"카드 바꾸기" 문제 풀이

작성자: 박선재

부분문제 1

N이 3 이하이다. N이 2 이상이므로, $N = 2$일 때와 $N = 3$일 때로 나누어 생각할 수 있다.

우선 $N = 2$이면 바꿀 필요가 없다. 따라서 $N = 2$일 경우 답은 0이다. $N = 3$일 경우, 카드에 적혀있는 수가 왼쪽부터 순서대로 a, b, c라고 했을 때, $c - b = b - a$이면, 바꿀 필요가 없다. 이때 답은 0이다. $c - b \neq b - a$이면, $d = b - a$라고 했을 때, 마지막 수를 $b + d$로 바꾸면 되므로, 답이 1이 된다. 따라서 경우를 나누어 문제를 해결할 수 있다. 시간 복잡도는 $O(1)$이다. 제한 시간 내에 충분히 해결할 수 있다.

부분문제 2

먼저, 수들을 적절히 바꾼 후 최종상태에서 카드에 적혀있는 수들은 적절한 정수 a, d에 대해 왼쪽부터 순서대로 $a, a + d, \ldots, a + (N - 1)d$가 돼야 한다.

$N \leq 5$인 경우, 원래 카드 중 2개 이상의 카드에 적혀 있는 수들은 바뀌지 않으므로, 선택할 수 있는 모든 카드 쌍에 대해 그 카드들에 적혀있는 수를 바꾸지 않을 수 있는지 판단한다. 가능하다면, 위의 a, d가 정해지므로, 적혀있는 수를 바꿔야 하는 카드의 개수를 세어준다. 그 후, 각 경우에서 적혀있는 수를 바꿔야 하는 카드 개수 중 최솟값을 답으로 하면 된다.

$N > 5$인 경우, 인접한 두 카드에 적힌 수를 모두 바꾸지 않아도 되는 경우가 반드시 존재한다. 그래서 모든 인접한 카드 쌍에 대해 그 카드들에 적혀있는 수를 바꾸지 않는 경우에 대해 $N \leq 5$인 경우와 비슷하게 답을 계산해주면 된다.

$O(N)$개 이하의 경우에 대해 바꿔야 하는 카드의 개수를 세는 데 $O(N)$의 시간이 걸린다. 따라서, 전체 시간복잡도는 $O(N^2)$이다. 제한 시간 내에 충분히 해결할 수 있다.

부분문제 3

부분문제 2의 풀이에서 설명했듯이, 수들을 적절히 바꾼 후 최종상태에서 카드에 적혀있는 수들은 적절한 정수 a, d에 대해 왼쪽부터 순서대로 $a, a + d, \ldots, a + (N - 1)d$가 돼야 한다.

그리고, 원래 카드에 적혀 있던 수 중에 적어도 하나는 바꾸지 않아도 된다는 점을 이용한다. i번째 $(1 \leq i \leq N)$ 카드를 바꾸지 않고, d값이 정해진다면, $a = x - (i - 1)d$로 같이 정해지므로, 몇 개의 카드에 적혀있는 수들을 바꿔야 하는지 계산할 수 있다. 따라서 왼쪽부터 모든 카드를 순서대로 순회하면서, 가능한 모든 d값에 대해 적혀있는 수를 바꿔야 하는 카드의 개수 중 최솟값을 계산해 주면 된다.

각 카드에 대해서, 시도 가능한 d값의 개수가 $O(d)$이고, 각 경우에 대해서 적혀있는 수를 바꿔야 하는 카드의 개수를 세는 데 $O(N)$의 시간이 걸린다. 따라서 전체 시간복잡도는 $O(N^2 d)$가 된다. d의 범위가 작으므로, 제한 시간 내에 해결할 수 있다.

부분문제 4

먼저 답이 아무리 커도 $N - 2$이하임을 알 수 있다. 이는 왼쪽에서부터 첫 번째, 두 번째 카드에 적힌 수를 각각 a, b라고 할 때, $d = b - a$로 두면 첫 번째, 두 번째 카드에 적힌 수는 바꿀 필요가 없다. 따라서 이 경우에 적혀있는 수를 바꿔야 하는 카드의 개수가 $N - 2$임을 알 수 있다. 그러므로 $N - 2$개 이하의 카드만 바꿔도 원하는 형태로 만들 수 있다.

답이 $N-2$이하라는 것은, 적혀있는 수를 바꾸지 않아도 되는 카드가 적어도 2개는 있다는 것이다. 그러므로 모든 카드 쌍에 대해, 현재 보고 있는 카드가 왼쪽에서 i, j번째 카드이고,$(i < j)$ 적혀있는 수가 순서대로 x_i, x_j라고 하자.

i, j번째 카드를 바꾸지 않아도 되는 경우에 대해서 생각하면, 이때 $d = \dfrac{x_j - x_i}{j - i}$로 정해진다. d가 정해졌으므로, $a = x_i - (i-1)d$로 정해진다. a, d가 정해졌으므로, 이 경우에 바꿔야 할 카드의 개수를 정할 수 있다. 단, d가 정수여야 하므로 $x_j - x_i$가 $j - i$의 배수여야 한다. 그렇지 않으면 불가능하다. 이 경우에는 넘어간다. 모든 경우에 대해 적혀있는 수를 바꿔야 하는 카드의 개수 중 최솟값을 답으로 하면 된다.

가능한 카드 쌍의 개수가 $\frac{N(N-1)}{2}$개이고, 각 경우에 대해 적혀있는 수를 바꿔야 하는 카드의 개수를 세는데 $O(N)$의 시간이 걸리므로, 전체 시간복잡도는 $O(N^3)$이 된다. 제한 시간 내에 전체 문제를 해결할 수 있다.