Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale) — 18 Dicembre 2024

Soluzioni di Andrea Princic. Cartella delle soluzioni.

Es 1. Vero o Falso? (N.B. Le lettere A, B, C variano su proposizioni arbitrarie nel linguaggio della logica proposizionale). Se $A \to B$ ha valore vero, allora

☑$_V$ ☐$_F$ **A.** $(A \lor C) \to (B \lor C)$ ha valore vero

☑$_V$ ☐$_F$ **B.** $(A \land C) \to (B \land C)$ ha valore vero

☐$_V$ ☑$_F$ **C.** $(\neg A \land B) \leftrightarrow (A \lor B)$ ha valore vero

È falso nel caso in cui A e B sono entrambe vere

Es 2. Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false, dove A, B, C variano su proposizioni arbitrarie nel linguaggio della logica proposizionale

☑$_V$ ☐$_F$ **A.** $A, B \vDash C$ se e solo se $A \vDash (C \lor \neg B)$

☑$_V$ ☐$_F$ **B.** Se $A \vDash B$ o $A \vDash C$ allora $A \vDash (B \lor C)$

☑$_V$ ☐$_F$ **C.** Se $A \vDash \neg A$ allora $\neg A$ è una tautologia

Se $\neg A$ non fosse una tautologia allora A potrebbe essere vero, ma in tal caso avremmo $V \vDash F$

Es 3. Formalizzare i seguenti enunciati usando il linguaggio proposizionale composto da variabili a_i e b_i con $i \in \{1, 2, 3\}$ con significato intuitivo $i \in A$ e $i \in B$ rispettivamente

A. A è un sottoinsieme non vuoto di $\{1, 2, 3\}$

$a_1 \lor a_2 \lor a_3$

B. A e B sono sottoinsiemi non vuoti di $\{1, 2, 3\}$ tali che $A \cap B = \emptyset$

$(a_1 \lor a_2 \lor a_3) \land (b_1 \lor b_2 \lor b_3) \land (a_1 \leftrightarrow \neg b_1) \land (a_2 \leftrightarrow \neg b_2) \lor (a_3 \leftrightarrow \neg b_3)$

C. A e B sono sottoinsiemi non vuoti di $\{1, 2, 3\}$ tali che $A \cup B = \{1, 2, 3\}$

$(a_1 \lor a_2 \lor a_3) \land (b_1 \lor b_2 \lor b_3) \land (a_1 \lor b_1) \land (a_2 \lor b_2) \lor (a_3 \lor b_3)$

Es 4. Consideriamo il linguaggio composto da una costante c, da un simbolo relazionale a due posti $S(x, y)$ e da un simbolo di relazione a tre posti $R(x, y, z)$. Per ognuno degli enunciati seguenti descrivere una interpretazione in cui l'enunciato è vero e una in cui è falso

A. $\forall x \exists y \forall z (S(x, c) \to R(x, y, z))$

Per enunciato vero	Per enunciato falso
Dominio: $\mathbb{N}$ $R(x, y, z) =$ vero	Dominio: $\{c\}$ $S(x, y) = x$ è uguale a c $R(x, y, z) =$ falso

B. $\exists y \forall x \forall z (S(x, c) \to R(x, y, z))$

Per enunciato vero	Per enunciato falso
Dominio: $\mathbb{N}$ $R(x, y, z) =$ vero	Dominio: $\{c\}$ $S(x, y) = x$ è uguale a c $R(x, y, z) =$ falso

C. $\forall x \forall y (S(x, y) \to S(y, x))$

Per enunciato vero	Per enunciato falso
Dominio: $\mathbb{N}$ $S(x, y) =$ vero	Dominio: $\mathbb{N}$ $S(x, y) = x < y$