"중등부 1번 / 고등부 1번. 피하자" 문제 풀이

작성자: 이종서

부분문제 1

N이 매우 작으므로 입력으로 가능한 모든 경우를 일일히 따져볼 수 있다.

- **$N = 1, 2$인 경우**: 이 경우에는 답이 0이 된다.
- **$N = 3$이고 A_1, A_2, A_3가 홀수, 짝수, 홀수이거나 짝수, 홀수, 짝수인 경우**: 이 경우에는 가운데 원소를 양 끝의 원소 중 하나와 교환해주면 되므로 답이 1이 된다.
- **그 외 나머지 경우**: 이 경우에는 답이 0이 된다.

부분문제 2

배열의 원소들의 값 자체는 중요하지 않고, 이들의 홀짝성만이 중요함을 알 수 있다. 따라서, 일반성을 잃지 않고 배열이 0 또는 1로만 이루어져 있다고 가정할 수 있다.

0과 1이 인접하는 것이 최대 1번만 허용되므로, 교환들이 끝난 이후의 배열은 $[0, 0, \ldots 0, 1, 1, \ldots, 1]$과 같은 형태 혹은 $[1, 1, \ldots, 1, 0, 0, \ldots, 0]$과 같은 형태가 되어야 한다. 다시 말해, 이 문제를 해결하는 것은 0과 1로 이루어진 배열을 오름차순 또는 내림차순으로 정렬하는데에 필요한 최소 교환 횟수를 구하는 것과 동치이다.

오름차순으로 배열을 정렬하는데에 필요한 교환 횟수는 $i < j$이고, $A_i > A_j$인 (i, j)의 수와 같다. (이를 반전이라고 부르자.) 왜냐하면, 한 번의 교환으로 반전의 개수를 정확히 하나 감소시킬 수 있기 때문이다. 모든 $(i, j)(1 \leq i < j \leq N)$ 쌍을 살펴보면서 반전인지 확인해보면 총 $O(N^2)$ 시간에 반전의 수를 구할 수 있다.

내림차순으로 배열을 정렬하는데에 필요한 교환 횟수 역시도 같은 방법으로 구할 수 있으므로, 전체 문제를 $O(N^2)$ 시간에 해결할 수 있다.

부분문제 3

반전 (i, j)는 $A_i = 1, A_j = 0$을 만족한다. 고로, 각 $1 \leq j \leq N$에 대해 반전 $(*, j)$의 개수는 배열에서 A_j 이전에 등장하는 1의 개수와 같음을 알 수 있다. 따라서, 1의 개수에 대한 누적 합을 이용하면 총 $O(N)$ 시간에 반전의 수(오름차순으로 배열을 정렬하는데에 필요한 교환 횟수)를 구할 수 있다.

내림차순으로 배열을 정렬하는데에 필요한 교환 횟수 역시도 같은 방법으로 구할 수 있으므로, 전체 문제를 $O(N)$ 시간에 해결할 수 있다.