פתרון מרצה + סטודנט,ציון 93

# שאלות ופתרון למבחן בסטטיסטיקה לכלכנים א' – מועד א' 2014 – 19.1.2014

## שאלה 1 (21 נקודות)

מטילים שתי קביות הוגנות. אם הסכום הוא מספר ראשוני, אז מקבלים 12 שקלים. אם הסכום הוא מספר שאינו ראשוני, מקבלים 24 שקלים.

שימו לב – מספרים ראשוניים הם מספרים שאינם מתחלקים במספר שלם כלשהו מלבד עצמם או 1 (לדוגמא, 2 הוא מספר ראשוני מכיוון שהוא מתחלק רק ב-2 ו-1; 3 הוא מספר ראשוני משום שהוא רק מתחלק בעצמו ו-1).

א. (9 נקודות) נסמן: X=המספר שיצא בקובייה הראשונה. Y=גובה הזכייה בהטלה. בנה את טבלת ההתפלגות המשותפת של X ו-Y.

ב. (4 נקודות) האם X ו-Y בלתי-תלויים? הסבר/י.

ג. (4 נקודות) מטילים את שתי הקוביות עד שסכום התוצאות הוא מספר ראשוני. מהי תוחלת מספר הפעמים שמטילים את הקוביות?

ד. (4 נקודות) נניח משחק בו מטילים את הקוביות עד שסכום התוצאות הוא מספר ראשוני. מהי תוחלת התשלום של משחק זה?

## שאלה 1 – פתרון

א. תשובה: המספר שיצא בהטלת הקובייה הראשונה מתפלג אחיד עם הסתברות שישית לכל אפשרות. על-מנת למלא את התאים המשותפים ל-X ול-Y, צריך לחשב לכל אחת משש האפשרויות כמה סכומים של מספרים ראשוניים היא מניבה וכמה סכומים של מספרים לא ראשוניים היא מניבה. בהינתן שיצא מספר כלשהו בהטלה הראשונה, כל אחת מששת האפשרויות להטלה השנייה הן בהסתברות שווה (1/6).

| | | X | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| Y | 12 | $\frac{2}{18}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{5}{12}$ |
| | 24 | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{18}$ | $\frac{2}{18}$ | $\frac{2}{18}$ | $\frac{2}{18}$ | $\frac{7}{12}$ |
| | | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | |

ב. תשובה: X ו-Y תלויים. לדוגמא - $P(Y=12/X=2)=\frac{1}{5}\neq\frac{5}{12}=P(Y=12)$

ג. תשובה: אם W=מספר ההטלות עד לקבלת מספר ראשוני, אז $W\sim G\left(\frac{5}{12}\right)$. לכן, התוחלת של W היא $\frac{12}{5}=2.4$

ד. תשובה: מכל הטלה, תוחלת התשלום היא $12\times\frac{5}{12}+24\times\frac{7}{12}=5+14=19$. מכיוון שמספר ההטלות הממוצע במשחק זה הוא 2.4, אז תוחלת התשלום מהמשחק כולו היא $2.4\times 19=45.6$

- אפשרות נוספת לפתרון: נסמן ב-W את מספר ההטלות עד לקבלת מספר ראשוני. כבר הראינו בסעיף ג' כי $E(W) = 2.4$. תוחלת התשלום היא מספר ההטלות פחות 1 כפול התשלום עבור מספר שאינו ראשוני ועוד 1 כפול התשלום עבור מספר ראשוני. כלומר, תוחלת התשלום היא:

$$\mathrm{E}[(W-1)\times 24 + 1\times 12] = [E(W)-1]\times 24 + 12 = 1.4\times 24 + 12 = 45.6$$

- עוד דרך לפתור את השאלה: תוחלת התשלום מחושבת לפי התשלום בכל משחק אפשרי כפול ההסתברות שיתקיים אותו המשחק. ישנם אינסוף משחקים אפשריים (מספר ראשוני כבר בהטלה הראשונה, מספר ראשוני בהטלה השנייה, מספר ראשוני בהטלה השלישית,..., מספר ראשוני רק בהטלה האינסוף). אם הפעם הראשונה שיצא מספר ראשוני זה בהטלה ה-$i$ אז ההסתברות לכך היא $\left(\frac{5}{12}\right)\left(\frac{7}{12}\right)^{i-1}$. סך התשלום מהמשחק בו סכום המספרים היה מספר ראשוני רק בהטלה ה-$i$ הוא $Z = 12 + 24 \times (i-1)$. לכן, תוחלת התשלום היא:
$E(Z) = \sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{5}{12}\right)\left(\frac{7}{12}\right)^{i-1}[(i-1)\times 24 + 12]$ – מי שרשם רק את הנוסחה הזו קיבל גם כן את מלוא הנקודות לסעיף זה, ללא צורך בחישוב סופי.

את הסכימה האינסופית לעיל ניתן לפרק לשתי סכימות: $\left(\frac{5}{12}\right)\times 12\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{7}{12}\right)^{i} = 5\times\frac{1}{1-\frac{7}{12}} = 12$

(ההפשטה היא לפי סכום אינסופי של סדרה הנדסית) וגם:

$$\left(\frac{5}{12}\right)\times 24\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{7}{12}\right)^{i-1}(i-1)$$
$$= 10\times\sum_{i=2}^{\infty}\left(\frac{7}{12}\right)^{i-1}(i-1) = 10\times\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{7}{12}\right)^{i} i = 10\times\frac{\frac{7}{12}}{\left(1-\frac{7}{12}\right)^2} = \frac{168}{5}$$

(ההפשטה היא לפי נוסחה לחישוב סכום אינסופי של $kx^k$ כאשר $|x| < 1$ – כלומר $\sum_{k=1}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2}$). לכן $E(Z) = 12 + \frac{168}{5} = 45.6$

**שאלה 2 (25 נקודות)**

השנה חג ההודיה האמריקאי (Thanksgiving) וחג החנוכה התרחשו באותו התאריך (28 בנובמבר 2013). הפעם הקודמת ששני המועדים הללו התרחשו בו-זמנית היה בשנת 1861, 152 שנים קודם לכן (אם כי חג ההודיה האמריקאי עוד לא היה קיים אז). הפעם הבאה ששני המועדים יצטלבו יהיה רק בעוד כמה עשרות אלפי שנים.

א. (3 נקודות) האם הדבר אפשרי מבחינה הסתברותית? הסבר במקסימום שניים-שלושה משפטים.
ב. עתה הניחו (ללא קשר לנתונים בסעיף הקודם) כי ההצטלבות בין חג החנוכה וחג ההודיה הוא אירוע פואסון, המתרחש בממוצע כל 200 שנים, או כל שתי מאות.

- (5 נקודות) מהי ההסתברות שחנוכה וחג ההודיה יצטלבו מתישהו במהלך המאה ה-21 לפחות פעם אחת (הכוונה שההצטלבות תתרחש מתישהו בין תחילת המאה ועד סופה)?
- (3 נקודות) האם תשובתך תשתנה כאשר נוספת האינפורמציה כי חג ההודיה וחג החנוכה לא הצטלבו כלל במהלך כל המאה ה-20?

ג. (5 נקודות) כאמור, קיבלנו הצטלבות של המועדים בשנת 2013. מהי ההסתברות שההצטלבות הבאה תהיה לאחר 1000 שנים – כלומר, אחרי השנה 3013 לספירה? המשיכו להניח כי ההצטלבות בין חג החנוכה וחג ההודיה הוא אירוע פואסון, המתרחש בממוצע כל 200 שנים, או כל שתי מאות.

ד. עבור סעיף זה, הניחו שאירוע ההצטלבות בין שני המועדים כבר אינו אירוע פואסון, והזמן שעובר עד להתרחשות ההצטלבות הבאה מתואר על-ידי פונקציית הצפיפות הבאה. X=מספר המאות עד להתרחשות ההצטלבות הבאה.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{2}, & 0\le x\le 1\\ \frac{1}{6}, & 1\le x\le b\\ 0, & \text{אחרת}\end{cases}$$

- (5 נקודות) מהו b?
- (4 נקודות) מהי התוחלת של X?

**שאלה 2– פתרון**

א. תשובה: כן. גם אם ההסתברות למאורע כלשהו היא כך שבממוצע הוא אמור להתרחש כל תקופה מסוימת, עדיין ייתכנו חריגות קיצוניות. אז אם לדוגמא, המאורע אמור להתרחש בממוצע כל 1000 שנים, עדיין ייתכן מבחינה הסתברותית שהמאורע יתרחש פתאום בתדירות גבוהה יחסית – כלומר אחרי 150 שנה סך הכל – וגם שהוא יתרחש בתדירות גבוהה יחסית – כלומר, אחרי כמה עשרות אלפי שנים.

ב. תשובה: אם האירוע מתרחש בממוצע כל שתי מאות, אז עבור מאה אחת (כל המאה ה-21), קצב האירוע יהיה $\frac{1}{2}$. כלומר X=מספר ההצטלבויות בין חנוכה וחג ההודיה במאה אחת מתפלג פואסון עם $\lambda=\frac{1}{2}$. לכן:

$$P(X\ge 1)=1-P(X=0)=1-\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^0 e^{-\frac{1}{2}}}{0!}=1-e^{-\frac{1}{2}}=0.393$$

מדובר באותה ההסתברות כמו בסעיף הקודם. עבור אירועי פואסון, מספר האירועים בקטעי זמן זרים הם בלתי תלויים זה בזה.

ג. תשובה: נגדיר Y=משך הזמן במאות עד להצטלבות חג ההודיה וחנוכה. $Y\sim Exp(\frac{1}{2})$. בשל תכונת חוסר הזכרון של משתנה מעריכי, אנחנו רק צריכים לחשב את ההסתברות לחכות 1000 שנים (או 10 מאות) לאירוע הפואסון הבא. כלומר: $P(Y>10)=1-P(Y\le 10)=1-\left(1-e^{-\frac{1}{2}*10}\right)=e^{-5}=0.0067$

ד. תשובה: לחישוב b נדרש כי השטח מתחת לפונקציית הצפיפות יהיה שווה ל-1. כלומר:

$$\int_0^1\frac{x^2}{2}dx+\int_1^b\frac{1}{6}dx=\frac{x^3}{6}\Big|_0^1+\frac{x}{6}\Big|_1^b=\frac{1}{6}+\frac{b}{6}-\frac{1}{6}=1$$

מתקבל: $\frac{b}{6}=1$. לכן: $b=6$

נחשב את E(X): $E(X)=\int_0^1\frac{x^3}{2}dx+\int_1^6\frac{x}{6}dx=\frac{x^4}{8}\Big|_0^1+\frac{x^2}{12}\Big|_1^6=\frac{1}{8}+\frac{36}{12}-\frac{1}{12}=3+\frac{1}{24}=\frac{73}{24}$

בממוצע, נמתין קצת יותר מ-3 מאות להצטלבות.

**שאלה 3 - שאלות נכון\לא נכון – כל אחת 4 נקודות (16 נקודות)**

רשום "נכון"/"לא נכון" עבור כל אחת מהטענות בסעיפים הבאים. "נכון" פירושו "נכון תמיד בהכרח" – אחרת, התשובה היא "לא נכון". הסבר ב**קצרה** את בחירתך (ב"נכון"/"לא נכון") – נקודות ירדו עבור הסבר שיעלה על 3 משפטים.

א. השונות המשותפת בין ממוצע הבגרות של סטודנטים במחלקה לכלכלה לבין ממוצע התואר הראשון שלהם היא 170. השונות המשותפת בין הגובה (בסנטימטרים) לבין המשקל (בק"ג) של סטודנטים במחלקה לכלכלה היא 120. מסקנה: המתאם החיובי בין ממוצע הבגרות וממוצע התואר הראשון של תלמידי כלכלה הוא חזק יותר מאשר המתאם החיובי בין המשקל והגובה של תלמידי המחלקה לכלכלה.
ב. פונקציית ההתפלגות המצטברת של משתנה מקרי רציף היא תמיד רציפה.
ג. $X$ הוא משתנה מקרי נורמלי, בעל תוחלת 80. ההסתברות לקבל ערך של $X$ בין 100 ל-120 שווה להסתברות לקבל ערך של $X$ בין 40 ל-60.
ד. השונות של התוחלת של משתנה מקרי שווה לאפס.

**שאלה 3 – פתרון**

א. תשובה: לא נכון – לא ניתן להשוות את השונות המשותפת של התפלגויות שונות, כאשר המשתנים הם בקנה מידה שונה. צריך לתקנן את זה, כפי שעושה מקדם המתאם, ואז ניתן להשוות קשרים סטטיסטיים בין התפלגויות שונות.
ב. תשובה: נכון – הפונקציה חייבת להתחיל ב-0 ולהיגמר ב-1 והיא תעלה באופן רציף.
ג. תשובה: נכון – פונקציית הצפיפות של משתנה מקרי נורמלי היא סימטרית סביב התוחלת.
ד. תשובה: נכון – התוחלת של משתנה מקרי היא מספר קבוע, והשונות של קבוע שווה לאפס.

**שאלה 4 (19 נקודות)**

עקב קיצוצים, בעונה החדשה של תחרות מאסטר שף יכהנו רק שני שפים שופטים: חיים כהן ואייל שני.

ההסתברות שחיים כהן לא יאהב מנה היא 0.1.

ההסתברות שאייל שני לא יאהב מנה היא 0.08

ההסתברות ששניהם יאהבו מנה היא 0.85

א. (5 נקודות) מהי ההסתברות ששני השופטים לא יאהבו מנה של מתמודד מסוים?
ב. (6 נקודות) ידוע שבדיוק שופט אחד מן השניים לא אהב את המנה, מהי ההסתברות שזה היה אייל שני?
ג. (8 נקודות) חשב את פונקציית ההסתברות, התוחלת והשונות של מספר השופטים שלא אהבו מנה.

**שאלה 4 - פתרון**

נסמן: A=חיים כהן לא יאהב מנה; B=אייל שני לא יאהב מנה

נתון: $P(A) = 0.1 \quad P(B) = 0.08 \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.85$

א. מחוק דה-מורגן: $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 0.85$

לכן: $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0.85 = 0.15$

אנחנו מעוניינים למצוא את: $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.1 + 0.08 - 0.15 = 0.03$$

ב. המאורע שבדיוק שופט אחד לא אוהב את המנה: $(B \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B})$.
$P((B \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B}) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.15 - 0.03 = 0.12$ (הכי פשוט לראות שהשוויון מתקיים באמצעות ציור מעגלי ואן)
המאורע שרק אייל שני אוהב את המנה: $B \cap \bar{A}$

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0.08 - 0.03 = 0.05$$

לכן: $P(B \cap \bar{A}/(B \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B})) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P((B \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B})} = \frac{0.05}{0.12} = \frac{5}{12}$

ג. X=מספר השופטים שלא אהבו את המנה – הערכים האפשריים של X הם 0,1,2.
$X = 2$ פירושו שהתרחש המאורע $A \cap B$ ובסעיף א' הראינו ש-$P(A \cap B) = 0.03$ – כלומר, $P(X = 2) = 0.03$
$X = 1$ פירושו שהתרחש המאורע $(B \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B})$ והראינו בסעיף ב' ש-$P\big((B \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B})\big) =$ 0.12. לכן $P(X = 1) = 0.12$
$X = 0$ פירושו שהתרחש המאורע $\overline{A \cup B}$. נתון כי $P(\overline{A \cup B})$=0.85 ולכן $P(X = 0) = 0.85$

לכן, $E(X) = 1 \times 0.12 + 2 \times 0.03 = 0.18$

$E(X^2) = 1 \times 0.12 + 4 \times 0.03 = 0.24$

לכן: $Var(X) = E(X^2) - \big(E(X)\big)^2 = 0.24 - 0.0324 = 0.2076$

**שאלה 5 (19 נקודות)**

בינואר השנה פקד את ארה"ב גל קור עז. כלי התקשורת דיווחו כי הטמפרטורה בכל מדינות ארה"ב ירדה אל מתחת לאפס.

א. (5 נקודות) נתבונן במדינה בודדת בארה"ב ונניח שהטמפרטורה הנמוכה עבור אותה מדינה ליום אקראי בחודש ינואר מתפלגת נורמלית עם תוחלת 5 וסטיית תקן 1. כלי התקשורת המקומיים של אותה המדינה דיווחו באחד הימים בינואר כי הטמפרטורה הנמוכה שנמדדה באותו היום היא כל כך נמוכה שהסיכוי לתעד טמפרטורה כזו או פחות ממנה הוא 0.02% (או הסתברות 0.0002). מהי הטמפרטורה שתועדה באותו היום?

ב. (6 נקודות) נתבונן ב-49 מדינות ארה"ב ביבשת הקונטיננטלית, ונניח שהטמפרטורה הנמוכה ביום אקראי בחודש ינואר בכל מדינה היא משתנה מקרי המתפלג נורמלית עם סטיית תקן 1. עבור 15 מדינות, התוחלת היא (5-), עבור 20 מדינות התוחלת היא 0, עבור 10 מדינות התוחלת היא 5, ועבור 4 מדינות התוחלת היא 10 (סך הכל נתונה ההתפלגות של הטמפרטורה הנמוכה הנמדדת עבור 49 מדינות).
בהנחה שהתפלגויות הטמפרטורה הנמוכה של המדינות השונות אינן תלויות אחת בשנייה, מהי ההסתברות שהטמפרטורה הנמדדת בכל אחת מהמדינות תהיה אפס או פחות? שימו לב – אם $X_i$ היא הטמפרטורה הנמוכה הנמדדת ביום מסוים בינואר במדינה i $i \in \{1,2,\ldots,49\}$, אז המאורע שהטמפרטורה הנמדדת בכל אחת מהמדינות תהיה אפס או פחות שקול למאורע $\left\{\sum_{i=1}^{49} X_i \leq 0\right\}$

ג. (4 נקודות) מדידות הטמפרטורה בסעיפים א' ו-ב' היו במעלות צלסיוס. נניח עתה כי אנו ממירים את הטמפרטורות הנמדדות למעלות פרנהייט ושואלים את אותה השאלה כמו בסעיף ב', תחת אותן ההנחות

שמופיעות בסעיף ב' (כלומר, התפלגות נורמלית לכל מדינה, אי-תלות בין המדינות, ואותה השונות לכל המדינות). ההמרה ממעלות צלסיוס לפרנהייט לוקחת את המדידה במעלות צלסיוס, מכפילה אותה ב-1.8, ומוסיפה לה 32 – כלומר, $F = 1.8C + 32$. לכן, אנחנו שואלים מהי ההסתברות שכל המדידות ב-49 המדינות הן מתחת ל-32 מעלות פרנהייט ביום נתון בינואר. כיצד הייתה משתנה התשובה לסעיף ב', בהינתן ההמרה לפרנהייט? הסבר/י.

ד. (4 נקודות) מטאורולוגים רצו לבדוק אם הנחת האי-תלות בטמפרטורה בין מדינות ארה"ב היא נכונה. לשם כך, הם יצרו זוגות של מדינות והחלו לבדוק אם קיים מתאם בטמפרטורות המתועדות עבור זוגות המדינות. אם בארה"ב ישנן סך הכל 50 מדינות, כמה זוגות של מדינות אפשריים?

### שאלה 5 – פתרון

א. נסמן X=הטמפרטורה הנמוכה הנמדדת ביום נתון בינואר במדינה הבודדת. בנוסף, נסמן c=הטמפרטורה שנמדדה באותה המדינה. כדי שההסתברות לתעד טמפרטורה c או פחות תהיה 0.0002, צריך להתקיים:

$$P(X \le c) = 0.0002$$

או: $P\left(\frac{X-5}{1} \le \frac{c-5}{1}\right) = \Phi(c-5) = 0.0002$

מהטבלה של התפלגות נומרלית סטנדרטית, אנו ידועים כי $\Phi(3.54) = 0.9998$.

לכן $\Phi(-3.54) = 1 - 0.9998 = 0.0002$

לכן: $c - 5 = -3.54$ כלומר: $c = 1.46$

ב. לסעיף זה, מלוא הניקוד יינתן עבור מספר פתרונות אפשריים. שימו לב שהמאורע $\left\{\sum_{i=1}^{49} X_i \le 0\right\}$ אינו שקול למאורע שהטמפרטורות בכל המדינות קטנה מאפס (משום שייתכן ובמדינה אחת או יותר תהיה טמפרטורה מעל אפס וביתר המדינות תהיה טמפרטורה מספיק נמוכה בכדי שעדיין יתקיים המאורע $\left\{\sum_{i=1}^{49} X_i \le 0\right\}$). לכן, התשובות הסופיות של הפתרון הראשון שמוצג והפתרון השני שמוצג אינן זהות (לגבי הפתרון השלישי, מדובר בפתרון אפשרי למי שהבין באופן שונה את נתוני השאלה).

- פתרון אפשרי ראשון: מכיוון שהטמפרטורה בכל מדינה בלתי-תלויה בטמפרטורה של מדינות אחרות, אז ההסתברות שלכל המדינות תהיה טמפרטורה נמוכה מאפס שווה למכפלת ההסתברויות של כל המדינות כי הטמפרטורה נמוכה מאפס. עבור כל קבוצת מדינות, ניתן לחשב את הערך של המשתנה המקרי הנורמלי סטנדרטי שייתן לנו את ההסתברות שהטמפרטורה תהיה אפס או פחות, בהתאם לתוחלת שנתונה. לכן, ההסתברות היא:

$$\Phi(5)^{15}\Phi(0)^{20}\Phi(-5)^{10}\Phi(-10)^{4}$$

מכיוון ש-$\Phi(-5)$ ו-$\Phi(-10)$ הם מספרים ששואפים לאפס, אז כל המכפלה מעלה שואפת לאפס גם כן – כלומר, מדובר בהסתברות שהיא כמעט אפסית.

- פתרון אפשרי שני: אנחנו שואלים מהו $P(\sum_{i=1}^{49} X_i \le 0)$. מכיוון שמדובר בסכום של משתנים מקריים שכולם בלתי-תלויים ומתפלגים נורמלית, אז מדובר במשתנה מקרי שגם כן מתפלג נורמלית, כאשר השונות זה סכום השונויות, והתוחלת זה סכום התוחלות.

  נגדיר: $W = \sum_{i=1}^{49} X_i$. לכן: $W \sim N(15, 7^2)$

  ולכן:

$$P(\sum_{i=1}^{49} X_i \le 0) = P(W \le 0) = \Phi\left(\frac{-15}{7}\right) = \Phi(-2.143) = 1 - \Phi(2.14) = 1 - 0.9838 = 0.016$$

- פתרון אפשרי שלישי: מי שהבין את נתוני השאלה כאילו התוחלת הנתונה לכל קבוצת מדינות היא התוחלת של סכום המשתנים המקריים לקבוצת מדינות זו, יכול גם כן לקבל את מלוא הניקוד. במקרה זה, התוחלת של $\sum_{i=1}^{49} X_i$ תהיה שווה ל-10 במקום 15 כי:
$E(\sum_{i=1}^{49} X_i) = E(\sum_{i=1}^{15} X_i) + E(\sum_{i=16}^{35} X_i) + E(\sum_{i=36}^{45} X_i) + E(\sum_{i=46}^{49} X_i) = (-5) + 0 + 5 + 10 = 10$.
השונות של $\sum_{i=1}^{49} X_i$ היא עדיין סכום השונויות של כל המשתנים המקריים ולכן $W \sim N(10, 7^2)$, כך ש:
$$P(\sum_{i=1}^{49} X_i \le 0) = P(W \le 0) = \Phi\left(\frac{-10}{7}\right) = \Phi(-1.43) = 0.076$$

ג. התשובה לא הייתה משתנה וההסתברות הייתה אותה ההסתברות שחושבה בסעיף ב'. חישוב הסתברויות לא צריך להיות רגיש ליחידות מדידה.

ד. מדובר בבחירה לא סדורה, כאשר מתוך 50 פריטים בוחרים 2. לכן, מספר הזוגות האפשריים הוא:
$\binom{50}{2} = \frac{50!}{2!48!} = \frac{50\times 49}{2} = 1225$