

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**

**Кафедра ВТ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе № 2**  
**по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»**  
**Тема: Характеристики линейных систем во временной и частотной**  
**областях**

Студентка гр. 0321

Студент гр. 0321

Преподаватель

Земсков Д.И.

Федосеев А.В.

Курдииков Б. А.

г. Санкт-Петербург

2023

## Отчет по лабораторной работе №2

### Характеристики линейных систем во временной и частотной областях

Цель работы - исследование характеристик линейных систем во временной и частотной областях путем моделирования в среде пакета MATLAB (Использован функциональный аналог – OCTAVE).

Задания:

1. Разработать программу, позволяющую формировать характеристики систем во временной и частотной области.

- получить выходной сигнал с использованием разностного уравнения,
- получить выходной сигнал с использованием импульсной характеристики,
- получить выходной сигнал с использованием частотной характеристики.

При этом исходными данными служат: коэффициенты передаточной функции систем первого и второго порядков ( $b$ ,  $a$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ); число отсчетов  $N$ .

Входной сигнал формируется по данным лабораторной работы 1.

2. Исследовать системы первого и второго порядка с заданными параметрами при различной длине реализации  $N=(50..200)$ .

Отчет по работе должен содержать программу исследований, графики выводы по результатам исследований.

Исходные данные 2-го варианта:

$$F_1 = 40 \text{ Гц}, F_2 = 120 \text{ Гц}, T = 0,05 \text{ с}, dt = 0.001 \text{ с}$$

Вариант	$b$	$a$	$a_1$	$a_2$
2	2.5	-0.6	-0.6	0.4

## 1) Задание 1

Код программы:

```
clc; clear;
pkg load signal; % для работы с impz
% Вариант 2
% коэффициенты для 2-го варианта
b = 2.5;
a = -0.6;
a1 = -0.6;
a2 = 0.4;

% коэффициенты для системы 1-го порядка:
B1 = [b 0];
A1 = [1 a];

% коэффициенты для системы 2-го порядка:
B2 = [b 0 0];
A2 = [1 a1 a2]; % например  $y'' - 6y' - 6y = 0$ 

% data from lab1
T = 0.05; % изменено с 0,25 на 0,05 для наилучшей наглядности
dt = 0.001; % интервал дискретизации
f1 = 40;
f2 = 120;

% signal vector
fs = 1/dt; % частота дискретизации
df = 1/T; % частота полосы обзора
N = fix(T/dt);
t = 0:dt:(N-1)*dt;
k = 0:1:(N-1);
f = 0:df:(fs-1);

% отсчеты входного сигнала
randX = -2 + 4.*rand(1,N); % генерируются рандомные числа в массиве [1 N] от 0 до 4 со смещением -2
x = sin(2*pi*f1*t) + cos(2*pi*f2*t) - randX; % complex
X = fft(x); % спектр входного сигнала X(k)= ДПФ(x(n));

%Дельта-функция
u0=[1 zeros(1,N-1)];
u1=[1 ones(1,N-1)];

% Функция filter использует Рациональную Передаточную Функцию
% Обеспечивает воспроизведение выходной последовательности y(n) по известной
% входной последовательности x(n) и векторам коэффициентов B,A : y=filter(B,A,x)
% Реализует решение разностного уравнения N-го порядка с постоянными
коэффициентами для n >= 0
% (формула в методичке на 1-й странице) b-коэффициенты числителя, a-знаменателя

% для для системы 1-го порядка:
h_1 = filter(B1,A1,u0); % Импульсная характеристика. Получается путем решения
разностного уравнения при нулевых начальных условиях
st_1 = filter(B1,A1,u1); % реакция на единичный скачок
y_1 = filter(B1,A1,x); % Выходной сигнал

% для для системы 2-го порядка:
h_2 = filter(B2,A2,u0); % импульсная характеристика
st_2 = filter(B2,A2,u1); % реакция на единичный скачок
y_2 = filter(B2,A2,x); % Выходной сигнал

figure(1); % - для системы 1-го порядка:

subplot(411), plot(t,x,'-k;x;'), title('Входной сигнал x(t)'), xlabel('c'), grid
minor;
```

```
subplot(412), plot(t,h_1,'-b;h_1;'), title('Импульсная характеристика ЛПП-системы
1-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;
subplot(413), plot(t,st_1,'-m;st_1;'), title('Реакция на единичный скачок'),
xlabel('c'), grid minor;
subplot(414), plot(t,y_1,'-c;y_1;'), title('Выходной сигнал, полученный с помощью
решения разностного уравнения N-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;
```

```
figure(2); % - для системы 2-го порядка:
subplot(411), plot(t,x,'-k;x;'), title('Входной сигнал x(t)'), xlabel('c'), grid
minor;
subplot(412), plot(t,h_2,'-b;h_2;'), title('Импульсная характеристика ЛПП-системы
2-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;
subplot(413), plot(t,st_2,'-m;st_2;'), title('Реакция на единичный скачок'),
xlabel('c'), grid minor;
subplot(414), plot(t,y_2,'-c;y_2;'), title('Выходной сигнал, полученный с помощью
решения разностного уравнения N-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;
```

```
X = fft(x); % ДПФ входного сигнала
H_1 = fft(h_1); % Частотная характеристика ЛПП-системы  $H(k)$  = ДПФ(импульсная
характеристика);
H_2 = fft(h_2); % Частотная характеристика ЛПП-системы  $H(k)$  = ДПФ(импульсная
характеристика);
Y_1 = fft(y_1); % спектр выходного сигнала y1
Y_2 = fft(y_2); % спектр выходного сигнала y2
```

```
% Спектр выходной последовательности ЛПП-системы  $Y_k$ =ДПФ[y(n)]
% связан со спектром входной последовательности  $X_k$ =ДПФ[x(n)] отображением свертки
% в частотной области:  $Y_k = H_k \cdot X_k$ 
Y_k_1 = X.*H_1;
Y_k_2 = X.*H_2;
y_k_1 = ifft(X.*H_1);
y_k_2 = ifft(X.*H_2);
```

```
figure(3); % - для системы 1-го порядка:
subplot(411), plot(f,abs(X),'-g;abs(X;'), title('Спектр входного сигнала'),
xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(412), plot(f,abs(H_1),'-k;H_1 = abs(fft(h_1));'), title('Спектр частотной
характеристики для системы 1-го порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(413), plot(f,abs(Y_1),'-b;abs(Y_1;'), title('Спектр выходного сигнала
для системы 1-го порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(414), plot(f,abs(Y_k_1),'-r;Y_k_1=abs(X.*H_1);'), title('Спектр выходного
сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 1-го
порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
```

```
figure(4); % - для системы 2-го порядка:
subplot(411), plot(f,abs(X),'-g;abs(X;'), title('Спектр входного сигнала'),
xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(412), plot(f,abs(H_2),'-k;H_2 = abs(fft(h_2));'), title('Спектр частотной
характеристики для системы 2-го порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(413), plot(f,abs(Y_2),'-b;abs(Y_2;'), title('Спектр выходного сигнала
для системы 2-го порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(414), plot(f,abs(Y_k_2),'-r;Y_k_2=abs(X.*H_2);'), title('Спектр выходного
сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 2-го
порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
```

```
% Использование формулы свертки
% Функция conv возвращает коэффициенты полинома
y_1_convolution = conv(h_1, x); % выходной сигнал, полученный с помощью импульсной
характеристики
y_2_convolution = conv(h_2, x); % выходной сигнал, полученный с помощью импульсной
характеристики
```

```
figure(5);
subplot(311), plot(t,abs(y_1),'-b;abs(y_1;'), title('Выходной сигнал, полученный
с помощью разностного уравнения для системы 1-го порядка'), xlabel('c'), grid
minor;
```

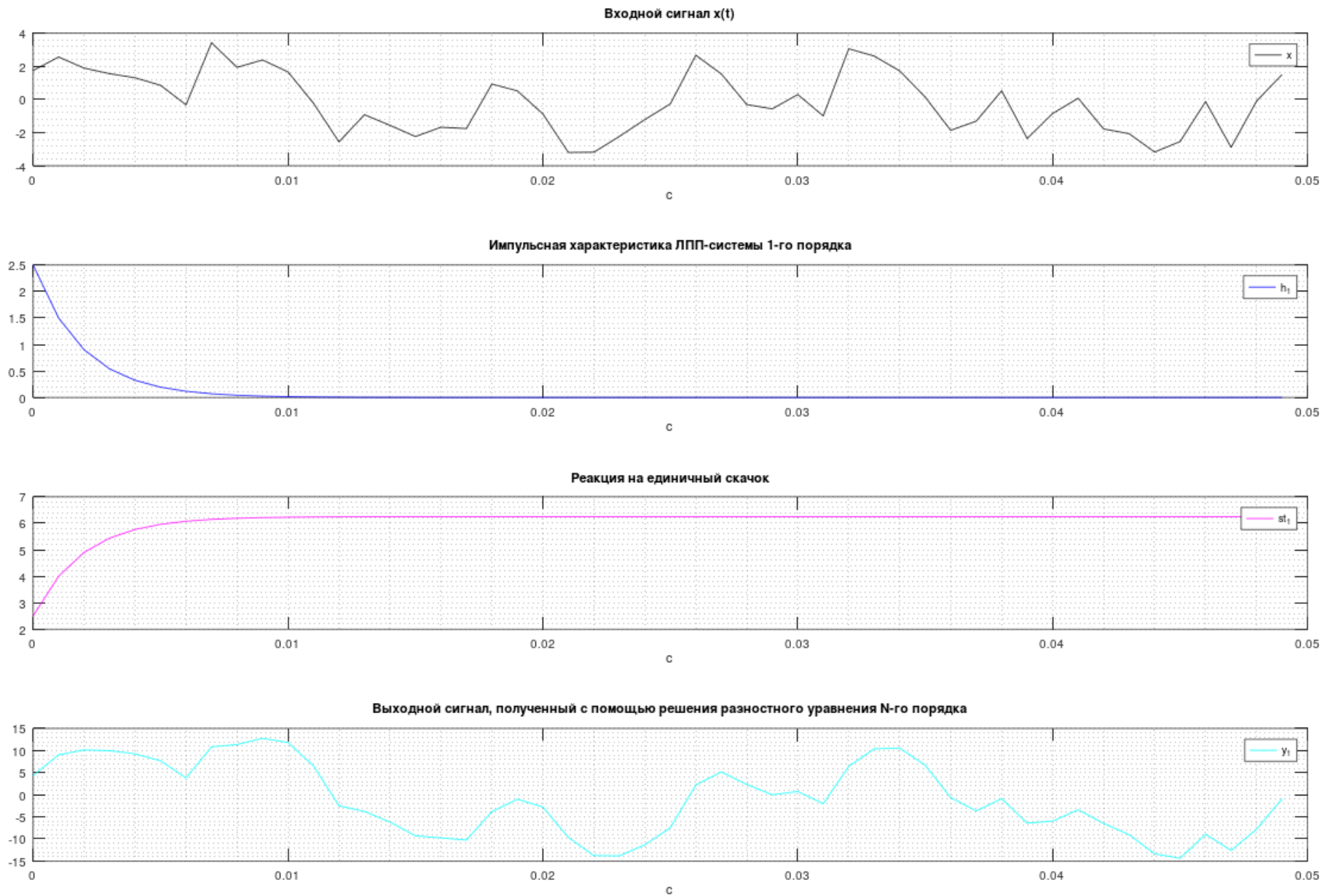
```

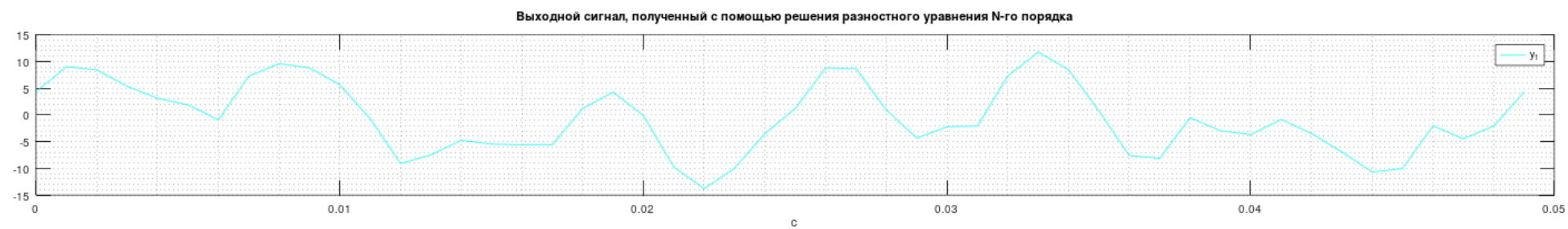
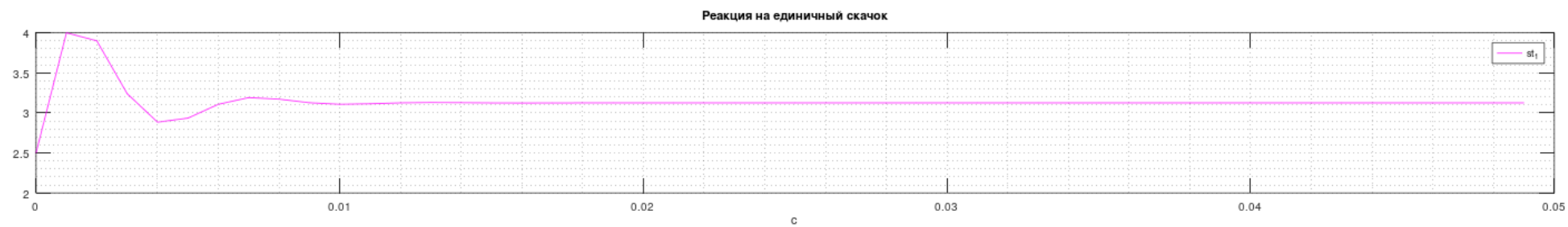
subplot(312), plot(t,abs(y_k_1),'-r;abs(y_k_1);'), title("Выходной сигнал,
полученный с помощью частотной характеристики для системы 1-го порядка"),
xlabel('c'), grid minor;
subplot(313), plot(t,abs(y_1_convolution(1:N)),'-g;abs(y_1_convolution);'),
title("Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 1-го
порядка"), xlabel('c'), grid minor;

figure(6);
subplot(311), plot(t,abs(y_2),'-b;abs(y_2);'), title('Выходной сигнал, полученный
с помощью разностного уравнения для системы 2-го порядка'), xlabel('c'), grid
minor;
subplot(312), plot(t,abs(y_k_2),'-r;abs(y_k_2);'), title("Выходной сигнал,
полученный с помощью частотной характеристики для системы 2-го порядка"),
xlabel('c'), grid minor;
subplot(313), plot(t,abs(y_2_convolution(1:N)),'-g;abs(y_2_convolution);'),
title("Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 2-го
порядка"), xlabel('c'), grid minor;

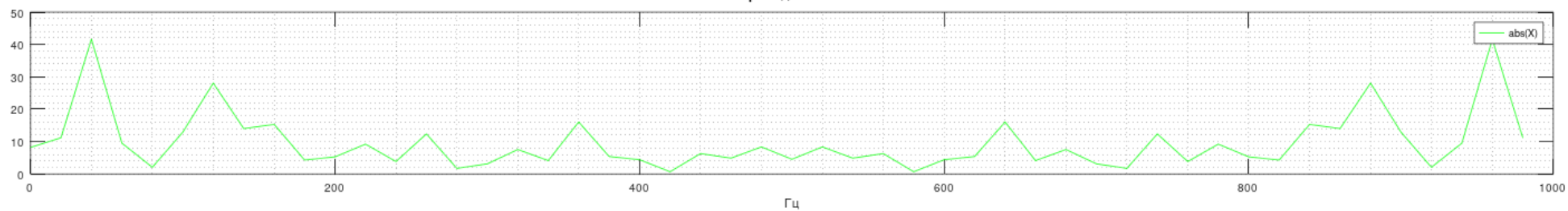
```

1. Разработать программу, позволяющую формировать характеристики систем во временной и частотной области.

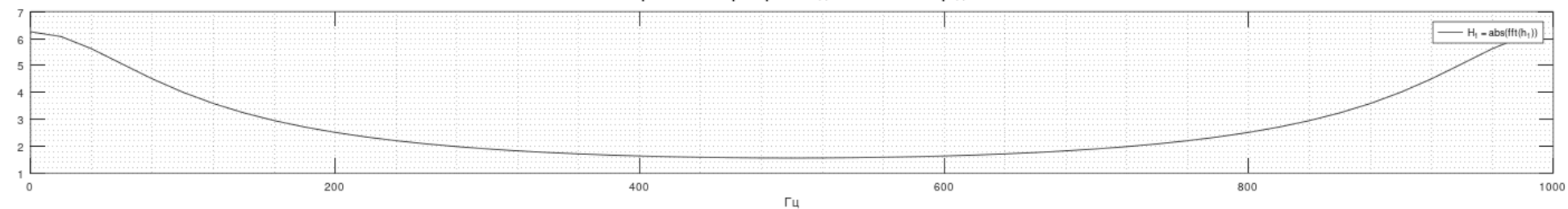




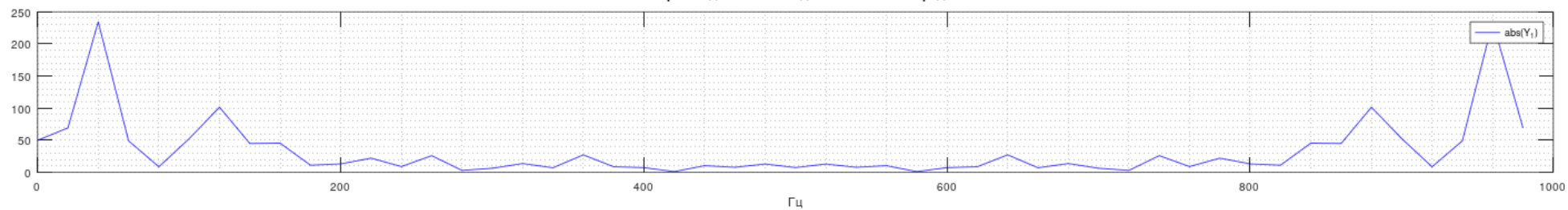
Спектр входного сигнала



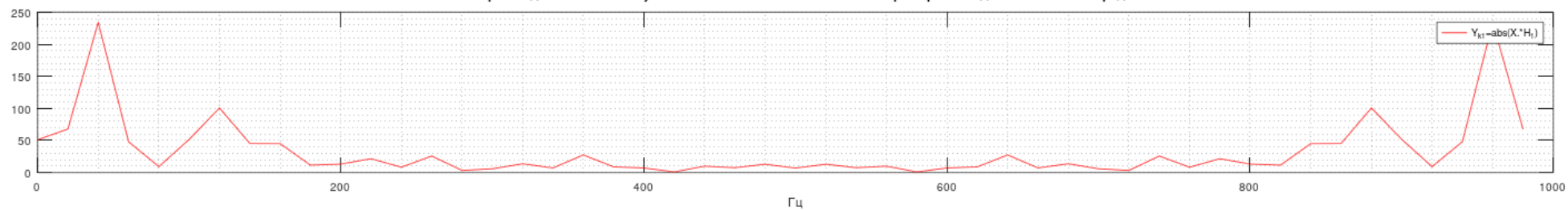
Спектр частотной характеристики для системы 1-го порядка



Спектр выходного сигнала для системы 1-го порядка

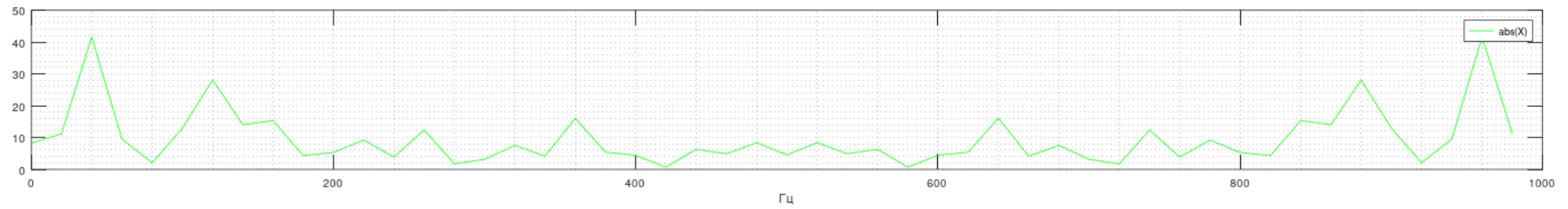


Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 1-го порядка

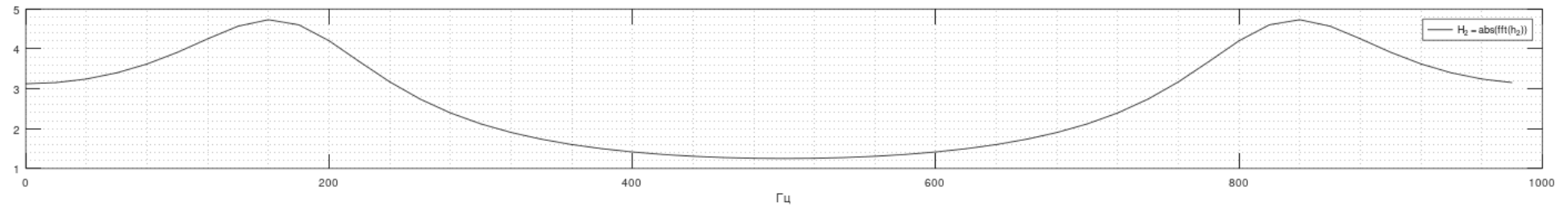




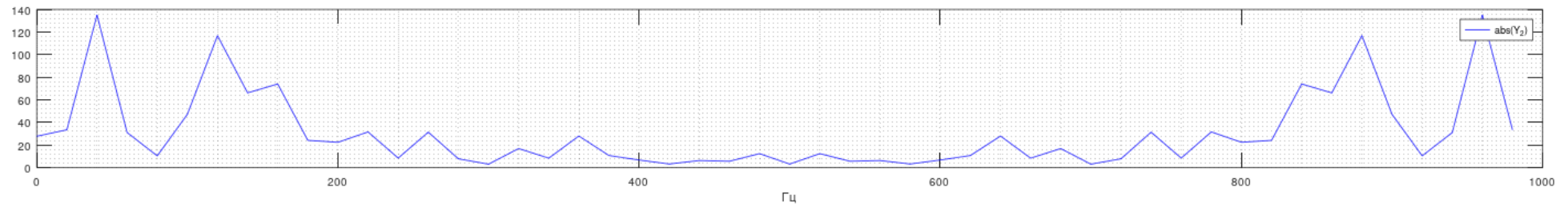
Спектр входного сигнала



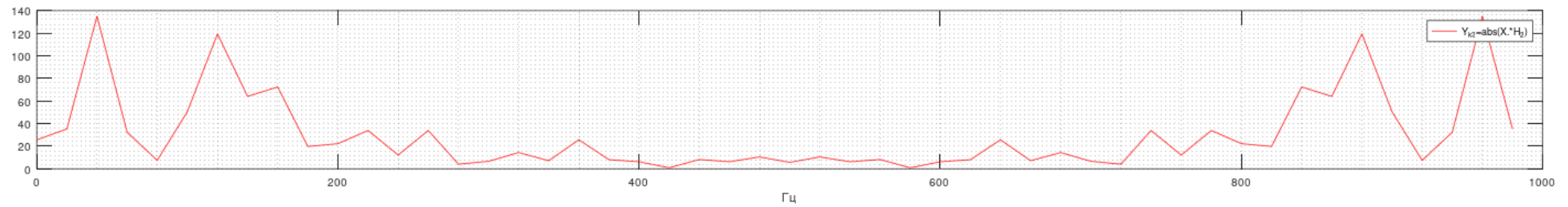
Спектр частотной характеристики для системы 2-го порядка



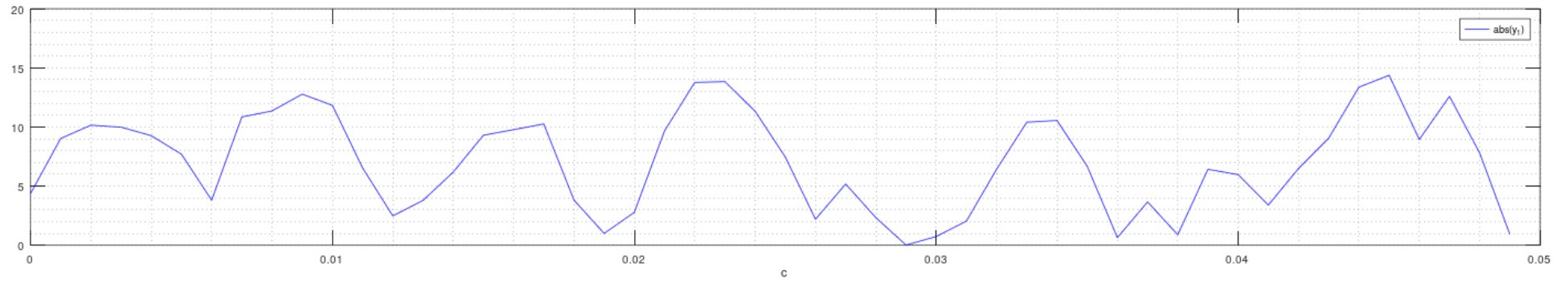
Спектр выходного сигнала для системы 2-го порядка



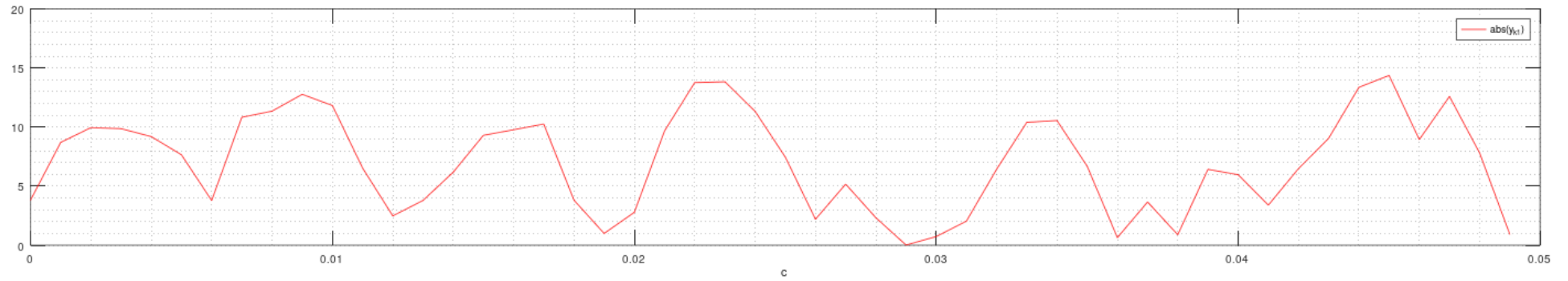
Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 2-го порядка



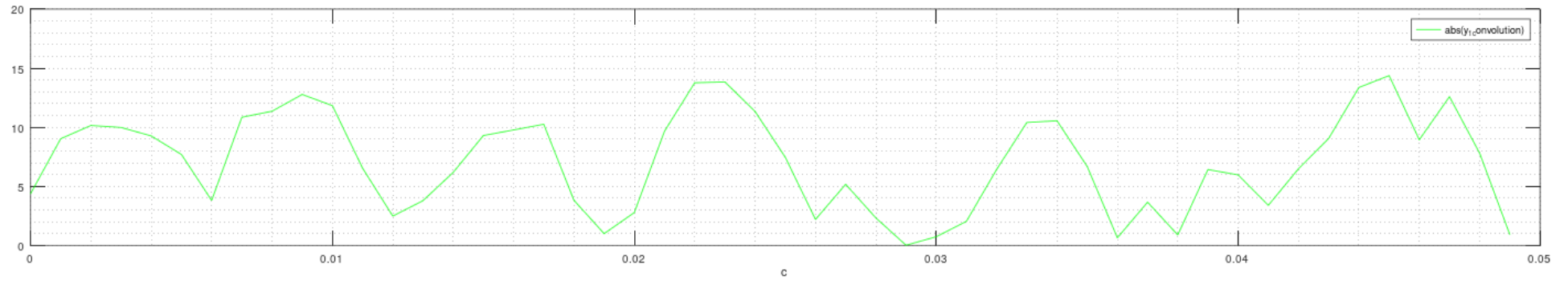
Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 1-го порядка



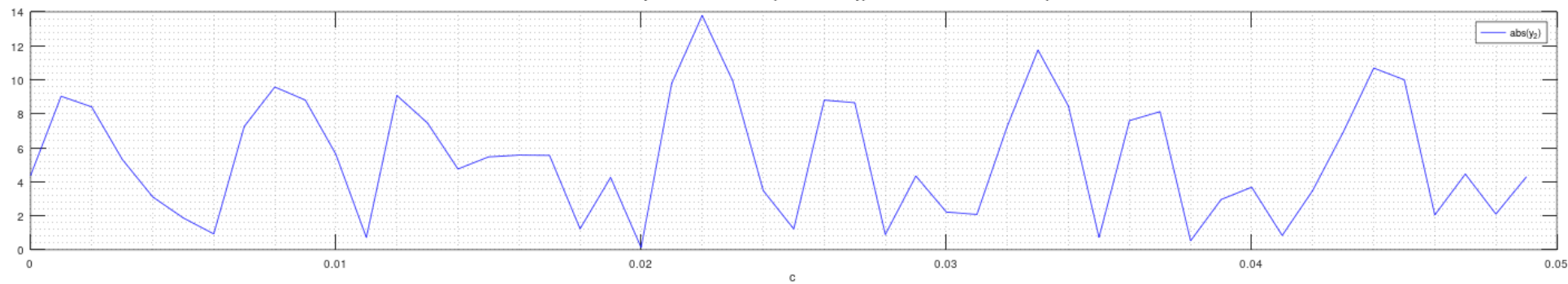
Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 1-го порядка



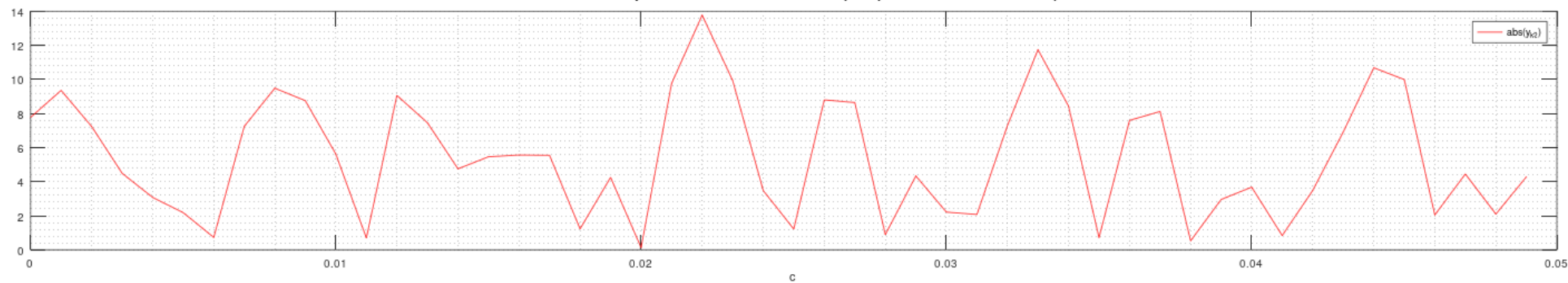
Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 1-го порядка



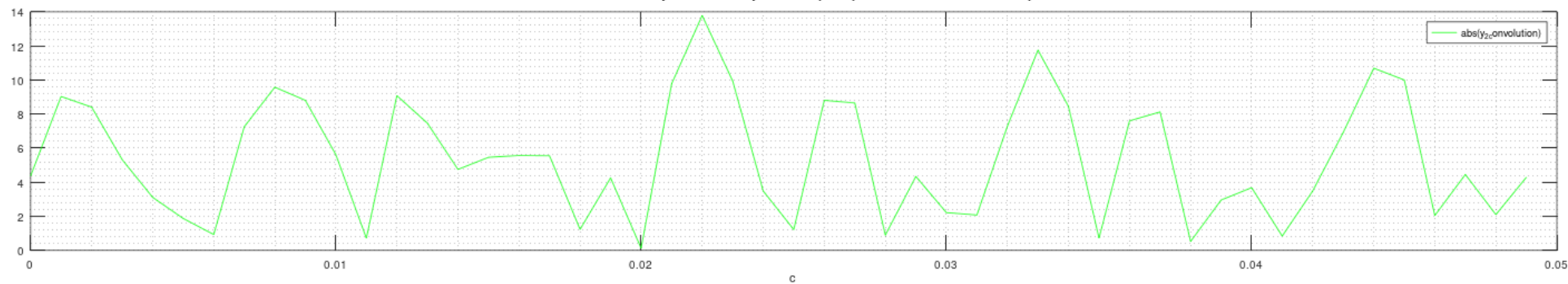
Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 2-го порядка



Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 2-го порядка



Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 2-го порядка



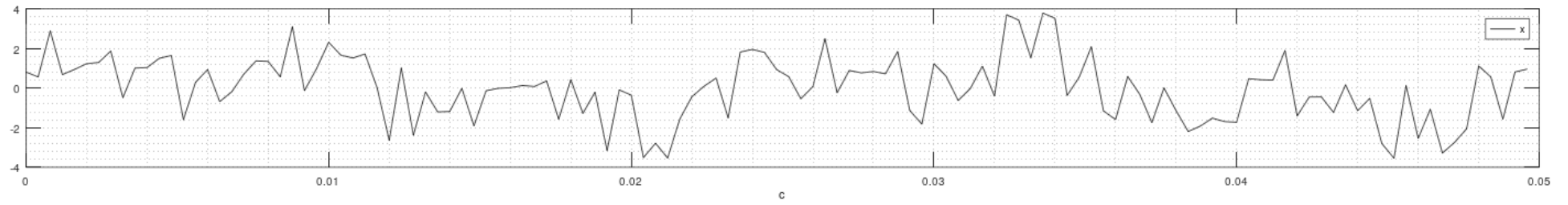
**Выводы:** выходной сигнал, полученный с помощью решения системы разностного уравнения, имеет более сглаженный вид по сравнению со входным сигналом. Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 1-го и 2-го порядка, совпадает по форме со спектром выходного сигнала, полученным с помощью решения системы разностного уравнения. Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения совпадает с выходным сигналом, полученным с помощью частотной характеристики, который в свою очередь совпадает с сигналом, полученным с помощью импульсной характеристики.

2. Исследовать системы первого и второго порядка с заданными параметрами при различной длине реализации  $N=(50..200)$ .

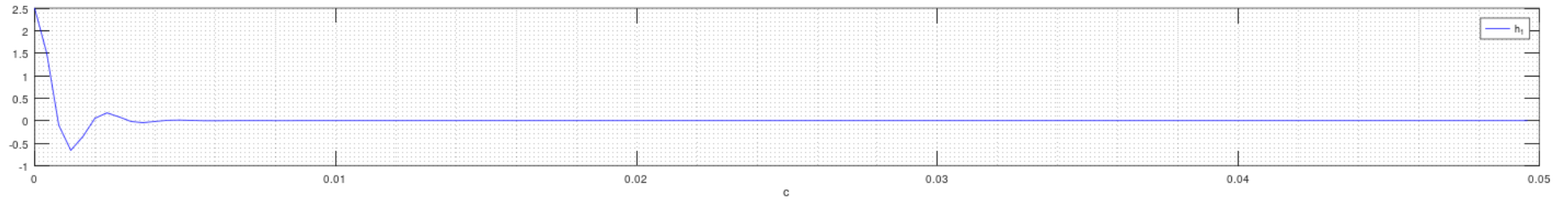
Изменим интервал дискретизации  $dt = 0.0004$ , тогда длина реализации станет равна  $N = \text{fix}(T/dt) = 0.05/0.0004 = 125$ .



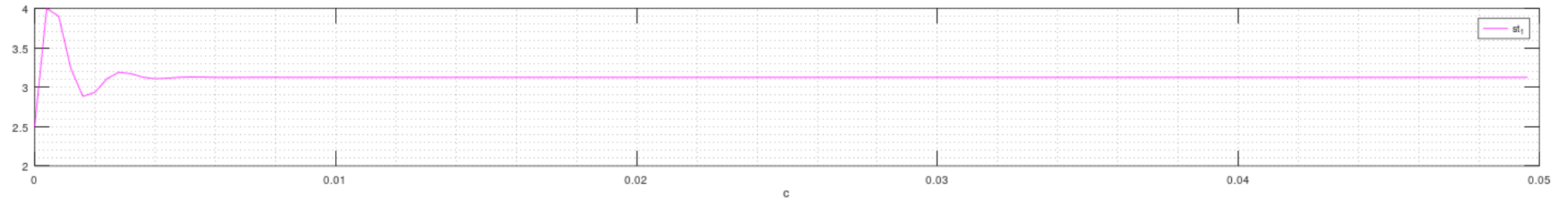
Входной сигнал  $x(t)$



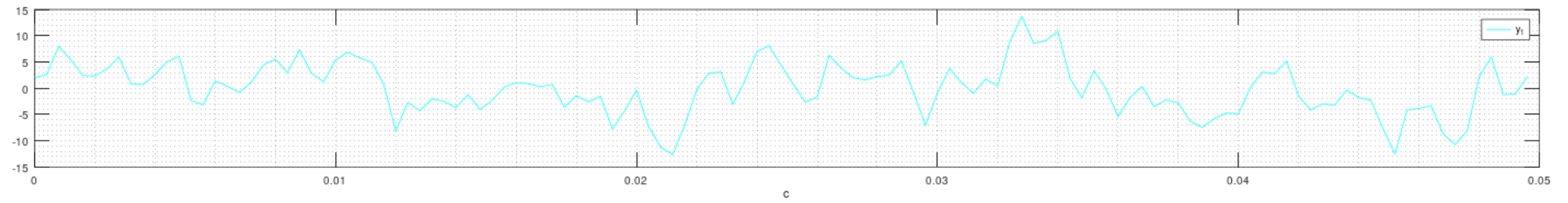
Импульсная характеристика ЛПП-системы 2-го порядка



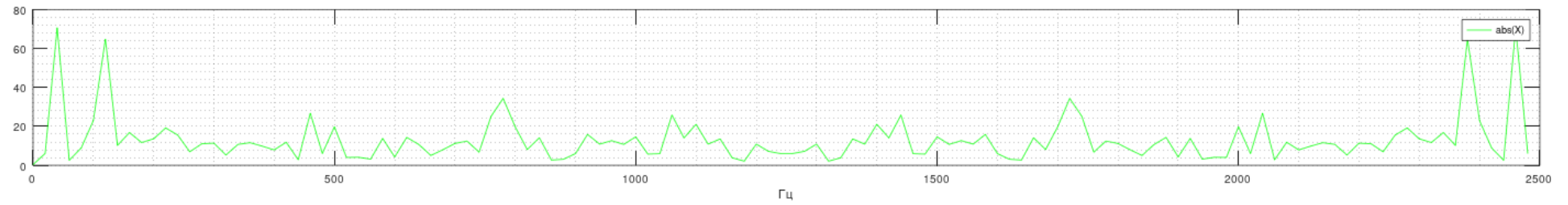
Реакция на единичный скачок



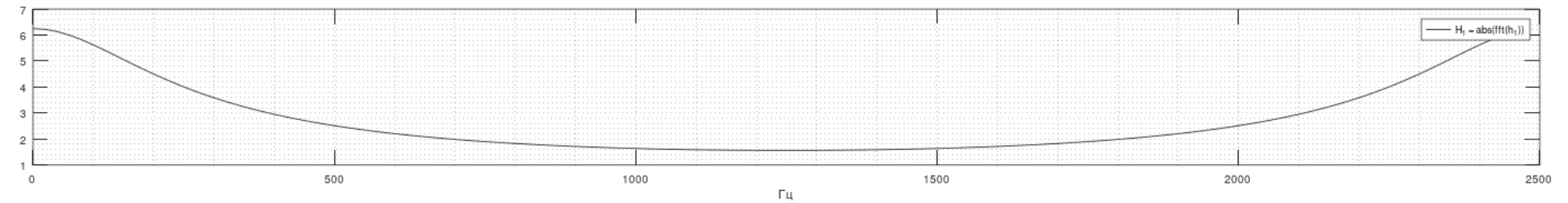
Выходной сигнал, полученный с помощью решения разностного уравнения N-го порядка



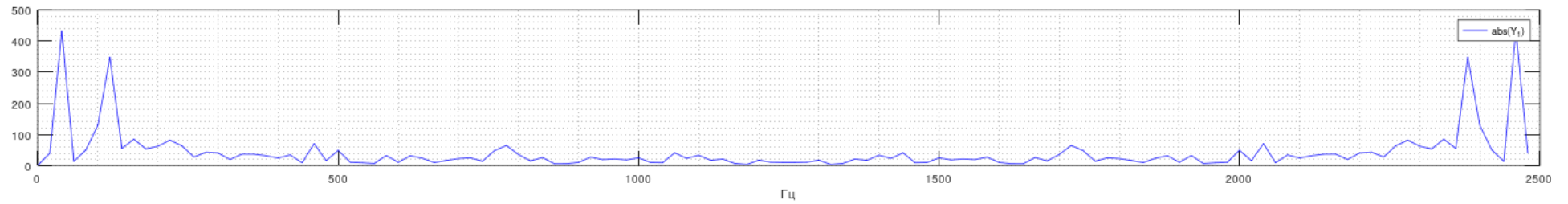
Спектр входного сигнала



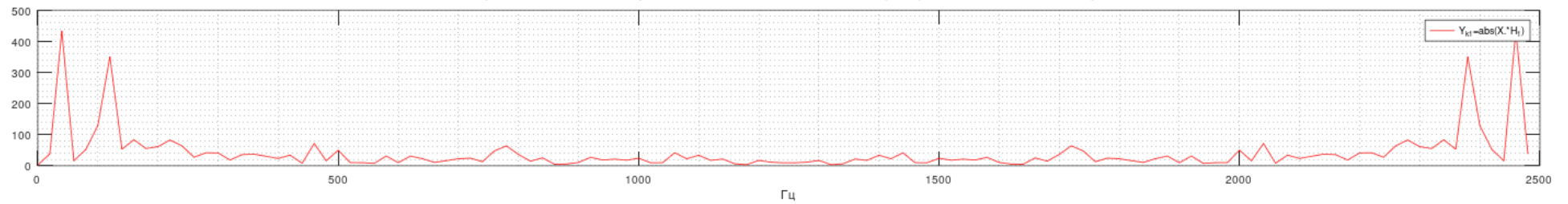
Спектр частотной характеристики для системы 1-го порядка



Спектр выходного сигнала для системы 1-го порядка

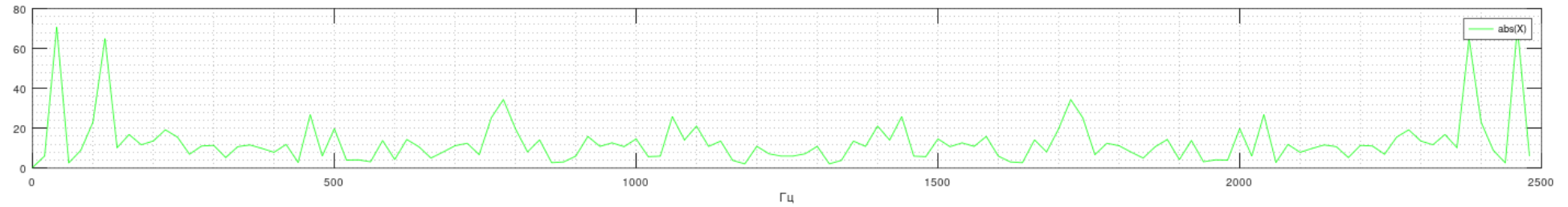


Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 1-го порядка

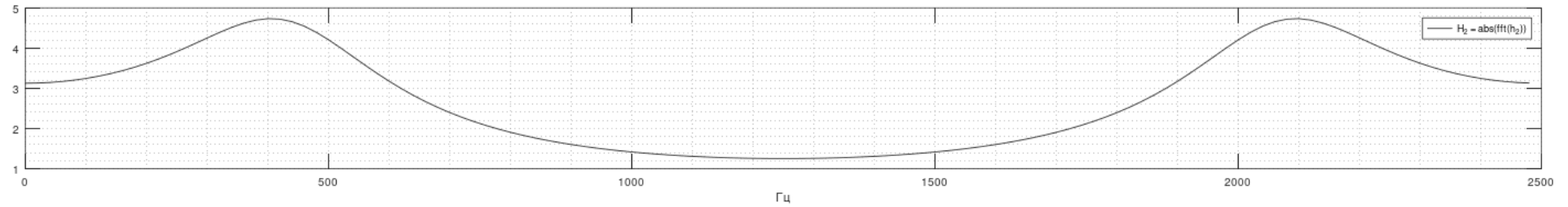




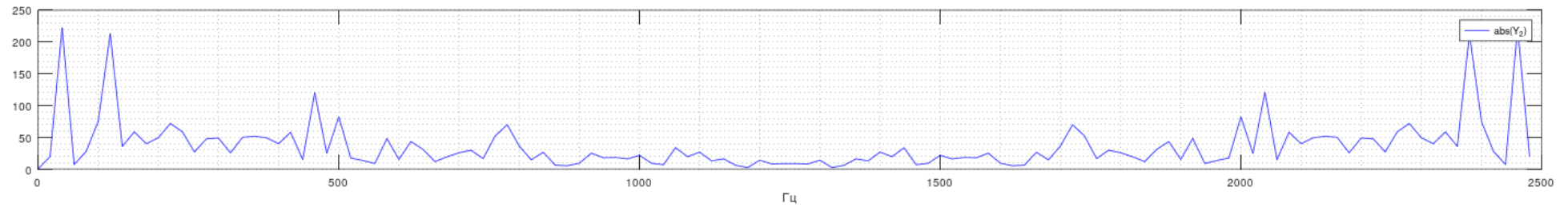
Спектр входного сигнала



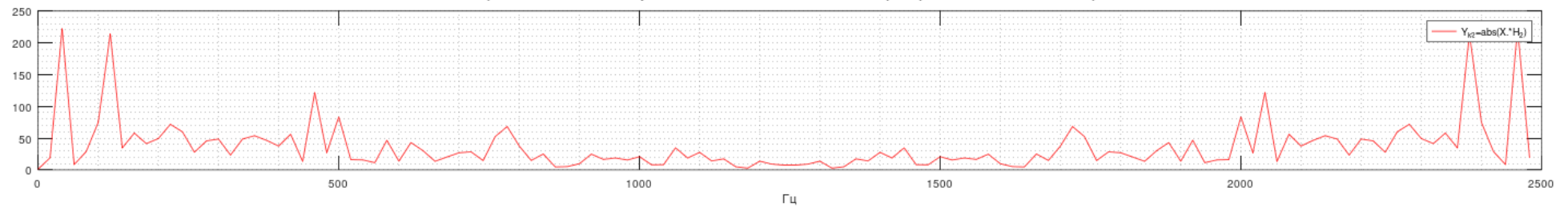
Спектр частотной характеристики для системы 2-го порядка



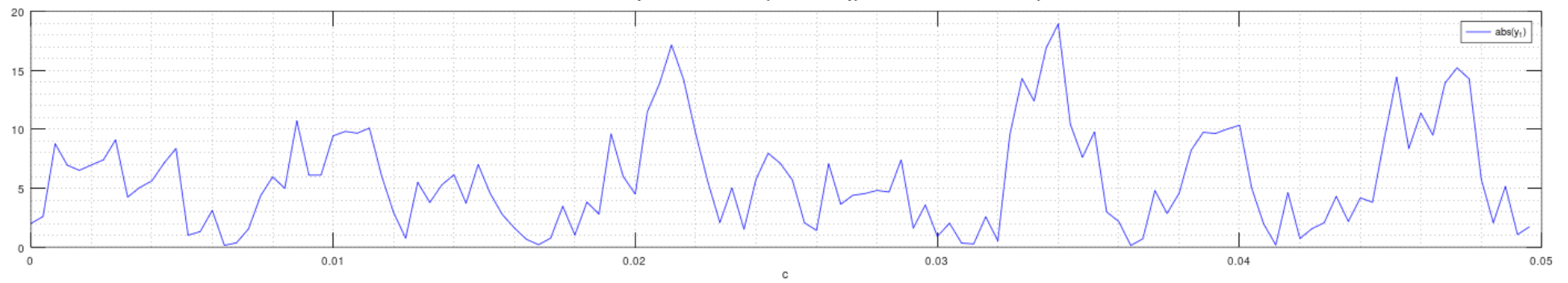
Спектр выходного сигнала для системы 2-го порядка



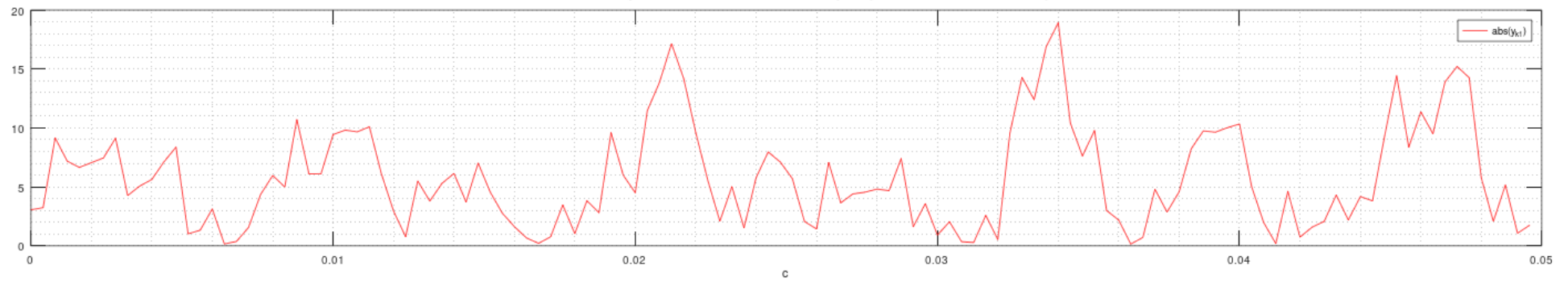
Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 2-го порядка



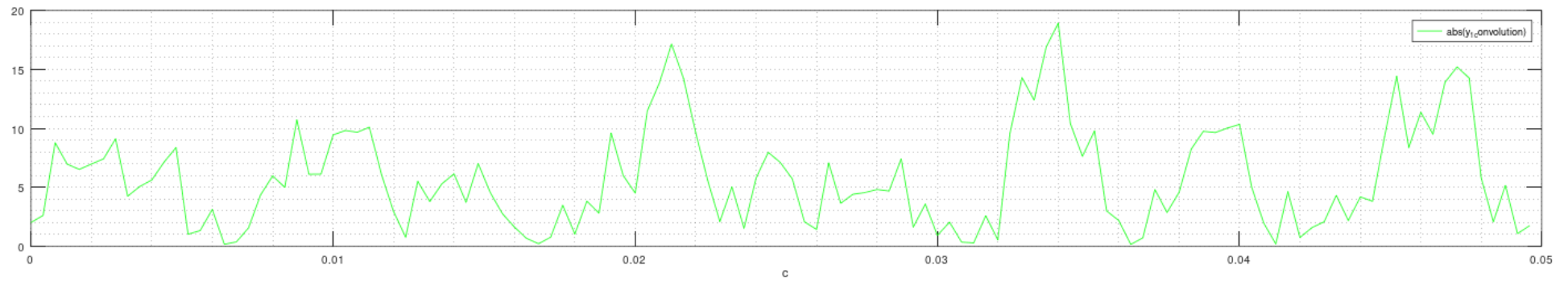
Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 1-го порядка



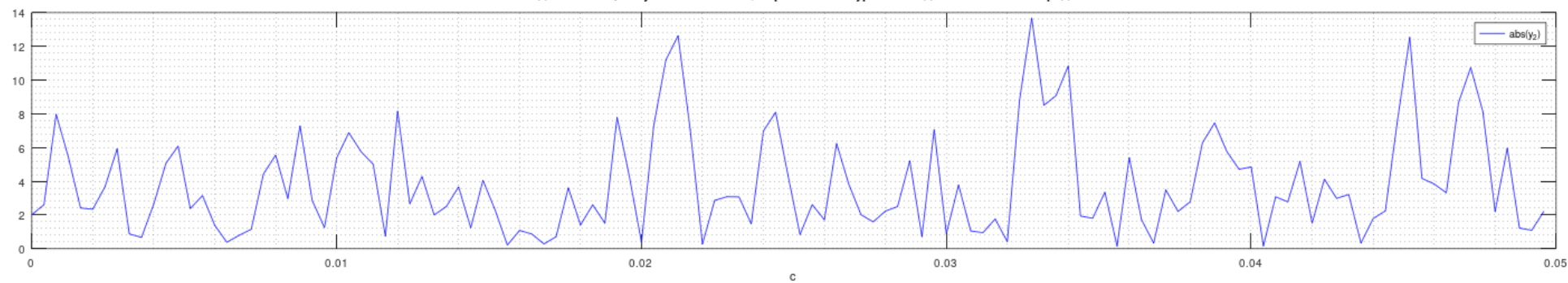
Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 1-го порядка



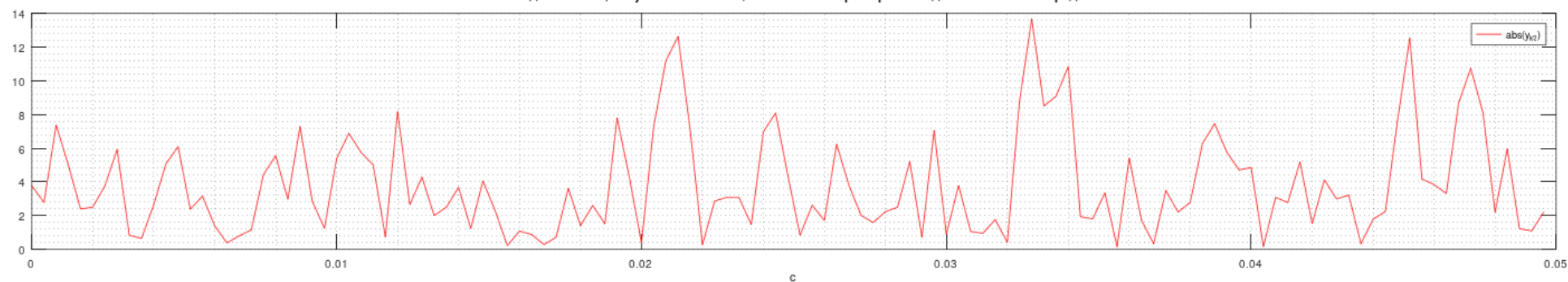
Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 1-го порядка



Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 2-го порядка



Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 2-го порядка



Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 2-го порядка



**Выводы:** при увеличении частоты дискретизации ширина полосы спектра становится уже.

Ответы на контрольные вопросы:

1. Что такое импульсная и частотная характеристики ЛПП-системы, как они связаны между собой ?

Импульсная характеристика системы - реакция ЛПП-системы на единичный импульс.

Частотная характеристика ЛПП-системы - дискретное преобразование Фурье (ДПФ) от импульсной характеристики  $h(n)$ .

Частотная и импульсная характеристика ЛПП-системы связаны прямым и обратным преобразованием Фурье, т.е. частотную находим как прямое преобразование Фурье от импульсной и наоборот.

2. От чего зависит период изменения независимой переменной в частотной характеристике, как можно увеличить разрешающую способность по частоте для частотной характеристики?

Период изменения независимой переменной в частотной характеристике зависит от выбранного диапазона частот. Чем шире диапазон, тем больше период изменения.

Для увеличения разрешающей способности по частоте можно предпринять следующие шаги:

- Увеличение количества измерительных точек: Большее количество точек измерения в выбранном диапазоне частот позволяет получить более детализированную картину частотной характеристики.
- Уменьшение шага частоты: Использование более мелкого шага при измерениях по частоте повышает разрешающую способность.

3. На что влияет изменение длины последовательности  $N$ ?

На мощность сигнала.