Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale) — 5 Novembre 2024

Soluzioni di Andrea Princic. Cartella delle soluzioni.

Es 1. Siano $A = \{\{a, a\}, (b, a), (a, b), (b, a), \{(a, b), (b, a)\}\}$ e $B = \{a, b\} \times \{b, a\}$. Allora:

$\square_V$ $\square_F$ **A.** $a \subseteq A - B$

$\square_V$ $\square_F$ **B.** $B - A$ è una relazione simmetrica

$\square_V$ $\square_F$ **C.** $B - A$ è una relazione di equivalenza su B

Es 2. Per ogni tripla di insiemi A, B, C:

$\square_V$ $\square_F$ **A.** se $C \subseteq A \cap B$ allora $C \cap A = C \cap B$

$\square_V$ $\square_F$ **B.** se $C \subseteq A \cap B$ allora $A \cap B = (C \cup A) \cap (C \cup B)$

$\square_V$ $\square_F$ **C.** $C \subseteq A \cap B$ se $A \cap B = (C \cup A) \cap (C \cup B)$

Es 3. Dato un insieme A ed una relazione di equivalenza $R \subseteq A \times A$ sia f la funzione che associa ad ogni elemento di A la sua classe di equivalenza. Allora:

$\square_V$ $\square_F$ **A.** se f è iniettiva allora R è anche una relazione d'ordine

$\square_V$ $\square_F$ **B.** se f è suriettiva allora è biiettiva

$\square_V$ $\square_F$ **C.** se R è anche una relazione d'ordine allora f è iniettiva

Es 4. Sia $\mathbb{N}$ l'insieme dei numeri naturali.

$\square_V$ $\square_F$ **A.** $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ è equipotente a $\mathbb{R}$ (insieme dei numeri reali)

$\square_V$ $\square_F$ **B.** $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ è equipotente a $\mathbb{Z}$ (insieme dei numeri interi)

$\square_V$ $\square_F$ **C.** $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ è equipotente a $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

Es 5. Diciamo che un sottoinsieme A di $\mathbb{N}$ è cofinito se $\mathbb{N} - A$ è finito. Per ogni coppia di insiemi A e B si ha che:

$\square_V$ $\square_F$ **A.** Se A e B sono cofiniti allora $A \cap B$ è cofinito

$\square_V$ $\square_F$ **B.** Se A e B sono cofiniti allora $A \cup B$ è cofinito

$\square_V$ $\square_F$ **C.** Se A e B sono cofiniti allora $A - B$ è cofinito

Es 6. Data la relazione $R \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \times \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ seguente:

$$R = \{(2, 1), (1, 2), (2, 3), (4, 0)\}$$

si definisca la più piccola relazione di equivalenza S che contiene R, e se ne indichi l'insieme **quoziente**.

Rispondere qui

Es 7. Scrivere una funzione $f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \to \{6, 7, 8, 9, 10\}$ che non sia iniettiva.

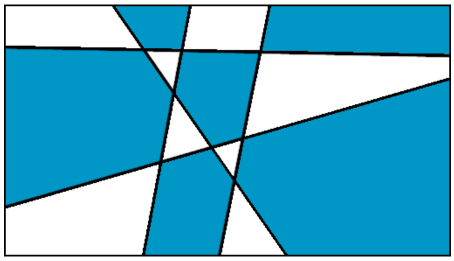
Rispondere qui

Es 8. Ricordando che $n!$ (il **fattoriale** di n) è il prodotto dei numeri naturali da 1 a n, dimostrare (per induzione) che

$$\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = (n+1)! - 1$$

Rispondere qui

Es 9. Si consideri qualsiasi insieme finito di linee rette su un piano. Si dimostri per induzione che le regioni nel piano create da queste linee possono essere colorate in modo tale che due regioni qualsiasi che condividono un bordo in comune abbiano colori diversi, come suggerito dall'immagine seguente.



Rispondere qui