_{c,y}^2) \end{pmatrix} = \boldsymbol{I}_c + m\boldsymbol{T}(\vec{d}_c)$

2.7 Équations pour calculer le moment d'inertie après rotation

Pour calculer le moment d'inertie du patineur incliné, il faut d'abord calculer le moment d'inertie du patineur aligné sur un système d'axes puis effectuer une rotation du système pour qu'il corresponde à l'inclinaison du patineur.

Variable	**Signification**
L	Système de coordonnées local à l'objet
G	Système de coordonnées global
iRj	Matrice de rotation pour transformer les coordonnées du système j au système i
I_i	Moment d'inertie par rapport au système de coordonnée i

Ce qu'on cherche	**Équations**
Moment d'inertie par rapport au système de coordonnées G (si L est celui initial)	$\boldsymbol{I}_G = {}^G\boldsymbol{R}^L \boldsymbol{I}^L \left({}^G\boldsymbol{R}^L\right)^T$

2.8 Équations pour calculer l'accélération angulaire

Pour calculer l'accélération angulaire générée par une force appliquée, il faut d'abord connaître le centre de masse et le moment d'inertie de l'objet.

Variable	**Signification**
$\vec{\alpha}$	Accélération angulaire
$\vec{\omega}$	Vitesse angulaire

$\vec{\tau}$	Moment de forces
$\vec{I}$	Moment d’inertie
$\vec{L}$	Moment cinétique
$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$	Vecteur du centre de masse au point où la force est appliquée
$\vec{F}$	Vecteur de force appliqué

<u>Ce qu’on cherche</u>	**<u>Équations</u>**
Moment de force	$\overrightarrow{OP} \wedge \vec{F}$.
Accélération angulaire (si vitesse initiale nulle), il suffit d’isoler a dans l’équation suivante:	$\sum \vec{\tau} = \mathrm{I}\vec{\alpha}$
Accélération angulaire (si possède vitesse angulaire)	$\vec{\alpha}(t) = \dfrac{d\vec{\omega}(t)}{dt} = (\boldsymbol{I})^{-1}[\vec{\tau}(t) - \tilde{\boldsymbol{\omega}}\boldsymbol{I}\vec{\omega}] = (\boldsymbol{I})^{-1}\left[\vec{\tau}(t) + \vec{L}(t) \times \vec{\omega}(t)\right]$

3. Description de notre programme Matlab

Dans cette section, nous décrivons le fonctionnement de notre programme. Pour le consulter directement, voir l'Annexe A qui contient le code Matlab.

Nous avons décidé de décrire les formes par une classe “Shape” de base et par des classes dérivées “Sphere” et “Cylindre”. Cela nous fournit une structure pour simuler les différentes formes et calculer leurs volumes et moments d'inertie. On peut ainsi définir un calcul du moment d'inertie différent pour chaque forme utilisée. Le constructeur du cylindre requiert aussi l'axe avec lequel ce dernier est aligné pour pouvoir bien distinguer la valeur du moment d'inertie dans chacun des axes.

Nous avons aussi une fonction pour calculer le moment d'inertie selon le déplacement de l'objet du centre de masse totale du corps présente dans le fichier *moveMoment.m.*

Dans le code de fichier principal, *Main.m*, s'effectuent les calculs pour obtenir les valeurs désirées. Les variables de la situation initiale sont créées dans les lignes 18 à 39. Ces variables seront utilisées tout au long du programme. Ensuite, les formes composant le patineur sont créées dans les lignes 46 à 53. Deux bras gauches sont instanciés pour représenter les deux situations possibles : le bras le long du corps et le bras étendu. Comme la masse totale du corps est constante, on ne la calcule qu'une seule fois en sommant la masse de chacune des parties du corps.

Une fois tous nos objets créés, nous pouvons commencer à effectuer les calculs. Pour simplifier la compréhension du programme, les calculs suivants sont effectués une fois pour chacune des différentes situations possibles :

1. Patineur vertical avec le bras le long du corps
2. Patineur vertical avec le bras étendu
3. Patineur incliné avec le bras le long du corps
4. Patineur incliné avec le bras étendu

Le centre de masse dans les deux premiers cas est calculé en sommant le produit des masses et des centres de masses des parties du corps individuellement. Nous divisons ensuite le tout par la masse totale. Dans les deux derniers cas, il s'agit simplement d'effectuer une rotation sur les centres de masses trouvés dans les cas 1 et 2. Similairement, on trouve le moment d'inertie total en utilisant la fonction de déplacement du moment d'inertie et en utilisant le centre de masse du corps trouvé précédemment. Encore une fois, il est possible de simplement transformer les moments d'inertie calculée aux cas 1 et 2 pour les cas 3 et 4 en utilisant la relation décrite au point 2.6 de ce rapport. Les autres variables à calculer, c'est-à-dire la vitesse angulaire, le moment cinétique et la vitesse angulaire lorsque le patineur a déjà une vitesse de rotation, sont trouvées en implémentant les formules décrites plus haut, en utilisant les possibilités de calculs de Matlab pour les produits de matrices et l'inversion de matrice.

4. Résultats obtenus

4.1 Pour le patineur vertical

a) Position du centre de masse

Forme: $(x \quad y \quad z)$ **en mètre**

Patineur avec bras vertical	Patineur avec le bras horizontal
$(0 \quad 0 \quad 0.9598)$	$(-0.0103 \quad 0 \quad 0.9702)$

b) Le moment d'inertie du patineur par rapport à son centre de masse

Forme: $\begin{matrix} xx & xy & xz \\ yx & yy & yz \\ zx & zy & zz \end{matrix}$ **en kg.m²**

Patineur avec bras vertical	Patineur avec le bras horizontal
$\begin{matrix} 12.6083 & 0 & 0 \\ 0 & 12.9313 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9057 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 12.9470 & 0 & 0.4927 \\ 0 & 13.9167 & 0 \\ 0.4927 & 0 & 1.5524 \end{matrix}$

c) L'accélération angulaire du patineur initialement au repos sur lequel on applique une force

Forme: $(x \quad y \quad z)$ **en rad/s²**

Patineur avec bras vertical	Patineur avec le bras horizontal
$(10.9484 \quad 0 \quad 0)$	$(10.6818 \quad 0 \quad -4.7237)$

d) L'accélération angulaire du patineur qui possède une vitesse angulaire sur lequel on applique une force

Forme: $(x \quad y \quad z)$ **en rad/s²**

Patineur avec bras vertical	Patineur avec le bras horizontal
$(10.9484 \quad 0 \quad 0)$	$(10.6818 \quad -3.5405 \quad -4.72370)$

4.2 Pour le patineur incliné

a) Position du centre de masse

Forme: $(x \quad y \quad z)$ **en mètre**

Patineur avec bras le long du corps	Patineur avec le bras étendu
$(-0.1667 \quad 0 \quad 0.9452)$	$(-0.1787 \quad 0 \quad 0.9536)$

b) Le moment d'inertie du patineur par rapport à son centre de masse

Forme: $\begin{matrix} xx & xy & xz \\ yx & yy & yz \\ zx & zy & zz \end{matrix}$ **en kg.m²**

Patineur avec bras le long du corps	Patineur avec le bras étendu
$\begin{matrix} 12.2554 & 0 & 2.0013 \\ 0 & 12.9313 & 0 \\ 2.0013 & 0 & 1.2586 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 12.4349 & 0 & 2.4116 \\ 0 & 13.9167 & 0 \\ 2.4116 & 0 & 2.0645 \end{matrix}$

c) L'accélération angulaire du patineur initialement au repos sur lequel on applique une force

Forme: $(x \quad y \quad z)$ **en rad/s²**

Patineur avec bras le long du corps	Patineur avec le bras étendu
$(10.7820 \quad 0 \quad 1.9012)$	$(11.3398 \quad 0 \quad -2.7971)$

d) L'accélération angulaire du patineur qui possède une valeur angulaire sur lequel on applique une force

Forme: $(x \quad y \quad z)$ **en rad/s²d**

Patineur avec bras le long du corps	Patineur avec le bras étendu
$(10.7820 \quad 0 \quad 1.9012)$	$(11.3398 \quad -3.5405 \quad -2.7971)$

5. Analyse des résultats obtenus

a) Position du centre de masse

Pour les positions du centre de masse du patineur, nous sommes confiants des résultats. Ceux-ci positionnent le centre de masse au zéro sur l'axe des Y, ce qui est normal puisque le patineur est symétrique en Y et que tous les centres de masses des objets séparés sont tous enlignés avec l'axe des Y. Les résultats positionnent aussi le centre de masse au niveau du tronc sur l'axe des Z, ce qui était prévisible puisque le tronc est au centre du corps et que c'est lui qui comporte la plus grande masse.

Pour ce qui est de la position du centre de masse en X du patineur au repos en position verticale avec le bras à l'horizontale, celui-ci a maintenant un centre de masse déplacé légèrement vers les X négatifs et son centre de masse en Z augmente un peu. Lorsque celui-ci lève le bras, il est donc normal que le centre de masse s'éloigne en X et augmente en Z pour se rapprocher un peu du centre de masse du bras à l'horizontale.

Pour le patineur incliné, il est normal que le centre de masse se déplace en direction de l'inclinaison, comme nous pouvons le voir dans nos résultats.

b) Le moment d'inertie du patineur par rapport à son centre de masse

Avec le patineur à la verticale, nous avons obtenu qu'un mouvement de rotation selon l'axe des X ou l'axe des Y est beaucoup plus difficile qu'un mouvement de rotation en Z puisque la masse du patineur se concentre surtout sur l'axe des Z plutôt que sur les autres axes. Avec la main levée, nous avons que le patineur augmente son moment d'inertie sur l'axe des Z puisque l'élévation éloigne le centre de masse de cet axe. Puisque le centre de masse n'est plus aligné avec les axes XY, il gagne aussi des composantes sur les axes XX, YY et ZZ.

Pour le patineur incliné, les résultats sont explicables de la même façon. Comme pour le patineur vertical, le mouvement de rotation sur les axes des X et des Y est beaucoup plus difficile que sur l'axe des Z. Nous avons aussi des valeurs en XZ, et ZY puisque le centre de masse n'est plus centré sur l'axe XY.

c) L'accélération angulaire du patineur initialement au repos sur lequel on applique une force

L'accélération angulaire obtenue du patineur initialement au repos à la verticale est que le patineur accélère autour de l'axe des X et n'a aucune accélération en Y et Z. Le patineur tombe par en arrière après l'application de la force. Cela s'explique puisque le moment de force créé lors de l'application de la force (138.0399,0,0) n'a qu'une seule composante en X. La seule accélération angulaire provoquée par ce moment de force est donc en X; comme la force suit l'axe des Y (car elle ne possède qu'une composante en Y), il n'y a donc aucun moment de force en Y et donc aucune accélération angulaire en Y.

Lorsque le patineur vertical a le bras étendu, son moment de force autour de l'axe des X diminue un peu, mais il gagne une accélération angulaire autour de l'axe des Z. L'éloignement du bras de son corps rajoute donc une petite composante en X dans le centre de masse du patineur. Cette composante en X lui donne une composante en Z au moment de force. Cela provoque donc une petite accélération angulaire autour de l'axe des Z. L'accélération angulaire en X est également légèrement diminuée. Pour la même raison que lorsque le patineur avait son bras à la verticale, il n'y a aucune accélération angulaire en Y.

Lorsque le patineur est incliné avec le bras le long de son corps, le patineur obtient un centre de masse très similaire au patineur à la verticale avec le bras à l'horizontale. Cela se reflète également au niveau de l'accélération angulaire de celui-ci, possédant une grande accélération angulaire en X et une plus petite en Z. Le résultat peut s'expliquer de la même manière que le patineur à la verticale avec le bras à l’horizontale; son inclinaison lui rajoute une composante en X dans son centre de masse. Comme son centre de masse n’est plus dans l’axe XY, le calcul du moment de force obtient une composante en Z ce qui provoque une petite accélération angulaire en Z et une grande accélération angulaire en X.

Lorsque le patineur incliné allonge son bras, le résultat s’explique de la même manière; son centre de masse est légèrement modifié ce qui lui donne une plus grande accélération en X et en Z que lorsque son bras est contre son corps, mais l’explication reste la même, car son centre de masse n’est plus dans l’axe XY.

d) L’accélération angulaire du patineur possédant une vitesse angulaire sur lequel on applique une force

L’accélération angulaire que nous avons obtenue du patineur vertical avec son bras le long de son corps qui possède une vitesse angulaire accélère exactement de la même manière que pour c). Le moment angulaire que possède le patineur lorsqu’il est à la verticale avec son bras contre son corps est nul et n’a donc aucun effet sur le moment de force. Nous obtenons donc exactement le même résultat que lorsqu’il est au repos.

La situation change lors le patineur vertical étire son bras à l'horizontale tout en possédant une vitesse angulaire. Le patineur obtient la même accélération en X et en Z, mais il possède maintenant une nouvelle accélération angulaire en Y. En tendant le bras, le patineur gagne une composante en Y qui est rajouté à son moment de force. Cela lui donne ainsi une nouvelle accélération angulaire sans pour autant modifier les autres accélérations angulaires en X et en Z. Le bras offre donc un moment d’inertie modifiant l’accélération angulaire résultante lorsque le patineur possède une vitesse angulaire.

Lorsque le patineur est incliné avec ses bras allongés contre son corps, la rotation qu’il fait autour de l’axe des Z ne modifie pas les accélérations angulaires obtenues après l’application de la force. Lorsque le patineur a ses deux bras allongés contre son corps, il n’y a aucune résistance étant ajoutée par le moment cinétique et donc le moment résultant n’en est pas modifié. Cela résulte donc que l’on obtient les mêmes accélérations angulaires que lorsque le patineur incliné avec ses bras allongés le long de son corps est au repos.

Comme pour le patineur vertical avec le bras à l'horizontale, les accélérations angulaires en X et en Z obtenues sont les mêmes avec ou sans la rotation, mais il y a maintenant une nouvelle accélération angulaire se rajoutant en Y. Le bras étendu a le même effet que le bras à l'horizontale, il rajoute une résistance au mouvement en Y, et seulement en Y, étant rajouté au moment de force. N’ayant plus une composante nulle en Y, le patineur obtient donc une accélération angulaire en Y tout en ne modifiant pas les accélérations obtenues en X et Z.

6. Discussion sur les défis rencontrés

Dans le cadre de ce premier devoir en Physique pour applications multimédias, le défi le plus important que nous avons rencontré est le langage de programmation. En effet, aucun d'entre nous n'avait de l'expérience avec Matlab. Toutefois, étudiant soit en génie informatique ou logiciel, nous avons de bonnes bases sur lesquelles il a été rapide de bâtir une compréhension de ce langage. Il nous a donc été possible, assez rapidement, de faire des parallèles avec nos expériences passées et d'utiliser des concepts plus avancés tels que les classes et le polymorphisme. De plus, pour la majorité d'entre nous, cela fait plus d'un an et demi que nous n'avons pas eu de cours de physique mécanique. Ainsi, les concepts utilisés étaient loin dans notre mémoire et il nous a fallu, à quelques reprises, effectuer des recherches pour nous en souvenir. En somme, cependant, nous n'avons pas eu beaucoup de difficultés, nous avons complété le code en un seul après-midi.

Annexe A - Code de l'application Matlab

Main.m

```
%% PHS4700 : Physique Multimédia - Devoir 1
% Créé : 17 sept. 2015
%
% Auteurs :
%
% * Alex Gagné (1689761)
% * Félix La Rocque Cartier (1621348)
% * Mathieux Gamache (1626377)
% * Konstantin Fedorov (1679095)
%
% Ce travail à pour but de nous familiariser avec les matrices de rotation,
% du calcul des centres de masses, moments d'inerties et accélérations
% angulaires dans une application multimédia

%% Déclaration des variables

% Longueurs
longJamb  = 0.75;
longTronc = 0.70;
longCou   = 0.10;
longBras  = 0.75;

% Rayons
rayonTete  = 0.10;
rayonJamb  = 0.06;
rayonCou   = 0.04;
rayonBras  = 0.03;
rayonTronc = 0.15;

% Densités
densiteTete  = 1056;
densiteJamb  = 1052;
densiteTronc = 953;
densiteCou   = 953;
densiteBras  = 1052;

% Autres
pointForce      = [0;rayonTete;longJamb+longTronc+longCou+rayonTete];
vitessePatineur = [0;0;10];

%% Creation de nos parties du corps et calcul de la masse
% Classes utilisées : <Sphere.html Sphere>, <Cylinder.html Cylinder> qui
% héritent de <Shape.html Shape>
%
% Fonction utilisées : <moveMoment.html moveMoment>
rightLeg = Cylinder( [-0.10;0;longJamb/2], densiteJamb, rayonJamb, longJamb, 3 );
leftLeg  = Cylinder( [0.10;0;longJamb/2], densiteJamb, rayonJamb, longJamb, 3 );
tronc    = Cylinder( [0;0;longJamb + longTronc/2], densiteTronc, rayonTronc, longTronc, 3 );
leftArm  = Cylinder( [-rayonTronc-rayonBras;0;longJamb+longTronc-longBras/2], densiteBras, rayonBras, longBras, 3 );
rightArm = Cylinder( [rayonTronc+rayonBras;0;longJamb+longTronc-longBras/2], densiteBras, rayonBras, longBras, 3 );
```

```
leftArm2 = Cylinder( [-rayonTronc-longBras/2;0;longJamb+longTronc-rayonBras], densiteBras,
rayonBras, longBras, 1 );
neck     = Cylinder( [0;0;longJamb + longTronc + longCou/2], densiteCou, rayonCou,
longCou, 3 );
head     =   Sphere( [0;0;longJamb+longTronc+longCou + rayonTete], densiteTete, rayonTete
);

%La masse des parties du corps individuelles sont calculées à leur création
totalMass = rightLeg.weight ...
   + leftLeg.weight ...
   + tronc.weight ...
   + rightArm.weight ...
   + leftArm.weight ...
   + neck.weight ...
   + head.weight;

%% Cas 1 : patineur droit, bras vertical
centerOfMass = (rightLeg.centerOfMass * rightLeg.weight ...
   + leftLeg.centerOfMass * leftLeg.weight ...
   + tronc.centerOfMass * tronc.weight ...
   + rightArm.centerOfMass * rightArm.weight ...
   + leftArm.centerOfMass * leftArm.weight ...
   + neck.centerOfMass * neck.weight ...
   + head.centerOfMass * head.weight)...
   / totalMass;


momentInertie = moveMoment(centerOfMass,leftLeg) ...
   + moveMoment(centerOfMass,rightLeg) ...
   + moveMoment(centerOfMass,tronc) ...
   + moveMoment(centerOfMass,rightArm) ...
   + moveMoment(centerOfMass,leftArm) ...
   + moveMoment(centerOfMass,neck) ...
   + moveMoment(centerOfMass,head);

momentForce     = cross(pointForce - centerOfMass, [0;-200;0]);
accAngulaire    = momentInertie\momentForce; % equivalent a inv(momentGlobal) *
momentForce
momentCinetique = momentInertie*vitessePatineur;
accAngulaire2   = momentInertie\(momentForce + cross(momentCinetique,vitessePatineur));

%% Cas 2 Patineur droit, bras étendu
% Les calculs sont les mêmes que pour le premier cas, à la différence que
% le bras gauche est maintenant étendu
centerOfMass_2 = (rightLeg.centerOfMass * rightLeg.weight ...
   + leftLeg.centerOfMass * leftLeg.weight ...
   + tronc.centerOfMass * tronc.weight ...
   + rightArm.centerOfMass * rightArm.weight ...
   + leftArm2.centerOfMass * leftArm.weight ...
   + neck.centerOfMass * neck.weight ...
   + head.centerOfMass * head.weight)...
   / totalMass;
momentInertie_2 = moveMoment(centerOfMass,leftLeg) ...
   + moveMoment(centerOfMass,rightLeg) ...
   + moveMoment(centerOfMass,tronc) ...
   + moveMoment(centerOfMass,rightArm) ...
   + moveMoment(centerOfMass,leftArm2) ...
   + moveMoment(centerOfMass,neck) ...
   + moveMoment(centerOfMass,head);
```

```
momentForce_2      = cross(pointForce - centerOfMass_2,[0;-200;0]);
accAngulaire_2     = momentInertie_2\momentForce_2;
momentCinetique_2 = momentInertie_2 * vitessePatineur;
accAngulaire2_2    = momentInertie_2\(momentForce_2 +
cross(momentCinetique_2,vitessePatineur));

%% Cas 3 : Patineur incline, bras le long du corps
% Dans cette situation, il faut appliquer une rotation sur les valeurs du
% centre de masse et du moment d'inertie trouvé au cas 1.
angle = -pi / 18;

matRotation = [cos(angle),  0, sin(angle)
               0,           1, 0
               -sin(angle), 0, cos(angle)];
pointForceTourne = matRotation * pointForce;
vitessePatineurTourne = matRotation * vitessePatineur;

centerOfMass_3     = matRotation * centerOfMass;
momentInertie_3    = matRotation * momentInertie / matRotation;
momentForce_3      = cross(pointForceTourne - centerOfMass_3,[0;-200;0]);
accAngulaire_3     = momentInertie_3\momentForce_3;
momentCinetique_3 = momentInertie_3 * vitessePatineurTourne;
accAngulaire2_3    = momentInertie_3\(momentForce_3 +
cross(momentCinetique_3,vitessePatineurTourne));

%% cas 4 : Patineur incline, bras etendu

centerOfMass_4     = matRotation * centerOfMass_2;
momentInertie_4    = matRotation * momentInertie_2 / matRotation;
momentForce_4      = cross(pointForceTourne - centerOfMass_4,[0;-200;0]);
accAngulaire_4     = momentInertie_4\momentForce_4;
momentCinetique_4 = momentInertie_4 * vitessePatineurTourne;
accAngulaire2_4    = momentInertie_4\(momentForce_4 +
cross(momentCinetique_4,vitessePatineurTourne));
```

Shape.m

```
%% PHS4700 : Physique Multimédia - Devoir 1 - Shape
% Créé : 17 sept. 2015
%
% Auteurs :
%
% * Alex Gagné (1689761)
% * Félix La Rocque Cartier (1621348)
% * Mathieux Gamache (1626377)
% * Konstantin Fedorov (1679095)
%
% Cette classe représente une forme. Elles est héritée par *Sphere* et
% *Cylinder*.
classdef Shape
  properties
      centerOfMass = [0;0;0]
      density
```

```
        moment = [0,0,0
                  0,0,0
                  0,0,0]
    end
    methods
        function r = Shape(cM, dens)
            r.centerOfMass = cM;
            r.density = dens;
        end
    end
end
```

Sphere.m

```
%% PHS4700 : Physique Multimédia - Devoir 1 - Sphere
% Créé : 17 sept. 2015
%
% Auteurs :
%
% * Alex Gagné (1689761)
% * Félix La Rocque Cartier (1621348)
% * Mathieux Gamache (1626377)
% * Konstantin Fedorov (1679095)
%
% Cette classe représente une sphere. Son constructeur calcule son volume,
% masse et moment d'inertie

classdef Sphere < Shape
   properties
       weight
       volume
   end
   methods
       function r = Sphere( cM, dens, ray)
           args{1} = cM;
           args{2} = dens;
           r@Shape(args{:});
           r.volume = ray^3 * pi *4/3;
           r.weight = r.volume * r.density;
           mom = ray^2 * 2 /5 * r.weight;
           r.moment = [mom,0,0;0,mom,0;0,0,mom];
       end
   end
end
```

Cylindre.m

```
%% PHS4700 : Physique Multimédia - Devoir 1 - Cylindre
% Créé : 17 sept. 2015
%
% Auteurs :
%
% * Alex Gagné (1689761)
% * Félix La Rocque Cartier (1621348)
% * Mathieux Gamache (1626377)
% * Konstantin Fedorov (1679095)
```

```
%
% Cette classe représente un cylindre. Son constructeur calcule son volume,
% masse et moment d'inertie

classdef Cylinder < Shape
   properties
       weight
       volume
   end
   methods
       function r = Cylinder(cM, dens, ray, long, axe)
           args{1} = cM;
           args{2} = dens;
           r@Shape(args{:});
           r.volume = ray^2 * pi *long;
           r.weight = r.volume * r.density;
           % cylindre aligne sur quel axe
           %axe = 1: x, axe = 2 :y, axe = 3 : z
           momFir = ray ^2 * r.weight /2;
           momSec = ray ^2 * r.weight /4 + long ^2 * r.weight /12 ;

           switch axe
               case 1
                   r.moment = [momFir,0,0
                             0,momSec,0
                             0,0,momSec];
               case 2
                   r.moment = [momSec,0,0
                             0,momFir,0
                             0,0,momSec];
               otherwise
                   r.moment = [momSec,0,0
                             0,momSec,0
                             0,0,momFir];
           end
       end
   end
end
```

moveMoment.M

```
%% PHS4700 : Physique Multimédia - Devoir 1 - moveMoment
% Créé : 17 sept. 2015
%
% Auteurs :
%
% * Alex Gagné (1689761)
% * Félix La Rocque Cartier (1621348)
% * Mathieux Gamache (1626377)
% * Konstantin Fedorov (1679095)
%
% Cette fonction sert à calculer le moment d'inertie d'une forme par
% rapport à une position donnée.
%
% $$ I_{d} = I_{c} + m
% \left (\begin{array}{ccc} (d_{c,y}^{2} + d_{c,z}^{2}) & -d_{c,x}d_{c,y} & -
d_{c,x}d_{c,z}\\
% -d_{c,x}d_{c,y} & (d_{c,x}^{2} +d_{c,z}^{2}) & -d_{c,y}d_{c,z} \\
```

```
% -d_{c,x}d_{c,z} & -d_{c,y}d_{c,z} & (d_{c,x}^{2} + d_{c,y}^{2})\end{array} \right) $$
%

function [r] = moveMoment(pointFinal, shape)
   d = shape.centerOfMass - pointFinal;
   matTrans = [ d(2)^2 + d(3)^2 , -d(1)*d(2), -d(1)*d(3)
                -d(2)*d(1), d(1)^2 + d(3)^2, -d(2)*d(3)
                -d(1)*d(3), -d(2)*d(3), d(2)^2 + d(1)^2 ];
   r = shape.weight * matTrans + shape.moment;
end
```