

CÔNG THỰC GIẢI NHANH CHƯƠNG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

I. DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

Chu kì: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{t}{N}$; tần số: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{N}{t}$ (N là số dao động trong thời gian t)

- **1. Phương** trình dao động: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$
- **2. Vận tốc** tức thời: $v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$
- **3. Gia tốc** tức thời: $a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$

 \vec{a} luôn hướng về vị trí cân bằng và a luôn ngược pha x và vuông pha với v

4. Vật ở VTCB:
$$x = 0$$
; $|v|_{max} = \omega A$; $|a|_{min} = 0$

Vật ở biên:
$$x = \pm A$$
; $|v|_{min} = 0$; $|a|_{max} = \omega^2 A$

5. Hệ thức độc lập:
$$A^2 = x^2 + (\frac{v}{\omega})^2$$
 hoặc $\frac{v^2}{\omega^2 A} + \frac{a^2}{\omega^4 A^2} = 1$

6. Co năng:
$$W = W_d + W_t = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = W_{dmax} = W_{tmax}$$

Với:
$$W_d = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = W \sin^2(\omega t + \varphi)$$
 (động năng)

$$W_{t} = \frac{1}{2}m\omega^{2}A^{2}cos^{2}(\omega t + \varphi) = Wcos^{2}(\omega t + \varphi) \text{ (thể năng)}$$

7. Dao động điều hoà có tần số góc là ω , tần số f, chu kỳ T.

 \Rightarrow động năng và thế năng biến thiên với tần số góc 2ω , tần số 2f, chu kỳ T/2.

8. Lực hồi phục là lực đưa vật về VTCB

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$
 độ lớn $F = k|x|$

ở VTCB
$$F = 0$$
; ở vị trí biên $F_{max} = kA$

9. Chiều dài quỹ đạo: L = 2A

10. Quãng đường vật đi được

1 chu kỳ luôn là
$$s = 4A$$

$$1/2$$
 chu kỳ luôn là s = $2A$

1/4 chu kỳ là s = A khi vật đi từ VTCB đến vị trí biên hoặc ngược lại





Quãng đường vật đi được từ thời điểm t₁ đến t₂

$$\text{X\'ac định: } \begin{cases} x_{_1} = A\cos\left(\omega t_{_1} + \phi\right) \\ v_{_1} = -\omega sin\left(\omega t_{_1} + \phi\right) \end{cases} \text{và} \begin{cases} x_{_1} = A\cos\left(\omega t_{_1} + \phi\right) \\ v_{_1} = -\omega sin\left(\omega t_{_1} + \phi\right) \end{cases} \text{(v_1 và v_2 chỉ cần xác định dấu)}$$

- Phân tích: $t_2 t_1 = nT + \Delta t \ (0 \le \Delta t \le T)$
- Quãng đường đi được trong thời gian nT là $s_1 = 4$ nA, trong thời gian Δt là s_2
- Quãng đường tổng cộng là $s = s_1 + s_2$

11. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ: x_1 đến x_2 (giả sử $x_1 > x_2$)

$$\Delta t = \frac{\Delta \phi}{\omega} = \frac{\left|\phi_2 - \phi_1\right|}{\omega}; \text{ V\'oi: } \begin{cases} \cos \phi_1 = \frac{x_1}{A} \\ \cos \phi_2 = \frac{x_2}{A} \end{cases} \left(0 \le \phi_1, \phi_2 \le \pi\right)$$

12. Số lần qua một vị trí x_0 trong khoảng thời gian Δt

Phân tích: $\Delta t = nT + t_0 (0 \le t_0 \le T)$

- Số lần vật đi qua vị trí x0 trong thời gian nT là N₁ = 2.n
- Ta tính số lần vật đi qua vị trí x₀ trong thời gian t₀ bằng cách sau:
 - + Tính li độ x_1 và dấu của vận tốc v_1 tại thời điểm t_1 + nT
 - + Tính li độ x₂ và dấu của vận tốc v₂ tại thời điểm t₂
 - + Biểu diễn x_1 , x_2 trên trục Ox để xác định vật có đi qua vị trí x_0 lần nào nữa hay không (N_2) .
- Từ đó ta tìm được số lần vật đi qua vị trí x_0 trong thời gian Δt : $N = N_1 + N_2$

Lưu ý: Trong 1 chu kì thì vật qua vị trí các vị trí biên 1 lần, các vị trí khác 2 lần.

13. Tìm vị trí li độ, vận tốc khi

•
$$W_d = nW_t$$
: $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$; $v = \pm \omega A \sqrt{\frac{n}{n+1}}$

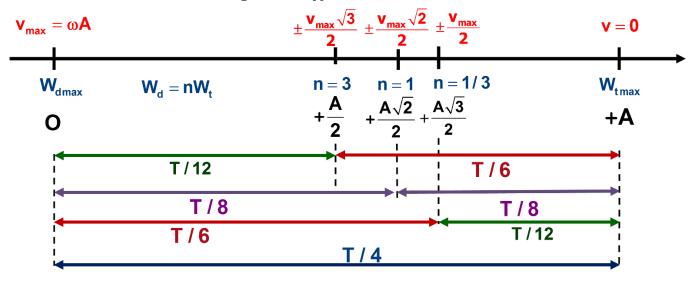
•
$$W_t = nW_d$$
: $x = \pm A\sqrt{\frac{n}{n+1}}$; $v = \pm \frac{\omega A}{\sqrt{n+1}}$

Chú ý: Áp dụng được cho cả con lắc lò xo và con lắc đơn dao động điều hòa.





Ghi nhớ sơ đô sau để giải bài tập nhanh hơn:



Thời gian giữa hai lần liên tiếp $W_d = W_t$ là T/2

II. CON LẮC LÒ XO

Tần số góc:
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
; chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$; tần số: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

1. Cơ năng:
$$W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \text{const}$$

2. Độ biến dạng của lò xo thẳng đứng khi vật ở VTCB :
$$\Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

3. Độ biến dạng của lò xo khi vật ở VTCB với con lắc lò xo nằm trên mặt phẳng nghiêng

có góc nghiêng
$$\alpha$$
: $\Delta l = \frac{mg \sin \alpha}{k} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g \sin \alpha}}$

4. Chiều dài lò xo

Chiều dài lò xo tại VTCB: l_{cb} = l₀ + ∆l (l₀ là chiều dài tự nhiên)

Dao động theo phương ngang: $I_{min} = I_0 - A$; $I_{max} = I_0 + A$

Dao động theo phương thẳng đứng:

- Chiều dài cực tiểu (khi vật ở vị trí cao nhất): $I_{min} = I_0 + \Delta I A$
- Chiều dài cực đại (khi vật ở vị trí thấp nhất): $I_{max} = I_0 + \Delta I + A$

$$\Rightarrow$$
 $I_{cb} = \frac{I_{max} + I_{min}}{2}$; $A = \frac{I_{max} - I_{min}}{2}$



5. Lực đàn hồi

Công thức tổng quát: $F_{dh} = k |\Delta|$

Dao động theo phương ngang: $F_{dhmin} = 0$ (tại VTCB); $F_{dhmax} = kA$ (tại vị trí biên) Dao động theo phương thẳng đứng:

- Lực đàn hồi cực đại: F_{max} = k(∆I + A)
- Lưc đàn hồi cưc tiểu:

* Nếu A
$$< \Delta I \Rightarrow F_{min} = k(\Delta I - A)$$

* Nếu A
$$\geq \Delta I \Rightarrow F_{min} = 0$$

- Lực đàn hồi ở vị trí có li độ x (gốc O tại VTCB)
 - * $F = k(\Delta l + x)$ nếu chọn chiều (+) hướng xuống.
 - * $F = k(\Delta I x)$ nếu chọn chiều (+) hướng lên.

6. Lực hồi phục (kéo về):

$$F_{hp} = -kx = -kAcos(\omega t + \varphi)$$

Mối liên hệ:
$$\left(\frac{F_{hp}}{F_{hpmax}}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2 = 1$$

7. Cắt lò xo

- Một lò xo có độ cứng k, chiều dài l được cắt thành các lò xo có độ cứng k_1 , k_2 , và chiều dài tương ứng là l_1 , l_2 , ... thì có: $kl = k_1l_1 = k_2l_2 = ...$
- Nếu cắt thành n đoạn bằng nhau (các lò xo có cùng độ cứng k') k' = nk hay $\begin{cases} T' = \frac{T}{\sqrt{n}} \\ f' = f\sqrt{n} \end{cases}$

8. Ghép lò xo:

• Nối tiếp
$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + ... \Rightarrow T^2 = T_1^2 + T_2^2; \frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} + ...$$

- Song song: $k = k_1 + k_2 + ... \Rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + ...$; $f^2 = f_1^2 + f_2^2 + ...$
- **9. Chu kì** con lắc khi treo vật m = $m_1 \pm m_2$ là: $T^2 = T_1^2 \pm T_2^2$

10. Thời gian lò xo nén và dãn trong một chu kì

- Đối với con lắc lò xo nằm ngang thì thời gian lò xo giãn bằng thời gian lò xo nén.
- Đối với con lắc lò xo treo thẳng đứng thì
 Trong một chu kì lò xo nén 2 lần và dẫn 2 lần.





Thời gian lò xo nén:
$$\Delta t = \frac{2\Delta\phi_{nen}}{\omega}\left(\cos\phi_{nen} = \frac{\Delta l}{A}\right)$$

Thời gian lò xo giãn: $\Delta t_{dan} = T - \Delta t_{nén}$

» Chú ý:

Khi A < Δ l thì thời gian lò xo dãn trong 1 chu kì là Δ t = T, thời gian lò xo nén bằng 0.

III. CON LẮC ĐƠN

1. Tân số góc:
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$
; chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$; tần số: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$

Lưu ý: khi chiều dài con lắc là $l = l_1 \pm l_2 \Rightarrow T^2 = T_1^2 \pm T_2^2$

2. Phương trình dao động khi $\alpha_0 \le 10^0$:

$$s = S_0 cos(\omega t + \varphi) hoặc \alpha = \alpha_0 cos(\omega t + \varphi) với s = \alpha I, S_0 = \alpha_0 I$$

$$\Rightarrow$$
 v = s' = -\omega S_0 sin(\omega t + \phi) = -\omega I\alpha_0 sin(\omega t + \phi)

$$\Rightarrow a = v' = -\omega^2 S_0 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 I \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha I$$

Lưu ý: S_0 đóng vai trò như A còn s đóng vai trò như x

3. Hệ thức độc lập

*
$$a = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha I$$

*
$$S_0^2 = s^2 + (\frac{v}{\omega})^2$$

*
$$\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$$

4. Vận tốc - Lực căng dây

$$\label{eq:volume} \bullet \mathring{O} \text{ li } \mathring{d} \mathring{o} \text{ g\'oc } \alpha \text{ b\'a\'t k\'i: } \begin{cases} v = \sqrt{2gI \big(\cos\alpha - \cos\alpha_0\big)} \\ T = mg \big(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0\big) \end{cases}$$

• Khi
$$\alpha_0 \le 10^0$$
 thì
$$\begin{cases} v = \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)} \\ T = mg\left(1 + \alpha_0^2 - \frac{3}{2}\alpha^2\right) \end{cases}$$



$$\text{ Khi } \vec{\sigma} \text{ vị trí biên: } \begin{cases} v_{\text{min}} = 0 \\ T_{\text{min}} = \text{mg} \cos \alpha_0 \end{cases} , \begin{cases} v_{\text{min}} = 0 \\ T_{\text{min}} = \text{mg} \bigg(1 - \frac{\alpha_0^2}{2} \bigg) \end{cases} \text{ (với } \alpha_0 \leq 10^0 \text{)}$$

• Khi ở VTCB:
$$\begin{cases} v = \sqrt{2gI \left(1 - \cos \alpha_0\right)} \\ T_{\text{max}} = mg \left(3 - 2\cos \alpha_0\right) \end{cases} ; \begin{cases} v = \alpha_0 \sqrt{gI} \\ T_{\text{max}} = mg \left(1 + \alpha_0\right) \end{cases} \text{ (với } \alpha_0 \leq 10^0\text{)}$$

5. Năng lượng của con lắc

• Động năng:
$$w_{d\alpha} = \frac{1}{2}mv_{\alpha}^2 = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

• Thế năng:
$$W_{t\alpha} = mgh_{\alpha} = mgl(1 - \cos\alpha)$$

• Cơ năng:
$$W = W_d + W_t = mgl(1 - \cos\alpha_0) = W_{dmax} = W_{tmax} = const$$

• Khi
$$\alpha_0 \le 10^0$$
 thì: $W = \frac{mgl}{2}\alpha_0^2 = \frac{mg}{2l}S_0^2 = const$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2}m\omega^{2}S_{0}^{2} = \frac{1}{2}\frac{mg}{l}S_{0}^{2} = \frac{1}{2}mgl\alpha_{0}^{2} = \frac{1}{2}m\omega^{2}l\alpha_{0}^{2}$$

6. Gia tốc:

• Gia tốc toàn phần:
$$\vec{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_n} \Leftrightarrow a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

Gia tốc hướng tâm:
$$a_n = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

Gia tốc tiếp tuyến:
$$a_t = r\gamma = -g \sin \alpha$$

• Nếu
$$\alpha_0 \le 10^{\circ}$$
 thì:

Gia tốc hướng tâm:
$$a_n = g(\alpha_0^2 - \alpha^2)$$

Gia tốc tiếp tuyến:
$$a_t = -g\alpha$$

7. Chu kì con lắc thay đổi

a. Do nhiệt độ, độ cao, độ sâu

• Thay đổi do nhiệt độ:
$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\lambda \Delta t}{2}$$
 (Δt , λ là hiệu nhiệt độ và hệ số nở dài)

• Thay đổi do độ cao:
$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta h}{R}$$
 (Δh , R: hiệu độ cao và bán kính Trái Đất)



- Thay đổi do độ cao: $\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta d}{2R}$ (Δ d, R = 6400 km: hiệu độ độ sâu và bán kính Trái Đất)
- Thay đổi gia tốc trọng trường: $\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$
- Thay đổi do chiều dài: $\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l_0}$
- Thay đổi do lực Acsimet trong không khí: $\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$ (ρ ,D: khối lượng riêng của không khí và của vật dao động)
 - » Lưu ý:

Khi đưa con lắc từ độ cao h₁ có nhiệt độ t₁ lên tới độ cao h₂ có nhiệt độ t₂ thì:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta h}{R} + \frac{1}{2} \lambda \Delta t$$

Các trường hợp khác thì tương tự

8. Thời gian nhanh chậm của đồng hồ

•Độ biến thiên chu kì: $\Delta T = T - T_0$

Với T_0 là chu kì ban đầu chạy đúng, T là chu kì lúc sau bị sai

Lưu ý: * Nếu $\Delta T > 0$ thì đồng hồ chay châm

- * Nếu $\Delta T < 0$ thì đồng hồ chay nhanh
- * Nếu $\Delta T = 0$ thì đồng hồ chạy đúng
- Thời gian chạy sai trong một ngày đêm (24h = 86400s): $\theta = \frac{\left|\Delta T\right|}{T} 86400(s)$
- 9. Con lắc đơn chịu tác dụng của các lực phụ không đổi

• TH1:
$$\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{g} \Rightarrow g' = g + |a| \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{I}{g + |a|}}$$

• TH2:
$$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{g} \Rightarrow g' = g - |a| \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{I}{g - |a|}}$$



• TH3:
$$\vec{a} \perp \vec{g} \Rightarrow \begin{bmatrix} g' = \sqrt{g^2 + a^2} \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\sqrt{g^2 + a^2}}} \\ g' = \frac{g}{\cos \alpha} \Rightarrow T' = T\sqrt{\cos \alpha} \end{bmatrix}$$

• TH4:
$$\beta = (\vec{a}, \vec{g}) \Rightarrow g' = \sqrt{a^2 + g^2 + 2|a|g\cos\beta} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g'}}$$

10. Các lực có thể gặp

- + \vec{E} thẳng đứng hướng xuống thì: g'= g + a
- $+\vec{E}$ thẳng đứng hướng lên thì: g'= g a
- + \vec{E} nằm ngang thì: $g'^2 = g^2 + a^2$

Khi con lắc dao động trong thang máy

- +Thang máy đi lên châm dần đều hoặc đi xuống nhanh dần đều: g' = g a
- +Thang máy đi lên nhanh dần đều hoặc đi xuống chậm dần đều: g' = g + a

IV. TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

Công thức tổng hợp 2 dao động điều hoà cùng phương cùng tần số

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1); x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2); x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Trong đó:
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

- ullet Độ lệch pha của 2 dao động $\Delta \phi = \phi_2 \phi_1$
 - * Nếu $\Delta \varphi = 2k\pi (x_1, x_2 \text{ cùng pha}) \Rightarrow A_{max} = A_1 + A_2$
 - * Nếu $\Delta \phi$ = $(2k+1)\pi$ $(x_1, x_2 \text{ ngược pha}) \Rightarrow A_{min} = |A_1 A_2|$
 - * Nếu $\Delta \phi = (2k+1)\pi/2$ (x₁, x₂ vuông pha) $\Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Suy ra: $|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$

>> Chú ý:

Phương pháp tổng hợp nhiều dao động thành phần Chiếu lên trục Ox và trục Oy \perp Ox





Ta được:
$$A_x = A\cos\varphi = A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2 + ...$$

$$A_{y} = A\sin\varphi = A_{1}\sin\varphi_{1} + A_{2}\sin\varphi_{2} + \dots$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \text{ và } \tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} \text{ với } \varphi \in [\varphi_{\text{Min}}; \varphi_{\text{Max}}]$$

V. DAO ĐỘNG TẮT DẦN - DAO ĐỘNG CƯỚNG BỰC-CỘNG HƯỞNG

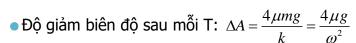
Nguyên tắc: Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng

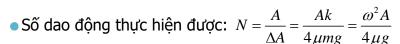
Ta có:
$$A_{F_{ms}} = F_{ms}.s = W - W_0$$

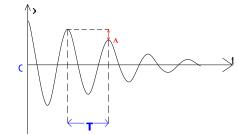
1. Một con lắc lò xo dao động tắt dần với biên độ A, hệ số ma sát μ .

• Quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại là:

$$s = \frac{kA^2}{2\mu mg} = \frac{\omega^2 A^2}{2\mu g}$$







• Thời gian vật dao động đến lúc dừng lại: $\Delta t = N.T = \frac{AkT}{4\mu mg} = \frac{\pi\omega A}{2\mu g}$

(Nếu coi dao động tắt dần có tính tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\omega}$)

2. Một con lắc đơn dao động tắt dần với biên độ góc α , hệ số ma sát μ

- Quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại là: $s = \frac{mgl\alpha_0^2}{2}$
- Độ giảm biên độ sau mỗi T: $\Delta \alpha = \frac{4F_c}{mg}$
- Số dao động thực hiện được: $N = \frac{\alpha_0}{\Delta \alpha}$
- Thời gian vật dao động đến lúc dừng lại: $\Delta t = N.T = N2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$





3. Hiện tượng cộng hưởng xảy ra khi: $f = f_0$ hay $\omega = \omega_0$ hay $T = T_0$

Với f, ω , T và f₀, ω ₀, T₀ là tần số, tần số góc, chu kỳ của lực cưỡng bức và của hệ dao động.

>>> Chú ý:

Chu kì kích thích $T=\frac{l}{v}$ với l là khoảng cách ngắn nhất giữa hai mối ray tàu hỏa, 2 ổ gà trên đường,... và v là vận tốc của xe để con lắc đặt trên xe có cộng hưởng: $v=\frac{l}{T_o}=lf_0$



Trường học Trực tuyến Sài Gòn (iss.edu.vn) có hơn 800 bài giảng trực tuyến thể hiện đầy đủ nội dung chương trình THPT do Bộ Giáo dục - Đào tạo qui định cho 8 môn học **Toán - Lý - Hóa - Sinh - Văn - Sử - Địa -Tiếng Anh** của ba lớp 10 - 11 - 12.

Các bài giảng chuẩn kiến thức được trình bày sinh động sẽ là những lĩnh vực kiến thức mới mẻ và đầy màu sắc cuốn hút sự tìm tòi, khám phá của học sinh. Bên cạnh đó, mức học phí thấp: **50.000VND/1 môn/học kì**, dễ dàng truy cập sẽ tạo điều kiện tốt nhất để các em đến với bài giảng của Trường.

Trường học Trực tuyến Sài Gòn - "Học dễ hơn, hiểu bài hơn"!