

“불안정한 수열” 문제 풀이

작성자: 오주원

서술의 편의를 위해 각 부분문제에서의 A 의 상한을 K 라고 하자.

부분문제 1

주어진 A 의 이웃한 원소의 합을 모두 보면서 불안정한 수열인지 확인하고, 맞다면 N 을, 아니라면 $N - 1$ 을 출력해서 문제를 해결할 수 있다. 시간복잡도는 $O(N)$ 이다.

부분문제 2

A 에서 원소를 선택해서 만들 수 있는 B 는 $2^N - 1$ 가지이다. 그러므로 $2^N - 1$ 개의 모든 B 가 불안정한 수열인지 확인해주고, 그런 B 중에서 가장 많은 원소를 선택한 경우를 출력하면 된다. 시간복잡도는 $O(2^N \times N)$ 이다.

부분문제 3

다음과 같이 DP $D[i]$ ($1 \leq i \leq N$)를 정의하자.

- $D[i] := i$ 번 원소를 가장 뒤의 원소로 선택했을 때 가질 수 있는 선택한 원소의 최대 개수

$D[i]$ 의 점화식은 다음과 같이 세울 수 있다.

- $D[1] = 1$
- $$D[i] = \max_{1 \leq j < i} \begin{cases} D[j] + 1 & \text{if } A_i + A_j \equiv 1 \pmod{2} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2 \leq i \leq N)$$

정답은 $D[*]$ 중 최댓값이다. $D[i]$ 를 구하기 위해 i 마다 $O(N)$ 개의 값을 확인해야 하므로, 시간복잡도는 $O(N^2)$ 이다.

부분문제 4

다음과 같이 DP $D[i][j]$ ($0 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq K$)를 정의하자.

- $D[i][j] := i$ 번 원소까지 가장 뒤의 원소로 선택한 원소의 값이 j 일 때 가질 수 있는 선택한 원소의 최대 개수

$D[i][j]$ 의 점화식은 다음과 같이 세울 수 있다.

- $D[0][*] = 0$
- $D[i][j] = D[i - 1][j]$
- $$D[i][A_i] = \max_{A_i + j \equiv 1 \pmod{2}} \{D[i - 1][j] + 1\}$$

정답은 $D[*][*]$ 중 최댓값이다. 따라서, 문제를 $O(NK)$ 에 해결할 수 있다.

부분문제 5

풀이 1

불안정한 수열인지 확인하기 위해선 각 원소의 홀짝성만 필요하다. 그러므로 부분문제 4의 풀이에서 A_i 대신 A_i 를 2로 나눈 나머지를 이용해 문제를 해결할 수 있다. 따라서, 시간복잡도는 $O(N)$ 이다.

풀이 2

홀짝성이 같으면서 연속한 원소들 중에서 최대 한 개의 원소만 선택할 수 있다. 그리고 수열을 홀짝성이 같은 원소들이 포함된 구간으로 분리하여 각 구간에서 한 개씩 원소를 선택하면, 불안정한 수열이 만들어짐을 알 수 있다. 최대한 많이 선택한 경우가 불안정한 수열이므로, 구간의 개수가 문제의 답임을 알 수 있다. 구간이 변하는 지점을 찾는다고 생각하며 구간의 개수를 세주면 $O(N)$ 에 문제의 정답을 찾을 수 있다.