

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра ВТ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе № 4
по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»
Тема: Характеристики низкочастотных цифровых фильтров во
временной и частотной областях

Студентка гр. 0321

Земсков Д.И.

Студент гр. 0321

Федосеев А.В.

Преподаватель

Курдииков Б. А.

г. Санкт-Петербург

2023

Цель работы - ознакомление со свойствами низкочастотных цифровых фильтров, методами их расчета в среде MATLAB (Использован функциональный аналог – OCTAVE) .

1. Разработать программу, обеспечивающую расчет параметров рекурсивных фильтров 3-го порядка (butter; ..., yulewalk) и нерекурсивных фильтров 11-го порядка (fir1, fir2) для заданных значений W_n , формирование импульсных и амплитудно-частотных характеристик фильтров, формирование входного и выходных сигналов и их спектров. В качестве модели входного сигнала принять рассмотренную в работе 1 последовательность.

2. Выполнить расчет и исследование свойств ЦФ путем сравнения графиков сигналов и спектров для фильтров указанных четырех типов.

3. Сформировать файлы данных для АЧХ каждого из фильтров и оценить отличия от идеальной АЧХ.

Отчет по работе должен содержать программы и результаты расчета параметров ЦФ, сравнительную оценку АЧХ фильтров.

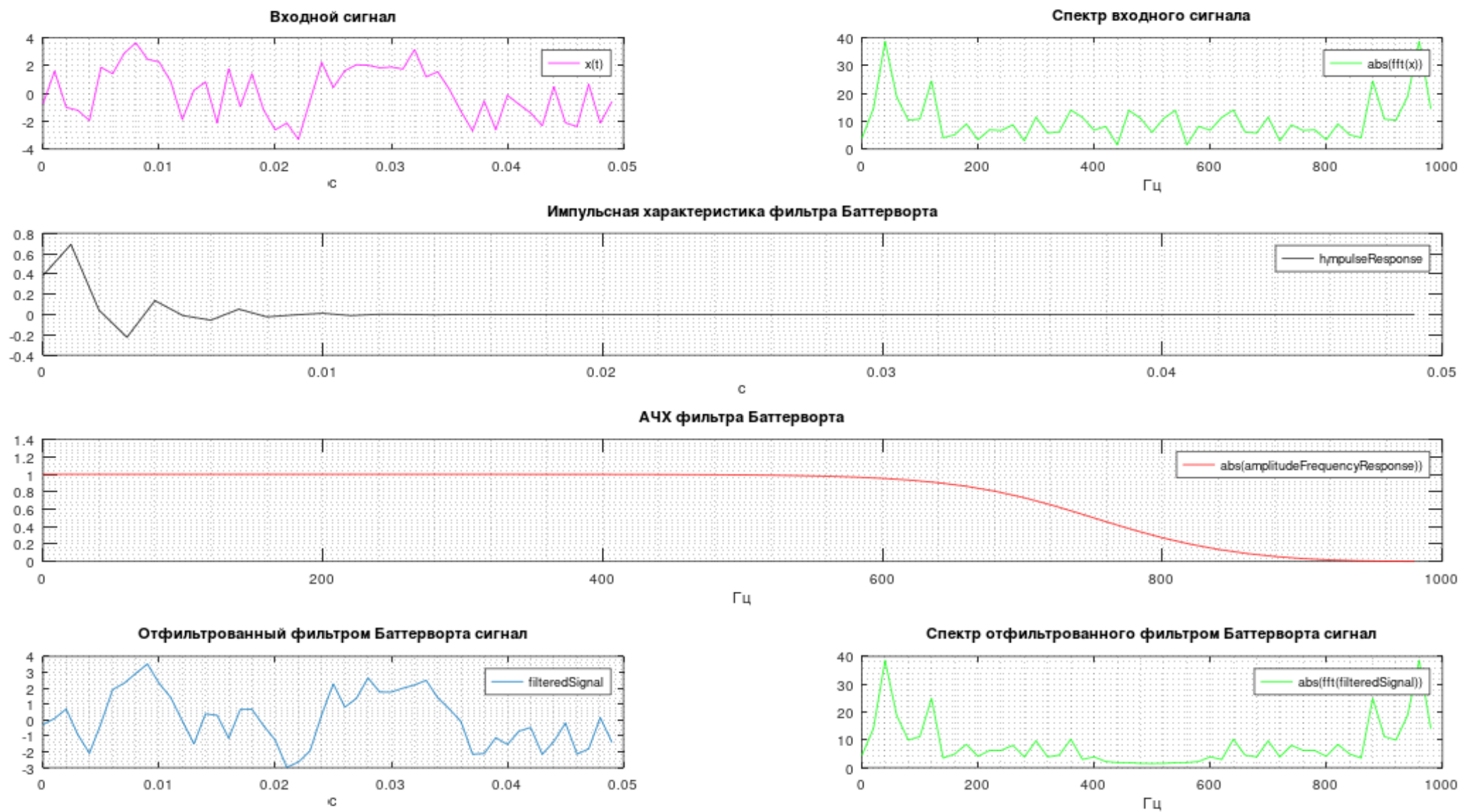
Исходные данные вариант 2: $F_1 = 40 \text{ Гц}$, $F_2 = 120 \text{ Гц}$, $T = 0,05 \text{ с}$, $dt = 0.001 \text{ с}$

Код программы представлен в приложении А.

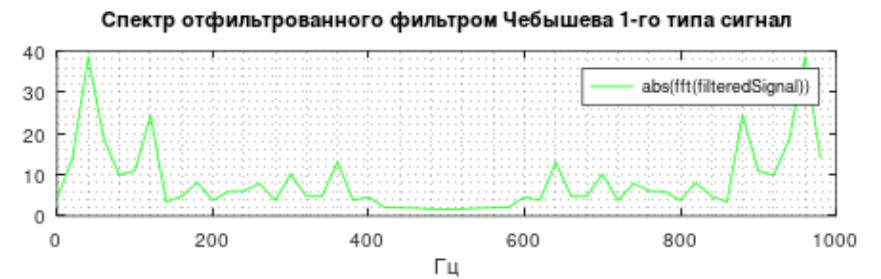
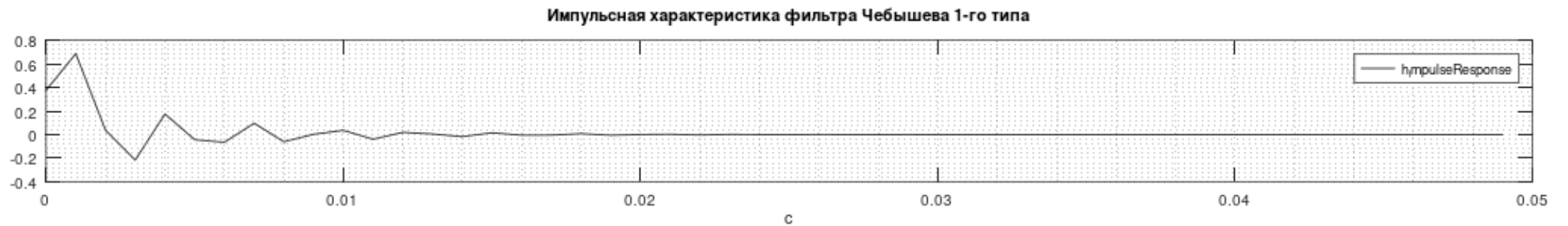
Параметры фильтров:

1. Порядок фильтра $n = 3$
2. Порядок КИХ-фильтров для fir1 и fir2 $N_{\text{fir}} = 11$
3. Частота среза $W_n = 0.707$
4. Степень отклонения в полосе пропускания $R_p = 0.5$
5. Степень отклонения в полосе запираания $R_s = 40$

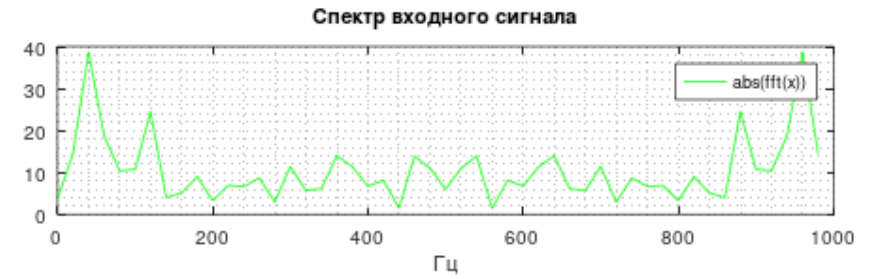
1. Анализ фильтра Баттерворта



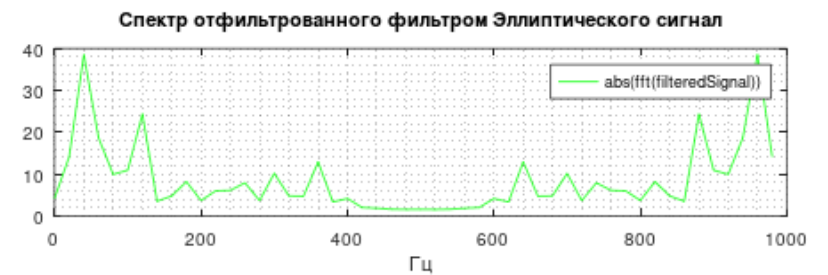
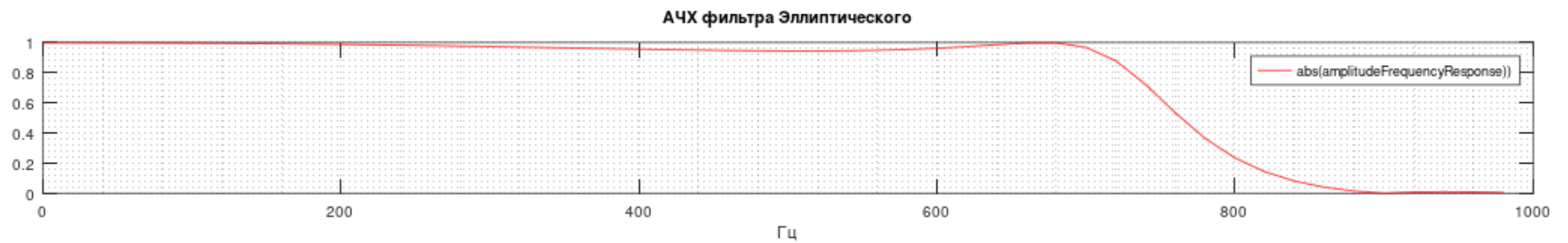
2. Анализ фильтра Чебышева 1



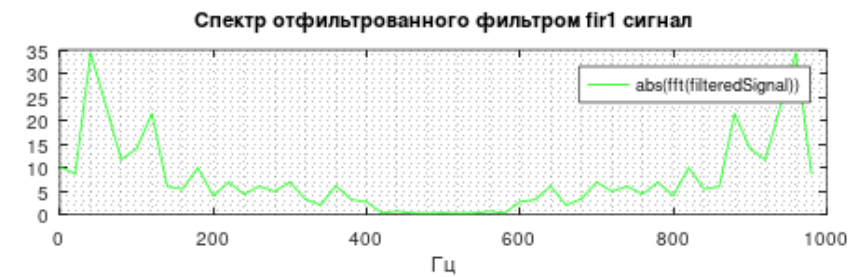
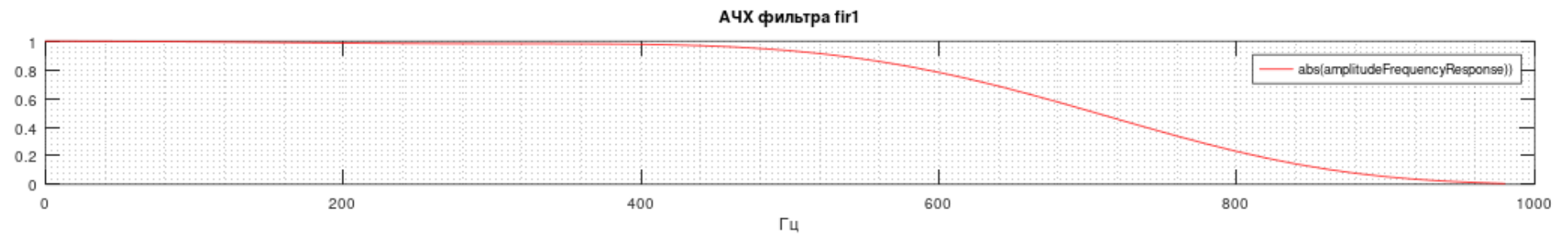
3. Анализ фильтра Чебышева 2



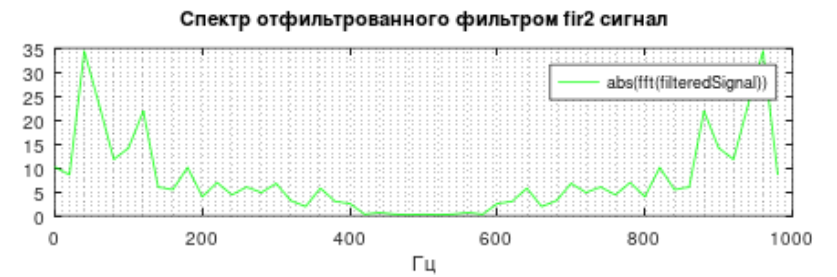
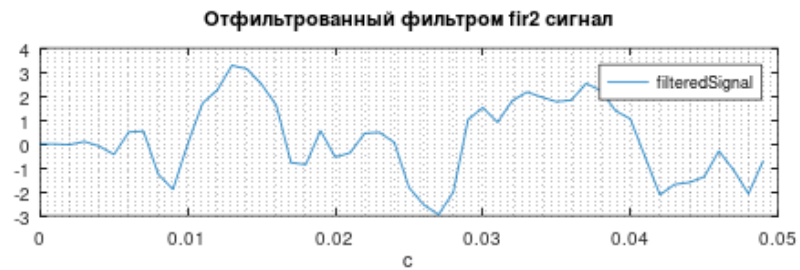
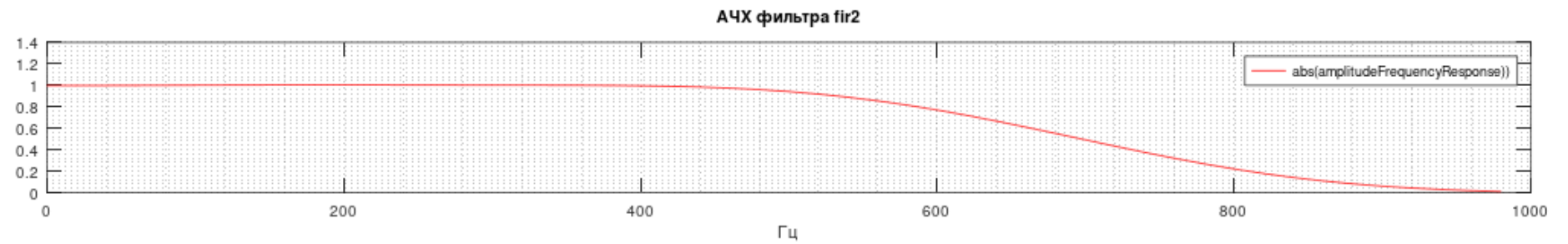
4. Анализ Эллиптического фильтра



5. Анализ нерекурсивного фильтра 11-го порядка fir1



6. Анализ нерекурсивного фильтра 11-го порядка fir2



Сравнительная оценка АЧХ фильтров:

Рассмотри параметры АЧХ идеального НЧ фильтра:

- Фильтр полностью пропускает частоты ниже некоторой частоты среза ω_p .
- Фильтр полностью подавляет частоты выше частоты среза ω_p .

В данной же работе АЧХ всех рассмотренных фильтров имеют плавно убывающую характеристику.

Контрольные вопросы:

Чем различаются характеристики рекурсивных и нерекурсивных ЦФ во временной и частотной областях?

1.

Во временной области:

- Рекурсивные фильтры (IIR):

Характеристики:

Имеют обратную связь, что означает, что выход фильтра зависит от предыдущих выходов.

Могут иметь бесконечную импульсную характеристику (БИХ) при наличии полюсов в комплексной плоскости.

Преимущества и недостатки:

Большая эффективность при реализации, так как могут обеспечивать высокую степень фильтрации при небольшом количестве коэффициентов.

Возможна неустойчивость при некорректном выборе коэффициентов.

- Нерекурсивные фильтры (FIR):

Характеристики:

Не имеют обратной связи, и их выход зависит только от входных значений и весовых коэффициентов.

Имеют конечную импульсную характеристику (КИХ), что означает, что ответ фильтра имеет конечную длину.

Преимущества и недостатки:

Более стабильны и просты в проектировании, но могут потребовать большего числа коэффициентов для достижения высокой степени фильтрации.

В частотной области:

- *Рекурсивные фильтры (IIR):*

Частотная характеристика:

Полюсы рекурсивных фильтров могут создавать полосы пропускания и полосы заграждения с различными формами.

Легче добиться узкозаходящих полос пропускания.

- *Нерекурсивные фильтры (FIR):*

Частотная характеристика:

Легче добиваться линейных фазовых характеристик и точного управления частотным откликом.

Обладают линейной фазой, что важно для некоторых приложений, таких как обработка сигналов в области звука и изображений.

. Как формулируется техническое задание на расчет низкочастотного цифрового фильтра?

Формулирование технического задания (ТЗ) на расчет низкочастотного цифрового фильтра включает в себя определенные ключевые аспекты, которые помогут инженеру или группе разработчиков понять требования и цели проекта. Вот несколько важных пунктов, которые могут быть включены в ТЗ:

- **Описание задачи:**

Определите цель проекта: для чего будет использоваться низкочастотный цифровой фильтр.

Обозначьте основные требования к характеристикам фильтра, таким как частота среза, полоса пропускания, полоса заграждения, амплитудно-частотные характеристики и т. д.

- **Характеристики фильтра:**

Укажите тип фильтра: FIR или IIR.

Задайте желаемую форму характеристики амплитуды в частотной области (например, Butterworth, Chebyshev, Elliptic и др.).

Определите допустимые отклонения от идеальных характеристик.

- **Требования к производительности:**

Укажите максимально допустимые задержки и фазовые искажения.

Определите требования к вычислительной эффективности, если они критичны для вашего приложения.

- **Параметры фильтра:**

Определите параметры фильтра, такие как количество коэффициентов, тип окна (если применимо), порядок фильтра и т. д.

- **Требования к реализации:**

Уточните, будет ли фильтр реализован на аппаратном или программном уровне.

Укажите требования к формату представления данных (например, фиксированная или плавающая точка).

- **Тестирование и верификация:**

Опишите план тестирования, включая входные тестовые сигналы и ожидаемые результаты.

Определите методы верификации, которые будут использоваться для подтверждения корректности работы фильтра.

• **Какими параметрами оценивают отличия АЧХ реальных ЦФ от идеальной характеристики?**

1. Расхождение по частоте (Frequency Deviation):

- *Определение: Это измерение различия между фактической частотой среза или полосы пропускания фильтра и его идеальным значением.*
- *Измерение: Измеряется в герцах или процентах относительно идеальной частоты.*

2. Расхождение по амплитуде (Amplitude Deviation):

- *Определение: Разница между фактической амплитудой сигнала на определенной частоте и амплитудой идеального фильтра в этой точке.*
- *Измерение: Обычно выражается в децибелах (дБ) или процентах.*

3. Ширина полосы пропускания (Passband Width):

- *Определение: Ширина диапазона частот, в пределах которого амплитудно-частотная характеристика фильтра пропускает сигнал.*
- *Измерение: В герцах.*

4. Затухание в полосе заграждения (Stopband Attenuation):

- *Определение: Мера, насколько хорошо фильтр подавляет сигналы в полосе заграждения.*
- *Измерение: В децибелах.*

5. Фазовая характеристика (Phase Response):

- *Определение: Зависимость фазы сигнала от его частоты.*
- *Измерение: Обычно выражается в градусах или радианах.*

6. Линеиность фазовой характеристики (Phase Linearity):

- *Определение: Сохраняется ли линейная зависимость между фазой и частотой.*
- *Измерение: Оценивается через групповую задержку или групповую задержку фазы.*

7. Фазовая нелинейность (Phase Nonlinearity):

- *Определение: Отклонение фазовой характеристики от идеальной линейности.*
- *Измерение: Групповая задержка фазы или индивидуальные значения фазы для различных частот.*

8. Групповая задержка (Group Delay):

- *Определение: Время задержки группы частот при прохождении через фильтр.*
- *Измерение: Время в секундах.*

Какими методами рассчитывают параметры рекурсивных ЦФ, в чем отличия в этих методах?

1. Метод проектирования на основе частоты (Frequency-Domain Design):

- *Описание: Этот метод фокусируется на задании требуемых характеристик в частотной области, таких как амплитуда и фазовая характеристики.*
- *Преимущества: Удобен при явном задании частотных характеристик и обеспечивает прямой контроль над этими характеристиками.*
- *Недостатки: Может быть чувствителен к изменениям входных данных.*

2. Метод проектирования на основе времени (Time-Domain Design):

- *Описание: Этот метод сосредотачивается на временных характеристиках, таких как переходный процесс, форма импульсной характеристики и т. д.*
- *Преимущества: Обеспечивает контроль над временными характеристиками фильтра.*
- *Недостатки: Может быть менее интуитивен для задания частотных характеристик.*

3. Метод оптимального проектирования (Optimal Design):

- *Описание: Использует математические алгоритмы оптимизации для минимизации ошибки между*

фактической и желаемой характеристикой фильтра.

- *Преимущества:* Позволяет добиться оптимальных результатов в соответствии с заданными критериями.
- *Недостатки:* Может потребовать более высоких вычислительных ресурсов.

4. Методы аппроксимации (Approximation Methods):

- *Описание:* Используются для аппроксимации желаемых характеристик фильтра при ограниченных вычислительных ресурсах.
- *Преимущества:* Эффективны в случае, когда требуется баланс между производительностью и точностью.
- *Недостатки:* Могут привести к некоторым компромиссам в качестве фильтра.

. Какими методами рассчитывают параметры нерекурсивных ЦФ, в чем отличия в этих методах?

1. Метод окна (Window Method):

- *Описание:* Применяется окно к идеальной частотной характеристике фильтра, что приводит к нерекурсивной импульсной характеристике.
- *Преимущества:* Прост в реализации, низкие вычислительные требования.
- *Недостатки:* Возможны проблемы с боковыми лепестками (side lobes) и шириной главного лепестка (main lobe).

2. Метод синтеза частотной характеристики (Frequency Sampling Method):

- *Описание:* Задает желаемую частотную характеристику фильтра и вычисляет его импульсную характеристику.
- *Преимущества:* Позволяет более прямой контроль над частотной характеристикой.
- *Недостатки:* Возможны проблемы с точностью, особенно при высоких требованиях.

3. Метод прямой реализации (Direct Form Realization):

- *Описание:* Использует прямой способ реализации, превращая уравнения разностного уравнения фильтра напрямую в аппаратные операции.
- *Преимущества:* Прост в понимании и реализации.
- *Недостатки:* Может потребовать больших вычислительных ресурсов.

4. Метод оптимальной реализации (Optimal Realization Method):

- *Описание:* Использует оптимальные методы для нахождения параметров фильтра с учетом заданных ограничений и критериев оптимизации.
- *Преимущества:* Может обеспечивать наилучшие результаты в соответствии с заданными требованиями.
- *Недостатки:* Требуется более высоких вычислительных ресурсов.

5. Метод передаточной функции (Transfer Function Method):

- *Описание:* Проектирует фильтр, опираясь на передаточную функцию.
- *Преимущества:* Удобен при анализе и проектировании.
- *Недостатки:* Может быть более сложен в реализации.

Вывод:

В лабораторной работе изучались характеристики низкочастотных цифровых фильтров во временной и частотной областях. Основной целью работы было ознакомление с свойствами таких фильтров, а также методами их расчета с использованием среды OCTAVE.

Для достижения поставленной цели была разработана программа, предназначенная для расчета параметров рекурсивных фильтров 3-го порядка и нерекурсивных фильтров 11-го порядка на основе заданных значений W_p . Также программа позволяла формировать импульсные и амплитудно-частотные характеристики фильтров, а также генерировать входные и выходные сигналы и их спектры.

Моделью входного сигнала принималась рассмотренная в первой работе последовательность. В ходе работы был выполнен расчёт и проведено исследование свойств ЦФ путем сравнения графиков сигналов и спектров для указанных четырёх типов фильтров.

Также были сформированы файлы данных для амплитудно-частотных характеристик каждого из фильтров, и проведена оценка отличий от идеальной амплитудно-частотной характеристики.

Приложение А. Код программы

```
clc; clear;

pkg load signal;

% data from lab1
f1 = 40;
f2 = 120;
T = 0.05; % время действия сигнала
dt = 0.001; % интервал дискретизации

% signal vector
fs = 1/dt; % частота дискретизации
N = fix(T/dt); % число отсчетов в реализации (перевод в целое число)
t = 0:dt:(N-1)*dt; % вектор дискретизации по времени
k = 0:1:(N-1); % array of counts
df = 1/T; % частота полосы обзора
f = 0:df:(fs-1); % recovered freq

% отсчеты входного сигнала
randX = -2 + 4.*rand(1,N); % генерируются случайные числа в массиве [1 N] от 0 до 4 со смещением -2
x = sin(2*pi*f1*t) + cos(2*pi*f2*t) - randX; % complex

n = 3; % порядок фильтра
% Можно определять независимую переменную частотной характеристики в относительных единицах  $W=f/(fs/2)$ , причем  $0 < W < 1$ 
Wn = 1/sqrt(2); % Частота среза Wn определяется соотношением  $abs(H(Wn))=0.707$ 
```

```
% Rp - Степень отклонения  $\text{abs}(H(W))$  от  $H_{id}$  в полосе пропускания принято характеризовать  
% величиной  $R_p \leq 0.5\text{дБ}$ , причем  $R_p = 20\lg(\text{abs}(H(W))^2)$   
 $R_p = 0.5;$ 
```

```
% XXXXXXXXXXXXXXXX рекурсивный фильтр Баттерворта XXXXXXXXXXXXXXXX
```

```
filterName = ' Баттерворта ';
```

```
[B, A] = butter(n, Wn); % Порядок фильтра n полностью определяет весь фильтр. Оператор возвращает коэффициенты фильтра  
в векторах b и a длиной N+1
```

```
%{
```

```
Тот же самый результат бы был при использовании следующих строк для вычисления импульсной характеристики:
```

```
u0 = [1 zeros(1,N-1)]; % Дельта-функция
```

```
h_butter = filter(Bb, Ab, u0); % Импульсная характеристика
```

```
%}
```

```
printPlot (B, A, f, x, N, t, filterName); % вывод графиков на экран
```

```
% XXXXXXXXXXXXXXXX рекурсивный фильтр Чебышева 1-го типа XXXXXXXXXXXXXXXX
```

```
filterName = ' Чебышева 1-го типа ';
```

```
[B, A] = cheby1(n, Rp, Wn); % фильтр Чебышева 1-го типа.
```

```
printPlot (B, A, f, x, N, t, filterName); % вывод графиков на экран
```

```
% XXXXXXXXXXXXXXXX рекурсивный фильтр Чебышева 2 XXXXXXXXXXXXXXXX
```

```
% Степень отклонения  $\text{abs}(H(W))$  от  $H_{id}(W)$  в полосе запираания принято характеризовать
```

```
% величиной  $R_s$ ;  $R_s \Rightarrow 20\text{дБ}$ ; причем  $R_s = 20\lg[1/(\text{abs}(H(W))^2)]$ 
```

```
 $R_s = 40;$ 
```

```
filterName = ' Чебышева 2-го типа ';
```

```

[B, A] = cheby2(n, Rs, Wn); % фильтр Чебышева 2-го типа.

printPlot (B, A, f, x, N, t, filterName); % вывод графиков на экран

% XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX Эллиптический фильтр XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
filterName = ' Эллиптического ';
[B, A] = ellip(3, Rp, Rs, Wn); % Эллиптический фильтр

printPlot (B, A, f, x, N, t, filterName); % вывод графиков на экран

% XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX КИХ-фильтр, использующий окно Бартлетта XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
filterName = ' fir1 ';
N_fir = 11; % порядок фильтров 11-го порядка для fir1 и fir2
B = fir1(N_fir, Wn, bartlett(N_fir+1)); % КИХ фильтр-1
A = 1;

% Далее функция printPlot не работает
filteredSignal = filter(B, A, x); % решение разностного уравнения
amplitudeFrequencyResponse = freqz(B, A, length(f)); % вычисление частотной характеристики
h_impulseResponse = impz(B, A, N); % вычисление импульсной характеристики

figure;
subplot(421), plot(t, x, '-m;x(t);'), title('Входной сигнал'), xlabel('c'), grid minor
subplot(422), plot(f, abs(fft(x)), '-g;abs(fft(x));'), title('Спектр входного сигнала'), xlabel('Гц'), grid minor;

subplot(4,2,[3 4]), plot(t, h_impulseResponse, '-k;h_impulseResponse;'), title(strcat('Импульсная характеристика
фильтра', filterName)), xlabel('c'), grid minor;
subplot(4,2,[5 6]), plot(f, abs(amplitudeFrequencyResponse), '-r;abs(amplitudeFrequencyResponse);'),

```

```

title(strcat('АЧХ фильтра', filterName)), xlabel('Гц'), grid minor;

subplot(427), plot(t, filteredSignal, '-;filteredSignal;'), title(strcat('Отфильтрованный фильтром', filterName, '
сигнал')), xlabel('с'), grid minor
subplot(428), plot(f, abs(fft(filteredSignal)), '-g;abs(fft(filteredSignal));'), title(strcat('Спектр отфильтрованного
фильтром', filterName, ' сигнал')), xlabel('Гц'), grid minor;

% XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX КИХ-фильтр, использующий окно Хэмминга XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
filterName = ' fir2 ';
F = [0 Wn Wn 1]; % параметры идеальной амплитудно-частотной характеристики
H = [1 1 0 0]; % параметры идеальной амплитудно-частотной характеристики Hid(F)

B = fir2(N_fir, F, H); % КИХ фильтр-2
A = 1;

% Далее функция printPlot не работает
filteredSignal = filter(B, A, x); % решение разностного уравнения
amplitudeFrequencyResponse = freqz(B, A, length(f)); % вычисление частотной характеристики
h_impulseResponse = impz(B, A, N); % вычисление импульсной характеристики

figure;
subplot(421), plot(t, x, '-m;x(t);'), title('Входной сигнал'), xlabel('с'), grid minor
subplot(422), plot(f, abs(fft(x)), '-g;abs(fft(x));'), title('Спектр входного сигнала'), xlabel('Гц'), grid minor;

subplot(4,2,[3 4]), plot(t, h_impulseResponse, '-k;h_impulseResponse;'), title(strcat('Импульсная характеристика
фильтра', filterName)), xlabel('с'), grid minor;
subplot(4,2,[5 6]), plot(f, abs(amplitudeFrequencyResponse), '-r;abs(amplitudeFrequencyResponse);'),
title(strcat('АЧХ фильтра', filterName)), xlabel('Гц'), grid minor;

```

```

    subplot(427), plot(t, filteredSignal, '-;filteredSignal;'), title(strcat('Отфильтрованный фильтром', filterName, '
    сигнал')), xlabel('c'), grid minor

    subplot(428), plot(f, abs(fft(filteredSignal)), '-g;abs(fft(filteredSignal));'), title(strcat('Спектр отфильтрованного
    фильтром', filterName, ' сигнал')), xlabel('Гц'), grid minor;

```

Функция printPlot:

% функция рисует графики

```

function retval = printPlot (B, A, f, x, N, t, filterName)
    filteredSignal = filter(B, A, x); % решение разностного уравнения
    amplitudeFrequencyResponse = freqz(B, A, length(f)); % вычисление частотной характеристики
    h_impulseResponse = impz(B, A, N); % вычисление импульсной характеристики

    figure;
    subplot(421), plot(t, x, '-m;x(t);'), title('Входной сигнал'), xlabel('c'), grid minor
    subplot(422), plot(f, abs(fft(x)), '-g;abs(fft(x));'), title('Спектр входного сигнала'), xlabel('Гц'), grid minor;

    subplot(4,2,[3 4]), plot(t, h_impulseResponse, '-k;h_impulseResponse;'), title(strcat('Импульсная характеристика
    фильтра', filterName)), xlabel('c'), grid minor;
    subplot(4,2,[5 6]), plot(f, abs(amplitudeFrequencyResponse), '-r;abs(amplitudeFrequencyResponse);'),
    title(strcat('АЧХ фильтра', filterName)), xlabel('Гц'), grid minor;

    subplot(427), plot(t, filteredSignal, '-;filteredSignal;'), title(strcat('Отфильтрованный фильтром', filterName, '
    сигнал')), xlabel('c'), grid minor
    subplot(428), plot(f, abs(fft(filteredSignal)), '-g;abs(fft(filteredSignal));'), title(strcat('Спектр отфильтрованного
    фильтром', filterName, ' сигнал')), xlabel('Гц'), grid minor;
endfunction

```