

המבחן נעשה ב-10.12.2016

המחנך: ד"ר משה גורביץ, סגן מנהל, חדר 101

בחינה זו: חדר 2 לחלוקה של מדעי המחשב וחדוסי המספרים

מספר קורס: 201.1.2371

משך הבחינה: 3 שעות

שנית: א', ספטמבר '17, חדר 101

חומר עזר: דף סכומים אחד בגודל מסמך A4, אין שימוש במחשבון כלשהו.

יש לענות על כל 5 שאלות הבאות ללא בחירה. משקל של כל שאלה 20 נקודות ומשקל של כל סאף בשאלה 10 נקודות. יש לנמק באופן ברור את תשובתכם.

שאלה 1.

(א) חישוב את האינטגרל:

$$\int_0^{\ln 2} \frac{(-x^2 + 1) dx}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$$

(ב) בעזרת אינטגרל מסויים חישוב את הגבול הבא:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n k \sin\left(\frac{\pi k}{2n}\right).$$

אקוין

שאלה 2.

(א) חישוב את האינטגרל הלא אמיתי:

$$\int_e^\infty \frac{\ln x - 1}{x^2} dx.$$

(ב) הוכיחו שלכל $c > 1$ הסכום של הטור

$$S(x) = \sum_{n=2}^\infty \frac{x}{n^2}$$

הוא פונקציה רציפה ב- $(-\infty, \infty)$.

שאלה 3.

(א) חקרו האם הפונקציה הבאה דיפרנציאבילית בנקודה $(0, 0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \ln(1+x^2)}{\arctan(x^2+y^2)}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(ב) חישוב את האורך של העקום הנתון בקואורדינטות פולריות:

$$r = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi.$$

שאלה 4.

(א) מצאו את הערך של הנגזרת $f^{(12)}(0)$ עבור הפונקציה

$$f(x) = x^2 e^{-x} + \arctan(x^3).$$

(ב) בעזרת אינטגרל כפול חישבו את השטח של התחום הבאה:

$$\mathcal{D} = \{(x, y) : (x-1)^2 + (y-3)^2 \leq 10, 0 \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

שאלה 5.

(א) מצאו נקודות הקיצון של הפונקציה

$$z = (x+y)^3 - 4x^2 - 48y.$$

(ב) לחשב:

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{1}{y} \sin\left(\frac{x}{y^2}\right) dx dy,$$

כאשר

$$\mathcal{D} = \{(x, y) : \sqrt[3]{x} \leq y \leq \sqrt{x}, \frac{\pi}{2} \leq y \leq \pi\}.$$

בהצלחה!