אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

תאריך הבחינה: 23.1.2018
שם המרצים: ד"ר שירלי ליכטמן-שדות,
ד"ר דוד לגזיאל, מר ליעד גרינפלד.
שם הקורס: סטטיסטיקה לכלכלנים א'.
מספר הקורס: 142-1-0211
שנה: 2018 סמסטר: א' מועד: א'
משך הבחינה: שלוש שעות
חומר עזר: מחשבון

פתרון מרצה+ פתרון סטודנט
ציון: 96

יש לענות על כל חמש השאלות. בהצלחה!

שאלה 1 (20 נקודות)

במפעל תעשייתי מחצית מהמוצרים הם מסוג א' ומחצית מסוג ב'. מבקר איכות דוגם מוצרים בזה אחר זה. המבקר עוצר את הדגימה אם הוא מאתר מוצר מסוג ב', ובכל מקרה אינו דוגם יותר משלושה מוצרים. נגדיר את המשתנים הבאים: X שווה ל-1 אם המוצר הראשון שנדגם הוא מסוג ב', אחרת הוא שווה ל-0; Y שווה למספר המוצרים שנדגמו; Z שווה ל-1 אם המוצר הראשון שנדגם הוא מסוג א', אחרת הוא שווה ל-0.

א. בנו את פונקציית ההסתברות המשותפת של X ו-Y (8 נקודות).
ב. חשבו את מקדם המתאם בין X ו- Y (8 נקודות).
ג. חשבו את השונות המשותפת ואת מקדם המתאם בין X ו-Z (4 נקודות).

פתרון שאלה

א. X- מספר המוצרים מסוג ב' בין המוצר הראשון שנדגם.
Y- מספר המוצרים שנדגמו.
פונקציית הסתברות משותפת של X ושל Y

$X \backslash Y$	1	2	3	$P(X=x_i)$
0	0	0.25	0.25	0.5
1	0.5	0	0	0.5
$P(Y=y_i)$	0.5	0.25	0.25	1

ב.

$$E[X]=\sum x_i \Pr(X=x_i)=0\cdot\frac{1}{2}+1\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$E[Y]=\sum y_i \Pr(Y=y_i)=1\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{1}{4}+3\cdot\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$$

$$V(X)=E[X^2]-(E[X])^2=\left[0^2\cdot\frac{1}{2}+1^2\cdot\frac{1}{2}\right]-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

$$V(Y)=E[Y^2]-(E[Y])^2=\left[1^2\cdot\frac{1}{2}+2^2\cdot\frac{1}{4}+3^2\cdot\frac{1}{4}\right]-\left(\frac{7}{4}\right)^2=\frac{11}{16}$$

$$E(XY)=0\cdot\frac{1}{2}+1\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$COV(X,Y)=E(XY)-E[X]\cdot E[Y]=0.5-\frac{7}{8}=-\frac{3}{8}$$

$$\rho(X,Y)=\frac{COV(X,Y)}{\sqrt{VX*VY}}=\frac{-\frac{3}{8}}{\sqrt{\frac{11}{16}\cdot\frac{1}{4}}}=-0.90453$$

ג. לפי הגדרה Z=1-X, לכן $\rho(X,Z)=-1$. קיים מתאם לינארי שלילי בין מספר המוצרים מסוג א' למספר המוצרים מסוג ב' (כל מוצר שהוא לא מסוג א' הוא בהכרח מסוג ב').

$$\rho(X,Z)=-1=\frac{COV(X,Z)}{\sqrt{V(X)\cdot V(Z)}}=\frac{COV(X,Z)}{\sqrt{V(X)\cdot V(1-X)}}=\frac{COV(X,Z)}{\sqrt{V(X)\cdot V(X)}}$$

$$COV(X,Z)=-V(X)=-0.25.$$

<u>שאלה 2 (20 נקודות)</u>

המחיר בדולרים של יחידת מוצר הוא משתנה מקרי רציף X, בעל פונקציית ההתפלגות המצטברת הבאה:

$$F(X)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \frac{x^2}{8}, & 0<x\le 2,\\ \frac{1}{2}, & 2<x\le 3,\\ \frac{x}{2}-1, & 3<x\le 4,\\ 1, & x>4.\end{cases}$$

א. חשבו את פונקציית הצפיפות ושרטטו אותה (7 נקודות).

ב. כל אריזה מכילה 3 יחידות מן המוצר. חשבו את תוחלת מחיר האריזה בש"ח, לפי שער חליפין של 1 דולר = 4 ש"ח (7 נקודות).

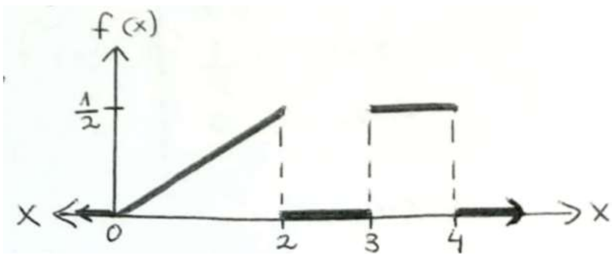
ג. בודקים באופן בלתי תלוי את מחיריהם של 4 מוצרים שנבחרו באקראי. ההסתברות שהמחיר של לפחות אחד מארבעת המוצרים יהיה נמוך מ-a דולר היא 0.9984. חשבו את a (6 נקודות).

<u>פתרון שאלה</u>

א. פונקציית הצפיפות מתקבלת ע"י גזירת פונקציית ההתפלגות המצטברת f(X)=F'(X).

$$\left(\frac{x^2}{8}\right)'=\frac{2x}{8}=\frac{x}{4},\qquad \left(\frac{x}{2}-1\right)'=\frac{1}{2},$$

$$f(X)=\begin{cases}\frac{x}{4}, & 0<x\le 2,\\ \frac{1}{2}, & 3<x\le 4,\\ 0, & \text{אחרת}\end{cases}$$



ב.

$$E[X]=\int_{-\infty}^{\infty}x\cdot f(x)dx=\int_0^2 x\cdot\frac{x}{4}dx+\int_3^4 x\cdot\frac{1}{2}dx=\frac{x^3}{12}\Big|_0^2+\frac{x^2}{4}\Big|_3^4=\frac{8-0}{12}+\frac{16-9}{4}=\frac{29}{12}$$

$$E[\text{מחיר האריזה בשקלים}]=E\left[3_{\text{יחידות}}\cdot 4_{\text{שער חליפין}}\cdot X\right]=12E[X]=12\cdot\frac{29}{12}=29_{\text{ש"ח לאריזה}}$$

ג.

Pr(המחיר של לפחות מוצר אחד מארבעה נמוך מ-a דולר)=0.9984

Pr(המחיר של כל אחד מארבעה גבוה מ-a דולר)=0.0016

$$[Pr(X > a)]^4 = 0.0016 \rightarrow P(X > a) = \sqrt[4]{0.0016} = 0.2$$

נציב בפונקציית ההתפלגות המצטברת בתחום המתאים (התחום הרביעי 0.8>0.5)

$$Pr(X < a) = F(a) = 1 - 0.2 = 0.8$$

$$\frac{a}{2} - 1 = 0.8$$
$$\frac{a}{2} = 1.8$$
$$a = 3.6_{\text{דולר}}$$

<u>שאלה 3 (20 נקודות)</u>

אורך חיי רכיב אלקטרוני מתפלג נורמלית עם תוחלת של 3000 שעות וסטיית תקן של 200 שעות.
רכיב נחשב פגום אם אורך חייו נמוך מ-2600 שעות.

א. מה אחוז הרכיבים הפגומים (5 נקודות)?

ב. מה אחוז הרכיבים שאורך חייהם מעל 3300 שעות, מבין הרכיבים שאורך חייהם מעל 3200 שעות (5 נקודות)?

ג. בוחרים באקראי ובאופן בלתי תלוי 3 רכיבים. מה ההסתברות שאורך החיים של לפחות אחד מהם גבוה מהחציון או נמוך מהעשירון התחתון (5 נקודות)?

ד. הנהלת המפעל מעוניינת להקטין את אחוז הרכיבים הפגומים ל-1%, באמצעות הגדלת התוחלת בתהליך הייצור (סטיית התקן נשמרת על 200 שעות). חשבו את התוחלת הנדרשת לשם כך (5 נקודות).

<u>פתרון שאלה :</u>

אורך חיי רכיב מתפלג לפי $x\sim N(\mu = 3000, \sigma = 200)$.

א. $Pr(\text{רכיב פגום}) = Pr(x < 2600) = Pr\left(z < \frac{2600-300}{200}\right) = Pr(z < -2) = 0.0228$

2.28% מהרכיבים המיוצרים הם פגומים.

ב. נחשב ישירות

$$Pr(x > 3300|x > 3200) = \frac{Pr(x > 3300)}{Pr(x > 3200)} = \frac{1 - Pr(z < \frac{3300-3000}{200})}{1 - Pr(z < \frac{3200-3000}{200})} =$$

$$= \frac{1 - Pr(z < 1.5)}{1 - Pr(z < 1)} = \frac{1 - 0.9332}{1 - 0.8413} = \frac{0.0668}{0.1587} = 0.4209$$

42.09% מהרכיבים שאורך חייהם מעל 3200 שעות, הם בעלי אורך חיים של מעל 3300 שעות.

ג. נסמן את המאורע המבוקש ב-A. $Pr(x > \text{חציון} \text{ או } x < \text{עשירון תחתון}) = 0.5 + 0.1 = 0.6$

$$Pr(A)=1 - (1 - 0.6)^3 = 1 - 0.4^3 = 0.936$$

ד.

$$Pr(\text{רכיב פגום}) = Pr(x < 2600) = Pr\left(z < \frac{2600 - \mu_1}{200}\right) = 0.01$$

$$Pr\left(z < \frac{2600 - \mu_1}{200}\right) = 0.01 \rightarrow \frac{2600 - \mu_1}{200} = -2.33$$

$$\mu_1 = 3066$$

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

<u>שאלה 4 (24 נקודות)</u>

ברשת חנויות מזון קיימים שלושה סוגי מוצרים שונים :

- 50% מהמוצרים הם מסוג א', ונמכרים במחיר 5 ₪ למוצר.
- 30% מהמוצרים הם מסוג ב', ונמכרים במחיר 10 ₪ למוצר.
- 20% מהמוצרים הם מסוג ג', ונמכרים במחיר 15 ₪ למוצר.

מבין המוצרים הנ"ל, שיעור מוצרי החלב הוא כדלקמן :

- 8% מבין המוצרים סוג א' שבחנות הם מוצרי חלב.
- 10% מבין המוצרים סוג ב' שבחנות הם מוצרי חלב.
- 25% מבין המוצרים סוג ג' שבחנות הם מוצרי חלב.

א. אדם בוחר באקראי 2 ממוצרי החנות. נגדיר את X להיות הסכום הכולל אשר שילם עבור צמד המוצרים. בנו את פונקציית ההסתברות וחשבו את התוחלת והשונות של X (6 נקודות).

ב. אדם בוחר באקראי 5 מוצרי חלב. מה ההסתברות שבדיוק 3 הם מוצרים מסוג א'? (6 נקודות)

ג. אדם בוחר באקראי ממוצרי החנות בזה אחר זה עד שמתקבל המוצר השלישי מסוג א'. מה הסיכוי שהוא הוציא בדיוק 3 מוצרים, אם ידוע שהוא הוציא לכל היותר 5 מוצרים? (6 נקודות)

ד. כדי לבדוק את טיב השירות בחנויות הרשת, לקחה ההנהלה מדגם של 50 תצפיות ובדקה את מספר הלקוחות הממתינים בתור לקופה. התקבלו הנתונים הבאים :

X - אורך התור (מס' לקוחות)	0	1	2	3	4	5	סה"כ
f(x) - שכיחות	4	15	6	5	12	8	50

חשבו את הממוצע, השכיח והחציון של מספר הלקוחות בתור (6 נקודות).

<u>פתרון לשאלה :</u>

א. 0.5 סוג א' 5 ₪, 0.3 סוג ב' 10 ₪, 0.2 סוג ג' 15 ₪. x- הסכום הכולל של 2 מוצרים שנבחרו באקראי. פונקציית ההסתברות של x :

Xi	10	15	20	25	30	סה"כ
Pr(X=xi)	0.25	0.3	0.29	0.12	0.04	1

Pr(X=10)=0.5*0.5=0.25
Pr(X=15)=0.5*0.3+0.3*0.5=0.3
Pr(X=20)=0.3*0.3+0.5*0.2+0.2*0.5=0.29
Pr(X=25)=0.3*0.2+0.2*0.3=0.12
Pr(X=30)=0.2*0.2=0.04

התוחלת: $\sum XiPr(Xi)=10*0.25+15*0.3+20*0.29+25*0.12+30*0.04=17$

$V(X)=EX^2-(EX)^2=[10^2*0.25+15^2*0.3+20^2*0.29+25^2*0.12+30^2*0.04]-17^2=30.5$

ב.

Pr(מוצר חלב)=0.5*0.08+0.3*0.1+0.2*0.25=0.12

Pr(סוג א׳| מוצר חלב)=$\frac{0.5*0.08}{0.12}=\frac{1}{3}$

$X\sim B\left(n=5, P=\frac{1}{3}\right)$- מספר המוצרים מסוג א׳ מבין מוצרי החלב

$$P(X=3)=\binom{5}{3}*(\frac{1}{3})^3*(\frac{2}{3})^2=0.1646$$

ג. X - מספר המוצרים הנבחרים עד שמתקבל המוצר השלישי מסוג א׳. המוצר האחרון שנבחר הוא תמיד השלישי מסוג א׳, וצריך לבחור לפחות 3 מוצרים כדי לקבל 3 סוג א׳.

$$Pr(x=3|x\le 5)=\frac{Pr(x=3)}{Pr(x=3)+Pr(x=4)+Pr(x=5)}=$$

$$\frac{0.5^3}{0.5^3+\binom{3}{2}\cdot 0.5^3\cdot 0.5+\binom{4}{2}\cdot 0.5^3\cdot 0.5^2}=0.25$$

ד.

$$\overline{X}=\frac{\sum Xf}{n}=\frac{0*4+1*15+2*6+3*5+4*12+5*8}{50}=2.6$$

השכיח הוא 1. (בעל שכיחות מקסימלית – 15)

החציון הוא 2.5. כיוון שמספר התצפיות הוא זוגי (n=50), החציון הוא הממוצע של שני האיברים האמצעיים: האיבר ה-25 הוא 2, האיבר ה-26 הוא 3, ולכן החציון הוא $2.5=\frac{2+3}{2}$

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

שאלה 5 (16 נקודות סה"כ, 4 נקודות לכל סעיף) - נכון/לא נכון: נכון פירושו נכון בהכרח תמיד. יש להסביר את התשובה ב-3 משפטים לכל היותר.

א. נתון משתנה מקרי X בעל התפלגות נורמלית עם תוחלת μ ושונות σ^2. המשתנה הנורמלי הסטנדרטי $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$ הוא בעל תוחלת 0 ושונות 1.

ב. נתונים A ו-B שני מאורעות המוגדרים על אותו מרחב הסתברות Ω. אם A ו-B מאורעות בלתי תלויים, אז גם $\bar{A}$ ו-B מאורעות בלתי תלויים.

ג. מספר התקלות ברשת מחשבים מתפלג פואסונית עם ממוצע של λ תקלות ביחידת זמן. נתון כי ההסתברות שתקרינה 3 תקלות ביחידת זמן גדולה פי 1.5 מההסתברות שתקרה תקלה אחת ביחידת זמן. מסקנה: $\lambda=3$.

ד. נתונה סדרת תצפיות. מוסיפים לסדרה שתי תצפיות שוות לממוצע. לכן, כתוצאה מההוספה, הטווח, השונות, והחציון לא ישתנו.

פתרון השאלה

א. Z הוא טרנספורמציה ליניארית של X: $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{1}{\sigma}X-\frac{\mu}{\sigma}$. לכן,

$$E(Z)=E\left(\frac{1}{\sigma}X-\frac{\mu}{\sigma}\right)=\frac{1}{\sigma}E(X)-\frac{\mu}{\sigma}=\frac{\mu}{\sigma}-\frac{\mu}{\sigma}=0$$

$$V(Z)=V\left(\frac{1}{\sigma}X-\frac{\mu}{\sigma}\right)=\frac{1}{\sigma^2}V(X)=\frac{\sigma^2}{\sigma^2}=1$$

אם X מתפלג נורמאלית, אז גם Z מתפלג נורמאלית. הטענה נכונה.

ב. הטענה נכונה.

$$P(B|\bar{A})=\frac{P(B\cap\bar{A})}{P(\bar{A})}=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{1-P(A)}=\frac{P(B)-P(A)*P(B)}{1-P(A)}=\frac{P(B)[1-P(A)]}{1-P(A)}=P(B)$$

לכן, B ו-$\bar{A}$ בלתי תלויים.

ג. הטענה נכונה. נתון: $X\sim P$. $[1.5P(X=1)=P(X=3)]\rightarrow 1.5\frac{e^{-\lambda}*\lambda}{1!}=\frac{e^{-\lambda}*\lambda^3}{3!}$

$9\lambda=\lambda^3$

$\lambda(\lambda^2-9)=0$

כלומר – $\lambda=0, \lambda=3, \lambda=-3$.

0, -3 לא רלוונטי, ולכן בהכרח מתקיים $\lambda=3$.

ד. הטענה נכונה רק לגבי הטווח, לכן איננה נכונה באופן כללי. השפעה על R=Xmax-Xmin: הוספה של שתי תצפיות אשר שוות לממוצע לא משנה את הטווח, כיוון שהממוצע לא גדול מ-X_{max} או קטן מ-X_{min}. לכן, ערכי המינימום והמקסימום לא משתנים והטווח לא משתנה.

השפעה על $S^2=\frac{\sum(Xi-\bar{X})^2}{n}$. המונה של השונות לא משתנה, המכנה (מספר התצפיות n) גדל, ולכן השונות קטנה. החציון לא משתנה רק אם ההתפלגות סימטרית והחציון שווה לממוצע. אחרת, מוסיפים 2 תצפיות שגדולות מהחציון, או 2 תצפיות שקטנות מהחציון והחציון גדל או קטן בהתאמה.

20/20

שאלה 1

א. לא פגומים יותר מ-3

א 0.5 50%, ב̂ 0.5 50%

X 1 0 (אם מוצר הראשון הוא מסוג ב̂)

Y -> מס' מוצרים שנבדקו 1, 2, 3 עד מתי שמגיע ב̂

Z -> אם המוצר השני שנבדק הוא מסוג ב̂.

y \ x	0	1	$P(y_i=y)$
1	0	0.5	0.5
2	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
$P(x_i=x)$	0.5	0.5	1

$\frac{1}{8}$ סוג א סוג א סוג א

סוג א סוג ב̂ סוג ב̂

6/6

$P(y=2) \to 0.5 \cdot 0.5$

סוג ב̂ סוג א

מקדם מתאם הוא $-\frac{125}{138} = -0.90$

7/7

$$\rho = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{V_x V_y}} = \frac{-\frac{3}{8}}{\sqrt{0.6875 \cdot 0.25}} = \frac{-\frac{3}{8}}{0.414} = -\frac{125}{138} =$$

$cov(x,y) = E_{xy} - E_x \cdot E_y \to 0.5 - [1.75 \cdot 0.25] = -\frac{3}{8}$

$V_x = E(x^2) - (E_x)^2 = 0.5 - 0.5^2 = \frac{1}{4}$ שונות של x

$V_y = [0.5 + 2^2 \cdot 0.25 + 3^2 \cdot 0.25) - (1.75^2) = 0.6875$ שונות של y

$E_x = 0 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ תוחלת x

$E_y = 1 \cdot 0.5 + 2 \cdot 0.25 + 3 \cdot 0.25 = \frac{7}{4} = 1.75$ תוחלת y

הערות הבודק

$$-\frac{125}{138} \approx -0.905$$ מקדם מתאם

ב. מקדם המתאם יהיה 1-

$$cov(x,z) = 0 - \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$Exz = 0\cdot0\cdot0 + 1\cdot0\cdot0.5 + 0\cdot1\cdot0.5 + 0\cdot0\cdot0 = 0$$

$$Ex = Ez = \frac{1}{2}$$

$$Vx = Vz = \frac{1}{4}$$

Z \ X	0	1	
0	0	0.5	0.5
1	0.5	0	0.5
	0.5	0.5	

4/4

$$P = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{VxVy}} = \frac{-0.25}{\sqrt{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}}} = \frac{-0.25}{0.25} = -1$$

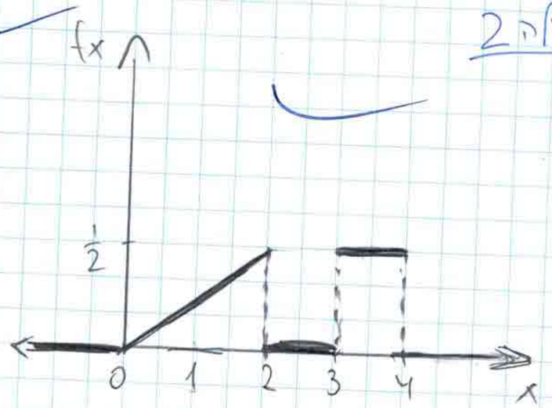
מקדם המתאם הוא 1- כי כאשר X גדול (מספר ראשון סוף ג) בהכרח Z הוא 0 => מספר ראשון לא יהיה

סוף א.

שאלה 2

ו.

$$f_x = \begin{cases} \frac{x}{4} & 0 \le x < 2 \\ 0 & 2 \le x \le 3 \\ \frac{1}{2} & 3 \le x \le 4 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$



$$\left(\frac{x^2}{8}\right)' = \frac{2x}{8} = \frac{x}{4}$$

$$\left(\frac{x}{2} - 1\right)' = \frac{1}{2}$$

הערות הבודק

ב.

מחיר אוכל לכלב $w = 3x$

$Ew = 3Ex = 3 \cdot \frac{29}{12} = 7.25$ תוחלת מחיר מזון לכלב

$$Ex = \int_0^2 \frac{x^2}{4}dx + \int_3^4 \frac{x}{2} = \frac{x^3}{12}\Big|_0^2 + \frac{x^2}{4}\Big|_3^4 =$$

$$\frac{8}{12} - 0 + \frac{4^2}{4} - \frac{9}{4} = \frac{29}{12} = 2.416$$

$t = 4w$

תוחלת מחיר מזון בשקלים 29 ש"ח

$Et = 4 \cdot Ew = 4 \cdot 7.25 = 29$

התשובה הסופית 29 ש"ח

ג. לפחות 1 מארבע יהיה נמוך מ-a בוודאות היא 0.9984

המשלים של כולם גבוהים מ-a

ההסתברות שכולם גבוהים מ-a היא $\frac{1}{625}$

ההסתברות שמוצר אחד יהיה גבוה מ-a היא 0.04

$P(X>a) = 0.04$ (-2)

צריך

$1 - P(X<a) = 0.04$

$3.92 = a$

$P(X<a) = 0.96$

$\left[\frac{x}{2} - 1\right]$

ההסתברות שמחיר 4 מוצרים לפחות 1 יהיה נמוך מ-3.92 היא 0.9984

ותחום הפונקציה מצטבר

$\frac{x}{2} - 1 = 0.96$

בדיקה:

$\frac{x}{2} = 1.96$

$P(X > 3.92)$

$x = 3.92$

$1 - F(3.92)$

$1 - 0.96 = 0.04$

הערות הבודק

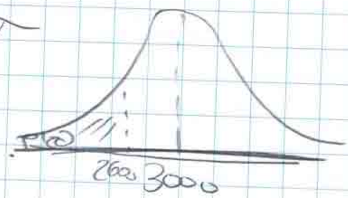
$\frac{18}{20}$

שאלה 3

ג.

$\boxed{\text{פגום} = X<2600}$

$\sigma = 200$



$P(X<2600) =$

$P\left(Z<\frac{2600-3000}{200}\right)$

$\Phi(-2) = 0.2275$

0.02275

22.75% הרכיבים הפגומים.

5/5

ד.

$P(X>3300 \mid X>3200) = \frac{P(X>3300)}{P(X>3200)} = \frac{0.06681}{0.15866} = 0.421$

$P(X>3300)$

$1-P(X<3300)$

$1-P\left(Z<\frac{3300-3000}{200}\right)$

$1-\Phi(1.5) =$

$1-0.93319 = 0.06681$

42.1% הרכיבים שאורך חייהם מעל 3300 שעות מתוך הרכיבים שאורך חייהם מעל 3200 שעות.

5/5

$P(X>3200)$

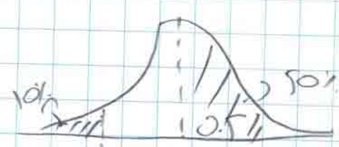
$1-P(X<3200)$

$1-P\left(Z<\frac{3200-3000}{200}\right)$

$1-\Phi(1) =$

$1-0.84134 = 0.15866$

הערות הבודק



ג. גבוה מהחציון ← 0.5
נמוך מהעשירון התחתון: 0.1

$X\sim B(n=3, p=0.6)$

$1-\binom{3}{0}0.6^0\cdot 0.4^3 = 0.936$

5/5

ההסתברות שמתוך 3 רכיבים יהיה לפחות אחד גבוה מהחציון או נמוך מהעשירון התחתון הוא 0.936

ד.

$P(X<2600)=0.01$

$P\left(Z<\frac{2600-\mu}{200}\right)=0.01$

$\frac{2600-\mu}{200}=-3.09$ (-1)

4/5

$2600-\mu=-618$

$3218=\mu$ (עיגול)

התוחלת החדשה צריכה להיות 3218

שאלה 4

פונ' המצטברת:

X	10	15	20	25	30
$P(X_i=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{21}{25}$	$\frac{24}{25}$	1

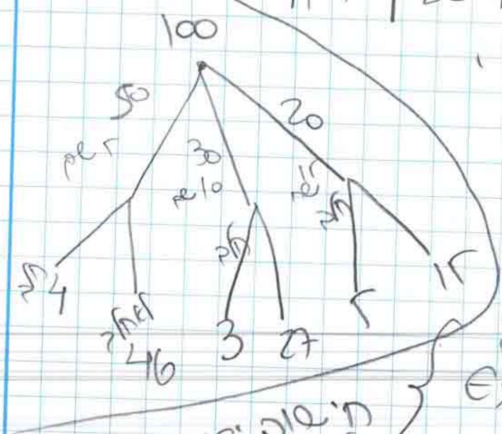
?

ג. תוחלת: 17
שונות: 30.5

פונ' ההסתברות:

פונ' צפיפות:

X	10	15	20	25	30	סה"כ
$P(X_i=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{29}{100}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{25}$	1



$EX=10\cdot\frac{1}{4}+15\cdot 0.3+20\cdot\frac{29}{100}+25\cdot\frac{3}{25}+30\cdot\frac{1}{25}=17$

$EX^2=10^2\cdot\frac{1}{4}+15^2\cdot 0.3+20^2\cdot\frac{29}{100}+25^2\cdot\frac{3}{25}+30^2\cdot\frac{1}{25}=319.5$

$VX=319.5-(17^2)=30.5$ שונות

חישוב ידני לתוחלת ושונות

הערות הבודק

ה.

$$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{40}{243}=0.164$$

$\frac{1}{3}=\frac{4}{12}$ הסתברות שמיר מהמוזר. חלק הוא מספר א

ההסתברות שמיר 2 מוזרי. חלק קבוע 3 הם מספר א 0.164

היא 0.164

ו.

$$\frac{\text{מוזר א}\cdot\text{מוזר ב}\cdot\text{מוזר ג}}{\binom{4}{2}\cdot\text{מוזר א}}=\frac{0.5\cdot0.5\cdot0.5}{\binom{4}{2}0.5^4\cdot0.5}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{16}}=\frac{2}{3}$$

לבסס

? $P(x=4)$ $P(x=3)$

מה על ק

כשמוזר מוזר 2 של האחרון חייב להיות מוזר א

ב	ב	א	א
א	ב	א	ב
א	א	ב	ב
ב	א	ב	א
ב	א	א	ב
א	ב	ב	א

$\binom{4}{2}$

ג. ממוצע: $\frac{5\cdot8+4\cdot12+3\cdot5+2\cdot6+1\cdot5+0\cdot4}{50}=\frac{130}{50}=2.6$ ממוצע

שכיח: 1

חציון: מקום 25 ← 2
מקום 26 ← 3

החציון: 2.5

לסיכום: ממוצע 2.6
שכיח 1
חציון 2.5

23/24

הערות הבודק

שאלה 2

א) המשפט לא נכון. ההוכחה מדוגמא:

במדגם: 4, 8, 20, 30, 50

הממוצע הוא: 22.4 החציון הוא 20

הוספת התצפית תואם לממוצע: 22.4 ולחציון: 22.4

(4, 8, 20, 22.4, 22.4, 30, 50)

הממוצע לא זז אך החציון זז ולכן המשפט לא נכון.

4/4

ב) נכון, כי הידיעה ש A קרה או לא משפיעה לנו על אם B קרה. כלומר ש A לא קרה ($\bar{A}$) אז זה גם לא משפיע על B.

4/4

ג) המשפט נכון. ההוכחה:

$$E_Z = E\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma}\left[Ex - E\underbrace{\mu}_{\text{תוחלת } x}\right] = \frac{1}{\sigma}\cdot 0 = 0$$

$$V_Z = V\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma^2}\left[Vx + V\mu\right] = \frac{1}{\sigma^2}\cdot Vx = 1$$

μ מספר קבוע ולכן השונות שלו היא 0

יפה

4

הערות הבודק