

**Es 1.** Sia  $A = \{2, \{1, 3\}, (3, 5)\}$  e  $B = \{(2, 2), 5\}$ . Allora:

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **A.**  $2 \in A \cap B$

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **B.**  $1 \in A \cup B$

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **C.**  $B - A \neq \emptyset$

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **D.**  $\{1, 3\} \subseteq A$

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **E.**  $\exists x, y (x \in A \wedge \{(x, y)\} \subseteq B)$

**Es 2.** Data la relazione  $R = \{(1, 2), (6, 7), (2, 3), (5, 6), (3, 4), (8, 9)\} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ , indichiamo con  $\hat{R}$  la sua chiusura transitiva.

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **A.**  $\hat{R}$  ha 10 elementi

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **B.**  $\hat{R} = R$

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **C.**  $R - \hat{R} = \emptyset$

**Es 3.** Sia  $Q = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3)\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\} \times \{1, 2, 3, 4\}$ . Allora

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **A.**  $Q$  è una funzione iniettiva

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **B.**  $Q$  è una relazione di equivalenza

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **C.**  $Q$  è una relazione transitiva

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **D.**  $Q$  non è una funzione

**Es 4.** Si consideri la relazione  $D = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N} \wedge a \text{ divide } b\}$ .

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **A.**  $D$  è una relazione d'ordine stretto

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **B.**  $D$  è una relazione d'ordine largo

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **C.** esiste  $x \in \mathbb{N}$  tale che per ogni  $y \in \mathbb{N}$  se  $x \neq y$  allora  $(x, y) \in D$

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **D.** esiste  $x \in \mathbb{N}$  tale che per ogni  $y \in \mathbb{N}$  se  $x \neq y$  allora  $(y, x) \in D$

**Es 5.** Per ogni coppia di insiemi  $A$  e  $B$  si ha che:

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **A.** se  $A$  è numerabile allora  $A - B$  è numerabile

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **B.** se  $A$  e  $B$  sono numerabili allora  $A - B$  è finito

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **C.** se  $A$  e  $B$  non sono numerabili allora  $A \cap B$  non è numerabile

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **D.** se  $A$  e  $B$  sono numerabili allora  $A \times B$  è numerabile

**Es 6.** Sia  $\mathbb{P}$  l'insieme dei numeri pari. Scrivere una **relazione di equivalenza**  $R \subseteq \mathbb{P} \times \mathbb{P}$  che abbia tre classi di equivalenza, indicandone l'insieme quoziente.

Rispondere qui

**Es 7.** La successione dei cosiddetti *numeri pentagonali* è definita come segue:

$$f(1) = 1$$

$$f(n+1) = f(n) + 3n + 1$$

Dimostrare che per ogni intero  $n \geq 1$  vale  $f(n) = \frac{n(3n-1)}{2}$

Rispondere qui

**Es 8.** Dimostrare che se  $\models (A \rightarrow B)$  allora  $\models ((A \wedge B) \leftrightarrow A)$  e  $\models ((A \vee B) \leftrightarrow B)$

Rispondere qui

**Es 9.** Decidere se i seguenti enunciati sono validi:

$$\Box_V \Box_F \mathbf{A.} (\forall x (A(x) \vee B(x))) \rightarrow (\forall x A(x) \vee \forall x B(x))$$

$$\Box_V \Box_F \mathbf{B.} (\exists x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$$

**Es 10.** Scrivere un enunciato che distingua fra  $(\mathbb{N}, <)$  e  $(\mathbb{Z}, <)$ , vale a dire per il quale  $(\mathbb{N}, <)$  sia un modello, mentre  $(\mathbb{Z}, <)$  non lo sia. Usare il linguaggio predicativo con i simboli  $=$  e  $<$  (con le loro ovvie interpretazioni).

Rispondere qui

**Es 11.** Formalizzare i seguenti enunciati, usando simboli predicativi ed una loro opportuna interpretazione:

**A.** Qualche uomo è un genio

Rispondere qui

**B.** Nessuna scimmia è un uomo

Rispondere qui

**C.** Qualche genio non è una scimmia

Rispondere qui