

## Лабораторная работа 3(2)

Вычисление аperiodической свертки методом секционирования.

Цель работы - ознакомление с методами вычисления свертки последовательностей методом секционирования в среде MATLAB.

### Общие сведения .

В случае, когда длина последовательности  $x(n)$  значительно больше длины импульсной характеристики  $h(n)$  ( $N \gg M$ ) вычисление аperiodической свертки с периодом  $L=N+M-1$  неудобно. Во-первых, необходимо иметь всю более длинную последовательность отсчетов. Во-вторых, результат получается с большой задержкой, поскольку обработка начинается только после приема всей последовательности.

В этом случае используют метод секционирования, предполагающий разбиение исходной последовательности  $x_0(n)$  на секции  $x_r(n)$  определенной длины, по которым вычисляются частичные свертки  $y_r(n)$ , объединяемые затем в выходную последовательность  $y_0(n)$ .

При разбиении  $x_0(n)$  длиной  $L$  на примыкающие выборки длиной  $m$ , получаем  $k-1=[N/m]-1$  полных секций, в которых частичная свертка имеет длину  $P=m+M-1$  и последнюю секцию длиной  $m_k=N-(k-1)*m$ , в которой частичная свертка имеет длину  $P_k=m_k+M-1$ . Частичные свертки перекрываются между собой на  $M-1$  отсчетов. По этим отсчетам необходимо выполнять суммирование отдельных  $y_r(n)$  для формирования выходной последовательности  $y_0(n)$ . Такой метод называют методом секционированной свертки с суммированием. При формировании частичных сверток можно использовать соотношения (8) - в частотной области. Можно использовать для этих целей свертку в временной области с помощью функции `conv` для последовательностей  $x_r(n)$ ,  $h(n)$ .

При разбиении  $x_0(n)$  длиной  $L$  на перекрывающиеся выборки длиной  $P=m+M-1$ , получаем  $k=[N/m]$  полных секций и  $(k+1)$  секцию длиной  $P_r=L-k*m$ . Частичные свертки имеют длину  $P$  (или  $P_r$ ) и перекрываются между собой на  $M-1$  отсчетов. При их вычислении используются общие отсчеты исходных секций, следовательно при объединении частичных сверток в выходную последовательность общие  $(M-1)$  отсчетов в начале частичной свертки должны быть отброшены. Такой метод называют методом секционированной свертки с накоплением. При формировании частичных сверток можно использовать соотношения (8) - в частотной области, при этом перед разбиением  $x_0(n)$  на секции следует дополнить ее  $(M-1)$  нулями в начале:  $x_0=[zeros(M-1,1);x_0]$ , при этом получим в последней секции  $P_r=L+M-1-k*m$ . Можно использовать свертку во временной области с помощью функции `filter` для последовательностей

$x_r(n)$ ,  $h(n)$ , при этом первая частичная свертка будет входить в  $y_0(n)$  полностью, а в остальных отбрасываться отсчеты  $1:M-1$ .

Для вычисления свертки методом секционирования в частотной области потребуется порядка  $2 \cdot N \cdot \log_2(P)$  умножений. При использовании функций `conv` или `filter` можно вычислить выходную последовательность быстрее.

Основные задачи исследования.

Предлагается сравнить по времени вычислений описанные выше возможные методы реализации секционированной свертки

1) секционированная с суммированием в частотной области;

- 2) секционированная с суммированием во временной области ;
- 3) секционированная с накоплением в частотной области;
- 4) секционированная с накоплением во временной области ;

Рекомендации по составлению программы моделирования.

При сравнении методов секционированной свертки предлагается сформировать отдельные функции ,реализующие рассмотренные выше процедуры и ведущую программу svertsec.m ,предусматривающую обращение к отдельным функциям ,формирование файла выходных отсчетов в виде таблицы и графиков, формирование файла оценок времени вычислений в виде таблицы.

Отдельные функции записываются в файл с соответствующим именем,например, для реализации секционированной свертки с суммированием в частотной области можно сформировать файл addf.m:

```
function y=addf(x,h,m)
% секционированная свертка с суммированием в частотной области;
x=x(:);
h=h(:);
M=length(h); // определение длины последовательности
N=length(x);
L=N+M-1; // вычисление длины выходной последовательности
P=M+m-1; // вычисление длины частичной свертки
H=fft(h,P); // вычисление ДПФ от h(n),выполняется один раз
k=fix(N/m); // определение числа секций размера m
mk=N-(k-1)*m; // длина последней секции
Pk=mk+M-1; // длина последней частичной свертки
y=zeros(L,1); // обнуление вектора-столбца выходных отсчетов
i=1:m; // задание начальных параметров в последовательностях
l=1:P;

for j=1:k-1
ya=real(ifft(fft(x(i),P).*H)); // вычисление частичных сверток
y(l)=y(l)+ya; // суммирование перекрывающихся отсчетов
i=i+m; // переход к следующей секции
l=l+m;
end
i=(k-1)*m+1:N; // вычисления в последней секции
l=(k-1)*m+1:L;
ya=real(ifft(fft(x(i),Pk).*fft(h,Pk))); y(l)=y(l)+ya;
```

2) файл addt.m: function

y=addt(x,h,m) //секционированная с суммированием во временной области. В отличие от предыдущей функции предварительно выполняется дополнение нулями :x(L)=0;

для формирования частичных сверток используется функция conv;

цикл можно организовать так :

```
k=fix(N/m);
y=zeros(L,1);
for j=1:k
if j==k // вычисление параметров последней секции
i=(k-1)*m+1:N;
l=(k-1)*m+1:L;
else // вычисление параметров остальных секций
```

```

i=(j-1)*m+1:j*m;
l=(j-1)*m+1:(j-1)*m+P;
end
ya=conv(h,x(i));    // вычисление частичных сверток
y(l)=y(l)+ya;
end

```

3) файл fsave.m:

```

function y=fsave(x,h,m) //секционированная с накоплением в
частотной области;

```

В отличие от предыдущей функции необходимо после дополнения входной последовательности нулями предусмотреть операцию :

```

x=[zeros(M-1,1);x];    // дополнение (M-1) нулевых отсчетов в начале;

```

Накопление в цикле вычислений выполняется таким образом :

```

P=M+m-1;
k=fix(N/m);
Pr=L+M-1-k*m;

i=1:P;
l=1:m;
for j=1:k
ys=real(ifft(fft(x(i),P).*H));    //вычисление частичной свертки
y(l)=ys(M:P);                    // отбрасывание (M-1) отсчетов в начале свертки
i=i+m;
l=l+m;
end
а в последней    секции    :
i=k*m+1:L+M-1;
l=k*m+1:L;
ys=real(ifft(fft(x(i)).*fft(h,Pr)));
y(l)=ys(M:Pr);

```

4) файл tsave.m:

```

function y=tsave(x,h,m)    // секционированная с накоплением во временной
области;

```

Как и в двух предыдущих функциях выполняется дополнение нулями входной последовательности; для вычисления частичных сверток используется функция filter;

цикл можно организовать так :

```

i=1:P;
y=zeros(L,1);
for j=1:k
if j==1    // вычисление параметров первой секции
l=i;
r=l;
else    // вычисление параметров 2:k секций
l=P+1+(j-2)*m:P+(j-1)*m;
r=M:P;
end
ys=filter(h,1,x(i));
y(l)=ys(r);
i=i+m;
end

```

```

if Pr>0 % вычисления в последней секции
i=k*m+1:L;
l=k*m+M:L;
ys=filter(h,1,x(i));
y(l)=ys(M:Pr);

```

```

else
end

```

Обращение к отдельным функциям в ведущей программе выполняется следующим образом :

y1=addf(x,h,m) и т.д.; размер секции m задается предварительно.

В начале программы необходимо обеспечить формирование входной последовательности,предусмотрев возможность изменения ее длины; далее формирование последовательности h(n) в соответствии с заданием.

Результаты вычислений различными методами рекомендуется свести в таблицу: y=[y1 y2 y3 y4], записать в файл результатов и вывести на график.Для измерения времени вычислений по каждому из методов используется функция clock.Результаты оценки времени вычислений также следует свести в таблицу tsvsec=[t1 t2 t3 t4] и записать в файл результатов .

Порядок выполнения работы.

1. Разработать программу в соответствии с приведенными рекомендациями и выполнить исследования ,приняв  $N=N_1$ . Убедиться в совпадении выходных данных для всех методов свертки с предыдущими данными.

2. Повторить исследования, изменяя длину входной последовательности:  $N=N_2, 2*N_2, 3*N_2, 4*N_2$ ; при этом в файле результатов фиксируется лишь время выполнения свертки. свертки для заданных параметров сворачиваемых последовательностей.

Контрольные вопросы:

1. Поясните результаты сравнения 4-х методов секционированной свертки по времени при  $N=N_1$ .

2. Как изменяется время вычислений для 4-х методов секционированной свертки при увеличении N ,чем это объясняется ?

3. Как следует организовать процедуру обработки последовательности методом секционированной свертки в темпе поступления данных?