

# Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale)

Prova scritta - 12 Settembre 2018

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_

**Es 1.** Scrivere la definizione e fornire un esempio di *relazione di equivalenza* ed illustrare (sull'esempio proposto) i concetti di insieme quoziente e classe di equivalenza.

Rispondere qui

**Es 2.** Sia  $Q = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c)\} \subseteq \{a, b, c, d\} \times \{a, b, c, d\}$ ; allora

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **A.**  $Q$  è una funzione iniettiva;

Motivare la risposta

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **B.**  $Q$  è una relazione di equivalenza;

Motivare la risposta

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **C.**  $Q$  è una relazione transitiva;

Motivare la risposta

☐<sub>V</sub> ☐<sub>F</sub> **D.**  $Q$  non è una funzione;

Motivare la risposta

**Es 3.** L'insieme di tutti i programmi che si possono scrivere in un linguaggio di programmazione è numerabile? Motivare la risposta.

Rispondere qui

**Es 4.** Dimostrare per induzione che per ogni  $n \geq 0$  un insieme di  $n$  elementi ha  $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$  sottoinsiemi con 3 elementi.

Rispondere qui

**Es 5.** Vero o Falso? (N.B. Le lettere  $A, B, C$  variano su proposizioni arbitrarie nel linguaggio della logica proposizionale, non necessariamente distinte).

☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **A.**  $(A \rightarrow B), (C \rightarrow \neg A), C \models \neg B$ ;

☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **B.** Se  $A$  è insoddisfacibile allora per ogni  $B$  vale  $A \models B$ ;

☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **C.** Se  $A \wedge \neg B$  è soddisfacibile allora il tableau di  $A \rightarrow B$  ha qualche ramo aperto;

☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **D.** Esistono  $A$  e  $B$  tali che  $\neg(A \wedge B) \vee (A \rightarrow B)$  è insoddisfacibile;

☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **E.** Se il tableau di  $A$  e il tableau di  $B$  hanno entrambi qualche ramo aperto allora il tableau di  $A \wedge B$  ha qualche ramo aperto.

**Es 6.** I seguenti enunciati sono verità logiche: Vero o Falso?

☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **A.**  $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x)) \rightarrow (\forall x\neg P(x) \rightarrow \neg\exists xQ(x))$ ;

☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **B.**  $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \leftrightarrow (\forall xP(x) \rightarrow \exists xQ(x))$ ;

**Es 7.** Un linguaggio predicativo adeguato per la teoria degli insiemi è composto da un singolo simbolo di relazione a due posti,  $\in$  (che intuitivamente indica l'appartenenza). Tradurre in questo linguaggio predicativo le seguenti proposizioni. Due insiemi coincidono se e soltanto se hanno esattamente gli stessi elementi.

**A.** Esiste l'insieme vuoto.

Rispondere qui

**B.** Per ogni coppia di insiemi esiste la loro intersezione.

Rispondere qui

**Es 8.** Scrivere la definizione di *modello* nella logica predicativa.

Rispondere qui