



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
מדור בחינות

תאריך הבחינה : 10/11/2017
שמות המורים : דר' ס.סמית
מבחן ב : חדר א' 2
מס' קורס : 201-1-2371
מיועד לתלמידי : מדעי המחשב והנדסת תכנה
שנה : א' סמ' קיץ מועד : ב'
משך הבחינה : 3 שעות
חומר עזר : 2 דפי נוסחאות בגודל A4, אין
מחשבון

מס' נבחן : _____

ענה על כל 4 השאלות הבאות.
משקל כל שאלה 25 נקודות.
כל תשובה צריכה להיות מנומקת.

1. (א) [נק' 13] תהי $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ סדרת פונקציות שמוגדרות בתחום מסויים D ונניח שהטור $\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$ מתכנס במידה שווה ב- D . הוכיחו שהסדרה $\{f_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ גם מתכנסת במידה שווה ב- D .

(ב) [נק' 12] הוכיחו שאם f רציפה בקטע $[a, b]$ אז $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ היא פונקציה קדומה ל- f בקטע.

2. (א) [נק' 12] חשבו את הגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \frac{n}{n^2+9} + \dots + \frac{n}{n^2+n^2})$
(ב) [נק' 13] האם האינטגרל הלא-אמיתי $\int_1^{\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx$ מתכנס? אם כן, חשבו את ערכו.
אם לא, יש להוכיח שהוא מתבדר.

3. (א) [נק' 12] יהי $\alpha \in \mathbb{R}$ ונגדיר $f_n(x) = n^\alpha x^2 e^{-nx}$ לכל מספר טבעי $n \geq 1$ ולכל מספר ממשי x .

(i) מצאו את תחום ההתכנסות הנקודתית של הטור $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$.
(ii) מצאו את הערכים של $\alpha \in \mathbb{R}$ עבורם הטור $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ מתכנס במידה שווה ב- D .

(ב) [נק' 13] תהי $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ הפונקציה המוגדרת ע"י הנוסחה

$$f(x, y) = 2x^3 + 9xy^2 + 15x^2 + 27y^2$$

מצאו את כל הנקודות הקריטיות של f , והחליטו עבור כל אחת מהן אם היא נקודת מקסימום מקומי, נקודת מינימום מקומי, או נקודת אוקף.

4. (א) [נק' 13] מצאו את הערך המינימלי ואת הערך המקסימלי של $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ תחת האילוץ $x^2 - 2x + 2y^2 + 4y = 0$.

(ב) [נק' 12] חשבו את האינטגרל

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{4-x^2-y^2} dy dx$$