

“식사 계획 세우기” 문제 풀이

작성자: 이온조

부분문제 1

N 개의 식당을 방문하는 가능한 모든 식사 계획을 시도해 보고 그 중에 올바른 식사 계획 중 P 가 사전 순으로 가장 앞서는 식사 계획을 계산하면 된다. 시간 복잡도는 $O(N!)$ 이다.

부분문제 2

N 개의 식당 중 임의의 식당 집합 S 를 올바른 식사 계획의 조건을 만족하도록 순서대로 배치할 수 있는지의 여부를 비트마스크를 활용한 동적 계획법으로 계산하면 부분문제 2를 해결할 수 있다. 시간 복잡도는 $O(N \times 2^N)$ 이다.

부분문제 3

크기가 M 인 어떠한 식당 집합 S 에서 가장 많이 판매하는 음식의 종류를 X 라고 하자. 이 때 S 에서 X 를 판매하는 식당의 수를 K_{max} 개라고 하자. 이 때 S 를 올바른 식사 계획의 조건을 만족하도록 순서대로 배치할 수 있다는 것은 $K_{max} \leq \lceil \frac{M}{2} \rceil$ 와 동치이다. 이는 X 를 판매하는 식당을 식사 계획의 홀수 번째에 배치하면 남은 식당들을 적절히 배치하여 올바른 식사 계획을 세우는 것이 항상 가능하기 때문이다.

따라서 탐욕적인 전략을 사용하여 P 가 사전 순으로 가장 앞서도록 앞에서부터 식당을 차례대로 배치하면서, 아직 식사 계획에 배치하지 않은 식당들의 K_{max} 값을 관리하면 올바른 식사 계획의 조건을 항상 만족시키면서 P 를 구할 수 있다. 식당을 앞에서부터 하나씩 배치할 때마다 남은 식당들의 K_{max} 값을 단순히 반복문으로 계산하여 해결하면 시간 복잡도는 $O(N^2)$ 이다.

부분문제 4

부분문제 3의 풀이에서 K_{max} 값을 `std::set` 등의 자료 구조를 사용하여 관리하면 전체 문제를 $O(N \log N)$ 의 시간 복잡도로 해결할 수 있다. 또한 K_{max} 값이 남은 식당 개수의 과반수를 넘을 때만 식당 배치 전략이 달라진다는 점을 이용하여 $O(N)$ 의 시간 복잡도로도 문제를 해결할 수 있다.