

תאריך בחינה: 17.07.2016

המרצים: מ. ברברמן, ס. סמית, ל. חלימר

בחינה ב: חדו"א 2 לתלמידים של מדאי המחשב והנדסת תוכנה

מספר קורס: 201.1.2371

משך הבחינה: 3 שעות

שנה: א', סמסטר: ב', מואד: א'

חומר עזר: דף נוסחאות אחד בגודל סטנדרטי A4, אין שימוש בחשבון כלשהו.

יש לענות על כל 5 שאלות הבאות ללא בחירה. משקל של כל שאלה 20 נקודות ומשקל של כל סעיף בשאלה 10 נקודות. יש לנמק באופן ברור את תשובתכם.

שאלה 1.

(א) חישוב את האינטגרל:

$$\int_1^e x^2 (\ln x)^2 dx.$$

(ב) חישוב את הערך המדויק של אינטגרל הלא אמיתי:

$$\int_0^\infty e^{-[x] + \frac{x}{2}} dx,$$

כאשר $[x]$ הוא חלק שלם של מספר x , כלומר: $[x] = \max\{u \in \mathbb{Z} : u \leq x\}$.

שאלה 2.

(א) גרף של הפונקציה

$$f(x) = \sqrt{\frac{\sin x}{\cos^2 x + 4 \cos x + 5}}, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2},$$

מסתובב סביב הציר x . מצאו את הנפח של הגוף הסיבוב.(ב) פונקציה $f(x)$ מוגדרת כסכום של הטור פונקציות:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\cos nx)^{n^2}}{(e^x + x)^n}.$$

האם פונקציה $f(x)$ רציפה ב- $(0, \infty)$? נמקו!

שאלה 3.

(א) מצאו את התחום ההתכנסות של הטור פונקציות

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(\ln n)^{\sqrt{|x-1|}_n}}.$$

באיזה תחום הטור מתכנס בהחלט?

(ב) חקרו האם הפונקציה הבא דיפרנציאבילית בנקודה $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4(e^x - 1) \sin x}{2 \ln(1+x^4) + y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

שאלה 4.

(א) תהי $f(t)$ פונקציה גזירה. נגדיר

$$u(x, y) = x^2 y + x f\left(\frac{y}{x}\right)$$

תבדקו ש:

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2x^2 y + u(x, y).$$

(ב) מצאו את הנקודות הקיצון של הפונקציה

$$f(x, y) = x^4 - x^2 + 2xy + y^2 - 3.$$

שאלה 5.

(א) חישבו את האינטגרל הכפול

$$\iint_D \frac{x}{(x^2 + y^2)^2} dx dy$$

כאשר

$$D = \{(x, y) : x \leq 3, x^2 + y^2 \geq 1, 0 \leq y \leq x\}.$$

(ב) בעזרת השיטת לגרנג' מצאו ערך הגדול ביותר וערך הקטן ביותר של הפונקציה

$$f(x, y) = 2x - 3y$$

כאשר

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1.$$

בהצלחה!