

Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale) - 12 Febbraio 2019

☐ prima parte: esercizi 1 – 5, ☐ induzione: esercizio 6; ☐ seconda parte: esercizi 7 – 10

Indicare qui sopra le parti del compito che sono state svolte

Nome e Cognome: _____

Es 1. Per ogni tripla di insiemi A, B e C tali che $A - B = C$ si ha:

☐_V☐_F **A.** $C \neq \emptyset$;

☐_V☐_F **B.** $C \cup A = B$;

☐_V☐_F **C.** $C \subseteq A$.

Es 2. Per ogni coppia di insiemi A e B si ha che

☐_V☐_F **A.** se A è numerabile allora $A - B$ è numerabile;

☐_V☐_F **B.** se A e B non sono numerabili allora $A \cap B$ non è numerabile;

☐_V☐_F **C.** se A e B sono numerabili allora $A \times B$ è numerabile;

Es 3. Si consideri la relazione $D = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbf{N} \text{ e } a \text{ divide } b\}$.

☐_V☐_F **A.** D è una relazione d'ordine stretto;

☐_V☐_F **B.** D è una relazione d'ordine largo;

☐_V☐_F **C.** esiste $x \in \mathbf{N}$ tale che per ogni $y \in \mathbf{N}$ se $x \neq y$ allora $(y, x) \in D$.

Es 4. Scrivere una relazione di ordine stretto sull'insieme $A = \{P, L, M, G\}$.

Rispondere qui

Es 5. Scrivere la definizione di *chiusura simmetrica* di una relazione.

Rispondere qui

Es 6. Sia x un numero reale. Dimostrare che per ogni $n \geq 2$ si ha

$$(1 - x) \sum_{k=0}^{n-1} x^k = 1 - x^n.$$

Rispondere qui

Es 7. Definire il concetto di *modello* nella logica predicativa.

Rispondere qui

Es 8. Vero o Falso? (N.B. Le lettere A, B, C, p_1, p_2, p_3 variano su proposizioni arbitrarie nel linguaggio della logica proposizionale, non necessariamente distinte).

☐_V☐_F **A.** $((p_1 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_3 \wedge p_2) \vee (\neg p_1 \vee p_3))$ è una tautologia;

☐_V☐_F **B.** Se $A \models B \vee C$ e $B \models \neg C$ allora $(A \rightarrow C) \models \neg B$;

☐_V☐_F **C.** Se $A \wedge \neg B$ è soddisfacibile allora $A \rightarrow B$ è insoddisfacibile;

☐_V☐_F **D.** Se esiste B tale che il tableau di $(B \wedge \neg A)$ ha tutti i rami chiusi allora A è una tautologia;

Es 9. I seguenti enunciati sono verità logiche: Vero o Falso?

☐_V☐_F **A.** $\exists x \forall y (A(y) \rightarrow \neg B(x))$;

☐_V☐_F **B.** $\exists y (\neg \exists x \neg A(x) \vee \neg A(y))$.

Es 10. Formalizzare le proposizioni A, B, C seguenti con enunciati nel linguaggio predicativo \mathcal{L} composto da un simbolo $<$ di relazione a due argomenti.

A. La relazione $<$ ha un elemento minimo.

Rispondere qui

B. La relazione $<$ non ha un elemento massimo;

Rispondere qui

C. La relazione $<$ è *densa*, vale a dire che ogni coppia di elementi nella relazione $<$ possiede un elemento intermedio.

Rispondere qui