

Resolução de alguns exercícios da Lista 4

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} & 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} & 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] &= \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} &2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} &2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} &2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} &2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} &2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} & 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ & = 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ & = 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ & = 2k^2 + 4k + 2 \\ & = 2(k^2 + 2k + 1) \\ & = 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} & 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Nos Exercícios 1 a 10, use a indução matemática para demonstrar que os resultados são válidos para qualquer inteiro positivo n .

Exercício 1: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

O passo básico é estabelecer $P(1)$, que é o valor da equação acima dada quando n assume o valor 1, ou seja

$$P(1) : 4 \cdot 1 - 2 = 2(1)^2 \text{ ou } 2 = 2, \text{ que é verdadeiro}$$

Para a hipótese de indução, vamos assumir $P(k)$ como verdadeira para um inteiro positivo arbitrário k , que é o valor da equação quando n vale k , ou seja

$$P(k) : 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2$$

Usando a hipótese de indução, queremos mostrar $P(k + 1)$ que é o valor da equação quando n assume o valor $k + 1$, ou seja:

$$P(k + 1) : 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] \stackrel{?}{=} 2(k + 1)^2$$

$$\begin{aligned} & 2 + 6 + 10 + \dots + [4(k + 1) - 2] = \\ &= 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + [4(k + 1) - 2] \\ &= 2k^2 + 4(k + 1) - 2 \text{ (pela hipótese de indução)} \\ &= 2k^2 + 4k + 2 \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) \\ &= 2(k + 1)^2 \end{aligned}$$

Exercício 2: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

$P(1) : 2 \cdot 1 = 1(1 + 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$

Mostre $P(k + 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1) \stackrel{?}{=} (k + 1)[(k + 1) + 1]$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1)$$

$$= 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

$$= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= (k + 1)(k + 2)$$

$$= (k + 1)[(k + 1) + 1]$$

Exercício 2: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

$P(1) : 2 \cdot 1 = 1(1 + 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$

Mostre $P(k + 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1) \stackrel{?}{=} (k + 1)[(k + 1) + 1]$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1)$$

$$= 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

$$= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= (k + 1)(k + 2)$$

$$= (k + 1)[(k + 1) + 1]$$

Exercício 2: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

$P(1) : 2 \cdot 1 = 1(1 + 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$

Mostre $P(k + 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1) \stackrel{?}{=} (k + 1)[(k + 1) + 1]$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1)$$

$$= 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

$$= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= (k + 1)(k + 2)$$

$$= (k + 1)[(k + 1) + 1]$$

Exercício 2: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

$P(1) : 2 \cdot 1 = 1(1 + 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$

Mostre $P(k + 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1) \stackrel{?}{=} (k + 1)[(k + 1) + 1]$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1)$$

$$= 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

$$= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= (k + 1)(k + 2)$$

$$= (k + 1)[(k + 1) + 1]$$

Exercício 2: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

$P(1) : 2 \cdot 1 = 1(1 + 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$

Mostre $P(k + 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1) \stackrel{?}{=} (k + 1)[(k + 1) + 1]$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1)$$

$$= 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

$$= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= (k + 1)(k + 2)$$

$$= (k + 1)[(k + 1) + 1]$$

Exercício 2: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

$P(1) : 2 \cdot 1 = 1(1 + 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$

Mostre $P(k + 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1) \stackrel{?}{=} (k + 1)[(k + 1) + 1]$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1)$$

$$= 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

$$= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= (k + 1)(k + 2)$$

$$= (k + 1)[(k + 1) + 1]$$

Exercício 2: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

$P(1) : 2 \cdot 1 = 1(1 + 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$

Mostre $P(k + 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1) \stackrel{?}{=} (k + 1)[(k + 1) + 1]$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1)$$

$$= 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

$$= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= (k + 1)(k + 2)$$

$$= (k + 1)[(k + 1) + 1]$$

Exercício 2: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

$P(1) : 2 \cdot 1 = 1(1 + 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$

Mostre $P(k + 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1) \stackrel{?}{=} (k + 1)[(k + 1) + 1]$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1)$$

$$= 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

$$= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= (k + 1)(k + 2)$$

$$= (k + 1)[(k + 1) + 1]$$

Exercício 2: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

$P(1) : 2 \cdot 1 = 1(1 + 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$

Mostre $P(k + 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1) \stackrel{?}{=} (k + 1)[(k + 1) + 1]$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2(k + 1)$$

$$= 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

$$= k(k + 1) + 2(k + 1) \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= (k + 1)(k + 2)$$

$$= (k + 1)[(k + 1) + 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$

Exercício 3: $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

$P(1) : 1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)$, verdadeiro

Assuma $P(k) : 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$

Mostre $P(k + 1) : 1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3] \stackrel{?}{=} (k + 1)[2(k + 1) - 1]$

$$1 + 5 + 9 + \dots + [4(k + 1) - 3]$$

$$= 1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) + [4(k + 1) - 3]$$

$$= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3 \text{ (pela hipótese de indução)}$$

$$= 2k^2 - k + 4k + 1$$

$$= 2k^2 + 3k + 1 = 2k^2 + 4k + 2 - (k + 1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) - (k + 1) = 2(k + 1)^2 - (k + 1)$$

$$= (k + 1)[2(k + 1) - 1]$$