

Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale)

Soluzioni di: [Andrea Princic](#). [Cartella delle soluzioni](#)

13 Febbraio 2024

Es 1.

Es 2.

Es 3.

Es 4.

Es 5.

Es 6.

Dimostrare per induzione la seguente proposizione: Per ogni $n \geq 1$

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = 4n$$

Caso base $n = 1$:

$$2^2 - 0^2 = 4$$

Passo induttivo $n + 1$:

$$\begin{aligned}(n+2)^2 - n^2 &= n^2 + 4n + 4 - n^2 \\ &= n^2 + 2n + 2n + 4 - n^2 + 1 - 1 \\ &= (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1) + 4 \\ &= (n+1)^2 - (n-1)^2 + 4 \\ &= 4n + 4\end{aligned}$$

Es 7.

La seguente proposizione è una tautologia?

A. $((a \rightarrow (b \wedge d)) \wedge ((c \vee d) \rightarrow e) \wedge ((b \wedge e) \rightarrow f)) \rightarrow (a \rightarrow f)$; **Vero**

I tableau si trovano in fondo al documento.

Es 8.

Vero o Falso?

A. $(\exists x P(x)) \rightarrow (\exists x Q(x)) \models (\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)))$; **Vero**

Coming soon

I tableau si trovano in fondo al documento.

Es 9.

Si esprimano le premesse:

- a) Ogni numero primo è un numero irriducibile;
- b) 24 non è un numero primo;

in un opportuno linguaggio della logica dei predicati e si stabilisca, motivando la risposta, se è corretto trarne la deduzione che

- c) 24 non è un numero irriducibile

siano $P(x)$ e $I(x)$ rispettivamente le proposizioni “ x è un numero primo” e “ x è un numero irriducibile”.

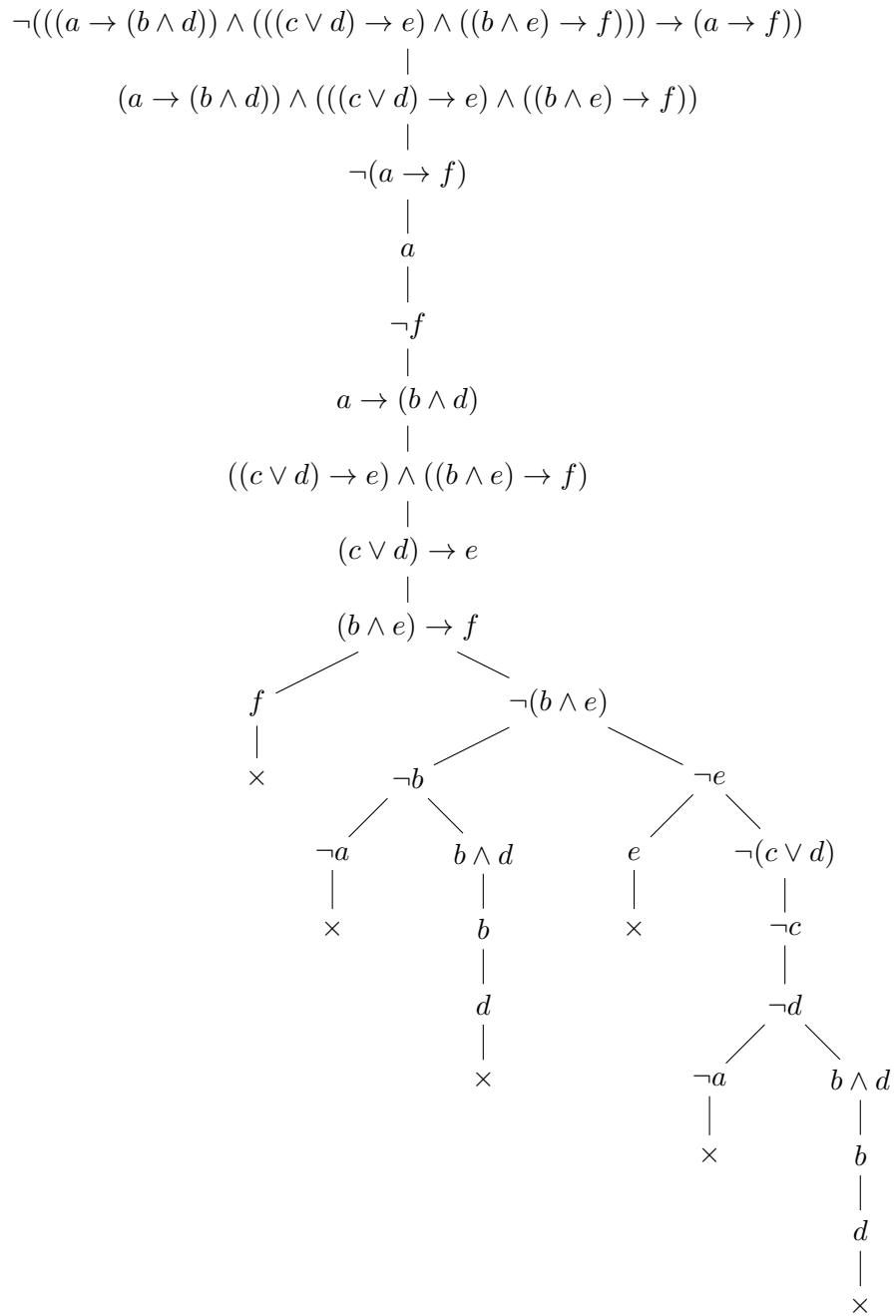
- a) $\forall x(P(x) \rightarrow I(x))$;
- b) $\neg P(24)$;
- c) $\neg I(24)$;

La deduzione non è corretta in quanto da una premessa del tipo $A \rightarrow B$ si può dedurre solo $\neg B \rightarrow \neg A$ e non $\neg A \rightarrow \neg B$.

La premessa **a)** ci dice che ogni numero primo è irriducibile, ma non che ogni numero irriducibile è per forza anche primo.

Basandoci su queste informazioni risulta infatti che $P(24) \rightarrow I(24)$ è vero indipendentemente da $I(24)$ dal momento che $P(24)$ è falso per **b)**. Non possiamo quindi fare nessuna deduzione su $I(24)$.

Tableau



$$(\exists x P(x)) \rightarrow (\exists x Q(x)) \vdash (\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)))$$

$$\downarrow$$

$$\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$$

$$\downarrow$$

$$\neg \exists x (P(x) \rightarrow Q(x))$$

$$\downarrow$$

$$\neg (P(a) \rightarrow Q(a))$$

$$\downarrow$$

$$P(a)$$

$$\downarrow$$

$$\neg Q(a)$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$\neg \exists x P(x)$
 \downarrow
 $\neg P(a)$
 \downarrow
 \times

$\exists x Q(x)$
 \downarrow
 $Q(b)$
 \downarrow
 $\neg (P(b) \rightarrow Q(b))$
 \downarrow
 $P(b)$
 \downarrow
 $\neg Q(b)$
 \downarrow
 \times