

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра ВТ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №1**  
**по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»**  
**Тема: Исследование характеристик сигналов во временной и частотной**  
**областях**

Студентка гр. 0321

\_\_\_\_\_

Земсков Д.И.

Студент гр. 0321

\_\_\_\_\_

Федосеев А.В.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Курдииков Б. А.

Санкт-Петербург

2023 г.

## Отчет по лабораторной работе №1

### Исследование характеристик сигналов во временной и частотной областях

Цель работы - исследование свойств характеристик сигналов во временной и частотной областях при моделировании в среде пакета MATLAB (использован пакет-аналог OCTAVE).

#### Задания:

1. Сформировать гармонические сигналы с частотами  $f_1 < (f_s / 2)$ ,  $(f_s / 2) < f_2 < f_s$ ,  $f_3 > f_s$ . Для каждого сигнала получить его спектр и восстановить сигнал по его спектру. Вывести в графической форме исходный и восстановленный сигналы, а также спектр. Разметить соответствующие оси графиков в единицах времени и частоты. Объяснить полученные результаты.
2. Сформировать четную и нечетную гармонические последовательности, получить их спектры. Вывести в графической форме исходные сигналы, а также их спектры. Объяснить полученные результаты.
3. Повторить п.2 с изменением времени наблюдения на полпериода входной последовательности.
4. Сформировать сигнал сложной формы, получить его спектр и восстановить сигнал по его спектру. Вывести в графической форме исходный и восстановленный сигналы, а также спектр. Объяснить полученные результаты.

Исходные данные вариант 2:  $F_1 = 40 \text{ Гц}$ ,  $F_2 = 120 \text{ Гц}$ ,  $T = 0,05 \text{ с}$ ,  $dt = 0.001 \text{ с}$

1) Задание 1.1 Сигнал с частотой  $f_1 < (f_s/2)$ ;

$$f_s = 1000 \text{ Гц}, \frac{f_s}{2} = 500 \text{ Гц}, f_1 = 400 \text{ Гц}$$

**T = 0.05**; % время действия сигнала  
dt = 0.001; % интервал дискретизации

fs = 1/dt; % частота дискретизации (s = sample) = 1/0.001 = 1 кГц  
f1 = 400; % 800, 1100

N = fix(T/dt); % число отсчетов в реализации (перевод в целое число)  
t = 0:dt:(N-1)\*dt; % вектор дискретизации по времени  
n = 0:1:(N-1); % array of counts  
df = 1 / T; % интервал дискретизации (= 4 Гц)  
f = n \* df; % recovered freq

x = sin(2\*pi\*f1\*t); % return a vector x of sinus - non odd

X=fft(x); % спектр сигнала x (ДПФ)

p1 = sum(x.^2)/N; % равенство персиваля  
p2 = sum(abs(X).^2)/(N^2);

if (round(10^4\*p1)/10^4 == round(10^4\*p2)/10^4) % округляем до 0,0001  
 printf("Равенство Персиваля выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);  
else  
 printf("Равенство Персиваля НЕ выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);  
endif

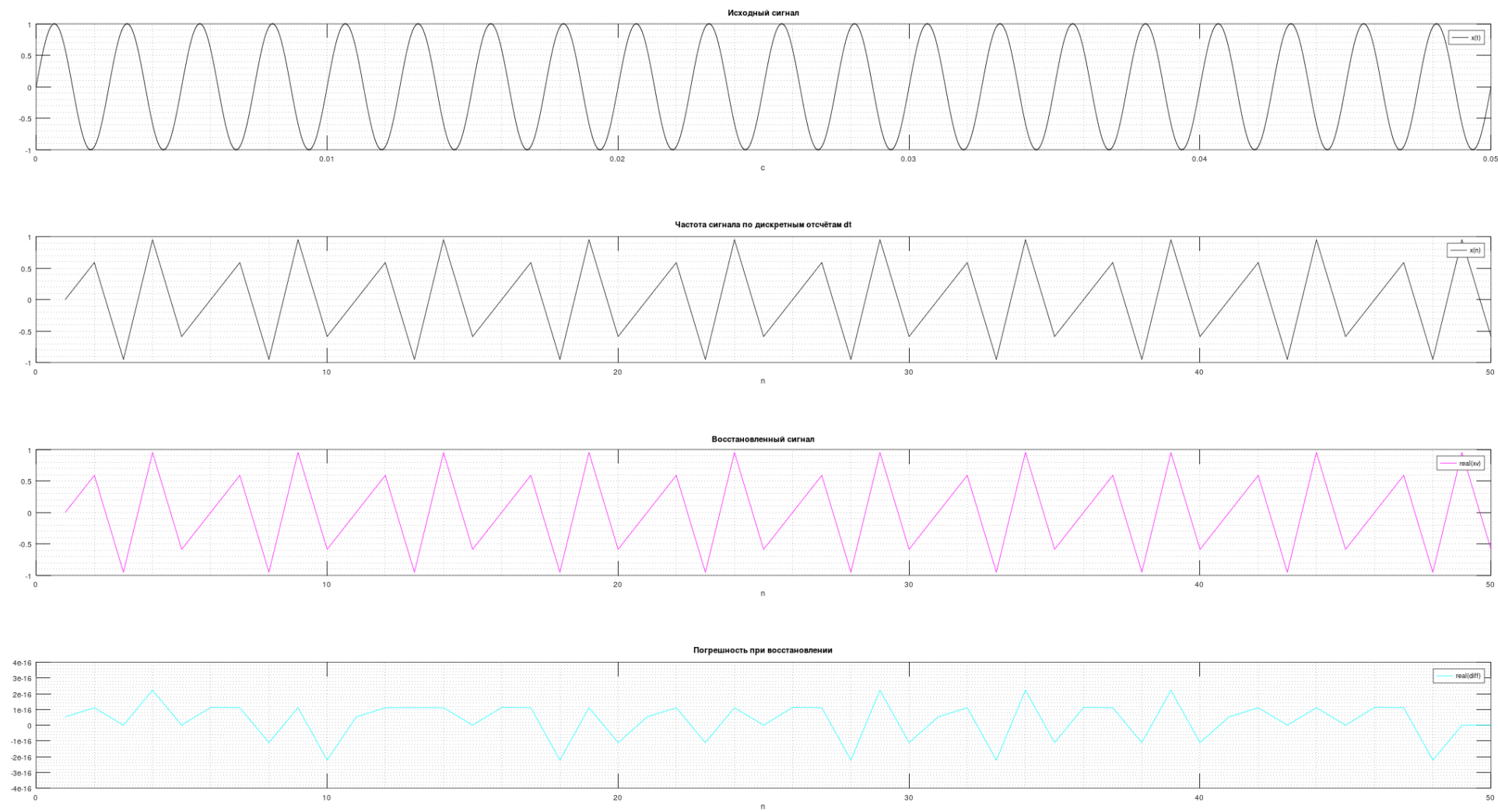
```
xv=ifft(X); % восстановленная по спектру последовательность (ОДПФ)
diff = x.-xv; % разница между реальным и восстановленным сигналом
```

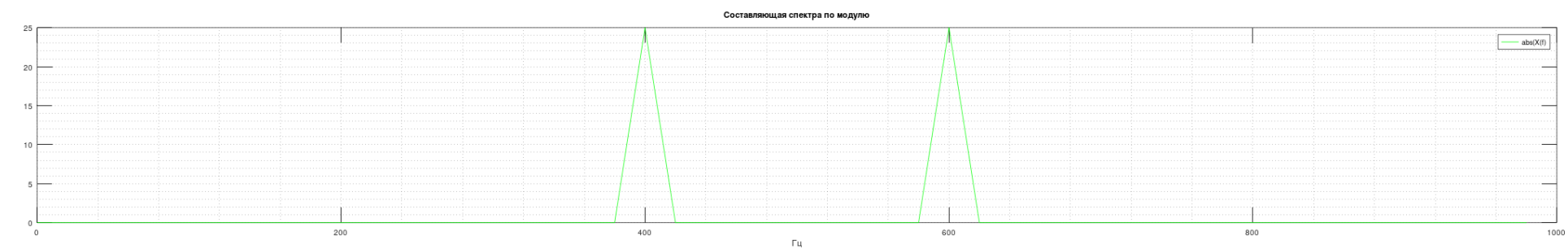
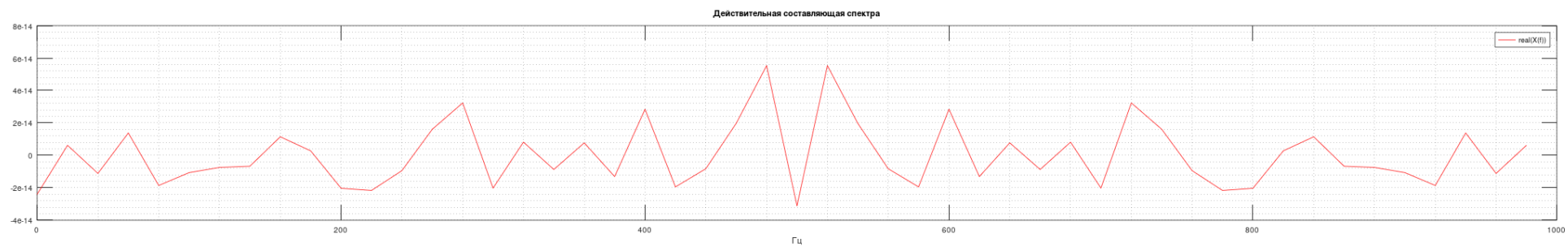
```
t_orign = 0:0.000005:T; % для построения заданной частоты
```

```
subplot(411), plot(t_orign,sin(2*pi*f1*t_orign),'-k;x(t);'), title('Исходный сигнал'), xlabel('с'), grid minor
subplot(412), plot(x,'-k;x(n);'), title('Частота сигнала по дискретным отсчётам dt'), xlabel('n'), grid minor;
subplot(413), plot(real(xv),'-m;real(xv);'), title('Восстановленный сигнал'), xlabel('n'), grid minor;
subplot(414), plot(real(diff),'-c;real(diff);'), title('Погрешность при восстановлении'), xlabel('n'), grid minor;
```

```
subplot(311), plot(f,real(X),'-r;real(X(f));'), title('Действительная составляющая спектра'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(312), plot(f,imag(X),'-b;imag(X(f));'), title('Мнимая составляющая спектра'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(313), plot(f,abs(X),'-g;abs(X(f));'), title('Составляющая спектра по модулю'), xlabel('Гц'), grid minor;
```

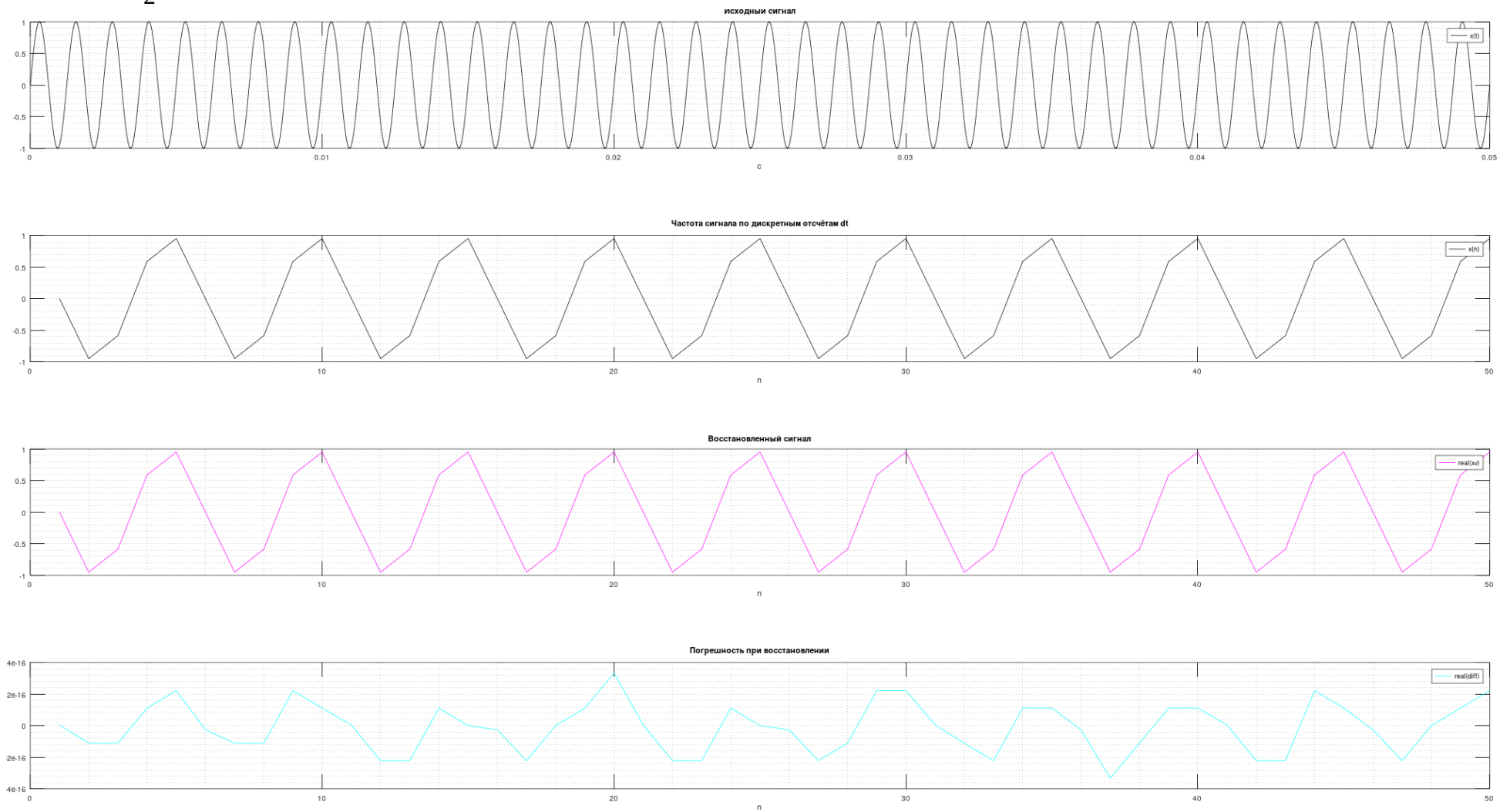
Ниже на графиках показаны исходные и восстановленные сигналы, а также их разница.

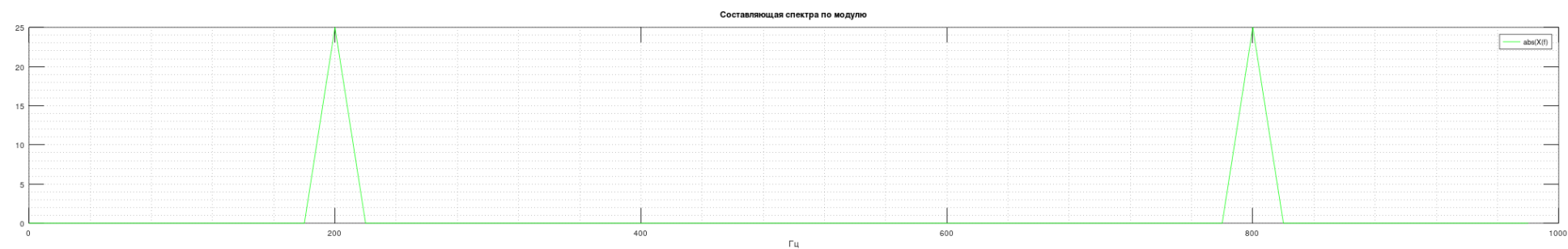
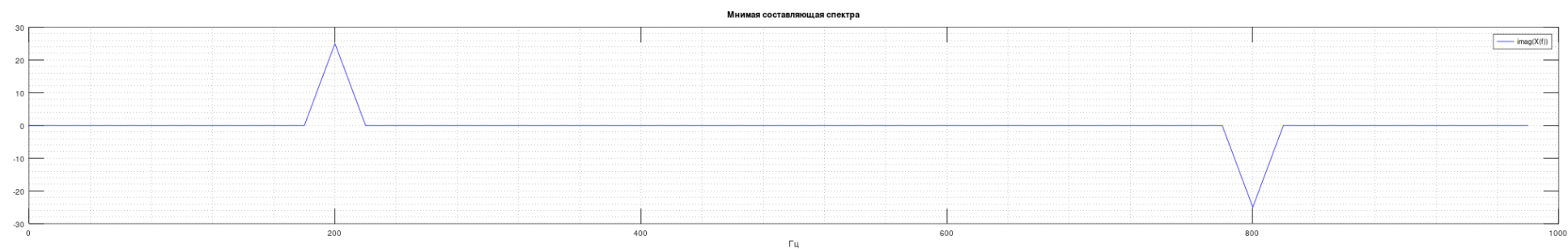
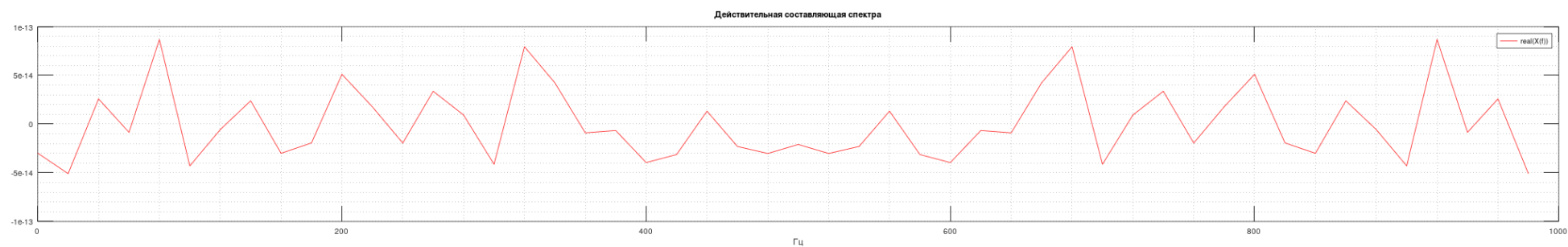




1) Задание 1.2 Сигнал с частотой  $(f_s/2) < f_2 < f_s$

$$f_s = 1000 \text{ Гц}, \frac{f_s}{2} = 500 \text{ Гц}, f_2 = 800 \text{ Гц}$$

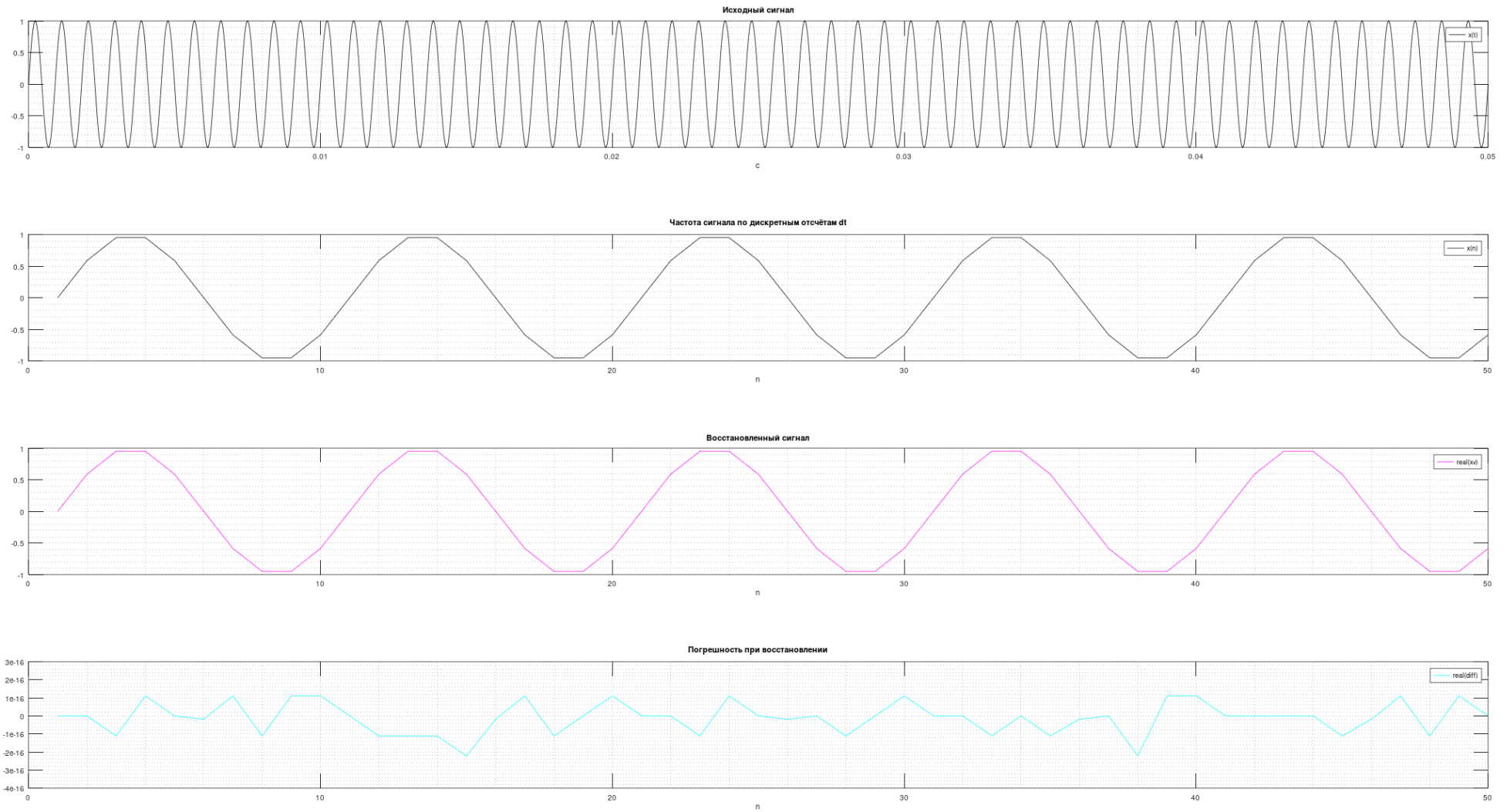


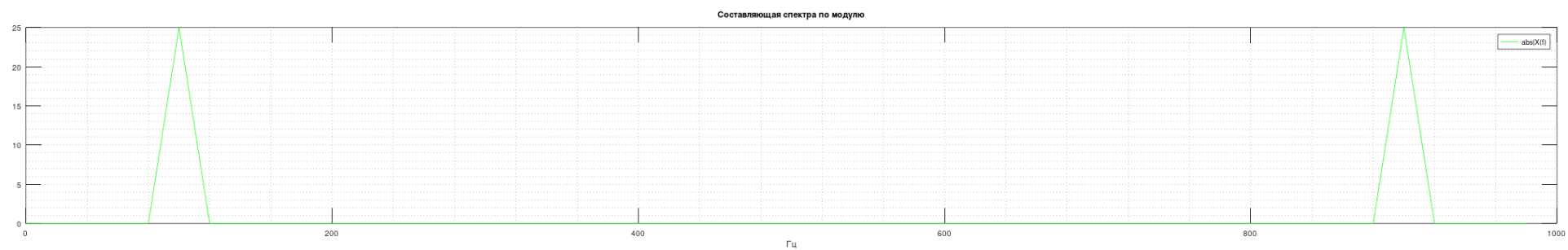
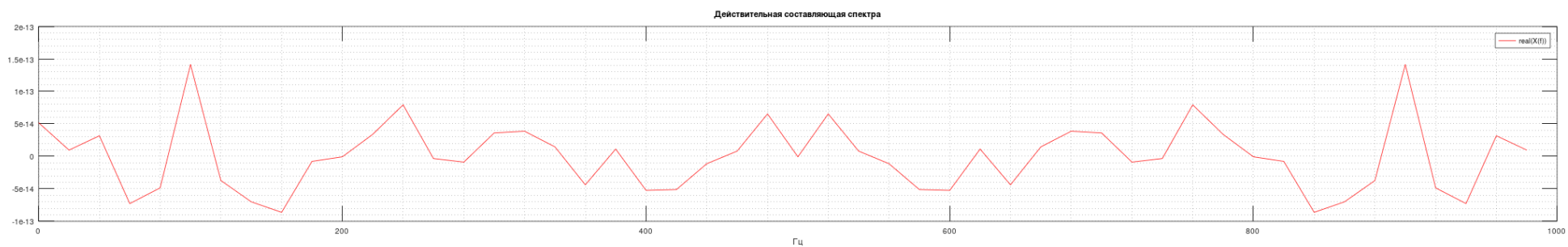




# 1) Задание 1.3 Сигнал с частотой $f_3 > f_s$

$$f_s = 1000 \text{ Гц}, \frac{f_s}{2} = 500 \text{ Гц}, f_2 = 1100 \text{ Гц}$$





Вывод: из графиков видно, что восстановленные сигналы практически полностью совпадают с исходными в случае выполнения условий теоремы Котельникова, в противном случае – ошибка восстановления возрастает. Равенство Персиваля, при этом, всегда выполняется:

```
Равенство Персиваля выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5  
>>
```

2) Задание 2. Рассмотрим чётную (x1) и нечётную (x2) гармонические последовательности:

% вариант 2

f1 = 120;

T = 0.05; % время действия сигнала

dt = 0.001; % интервал дискретизации

fs = 1/dt; % частота дискретизации (s = sample) = 1/0.001 = 1 кГц

N = fix(T/dt); % число отсчетов в реализации (перевод в целое число)

t = 0:dt:(N-1)\*dt; % вектор дискретизации по времени

n = 0:1:(N-1); % array of counts

df = 1 / T; % интервал дискретизации (= 4 Гц)

f = n \* df; % recovered freq

x1 = sin(2\*pi\*f1\*t); % return a vector x of sinus - non odd

x2 = cos(2\*pi\*f1\*t); % return a vector x of sinus - non odd

X1=fft(x1); % спектр сигнала x (ДПФ)

X2=fft(x2); % спектр сигнала x (ДПФ)

xv1 = ifft(X1); % восстановленная по спектру последовательность (ОДПФ)

xv2 = ifft(X2); % восстановленная по спектру последовательность (ОДПФ)

p1 = sum(x1.^2)/N; % равенство персиваля

p2 = sum(abs(X1).^2)/(N^2);

if (round(10^4\*p1)/10^4 == round(10^4\*p2)/10^4) % округляем до 0,0001

printf("Равенство Персиваля для чётной функции выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);

else

printf("Равенство Персиваля для чётной функции НЕ выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);

endif

p1 = sum(x2.^2)/N; % равенство персиваля

```

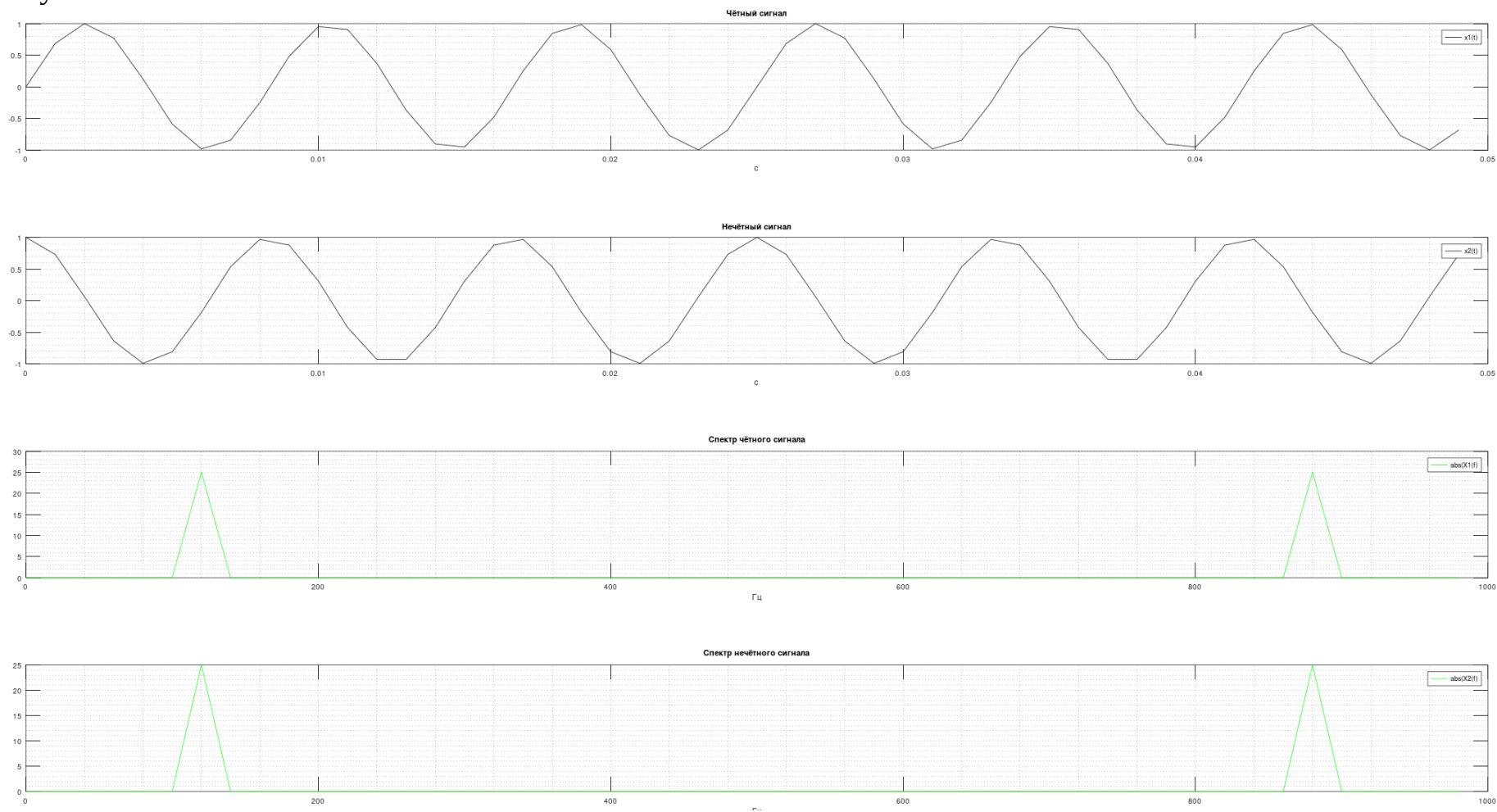
p2 = sum(abs(X2).^2)/(N^2);

if (round(10^4*p1)/10^4 == round(10^4*p2)/10^4) % округляем до 0,0001
    printf("\nРавенство Персиваля для нечётной функции выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);
else
    printf("\nРавенство Персиваля для нечётной функции НЕ выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);
endif

subplot(411), plot(t,x1,'-k;x1(t);'), title('Чётный сигнал'), xlabel('с'), grid minor
subplot(412), plot(t,x2,'-k;x2(t);'), title('Нечётный сигнал'), xlabel('с'), grid minor;
subplot(413), plot(f,abs(X1),'-g;abs(X1(f));'), title('Спектр чётного сигнала'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(414), plot(f,abs(X2),'-g;abs(X2(f));'), title('Спектр нечётного сигнала'), xlabel('Гц'), grid minor;

```

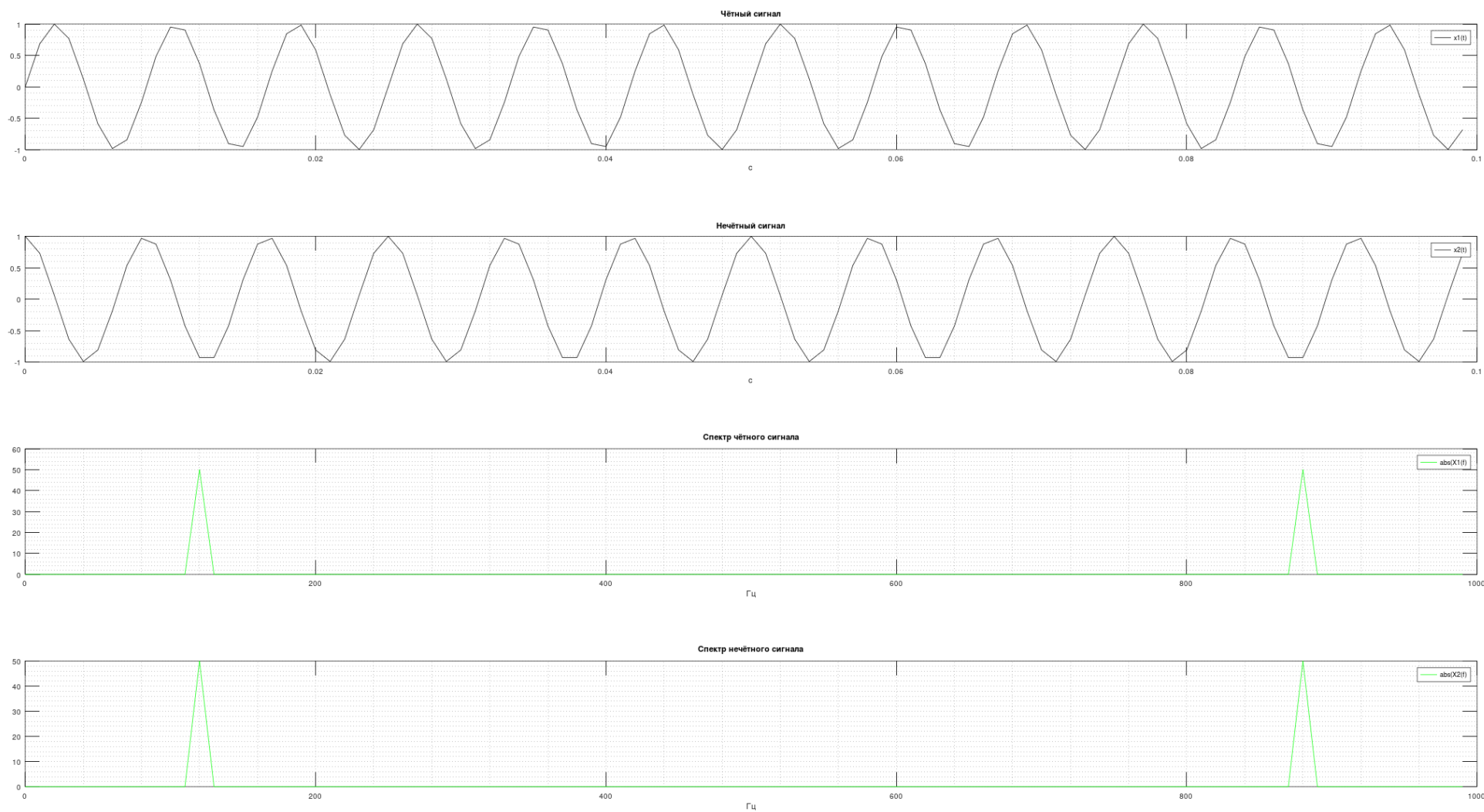
Результат:



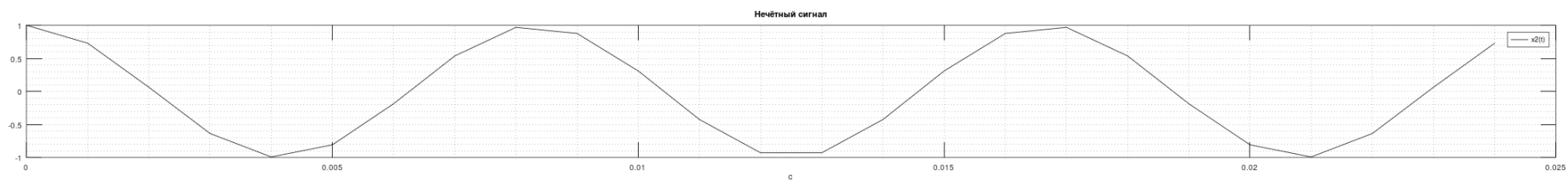
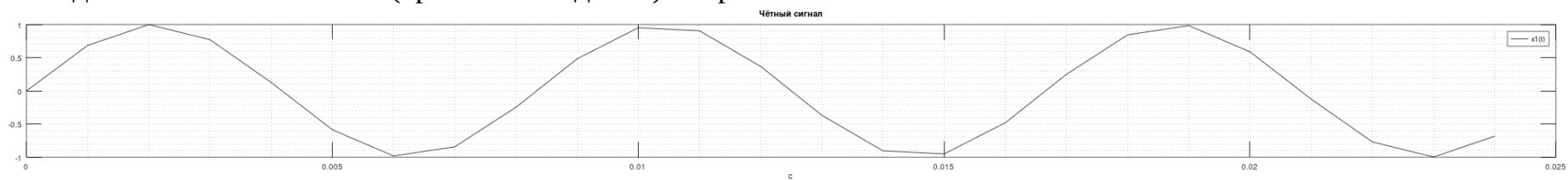
Вывод: спектры сигналов с чётной и нечётной гармонической последовательностью одинаковы.

```
Равенство Персиваля для чётной функции выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5  
Равенство Персиваля для нечётной функции выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5>>
```

3) Задание 3.1 Увеличим  $T$  (время наблюдения) в 2 раза:  
Результат:



### Задание 3.2 Уменьшим $T$ (время наблюдения) в 2 раза:





Вывод: из графиков видно, что с увеличением длительности исходных сигналов увеличивается значение энергии.

```
Равенство Персиваля для чётной функции выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5  
Равенство Персиваля для нечётной функции выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5>>
```

#### Задание 4.

% вариант 2

f1 = 40;

f2 = 120;

T = 0.05; % время действия сигнала

dt = 0.001; % интервал дискретизации

fs = 1/dt; % частота дискретизации (s = sample) = 1/0.001 = 1 кГц

N = fix(T/dt); % число отсчетов в реализации (перевод в целое число)

t = 0:dt:(N-1)\*dt; % вектор дискретизации по времени

n = 0:1:(N-1); % array of counts

df = 1 / T; % интервал дискретизации (= 4 Гц)

f = n \* df; % recovered freq

x1 = sin(2\*pi\*f1\*t); % return a vector x of sinus - non odd

x2 = sin(2\*pi\*f2\*t); % return a vector x of sinus - non odd

x3 = sin(2\*pi\*f1\*t) + cos(2\*pi\*f2\*t)-(-1+1.\*rand(1,N));

X3 = fft(x3); % спектр сигнала x (ДПФ)

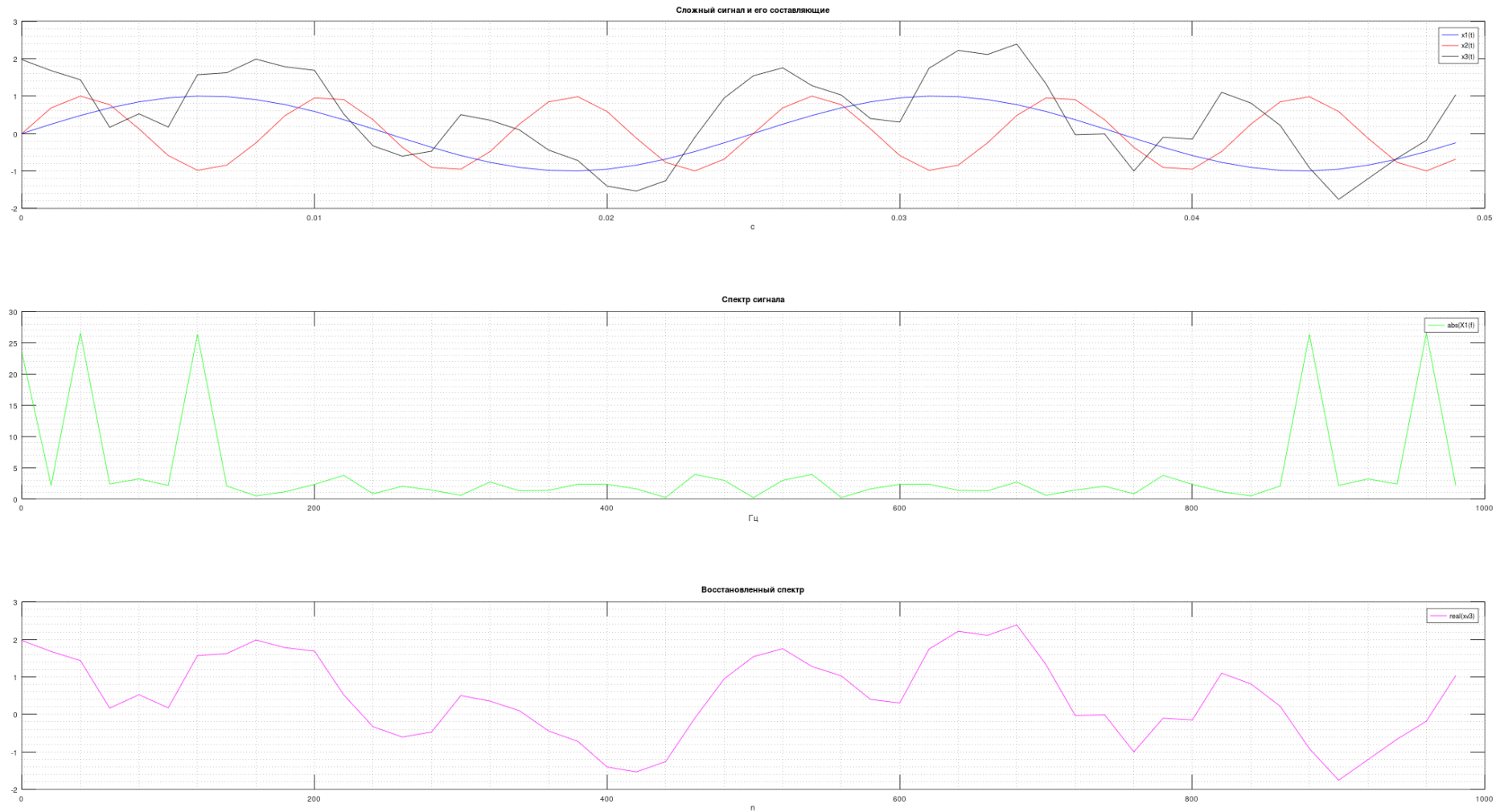
xv3 = ifft(X3); % восстановленная по спектру последовательность (ОДПФ)

```
diff = x3.-xv3;
```

```
subplot(311), plot(t,x1,'-b;x1(t);'), hold on, plot(t,x2,'-r;x2(t);'), hold on,  
plot(t,x3,'-k;x3(t);'), title('Сложный сигнал и его составляющие'), xlabel('с'), grid minor;
```

```
subplot(312), plot(f,abs(X3),'-g;abs(X1(f);'), title('Спектр сигнала'), xlabel('Гц'), grid minor;  
subplot(313), plot(f,real(xv3),'-m;real(xv3);'), title('Восстановленный спектр'), xlabel('н'), grid minor;
```

## Результаты работы:



На графиках показаны исходные гармонические сигналы  $x1$  (синусоида с частотой 40 Гц),  $x2$  (синусоида с частотой 120 Гц), сигнал  $x3$  (сумма сигналов  $x1$ ,  $x2$  + случайный шум) и их спектры.

**Вывод:** из графиков сигналов видно, что для сигнала, состоящего из одной гармоник, спектр сигнала представлен одним всплеском на заданной частоте сигнала, у случайного сигнала (белого шума) спектр распределен по всей частотной полосе и значения частотных коэффициентов небольшие. У сигнала, состоящего из суммы 2-х гармонических сигналов с частотами 40 и 120 Гц и случайного сигнала, спектр представлен двумя пиками на частотах 40 и 120 Гц и небольшими всплесками по всей частотной полосе, соответствующими шумовой составляющей. Таким образом можно сделать вывод, что чем сложнее сигнал (из большего числа гармоник состоит), тем сложнее спектр этого сигнала.

### **Ответы на контрольные вопросы:**

1. Единичный импульс имеет сплошной спектр, который с увеличением частоты убывает. У синусоидальной и косинусоидальной последовательностей спектр будет состоять из одного пика на соответствующей частоте (частота определяется количеством периодов в 1 секунду).
2. Чем больше частота дискретизации (больше отчетов на периоде), тем точнее сигнал.
3. Равенство Парсеваля выражает квадрат нормы сигнала в Гильбертовом пространстве со скалярным произведением через квадраты модулей коэффициентов Фурье этого сигнала по некоторой ортогональной системе функций, т. е. находит энергию сигнала.