МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра ВТ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе № 2
по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»
Тема: Характеристики линейных систем во временной и частотной областях

Студентка гр. 0321	Земсков Д.И.
Студент гр. 0321	Федосеев А.В.
Преподаватель	Курдиков Б. А.

г. Санкт-Петербург

2023

Отчет по лабораторной работе №2

Характеристики линейных систем во временной и частотной областях

Цель работы - исследование характеристик линейных систем во временной и частотной областях путем моделирования в среде пакета MATLAB (Использован функциональный аналог – OCTAVE).

Задания:

1. Разработать программу, позволяющую формировать характеристики систем во временной и частотной области.

- получить выходной сигнал с использованием разностного уравнения,

- получить выходной сигнал с использованием импульсной характеристики,

- получить выходной сигнал с использованием частотной характеристики.

При этом исходными данными служат: коэффициенты передаточной функции систем первого и второго порядков (b, a, a2, a3); число отсчетов N.

Входной сигнал формируется по данным лабораторной работы 1.

2. Исследовать системы первого и второго порядка с заданными параметрами при различной длине реализации N=(50..200).

Отчет по работе должен содержать программу исследований, графики выводы по результатам исследований.

Исходные данные 2-го варианта:

F_1 *= 40 Гц*, F_2 *= 120 Гц,T = 0,05 с, dt = 0.001 с*

Вариант	b	a	a1	a2
2	2.5	-0.6	-0.6	0.4

1) Задание 1

Код программы:

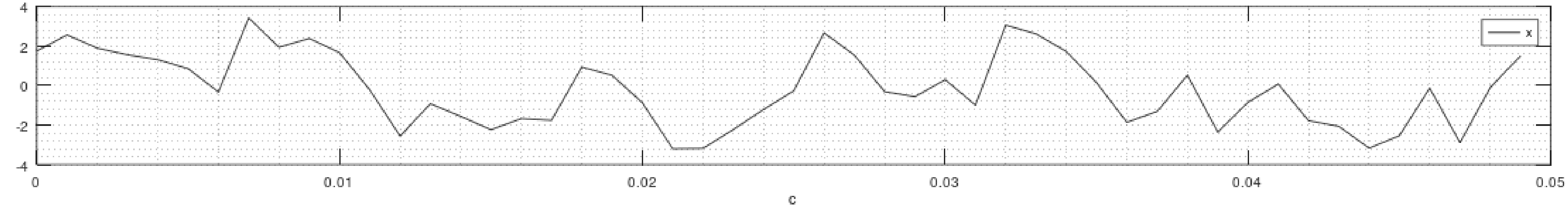
```
% Вариант 2
clc; clear;
pkg load signal; % для работы с impz

% коэффициенты для 2-го варианта
b = 2.5;
a = -0.6;
a1 = -0.6;
a2 = 0.4;

% коэффициенты для системы 1-го порядка:
B1 = [b 0];
A1 = [1 a];

% коэффициенты для системы 2-го порядка:
B2 = [b 0 0];
A2 = [1 a1 a2]; % например y'' – 6y' - 6y = 0

% data from lab1
T = 0.05; % изменено с 0,25 на 0,05 для наилучшей наглядности
dt = 0.001; % интервал дискретизации
f1 = 40;
f2 = 120;

% signal vector
fs = 1/dt; % частота дискретизации
df = 1/T; % частота полосы обзора
N = fix(T/dt); % вычисление количества отсчётов
t = 0:dt:(N-1)*dt; % вектор дискретизации по времени
n = 0:1:(N-1); % array of counts
f = 0:df:(fs-1); % recovered freq

% отсчеты входного сигнала
randX = -2 + 4.*rand(1,N); % генерируются случайные числа в массиве [1 N] от 0 до
4 со смещением -2
x = sin(2*pi*f1*t) + cos(2*pi*f2*t) - randX; % complex
X = fft(x); % спектр входного сигнала X(k)= ДПФ(x(n));

%Дельта-функция
u0=[1 zeros(1,N-1)];
u1=[1 ones(1,N-1)];

% Функция filter обеспечивает воспроизведение выходной последовательности y(n) по
известной входной последовательности x(n) и векторам коэффициентов B,A :
y=filter(B,A,x)
% Функция filter реализует решение разностного уравнения N-го порядка с
постоянными коэффициентами для n >= 0
% (формула в методичке на 1-й странице) b-коэффициенты числителя, a-знаменателя


% для для системы 1-го порядка:
h_1 = filter(B1,A1,u0); % Импульсная характеристика. Получается путем решения
разностного уравнения при нулевых начальных условиях
st_1 = filter(B1,A1,u1); % реакция на единичный скачок
y_1 = filter(B1,A1,x); % Выходной сигнал

% для для системы 2-го порядка:
h_2 = filter(B2,A2,u0); % импульсная характеристика
st_2 = filter(B2,A2,u1); % реакция на единичный скачок
y_2 = filter(B2,A2,x); % Выходной сигнал
```

```
figure(1); % -  для системы 1-го порядка:

subplot(411), plot(t,x,'-k;x;'), title('Входной сигнал x(t)'), xlabel('c'), grid
minor;
subplot(412), plot(t,h_1,'-b;h_1;'), title('Импульсная характеристика ЛПП-системы
1-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;
subplot(413), plot(t,st_1,'-m;st_1;'), title('Реакция на единичный скачок'),
xlabel('c'), grid minor;
subplot(414), plot(t,y_1,'-c;y_1;'), title('Выходной сигнал, полученный с помощью
решения разностного уравнения N-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;

figure(2); % -  для системы 2-го порядка:
subplot(411), plot(t,x,'-k;x;'), title('Входной сигнал x(t)'), xlabel('c'), grid
minor;
subplot(412), plot(t,h_2,'-b;h_1;'), title('Импульсная характеристика ЛПП-системы
2-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;
subplot(413), plot(t,st_2,'-m;st_1;'), title('Реакция на единичный скачок'),
xlabel('c'), grid minor;
subplot(414), plot(t,y_2,'-c;y_1;'), title('Выходной сигнал, полученный с помощью
решения разностного уравнения N-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;


X = fft(x); % ДПФ входного сигнала
H_1 = fft(h_1); % Частотная характеристика ЛПП-системы H(k) = ДПФ(импульсная
характеристика);
H_2 = fft(h_2); % Частотная характеристика ЛПП-системы H(k) = ДПФ(импульсная
характеристика);
Y_1 = fft(y_1); % спектр выходного сигнала y1
Y_2 = fft(y_2); % спектр выходного сигнала y2

% Спектр выходной последовательности ЛПП-системы Yk=ДПФ[y(n)]
% связан со спектром входной последовательности Xk=ДПФ[x(n)] отображением свертки
% в частотной области: Yk=Hk□Xk
Y_k_1 = X.*H_1;
Y_k_2 = X.*H_2;
y_k_1 = ifft(X.*H_1);
y_k_2 = ifft(X.*H_2);


figure(3); % -  для системы 1-го порядка:
subplot(411), plot(f,abs(X),'-g;abs(X);'), title('Спектр входного сигнала'),
xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(412), plot(f,abs(H_1),'-k;H_1 = abs(fft(h_1));'), title('Спектр частотной
характеристики для системы 1-го порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(413), plot(f,abs(Y_1),'-b;abs(Y_1);'), title('Спектр выходного сигнала
для системы 1-го порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(414), plot(f,abs(Y_k_1),'-r;Y_k_1=abs(X.*H_1);'), title('Спектр выходного
сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 1-го
порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;

figure(4); % -  для системы 2-го порядка:
subplot(411), plot(f,abs(X),'-g;abs(X);'), title('Спектр входного сигнала'),
xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(412), plot(f,abs(H_2),'-k;H_2 = abs(fft(h_2));'), title('Спектр частотной
характеристики для системы 2-го порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(413), plot(f,abs(Y_2),'-b;abs(Y_2);'), title('Спектр выходного сигнала
для системы 2-го порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(414), plot(f,abs(Y_k_2),'-r;Y_k_2=abs(X.*H_2);'), title('Спектр выходного
сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 2-го
порядка'), xlabel('Гц'), grid minor;

% Использование формулы свертки
% Функция conv возвращает коэффициенты полинома
y_1_convolution = conv(h_1, x); % выходной сигнал,полученный с помощью импульсной
характеристики
```

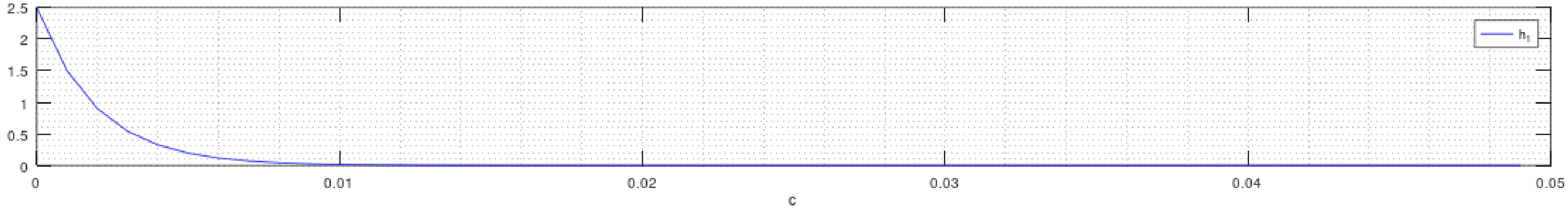
```
y_2_convolution = conv(h_2, x); % выходной сигнал,полученный с помощью импульсной характеристики

figure(5);
subplot(411), plot(t,abs(y_1),'-b;abs(y_1);'), title('Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 1-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;
subplot(412), plot(t,abs(y_k_1),'-r;abs(y_k_1);'), title("Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 1-го порядка"), xlabel('c'), grid minor;
subplot(413), plot(t,abs(y_1_convolution(1:N)),'-g;abs(y_1_convolution);'), title("Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 1-го порядка"), xlabel('c'), grid minor;
subplot(414), plot(t,(abs(y_1)-abs(y_k_1)),'-k;abs(y_1) - abs(y_k_1);'), title("Разница сигналов, полученного с помощью частотной характеристики и полученный с помощью разностного уравнения"), xlabel('c'), grid minor;

figure(6);
subplot(411), plot(t,abs(y_2),'-b;abs(y_2);'), title('Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 2-го порядка'), xlabel('c'), grid minor;
subplot(412), plot(t,abs(y_k_2),'-r;abs(y_k_2);'), title("Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 2-го порядка"), xlabel('c'), grid minor;
subplot(413), plot(t,abs(y_2_convolution(1:N)),'-g;abs(y_2_convolution);'), title("Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 2-го порядка"), xlabel('c'), grid minor;
subplot(414), plot(t,(abs(y_2)-abs(y_k_2)),'-k;abs(y_2) - abs(y_k_2);'), title("Разница сигналов, полученного с помощью частотной характеристики и полученный с помощью разностного уравнения"), xlabel('c'), grid minor;
```

1. Разработать программу, позволяющую формировать характеристики систем во временной и частотной области.

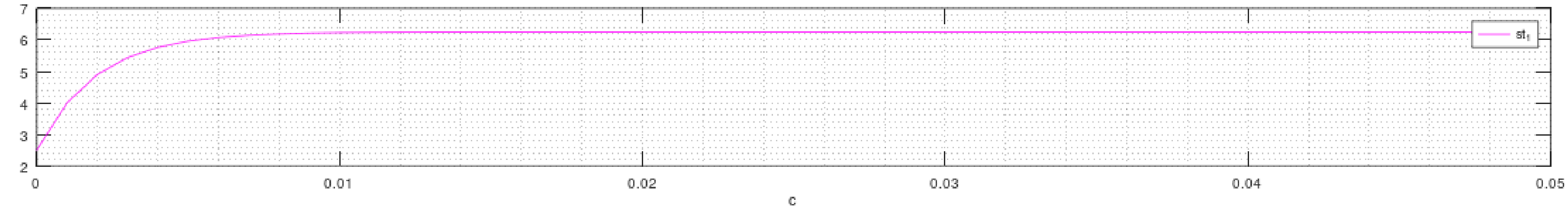
Входной сигнал x(t)



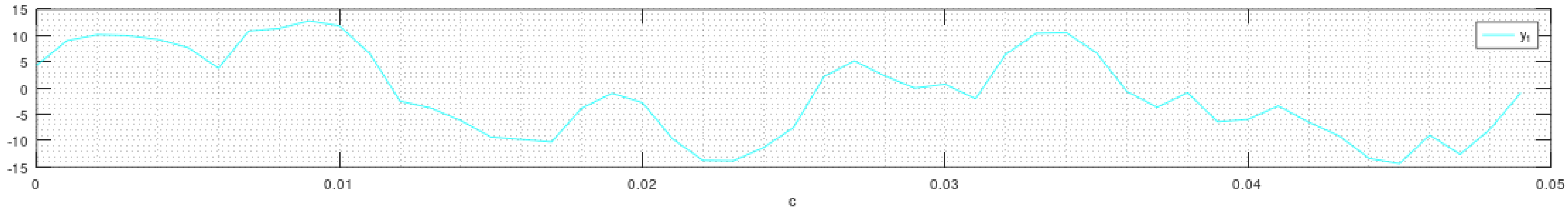
Импульсная характеристика ЛПП-системы 1-го порядка



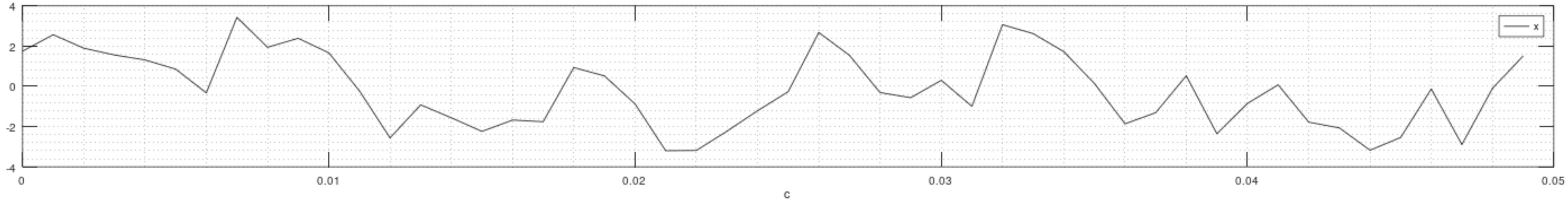
Реакция на единичный скачок



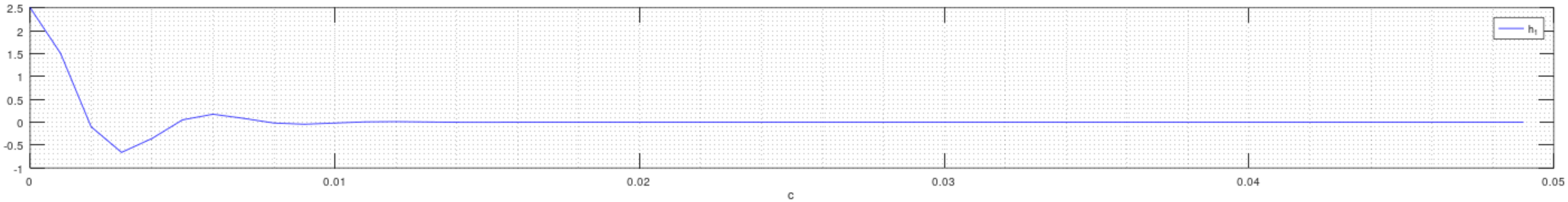
Выходной сигнал, полученный с помощью решения разностного уравнения N-го порядка



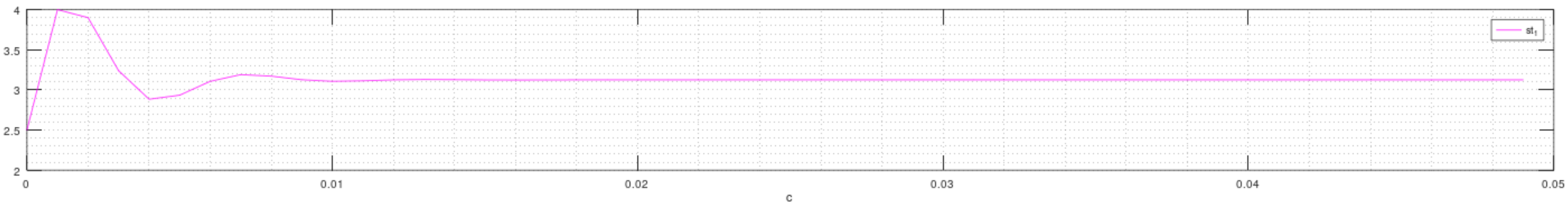
Входной сигнал x(t)



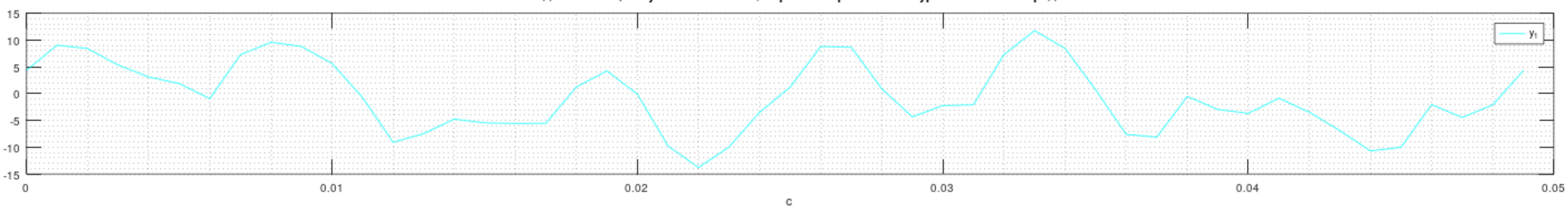
Импульсная характеристика ЛПП-системы 2-го порядка



Реакция на единичный скачок



Выходной сигнал, полученный с помощью решения разностного уравнения N-го порядка



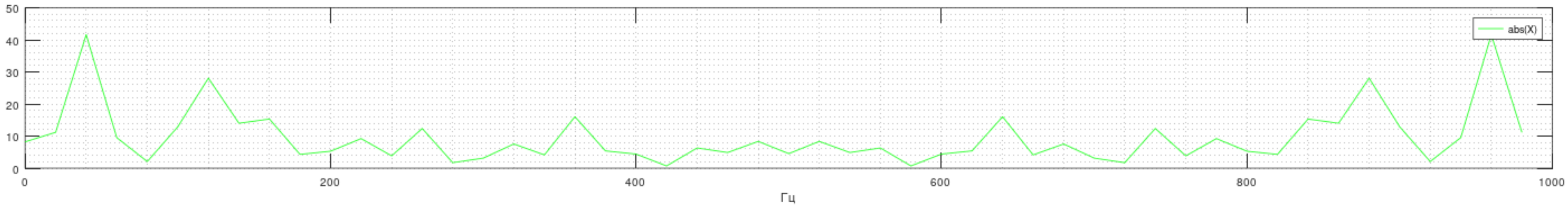

Спектр входного сигнала
abs(X)
50
40
30
20
10
0
0
200
400
600
800
1000
Гц


Спектр частотной характеристики для системы 1-го порядка
H1 = abs(fft(h1))
7
6
5
4
3
2
1
0
200
400
600
800
1000
Гц

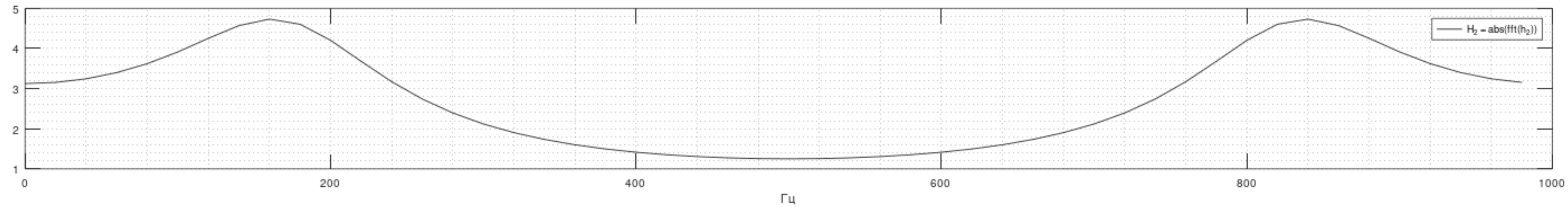

Спектр выходного сигнала для системы 1-го порядка
abs(Y1)
250
200
150
100
50
0
0
200
400
600
800
1000
Гц


Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 1-го порядка
Yk1=abs(X.*H1)
250
200
150
100
50
0
0
200
400
600
800
1000
Гц

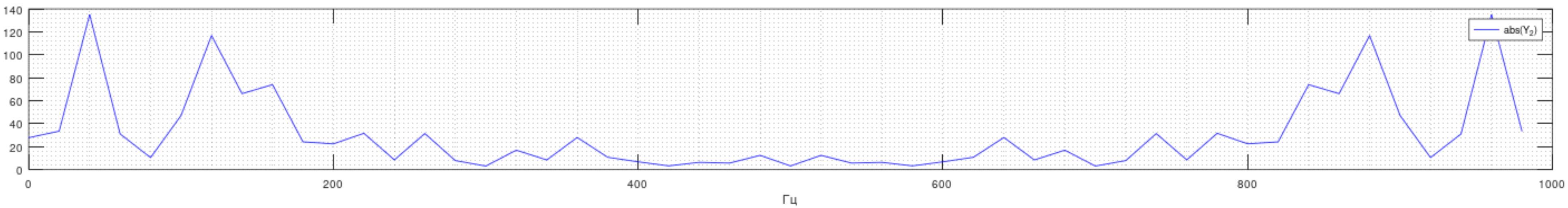
Спектр входного сигнала



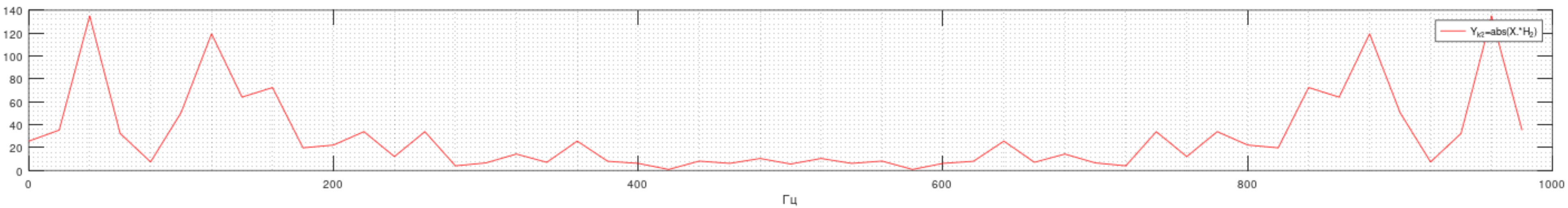
Спектр частотной характеристики для системы 2-го порядка



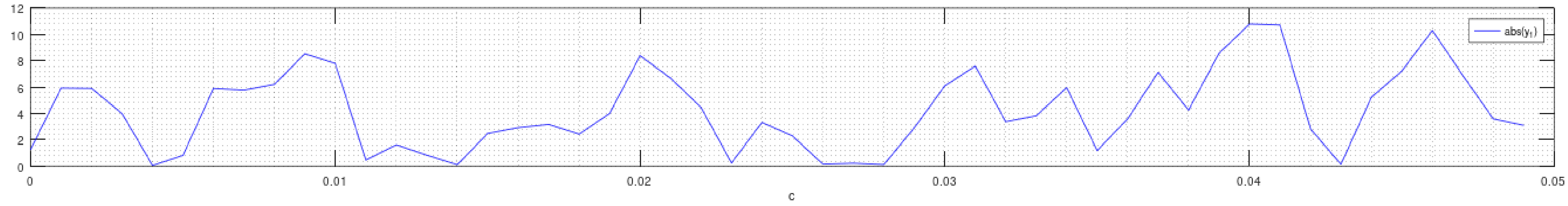
Спектр выходного сигнала для системы 2-го порядка



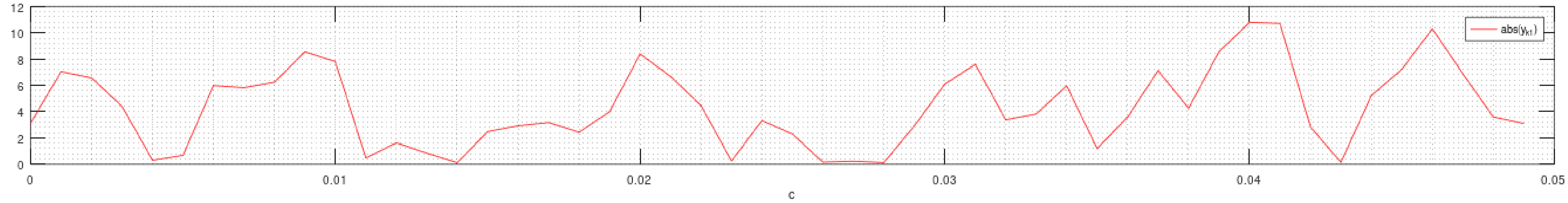
Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 2-го порядка



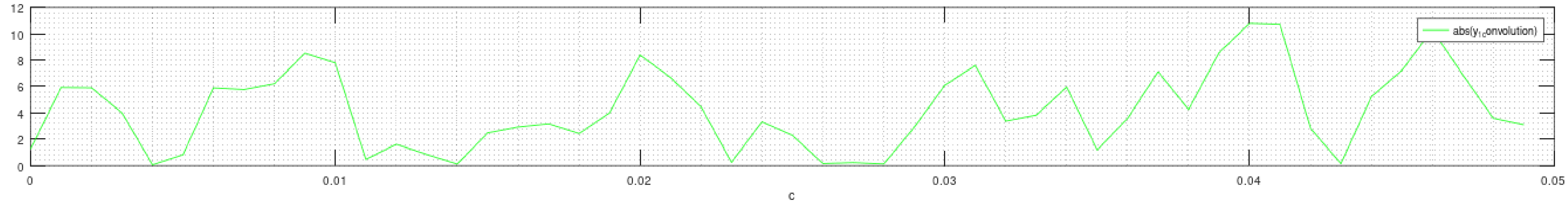
Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 1-го порядка



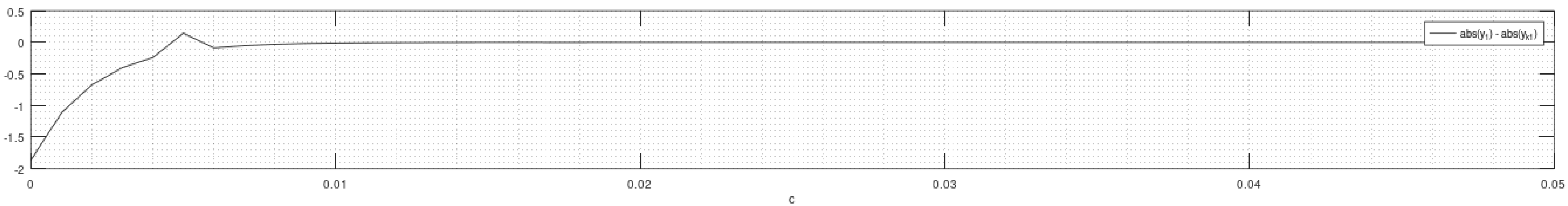
Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 1-го порядка



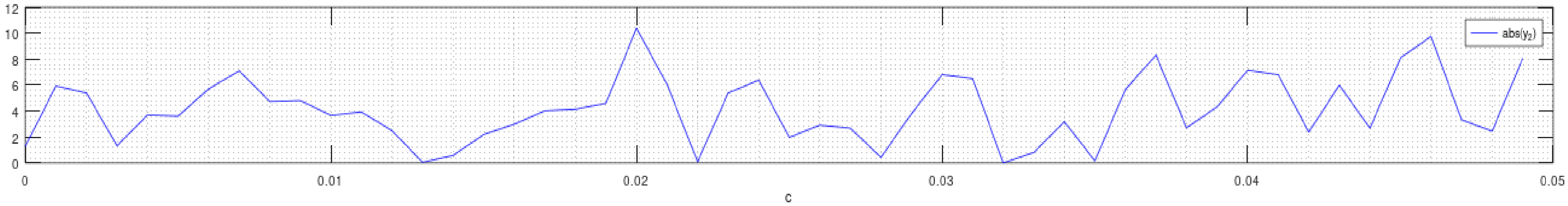
Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 1-го порядка



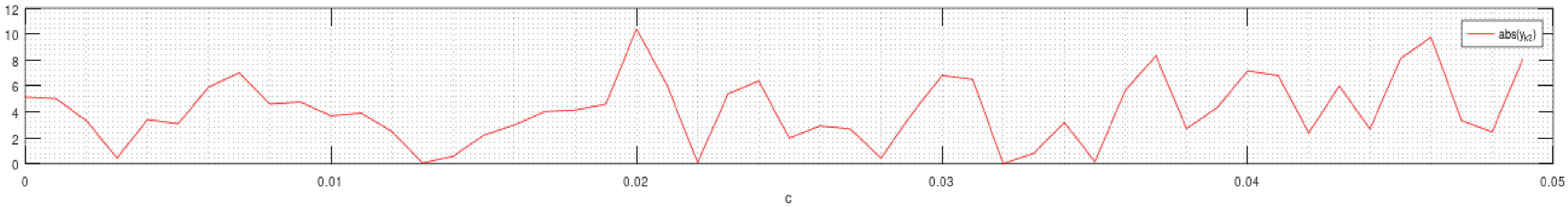
Разница сигналов, полученного с помощью частотной характеристики и полученный с помощью разностного уравнения



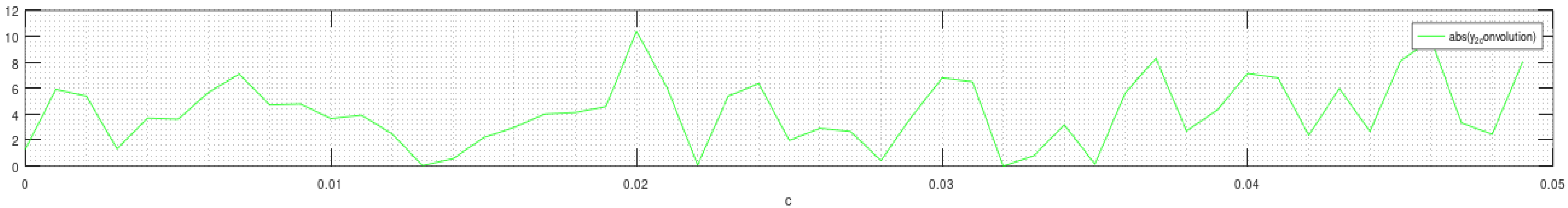
Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 2-го порядка



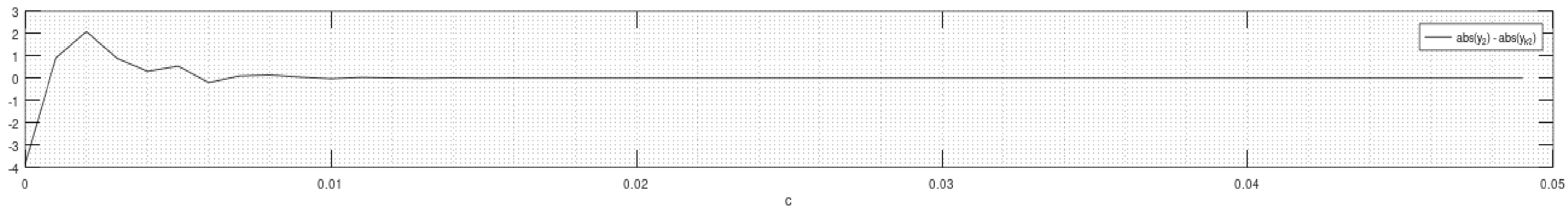
Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 2-го порядка



Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 2-го порядка



Разница сигналов, полученного с помощью частотной характеристики и полученный с помощью разностного уравнения

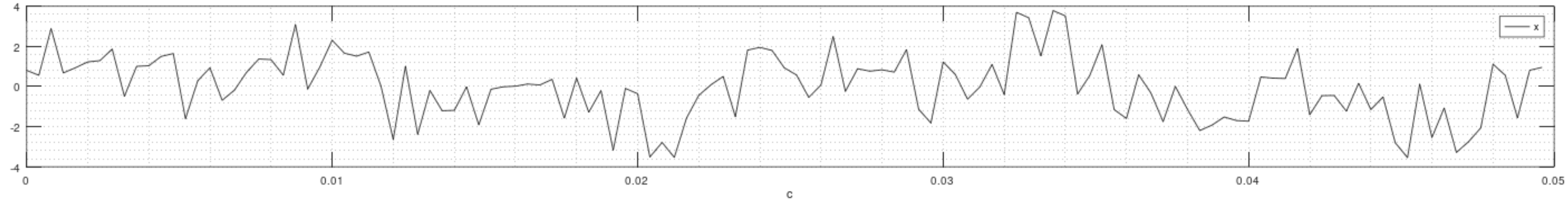


Выводы: выходной сигнал, полученный с помощью решения системы разностного уравнения, имеет более сглаженный вид по сравнению со входным сигналом. Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 1-го и 2-го порядка, совпадает по форме со спектром выходного сигнала, полученным с помощью решения системы разностного уравнения. Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения совпадает с выходным сигналом, полученным с помощью частотной характеристики, который в свою очередь совпадает с сигналом, полученным с помощью импульсной характеристики.

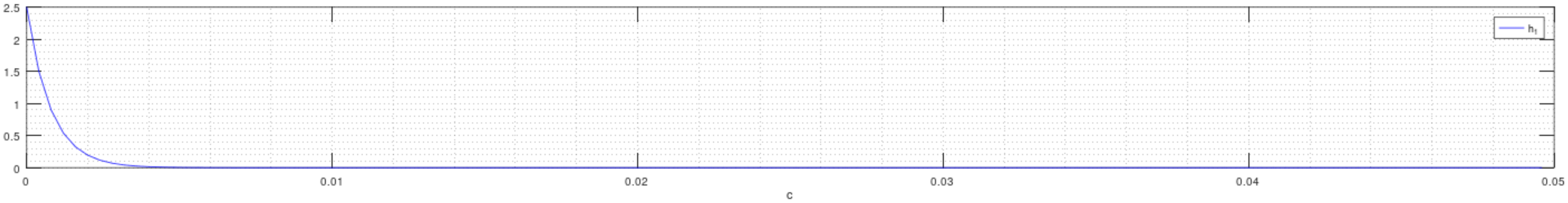
2. Исследовать системы первого и второго порядка с заданными параметрами при различной длине реализации N=(50..200).

Изменим интервал дискретизации dt = 0.0004, тогда длина реализации станет равна N = fix(T/dt) = 0.05/0.0004 = 125.

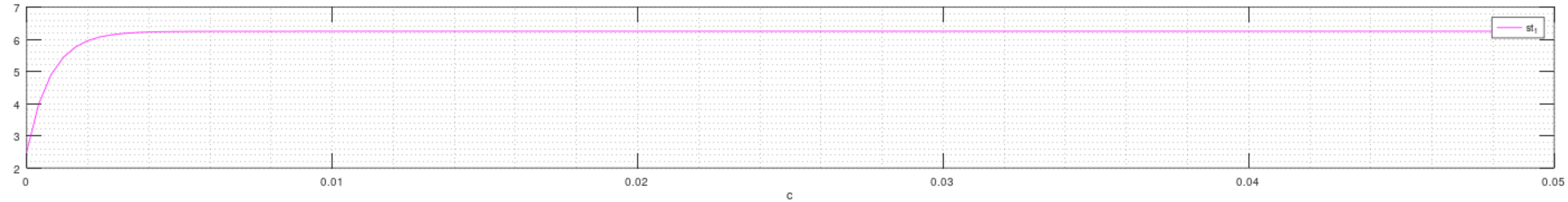
Входной сигнал x(t)



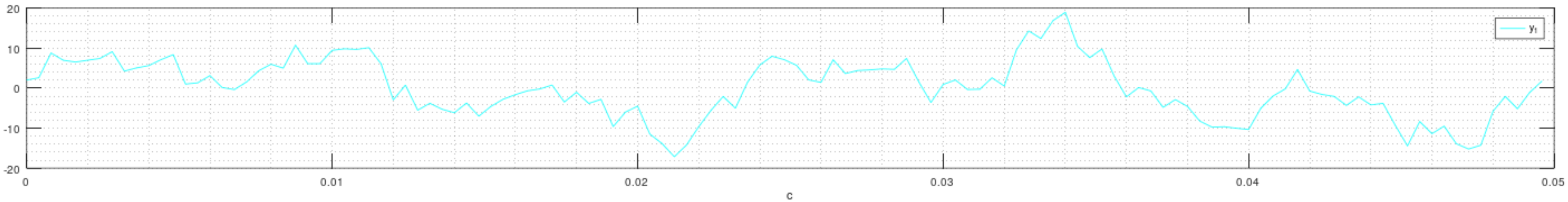
Импульсная характеристика ЛПП-системы 1-го порядка



Реакция на единичный скачок

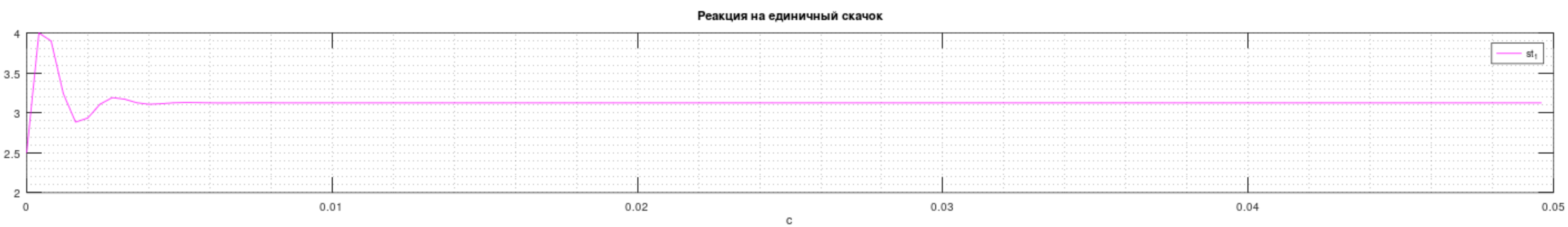


Выходной сигнал, полученный с помощью решения разностного уравнения N-го порядка




Входной сигнал x(t)
x
c


Импульсная характеристика ЛПП-системы 2-го порядка
h_1
c


Реакция на единичный скачок
st_1
c

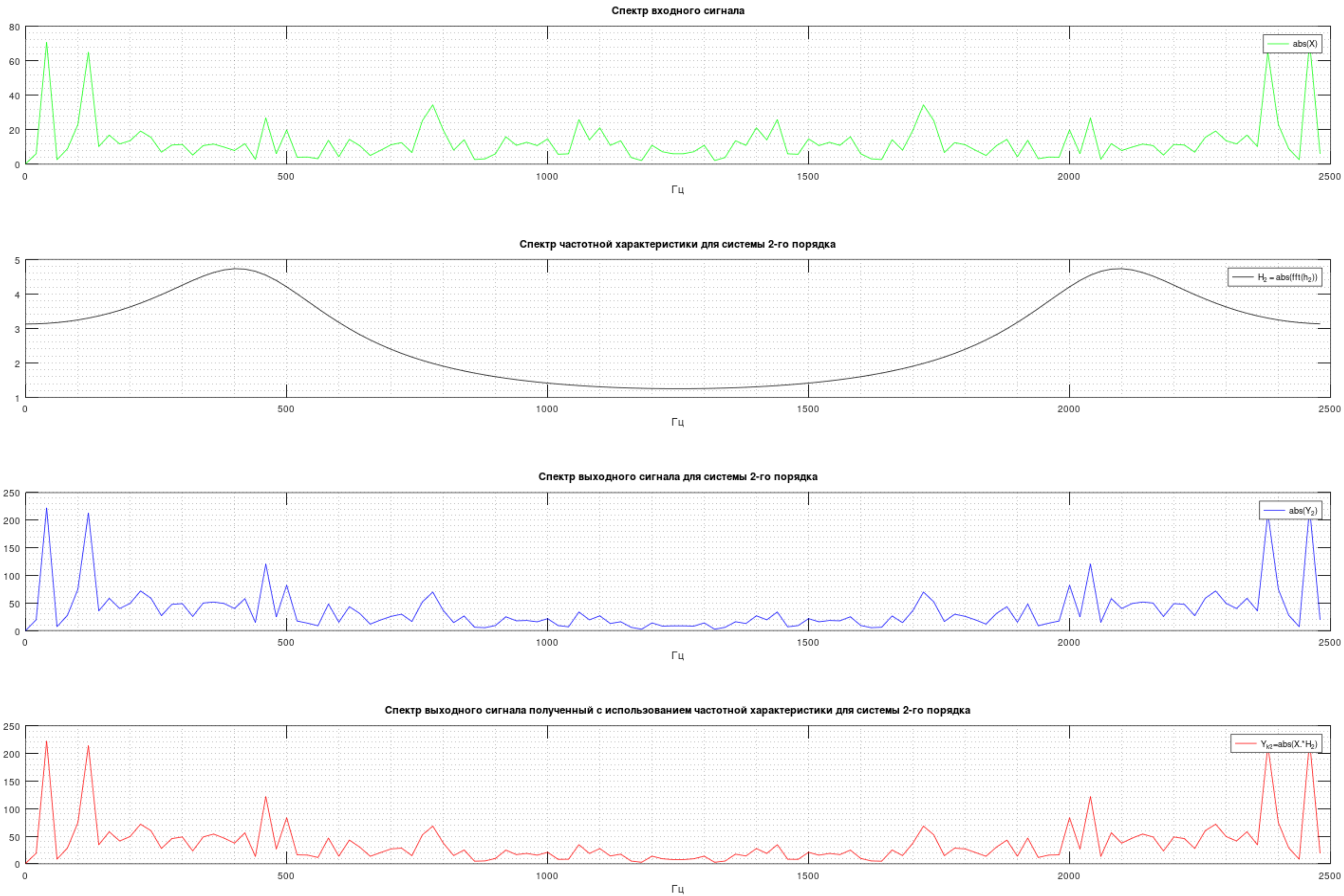

Выходной сигнал, полученный с помощью решения разностного уравнения N-го порядка
y_1
c


Спектр входного сигнала
abs(X)
0
20
40
60
80
0
500
1000
1500
2000
2500
Гц

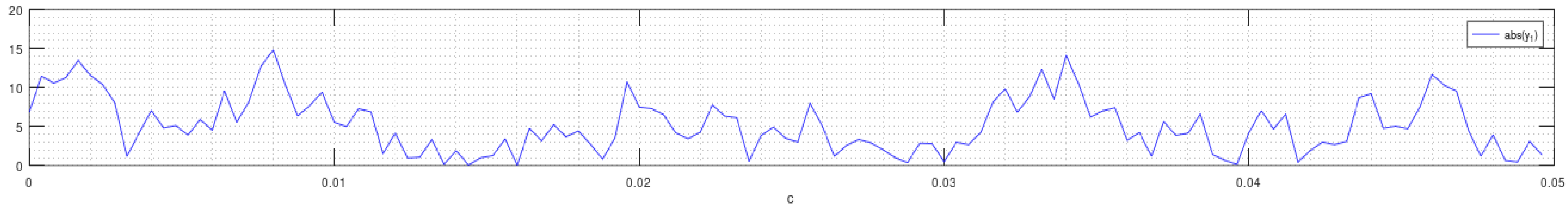

Спектр частотной характеристики для системы 1-го порядка
H1 = abs(fft(h1))
1
2
3
4
5
6
7
0
500
1000
1500
2000
2500
Гц


Спектр выходного сигнала для системы 1-го порядка
abs(Y1)
0
100
200
300
400
500
0
500
1000
1500
2000
2500
Гц

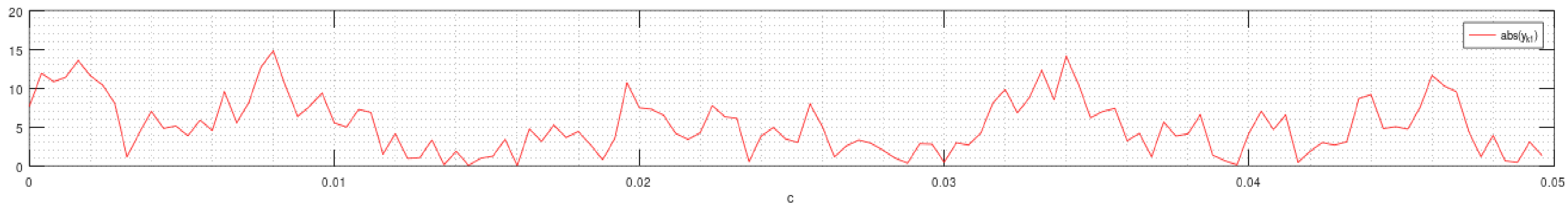

Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 1-го порядка
Yk1=abs(X.*H1)
0
100
200
300
400
500
0
500
1000
1500
2000
2500
Гц


Спектр входного сигнала
abs(X)
Гц
Спектр частотной характеристики для системы 2-го порядка
H_2 = abs(fft(h_2))
Гц
Спектр выходного сигнала для системы 2-го порядка
abs(Y_2)
Гц
Спектр выходного сигнала полученный с использованием частотной характеристики для системы 2-го порядка
Y_{k2}=abs(X.*H_2)
Гц

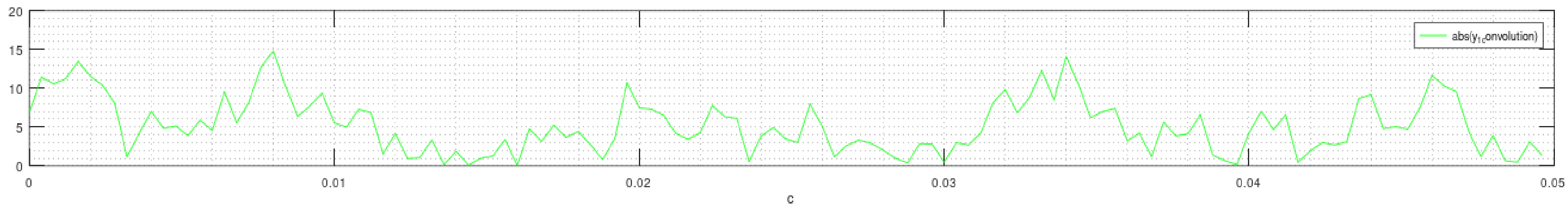
Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 1-го порядка



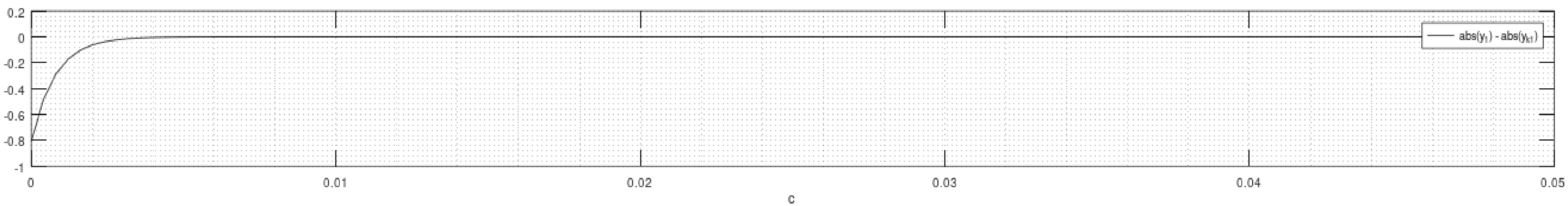
Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 1-го порядка



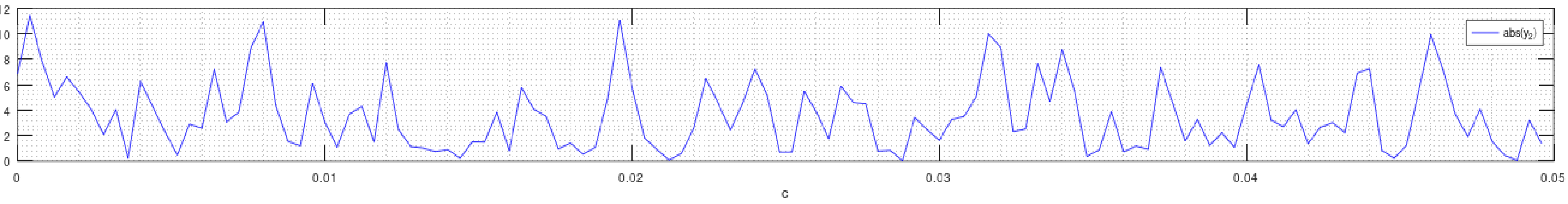
Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 1-го порядка



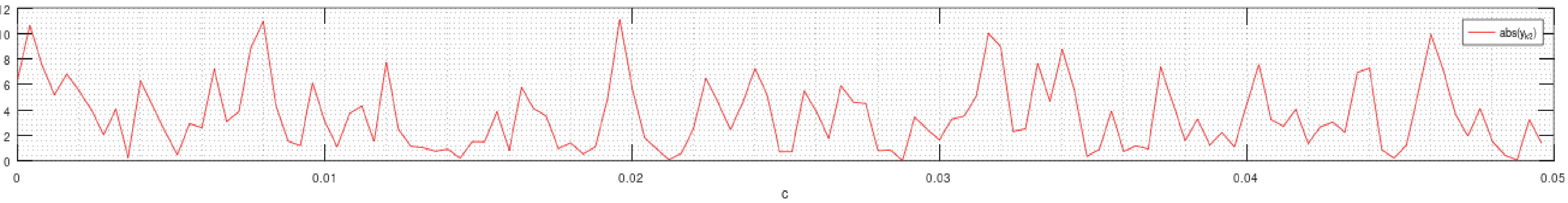
Разница сигналов, полученного с помощью частотной характеристики и полученный с помощью разностного уравнения



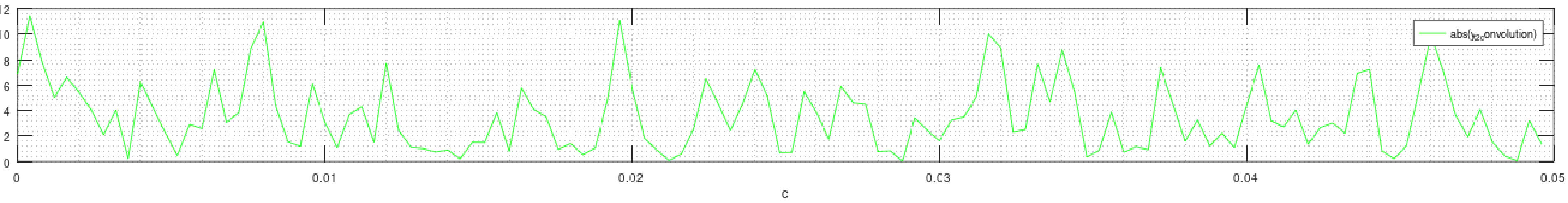
Выходной сигнал, полученный с помощью разностного уравнения для системы 2-го порядка



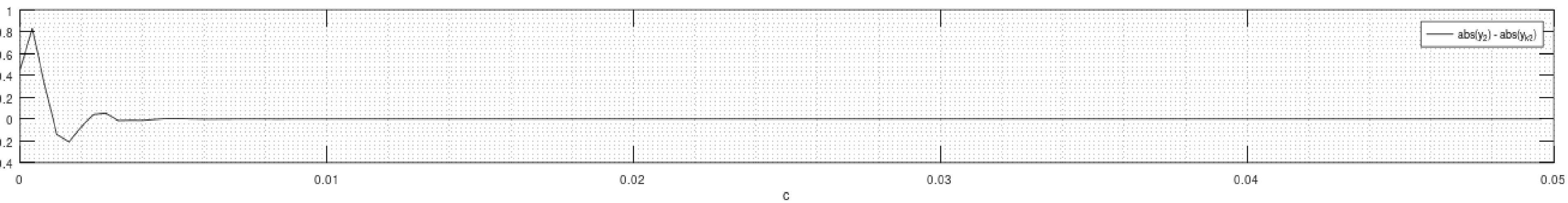
Выходной сигнал, полученный с помощью частотной характеристики для системы 2-го порядка



Выходной сигнал, полученный с импульсной характеристики для системы 2-го порядка



Разница сигналов, полученного с помощью частотной характеристики и полученный с помощью разностного уравнения



Выводы: при увеличении частоты дисктритизации фирина полосы спектра становится уже.

Ответы на контрольные вопросы:

1. Что такое импульсная и частотная характеристики ЛПП-системы, как они связаны между собой ?

Импульсная характеристика системы - реакция ЛПП-системы на единичный импульс.

Частотная характеристика ЛПП-системы - дискретное преобразование Фурье (ДПФ) от импульсной характеристики h(n).

Частотная и импульсная характеристика ЛПП-системы связаны прямым и обратным преобразованием Фурье, т.е. частотную находим как прямое преобразование Фурье от импульсной и наоборот.

2. От чего зависит период изменения независимой переменной в частотной характеристике, как можно увеличить разрешающую способность по частоте для частотной характеристики?

Период изменения независимой переменной в частотной характеристике зависит от выбранного диапазона частот. Чем шире диапазон, тем больше период изменения.

Для увеличения разрешающей способности по частоте можно предпринять следующие шаги:

- *Увеличение количества измерительных точек: Большее количество точек измерения в выбранном диапазоне частот позволяет получить более детализированную картину частотной характеристики.*
- *Уменьшение шага частоты: Использование более мелкого шага при измерениях по частоте повышает разрешающую способность.*

3. На что влияет изменение длины последовательности N?

На мощность сигнала.

Пояснения на замечания от 30.11.2023:

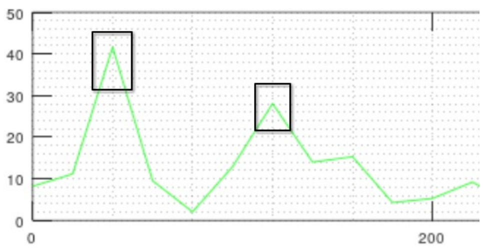
1. У вас 2 утверждения по поводу функции filter 1) она использует рациональную передаточную функцию (что это такое), 2) разностное уравнение, чему верить?

1. Согласно документации на функцию filter на сайте matlab написано следующее: "`y = filter(b,a,x)` filters the input data `x` using a rational transfer function defined by the numerator and denominator coefficients `b` and `a`." (https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/filter.html#buagwwg-2)
так как в нашей научной среде нет понятия "рациональной передаточной функции", то можно сказать, что функция filter реализует решение разностного уравнения.
В своей работе я убрал лишние строки, где сказано, что функция filter реализует рациональную передаточную функцию.

2. Во входном сигнале есть 2 гармоники, но на графиках они не видны, почему?

2. Во входном сигнале присутствуют 2 гармонических сигнала частотой 40 и 120 Гц, а также " искусственный цифровой шум". На графиках с временным интервалом нельзя чётко разглядеть эти сигналы, потому что они накладываются друг на друга. Это реализуют следующие строчки кода:
randX = -2 + 4.*rand(1,N); % генерируются случайные числа в массиве [1 N] от 0 до 4 со смещением -2
x = sin(2*pi*f1*t) + cos(2*pi*f2*t) - randX; % функция x состоит из 2-х гармоник и искусственных помех

если рассматривать частотную область с ДПФ, то на графиках можно видеть отчётливые всплески на частотах 40 и 120 Гц, соответствующих гармоническим сигналам:



3. Выходной сигнал, полученный через частотную характеристику несколько отличается от двух других, почему?

3. Так как частотная характеристика получается путём применения ДПФ к импульсной характеристике, которая в свою очередь имеет экспоненциальное убывание в течение нескольких первых миллисекунд, то, соответственно, при получении выходного сигнала с помощью частотной характеристики через ОДПФ сигнал будет отличаться от выходного сигнала, полученного при помощи разностного уравнения на величину, соответствующей форме импульсной характеристике.