"초등부 2번 / 중등부 1번. 두 배" 문제 풀이

작성자: 김준원

부분문제 1, 2

가장 쉽게 생각할 수 있는 방법은 "앞에서부터 차례대로 2를 곱해나가기"일 것이다. 수열의 두 번째 원소부터 마지막 원소까지 차례대로 보면서, 직전의 원소보다 크거나 같게 될 때까지 2를 곱해나가는 것이다. 일종의 그리디 알고리즘이다.

부분문제 1, 2에서는 수열의 모든 원소가 2의 거듭제곱이라는 조건이 존재하므로, 각 원소에 연산을 (부분문제 1) 1번, (부분문제 2) 18번 이하 적용하면 오름차순으로 만들 수 있다. 따라서, A_i의 최대 크기를 상수로 볼 때 $O(N)$의 시간복잡도에 문제를 해결할 수 있다.

부분문제 3

부분문제 1, 2와 같은 시간 복잡도로 문제를 해결할 수 있다. 단, 모든 원소가 2의 거듭제곱이라는 조건이 존재하지 않기 때문에, 두 배 연산을 취한 결과 각 원소가 직전 원소의 2배 미만까지 커질 수 있다. 따라서 i 번째 원소에 최대 $18 + i$번까지 연산을 적용하게 될 수 있으며, 시간 복잡도는 $O(N^2)$이다.

부분문제 4

부분문제 1, 2, 3의 풀이는 시간 복잡도도 느리고, 수들이 너무 커질 수 있기 때문에 부분문제 4, 5, 6에는 그대로 적용할 수 없다. 따라서, 다른 관찰이 필요하다.

먼저, 부분문제 4에서는 각 원소가 2 또는 3이므로, 경우를 나누어 생각할 수 있게 된다. 인접한 두 원소 A_{i-1}와 A_i를 고려해보자. A_i에 연산을 적용할 필요가 있는 경우는 "$A_{i-1} = 3$, $A_i = 2$일 때" 뿐이다. A_{i-1}, A_i가 이와 다른 값을 가질 때에는 $A_{i-1} \le A_i$이므로 따로 연산을 적용할 필요가 없다.

그리고, 위 경우 A_i에 연산을 적용한 뒤에는 $A_i = 4$가 되므로, A_i 이후의 모든 원소 $(A_{i+1}, A_{i+2}, \cdots)$보다 A_i의 값이 커지게 된다. 따라서, A_i 이후의 모든 원소를 2배로 만들어줄 필요가 있다. 그리고 이후의 모든 원소가 **똑같이** 2배가 된 후에는, 이후의 원소들에 대해서도 위와 동일한 논리를 적용할 수 있게 됨을 알 수 있다. 따라서, 이를 $i = 2, 3, \cdots, N$에 대해 순서대로 적용하면 문제를 풀 수 있다. 시간 복잡도는 $O(N)$이다.

부분문제 5

부분문제 5에서도 배열이 초기에 내림차순이므로 부분문제 4와 비슷한 관찰을 할 수 있다.

부분문제 6

앞선 부분문제들의 관찰에서 인접한 두 원소 A_{i-1}과 A_i의 관계를 사용했듯, 전체 문제를 풀 때에도 이 관계를 사용한다. 원소의 실제 값이 무엇인지보다, 이전 원소보다 크거나 같아지기 위해 연산을 몇 번 사용하는지가 중요하다.

M_i를 $A_{i-1} \le A_i \times 2^x$인 가장 작은 정수 x의 값이라고 두자. 이제, 인덱스 i에 대해 "두 배" 연산을 적용하는 것은 M_i를 1 감소시키고 M_{i+1}를 1 증가시키는 것이며, 목표는 $M_1, \cdots, M_N$을 모두 양수로 만드는 것이다. 따라서, 배열 M의 두 번째 원소부터 순회하면서, 양수 값을 가지고 있으면 필요한 횟수만큼 연산을 적용하면 된다. 시간 복잡도는 $O(N)$이다.