

Teoria das filas

Introdução

- Por que aparecem as filas?
- Não é eficiente, nem racional, que cada um disponha de todos os recursos individualmente. Por exemplo:
 - que cada pessoa disponha do uso exclusivo de uma rua para se movimentar
 - que cada pessoa tenha um supermercado para o seu abastecimento exclusivo
- Recursos limitados devem ser compartilhados.

Introdução

- Ao compartilhar recursos, pode acontecer que no momento em que se queira fazer uso de um recurso, este esteja ocupado,
 - necessidade de esperar
 - aparecem as filas
- Exemplo: nos sistemas de fluxo pode acontecer a formação de filas

Sistemas de fluxo

- Um fluxo é o movimento de alguma entidade através de um ou mais canais de capacidade finita para ir de um ponto a outro.
- Capacidade finita significa que o canal só pode satisfazer a demanda a uma taxa finita.
- Exemplos:
 - fluxo de automóveis (entidades) através de uma rede de caminhos (canais)
 - transmissão de mensagens telefônicas (entidades) através da rede (canal)

Sistemas de fluxo

- Se dividem em duas classes:
 - Determinísticos: sistemas no qual o comportamento da demanda de serviço é totalmente previsível, isto é, a quantidade de demanda é exatamente conhecida sobre o intervalo de interesse.
 - Aleatório: não é possível prever como vai se comportar a demanda de serviço, por exemplo, o instante de chegada de uma demanda é imprevisível.

Sistemas de fluxo

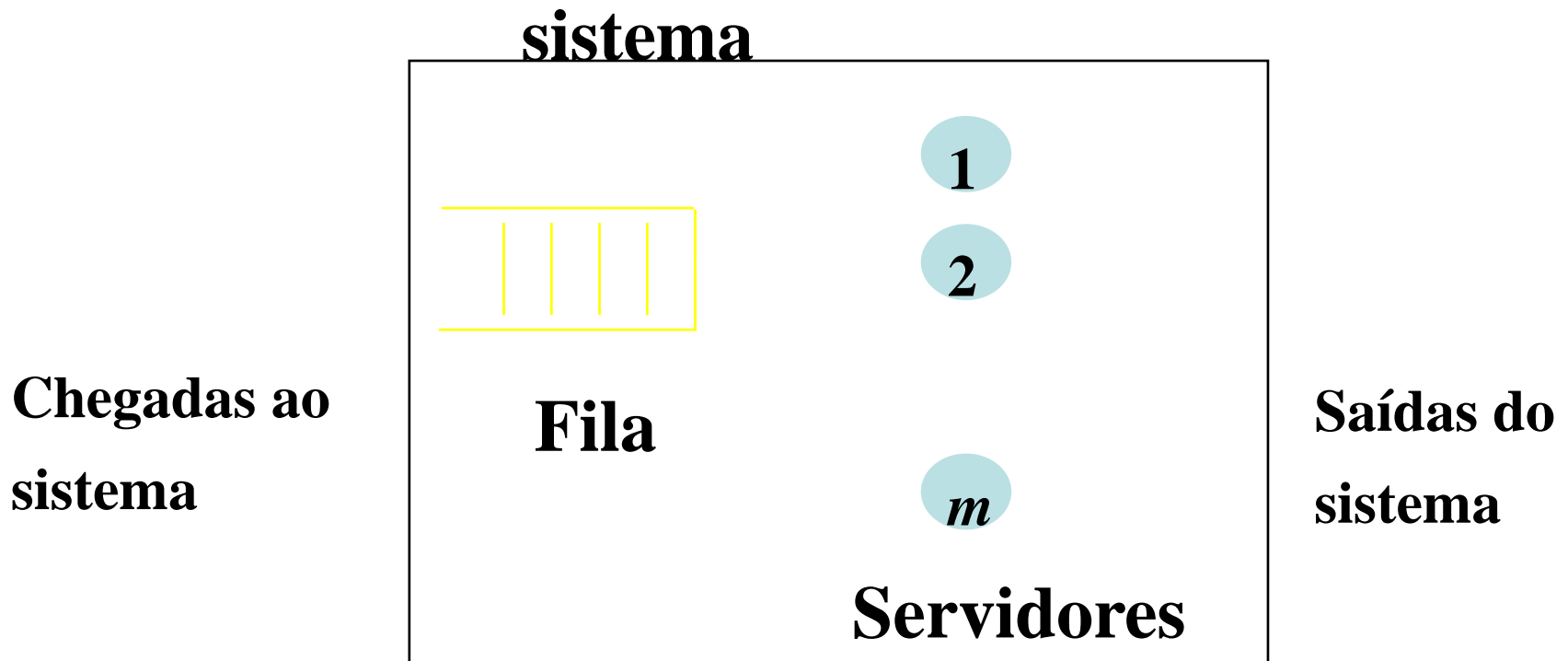
- Exemplo de fluxo determinístico:
 - Seja r a taxa de chegada (constante) de pacotes em uma rede de comutação a um buffer.
 - Seja c a taxa (constante) com que esses pacotes são processados em cada nó.
 - Se $r > c$, o buffer do nó é inundado com pacotes, já que o número de pacotes em espera de serviço crescerá indefinidamente.
 - Se $r < c$, se tem um fluxo estável, o número de pacotes em espera de serviço é finito.

Sistemas de fluxo

- Exemplo de fluxo aleatório:
 - Um centro de computação em que as solicitações de impressão podem chegar em instantes imprevisíveis.
 - Quando um trabalho de impressão chega, pode ser que o servidor esteja atendendo outro e seja necessário esperar.
 - Se está desocupado, pode atender imediatamente à nova solicitação de impressão até que esta fique completa.

Teoria das filas

- Representação de uma fila



Teoria das filas

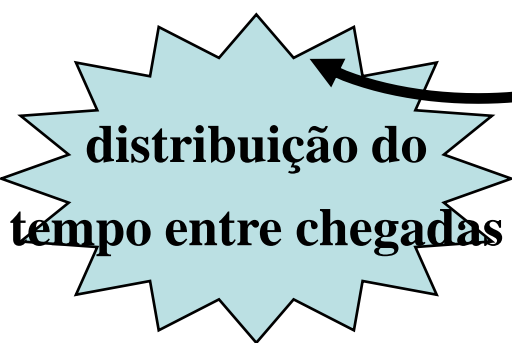
- Notação de Kendall para descrever uma fila:

$A/B/C/K/m/Z$

Teoria das filas

- *Notação de Kendall* para descrever uma fila:

A/B/C/K/m/Z



□ Alguns valores de A mais comuns:

M: denota distribuição exponencial equivalente (M provém de Markoviano)

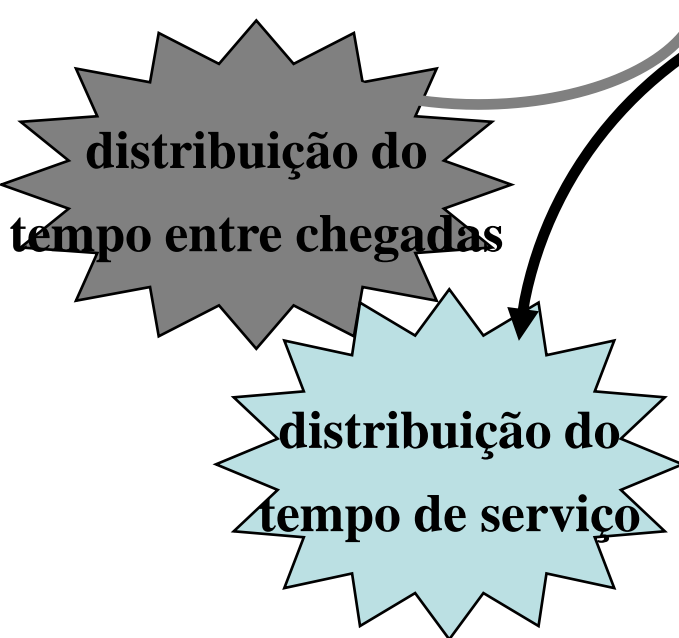
G: distribuição geral

D: representa um tempo fixo (determinístico)

Teoria das filas

- *Notação de Kendall* para descrever uma fila:

$A/B/C/K/m/Z$



□ Alguns valores de B mais comuns:

M: denota distribuição exponencial equivalente (M provém de Markoviano)

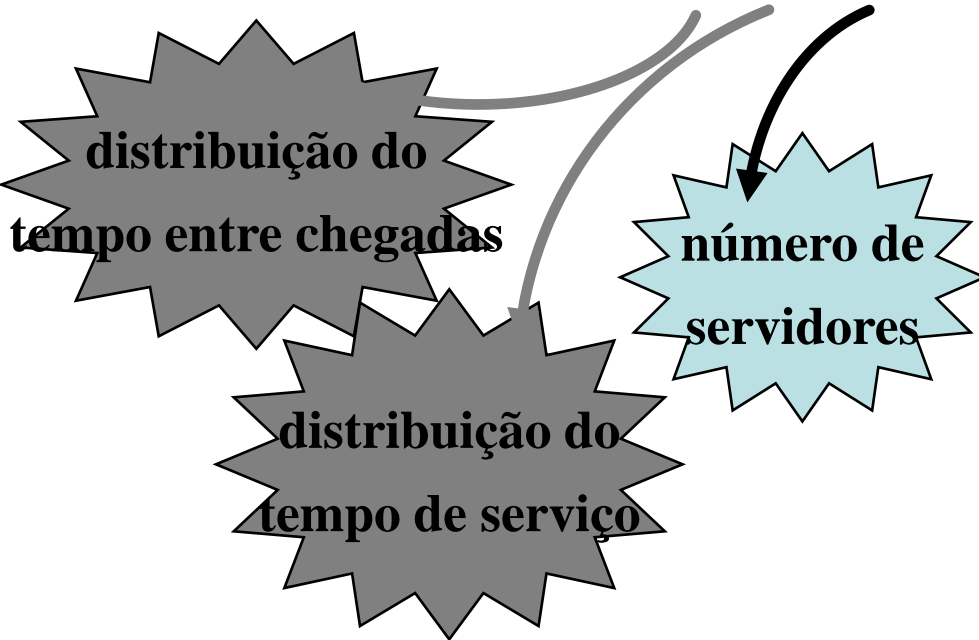
G: distribuição geral

D: representa um tempo fixo (determinístico)

Teoria das filas

- *Notação de Kendall* para descrever uma fila:

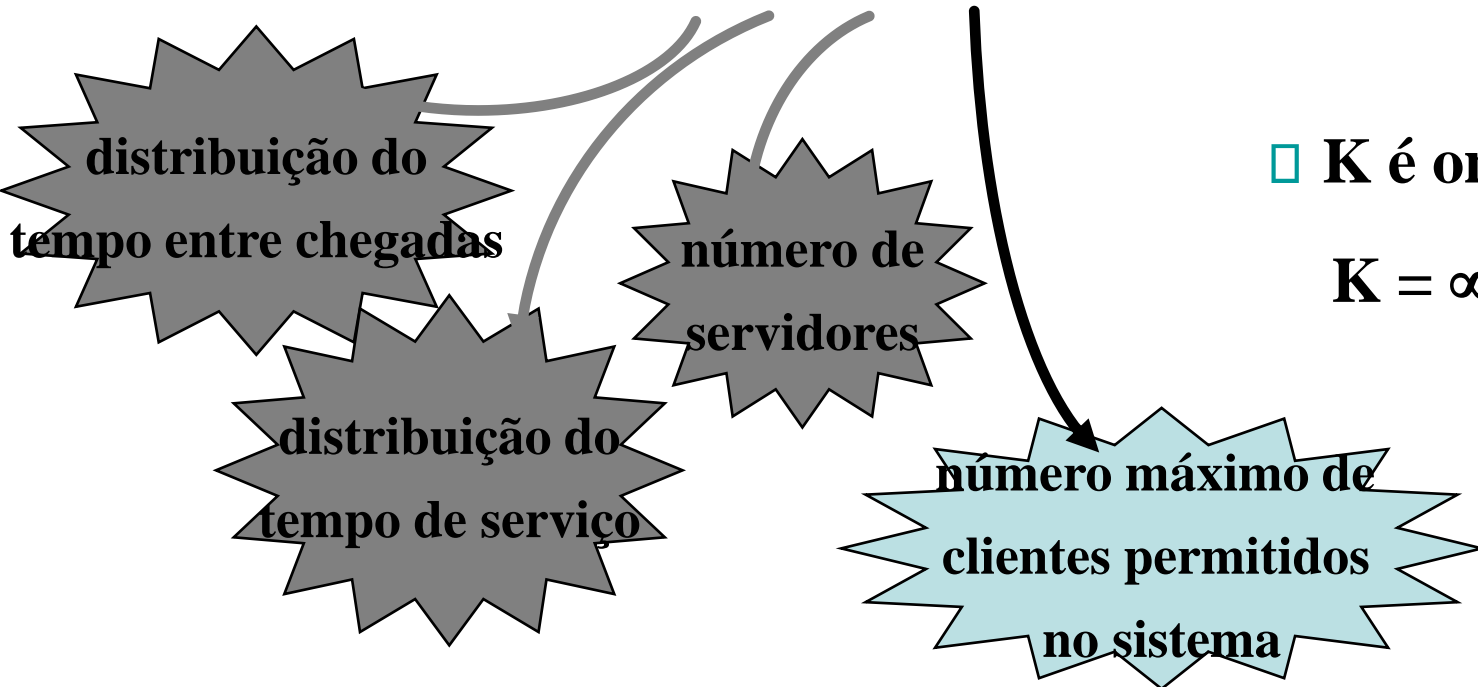
A/B/C/K/m/Z



Teoria das filas

- *Notação de Kendall* para descrever uma fila:

$A/B/C/K/m/Z$



□ **K é omitido quando:**

$$K = \infty$$

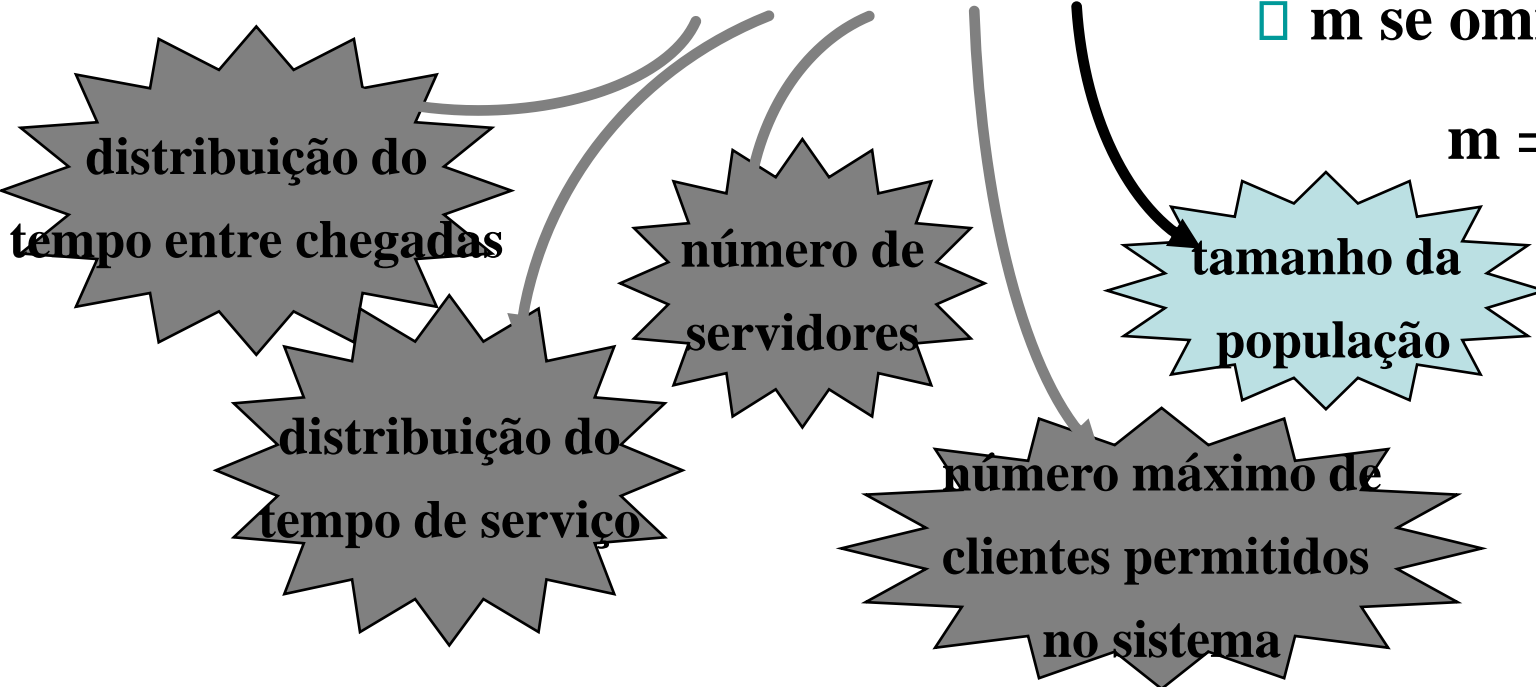
Teoria das filas

- *Notação de Kendall* para descrever uma fila:

A/B/C/K/m/Z

□ **m se omite quando:**

$m = \infty$



Teoria das filas

- *Notação de Kendall* para descrever uma fila:

A/B/C/K/m/Z

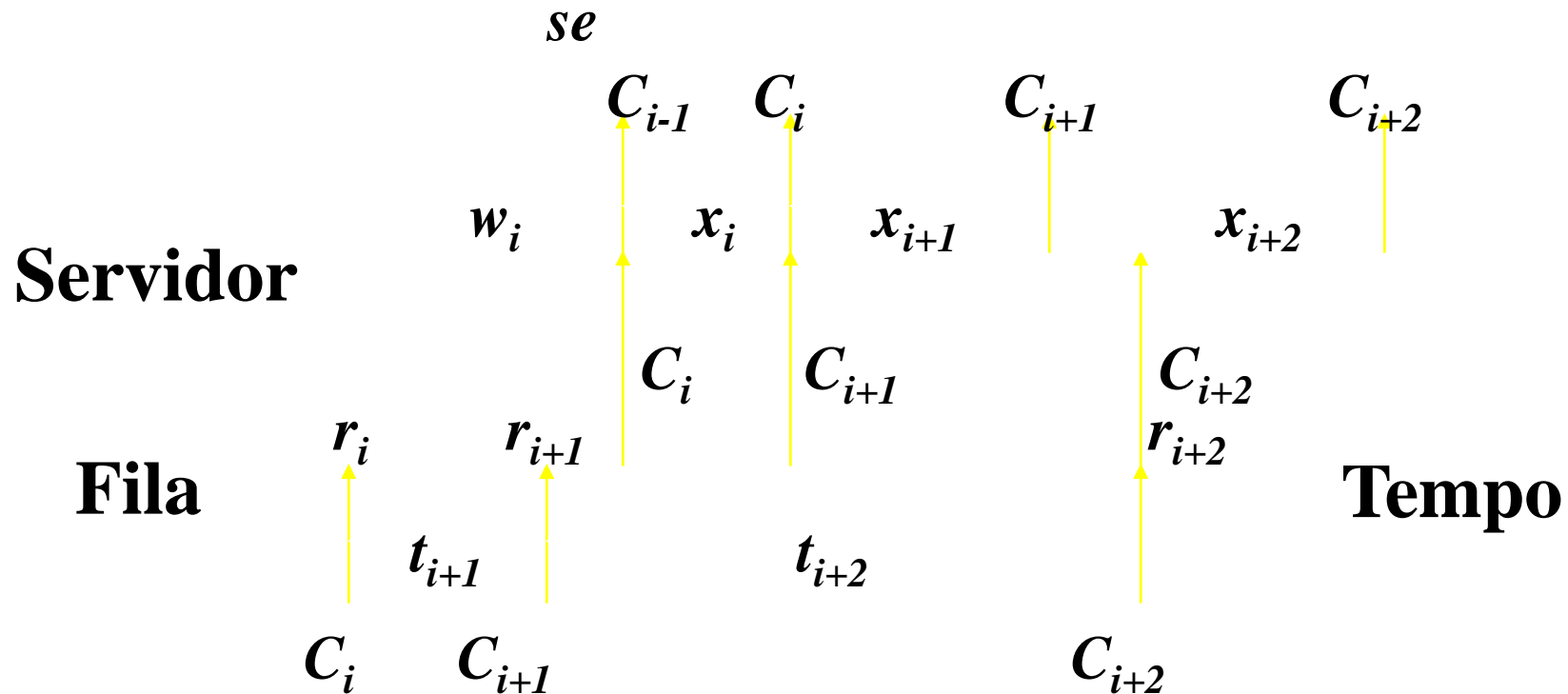


Teoria das filas

- Notações usadas nos sistemas de filas:
 - C_i : i-ésimo usuário que entra ao sistema.
 - r_i : tempo de chegada de C_i
 - t_i : tempo entre as chegadas de C_{i-1} e C_i ($t_i = r_i - r_{i-1}$)
 - $A(t)$: distribuição do tempo entre chegadas = $P[t_i \leq t]$
 - x_i : tempo de serviço para C_i
 - $B(x)$: distribuição do tempo de serviço = $P[x_i \leq x]$
 - w_i : tempo de espera na fila de C_i
 - se : tempo no sistema (fila mais serviço) de C_i ($se = w_i + x_i$)

Teoria das filas

- Notação de filas em diagrama temporal



Teoria das filas

- Notações usadas nos sistemas de filas
 - E_k : estado do sistema (normalmente corresponde ao número de usuários no sistema)
 - λ_k : taxa média de chegada dos usuários ao sistema, quando este se encontra no estado k
 - μ_k : taxa média de serviço quando o sistema se encontra no estado k

Teoria das filas

- Outros parâmetros de uma fila:
 - $N(t)$: número de usuários no sistema no instante t
 - $L = E[k]$: número médio de usuários no sistema (em estado estacionário)
 - LQ : número médio de usuários na fila (em estado estacionário).
 - $T = E[s]$: tempo médio de permanência de um usuário no sistema = $E[k]/\lambda$ (fórmula de Little)

<https://res.phcco.com/simulador-fifo/>

Definições do gerador

Gerador utilizado: Probabilidades definidas ▼

Distribuição de probabilidade de chegada por minuto:

<após as> = <número de clientes chegando>x<probabilidade em %>

0:00 = 0x70 | 1x20 | 2x10
4:00 = 0x60 | 1x30 | 2x10
5:00 = 0x80 | 1x20
11:00 = 0x50 | 1x40 | 2x10
13:00 = 0x80 | 1x15 | 2x5
20:00 = 0x50 | 1x40
22:00 = 0x90 | 1x10

Distr. de probabilidade de tempo de atendimento na chegada em minutos:

<após as> = <tempo de atendimento>x<probabilidade em %>
0:00 = 20x70 | 30x20 | 5x10

Número de servidores 10 ☐ Usar escalonamento FIFO de servidor

Faixa de horário da simulação 00:00 até 23:59

Custo por hora que não está atendendo 1 Ganho no atendimento por hora 2 e por atendimento 1

Simular!

Resultados

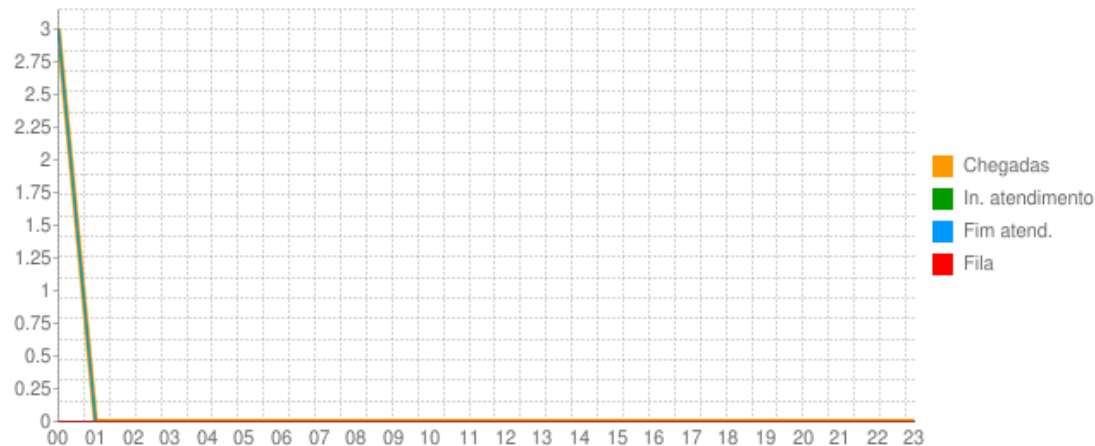
Resumo

Número de clientes na fila ao final da execução: **0 clientes**
 Total de clientes atendidos: **3 clientes**
 Tempo médio de espera na fila: **0 minuto(s)**
 Tempo médio no sistema: **15 minuto(s)**
 Taxa de ocupação dos servidores: **0.31%**
 Valor ganho final: **R\$ -235.5** (média de R\$ -23.55 por serv.)

Situação final dos servidores

[Servidor 1#livre] (Ocupação 1.04% / R\$ -22.5 em 1 at.)
 [Servidor 2#livre] (Ocupação 1.04% / R\$ -22.5 em 1 at.)
 [Servidor 3#livre] (Ocupação 1.04% / R\$ -22.5 em 1 at.)
 [Servidor 4#livre] (Ocupação 0% / R\$ -24 em 0 at.)
 [Servidor 5#livre] (Ocupação 0% / R\$ -24 em 0 at.)
 [Servidor 6#livre] (Ocupação 0% / R\$ -24 em 0 at.)
 [Servidor 7#livre] (Ocupação 0% / R\$ -24 em 0 at.)
 [Servidor 8#livre] (Ocupação 0% / R\$ -24 em 0 at.)
 [Servidor 9#livre] (Ocupação 0% / R\$ -24 em 0 at.)

Chegadas, início de atendimentos, finalizações de atendimento e fila por hora



Log de entrada e saída com situação da fila

```
[00:01] 1 Cliente 1 chegou na fila (at. 15) (0)
[00:01] 2 Cliente 1 (serv. 1) em atendimento (0)
[00:02] 3 Cliente 2 chegou na fila (at. 15) (0)
[00:02] 4 Cliente 2 (serv. 2) em atendimento (0)
[00:03] 5 Cliente 3 chegou na fila (at. 15) (0)
[00:03] 6 Cliente 3 (serv. 3) em atendimento (0)
[00:16] 7 Cliente 1 (serv. 1) atendido
[00:17] 8 Cliente 2 (serv. 2) atendido
[00:18] 9 Cliente 3 (serv. 3) atendido
```