

# “누적 거리” 문제 풀이

작성자: 이온조

## 부분문제 1

후보 모임 장소의 위치  $q_j$ 가 주어질 때마다 누적 거리  $f(q_j)$ 를 반복문을 이용하여 계산하면  $O(NQ)$ 의 시간복잡도로 부분문제 1을 해결할 수 있다.

## 부분문제 2

후보 모임 장소의 위치  $q_j$ 에 대해서, KOI 나라에 존재하는 마을들을 두 집합  $S, T$ 로 나누자. 집합  $S$ 에는  $q_j$ 보다 작거나 같은 좌표를 가진 마을들의 번호가 들어 있고, 집합  $T$ 에는  $q_j$ 보다 큰 좌표를 가진 마을들의 번호가 들어 있다. 이 때 누적 거리  $f(q_j) = \sum_{i=1}^N a_i |x_i - q_j|$ 에 대한 식을 다음과 같이 절댓값 기호 없이 풀어 쓸 수 있다.

$$f(q_j) = \sum_{i=1}^N a_i |x_i - q_j| = \sum_{s \in S} a_s (q_j - x_s) + \sum_{t \in T} a_t (x_t - q_j) = \left( \sum_{s \in S} a_s - \sum_{t \in T} a_t \right) q_j - \sum_{s \in S} a_s x_s + \sum_{t \in T} a_t x_t$$

좌표의 범위가 1부터 200 000까지이기 때문에,  $a_i$ 에 대한 부분합 배열과  $a_i x_i$ 에 대한 부분합 배열을 미리 계산할 수 있다.  $\sum_{s \in S} a_s$ 과  $\sum_{t \in T} a_t$ 는  $a_i$ 에 대한 부분합 배열을 사용해  $O(1)$  시간에 계산할 수 있고,  $\sum_{s \in S} a_s x_s$ 와  $\sum_{t \in T} a_t x_t$  역시  $a_i x_i$ 에 대한 부분합 배열을 사용해  $O(1)$  시간에 계산할 수 있다. 그러므로  $f(q_j)$  역시  $O(1)$  시간에 해결 가능하고,  $O((\text{좌표 범위}) + N + Q)$  시간에 부분문제 2를 해결할 수 있다.

## 부분문제 3, 4

이 문제를 해결할 때 마을들의 좌표  $x_i$ 를 정렬하여도 답에 영향을 끼치지 않으므로 마을들의 좌표를 모두 정렬하고 시작하였다고 가정하자.

부분문제 2와 마찬가지로  $a_i$ 와  $a_i x_i$ 에 대한 부분합 배열을 구축하되, 배열의 인덱스에는 좌표값 대신 순서가 들어가게 하자. 집합  $S, T$ 를 구분하는 마을의 번호를 이분 탐색 등의 알고리즘으로  $O(\log N)$  시간에 구할 수 있고, 마찬가지로 방법으로  $f(q_j)$ 를 계산할 수 있다. 총 시간복잡도는  $O((N + Q) \log N)$ 이다.

이 과정에서  $a_i = 1$ 인 경우만 고려하여  $x_i$ 에 대한 부분합 배열만 구축하고 이분 탐색 등을 이용하여 답을 계산할 경우 부분문제 3만 해결할 수 있으며, 모든 경우를 고려하여 풀이한 경우 부분문제 4까지 모두 해결할 수 있다.