

“중등부 2번/고등부 1번. 부산 관광” 문제 풀이

작성자: 이종서

부분문제 1

교통 티켓을 최적으로 구매하는 경우 1일권만 구매하게 된다. 이 경우, 사야하는 1일권의 개수는 한국이가 관광을 진행하는 날의 수와 정올이가 관광을 진행하는 날의 수를 합과 같다. 이는 두 문자열에서 "1"의 개수를 세는 방식으로 구현할 수 있다. 시간 복잡도는 $O(N)$ 이다.

부분문제 2

교통 티켓을 최적으로 구매하는 경우 묶음권만 구매하게 된다. 따라서, 묶음권으로 $A_i = 1$ 이거나 $B_i = 1$ 인 $i(1 \leq i \leq N)$ 들을 커버하는 문제로 바꾸어 생각할 수 있다.

이는 $i = 1 \dots N$ 순서로 i 를 순회하며 $A_i = 1$ 이거나 $B_i = 1$ 인데 ‘날짜 i 를 커버하는 묶음권을 아직 구매한적 없는 경우’에만 날짜 i 에 묶음권을 구매하는 방식으로 해결할 수 있다. 시간 복잡도는 $O(N)$ 이다.

부분문제 3

두 사람의 티켓 구성이 완전히 동일한 최적의 구매 방식이 존재함을 알 수 있다. 구매한 묶음 티켓의 개수를 c_4 라 하고, 한국이가 구매한 5일권의 개수를 c_5 , 3일권의 개수를 c_3 , 1일권의 개수를 c_1 이라 하자. $4c_4 + 5c_5 + 3c_3 + c_1 \geq N$ 인 (c_4, c_5, c_3, c_1) 가운데 비용 $c_4P_{\text{pair}} + 2c_5P_5 + 2c_3P_3 + 2c_1P_1$ 을 최소화 하는 것을 찾으면 문제를 해결할 수 있다.

그런데 (c_4, c_5, c_3) 의 값이 결정되면 $c_1 = N - 4c_4 - 5c_5 - 3c_3$ 임을 관찰할 수 있다. 따라서, 가능한 (c_4, c_5, c_3) 쌍을 전체 순회하며 그 중 비용이 최소인 것을 찾아 문제를 해결할 수 있다. 시간 복잡도는 $O(N^3)$ 이다. 참고로, $c_4 \leq \lceil N/4 \rceil$, $c_5 \leq \lceil N/5 \rceil$, $c_3 \leq \lceil N/3 \rceil$ 이므로 실제 순회 횟수는 $N^3/60$ 수준으로 상수 계수가 작기 때문에, 구현상으로는 효율적으로 동작한다.

부분문제 4

정올이가 관광을 진행하지 않으므로, 한 명의 관광 일정을 1일권, 3일권, 4일권(묶음권), 5일권으로 커버하는 문제로 단순화해 생각할 수 있고, 간단한 동적 계획법으로 해결 가능하다.

D_i 를 날짜 i 까지의 관광 일정을 커버하기 위한 최소 티켓 구매 비용으로 정의하자. 날짜 i 를 커버하는 티켓을 사지 않은 경우($A_i = 0$ 인 경우에만 해당), 1일권으로 커버 되는 경우, 3일권으로 커버 되는 경우, 5일권으로 커버 되는 경우, 묶음권으로 커버 되는 경우를 고려하면 순차적으로 D_i 값을 구할 수 있다. 시간 복잡도는 $O(N)$ 이다.

부분문제 5

동적 계획법을 사용하는 다양한 풀이가 존재한다.

날짜 i 에 한국이의 티켓 잔여 일수가 r_a 일, 정올이의 티켓 잔여 일수가 r_b 일, 묶음권의 잔여 일수가 r_p 일 일때 i 일 이후의 일정을 처리하는 최소 비용을 $D(i, r_a, r_b, r_p)$ 로 정의하자. 각 i 에 대해 $r_a \leq 5$, $r_b \leq 5$, $r_p \leq 4$ 인 경우를 고려하면 된다. 날짜 i 에 대해 다음의 경우를 고려하여 재귀적으로 D 테이블을 채워나갈 수 있다:

- 묶음권을 사는 경우 / 사지 않는 경우

- 한국이가 티켓을 사지 않는 경우 / 1일권을 사는 경우 / 3일권을 사는 경우 / 5일권을 사는 경우
- 정올이가 티켓을 사지 않는 경우 / 1일권을 사는 경우 / 3일권을 사는 경우 / 5일권을 사는 경우

시간 복잡도는 $O(N)$ 이고, 제한이 충분히 작으므로 고려하는 경우의 가짓수를 최적화하지 않아도 문제를 해결할 수 있다. 그 외 $O(N^2)$ 에 동작하는 동적 계획법 풀이로도 문제를 해결할 수 있다.