# Gabarito - Matemática Discreta

#### Salvador

## 24 de novembro de 2021

Exercício 1.	Um vagão de	trem possui 7 portas	s. De quantas maneiras	uma pessoa poderá entrar
e sair desse v	agão de forma	que a porta de entrad	la seja diferente da port	a de saída?

- (a) 7 (b) 14 (c) 19
- **(d)** 26
- **(e)** 42

### Alternativa correta: (e)

**Exercício 2.** Chama-se anagrama de uma palavra, qualquer reordenação das letras da palavra original, tenha essa reordenação sentido ou não (a palavra original também é considerada um anagrama de si própria).

De acordo com texto quantos anagramas possui a palavra "CARRO"? Assinale a única alternativa correta.

- **(a)** 10
- **(b)** 35
- **(c)** 40
- **(d)** 60
- **(e)** 120

## Alternativa correta: (d)

**Exercício 3.** O controle de qualidade deseja testar 20 chips de microprocessadores dentre os 150 que são produzidos diariamente. Assinale a única alternativa que representa a maneira correta de calcular de quantas maneiras isto pode ser feito.

- (a) C(20, 150)
- **(b)** C(150, 20)
- (c) P(20, 150)
- **(d)** P(150, 20)
- (e) P(170, 20)

### Alternativa correta: (b)

**Exercício 4.** O Princípio da Casa do Pombo recebe este nome estranho devido à seguinte ideia: Se mais do que k pombos pousarem em k casas de pombos, então pelo menos uma casa de pombo ficará com mais de um pombo. Com base no Princípio da Casa do Pombo, resolva o problema abaixo.

Um grupo tem que conter quantas pessoas para se garantir que duas pessoas no grupo nasceram no mesmo dia da semana? Assinale a única alternativa correta.

- **(a)** 2
- **(b)** 4
- **(c)** 8
- **(d)** 14
- **(e)** 15

Alternativa correta: (c)

**Exercício 5.** Suponhamos que numa equipe de 10 estudantes 6 usam óculos e 8 usam relógio. Qual é o número de estudantes que usa, ao mesmo tempo, óculos e relógio? Assinale a única alternativa correta.

Dica: O Princípio da Inclusão e Exclusão para dois conjuntos quaisquer A e B de um conjunto universo S é dado pela igualdade  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ 

- **(a)** 1
- **(b)** 2
- **(c)** 4
- **(d)** 5
- **(e)** 7

Alternativa correta: (c)

**Exercício 6.** Para provar a seguinte afirmação: Para todo inteiro positivo n, n é igual a 1 mais n, foi aplicada a técnica de demonstração chamada indução matemática e utilizaram-se os seguintes passos:

Suponha que P(k) é verdadeira,

$$k = k + 1$$

Somando 1 a ambos os lados da equação, vem:

$$k+1 = (k+1)+1$$

logo P(k+1) é verdadeira.

Analise a demonstração acima realizada e assinale a única alternativa correta:

- (a) A afirmação foi provada corretamente utilizando-se a indução matemática.
- (b) Existe um erro na demonstração, já que se realizarmos o passo básico (ou base da indução) P(1), verificamos que a afirmação é falsa.
- (c) Existe um erro na demonstração, pois quando supomos que a afirmação é verdadeira para um número inteiro positivo arbitrário k na hipótese de indução, a igualdade correta seria: k+1=k+3.
- (d) Existe um erro na demonstração, pois a hipótese de indução não foi utilizada em momento algum para concluir que P(k+1) é verdadeira.
- (e) Existe um erro na demonstração, pois para P(k+1) ser verdadeira, deveríamos ter a igualdade: k+1=(k+1)+2

Alternativa correta: (b)

Exercício 7. Uma sequência é definida recursivamente, explicitando-se seu primeiro valor (ou seus primeiros valores) e, a partir daí, definindo-se outros valores na sequência em termos dos valores iniciais. Um número triangular é um número natural que pode ser representado na forma de um triângulo equilátero. O primeiro número triangular é o 1. Isso acontece porque as fórmulas usadas para determinar números triangulares também funcionam para o 1 e não existe restrição que o exclua desse conjunto. Como não é possível construir um triângulo com dois pontos, o próximo número triangular é 3. Pelo mesmo motivo, o número triangular seguinte é 6 e o próximo é 10, como mostra a figura abaixo.

Os números triangulares podem ser calculados recursivamente por:

1. 
$$T(1) = 1$$

2. 
$$T(n) = T(n-1) + n$$
 para  $n \ge 2$ .

Assinale a única alternativa que representa corretamente os oito primeiros números da sequência dos números triangulares.

- (a) 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36.
- **(b)** 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128.
- **(c)** 1, 3, 6, 10, 14, 18, 22, 26.
- **(d)** 1, 3, 6, 10, 13, 16, 19, 22.
- **(e)** 1, 3, 6, 9, 15, 24, 39, 63.

Alternativa correta: (a)

**Exercício 8.** Definimos recursivamente a seguinte função abaixo. Assinale a única alternativa que representa corretamente o valor de F(4).

$$F(1) = 1 e F(n) = F(n-1) + n^2$$

- **(a)** 6
- **(b)** 12
- **(c)** 18
- **(d)** 24
- **(e)** 30

Alternativa correta: (e)

**Exercício 9.** Fatorial é um número natural inteiro positivo, o qual é representado por n!. O fatorial de um número é calculado pela multiplicação desse número por todos os seus antecessores até chegar ao número 1. O fatorial de zero é igual a um e o fatorial de um é igual a um, ou seja, 0! = 1 e 1! = 1. Assinale a alternativa que forneça uma definição recursiva para a função fatorial F(n) = n!.

```
(a) F(0) = 1, F(n) = F(n-1) + 2n para n \ge 1

(b) F(0) = 1, F(n) = nF(n-1) para n \ge 1

(c) F(0) = 1, F(n) = F(n-1) + n para n \ge 1

(d) F(0) = 1, F(n) = 2F(n-1) - 1 para n \ge 1

(e) F(0) = 1, S(1) = 1 e F(n) = 2F(n-1) para n \ge 2
```

Alternativa correta: (b)

**Exercício 10.** A sequência S(n) é definida recursivamente por:

```
1. S(1) = 2.
2. S(n) = 2S(n-1) para n \ge 2.
```

Suponha que desejamos escrever um programa de computador para obter S(n) para algum inteiro positivo n. Uma versão do algoritmo recursivo, implementado como uma função em Pascal, é apresentada a seguir. Qual valor a função retornará para n=4, ou seja, quando temos S(4)? Assinale a única alternativa correta.

```
function S(n : integer):integer;

{Calcula recursivamente os valores de S(n) para a sequência}

begin

if n = 1 then

S := 2

else

S := 2*S(n-1);

end;
```

- **(a)** 2
- **(b)** 4
- **(c)** 8
- **(d)** 16
- **(e)** 32

Alternativa correta: (d)