

Lista 6 - Matemática Discreta

Salvador

28 de outubro de 2021

Observação: Esta lista é para uma consolidação dos assuntos trabalhados em aula, ou seja, não é necessário o envio da mesma para o professor.

Exercício 1. Resolva a relação de recorrência abaixo, sujeita à base apresentada, usando a abordagem da expansão, suposição e verificação.

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = nF(n-1) \text{ para } n \geq 2$$

Gabarito:

1. $F(n) = nF(n-1)$

$$= n[(n-1)F(n-2)] = n(n-1)F(n-2)$$

$$= n(n-1)[(n-2)F(n-3)] = n(n-1)(n-2)F(n-3)$$

Em geral, $F(n) = n(n-1)(n-2) \dots [n-(k-1)]F(n-k)$

Quando $n-k=1$, $k=n-1$ e

$$F(n) = n(n-1)(n-2) \dots [n-(n-1-1)]F(1)$$

$$= n(n-1)(n-2) \dots (2)F(1)$$

$$= n(n-1)(n-2) \dots (2)(1) = n!$$

Agora prove por indução que $F(n) = n!$

$$F(1) : F(1) = 1! = 1, \text{ verdadeiro}$$

$$\text{Assuma } F(k) : F(k) = k!$$

$$\text{Mostre } F(k+1) : F(k+1) \stackrel{?}{=} (k+1)!$$

$$F(k+1) = (k+1)F(k) = (k+1)k! = (k+1)!$$