

# Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale) - 22 Gennaio 2019

☐ prima parte: esercizi 1 – 4, ☐ induzione: esercizio 5; ☐ seconda parte: esercizi 6 – 9

Indicare qui sopra le parti del compito che sono state svolte

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_

**Es 1.** Sia  $A = \{0, (a, 0), (0, b), \{0, 1\}, a, b, \{0\}\}$ . Allora

- ☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **A.**  $A$  non è un insieme;  
☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **B.** Esistono  $x, y, z, t \in A$  (con  $x \neq y$ ) tali che  $x \in z$  e  $y \in t$ ;  
☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **C.**  $A$  ha quattro elementi;  
☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **D.** Esistono  $x, y, z \in A$  tali che  $x \in y$  e  $y \subseteq z$ .

**Es 2.** Dato un insieme  $X$  indichiamo con  $2^X$  l'insieme delle parti di  $X$ . Indichiamo con  $T$  l'insieme dei multipli di 3 e con  $Q$  l'insieme dei multipli di 4. Allora

- ☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **A.**  $2^T \subseteq 2^Q$ ;  
☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **B.**  $2^T \cap 2^Q \neq \emptyset$ ;  
☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **C.**  $Q$  è numerabile;  
☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **D.**  $2^Q$  è numerabile.

**Es 3.** Quali fra le seguenti affermazioni sono corrette?

- ☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **A.** Per ogni insieme  $A \neq \emptyset$ , la relazione  $A \times A$  non è antisimmetrica;  
☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **B.** Per ogni insieme  $A \neq \emptyset$ , la relazione  $A \times A$  è una relazione di equivalenza;  
☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **C.** Ogni relazione di equivalenza che contenga una coppia  $(u, v)$  con  $u \neq v$  è esclusivamente riflessiva, simmetrica e transitiva;  
☐<sub>V</sub>☐<sub>F</sub> **D.** Per ogni relazione  $R$  su  $A$  esiste una relazione di equivalenza su  $A$  che contiene  $R$ .

**Es 4.** Scrivere una relazione di **equivalenza**  $R \subseteq \{a, b, c, d\} \times \{a, b, c, d\}$  che abbia due classi di equivalenza, indicandone l'insieme **quoziente**.

Rispondere qui

**Es 5.** Dimostrare che, per ogni  $n \geq 1$ :

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Rispondere qui

**Es 6.** Definire il concetto di soddisfacibilità nella logica proposizionale.

Rispondere qui

**Es 7.** Le seguenti formule sono tautologie (T), soddisfacibili (S), falsificabili (F) o insoddisfacibili (I)?

<b>T</b>	<b>S</b>	<b>F</b>	<b>I</b>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\neg\neg A \wedge A;$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\neg A \vee \neg\neg A;$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B);$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A);$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(A \wedge \neg A) \rightarrow B.$

**Es 8.** Definire (se possibile) un'interpretazione che verifichi ed una che falsifichi la formula

$$(\exists y P(y) \wedge \exists z Q(z)) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x)).$$

Rispondere qui

**Es 9.** Formalizzare le proposizioni A, B, C seguenti con enunciati nel linguaggio predicativo  $\mathcal{L}$  composto da un simbolo  $R$  di relazione a due argomenti e dal simbolo  $=$  di identità.

**A.**  $R$  è una relazione di ordine totale.

Rispondere qui

**B.**  $R$  non è una relazione simmetrica.

Rispondere qui

**C.**  $R$  non ammette minimo.

Rispondere qui