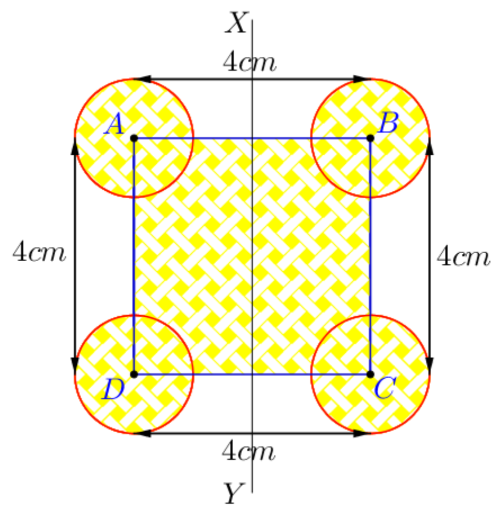
ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Biên soạn: Vũ Hồng Quý

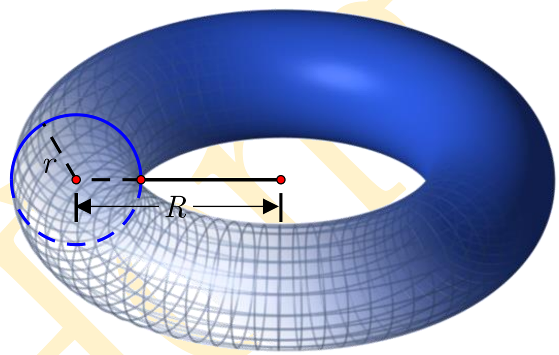
Bài toán 1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $4cm$. Tại bốn đỉnh A, B, C, D ng ười ta vẽ lần lượt bốn đường tròn có bán kính bằng nhau và bằng $1cm$. Tính thể tích phần được tô màu khi quay hình phẳng xung quanh trục XY.



A. $V = 6\pi^2 + 16\pi$. **B.** $V = 10\pi^2 + \frac{20\pi}{3}$.

C. $V = 8\pi^2 + \frac{44}{3}\pi$. **D.** $V = 6\pi^2 + \frac{52\pi}{3}$.

Bài toán 2. Một hình xuyến dạng cái phao có kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của hình đó theo R và r.



A. $V = 2\pi^2 r^2 R$. **B.** $V = 2\pi^2 r R^2$. **C.** $V = \pi^2 r^2 R$. **D.** $V = \pi^2 r R^2$.

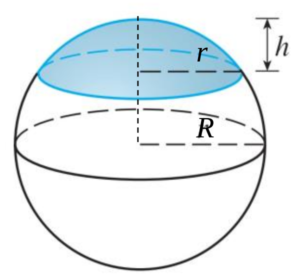
Bài toán 3. Cho một khối chỏm cầu (S) có bán kính R và chiều cao h. Tính thể tích V của khối chỏm cầu (S)

A. $V = \pi h^2\left(R + \frac{h}{3}\right)$.

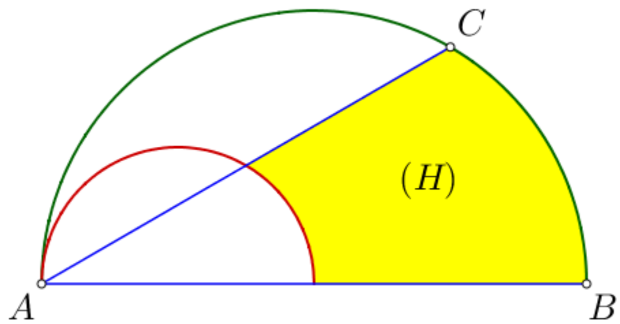
B. $V = \pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right)$.

C. $V = \pi h^2\left(R + \frac{h}{2}\right)$.

D. $V = \pi h^2\left(R - \frac{h}{2}\right)$.



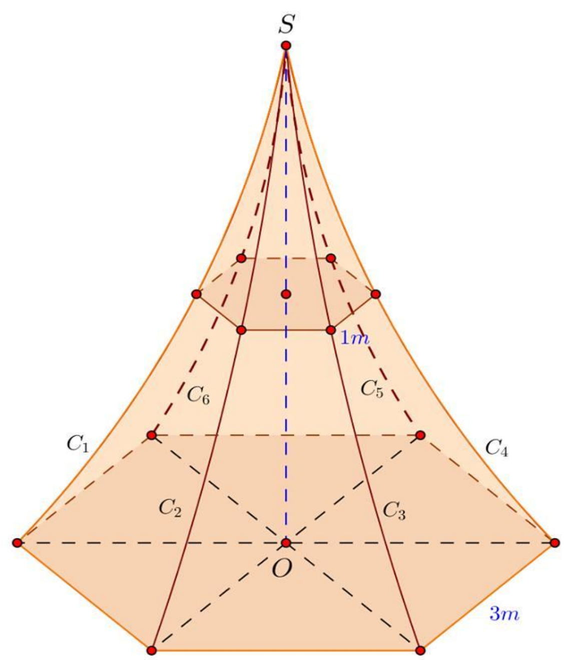
Bài toán 4 (Sở GD Hà Tĩnh). Ta vẽ nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và $BAC = 30^o$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.



A. $\frac{620}{3}\pi$. **B.** $\frac{784}{3}\pi$.

C. 279π. **D.** $\frac{325}{3}\pi$.

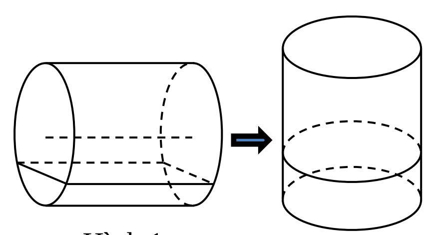
Bài toán 5 (Quốc học Huế-L2). Người ta dựng một cái lều vải (H) có dạng hình "chóp lục giác cong đều" như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình lục giác đều cạnh $3m$. Chiều cao $SO = 6m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO. Giả sử giao tuyến (nếu có) của (H) với mặt phẳng (P) qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh $1m$. Tính thể tích phần không gian nằm bên trong cái lều (H) đó.



A. $\frac{135\sqrt{3}}{5}(m^3)$. **B.** $\frac{96\sqrt{3}}{5}(m^3)$.

C. $\frac{135\sqrt{3}}{4}(m^3)$. **D.** $\frac{135\sqrt{3}}{8}(m^3)$.

Bài toán 6 (Sở GD Vĩnh Phúc): Một thùng đựng nước có dạng hình trụ có chiều cao *h* và bán kính đáy bằng R. Khi đặt thùng nước nằm ngang như hình 1 thì khoảng cách từ trục hình trụ tới mặt nước bằng $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ (mặt nước thấp hơn trục của hình trụ). Khi đặt thùng nước thẳng đứng như hình 2 thì chiều cao của mực nước trong thùng là h_1. Tính tỉ số $\frac{h_1}{h}$.



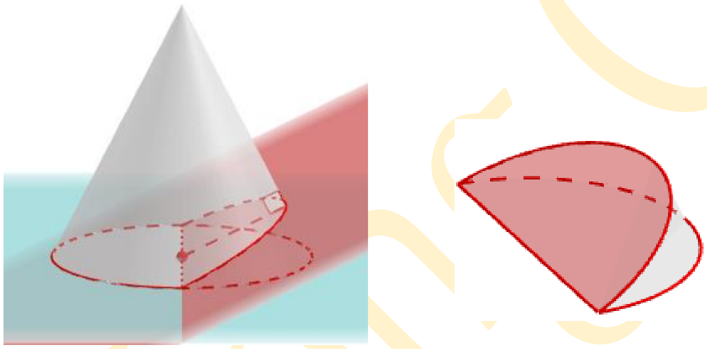
Hình 1 Hình 2

A. $\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{\pi - \sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{2\pi - \sqrt{3}}{12}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Bài toán 7. Câu lạc bộ bóng đá AS Roma dự định xây dựng SVĐ mới có tên là **Stadio della Roma** để làm sân nhà của đội bóng thay thế cho sân bóng **Olimpico**. Hệ thống mái của SVĐ **Stadio della Roma** dự định được xây dựng có dạng hai hình elip như hình bên với hình elip lớn bên ngoài có độ dài trục lớn là 146 mét, độ dài trục nhỏ là 108 mét, hình elip nhỏ bên trong có độ dài trục lớn là 110 mét, độ dài trục nhỏ là 72 mét. Giả sử chi phí vật liệu là $100€$ mỗi mét vuông. Tính chi phí cần thiết để xây dựng hệ thống mái sân.

A. $98100€$.   **B.** $98100\pi€$.
C. $196200€$.   **D.** $196200\pi€$.

Bài toán 8. Một khối nón (N) có bán kính đáy r, thiết diện qua đỉnh và vuông góc với mặt phẳng đáy là một tam giác đều. Cắt khối nón bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và vuông góc với đường sinh của khối nón để lấy một cái nêm (xem hình vẽ).



Kí hiệu V là thể tích cái nêm. Thể tích V là ?

A. $V = \dfrac{r^3}{2\sqrt{3}}$.   **B.** $V = \dfrac{r^3}{\sqrt{3}}$.   **C.** $V = \dfrac{\pi r^3}{2\sqrt{3}}$.   **D.** $V = \dfrac{\pi r^3}{\sqrt{3}}$.

ĐÁP ÁN

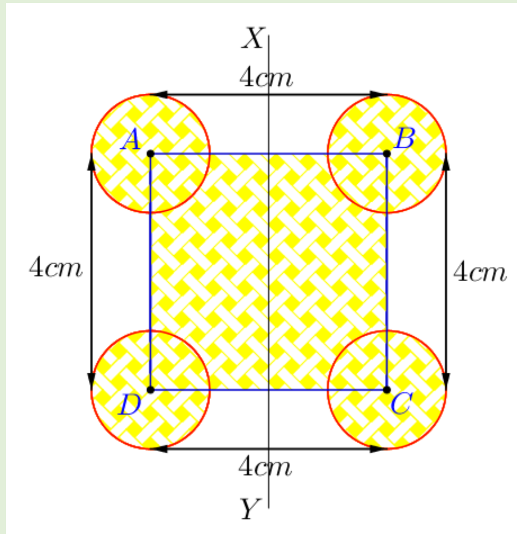
1-D	2-A	3-B	4-B	5-D	6-A	7-D	8-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài toán 1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $4cm$. Tại bốn đỉnh $A,\ B,\ C,\ D$ ng ười ta vẽ lần lượt bốn đường tròn có bán kính bằng nhau và bằng $1cm$. Tính thể tích phần được tô màu khi quay hình phẳng xung quanh trục XY.

A. $V = 6\pi^2 + 16\pi$. **B.** $V = 10\pi^2 + \dfrac{20\pi}{3}$.

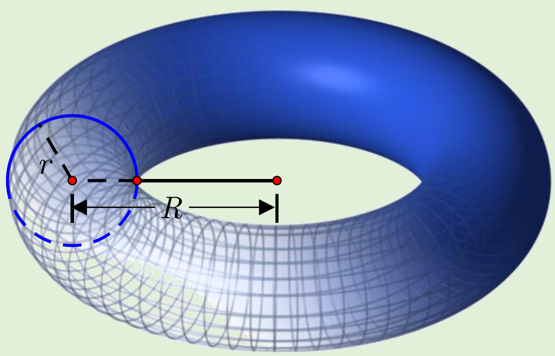
C. $V = 8\pi^2 + \dfrac{44}{3}\pi$. **D.** $V = 6\pi^2 + \dfrac{52\pi}{3}$.



Hướng dẫn giải

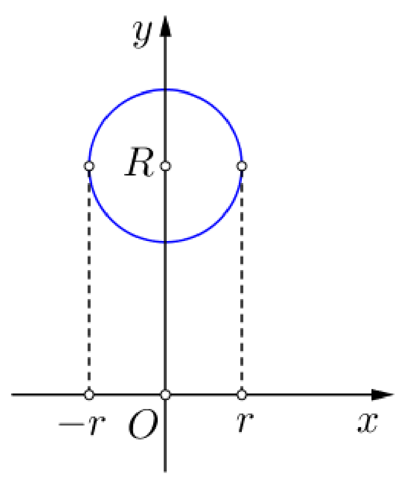
Trước khi đến với lời giải của bài toán này chúng ta sẽ cùng giải ***Bài toán 2*** như sau:

Bài toán 2. Một hình xuyến dạng cái phao có kích thước như hình vẽ. Tính thể tích của hình đó theo R và r.



A. $V = 2\pi^2 r^2 R$. **B.** $V = 2\pi^2 r R^2$. **C.** $V = \pi^2 r^2 R$. **D.** $V = \pi^2 r R^2$.

Hướng dẫn giải



Xét hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ.

Khi đó hình xuyến dạng cái phao được tạo ra khi ta quay đường tròn tâm $(0;R)$ và bán kính r xung quanh trục Ox.

$\Rightarrow$ Phương trình đường tròn $x^2 + (y-R)^2 = r^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = R + \sqrt{r^2 - x^2} \\ y = R - \sqrt{r^2 - x^2} \end{cases}$.

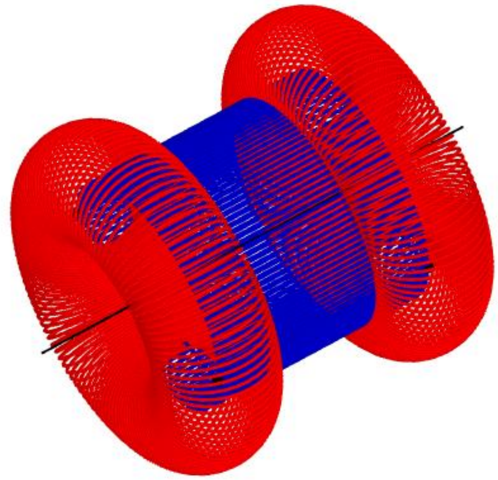
$$\Rightarrow V = \pi \int_{-r}^{r} \left| \left(R + \sqrt{r^2 - x^2}\right)^2 - \left(R - \sqrt{r^2 - x^2}\right)^2 \right| \mathrm{dx} = 4\pi R \int_{-r}^{r} \sqrt{r^2 - x^2}\,\mathrm{dx}.$$

Đặt $x = r\sin t \Leftrightarrow \mathrm{dx} = r\cos t\mathrm{dt} \xrightarrow[-r \to -\frac{\pi}{2}]{r \to \frac{\pi}{2}} V = 4\pi R \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (r\cos t)^2\,\mathrm{dt}$

$$= 2\pi r^2 R\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)\,\mathrm{dt} = 2\pi r^2 R\left(t+\frac{\sin 2\mathrm{t}}{2}\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 2\pi^2 r^2 R$$ → **Đáp án A.**

Vậy ta có công thức tính thể tích của một hình xuyến dạng cái phao có kích thước như hình vẽ là:

$$\boxed{V = 2\pi^2 r^2 R}$$



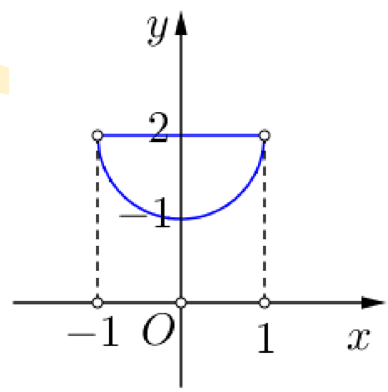
Quay trở lại với ***Bài toán 1*** ta có vật thể được tạo thành khi quay hình phẳng xung quanh trục XY có hình dạng như hình bên.

Khi đó thể tích vật thể được tạo thành sẽ bằng tổng thể tích của hình trụ có bán kính $R = 2$, chiều cao $h = 4$ và 2 hình xuyến dạng cái phao có $R = 2,\ r = 1$ trừ đi 2 lần thể tích của $\frac{1}{2}$ nửa bên trong hình xuyến dạng cái phao có $R = 2,\ r = 1$.

Vậy $V_{(H)} = \pi.2^2.4 + 2.2\pi^2.1^2.2 - V' = 8\pi^2 + 16\pi - V'$.

Với V' là thể tích một nửa bên trong của hình xuyến dạng cái phao có $R = 2,\ r = 1$.

$\Rightarrow V'$ là thể tích của nửa hình tròn tâm $I(0;2)$, bán kính $r = 1$ quay xung quanh trục Ox như hình vẽ.



$$\Rightarrow V' = \pi\int_{-1}^{1}\left|2^2 - \left(2-\sqrt{1-x^2}\right)^2\right|\mathrm{dx} = \pi\int_{-1}^{1}\left(x^2 - 1 + 4\sqrt{1-x^2}\right)\mathrm{dx} = 2\pi^2 - \frac{4}{3}\pi$$

(Cách tính tương tự như khi chúng ta tính thể tích cái phao trên).

Vậy $V_{(H)} = 8\pi^2 + 16\pi - \left(2\pi^2 - \frac{4}{3}\pi\right) = 6\pi^2 + \frac{52\pi}{3}$. → **Đáp án D.**

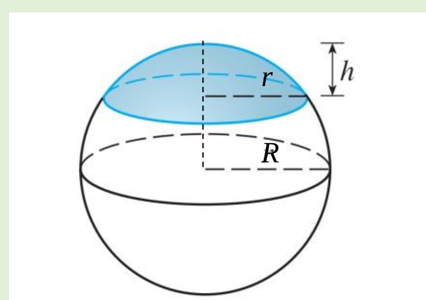
Bài toán 3. Cho một khối chỏm cầu (S) có bán kính R và chiều cao h. Tính thể tích V của khối chỏm cầu (S)

A. $V = \pi h^2\left(R + \frac{h}{3}\right)$.

B. $V = \pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right)$.

C. $V = \pi h^2\left(R + \frac{h}{2}\right)$.

D. $V = \pi h^2\left(R - \frac{h}{2}\right)$.



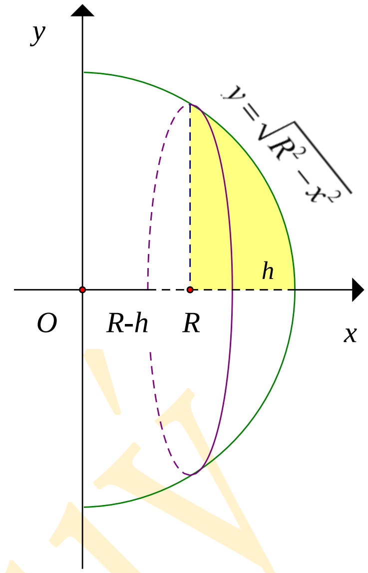
Hướng dẫn giải

Ta có khối chỏm cầu thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi

$\begin{cases} y = \sqrt{R^2 - x^2} \\ x = R - h, (0 < h \le R) \end{cases}$ quanh trục Ox

$$\Rightarrow V_{(S)} = \pi \int_{R-h}^{R} \left(R^2 - x^2\right) dx = \pi \left(R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Bigg|_{R-h}^{R}$$

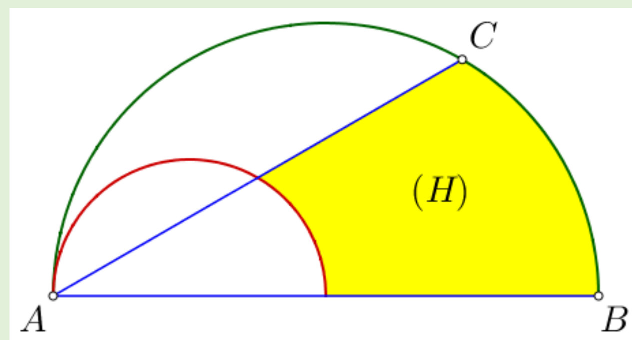
$$= \pi \left[R^3 - \frac{R^3}{3} - R^2 (R-h) + \frac{(R-h)^3}{3} \right] = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right).$$



→ Đáp án B.

Chú ý: *Ta có thể mở rộng công thức khi đề bài cho dữ kiện theo cách khác:* $V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \frac{\pi h}{6}\left(h^2 + 3r^2\right)$ *(với r là bán kính đường tròn đáy của chỏm cầu)*

Bài toán 4 (Sở GD Hà Tĩnh). Ta vẽ nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và $\widehat{BAC} = 30^o$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.



A. $\frac{620}{3}\pi$. **B.** $\frac{784}{3}\pi$.

C. 279π. **D.** $\frac{325}{3}\pi$.

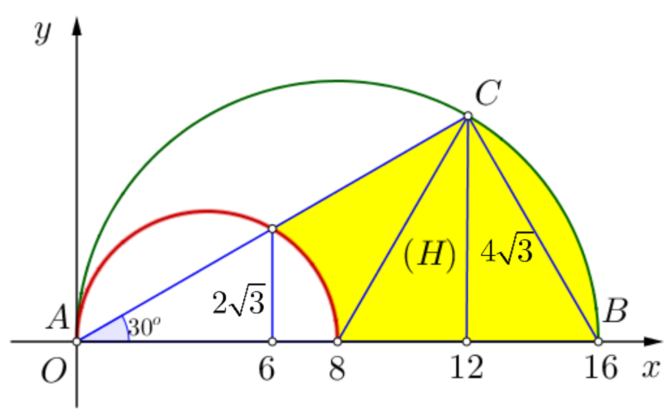
Hướng dẫn giải

Cách 1. Dựng hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ.

Ta có $\frac{1}{2}S = 32\pi \Leftrightarrow \pi R^2 = 64\pi \Leftrightarrow R = 8 \Rightarrow r = \frac{R}{2} = 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} (C): y = \sqrt{64 - (x-8)^2} \\ (C'): y = \sqrt{16 - (x-4)^2} \end{cases}$$

$\widehat{BAC} = 30^o \Rightarrow \widehat{BAC} = 30^o \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $AC: y = x.\tan 30^o \Leftrightarrow y = \frac{x}{\sqrt{3}}$.



Vậy thể tích vật thể cần tính là: $V = \pi \left(\int_6^{12} \frac{x^2}{3} \mathrm{d}x + \int_{12}^{16} \left(64 - (x-8)^2\right) \mathrm{d}x - \int_6^8 \left(16 - (x-4)^2\right) \mathrm{d}x \right) \xrightarrow{casio} \frac{784}{3}\pi$

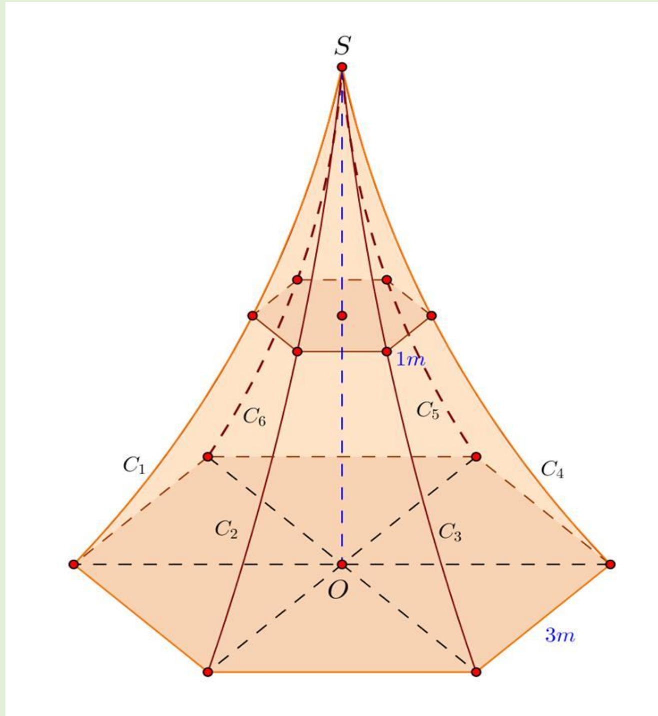
→ Đáp án B.

<u>**Cách 2**</u>. Ta có thể tích vật thể cần tính bằng tổng thể tích khối nón cụt có bán kính đáy lớn $R = 4\sqrt{3}$, bán kính đáy nhỏ $r = 2\sqrt{3}$, chiều cao $h = 6$ và khối chỏm cầu có chiều cao $h = 4$, bán kính $R = 8$ trừ thể tích khối chỏm cầu có chiều cao $h = 2$, bán kính $R = 4$.

Vậy suy ra $V = \pi\left[\frac{1}{3}.6\left(\left(4\sqrt{3}\right)^2 + 4\sqrt{3}.2\sqrt{3} + \left(2\sqrt{3}\right)^2\right) + 4^2\left(8 - \frac{4}{3}\right) - 2^2\left(4 - \frac{2}{3}\right)\right] = \frac{784}{3}\pi \rightarrow$ **Đáp án B.**

<u>Bài toán 5 (Quốc học Huế-L2).</u> Người ta dựng một cái lều vải (H) có dạng hình "chóp lục giác cong đều" như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình lục giác đều cạnh $3m$. Chiều cao $SO = 6m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO. Giả sử giao tuyến (nếu có) của (H) với mặt phẳng (P) qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh $1m$. Tính thể tích phần không gian nằm bên trong cái lều (H) đó.

A. $\frac{135\sqrt{3}}{5}\left(m^3\right)$.
B. $\frac{96\sqrt{3}}{5}\left(m^3\right)$.
C. $\frac{135\sqrt{3}}{4}\left(m^3\right)$.
D. $\frac{135\sqrt{3}}{8}\left(m^3\right)$.

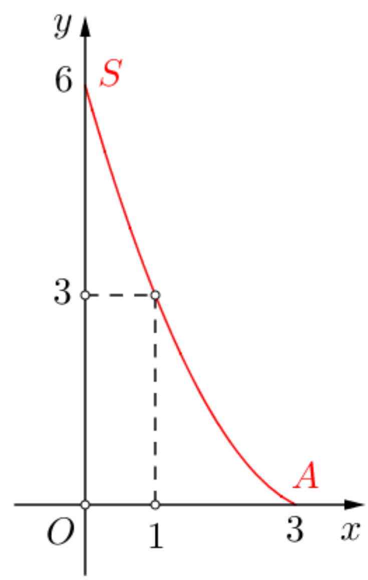


Hướng dẫn giải

Chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ.

Gọi phương trình parabol của (C_1) là:

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} 0 = 9a + 3b + c \\ 3 = a + b + c \\ 6 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{7}{2} \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 6.$$

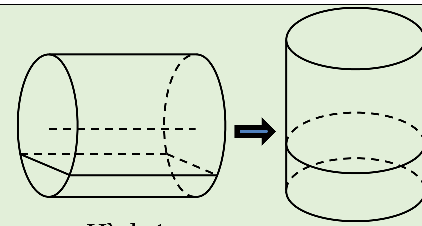


Khi cắt (H) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Oy tại điểm có tung độ $y,\ (0 < y \le 6)$ ta được thiết diện là một hình lục giác đều có độ dài cạnh x xác định bởi $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 6$.

Do $0 < x \le 3 \Rightarrow x = \frac{7 - \sqrt{1+8y}}{2} \Rightarrow S(y) = 6.\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\frac{7 - \sqrt{1+8y}}{2}\right)^2$.

Vậy thể tích túp lều là: $V = \int_0^6 S(y)\,\mathrm{d}y = \int_0^6 \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\frac{7 - \sqrt{1+8y}}{2}\right)^2 \mathrm{d}y = \frac{135\sqrt{3}}{8}\left(m^3\right) \rightarrow$ **Đáp án D.**

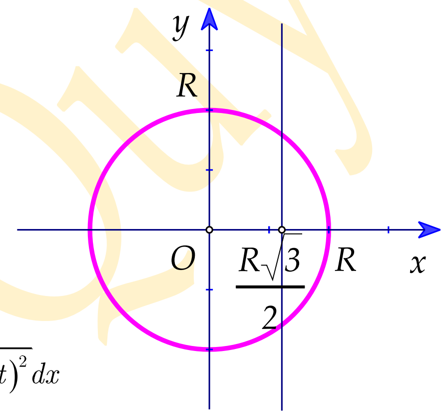
Bài toán 6 (Sở GD Vĩnh Phúc): Một thùng đựng nước có dạng hình trụ có chiều cao *h* và bán kính đáy bằng R. Khi đặt thùng nước nằm ngang như hình 1 thì khoảng cách từ trục hình trụ tới mặt nước bằng $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ (mặt nước thấp hơn trục của hình trụ). Khi đặt thùng nước thẳng đứng như hình 2 thì chiều cao của mực nước trong thùng là h_1. Tính tỉ số $\frac{h_1}{h}$.



Hình 1 Hình 2

A. $\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{\pi - \sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{2\pi - \sqrt{3}}{12}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Hướng dẫn giải



Thể tích lượng nước có trong thùng ở hình 1 là: $V = S.h$

Thể tích lượng nước có trong thùng ở hình 2 là: $V' = S'.h_1$

Do $V = V' \Rightarrow \frac{h_1}{h} = \frac{S}{S'} = \frac{S}{\pi R^2}$.

Trong đó S là diện tích chỏm cầu trong hình bên $\Rightarrow S = 2\pi \int_{\frac{R\sqrt{3}}{2}}^{R} \sqrt{R^2 - x^2}\,dx$.

Đặt $x = R\sin t \Leftrightarrow dx = R\cos t dt \xrightarrow[x=\frac{R\sqrt{3}}{2} \to t=\frac{\pi}{3}]{x=R\to t=\frac{\pi}{2}} S = 2\pi \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} R\cos t\sqrt{R^2 - (R\sin t)^2}\,dx$

$$= 2\pi \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (R\cos t)^2\,dx = 2\pi R^2 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2t}{2}\,dx = 2\pi R^2 \left(\frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4}\right)\Bigg|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = \pi R^2 \left(\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12}\right).$$

Vậy suy ra $\frac{h_1}{h} = \frac{S}{\pi R^2} = \frac{\pi R^2\left(\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12}\right)}{\pi R^2} = \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12}$ $\rightarrow$ **Đáp án A.**

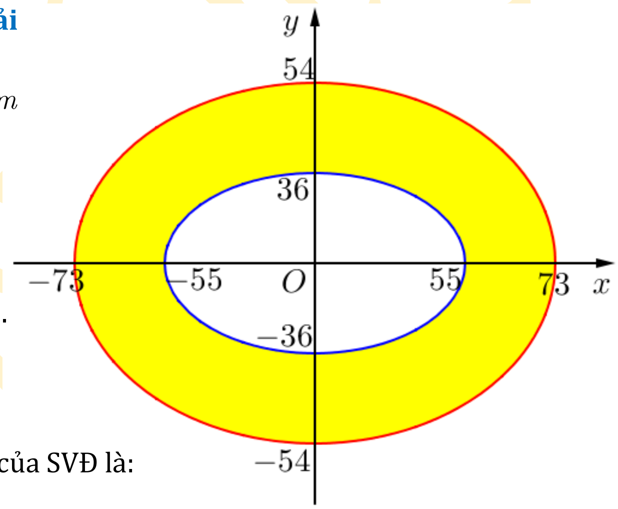
Chú ý: *Ta có CT tính nhanh diện tích, thể tích chỏm cầu* (S) *có bán kính* R *và chiều cao h như sau:*

$$\begin{cases} S = \pi R^2\left(\frac{\pi}{2} - \gamma - \frac{h}{R}\cos\gamma\right) \\ V = \pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right) \end{cases} \text{với } \gamma = \arcsin\frac{h}{R}.$$

Bài toán 7. Câu lạc bộ bóng đá AS Roma dự định xây dựng SVĐ mới có tên là **Stadio della Roma** để làm sân nhà của đội bóng thay thế cho sân bóng **Olimpico**. Hệ thống mái của SVĐ **Stadio della Roma** dự định được xây dựng có dạng hai hình elip như hình bên với hình elip lớn bên ngoài có độ dài trục lớn là 146 mét, độ dài trục nhỏ là 108 mét, hình elip nhỏ bên trong có độ dài trục lớn là 110 mét, độ dài trục nhỏ là 72 mét. Giả sử chi phí vật liệu là $100€$ mỗi mét vuông. Tính chi phí cần thiết để xây dựng hệ thống mái sân.

A. $98100€$. **B.** $98100\pi€$.
C. $196200€$. **D.** $196200\pi€$.

Hướng dẫn giải



Cách 1: Dùng ứng dụng tích phân.

Hình elip lớn có độ dài trục lớn là $146m$, độ dài trục nhỏ là $108m$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 73 \\ b = 54 \end{cases} \Rightarrow \text{PT } (E_1): \frac{x^2}{73^2} + \frac{y^2}{54^2} = 1 \Leftrightarrow y = \pm 54\sqrt{1 - \frac{x^2}{73^2}}.$$

Hình elip nhỏ có độ dài trục lớn là $110m$, độ dài trục nhỏ là

$$72m \Rightarrow \begin{cases} a = 55 \\ b = 36 \end{cases} \Rightarrow \text{PT } (E_2): \frac{x^2}{55^2} + \frac{y^2}{36^2} = 1 \Leftrightarrow y = \pm 36\sqrt{1 - \frac{x^2}{55^2}}.$$

Do tính đối xứng của hình elip nên ta có diện tích hệ thống mái của SVĐ là:

$$S = 4\left(\int_0^{73} 54\sqrt{1 - \frac{x^2}{73^2}}dx - \int_0^{55} 36\sqrt{1 - \frac{x^2}{55^2}}dx \right) \xrightarrow{\text{Casio}} S = 1962\pi \left(m^2\right)$$

$\Rightarrow$ Chi phí cần thiết để xây dựng hệ thống mái sân bằng $100S = 196200\pi\,(€) \rightarrow$ **Đáp án D**.

***Cách 2**: Áp dụng CT tính diện tích hình elip $S = \pi ab$.*

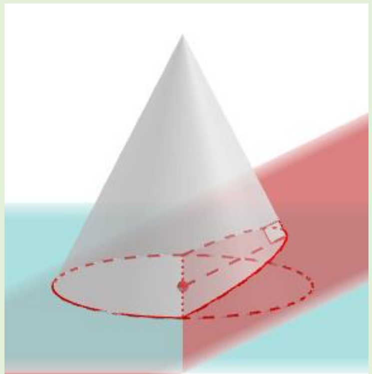
+) Hình elip lớn có $\begin{cases} a = 73 \\ b = 54 \end{cases} \Rightarrow S_1 = \pi.73.54 = 3942\pi \left(m^2\right)$.

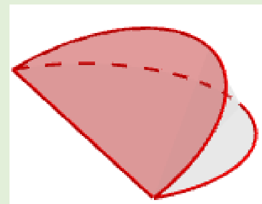
+) Hình elip nhỏ có $\begin{cases} a = 55 \\ b = 36 \end{cases} \Rightarrow S_2 = \pi.55.36 = 1980\pi \left(m^2\right)$.

Vậy diện tích hệ thống mái của SVĐ là: $S = S_1 - S_2 = 1962\pi \left(m^2\right)$.

$\Rightarrow$ Chi phí cần thiết để xây dựng hệ thống mái sân bằng $100S = 196200\pi\,(€) \rightarrow$ **Đáp án D**.

Bài toán 8. Một khối nón (N) có bán kính đáy r, thiết diện qua đỉnh và vuông góc với mặt phẳng đáy là một tam giác đều. Cắt khối nón bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và vuông góc với đường sinh của khối nón để lấy một cái nêm (xem hình vẽ).

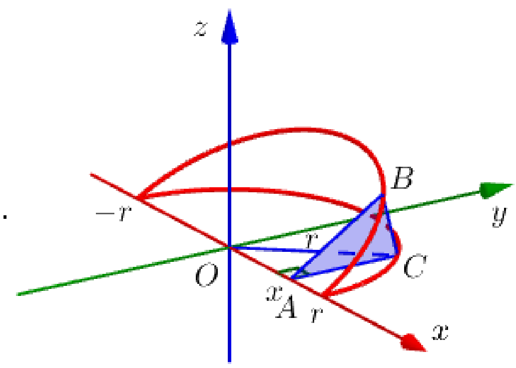




Kí hiệu V là thể tích cái nêm. Thể tích V là ?

A. $V=\dfrac{r^3}{2\sqrt{3}}$. **B.** $V=\dfrac{r^3}{\sqrt{3}}$. **C.** $V=\dfrac{\pi r^3}{2\sqrt{3}}$. **D.** $V=\dfrac{\pi r^3}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

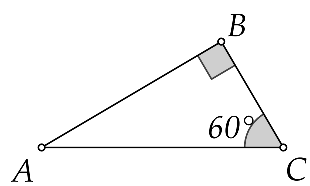


Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ và cắt cái nêm bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ta được một thiết diện là một tam giác vuông ABC như hình vẽ

$\Rightarrow$Thể tích V của cái nêm cần tính là: $V=\int_{-r}^{r}S(x)\,dx$ với $S(x)=S_{\Delta ABC}$.

ΔABC vuông tại $B \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC$.

ΔOAC vuông tại $A \Rightarrow AC=\sqrt{r^2-x^2}$



$$\Rightarrow \begin{cases} BC=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{1}{2}\sqrt{r^2-x^2} \\ AB=AC.\sin 60^o=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{r^2-x^2} \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{8}\left(r^2-x^2\right).$$

Vậy $V=\int_{-r}^{r}S(x)\,dx=\dfrac{\sqrt{3}}{8}\int_{-r}^{r}\left(r^2-x^2\right)dx=\dfrac{\sqrt{3}}{8}\left(r^2.x-\dfrac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-r}^{r}=\dfrac{r^3}{2\sqrt{3}}$. $\rightarrow$ **Đáp án A.**

CẢM ƠN CÁC BẠN ĐÃ ĐỌC TÀI LIỆU