

PHƯƠNG PHÁP TỈ SỐ THỂ TÍCH

Nguyễn Ngọc Dũng - Học viên cao học ĐHSP HCM

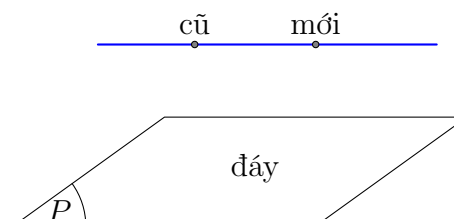
Ngày 29 tháng 9 năm 2018

I. Tóm tắt lý thuyết

1. Kỹ thuật chuyển đỉnh (đáy không đổi)

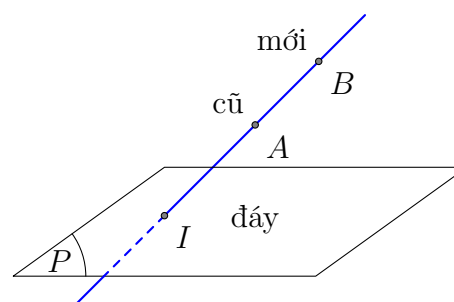
A. Song song đáy

$$V_{\text{cũ}} = V_{\text{mới}}$$



B. Cắt đáy

$$\frac{V_{\text{cũ}}}{V_{\text{mới}}} = \frac{\text{Giao cũ}}{\text{Giao mới}} = \frac{IA}{IB}$$



2. Kỹ thuật chuyển đáy (đường cao không đổi)

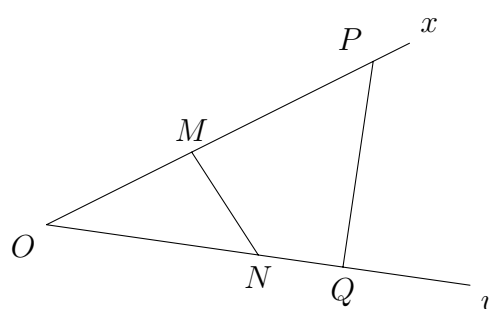
$$\frac{V_{\text{cũ}}}{V_{\text{mới}}} = \frac{S_{\text{đáy cũ}}}{S_{\text{đáy mới}}}$$

⚠ a) Để kỹ thuật chuyển đáy được thuận lợi, ta nên chọn hai đáy có cùng công thức tính diện tích, khi đó ta sẽ dễ dàng so sánh tỉ số hơn.

b) Cả hai kỹ thuật đều nhằm mục đích chuyển đa diện ban đầu về đa diện khác để tính thể tích hơn.

3. Tỉ số diện tích của hai tam giác

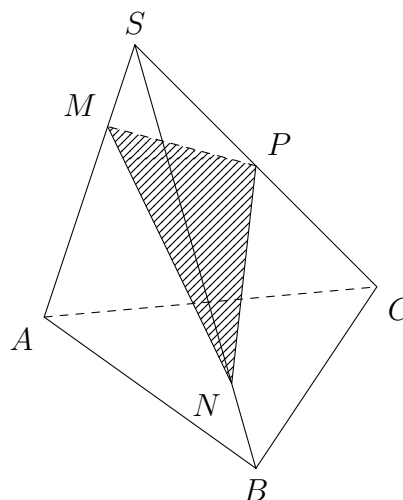
$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle APQ}} = \frac{OM}{OP} \cdot \frac{ON}{OQ}$$



4. Tỉ số thể tích của khối chóp

A. Công thức tỉ số thể tích của hình chóp tam giác

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}$$



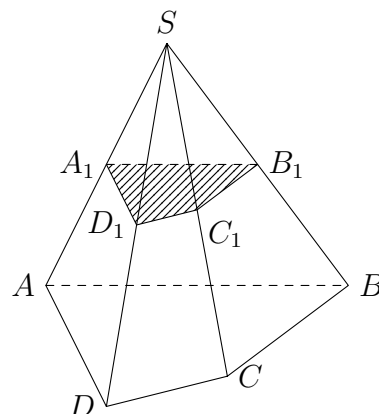
! Công thức trên chỉ áp dụng cho hình chóp tam giác, do đó trong nhiều trường hợp ta cần linh hoạt phân chia hình chóp đã cho thành nhiều hình chóp tam giác khác nhau rồi mới áp dụng.

B. Một trường hợp đặc biệt

Nếu $(A_1B_1C_1D_1) \parallel (ABCD)$ và $\frac{SA_1}{SA} = \frac{SB_1}{SB} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{SD_1}{SD} = k$ thì

$$\frac{V_{S.A_1B_1C_1D_1}}{V_{S.ABCD}} = k^3$$

Kết quả vẫn đúng trong trường hợp đáy là $n -$ giác.

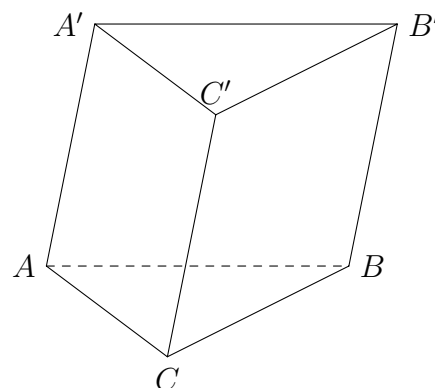


5. Tỉ số thể tích của khối lăng trụ

A. Lăng trụ tam giác

Gọi V là thể tích khối lăng trụ, $V_{(4)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 4 trong 6 đỉnh của lăng trụ, $V_{(5)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 5 trong 6 đỉnh của lăng trụ. Khi đó:

- $V_{(4)} = \frac{V}{3}$
- $V_{(5)} = \frac{2V}{3}$



Ví dụ. $V_{A'B'BC} = \frac{V}{3}$; $V_{A'B'ABC} = \frac{2V}{3}$.

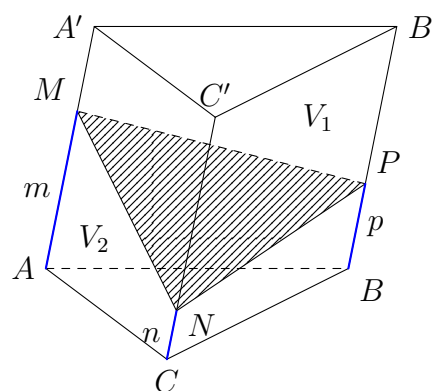
! Bốn đỉnh được lấy phải tạo thành tứ diện.

B. Mặt phẳng cắt các cạnh bên của lăng trụ tam giác

Gọi V_1 , V_2 và V lần lượt là thể tích phần trên, phần dưới và lăng trụ. Giả sử $\frac{AM}{AA'} = m$, $\frac{CN}{CC'} = n$, $\frac{BP}{BB'} = p$. Khi đó:

$$V_2 = \frac{m+n+p}{3} \cdot V$$

\triangle Khi $M \equiv A'$, $N \equiv C$ thì $\frac{AM}{AA'} = 1$, $\frac{CN}{CC'} = 0$.



6. Khối hộp

A. Tỉ số thể tích của khối hộp

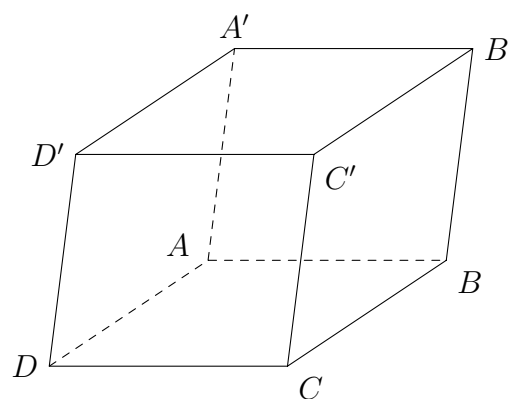
Gọi V là thể tích khối hộp, $V_{(4)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 4 trong 8 đỉnh của khối hộp. Khi đó:

$$\bullet \quad V_{(4)} \frac{2 \text{ đường chéo của } 2 \text{ mặt song song}}{2 \text{ mặt song song}} = \frac{V}{3}$$

$$\bullet \quad V_{(4)} (\text{trường hợp còn lại}) = \frac{V}{6}$$

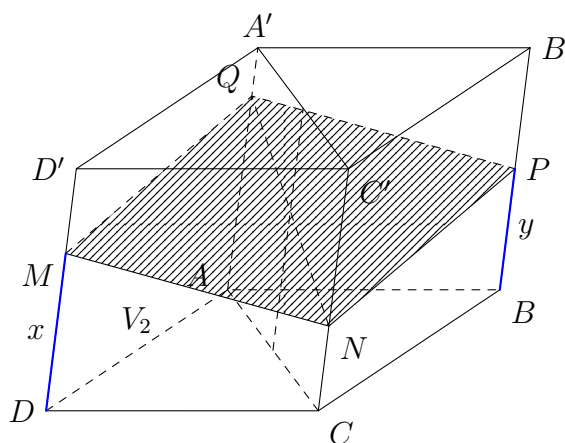
\triangle Bốn đỉnh được lấy phải tạo thành tứ diện.

Ví dụ. $V_{A'C'BD} = \frac{V}{3}$; $V_{A'C'D'D} = \frac{V}{6}$.



B. Mặt phẳng cắt các cạnh của hình hộp (chỉ quan tâm tới hai cạnh đối nhau)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{DM}{DD'} = x \\ \frac{BP}{BB'} = y \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = \frac{x+y}{2} \cdot V$$

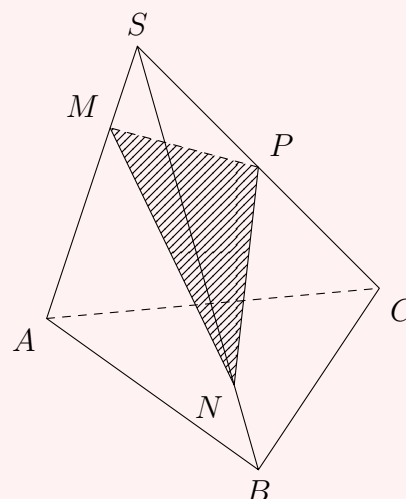


II. Một số dạng toán

Dạng 1: Tỉ số thể tích của khối chóp tam giác

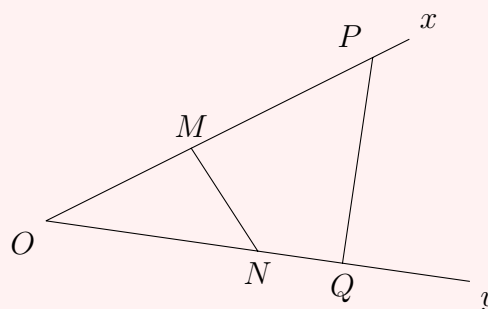
1. Công thức tỉ số thể tích của khối chóp tam giác:

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}$$



2. Sử dụng kỹ thuật chuyển đỉnh, kỹ thuật chuyển đáy (*trình bày phần lý thuyết*) để đưa khối chóp đã cho về khối chóp khác đơn giản hơn.
3. Chú ý các tỉ số đặc biệt trên hình, sử dụng các định lý của hình sơ cấp để tính tỉ số (*Ta-lét, tam giác đồng dạng, phương tích,...*)
4. Tỉ số diện tích của hai tam giác:

$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle OPQ}} = \frac{OM}{OP} \cdot \frac{ON}{OQ}$$



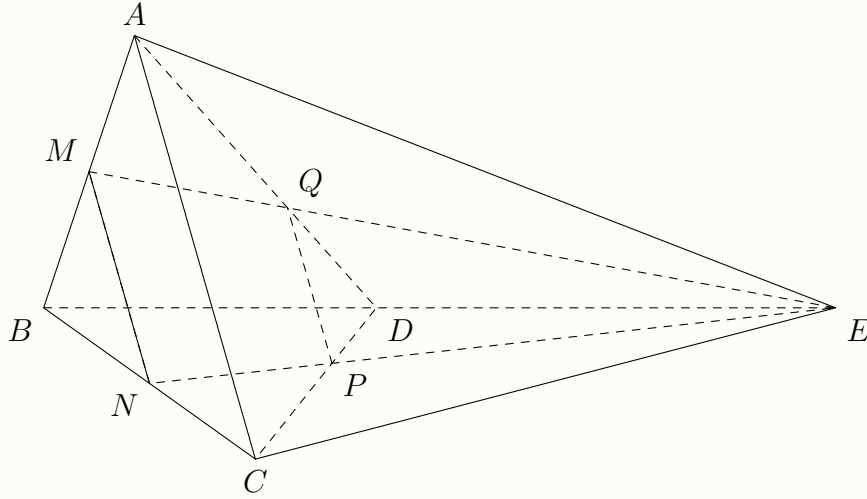
1. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPTQG 2017)

Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

A. $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. **B.** $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **C.** $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Lời giải.



Để dàng tính được $V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Dùng kỹ thuật chuyển đáy, ta thấy ngay $V_{A.BCD} = V_{A.CDE}$, do đó $V_{A.BCE} = 2V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Ta có $\frac{V_{B.MNE}}{V_{B.ACE}} = \frac{BM}{BA} \cdot \frac{BN}{BC} \cdot \frac{BE}{BE} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{B.MNE} = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Ta có $\frac{V_{E.DPQ}}{V_{E.BNM}} = \frac{ED}{EB} \cdot \frac{EP}{EN} \cdot \frac{EQ}{EM} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{E.DPQ} = \frac{2}{9}V_{E.BNM}$

$\Rightarrow V_{DPQ.BNM} = \frac{7}{9}V_{E.BNM} = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216} \Rightarrow V = V_{ABCD} - V_{DPQ.BNM} = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1 (THPT Ngô Sỹ Liên, Bắc Giang, HKII - 2017). Cho hình chóp $A.BCD$ có đáy BCD là tam giác vuông tại C , với $BC = a$, $CD = a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (ABD) và (ABC) cùng vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Biết $AB = a$, M, N lần lượt thuộc cạnh AC, AD sao cho $AM = 2MC$, $AN = ND$. Tính thể tích V của khối chóp $A.BMN$.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 2 (THPT Vĩnh Lộc, Thanh Hóa, lần 2). Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 3a$. D thuộc cạnh SB và $DB = a$. Mặt phẳng (α) đi qua AD và song song với BC cắt SC tại E . Tính tỉ số giữa thể tích khối tứ diện $SADE$ và thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 3 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn, lần 2, 2017). Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích là V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Tính thể tích V' của khối tứ diện $EBCD$ theo V .

- A. $V' = \frac{V}{2}$. B. $V' = \frac{V}{5}$. C. $V' = \frac{V}{3}$. D. $V' = \frac{V}{4}$.

Câu 4 (THPT Lê Quý Đôn, TP HCM, 2017). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SC = a$. Mặt phẳng qua C , vuông góc với SB và cắt SA, SB lần lượt tại E, F . Tính thể tích khối chóp $S.CEF$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$. C. $\frac{a^3}{36}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Cho hình chóp $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, ΔABC vuông cân, $AB = BC = a$, B' là trung điểm của SB , C' là chân đường cao hạ từ A của ΔSAC . Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'$.

- A. $\frac{a^3}{9}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{36}$. D. $\frac{a^3}{27}$.

Câu 6 (THPT Phú Xuyên A - Hà Nội - 2017). Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a$, I thuộc cạnh SB sao cho $SI = \frac{1}{3}SB$.

Tính thể tích khối chóp $S.ACI$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{9}$.

Câu 7 (THPT Phan Bội Châu - Gia Lai - 2017). Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V . Gọi M , N , K lần lượt là trung điểm của AB , BC , CA . Tính thể tích khối chóp $S.MNK$.

- A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{8}$.

Câu 8 (THPT Chuyên ĐH Vinh - lần 3 - 2017). Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = 2a$ và $SC \perp (ABC)$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và có $AB = a\sqrt{2}$. Mặt phẳng (α) đi qua C vuông góc với SA và cắt SA , SB lần lượt tại D , E . Tính thể tích khối chóp $S.CDE$.

- A. $\frac{4a^3}{9}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{2a^3}{9}$. D. $\frac{a^3}{9}$.

Câu 9 (THPT Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - lần 3 - 2017). Cho khối tứ diện $ABCD$. Gọi M , N , E , F , P , Q lần lượt là trung điểm của AB , BC , CD , DA , AC , BD . Gọi V_1 , V_2 tương ứng là thể tích của các khối $ABCD$, $MNEFPQ$. Tìm $t = \frac{V_1}{V_2}$.

- A. $t = 2$. B. $t = 4$. C. $t = 6$. D. $t = 3$.

Câu 10 (THPT Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - lần 3 - 2017). Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$ ($a > 0$) và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 30^\circ$. Mặt phẳng (α) qua A cắt hai cạnh SB , SC tại B' , C' sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tính tỉ số $t = \frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}$.

- A. $t = \frac{1}{4}$. B. $t = 4 - 2\sqrt{3}$. C. $t = 2 - \sqrt{2}$. D. $t = 2(2 - \sqrt{2})$.

Câu 11 (THPT Hòa Bình - TPHCM - 2017). Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V và G là trọng tâm của tam giác BCD , M là trung điểm CD . Thể tích khối chóp $AGMC$ là

- A. $\frac{V}{18}$. B. $\frac{V}{9}$. C. $\frac{V}{6}$. D. $\frac{V}{3}$.

Câu 12 (Sở Đồng Nai - HK2 - 2017). Cho hình tứ diện $EFGH$ có EF vuông góc với EG , EG vuông góc với EH , EH vuông góc với EF ; biết $EF = 6a$, $EG = 8a$, $EH = 12a$, với $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$. Gọi I , J tương ứng là trung điểm của hai cạnh FG , FH . Tính khoảng cách d từ điểm F đến mặt phẳng (EIJ) theo a .

- A. $d = \frac{12\sqrt{29}a}{29}$. B. $d = \frac{6\sqrt{29}a}{29}$. C. $d = \frac{24\sqrt{29}a}{29}$. D. $d = \frac{8\sqrt{29}a}{29}$.

Câu 13 (THPT Quốc học - Quy Nhơn - lần 1 - 2017). Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . Mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại I , J . Tính tỉ số thể tích của hai khối tứ diện $SAIJ$ và $S.ABC$.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{8}{27}$.

Câu 14 (Sở Tuyên Quang - 2017). Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA , SB , SC lần lượt lấy ba điểm A' , B' , C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$, $SB' = \frac{1}{3}SB$, $SC' = \frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{27}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 15 (THPT Chuyên Lê Thánh Tông - Quảng Nam - 2017). Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA và N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = 3NC$. Tính tỉ số k giữa thể tích khối chóp $ABMN$ và thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $k = \frac{3}{8}$.

B. $k = \frac{2}{5}$.

C. $k = \frac{1}{3}$.

D. $k = \frac{3}{4}$.

Câu 16 (Đề tham khảo Bộ GD-ĐT - 2017). Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

Câu 17 (THPT Hùng Vương, Phú Thọ - 2017). Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng V . Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB , N là điểm nằm giữa AC sao cho $AN = 2NC$. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMN$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$.

B. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{6}$.

D. $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}$.

Câu 18 (Sở Cần Thơ, mã đề 324 - 2017). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $M.ABC$, với M là trung điểm của SB .

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 19 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội - 2017). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa $AB = 2a$, $BC = 4a$, $AC = 2\sqrt{5}a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M , N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB , SC . Tính thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

A. $V = \frac{2a^3}{9}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 20 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2 - 2017). Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm SB , SC . Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính diện tích tam giác AMN .

A. $\frac{a^2\sqrt{8}}{8}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{10}}{16}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{8}}{16}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{10}}{8}$.

Câu 21 (Sở GD và ĐT Hải Dương). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 22 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 1). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA , SB và P là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Tính thể tích V của khối chóp $S.MNP$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{30}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{15}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{10}a^3$.

Câu 23 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM I). Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = 1$, $SC = 3$. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{3}SC$. Khi đó, thể tích của khối chóp $S.ABM$ bằng

A. $V = \frac{\sqrt{6}}{36}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{36}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 24 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM V). Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SB và SC . Tính thể tích của khối chóp $S.AHK$ theo V .

A. $V_{S.AHK} = \frac{1}{2}V$. B. $V_{S.AHK} = \frac{1}{4}V$. C. $V_{S.AHK} = \frac{1}{12}V$. D. $V_{S.AHK} = \frac{1}{6}V$.

Câu 25 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM VI). Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 4, SB = 5, SC = 6; \widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 45^\circ, \widehat{CSA} = 60^\circ$. Các điểm M, N, P thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{BN}; \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CP}$. Tính thể tích khối chóp $S.MNP$.

A. $\frac{128\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{35}{8}$. C. $\frac{245}{32}$. D. $\frac{35\sqrt{2}}{8}$.

Câu 26 (THPT Đông Anh, Hà Nội). Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA = a, OB = 4a, OC = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC . Thể tích V của khối tứ diện $OCMN$ tính theo a là

A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 27 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang (HKII), 2017). Cho hình chóp $A.BCD$ có đáy BCD là tam giác vuông tại C với $BC = a, CD = a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (ABD) và (ABC) cùng vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Biết $AB = a$ và M, N lần lượt thuộc các cạnh AC, AD sao cho $AM = 2MC, AN = ND$. Thể tích khối chóp $A.BMN$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 28 (THPT Yên Viên, Hà Nội (HKII), 2017). Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Biết thể tích của khối chóp $S.AMN$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = 2a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 29 (Sở GD và ĐT Gia Lai). Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N và P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác ABC, ABD và ACD . Tính thể tích V của khối chóp $A.MNP$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{72}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{1296}$. C. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{144}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{162}$.

Câu 30 (Sở GD và ĐT Hải Dương). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB} = 60^\circ, BC = a, SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 31 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 1). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a, SA = 2a$ và SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB và P là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Tính thể tích V của khối chóp $S.MNP$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{30}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{15}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{10}a^3$.

Câu 32 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM I). Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ, \widehat{ASC} = 90^\circ, SA = SB = 1, SC = 3$. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{3}SC$. Khi đó, thể tích của khối chóp $S.ABM$ bằng

A. $V = \frac{\sqrt{6}}{36}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{36}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 33 (Sở GD và ĐT TP HCM, Cùm V). Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SB và SC . Tính thể tích của khối chóp $S.AHK$ theo V .

- A. $V_{S.AHK} = \frac{1}{2}V$. B. $V_{S.AHK} = \frac{1}{4}V$. C. $V_{S.AHK} = \frac{1}{12}V$. D. $V_{S.AHK} = \frac{1}{6}V$.

Câu 34 (THPT Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - 2017). Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC . Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ theo a bằng

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. a^3 . C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 35 (THTT, lần 9 - 2017). Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S , có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABI$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

Câu 36 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội - 2017). Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA . Các điểm G, H, K thỏa mãn $5\vec{SG} = \vec{SM}$, $6\vec{SH} = \vec{SN}$, $7\vec{SK} = \vec{SP}$. Tính thể tích V' của khối chóp $S.GHK$.

- A. $V' = \frac{V}{96}$. B. $V' = \frac{V}{240}$. C. $V' = \frac{V}{480}$. D. $V' = \frac{V}{840}$.

DÁP ÁN

1. C	2. B	3. D	4. C	5. C	6. D	7. C	8. C	9. A	10. B
11. C	12. C	13. C	14. B	15. A	16. A	17. A	18. C	19. A	20. B
21. D	22. A	23. C	24. B	25. B	26. B	27. C	28. A	29. D	30. D
	31. A	32. C	33. B	34. D	35. B	36. D			

Dạng 2: Tỉ số thể tích của khối chóp tứ giác

† **Bước 1.** Phân chia lắp ghép khối chóp tứ giác đã cho thành nhiều khối chóp tam giác.

† **Bước 2.** Sử dụng công thức tỉ số thể tích của khối chóp tam giác và các kỹ thuật chuyển đỉnh, kỹ thuật chuyển đáy để tính thể tích các khối chóp tam giác.

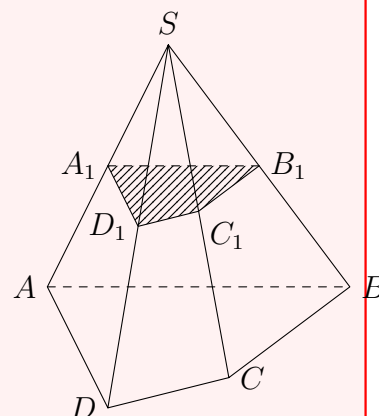
† **Bước 3.** Kết luận các tính chất về thể tích của khối chóp tứ giác ban đầu.

⚠ **Chú ý một trường hợp đặc biệt sau:**

Nếu $(A_1B_1C_1D_1) \parallel (ABCD)$ và $\frac{SA_1}{SA} = \frac{SB_1}{SB} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{SD_1}{SD} = k$ thì

$$\frac{V_{S.A_1B_1C_1D_1}}{V_{S.ABCD}} = k^3$$

Kết quả vẫn đúng trong trường hợp đáy là n -giác.



1. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng, mã đề 224 - 2017)

Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD chia khối chóp thành hai khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

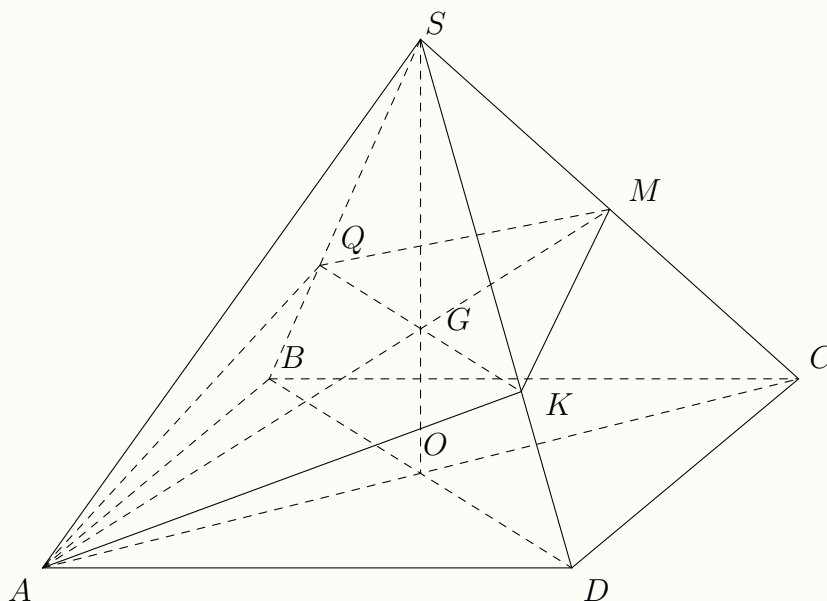
A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Lời giải.



Gọi $O = BD \cap AC$, $G = SO \cap AM$. Khi đó G là trọng tâm $\triangle SAC$.

Qua G kẻ đường thẳng song song BD cắt SB , SD lần lượt tại Q và K . Khi đó $(P) \equiv (AKMQ)$.

G là trọng tâm $\triangle SAC$ nên: $\frac{SG}{SO} = \frac{SK}{SD} = \frac{SQ}{SB} = \frac{2}{3}$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AKMQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{S.KAM}}{V_{S.DAC}} + \frac{V_{S.AQM}}{V_{S.ABC}} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{SK}{SD} \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SC} + \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SQ}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} \right) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.AKMQ} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD} = V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Ví dụ 2

Cho khối chóp tứ giác đều $A.ABCD$. Mặt phẳng chứa AB đi qua C' nằm trên SC chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tỉ số $\frac{SC'}{SC}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Để thấy $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{S.ACD}$ (*)

Theo đề bài thì:

$$\frac{V_{S.ABC'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.ABC'} + V_{S.AC'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.ABC'}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.AC'D'}}{2V_{S.ACD}} = \frac{1}{2} \text{ (do (*))}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{SC'}{SC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{SC'}{SC}\right)^2 + \frac{SC'}{SC} = 1 \text{ (do } C'D' \parallel CD)$$

$$\Rightarrow \frac{SC'}{SC} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1 (Sở GD và ĐT Bắc Giang - 2017). Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = 2$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy ($ABCD$) và $SA = 2$. Điểm M trên cạnh SA sao cho mặt phẳng (MBC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích S của tam giác MAC .

A. $S = \frac{3\sqrt{5}-5}{2}$. **B.** $S = \frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $S = \frac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $S = \frac{5-\sqrt{5}}{4}$.

Câu 2 (Sở GD và ĐT Bình Thuận). Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là V và đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Mặt phẳng (α) đi động đi qua các điểm M, N và cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại hai điểm phân biệt K, Q . Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.MNKKQ$ theo V .

A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{3V}{4}$. D. $\frac{2V}{3}$.

Câu 3 (THPT Chuyên Lào Cai, lần 2, 2017). Một viên đá có hình dạng là khối chóp tứ giác đều với tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Người ta cắt khối đá đó bởi mặt phẳng song song với đáy của khối chóp để chia khối đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích của thiết diện khối đá bị cưa bởi mặt phẳng nói trên. (Giả thiết rằng tổng thể tích của hai khối đá sau vẫn bằng thể tích của khối đá ban đầu)

A. $\frac{2a^2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{a^2}{\sqrt[3]{2}}$. C. $\frac{a^2}{4}$. D. $\frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$.

Câu 4 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2, 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V , có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của SC . Một mặt phẳng đi qua AN cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại M, P . Gọi V' là thể tích của khối chóp $S.AMNP$. Tính giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{V'}{V}$.

A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 5 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn, lần 2, 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a$. Mặt phẳng (P) qua A và

vuông góc với SC cắt SB , SC , SD lần lượt tại B' , C' , D' . Tính thể tích V của khối đa diện $ABCDD'C'B'$.

- A. $V = \frac{5a^3}{18}$. B. $V = \frac{5a^3}{9}$. C. $V = \frac{5a^3}{12}$. D. $V = \frac{5a^3}{6}$.

Câu 6 (THPT Lê Quý Đôn, Vũng Tàu, 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD , DC . Góc giữa mặt phẳng (SBM) và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABNM$.

- A. $\frac{25a^3}{8}$. B. $\frac{25a^3}{16}$. C. $\frac{25a^3}{18}$. D. $\frac{25a^3}{24}$.

Câu 7 (Sở GD và ĐT Bình Thuận). Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là V và đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Mặt phẳng (α) đi động đi qua các điểm M , N và cắt các cạnh SC , SD lần lượt tại hai điểm phân biệt K , Q . Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.MNKQ$ theo V .

- A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{3V}{4}$. D. $\frac{2V}{3}$.

Câu 8 (Sở Hà Tĩnh - 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi với O là giao điểm của AC và BD . Gọi M , N , P , Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB , SBC , SCD và SDA . Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và $O.MNPQ$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. 8. B. $\frac{27}{4}$. C. $\frac{27}{2}$. D. 9.

Câu 9 (THPT Phú Xuyên A - Hà Nội - 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 3a$, $SA \perp ABCD$, góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng 60° , M thuộc SA sao cho $AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $(BCM) \cap SD = N$. Tính thể tích của khối chóp $S.BCMN$.

- A. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10 (THPT Anh Sơn 2 - Nghệ An - lần 2 - 2017). Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh bên, và cạnh đáy đều bằng a . Gọi M , N , O lần lượt là trung điểm SC , SD , AC . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{S.OMN}}{V_{S.ABCD}}$.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{16}$.

Câu 11 (Sở Hà Nam - 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Lấy điểm I trên đoạn SB sao cho $IB = 2IS$. Tính khoảng cách h từ điểm I đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $h = \frac{a\sqrt{21}}{21}$. B. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$. D. $h = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 12 (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang - lần 3 - 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 18, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SD sao cho $SM = 2MD$. Mặt phẳng (ABM) cắt SC tại N . Tính thể tích khối chóp $S.ABNM$.

- A. 9. B. 10. C. 12. D. 6.

Câu 13 (THPT Quốc học - Quy Nhơn - lần 1 - 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A' , B' , C' , D' theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SA , SB , SC , SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 14 (THPT Lê Quý Đôn - Hà Nội - 2017). Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là $3a^3$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB . Thể tích của khối chóp $G.ABCD$ là

- A. $V = a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = \frac{1}{3}a^3$. D. $V = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 15 (THPT Lê Quý Đôn - Hà Nội - 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = a$, $SA = 2a$, mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC cắt SB , SC lần lượt tại H và K . Tính thể tích V của hình chóp $S.AHK$

- A. $V = \frac{8a^3}{15}$. B. $V = \frac{8a^3}{45}$. C. $V = \frac{3a^3}{15}$. D. $V = \frac{4a^3}{45}$.

Câu 16 (THPT Chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội - 2017). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, mặt bên tạo với đáy góc 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC . (P) cắt SC , SD lần lượt tại M và N . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABMN$.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17 (THPT Thường Tín - Hà Nội - 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD chia khối chóp thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh S và V_2 là thể tích phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 18 (Sở Vũng Tàu - 2017). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi N là trung điểm của SB , M là điểm đối xứng với B qua A . Mặt phẳng (MNC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Tính tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$.

- A. $k = \frac{5}{7}$. B. $k = \frac{5}{9}$. C. $k = \frac{5}{11}$. D. $k = \frac{5}{13}$.

Câu 19 (THPT Đông Hà, Quảng Trị, lần 2 - 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 60° . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng SB . Tính theo a khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ADI) .

- A. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. B. $a\sqrt{6}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. D. $a\sqrt{7}$.

Câu 20 (THPT Trần Hưng Đạo, Nam Định - 2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD . Tính thể tích V của khối tứ diện $CMNP$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{72}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{54}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{96}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 21 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2 - 2017). Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $SA = a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy là 60° . Gọi M là trung điểm SA , mặt phẳng (P) đi qua CM và song song với BD cắt SB , SD lần lượt tại E , F . Tính thể tích khối chóp $S.CEMF$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{75}$. B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{225}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{15}}{225}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{15}}{75}$.

Câu 22 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, mã đề 485). Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt bên hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC , SD lần lượt tại M , N . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABMN$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 23 (THPT Vĩnh Lộc, Thanh Hóa, lần 2). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tính thể tích khối chóp $G.ABCD$.

A. $\frac{1}{6}a^3$. B. $\frac{1}{12}a^3$. C. $\frac{2}{17}a^3$. D. $\frac{1}{9}a^3$.

Câu 24 (THPT Triệu Sơn 2, Thanh Hoá, lần 3). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi E là trung điểm cạnh CD . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3}{3}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBE) theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a}{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 25 (THPT Chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An, lần 3,2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Gọi M là trung điểm của SB , P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 2DP$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh SC tại N . Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ theo V .

A. $V_{ABCDMNP} = \frac{23}{30}V$. B. $V_{ABCDMNP} = \frac{19}{30}V$.
C. $V_{ABCDMNP} = \frac{2}{5}V$. D. $V_{ABCDMNP} = \frac{7}{30}V$.

Câu 26 (THPT Chuyên Hưng Yên, lần 3,2017). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Biết khoảng cách từ S đến mặt phẳng (AMN) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. B. $V = 4a^3$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, 2017). Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt bên hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABMN$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. D	4. B	5. A	6. D	7. B	8. C	9. A	10. D
11. A	12. B	13. C	14. A	15. B	16. B	17. D	18. A	19. A	20. C
21. C	22. C	23. D	24. D	25. A	26. C	27. C			

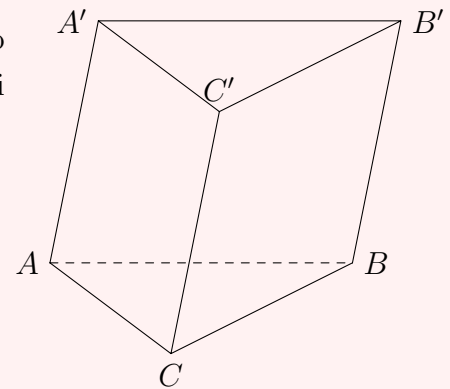
Dạng 3: Tỉ số thể tích của khối lăng trụ tam giác

A. Công thức tỉ số thể tích của khối lăng trụ tam giác.

Gọi V là thể tích khối lăng trụ, $V_{(4)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 4 trong 6 đỉnh của lăng trụ, $V_{(5)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 5 trong 6 đỉnh của lăng trụ. Khi đó:

$$\bullet \quad V_{(4)} = \frac{V}{3}$$

$$\bullet \quad V_{(5)} = \frac{2V}{3}$$



Ví dụ. $V_{A'B'BC} = \frac{V}{3}$; $V_{A'B'ABC} = \frac{2V}{3}$.

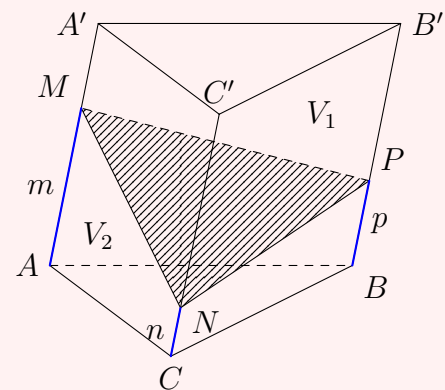
! Bốn đỉnh được lấy phải tạo thành tứ diện.

B. Mặt phẳng cắt các cạnh bên của lăng trụ tam giác

Gọi V_1 , V_2 và V lần lượt là thể tích phần trên, phần dưới và lăng trụ. Giả sử $\frac{AM}{AA'} = m$, $\frac{CN}{CC'} = n$, $\frac{BP}{BB'} = p$. Khi đó:

$$V_2 = \frac{m+n+p}{3} \cdot V$$

! Khi $M \equiv A'$, $N \equiv C$ thì $\frac{AM}{AA'} = 1$, $\frac{CN}{CC'} = 0$.



1. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HKII) - 2017)

Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Một mặt phẳng đi qua $A'B'$ và trọng tâm G của tam giác ABC , cắt AC và BC lần lượt tại E và F . Tính thể tích V của khối $A'B'ABFE$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{27}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{27}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{54}$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Chia khối đa diện $A'B'ABFE$ thành hai khối chóp $A'.ABFE$ và $A'.BB'F$.

Ta có $\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle CAB}} = \frac{CE}{CA} \cdot \frac{CF}{CB} = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{AEFB} = \frac{5}{9}S_{\triangle ABC} \Rightarrow$

$V_{A'.ABFE} = \frac{5}{9}V_{A'.ABC} = \frac{5}{9} \cdot V_{(4)} = \frac{5}{9} \cdot \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{3} = \frac{5\sqrt{3}a^3}{108}$.

Ta có $V_{A'.BB'F} = V_{A.BB'F}$ (chuyển đỉnh song song)

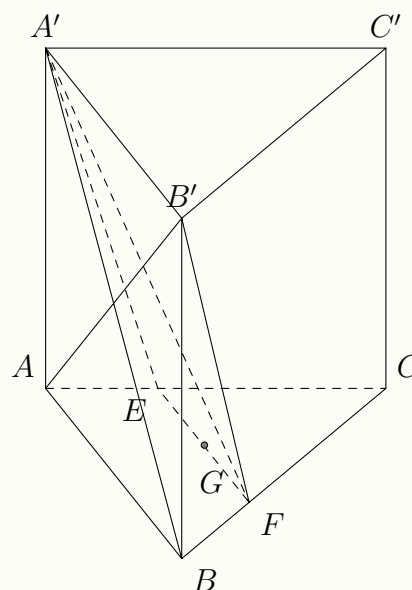
Mà $\frac{S_{\triangle BAF}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{BF}{BC} \cdot \frac{BA}{BA} = \frac{1}{3}$.

Suy ra $V_{A'.BB'F} = V_{A.BB'F} = V_{B'.BAF} = \frac{1}{3} \cdot V_{B'.BAC} \cdot \frac{1}{3} \cdot V_{(4)}$.

$\frac{1}{3} \cdot \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{3} = \frac{\sqrt{3}a^3}{36}$.

Vậy $V_{A'B'ABFE} = \frac{5\sqrt{3}a^3}{108} + \frac{\sqrt{3}a^3}{36} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{27}$.

Chọn đáp án **B**



□

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1 (THPT Yên Viên, Hà Nội (HKII), 2017). Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V_1 . Gọi E là trung điểm của $A'C'$, F là giao điểm của AE và $A'C$. Biết khối chóp $F.A'B'C'$ có thể tích là V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.

- A. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{6}$. C. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{9}$. D. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{9}$.

Câu 2 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, 2017). Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ và M là điểm tùy ý thuộc cạnh bên BB' . Gọi V, V' lần lượt là thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khối chóp $M.AA'C'C$. Tính tỉ số $k = \frac{V'}{V}$.

- A. $k = \frac{2}{3}$. B. $k = \frac{1}{6}$. C. $k = \frac{5}{6}$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Câu 3 (Sở Hà Nam - 2017). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 18. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB' . Tính thể tích V của khối đa diện $CNMA'B'C'$.

- A. 12. B. 6. C. 9. D. 15.

Câu 4 (THPT Gia Lộc - Hải Dương - lần 2 - 2017). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ có diện tích bằng $2\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Tính thể tích khối tứ diện $A'AMN$.

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $4\sqrt{3}$.

Câu 5 (THPT Thanh Chương 1 - Nghệ An - lần 2 - 2017). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $G.A'BC$ theo V .

- A. $\frac{V}{12}$. B. $\frac{V}{6}$. C. $\frac{V}{5}$. D. $\frac{V}{9}$.

Câu 6 (Sở Quảng Bình - 2017). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , khi đó thể tích khối chóp $G.A'B'C'$ là

- A. $\frac{V}{3}$. B. $3V$. C. $2V$. D. $\frac{V}{2}$.

Câu 7 (Sở Cao Bằng - lần 1 - 2017). Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên $AA' = \sqrt{3}$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

- A. $d = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $d = \frac{2\sqrt{15}}{5}$. C. $d = \frac{\sqrt{15}}{5}$. D. $d = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8 (Chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An, lần 4 - 2017). Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V_0 . Gọi P là một điểm trên đường thẳng AA' . Tính thể tích khối chóp tứ giác $P.BCC'B'$ theo V_0 .

- A. $\frac{2V_0}{3}$. B. $\frac{V_0}{2}$. C. $\frac{V_0}{3}$. D. $\frac{V_0}{4}$.

Câu 9 (Sở Yên Bái - 2017). Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V , thể tích của khối chóp $C'.ABC$ là

- A. $2V$. B. $\frac{1}{2}V$. C. $\frac{1}{3}V$. D. $\frac{1}{6}V$.

Câu 10 (Chuyên Đại học Vinh, lần 4 - 2017). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P . Tính thể tích của khối đa diện $MBP.A'B'N$.

- A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$. C. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{68}$. D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$.

Câu 11 (THPT Triệu Sơn 2, Thanh Hoá, lần 3). Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh bên AA', CC' sao cho $MA = MA'$ và $NC = 4NC'$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Trong bốn khối tứ diện $GA'B'C', BB'MN, ABB'C'$ và $A'BCN$, khối tứ diện nào có thể tích nhỏ nhất?

- A. Khối $A'BCN$. B. Khối $GA'B'C'$. C. Khối $ABB'C'$. D. Khối $BB'MN$.

Câu 12 (THPT Trần Phú, Vĩnh Phúc, thi tháng 5, 2017). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tam giác ABC vuông tại C và góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích V của khối tứ diện $A'ABC$ theo a .

- A. $V = \frac{9a^3}{208}$. B. $V = \frac{3a^3}{208}$. C. $V = \frac{27a^3}{208}$. D. $V = \frac{81a^3}{208}$.

Câu 13 (Sở GD và ĐT Long An, 2017). Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 36 cm^3 . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BB' . Tính thể tích V của khối tứ diện $AC'MN$.

- A. 4 cm^3 . B. 6 cm^3 . C. 9 cm^3 . D. 12 cm^3 .

Câu 14 (THPT Lê Quý Đôn, Vũng Tàu, 2017). Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, AA' = 2a$. Lấy M là trung điểm của CC' . Tính thể tích khối tứ diện $M.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 15 (THPT Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - 2017). Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB = BC = 2a, AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $A.BCC'B'$ theo a .

- A. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 16 (THPT Chuyên ĐH Sư Phạm Hà Nội - lần 4 - 2017). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bằng a . Tính thể tích khối tứ diện $AB'A'C$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 17 (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang - lần 3 - 2017). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu H của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC . Góc giữa mặt phẳng $(A'ABB')$ và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối tứ diện $ABCA'$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 18 (THPT Chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA' = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CC', BB' . Tính thể tích V của khối tứ diện $IA'BK$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 19 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 1). Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AA', BB' . Tính thể tích khối đa diện $ABCIKC'$ theo V .

- A. $\frac{3V}{5}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{2V}{3}$. D. $\frac{4V}{5}$.

Câu 20 (Sở GD và ĐT Phú Yên). Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Tính thể tích V_1 của khối tứ diện $A'ABC$ theo V .

- A. $V_1 = V$. B. $V_1 = \frac{1}{2}V$. C. $V_1 = \frac{2}{3}V$. D. $V_1 = \frac{1}{3}V$.

Câu 21 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM VII). Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích V của khối chóp $A'.ABC$.

- A. $V = 3$. B. $V = \frac{1}{4}$. C. $V = \frac{1}{3}$. D. $V = \frac{1}{2}$.

Câu 22 (THPT Chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA' = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CC', BB' . Tính thể tích V của khối tứ diện $IA'BK$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 23 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 1). Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AA', BB' . Tính thể tích khối đa diện $ABCIKC'$ theo V .

- A. $\frac{3V}{5}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{2V}{3}$. D. $\frac{4V}{5}$.

Câu 24 (Sở GD và ĐT Phú Yên). Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Tính thể tích V_1 của khối tứ diện $A'ABC$ theo V .

- A. $V_1 = V$. B. $V_1 = \frac{1}{2}V$. C. $V_1 = \frac{2}{3}V$. D. $V_1 = \frac{1}{3}V$.

Câu 25 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM VII). Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích V của khối chóp $A'.ABC$.

- A. $V = 3$. B. $V = \frac{1}{4}$. C. $V = \frac{1}{3}$. D. $V = \frac{1}{2}$.

Câu 26 (THPT Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - lần 3 - 2017). Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , chiều cao h . Biết thể tích khối tứ diện $ABC'A'$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. Tính chiều cao h theo a .

- A. $h = 2a$. B. $h = 3a$. C. $h = 4a$. D. $h = a$.

ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. A	4. B	5. D	6. A	7. C	8. A	9. C	10. D
11. A	12. A	13. B	14. D	15. A	16. A	17. C	18. A	19. C	20. D
		21. C	22. A	23. C	24. D	25. C	26. A		

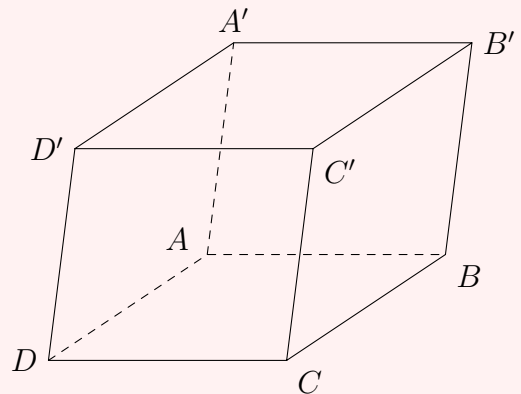
Dạng 4: Tỉ số thể tích của khối hộp

A. Công thức tỉ số thể tích của khối hộp.

Gọi V là thể tích khối hộp, $V_{(4)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 4 trong 8 đỉnh của khối hộp. Khi đó:

$$\bullet \frac{2 \text{ đường chéo của } V_{(4)}}{2 \text{ mặt song song}} = \frac{V}{3}$$

$$\bullet V_{(4)}(\text{trường hợp còn lại}) = \frac{V}{6}$$

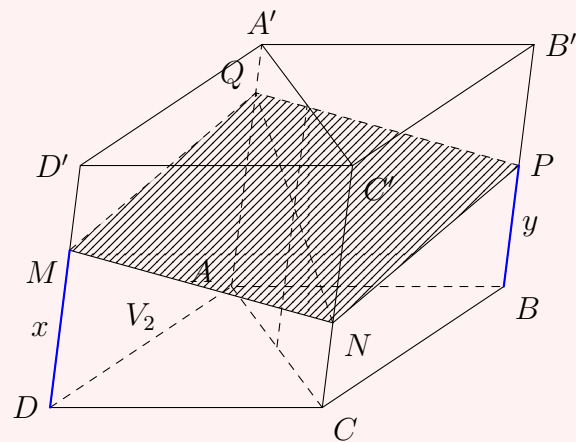


! Bốn đỉnh được lấy phải tạo thành tứ diện.

Ví dụ. $V_{A'C'BD} = \frac{V}{3}$; $V_{A'C'D'D} = \frac{V}{6}$.

B. Mặt phẳng cắt các cạnh của hình hộp (chỉ quan tâm tới hai cạnh đối nhau).

$$\left. \begin{array}{l} \frac{DM}{DD'} = x \\ \frac{BP}{BB'} = y \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = \frac{x+y}{2} \cdot V$$



1. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng, mã đề 224 - 2017)

Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD , mặt phẳng $(C'MN)$ chia khối lập phương thành 2 khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện có thể tích nhỏ và V_2 là thể tích khối đa diện có thể tích lớn. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

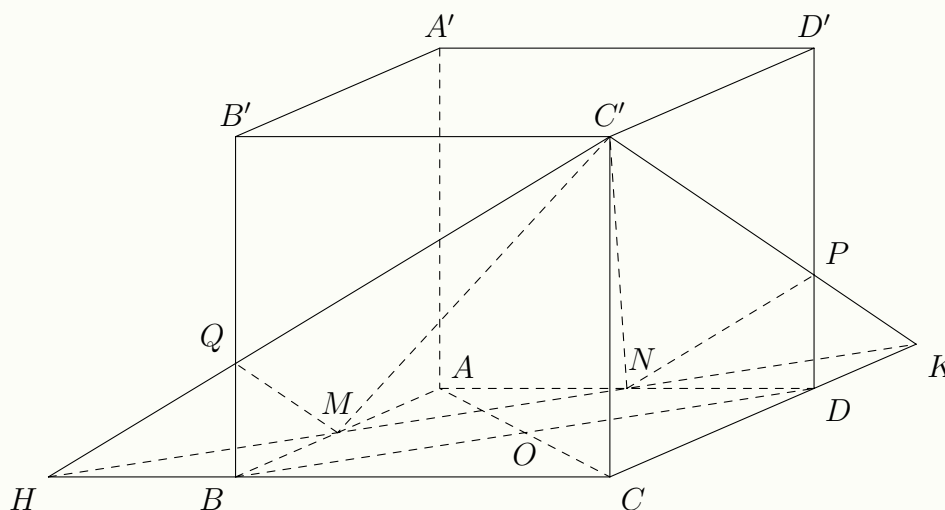
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{13}{23}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{47}$.

Lời giải.



Đặt $AB = a$. Kéo dài MN cắt BC , DC lần lượt tại H , K . Gọi $Q = C'H \cap B'B$, $P = C'K \cap D'D$.

Thể tích đa diện nhỏ: $V_1 = V_{C'.HCK} - 2V_{Q.MHB} = \frac{3a^3}{8} - 2 \cdot \frac{a^3}{72} = \frac{25a^3}{72} \Rightarrow V_2 = \frac{47a^3}{72}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{47}$.

Chọn đáp án (D)



2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1 (THPT Tiên Hưng, Thái Bình). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối tứ diện $ACD'B'$.

- A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 2 (Sở GD và ĐT Đồng Tháp). Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $A'ABC$ và khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 3 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng, mã đề 224). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên đường chéo CA' sao cho $\overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MA'}$. Tính tỉ số giữa thể tích V_1 của khối chóp $M.ABCD$ và thể tích V_2 của khối lập phương.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$.

Câu 4 (THPT Chuyên Lào Cai, lần 2, 2017). Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M thuộc cạnh AB sao cho $MB = 2MA$. Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích hai phần đó.

- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{13}{41}$. D. $\frac{5}{17}$.

Câu 5 (THPT Chuyên Thái Bình, lần 5, 2017). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V . Gọi V_1 là thể tích của tứ diện $ACB'D'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 6 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn, lần 2, 2017). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm của tam giác BCD' . Tính thể tích V của khối chóp $GABC'$.

- A. $V = \frac{1}{18}$. B. $V = \frac{1}{12}$. C. $V = \frac{1}{3}$. D. $V = \frac{1}{6}$.

Câu 7 (Sở GD và ĐT Đồng Tháp). Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $A'ABC$ và khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 8 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng, mã đề 224). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên đường chéo CA' sao cho $\overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MA'}$. Tính tỉ số giữa thể tích V_1 của khối chóp $M.ABCD$ và thể tích V_2 của khối lập phương.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$.

Câu 9 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng, mã đề 224). Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD , mặt phẳng $(C'MN)$ chia khối lập phương thành 2 khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện có thể tích nhỏ và V_2 là thể tích khối đa diện có thể tích lớn. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{13}{23}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{47}$.

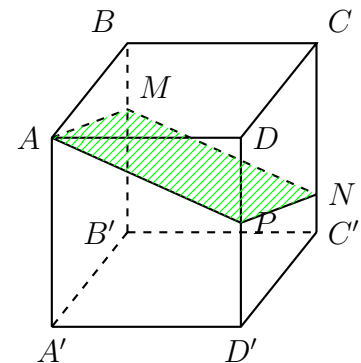
Câu 10 (THPT Gia Lộc - Hải Dương - lần 2 - 2017). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của BB' , mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần có tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn bằng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{7}{17}$. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 11 (Sở Hải Phòng - 2017). Người ta cắt một khối lập phương thành hai khối

đa diện bởi một mặt phẳng đi qua A (như hình vẽ) sao cho phần thể tích của khối đa diện chứa điểm B bằng một nửa thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $k = \frac{CN}{CC'}$.

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = \frac{2}{3}$.
C. $k = \frac{3}{4}$. D. $k = \frac{1}{2}$.



Câu 12 (THPT Trần Phú - Hà Nội - 2017). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $a = 6$ cm. Tính thể tích tứ diện $ABB'D'$.

- A. 18 cm^2 . B. 36 cm^2 . C. 6 cm^2 . D. 12 cm^2 .

Câu 13 (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai - lần 2 - 2017). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, trên mặt phẳng $(ABCD)$ lấy điểm M . Khi đó tỉ số $\frac{V_{M.A'B'C'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 14 (THPT, lần 9 - 2017). Với mỗi đỉnh của hình lập phương, xét tứ diện xác định bởi đỉnh ấy và các trung điểm của ba cạnh cùng xuất phát từ đỉnh ấy. Khi ta cắt bỏ các khối tứ diện này thì tỉ số thể tích phần còn lại so với khối lập phương bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{39}{50}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 15 (THPT Đồng Quan, Hà Nội - 2017). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , tâm O . Tính thể tích V của khối tứ diện $A.A'B'O'$ theo a .

- A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 16 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội - 2017). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Trên các tia AA', AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N, P khác A sao cho $AM = m, AN = n, AP = p$ và (MNP) đi qua đỉnh C' . Tính thể tích nhỏ nhất V của khối tứ diện $A.MNP$.

- A. $V = \frac{27}{8}$. B. $V = \frac{27}{4}$. C. $V = \frac{2}{9}$. D. $V = \frac{9}{2}$.

Câu 17 (Tạp chí THPT, lần 8 - 2017). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm của tam giác BCD' . Tính thể tích V của khối chóp $G.ABC'$.

- A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{1}{6}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{1}{18}$.

Câu 18 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2, 2017). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD' . Tính, theo V , thể tích của khối chóp $G.ABC'$.

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{6}$. C. $\frac{V}{12}$. D. $\frac{V}{18}$.

Câu 19 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3, 2017). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Tính tỉ số thể tích của khối chóp $O.A'B'C'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 20 (THPT Tiên Hưng, Thái Bình). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối tứ diện $ACD'B'$.

- A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 21 (THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, lần 3). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a$. Diện tích tam giác $A'DC$ bằng $\frac{a^2\sqrt{13}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp $A'.BCC'B'$.

- A. $\frac{8a^3\sqrt{13}}{39}$. B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $6a^3$.

Câu 22 (Sở GD và ĐT Bình Phước). Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A. $V = 6V_1$. B. $V = 4V_1$. C. $V = 3V_1$. D. $V = 2V_1$.

Câu 23 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng, mã đề 224). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm $A'B'$, N là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối tứ diện $ADMN$.

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 24 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM VII). Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a . Tính thể tích khối chóp tứ giác $D.ABC'D'$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 25 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng, mã đề 224). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm $A'B'$, N là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối tứ diện $ADMN$.

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 26 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM VII). Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a . Tính thể tích khối chóp tứ giác $D.ABC'D'$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 27 (THPT Phan Bội Châu - Đắk Lắk - lần 2 - 2017). Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết khối chóp $A.BB'D'D$ có thể tích bằng 5 cm^3 .

- A. 15 cm^3 . B. 10 cm^3 . C. 40 cm^3 . D. 25 cm^3 .

ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. D	4. C	5. A	6. A	7. B	8. D	9. D	10. C
11. B	12. B	13. C	14. C	15. B	16. D	17. D	18. D	19. C	20. A
	21. B	22. A	23. C	24. A	25. C	26. A	27. A		