

# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Вариант досрочного ЕГЭ 27.03.2023

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Острые углы прямоугольного треугольника равны  $24^\circ$  и  $66^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

2. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, D, A_1, B, C, B_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 3, AD = 4, AA_1 = 5$ .

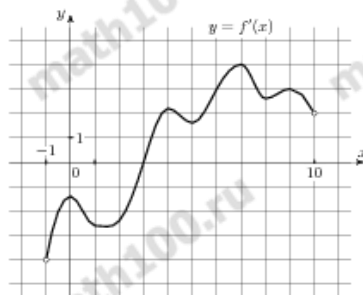
3. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» как минимум один раз начнёт игру первой.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

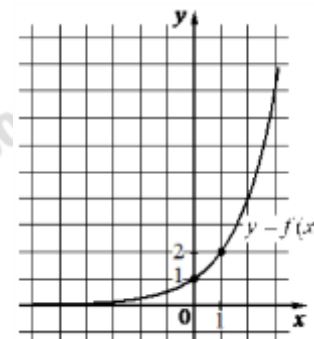
5. Найдите корень уравнения  $\sqrt{34 + 2x} = 6$ .

6. Найдите значение выражения  $4\sqrt{3}\cos^2\frac{23\pi}{12} - 2\sqrt{3}$

7. На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-1; 10)$ . В какой точке отрезка  $[5; 9]$   $f(x)$  принимает наибольшее значение?



10. На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(3)$ .



11. Найдите точку максимума функции  $y = x^3 + 15x^2 + 17$

8. Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий  $\nu = 2$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,5$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха,

определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$  (Дж), где

$\alpha = 5,75$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха,  $p_1$  (атм) — начальное давление, а  $p_2$  (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления  $p_2$  можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

9. Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - \sin 2x) = x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

13. Дан тетраэдр  $ABCD$ . На ребре  $AC$  выбрана точка  $K$  так, что  $AK : KC = 3 : 7$ . Также на рёбрах  $AD$ ,  $BD$  и  $BC$  выбраны точки  $L$ ,  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $KLMN$  квадрат со стороной 3.

а) Докажите, что рёбра  $AB$  и  $DC$  перпендикулярны

б) Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $KLMN$ , если объём тетраэдра  $ABCD$  равен 100.

14. Решите неравенство:

$$\frac{27^{\frac{x+1}{3}} - 10 \cdot 9^x + 10 \cdot 3^x - 5}{9^{\frac{x+1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3} \leq 3^x + \frac{1}{3^x - 2} + \frac{1}{3^{x+1} - 1}$$

15. В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с долгом на конец предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга одним платежом.

Известно, что сумма всех выплат составила 375 000 рублей. Сколько рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами?

16. Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $BC$  большей окружности касается меньшей в точке  $P$ . Хорды  $AB$  и  $AC$  пересекают меньшую окружность в точках  $K$  и  $M$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $KM$  и  $BC$  параллельны.

б) Пусть  $L$  — точка пересечения отрезков  $KM$  и  $AP$ . Найдите  $AL$ , если радиус большей окружности равен 10, а  $BC = 16$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

18. Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества, линеек равные части, имеющие целую длину.

а) Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 16 см на части по 1 см?

б) Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 100 см на части по 1 см?

в) За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?

**ОТВЕТЫ ДОСРОЧНОМУ ВАРИАНТУ ЕГЭ 27.03.2023**

<b>1</b>	21	<b>12</b>	$\frac{\pi}{2} + \pi k; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k;$ а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{4\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}; \frac{5\pi}{2}; \frac{10\pi}{3}; \frac{7\pi}{2}.$	
<b>2</b>	30			
<b>3</b>	0,875	<b>13</b>	4,2.	
<b>4</b>	0,46			
<b>5</b>	1	<b>14</b>	$(-\infty; -1) \cup (-1; 0] \cup (\log_3 2; 1).$	
<b>6</b>	3			
<b>7</b>	9	<b>15</b>	221 400.	
<b>8</b>	6	<b>16</b>	$\sqrt{10}.$	
<b>9</b>	30	<b>17</b>	$(-3; 0) \cup (0; 2) \cup (2; 6) \cup (6; 12) \cup (12; \infty).$	
<b>10</b>	8			
<b>11</b>	- 10	<b>18</b>	а) да; б) нет; в) 9.	