

1. 최대 거리 이진 트리 (5점)

4개의 노드 1, 2, 3, 4가 있는 이진 트리가 있다. 이 트리를 전위 순회(preorder)한 결과가 3, 1, 2, 4일 때, 노드 1과 노드 4 사이의 거리의 최댓값은?

두 노드 사이의 거리는 이 둘을 잇는 경로에 포함된 간선(edge)의 개수이다.

- ④ 1
- ④ 2
- ④ 3
- ④ 4

2. 달리기 (5점)

A, B, C, D, E 다섯 명이 100m 달리기를 하여 1등부터 5등까지의 순위가 결정되었다.

다음과 같은 조건이 모두 성립할 때, 3등은 누구인가?

- A는 C보다 순위가 낮다.
- E의 순위는 B와 A 사이이다.
- B보다 순위가 낮은 사람은 없다.
- D는 A보다 순위가 높다.

① A

② B

③ C

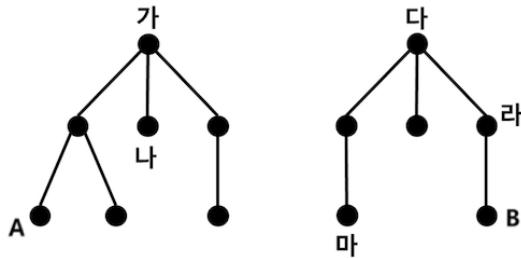
④ D

⑤ E

3. 두 트리 연결하기 (6점)

다음 그림의 두 트리에서, 왼쪽 트리의 한 정점과 오른쪽 그림의 한 정점을 길이가 0인 간선으로 연결하려고 한다.

다른 간선들은 모두 길이가 1일 때, A와 B를 잇는 경로의 길이가 5가 되려면 어느 두 노드를 연결해야 하는가?

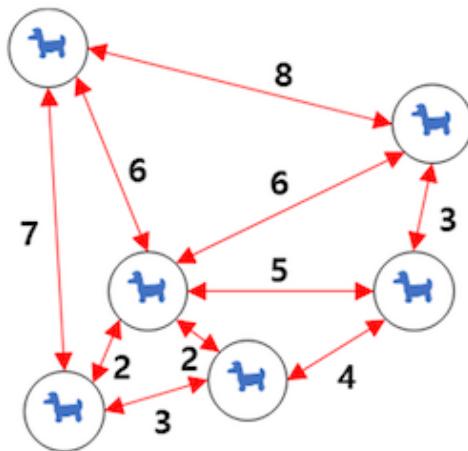


- Ⓐ 가-다
- Ⓑ 가-라
- Ⓒ 가-마
- Ⓓ 나-다
- Ⓔ 나-라

4. 강아지 모으기 (6점)

그림과 같이 여섯 마리의 강아지가 한 섬에 한 마리씩 있다. 그림에서 화살표는 섬과 섬 사이를 오갈 수 있는 뱃길이며 각 숫자는 이동에 필요한 연료의 양을 나타낸다. 배도 여섯 척이 있어 섬마다 한 척씩 대기하고 있다. 모든 배는 한 번에 최대 다섯 마리를 태울 수 있을 만큼 크다.

오랜만에 여섯 마리의 강아지들을 서로 만나게 해주려고 한 섬으로 모으려고 한다. 이때 필요한 연료의 양의 최솟값은?



- Ⓐ 17
- Ⓑ 19
- Ⓒ 21
- Ⓓ 23
- Ⓔ 25

5. 두 팀 (8점)

8명을 각 팀당 4인으로 하여 두 팀으로 나누고자 한다.

그런데 이 8명 중 A와 B의 사이가 좋지 않아 이 둘을 서로 다른 팀에 넣고자 한다.

이 때 팀을 만드는 서로 다른 경우의 수는 총 몇 가지인가?

15

20

24

30

6. 정육각형 위의 점 (8점)

한 변의 길이가 3인 정육각형에 7개의 점을 놓으려고 한다. 점은 면적이 없고, 정육각형의 꼭지점이나 모서리 위에도 점을 놓을 수 있다.

다음 명제가 성립하도록 하는 X 의 최솟값은?

- 점을 어떻게 놓더라도, 적어도 한 쌍의 점은 거리가 X 이하이다.

Ⓐ $\sqrt{3}$

Ⓑ 2

Ⓒ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Ⓓ 3

7. 점프 (9점)

어떤 물체가 수직선에서 이동을 한다. 시작 좌표는 0이며, 오른쪽으로 이동하여 좌표 N 에 도착하려고 한다.

이동하는 방법은 2가지이다.

- **기본 이동:** 오른쪽으로 1만큼 움직인다.
- **점프:** 오른쪽으로 바로 직전에 움직인 거리의 2배만큼 이동한다.

사용 가능한 이동 횟수(“기본 이동”과 “점프”를 사용하는 총 횟수)가 정해져 있다면, 어떤 좌표에는 도착할 수 없을 수도 있다. 예를 들어, 정확히 4번 이동할 수 있을 때, $N = 8$ 에는 도착 가능하지만 ($1 + 2 + 4 + 1 = 8$ 이기 때문), $N = 7$ 에는 어떻게 이동하더라도 도착할 수 없다.

정확히 6번 이동할 수 있을 때 도착할 수 있는 좌표 중 19와 가장 가까운 좌표는?

④ 16

④ 17

④ 18

④ 19

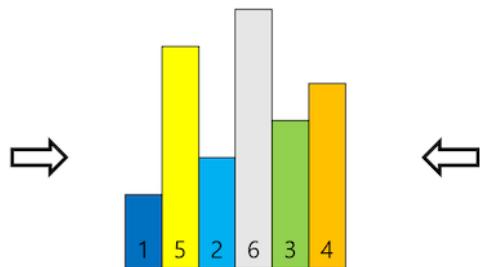
8. 거스름돈 (9점)

7원, 9원, 11원 세 가지 종류의 동전으로 x 원 이상인 정수인 금액은 모두 정확하게 만들 수 있다고 할 때,
 x 의 최솟값은?

9. 막대기 세우기 (10점)

너비가 일정하며, 높이와 색이 서로 다른 막대기를 일렬로 세운다. 일렬로 세워진 막대기들을 왼쪽 먼지점에서 볼 때, 큰 막대기에 가려 보이지 않는 막대기가 있다. 마찬가지로 세워진 막대기들을 오른쪽 먼지점에서 볼 때, 큰 막대기에 가려 보이지 않는 막대기가 있다.

예를 들어, 아래 그림에서 보인 예에선 6개의 막대기가 세워져 있다. 각 막대기에 적힌 수는 막대기의 높이를 나타낸다. 이 막대기를 왼쪽 먼지점에서 보면 높이가 각각 1,5,6인 세 개의 막대기가 보이고, 오른쪽 먼지점에서 보면 높이가 4,6인 두 개의 막대기가 보인다.



여섯 개의 막대기를 일렬로 세운 후, 왼쪽에서 보았을 때 3개의 막대기가 보이고, 오른쪽에서 보았을 때 2개의 막대기가 보이도록 세우는 서로 다른 방법의 수를 구하시오.

- ④ 85
- ④ 95
- ④ 105
- ④ 115

10. 세 수의 곱 (10점)

길이가 12인 수열 $A = [3, 2, 4, -6, 2, 6, 5, -3, -2, 1, -7, 1]$ 가 있다.

$A[i]$ 를 수열 A 의 i 번째 원소라고 하자. 예를 들어 $A[3] = 4, A[11] = -7$ 이다.

서로 다른 세 정수 i, j, k ($1 \leq i < j < k \leq 12$)에 대해, $A[i] \times A[j] \times A[k]$ 의 최댓값은?

11. 2310 (15점)

세 양의 정수 a, b, c ($1 \leq a < b < c$)에 대해서, $a \times b \times c = 2310$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인가?

12. 아이템 배치 (15점)

아래와 같은 7×8 크기의 격자판이 있다. i 행 j 열에 있는 칸을 (i, j) 라고 표기하자. 예를 들어 “시작” 칸은 $(1, 1)$, “끝” 칸은 $(7, 8)$ 이다.

	1열	2열	3열	4열	5열	6열	7열	8열
1행	시작							
2행					X	X		
3행						X	X	
4행								
5행			X	X				
6행	X	X						
7행							끝	

철수는 현재 $(1, 1)$ 칸에 있으며, $(7, 8)$ 칸에 도착하려고 한다. 철수는 아래 세 가지 규칙을 모두 지키면서 이동해야 한다.

- 철수가 현재 (r, c) 칸에 있다면, $(r + 1, c)$ 또는 $(r, c + 1)$ 로만 이동할 수 있다.
- 철수는 위의 그림에서 X 표시된 칸 $(2, 5), (2, 6), (3, 6), (3, 7), (5, 3), (5, 4), (6, 2), (6, 3)$ 으로는 이동할 수 없다.
- 철수는 격자판 바깥으로 이동할 수 없다.

가능한 이동 방법 중 하나는 아래와 같다.

	1열	2열	3열	4열	5열	6열	7열	8열
1행	시작							
2행					X	X		
3행						X	X	
4행								
5행			X	X				
6행	X	X						
7행							끝	

격자판에서 “시작”, “끝”, “X” 칸을 제외한 빈 칸은 총 46개 있다.

당신은 각각의 빈 칸에 아이템을 넣거나, 아이템을 넣지 않을 수 있다. 따라서, 아이템을 배치하는 모든 경우의 수는 2^{46} 가지이다.

철수가 이동하다가 아이템이 있는 칸에 도착하면, 해당 칸에 있는 아이템을 수령한다. 당신은 철수가 규칙을 지키면서 이동하면 항상 정확히 한 개의 아이템만 수령하도록 아이템들을 배치하고자 한다.

예를 들어, 아래 그림의 “ITEM” 표시된 칸에 아이템을 배치하면 철수가 어떤 경로로 이동하는지와 관계 없이 반드시 한 개의 아이템을 수령한다.

	1열	2열	3열	4열	5열	6열	7열	8열
1행	시작				ITEM			
2행					X	X		
3행					ITEM	X	X	
4행				ITEM				
5행			X	X				
6행	ITEM	X	X					
7행								끝

아이템을 배치하는 2^{46} 가지의 방법 가운데, 철수가 규칙을 지키면서 어떻게 이동하더라도 정확히 한 개의 아이템을 수령하도록 하는 방법의 수를 구하라.

13. 게임 (9점)

오락실에 A부터 F까지 여섯 명의 플레이어가 있다. 각 플레이어는 1원짜리 동전 여러 개를 가지고 있다.

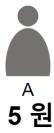
오락실에서 서로 다른 두 플레이어가 1원씩 지불하면 한 번의 게임에 참여할 수 있다. 돈이 없는 플레이어는 더이상 게임에 참여할 수 없다.

당신의 목표는, 매 게임마다 누가 참여할지 결정하여 여섯 명의 플레이어가 한 총 게임의 횟수를 최대화하는 것이다.

목표를 달성했다면 반드시 제출을 해야 득점할 수 있다.

“다시하기” 버튼을 누르면 모든 게임을 취소하고 초기 상태로 돌아간다. 문제를 해결하는 도중에 제출하면 지금까지 한 게임 참여 과정이 저장된다.

1 번째 게임에 참여할 사람을 선택하세요.



A
5 원



B
6 원



C
10 원



D
2 원



E
3 원



F
9 원

다시하기

14. 한붓 그리기 (9점)

그래프의 한붓 그리기란, 그래프의 모든 간선을 정확히 한 번씩 통과하는 경로를 말한다.

우리는 아래 그래프에서, 한 정점에서 출발해서 한붓 그리기를 하고 **출발한 정점으로 돌아오도록** 하고 싶다.

하지만 안타깝게도 아래 그래프는 한붓 그리기를 할 수 없는 그래프로 알려져 있다.

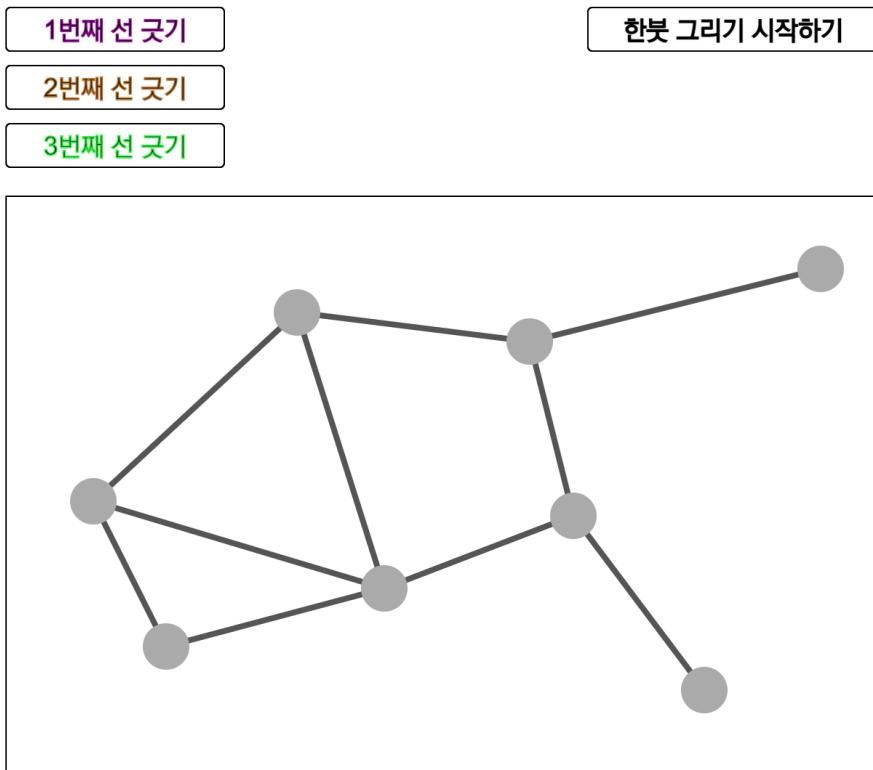
대신, 이 그래프에 간선 3개를 적절히 추가로 그으면 한붓 그리기를 하고 출발한 정점으로 다시 돌아올 수 있다.

그래프에 추가 간선을 3개 그은 다음, 한붓 그리기를 하고 출발한 정점으로 돌아와 보자.

아래 [1번째 선긋기], [2번째 선긋기] 또는 [3번째 선긋기] 버튼을 누른 다음 두 정점을 클릭하면 그래프에 추가 간선을 그을 수 있다. 세 개의 추가 간선을 그은 다음, [한붓 그리기 시작하기] 버튼을 누르면 한붓 그리기를 시작할 수 있다. 한붓 그리기를 시작할 정점을 클릭한 다음, 이후 방문할 정점을 순서대로 클릭하면 된다.

채점 방식

- 한붓 그리기를 하고 출발한 정점으로 돌아오는 데에 성공했으면 전체 점수의 100%를 받는다.



15. 수열 만들기 (9점)

아래와 같이 12개의 자연수로 구성된 수열 A 가 있다. 왼쪽에서 부터 순서대로 $A[1], A[2], \dots, A[12]$ 라고 하자.

그리고 12개의 0으로 구성된 수열 B 가 있다.

당신은 다음과 같은 작업을 통해 수열 B 를 A 와 같게 만들고 싶다.

- 어떤 $i, j (1 \leq i \leq j \leq 12)$ 에 대해, 양의 정수 x 를 $B[i], B[i + 1], \dots, B[j]$ 에 더한다. 즉 작업 후 $B[i], B[i + 1], \dots, B[j]$ 의 값은 $B[i] + x, B[i + 1] + x, \dots, B[j] + x$ 가 된다.

당신의 목표는 위의 작업을 통해 수열 B 를 A 와 같게 만들되, 최대한 적은 수의 작업을 통해서 만드는 것이다.

당신은 더하고 싶은 구간의 왼쪽 점, 오른쪽 점을 클릭하여 선택할 수 있다. 왼쪽 점과 오른쪽 점은 같을 수 있다. 구간 선택을 완료하면, 더할 수를 선택할 수 있다. 더할 수는 버튼을 통하여 변경가능하나, 더할 수를 음수로 만들거나, 어떤 B 의 원소가 A 의 원소를 초과하도록 선택할 수는 없다. 더할 수를 선택하면 '더하기' 버튼을 통해서 더할 수 있다.

"초기화" 버튼을 누르면 작업을 취소하고 처음 상태로 돌아간다. "되돌리기" 버튼을 누르면 가장 최근에 한 작업 및 선택을 취소한다.

문제를 해결하는 도중에 제출하면 현재까지의 B 의 상태가 저장된다.

현재까지 사용한 연산 횟수: 0 회

A:	5	3	6	1	3	6	1	15	8	10	12	10
B:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

초기화

선택할 구간의 왼쪽 점을 선택해주세요.

되돌리기

16. 트리 순회 (12점)

아래와 같이 트리가 하나 주어진다.

당신은 트리 위의 정점 하나를 시작점으로 해서, 간선을 통해 정점에서 또 다른 정점으로 이동할 수 있다. 단, 간선을 통해서 최대 18번 밖에 이동할 수 없다.

당신의 목표는, 간선을 통해 이동해 최대한 많은 정점들을 방문하는 것이다.

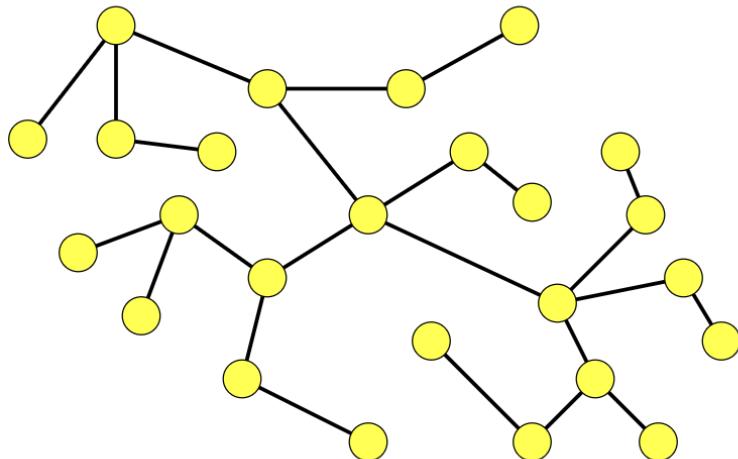
하나의 정점은 여러 번 방문할 수 있으나, 중복해서 세지는 않는다.

목표를 달성했다면 반드시 제출을 해야 득점할 수 있다.

“초기화” 버튼을 누르면 모든 이동 및 시작점 선택을 취소하고, 초기 상태로 돌아간다. “되돌리기” 버튼을 누르면 가장 최근에 한 이동(또는 시작점 선택)을 취소한다.

문제를 해결하는 도중에 제출하면 현재까지의 방문상태가 저장된다.

시작점을 선택해주세요.



17. 카드 가져가기 (12점)

다음과 같이 12장의 카드가 일렬로 놓여 있고, 각 카드에는 수가 적혀 있다.

여러분은 양 끝에 있는 카드 중 하나를 가져가는 시행을 최대 6번 할 수 있다.

여러분이 i ($1 \leq i \leq 6$) 번째 시행에서 들고온 카드로 부터 얻는 포인트는 A_i 와 (카드에 적힌 수)의 곱이다.

여기에서, A_1, A_2, \dots, A_6 의 값은 $[1, 2, -3, 3, -2, 1]$ 이다.

여러분의 목표는 얻는 포인트를 최대화 하는 것이다.

제출을 위해서는 반드시 제출 버튼을 클릭해야 하며, 다시 하기 버튼을 클릭하여 언제든 처음부터 문제를 다시 해결할 수 있다.

[다시 하기](#)

1번째 시행을 진행해주세요. 이번 시행에서 곱해지는 수는 1입니다.

만약 더 이상의 시행을 원하지 않는다면 제출해주세요.

현재 포인트는 0포인트입니다.

-4	9	4	2	0	-1	2	-2	-6	5	3	5
----	---	---	---	---	----	---	----	----	---	---	---

18. 돌무더기 (13점)

아래와 같이 두 개의 바구니 A, B가 있고, 각 바구니에 32개, 33개의 돌이 들어 있다.

당신은 컴퓨터를 상대로 다음 규칙에 따라 게임을 한다.

1. 당신은 바구니 A에서 1개 또는 2개의 돌을 가져오거나, 바구니 B에서 1개의 돌을 가져올 수 있다.
2. 컴퓨터는 바구니 A에서 1개의 돌을 가져오거나, 바구니 B에서 1개 또는 2개의 돌을 가져올 수 있다.
3. 당신부터 시작해서 서로 번갈아가면서 돌을 가져오며, 자신의 차례에서 돌을 안 가져올 수는 없다.
4. 마지막 돌을 가져와서 두 바구니가 모두 비게 만들면 이긴다.

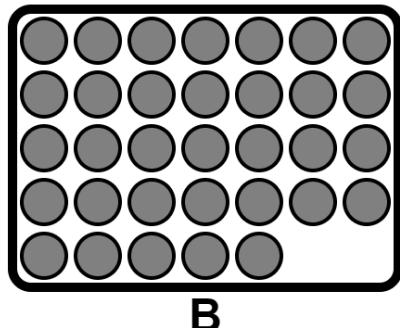
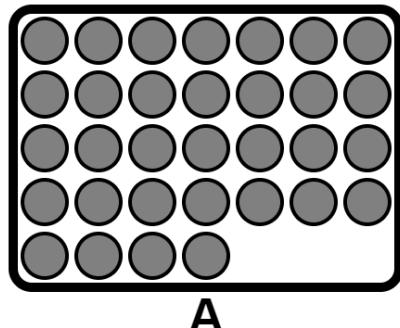
컴퓨터를 이겨 보자!

아래에서 직접 게임을 진행할 수 있다. 당신이 어느 바구니에서 몇 개의 돌을 가져갈 지 하단의 버튼을 이용하여 선택하면, 잠시 후 컴퓨터가 돌을 몇 개 가져간다.

당신의 목표는, 컴퓨터와 번갈아가면서 게임을 진행하여 컴퓨터를 이기는 것이다.

“다시하기” 버튼을 누르면 지금까지 한 게임을 취소하고 초기 상태로 돌아간다. 게임에서 이겼더라도, 그 상태로 제출 버튼을 누르지 않으면 무효화됨에 유의하라.

수행할 작업을 선택하세요.



A에서 1개

A에서 2개

B에서 1개

다시하기

19. 최대공약수 (15점)

아래와 같이 두 정수 A 와 B 가 있다.

초기 상태의 A, B 에 대하여, 그 둘의 최대공약수를 G 라고 하자.

당신의 목표는, $A = G, B = 0$ 또는 $A = 0, B = G$ 인 상태를 만드는 것이다.

이를 위해 당신은 다음과 같은 여섯 종류의 작업을 **최대 300번** 실행할 수 있다.

- “ $A *= 2$ ” : A 의 값을 두 배로 만든다.
- ” $B *= 2$ ” : B 의 값을 두 배로 만든다.
- “ $A /= 2$ ” : A 가 짝수일 때, A 의 값을 절반으로 만든다.
- ” $B /= 2$ ” : B 가 짝수일 때, B 의 값을 절반으로 만든다.
- “ $A -= B$ ” : $A \geq B$ 일 때, A 에서 B 를 뺀다.
- ” $B -= A$ ” : $B \geq A$ 일 때, B 에서 A 를 뺀다.

“RESET” 버튼을 누르면 모든 작업을 취소하고 초기 상태로 돌아간다. “UNDO” 버튼을 누르면 가장 최근에 한 교환을 취소한다.

실행할 수 없는 작업인 경우, 버튼은 자동으로 비활성화된다.

문제를 해결하는 도중에 제출하면 현재까지 한 작업이 저장된다.

A =	31446032080705761427361791171441658753520384				최근에 한 연산
B =	830313985815720904661798744214162445971072				
RESET	A *= 2	A /= 2	A -= B		
UNDO	B *= 2	B /= 2	B -= A	남은 연산 횟수 300 번	

20. 거짓말 (15점)

1부터 9까지의 번호가 붙은 9개의 게임 캐릭터가 있다.

각각의 캐릭터는 “참” 또는 “거짓”的 두 속성 중 하나를 가진다. “참” 속성을 가진 캐릭터에게 질문을 하면 항상 정확한 대답을 하고, “거짓” 속성을 가진 캐릭터에게 질문을 하면 항상 거짓된 대답을 한다.

캐릭터끼리는 서로의 속성을 모두 알고 있으나, 당신에게는 캐릭터의 속성에 대한 정보가 전혀 없다.

당신은 각 캐릭터에게 정해진 형태의 질문을 한 번씩만 할 수 있다. i 번 캐릭터에게 할 수 있는 질문은 “ a_i 번 캐릭터와 b_i 번 캐릭터의 속성이 서로 다른가요?”이다. 이 때, i , a_i , b_i 는 서로 달라야 한다.

이러한 형태의 질문을 통해 캐릭터의 속성을 정확히 추론할 수 있음을 증명할 수 있다.

당신은 각각의 캐릭터에게 어떤 질문을 할 지 정한 뒤에, **한꺼번에** 전달할 수 있다. 질문을 캐릭터들에게 전달한 이후에는 절대로 다시 수정할 수 없음에 유의하라.

질문을 전달하고 나면, 각 캐릭터가 질문에 대해 한 대답을 한꺼번에 받을 수 있다. 질문에 대한 대답은 아래 그림의 각 캐릭터 위에 말풍선으로 나타난다. i 번 캐릭터 위의 말풍선 속에 “ $a_i = b_i$ ”가 있는 경우 a_i 번 캐릭터와 b_i 번 캐릭터의 속성이 같다고 대답한 것이고, “ $a_i \neq b_i$ ”가 있는 경우 a_i 번 캐릭터와 b_i 번 캐릭터의 속성이 다르다고 대답한 것이다.

캐릭터들의 대답을 통해 각 캐릭터의 속성을 추론하여 제출하여라.

채점 기준

- 캐릭터의 속성이 정확하고, 당신이 한 질문에 대한 캐릭터들의 대답을 통해 캐릭터의 속성을 정확히 추론할 수 있으면, 전체 점수의 100%를 받는다.



캐릭터를 선택하여 질문을 설정하세요.
이미 질문을 설정한 캐릭터를 선택하면 질문을 수정할 수 있습니다.