МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра ВТ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1

по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»

Тема: Исследование характеристик сигналов во временной и частотной областях

Студентка гр. 0321	____________________	Земсков Д.И.
Студент гр. 0321	____________________	Федосеев А.В.
Преподаватель	____________________	Курдиков Б. А.

Санкт-Петербург
2023 г.

Отчет по лабораторной работе №1

Исследование характеристик сигналов во временной и частотной областях

Цель работы - исследование свойств характеристик сигналов во временной и частотной областях при моделировании в среде пакета MATLAB (использован пакет-аналог OCTAVE).

Задания:

1. Сформировать гармонические сигналы с частотами $f_1 < (f_s/2)$, $(f_s/2) < f_2 < f_s, f_3 > f_s$. Для каждого сигнала получить его спектр и восстановить сигнал по его спектру. Вывести в графической форме исходный и восстановленный сигналы, а также спектр. Разметить соответствующие оси графиков в единицах времени и частоты. Объяснить полученные результаты.
2. Сформировать четную и нечетную гармонические последовательности, получить их спектры. Вывести в графической форме исходные сигналы, а также их спектры. Объяснить полученные результаты.
3. Повторить п.2 с изменением времени наблюдения на полпериода входной последовательности.
4. Сформировать сигнал сложной формы, получить его спектр и восстановить сигнал по его спектру. Вывести в графической форме исходный и восстановленный сигналы, а также спектр. Объяснить полученные результаты.

Исходные данные вариант 2: F_1 *= 40 Гц,* F_2 *= 120 Гц,* T *= 0,25 с,* dt *= 0.001 с*

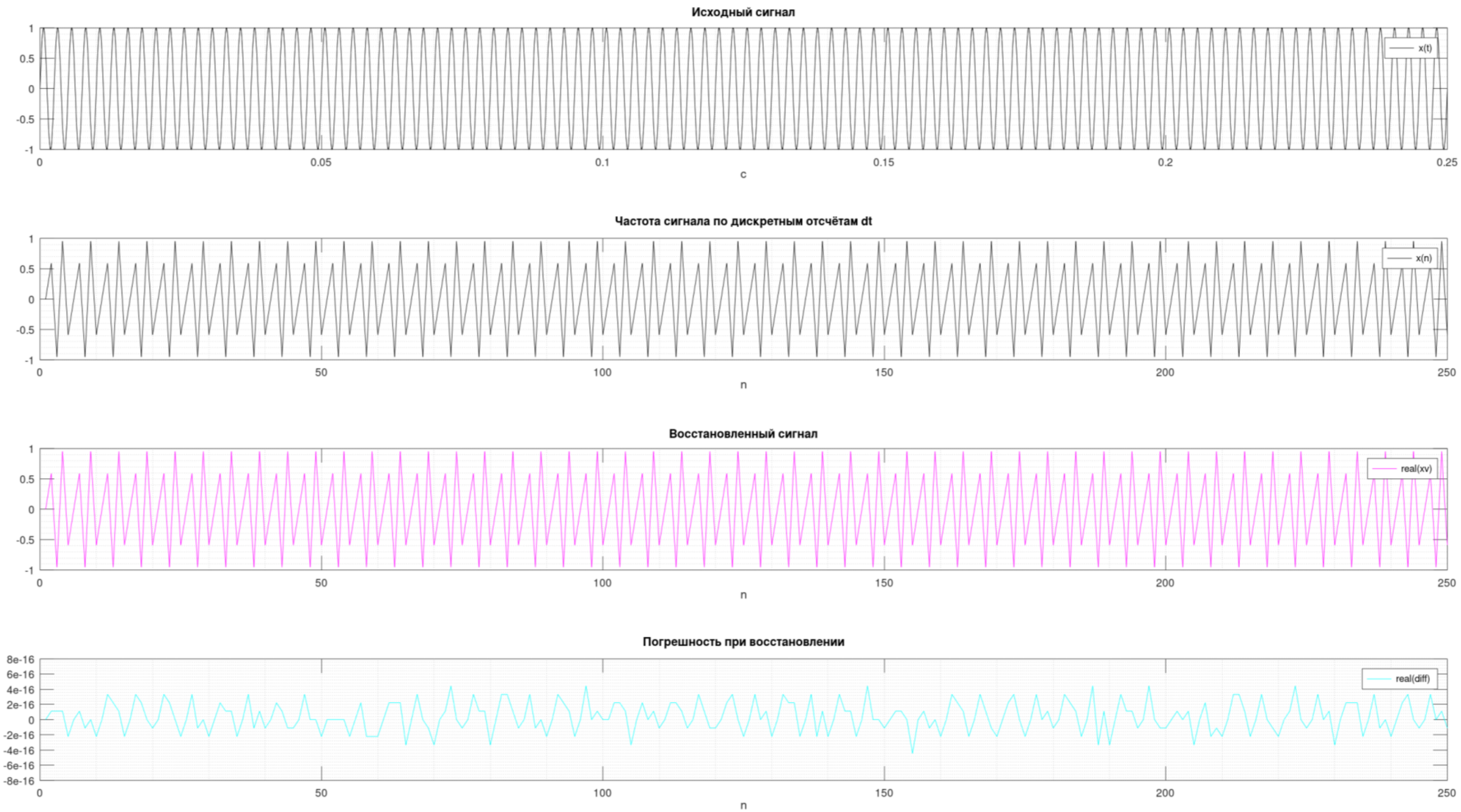
1) Задание 1.1 Сигнал с частотой $\boldsymbol{f_1} < (\boldsymbol{f_s/2})$;

$f_s = 1000\,Гц, \frac{f_s}{2} = 500\,Гц, f_1 = \mathbf{400}\,Гц$

```
f1 = 40;
f2 = 120;
T = 0.25; % время действия сигнала
dt = 0.001; % интервал дискредитации

fs = 1/dt; % частота дискретизации (s = sample) = 1/0,0.001 = 1 кГц
f1 = 400; %800, 1200

N = fix(T/dt); % число отсчетов в реализации (перевод в целое число)
t = 0:dt:(N-1)*dt; % вектор дискретизации по времени
n = 0:1:(N-1); % array of counts
df = 1 / T; % интервал дискретизации (= 4 Гц)
f = n * df; % recovered freq

x = sin(2*pi*f1*t); % return a vector x of sinus - non odd

X=fft(x); % спектр сигнала x (ДПФ)

p1 = sum(x.^2)/N; % равенство персиваля
p2 = sum(abs(X).^2)/(N^2);

if (round(10^4*p1)/10^4 == round(10^4*p2)/10^4) % округляем до 0,0001
  printf("Равенство Персиваля выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);
else
  printf("Равенство Персиваля НЕ выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);
endif
```

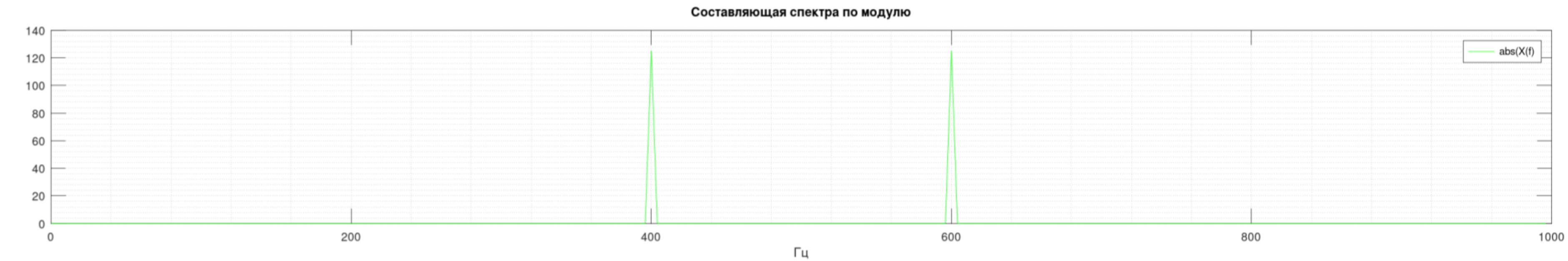
```
xv=ifft(X); % восстановленная по спектру последовательность (ОДПФ)
diff = x.-xv; % разница между реальным и восстанвленным сигналом

t_orign = 0:0.000005:T; % для построения заданной частоты

subplot(411), plot(t_orign,sin(2*pi*f1*t_orign),'-k;x(t);'),  title('Исходный сигнал'), xlabel('с'), grid minor
subplot(412), plot(x,'-k;x(n);'), title('Частота сигнала по дискретным отсчётам dt'), xlabel('n'), grid minor;
subplot(413), plot(real(xv),'-m;real(xv);'), title('Восстановленный сигнал'), xlabel('n'), grid minor;
subplot(414), plot(real(diff),'-c;real(diff);'), title('Погрешность при восстановлении'), xlabel('n'), grid minor;

subplot(311), plot(f,real(X),'-r;real(X(f));'), title('Действительная составляющая спектра'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(312), plot(f,imag(X),'-b;imag(X(f));'), title('Мнимая составляющая спектра'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(313), plot(f,abs(X),'-g;abs(X(f);'), title('Составляющая спектра по модулю'), xlabel('Гц'), grid minor;
```

Ниже на графиках показаны исходные и восстановленные сигналы, а также их разница.



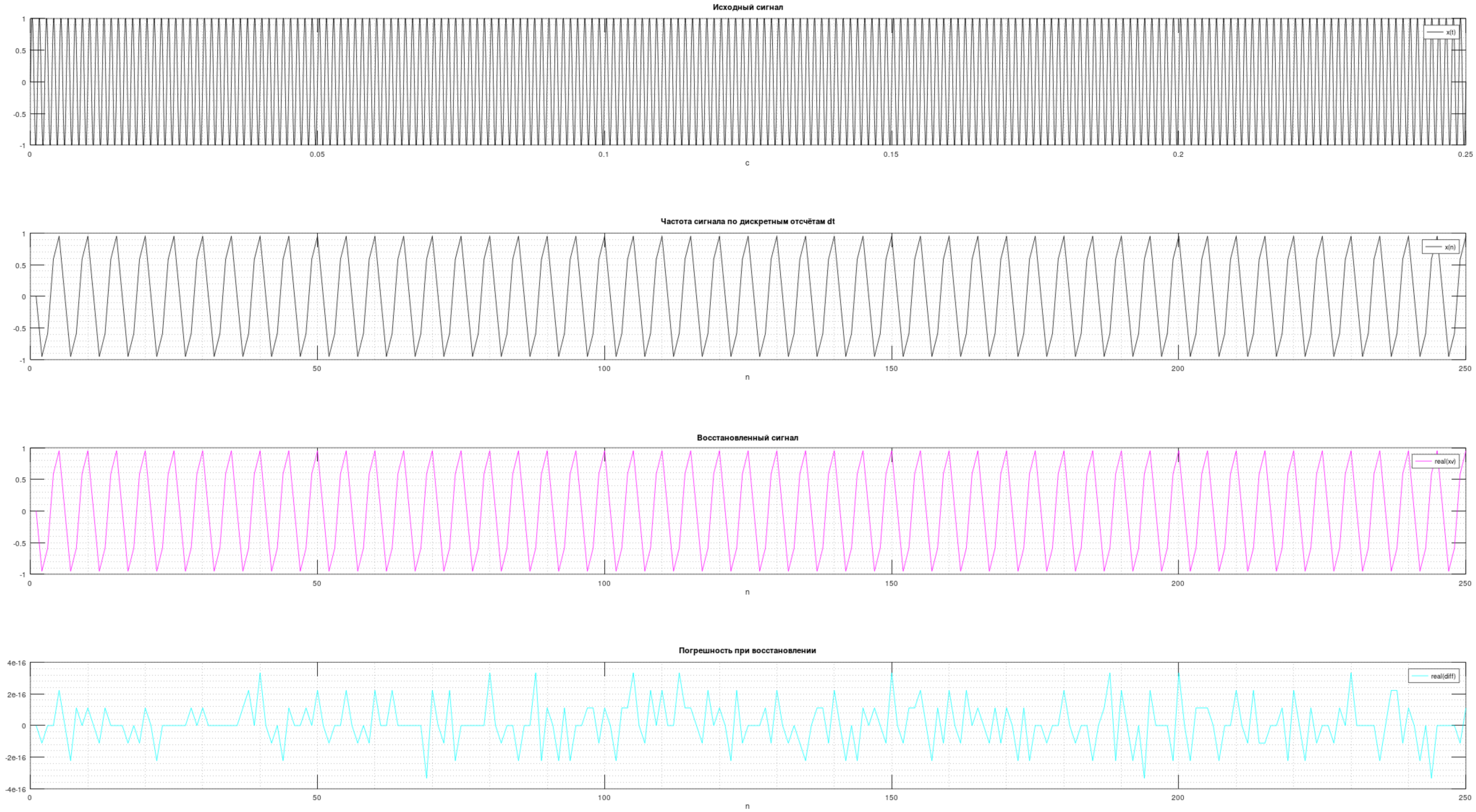

Действительная составляющая спектра
real(X(f))
1.5e-12
1e-12
5e-13
0
-5e-13
-1e-12
0
200
400
600
800
1000
Гц


Мнимая составляющая спектра
imag(X(f))
150
100
50
0
-50
-100
-150
0
200
400
600
800
1000
Гц

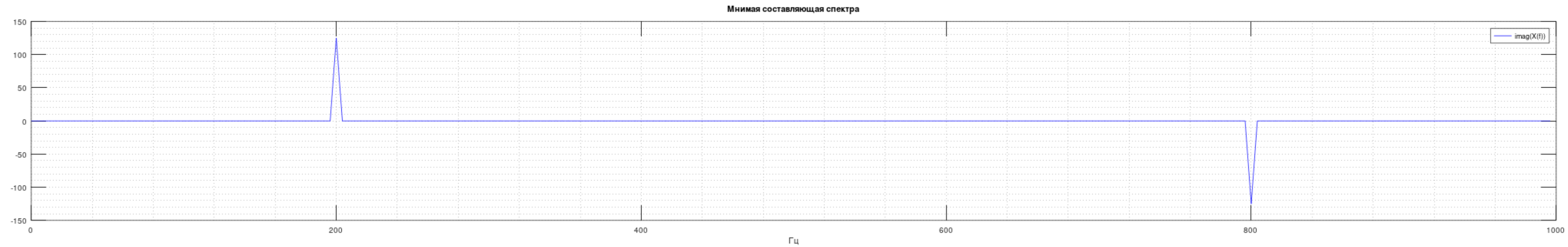

Составляющая спектра по модулю
abs(X(f)
140
120
100
80
60
40
20
0
0
200
400
600
800
1000
Гц

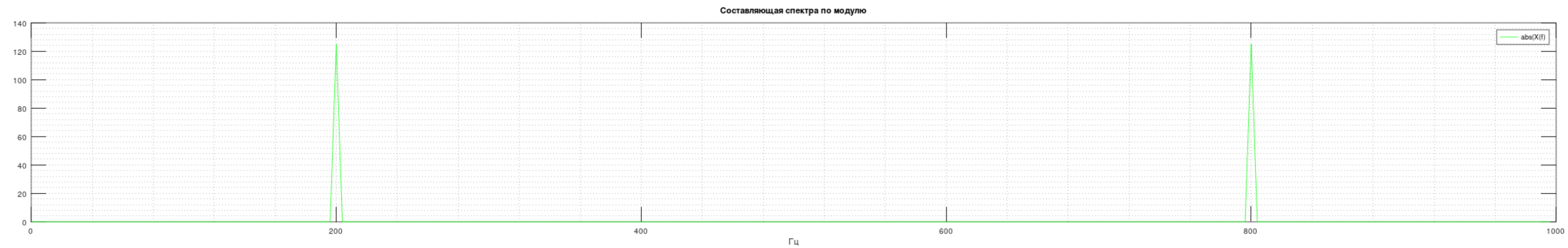
1) Задание 1.2 Сигнал с частотой $(\boldsymbol{f_s/2}) < \boldsymbol{f_2} < \boldsymbol{f_s}$

$f_s = 1000\ Гц, \frac{f_s}{2} = 500\ Гц, f_2 = \mathbf{800}\ Гц$



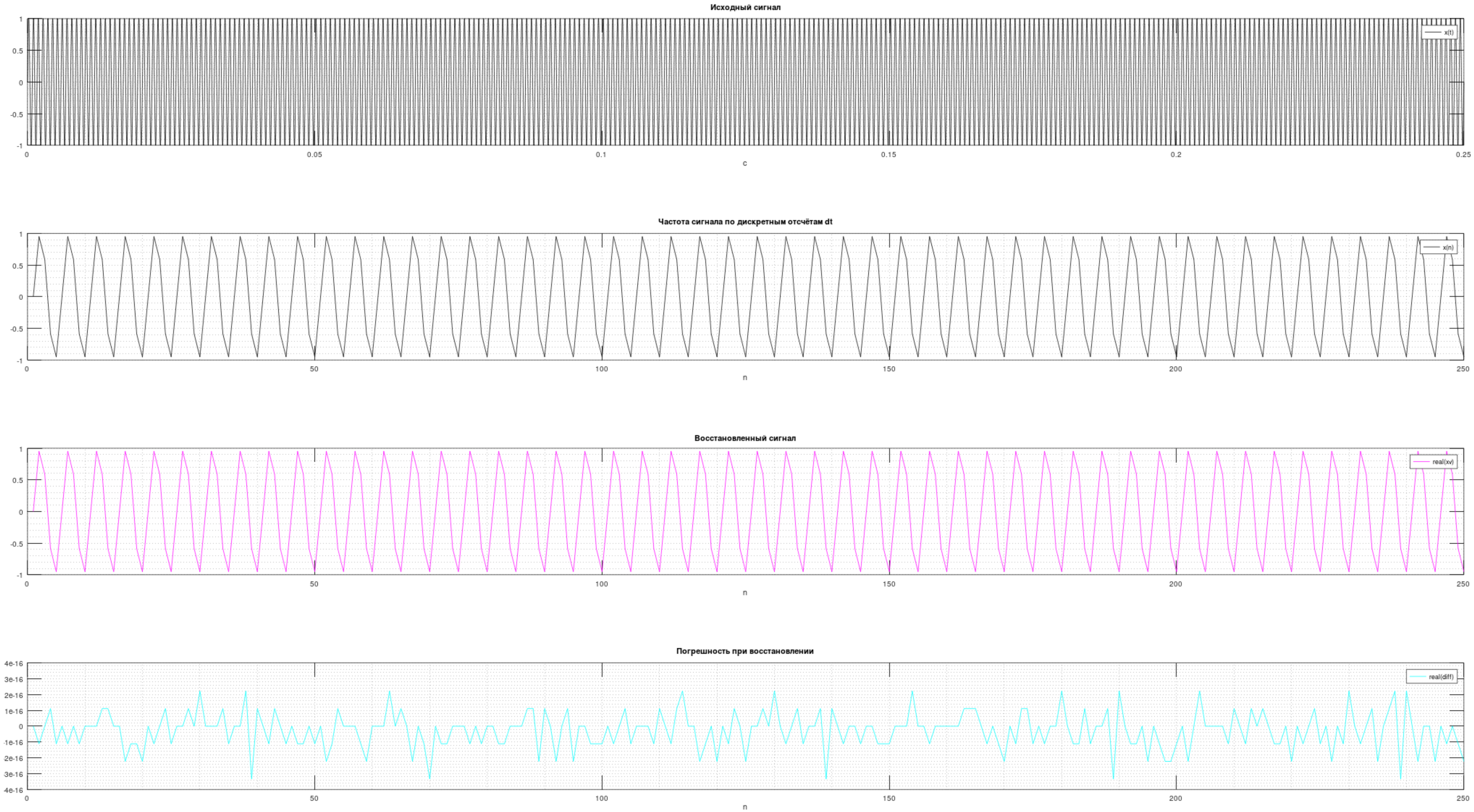

Действительная составляющая спектра
real(X(f))
3e-12
2e-12
1e-12
0
-1e-12
-2e-12
0
200
400
600
800
1000
Гц


Мнимая составляющая спектра
imag(X(f))
150
100
50
0
-50
-100
-150
0
200
400
600
800
1000
Гц

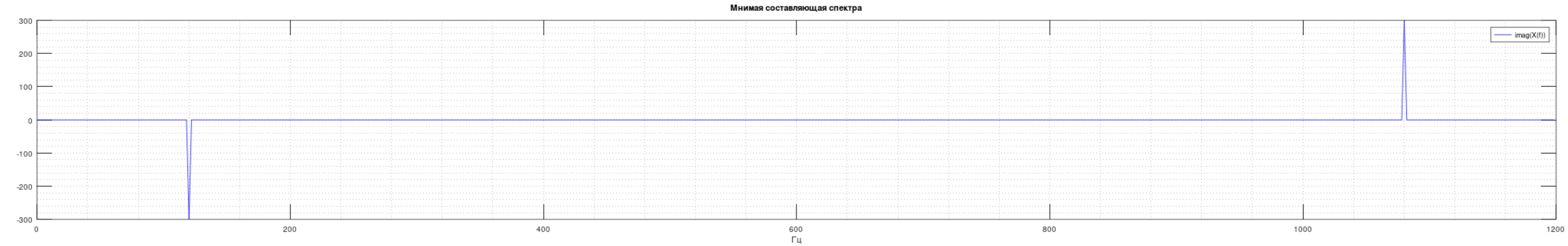

Составляющая спектра по модулю
abs(X(f))
140
120
100
80
60
40
20
0
0
200
400
600
800
1000
Гц

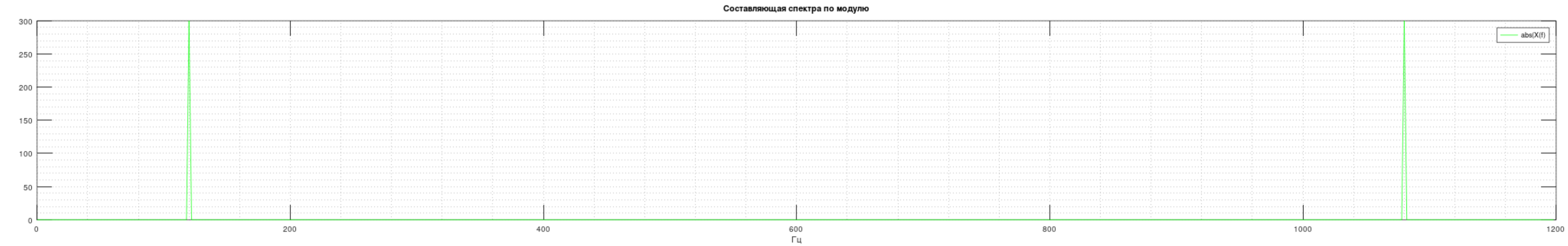
1) Задание 1.3 Сигнал с частотой $\boldsymbol{f_3} > \boldsymbol{f_s}$

$f_s = 1000\ Гц, \frac{f_s}{2} = 500\ Гц, f_2 = \mathbf{1100}\ Гц$



Чтобы увидеть спектр в пределах от 0 до 1200 Гц, увеличим время наблюдения периода T в 2 раза:





Вывод: из графиков видно, что восстановленные сигналы практически полностью совпадают с исходными в случае выполнения условий теоремы Котельникова, в противном случае – ошибка восстановления возрастает. Равенство Персиваля, при этом, всегда выполняется:

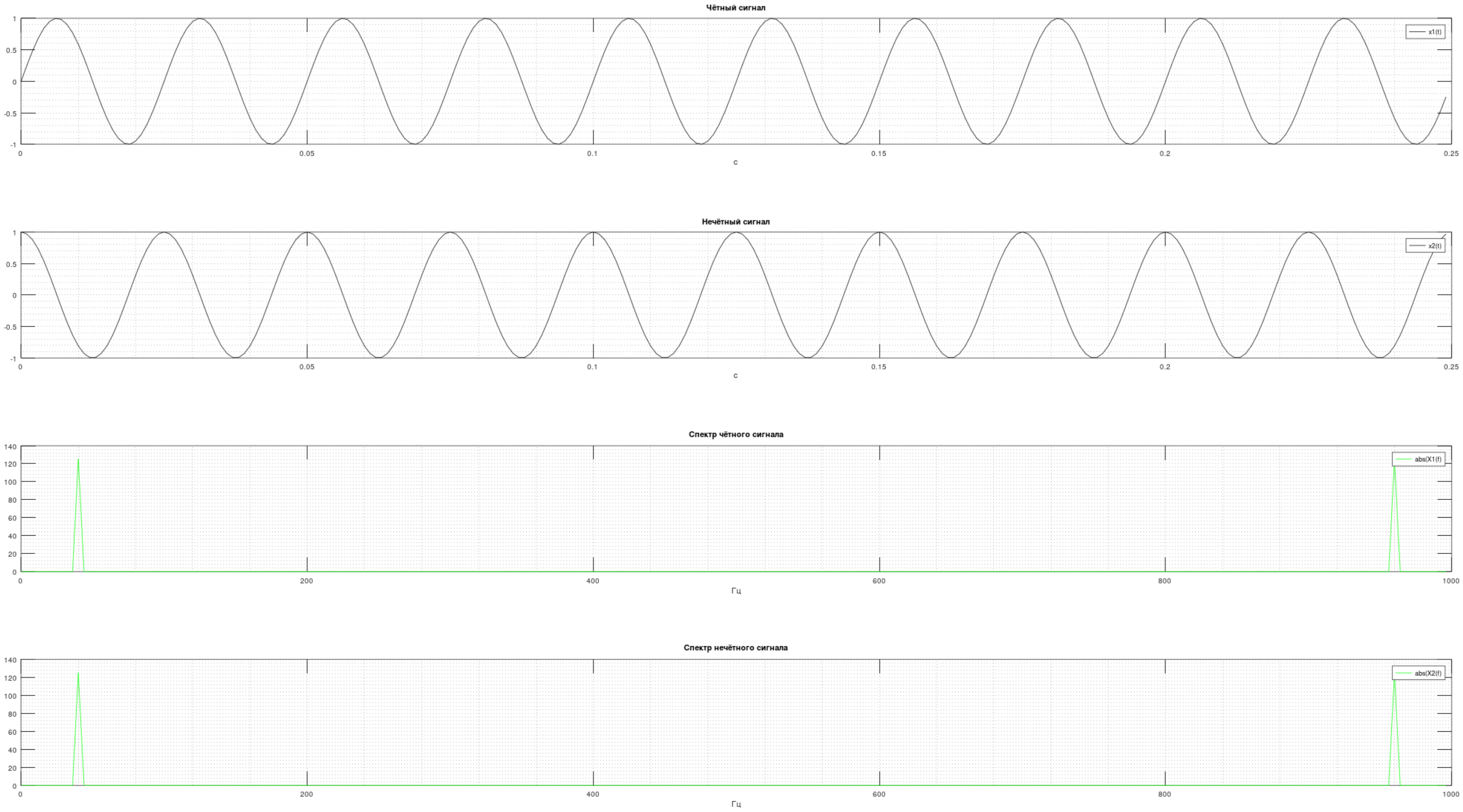
```
Равенство Персиваля выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5
>>
```

2) Задание 2. Рассмотрим чётную (x1) и нечётную (x2) гармонические последовательности:

```
% вариант 2
f1 = 40;
%f2 = 120;
T = 0.25; % время действия сигнала
dt = 0.001; % интервал дискредитации

fs = 1/dt; % частота дискретизации (s = sample) = 1/0,0.001 = 1 кГц

N = fix(T/dt); % число отсчетов в реализации (перевод в целое число)
t = 0:dt:(N-1)*dt; % вектор дискретизации по времени
n = 0:1:(N-1); % array of counts
df = 1 / T; % интервал дискретизации (= 4 Гц)
f = n * df; % recovered freq

x1 = sin(2*pi*f1*t); % return a vector x of sinus - non odd
x2 = cos(2*pi*f1*t); % return a vector x of sinus - non odd

X1=fft(x1); % спектр сигнала x (ДПФ)
X2=fft(x2); % спектр сигнала x (ДПФ)

xv1 = ifft(X1); % восстановленная по спектру последовательность (ОДПФ)
xv2 = ifft(X2); % восстановленная по спектру последовательность (ОДПФ)

p1 = sum(x1.^2)/N; % равенство персиваля
p2 = sum(abs(X1).^2)/(N^2);

if (round(10^4*p1)/10^4 == round(10^4*p2)/10^4) % округляем до 0,0001
  printf("Равенство Персиваля для чётной функции выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);
else
  printf("Равенство Персиваля для чётной функции НЕ выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);
endif

p1 = sum(x2.^2)/N; % равенство персиваля
```

```
p2 = sum(abs(X2).^2)/(N^2);

if (round(10^4*p1)/10^4 == round(10^4*p2)/10^4) % округляем до 0,0001
  printf("\nРавенство Персиваля для нечётной функции выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);
else
  printf("\nРавенство Персиваля для нечётной функции НЕ выполняется, p1 = %d, p2 = %d", p1, p2);
endif

subplot(411), plot(t,x1,'-k;x1(t);'),  title('Чётный сигнал'), xlabel('c'), grid minor
subplot(412), plot(t,x2,'-k;x2(t);'), title('Нечётный сигнал'), xlabel('c'), grid minor;
subplot(413), plot(f,abs(X1),'-g;abs(X1(f);'), title('Спектр чётного сигнала'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(414), plot(f,abs(X2),'-g;abs(X2(f);'), title('Спектр нечётного сигнала'), xlabel('Гц'), grid minor;
```

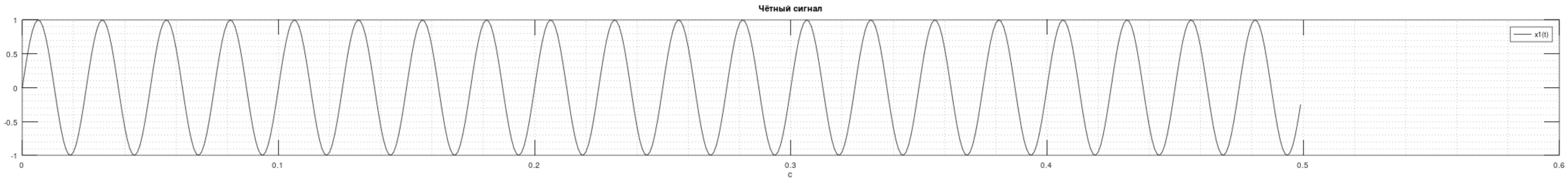
Результат:

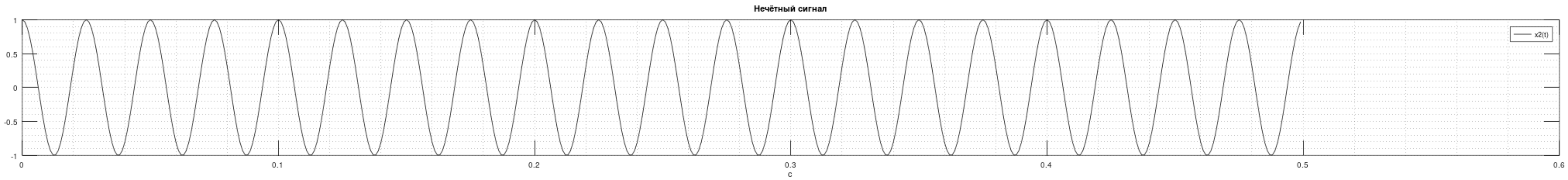


Вывод: спектры сигналов с чётной и нечётной гармонической последовательностью одинаковы.

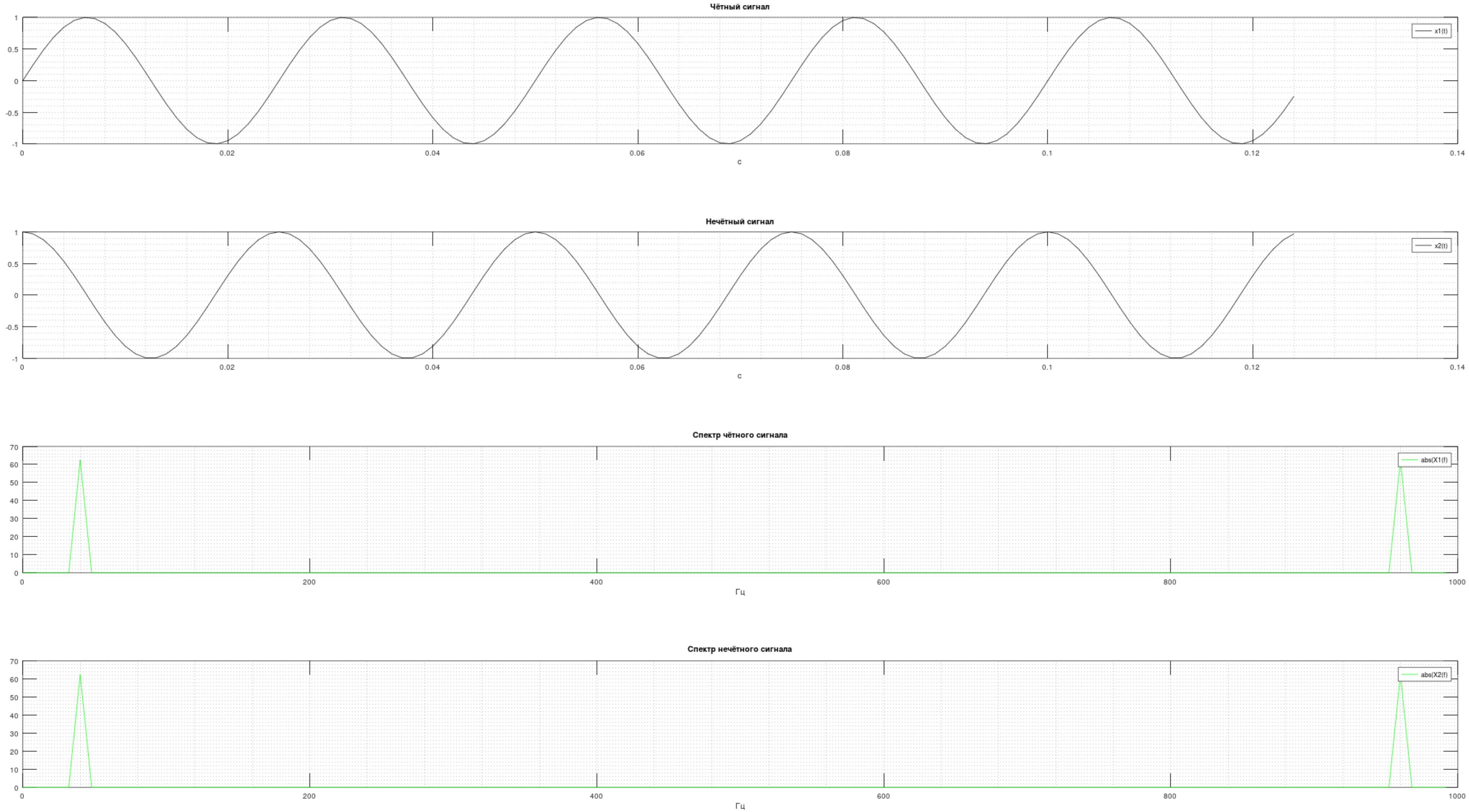
```
Равенство Персиваля для чётной функции выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5
Равенство Персиваля для нечётной функции выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5>>
```

3) Задание 3.1 Увеличим T (время наблюдения) в 2 раза:
Результат:





Задание 3.2 Уменьшим T (время наблюдения) в 2 раза:



Вывод: из графиков видно, что с увеличением длительности исходных сигналов увеличивается значение энергии.

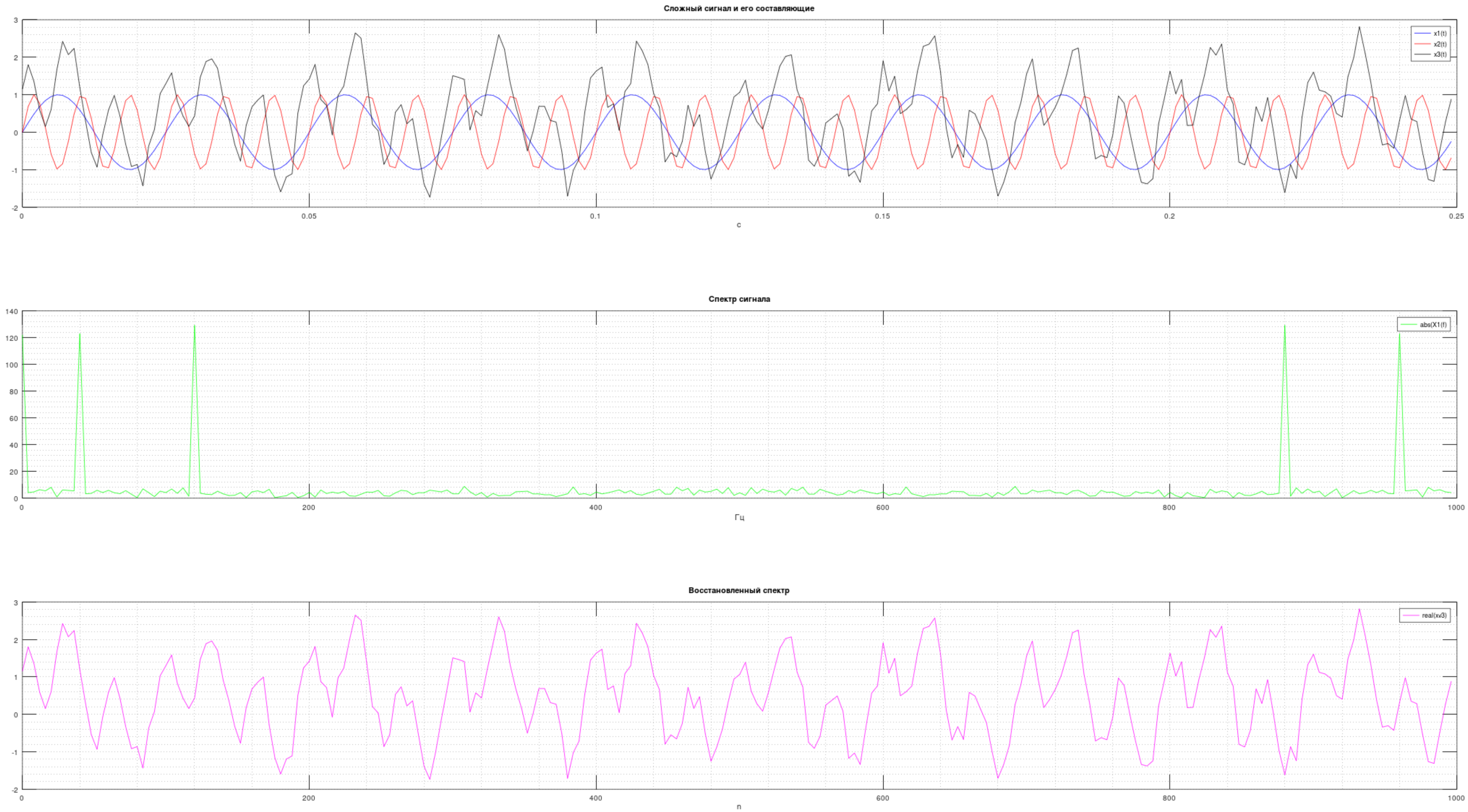
```
Равенство Персиваля для чётной функции выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5
Равенство Персиваля для нечётной функции выполняется, p1 = 0.5, p2 = 0.5>>
```

Задание 4.

```
% вариант 2
f1 = 40;
f2 = 120;
T = 0.25; % время действия сигнала
dt = 0.001; % интервал дискредитации

fs = 1/dt; % частота дискретизации (s = sample) = 1/0,0.001 = 1 кГц

N = fix(T/dt); % число отсчетов в реализации (перевод в целое число)
t = 0:dt:(N-1)*dt; % вектор дискретизации по времени
n = 0:1:(N-1); % array of counts
df = 1 / T; % интервал дискретизации (= 4 Гц)
f = n * df; % recovered freq

x1 = sin(2*pi*f1*t); % return a vector x of sinus - non odd
x2 = sin(2*pi*f2*t); % return a vector x of sinus - non odd
x3 = sin(2*pi*f1*t) + cos(2*pi*f2*t)-(-1+1.*rand(1,N));

X3 = fft(x3); % спектр сигнала x (ДПФ)

xv3 = ifft(X3); % восстановленная по спектру последовательность (ОДПФ)
```

```
diff = x3.-xv3;

subplot(311), plot(t,x1,'-b;x1(t);'), hold on, plot(t,x2,'-r;x2(t);'), hold on,
plot(t,x3,'-k;x3(t);'), title('Сложный сигнал и его составляющие'), xlabel('c'), grid minor;

subplot(312), plot(f,abs(X3),'-g;abs(X1(f);'), title('Спектр сигнала'), xlabel('Гц'), grid minor;
subplot(313), plot(f,real(xv3),'-m;real(xv3);'), title('Восстановленный спектр'), xlabel('n'), grid minor;
```

Результаты работы:



На графиках показаны исходные гармонические сигналы x1 (синусоида с частотой 40 Гц), x2 (синусоида с частотой 120 Гц), сигнал x3 (сумма сигналов x1, x2 + случайный шум) и их спектры.

Вывод: из графиков сигналов видно, что для сигнала, состоящего из одной гармоники, спектр сигнала представлен одним всплеском на заданной частоте сигнала, у случайного сигнала (белого шума) спектр распределен по всей частотной полосе и значения частотных коэффициентов небольшие. У сигнала, состоящего из суммы 2-х гармонических сигналов с частотами 40 и 120 Гц и случайного сигнала, спектр представлен двумя пиками на частотах 40 и 120 Гц и небольшими всплесками по всей частотной полосе, соответствующими шумовой составляющей. Таким образом можно сделать вывод, что чем сложнее сигнал (из большего числа гармоник состоит), тем сложнее спектр этого сигнала.

Ответы на контрольные вопросы:

1. Единичный импульс имеет сплошной спектр, который с увеличение частоты убывает. У синусоидальной и косинусоидальной последовательностей спектр будет состоять из одного пика на соответствующей частоте (частота определяется количеством периодов в 1 секунду).
2. Чем больше частота дискретизации (больше отчетов на периоде), тем точнее сигнал.
3. Равенство Парсеваля выражает квадрат нормы сигнала в Гильбертовом пространстве со скалярным произведением через квадраты модулей коэффициентов Фурье этого сигнала по некоторой ортогональной системе функций, т. е. находит энергию сигнала.