

“초등부 2번 / 고등부 1번. 대피소” 문제 풀이

작성자: 오주원

부분문제 1

대피소를 설치하지 않을 집을 선택한 경우, 해당 집과 가장 가까운 집 사이의 거리가 대피소로 이동하기 위한 최대 거리가 된다. 따라서, 문제의 정답을 찾기 위해서는 각 집마다 가장 가까운 집과의 거리를 계산하고, 이 중에서 최솟값을 찾아야 한다. 즉, $\frac{N(N-1)}{2}$ 개의 거리 쌍 중에서 가장 작은 거리가 문제의 정답이 된다.

부분문제 2

어떤 집에 대피소를 설치하더라도 가장 먼 집은 1번 집 또는 N 번 집이므로 대피소와 두 집 사이의 거리만 고려하면 된다. 대피소를 K 번 집에 설치하면 최대 거리는 $N - K$ 와 $K - 1$ 중 더 큰 값이 된다. 찾아야 하는 것은 이 최대 거리를 최소화하는 K 이다. 중앙에 가까운 집을 선택할수록 최대 거리가 줄어드는 것을 알 수 있고, 따라서 가장 중앙에 가까운 집을 선택했을 때의 거리가 최소가 되어 $\lfloor \frac{N}{2} \rfloor$ 가 문제의 정답이 된다.

부분문제 3

대피소를 설치할 집 하나를 선택한 다음, 설치하지 않은 다른 집들과의 거리를 비교하여 가장 큰 값을 찾는다. 총 N 개의 집을 선택할 수 있고, 최대 거리를 구하는 데에 $O(N)$ 의 시간이 걸리므로 $O(N^2)$ 에 정답을 구할 수 있다.

부분문제 4

대피소를 설치할 집 하나를 선택하고, 설치하지 않은 집 중에서 하나를 골라 대피소를 설치한다. 그다음, 각 집과 두 대피소와의 거리를 비교해서 더 작은 값으로 정답을 갱신해준다. N 개의 집 중에 2개의 집을 선택하는 방법은 $\frac{N(N-1)}{2}$ 개가 있고, 거리를 구하는 데 $O(N)$ 의 시간이 소요된다. 따라서, $O(N^3)$ 의 시간복잡도로 정답을 구할 수 있다.

부분문제 5

대피소를 1번 집과 N 번집에 설치하면 최대 거리는 $X_N - X_1$ 보다 작아진다는 것을 알 수 있다. 따라서 0부터 $X_N - X_1$ 까지 1씩 증가시키며 하나씩 정답으로 가능한지 확인한 이후, 가능하면 그 값을 바로 출력해주고 프로그램을 종료하는 것으로 항상 정답을 찾을 수 있다.

정답으로 A 가 가능한지 확인하기 위해서 탐욕적인 방법을 사용한다. 가장 작은 번호의 집에 설치할 대피소는 1번 집과의 거리가 A 이하여야 하고, 그중 가장 번호가 큰 집을 선택해야 그 대피소와 거리가 A 이하인 집의 개수가 가장 많아진다. 다음으로 중간에 설치할 대피소는 첫 번째로 설치한 대피소와 거리가 A 보다 크면서 번호가 가장 작은 집을 z 라고 할 때, z 와의 거리가 A 이하여야 한다. 앞과 마찬가지로 이유로, z 와 거리가 A 이하이면서 가장 번호가 큰 집에 대피소로 설치해야 하고, 같은 방법으로 세 번째 대피소를 설치할 집도 찾아주면 된다. 이렇게 대피소를 설치하면 1번 집부터 세 번째 대피소를 설치한 집까지는 모두 대피소와의 거리가 A 이하가 되며, 세 번째 대피소를 설치한 집보다 번호가 크면서 가장 멀리 떨어진 집은 N 번 집이므로 두 집 사이의 거리를 구하여 모든 거리가 A 이하인지 확인할 수 있다. 이때, 모든 거리가 A 이하라면 A 는 정답이 될 수 있고, 없다면 A 는 정답이 될 수 없다.

1부터 X_N 까지 각 값을 가능한지 확인하는데 $O(K + N)$ 의 시간이 걸리므로 $O((K + N)X_N)$ 에 문제를 해결할 수 있다. 추가로, 이분 탐색을 이용해 $O(K \log X_N \log N)$ 에 문제를 해결할 수도 있다.

부분문제 6

대피소를 설치할 세 집을 선택하고, 선택한 세 대피소와 설치하지 않은 집 간의 거리를 비교하여 가장 작은 값의 최댓값이 정답의 후보가 된다. N 개의 집 중에 3개의 집을 선택하는 방법은 $\frac{N(N-1)(N-2)}{6}$ 개가 있으며, 거리를 구하는 데 $O(N)$ 의 시간이 걸리므로 $O(N^4)$ 에 정답을 구할 수 있다.