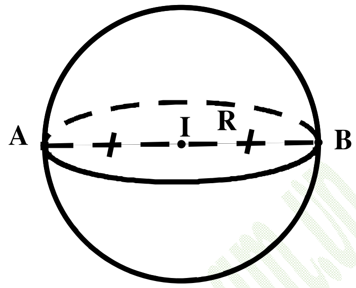
PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A - KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa



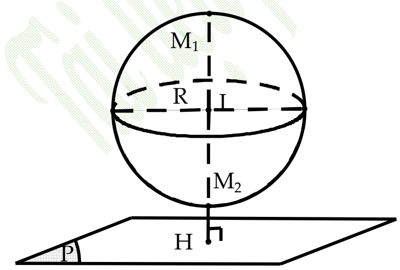
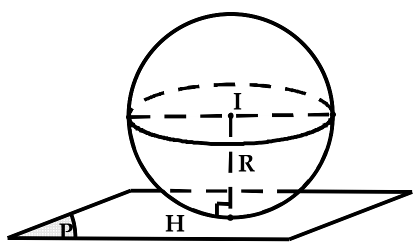
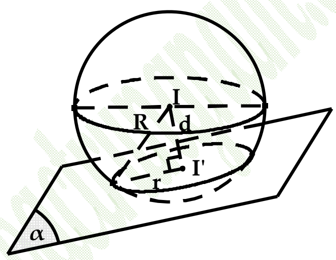
Cho điểm I cố định và một số thực dương R. Tập hợp tất cả những điểm M trong không gian cách I một khoảng R được gọi là mặt cầu tâm I, bán kính R.

Kí hiệu: $S(I;R) \Rightarrow S(I;R) = \{M \mid IM = R\}$

2. Các dạng phương trình mặt cầu

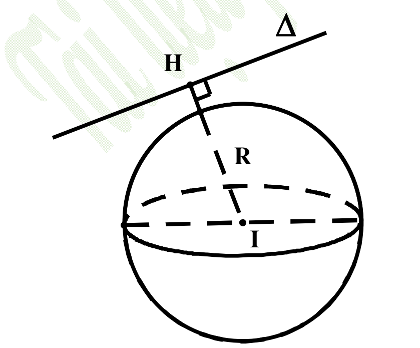
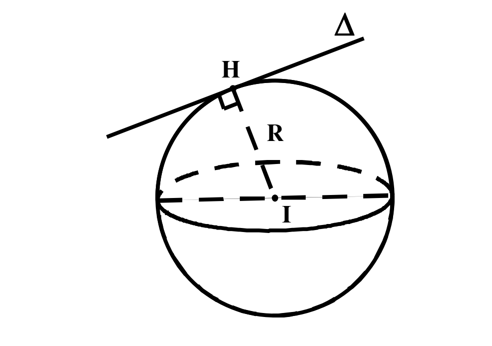
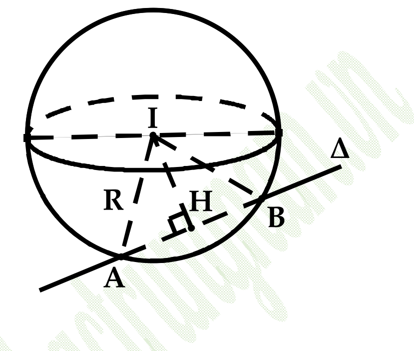
Dạng 1 : **Phương trình chính tắc** Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R > 0$. $(S):\ (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$	***Dạng 2 :*** **Phương trình tổng quát** $(S):\ x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ (2) $\Rightarrow$ *Điều kiện để phương trình (2) là phương trình mặt cầu:* $a^2+b^2+c^2-d>0$ • (S) có tâm $I(a;b;c)$. • (S) có bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

3. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng

<table>
<tr><td colspan="3">Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) $\Rightarrow$ $d=IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó :</td></tr>
<tr><td>+ Nếu $d>R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.</td><td>+ Nếu $d=R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó: (P) là mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu và H là tiếp điểm.</td><td>+ Nếu $d<R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm I' và bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Lưu ý: Khi mặt phẳng (P) đi qua tâm I thì mặt phẳng (P) được gọi là *mặt phẳng kính* và thiết diện lúc đó được gọi là *đường tròn lớn.*

4. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và đường thẳng Δ. Gọi H là hình chiếu của I lên Δ. Khi đó :		
+ $IH > R$: Δ không cắt mặt cầu.	+ $IH = R$: Δ tiếp xúc với mặt cầu. Δ là *tiếp tuyến* của (S) và H là *tiếp điểm*.	+ $IH < R$: Δ cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.
		

*** Lưu ý:** Trong trường hợp Δ cắt (S) tại 2 điểm A, B thì bán kính R của (S) được tính như sau:

+ Xác định: $d(I;\Delta) = IH$.

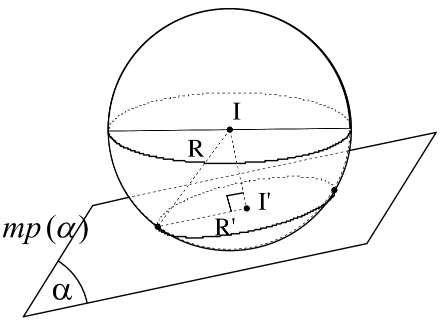
+ Lúc đó: $R = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2}$

5. Đường tròn trong không gian Oxyz

* Đường tròn (C) trong không gian $Oxyz$, được xem là giao tuyến của (S) và mặt phẳng (α).

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

(α): $Ax + By + Cz + D = 0$



* <u>Xác định tâm *I'* và bán kính *R'* của (*C*).</u>

+ Tâm $I' = d \cap (\alpha)$.

Trong đó d *là đường thẳng đi qua* I *và vuông góc với mp* (α)

+ Bán kính $R' = \sqrt{R^2 - (II')^2} = \sqrt{R^2 - [d(I;(\alpha))]^2}$

6. Điều kiện tiếp xúc:

Cho mặt cầu (S) tâm I, bán kính R.

+ Đường thẳng Δ là *tiếp tuyến* của (S) $\Leftrightarrow$ $d(I;\Delta) = R$.

+ Mặt phẳng (α) là *tiếp diện* của (S) $\Leftrightarrow$ $d(I;(\alpha)) = R$.

*** Lưu ý:** Tìm <u>*tiếp điểm*</u> $M_0(x_0;y_0;z_0)$.

Sử dụng tính chất : $\left[\begin{array}{l} IM_0 \perp d \\ IM_0 \perp (\alpha) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \overrightarrow{IM_0} \perp \vec{a}_d \\ \overrightarrow{IM_0} // \vec{n}_\alpha \end{array}\right.$

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

Dạng 1: **VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

Phương pháp:

Thuật toán 1: Bước 1: Xác định tâm $I(a;\ b;\ c)$.

Bước 2: Xác định bán kính R của (S).

Bước 3: Mặt cầu (S) có tâm $I(a;\ b;\ c)$ và bán kính R.

$$(S):\quad (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$

Thuật toán 2: Gọi phương trình $(S):\ x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Phương trình (S) *hoàn toàn xác định* nếu biết được $a,\ b,\ c,\ d$. ($a^2+b^2+c^2-d>0$)

Bài tập 1 : Viết phương trình mặt cầu (S), trong các trường hợp sau:

a) (S) có tâm $I(2;2;-3)$ và bán kính $R=3$.

b) (S) có tâm $I(1;2;0)$ và (S) qua $P(2;-2;1)$.

c) (S) có đường kính AB với $A(1;3;1)$, $B(-2;0;1)$.

Bài giải:

a) Mặt cầu tâm $I(2;2;-3)$ và bán kính $R=3$, có phương trình: (S): $(x-2)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$

b) Ta có: $\overrightarrow{IP}=(1;-4;1)\Rightarrow IP=3\sqrt{2}$.

Mặt cầu tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=IP=3\sqrt{2}$, có phương trình (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=18$

c) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;0)\Rightarrow AB=3\sqrt{2}$.

Gọi I là trung điểm $AB\Rightarrow I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};1\right)$.

Mặt cầu tâm $I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};1\right)$ và bán kính $R=\frac{AB}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$, có phương trình:

$$(S):\ \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-1)^2=\frac{9}{2}.$$

Bài tập 2 : Viết phương trình mặt cầu (S) , trong các trường hợp sau:

a) (S) qua $A(3;1;0)$, $B(5;5;0)$ và tâm I thuộc trục Ox.

b) (S) có tâm O và tiếp xúc mặt phẳng (α): $16x-15y-12z+75=0$.

c) (S) có tâm $I(-1;2;0)$ và có một tiếp tuyến là đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-3}$.

Bài giải:

a) Gọi $I(a;0;0)\in Ox$. Ta có : $\overrightarrow{IA}=(3-a;1;0)$, $\overrightarrow{IB}=(5-a;5;0)$.

Do (S) đi qua $A,\ B\Leftrightarrow IA=IB\Leftrightarrow\sqrt{(3-a)^2+1}=\sqrt{(5-a)^2+25}\Leftrightarrow 4a=40\Leftrightarrow a=10$

$\Rightarrow I(10;0;0)$ và $IA=5\sqrt{2}$.

Mặt cầu tâm $I(10;0;0)$ và bán kính $R=5\sqrt{2}$, có phương trình (S) : $(x-10)^2+y^2+z^2=50$

b) Do (S) tiếp xúc với $(\alpha)\Leftrightarrow \mathrm{d}(O,(\alpha))=R\Leftrightarrow R=\frac{75}{25}=3$.

Mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=3$, có phương trình (*S*) : $x^2+y^2+z^2=9$

c) Chọn $A(-1;1;0)\in\Delta\Rightarrow\overrightarrow{IA}=(0;-1;0)$.

Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(-1;1;-3)$. Ta có: $\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}_\Delta\right]=(3;0;-1)$.

Do (*S*) tiếp xúc với $\Delta\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,\Delta)=R\Leftrightarrow R=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}_\Delta\right]\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|}=\dfrac{\sqrt{10}}{11}$.

Mặt cầu tâm $I(-1;2;0)$ và bán kính $R=\dfrac{\sqrt{10}}{11}$, có phương trình (*S*) : $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=\dfrac{10}{121}$.

Bài tập 3 : Viết phương trình mặt cầu (*S*) biết :

a) (*S*) qua bốn điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$, $D(1;0;4)$.

b) (*S*) qua $A(0;8;0)$, $B(4;6;2)$, $C(0;12;4)$ và có tâm *I* thuộc mặt phẳng (*Oyz*).

Bài giải:

a) **Cách 1:** Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (*S*) cần tìm.

Theo giả thiết: $\begin{cases}IA=IB\\IA=IC\\IA=ID\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}IA^2=IB^2\\IA^2=IC^2\\IA^2=ID^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-y+z=-1\\x+7z=-2\\y-4z=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=1\\z=0\end{cases}$.

Do đó: $I(-2;1;0)$ và $R=IA=\sqrt{26}$. Vậy (*S*) : $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=26$.

Cách 2: Gọi phương trình mặt cầu (*S*) : $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$, $\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$.

Do $A(1;2;-4)\in(S)\Leftrightarrow -2a-4b+8c+d=-21$ (1)

Tương tự: $B(1;-3;1)\in(S)\Leftrightarrow -2a+6b-2c+d=-11$ (2)

$C(2;2;3)\in(S)\Leftrightarrow -4a-4b-6c+d=-17$ (3)

$D(1;0;4)\in(S)\Leftrightarrow -2a-8c+d=-17$ (4)

Giải hệ (1), (2), (3), (4) ta có $a,\ b,\ c,\ d$, suy ra phương trình mặt cầu (*S*) :

$(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=26$.

b) Do tâm *I* của mặt cầu nằm trên mặt phẳng (*Oyz*)$\Rightarrow I(0;b;c)$.

Ta có: $IA=IB=IC\Leftrightarrow\begin{cases}IA^2=IB^2\\IA^2=IC^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=7\\c=5\end{cases}$.

Vậy $I(0;7;5)$ và $R=\sqrt{26}$. Vậy (*S*): $x^2+(y-7)^2+(z-5)^2=26$.

Bài tập 4: Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm *I* thuộc đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và (*S*) tiếp xúc với hai mặt phẳng (α): $x+2y+2z+3=0$ và (β): $x+2y+2z+7=0$.

Bài giải:

Gọi $I(t;-1;-t)\in\Delta$ là tâm mặt cầu (*S*) cần tìm.

Theo giả thiết: $d\left(I,(\alpha)\right)=d\left(I,(\beta)\right)\Leftrightarrow\dfrac{|1-t|}{3}=\dfrac{|5-t|}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-t=5-t\\1-t=t-5\end{array}\right.\Rightarrow t=3$.

Suy ra: $I(3;-1;-3)$ và $R=\mathrm{d}(I,(\alpha))=\dfrac{2}{3}$. Vậy (S) : $(x-3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\dfrac{4}{9}$.

Bài tập 5: Lập phương trình mặt cầu (*S*) qua 2 điểm $A(2;6;0)$, $B(4;0;8)$ và có tâm thuộc *d*: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+5}{1}$.

Bài giải:

Ta có $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2t\\z=-5+t\end{cases}$. Gọi $I(1-t;2t;-5+t)\in d$ là tâm của mặt cầu (*S*) cần tìm.

Ta có: $\overrightarrow{IA}=(1+t;6-2t;5-t)$, $\overrightarrow{IB}=(3+t;-2t;13-t)$.

Theo giả thiết, do (*S*) đi qua *A, B* $\Leftrightarrow AI=BI$

$\Leftrightarrow\sqrt{(1+t)^2+(6-2t)^2+(5-t)^2}=\sqrt{(3+t)^2+4t^2+(13-t)^2}$

$\Leftrightarrow 62-32t=178-20t\Leftrightarrow 12t=-116\Leftrightarrow t=-\dfrac{29}{3}$

$\Rightarrow I\left(\dfrac{32}{3};-\dfrac{58}{3};-\dfrac{44}{3}\right)$ và $R=IA=2\sqrt{233}$. Vậy (S): $\left(x-\dfrac{32}{3}\right)^2+\left(y+\dfrac{58}{3}\right)^2+\left(z+\dfrac{44}{3}\right)^2=932$.

Bài tập 6: Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm $I(2;3;-1)$ và cắt đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{1}$ tại hai điểm *A, B* với $AB=16$.

Bài giải:

Chọn $M(-1;1;0)\in\Delta\Rightarrow\overrightarrow{IM}=(-3;-2;1)$. Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(1;-4;1)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}_\Delta\right]=(2;4;14)\Rightarrow\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}_\Delta\right]\right|}{|\vec{u}_\Delta|}=2\sqrt{3}$.

Gọi *R* là bán kính mặt cầu (*S*). Theo giả thiết : $R=\sqrt{\left[\mathrm{d}(I,\Delta)\right]^2+\dfrac{AB^2}{4}}=2\sqrt{19}$.

Vậy (*S*): $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=76$.

Bài tập 7: Cho hai mặt phẳng (P): $5x-4y+z-6=0$, (Q): $2x-y+z+7=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm *I* là giao điểm của (*P*) và Δ sao cho (*Q*) cắt (*S*) theo một hình tròn có diện tích là 20π.

Bài giải:

Ta có $\Delta:\begin{cases}x=1+7t\\y=3t\\z=1-2t\end{cases}$. Tọa độ *I* là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=1+7t & (1)\\y=3t & (2)\\z=1-2t & (3)\\5x-4y+z-6=0 & (4)\end{cases}$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: $5(1+7t)-4(3t)+(1-2t)-6=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow I(1;0;1)$.

Ta có : $d(I,(Q))=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$.

Gọi *r* là bán kính đường tròn giao tuyến của (*S*) và mặt phẳng (*Q*). Ta có: $20\pi=\pi r^2\Leftrightarrow r=2\sqrt{5}$.

R là bán kính mặt cầu (*S*) cần tìm.

Theo giả thiết: $R=\sqrt{\left[d\left(I,(Q)\right)\right]^2+r^2}=\frac{\sqrt{330}}{3}$. Vậy (*S*) : $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=\frac{110}{3}$.

Bài tập 8: Cho mặt phẳng $(P):2x-y-2z-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2t-1\\z=t+2\end{cases}$.

Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm *I* thuộc d và *I* cách (*P*) một khoảng bằng 2 và (*S*) cắt (*P*) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.

Bài giải:

Gọi $I(-t;2t-1;t+2)\in d$: là tâm của mặt cầu (*S*) và *R* là bán kính của (*S*).

Theo giả thiết : $R=\sqrt{\left[d\left(I;(P)\right)\right]^2+r^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$.

Mặt khác: $d\left(I;(P)\right)=2\Leftrightarrow\frac{\left|-2t-2t+1-2t-4-2\right|}{\sqrt{4+1+4}}=2\Leftrightarrow\left|6t+5\right|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{6}\\t=-\frac{11}{6}\end{array}\right.$

* Với $t=\frac{1}{6}$: Tâm $I_1\left(-\frac{1}{6};-\frac{2}{3};\frac{13}{6}\right)$, suy ra (S_1): $\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\left(y+\frac{2}{3}\right)^2+\left(z-\frac{13}{6}\right)^2=13$.

* Với $t=-\frac{11}{6}$: Tâm $I_2\left(\frac{11}{6};-\frac{2}{3};\frac{1}{6}\right)$, suy ra (S_2): $\left(x-\frac{11}{6}\right)^2+\left(y+\frac{2}{3}\right)^2+\left(z-\frac{1}{6}\right)^2=13$.

Bài tập 9: Cho điểm $I(1;0;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt cầu (*S*) tâm *I* và cắt d tại hai điểm *A, B* sao cho ΔIAB vuông tại *I*.

Bài giải:

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;2)$ và $P(1;-1;1)\in d$.

Ta có: $\overrightarrow{IP}=(0;-1;-2)\Rightarrow\left[\vec{u},\overrightarrow{IP}\right]=(0;-4;-2)$. Suy ra: $\mathrm{d}(I;d)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IP}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{20}}{3}$.

Gọi *R* là bán kính của (*S*). Theo giả thiết, ΔIAB vuông tại *I*

$\Rightarrow\frac{1}{IH^2}=\frac{1}{IA^2}+\frac{1}{IB^2}=\frac{2}{R^2}\Leftrightarrow R=\sqrt{2}IH=\sqrt{2}\mathrm{d}(I,d)=\frac{\sqrt{40}}{3}$

Vậy (*S*) : $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=\frac{40}{9}$.

Bài tập 10: (**Khối A- 2011**) Cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A(4;4;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (*OAB*), biết điểm *B* thuộc (*S*) và tam giác *OAB* đều.

Bài giải :

(S) có tâm $I(2;2;2)$, bán kính $R=2\sqrt{3}$. *Nhận xét:* điểm *O* và *A* cùng thuộc (*S*).

Tam giác *OAB* đều, có bán kính đường tròn ngoại tiếp $R'=\frac{OA}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Khoảng cách : $d\left(I;(P)\right)=\sqrt{R^2-(R')^2}=\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Mặt phẳng (*P*) đi qua *O* có phương trình dạng : $ax+by+cz=0$ $\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ $(*)$

Do (*P*) đi qua *A*, suy ra: $4a+4b=0 \Leftrightarrow b=-a$.

Lúc đó: $d\left(I;(P)\right)=\dfrac{\left|2(a+b+c)\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|2c|}{\sqrt{2a^2+c^2}} \Rightarrow \dfrac{|2c|}{\sqrt{2a^2+c^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow 2a^2+c^2=3c^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} c=a \\ c=-1 \end{array}\right.$. Theo (*), suy ra $(P): x-y+z=0$ hoặc $x-y-z=0$.

Chú ý: ***Kỹ năng xác định tâm và bán kính của đường tròn trong không gian.***

Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R. Mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn (C).

Bước 1: Lập phương trình đường thẳng *d* qua *I* và vuông góc với mặt phẳng (*P*).

Bước 2: Tâm *I'* của đường tròn (*C*) là giao điểm của *d* và mặt phẳng (*P*).

Bước 3: Gọi r là bán kính của (*C*): $r=\sqrt{R^2-\left[d\left(I;(P)\right)\right]^2}$

Bài tập 11: Chứng minh rằng: Mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-3=0$ cắt mặt phẳng (*P*): $x-2=0$ theo giao tuyến là một đường tròn (*C*). Xác định tâm và bán kính của (*C*).

Bài giải :

* Mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;0;0)$ và bán kính $R=2$.

Ta có : $d\left(I,(P)\right)=1<2=R \Leftrightarrow$ mặt phẳng (*P*) cắt (*S*) theo giao tuyến là 1 đường tròn. (đ.p.**C.** m)

* Đường thẳng *d* qua $I(1;0;0)$ và vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n}_P=(1;0;0)$ làm 1 vectơ chỉ phương,

có phương trình $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

\+ Tọa độ tâm I' đường tròn là nghiệm của hệ : $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow I'(2;0;0)$.

\+ Ta có: $d\left(I,(P)\right)=1$. Gọi *r* là bán kính của (*C*), ta có : $r=\sqrt{R^2-\left[d\left(I,(P)\right)\right]^2}=\sqrt{3}$.

Dang 2 : SỰ TƯƠNG GIAO VÀ SỰ TIẾP XÚC

Phương pháp: **Các điều kiện tiếp xúc**:

\+ Đường thẳng Δ là *tiếp tuyến* của (*S*) $\Leftrightarrow$ $d(I;\Delta)=R$.

\+ Mặt phẳng (α) là *tiếp diện* của (*S*) $\Leftrightarrow$ $d\left(I;(\alpha)\right)=R$.

* *Lưu ý các dạng toán liên quan như tìm tiếp điểm, tương giao.*

Bài tập 1: Cho đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và và mặt cầu (S) : $x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$. Số điểm chung của (Δ) và (S) là :

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Bài giải:

Đường thẳng (Δ) đi qua $M(0;1;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=2$.

Ta có $\overrightarrow{MI}=(1;-1;-4)$ và $\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]=(-5;7;-3) \Rightarrow d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{498}}{6}$

Vì $d\left(I,\Delta\right)>R$ nên $\left(\Delta\right)$ không cắt mặt cầu $\left(S\right)$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Bài tập 2: Cho điểm $I\left(1;-2;3\right)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2\left(z-3\right)^2=\sqrt{10}.$ **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2\left(z-3\right)^2=10.$

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2\left(z+3\right)^2=10.$ **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2\left(z-3\right)^2=9.$

Bài giải:

Gọi M là hình chiếu của $I\left(1;-2;3\right)$ lên Oy, ta có : $M\left(0;-2;0\right)$.

$\overrightarrow{IM}=\left(-1;0;-3\right)\Rightarrow R=d\left(I,Oy\right)=IM=\sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

Phương trình mặt cầu là : $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2\left(z-3\right)^2=10.$

Lựa chọn đáp án **B.**

Bài tập 3: Cho điểm $I\left(1;-2;3\right)$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm I, tiếp xúc với d là:

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+3\right)^2=50.$ **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=5\sqrt{2}.$

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+3\right)^2=5\sqrt{2}.$ **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=50.$

Bài giải:

Đường thẳng $\left(d\right)$ đi qua $I\left(-1;2;-3\right)$ và có VTCP $\vec{u}=\left(2;1;-1\right)\Rightarrow d\left(A,d\right)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=5\sqrt{2}$

Phương trình mặt cầu là : $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2\left(z-3\right)^2=50.$

Lựa chọn đáp án **D.**

Bài tập 4: Mặt cầu $\left(S\right)$ tâm $I\left(2;3;-1\right)$ cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-11}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+25}{-2}$ tại 2 điểm *A, B* sao cho $AB=16$ có phương trình là:

A. $\left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+1\right)^2=17.$ **B.** $\left(x+2\right)^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-1\right)^2=289.$

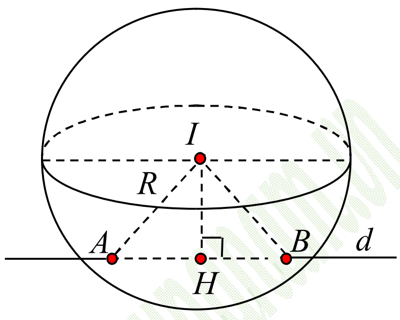
C. $\left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+1\right)^2=289.$ **D.** $\left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+1\right)^2=280.$

Bài giải:

Đường thẳng đi qua $M\left(11;\ 0;-25\right)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}=\left(2;1;-2\right)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên d. Ta có:

$IH=d\left(I,AB\right)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=15\ \Rightarrow R=\sqrt{IH^2+\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=17.$



Vậy $\left(S\right)$: $\left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+1\right)^2=289.$

Lựa chọn đáp án **C.**

Bài tập 5: Cho đường thẳng $d:\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y-7}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và điểm $I(4;1;6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm I, tại hai điểm *A, B* sao cho $AB=6$. Phương trình của mặt cầu $\left(S\right)$ là:

A. $\left(x-4\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-6\right)^2=18.$ **B.** $\left(x+4\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z+6\right)^2=18.$

C. $\left(x-4\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-6\right)^2=9.$ **D.** $\left(x-4\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-6\right)^2=16.$

Bài giải :

Đường thẳng d đi qua $M(-5;7;0)$ và có vectơ chỉ phương

$\vec{u}=(2;-2;1)$. Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Ta có :

$$IH=d\left(I,AB\right)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=3\Rightarrow R=\sqrt{IH^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=18$$

Vậy $\left(S\right)$: $\left(x-4\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-6\right)^2=18$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Bài tập 8: Cho điểm $I\left(1;0;0\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $\left(x+1\right)^2+y^2+z^2=\dfrac{20}{3}$.

B. $\left(x-1\right)^2+y^2+z^2=\dfrac{20}{3}$.

C. $\left(x-1\right)^2+y^2+z^2=\dfrac{16}{4}$.

D. $\left(x-1\right)^2+y^2+z^2=\dfrac{5}{3}$.

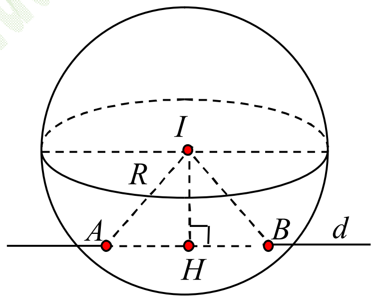
Bài giải:

Đường thẳng $\left(\Delta\right)$ đi qua $M=\left(1;1;-2\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;2;1\right)$

Ta có $\overrightarrow{MI}=\left(0;-1;2\right)$ và $\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]=\left(5;-2;-1\right)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Ta có :

$$IH=d\left(I,AB\right)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{5}.$$



Xét tam giác IAB, có $IH=R.\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow R=\dfrac{2IH}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $\left(x+1\right)^2+y^2+z^2=\dfrac{20}{3}$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Bài tập 9: Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-2y-6z+5=0$. Viết phương trình tiếp tuyến của mặt cầu (S) qua $A\left(0;0;5\right)$ biết:

a) Tiếp tuyến có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;2;2\right)$.

b) Vuông góc với mặt phẳng (P) : $3x-2y+2z+3=0$.

Bài giải:

a) Đường thẳng d qua $A\left(0;0;5\right)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;2;2\right)$, có phương trình d: $\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=5+2t\end{cases}$.

b) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=\left(3;-2;2\right)$.

Đường thẳng d qua $A\left(0;0;5\right)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có một vectơ chỉ phương $\vec{n}_P=\left(3;-2;2\right)$, có phương trình d: $\begin{cases}x=3t\\y=-2t\\z=2t+5\end{cases}$.

Bài tập 10: Cho (S): $x^2+y^2+z^2-6x-6y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{2}$; $\Delta_2: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (*P*) song song với Δ_1 và Δ_2 đồng thời tiếp xúc với (*S*).

Bài giải:

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(3;3;-1)$, $R=4$.

Ta có: Δ_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(3;2;2)$.

Δ_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(2;2;1)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp của mặt phẳng (*P*).

Do: $\begin{cases}(P)//\Delta_1\\(P)//\Delta_2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{n}\perp\vec{u}_1\\ \vec{n}\perp\vec{u}_2\end{cases} \Rightarrow$ chọn $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-2;-1;2)$

Lúc đó, mặt phẳng (*P*) có dạng : $-2x-y+2z+m=0$.

Để mặt phẳng (*P*) tiếp xúc với (*S*) $\Leftrightarrow d(I;(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|5+m|}{3}=4 \Leftrightarrow |5+m|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=7\\m=-17\end{array}\right.$.

<u>Kết luận:</u> Vậy tồn tại 2 mặt phẳng là : $-2x-y+2z+7=0$, $-2x-y+2z-17=0$.

Bài tập 11: Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+5=0$, biết tiếp diện:

a) qua $M(1;1;1)$.

b) song song với mặt phẳng (*P*) : $x+2y-2z-1=0$.

b) vuông góc với đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Bài giải:

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(-1;2;3)$, bán kính $R=3$.

a) Để ý rằng, $M\in(S)$. Tiếp diện tại *M* có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}=(2;-1;-2)$, có phương trình :

(α): $2(x-1)-(y-1)-2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-2z+1=0.$

b) Do mặt phẳng $(\alpha)//(P)$ nên (α) có dạng : $x+2y-2z+m=0$.

Do (α) tiếp xúc với (*S*) $\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(\alpha))=R \Leftrightarrow \dfrac{|m-3|}{3}=3 \Leftrightarrow |m-3|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-6\\m=12\end{array}\right.$.

* Với $m=-6$ suy ra mặt phẳng có phương trình : $x+2y-2z-6=0.$

* Với $m=12$ suy ra mặt phẳng có phương trình : $x+2y-2z+12=0.$

c) Đường thẳng *d* có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;1;-2)$.

Do mặt phẳng $(\alpha)\perp d$ nên (α) nhận $\vec{u}_d=(2;1;-2)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Suy ra mặt phẳng (α) có dạng : $2x+y-2z+m=0$.

Do (α) tiếp xúc với (*S*) $\Leftrightarrow d(I,(\alpha))=R \Leftrightarrow \dfrac{|m-6|}{3}=3 \Leftrightarrow |m-6|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-3\\m=15\end{array}\right.$.

* Với $m=-3$ suy ra mặt phẳng có phương trình : $x+2y-2z-3=0.$

* Với $m=15$ suy ra mặt phẳng có phương trình : $x+2y-2z+15=0.$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu ?

A. $x^2+y^2+z^2-2x=0$. **B.** $x^2+y^2-z^2+2x-y+1=0$.

C. $2x^2+2y^2=(x+y)^2-z^2+2x-1$. **D.** $(x+y)^2=2xy-z^2-1$.

Câu 2. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

A. $x^2+y^2+z^2-2x=0$. **B.** $2x^2+2y^2=(x+y)^2-z^2+2x-1$.

C. $x^2+y^2+z^2+2x-2y+1=0$. **D.** $(x+y)^2=2xy-z^2+1-4x$.

Câu 3. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

A. $(x-1)^2+(2y-1)^2+(z-1)^2=6$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=6$.

C. $(2x-1)^2+(2y-1)^2+(2z+1)^2=6$. **D.** $(x+y)^2=2xy-z^2+3-6x$.

Câu 4. Cho các phương trình sau: $(x-1)^2+y^2+z^2=1$; $x^2+(2y-1)^2+z^2=4$; $x^2+y^2+z^2+1=0$; $(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16$. Số phương trình là phương trình mặt cầu là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5. Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$ có tâm là:

A. $I(1;-2;0)$. **B.** $I(-1;2;0)$. **C.** $I(1;2;0)$. **D.** $I(-1;-2;0)$.

Câu 6. Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$ có tâm là:

A. $I(8;-2;0)$. **B.** $I(-4;1;0)$. **C.** $I(-8;2;0)$. **D.** $I(4;-1;0)$.

Câu 7. Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+1=0$ có tọa độ tâm và bán kính R là:

A. $I(2;0;0)$, $R=\sqrt{3}$. **B.** $I(2;0;0)$, $R=3$. **C.** $I(0;2;0)$, $R=\sqrt{3}$. **D.** $I(-2;0;0)$, $R=\sqrt{3}$.

Câu 8. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R=3$ là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 9. Mặt cầu $(S):(x+y)^2=2xy-z^2+1-4x$ có tâm là:

A. $I(-2;0;0)$. **B.** $I(4;0;0)$. **C.** $I(-4;0;0)$. **D.** $I(2;0;0)$.

Câu 10. Đường kính của mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=4$ bằng:

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 11. Mặt cầu có phương trình nào sau đây có tâm là $I(-1;1;0)$?

A. $x^2+y^2+z^2-2x+2y=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+2x-2y+1=0$.

C. $2x^2+2y^2=(x+y)^2-z^2+2x-1-2xy$. **D.** $(x+y)^2=2xy-z^2+1-4x$.

Câu 12. Mặt cầu (S): $3x^2+3y^2+3z^2-6x+12y+2=0$ có bán kính bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{13}{3}}$.

Câu 13. Gọi I là tâm mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=4$. Độ dài $|\overrightarrow{OI}|$ (O là gốc tọa độ) bằng:

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.`

Câu 14. Phương trình mặt cầu có bán kính bằng 3 và tâm là giao điểm của ba trục toạ độ?

A. $x^2+y^2+z^2-6z=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-6y=0$.
C. $x^2+y^2+z^2=9$. **D.** $x^2+y^2+z^2-6x=0$.

Câu 15. Mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+10y+3z+1=0$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây?

A. $(2;1;9)$. **B.** $(3;-2;-4)$. **C.** $(4;-1;0)$. **D.** $(-1;3;-1)$.

Câu 16. Mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$ và đi qua điểm $A(2;0;0)$ có phương trình:

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=22$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=11$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=22$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=22$.

Câu 17. Cho hai điểm $A(1;0;-3)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-2x-y+z-6=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z+6=0$.

Câu 18. Nếu mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $M(2;2;2)$, $N(4;0;2)$, $P(4;2;0)$ và $Q(4;2;2)$ thì tâm I của (S) có toạ độ là:

A. $(-1;-1;0)$. **B.** $(3;1;1)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(1;2;1)$.

Câu 19. Bán kính mặt cầu đi qua bốn điểm $M(1;0;1)$, $N(1;0;0)$, $P(2;1;0)$ và $Q(1;1;1)$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 20. Cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4=0$ và 4 điểm $M(1;2;0)$, $N(0;1;0)$, $P(1;1;1)$, $Q(1;-1;2)$. Trong bốn điểm đó, có bao nhiêu điểm **không** nằm trên mặt cầu (S) ?

A. 2 điểm. **B.** 4 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 3 điểm.

Câu 21. Mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y+2z+1=0$ có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\frac{4}{9}$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\frac{4}{3}$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\frac{16}{3}$.

Câu 22. Phương trình mặt cầu nào dưới đây có tâm $I(2;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y+2z+2=0$?

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **D.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 23. Mặt cầu (S) tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua $A(5;-2;1)$ có phương trình:

A. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$. **B.** $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$.
C. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$. **D.** $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$.

Câu 24. Phương trình mặt trình mặt cầu có đường kính AB với $A(1;3;2)$, $B(3;5;0)$ là:

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=3$.
B. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=2$.
C. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z+1)^2=2$.
D. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z+1)^2=3$.

Câu 25. Cho $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y+z-1=0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P), có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=4$.
B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+4)^2=1$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$.
D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=3$.

Câu 26. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và điểm $A(5;4;-2)$. Phương trình mặt cầu đi qua điểm A và có tâm là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) là:

A. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=64$.
B. $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=9$.
C. $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=65$.
D. $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=65$.

Câu 27. Cho ba điểm $A(6;-2;3)$, $B(0;1;6)$, $C(2;0;-1)$, $D(4;1;0)$. Khi đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có phương trình là:

A. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-3=0$.
B. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z-3=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-2x+y-3z-3=0$.
D. $x^2+y^2+z^2+2x-y+3z-3=0$.

Câu 28. Cho ba điểm $A(2;0;1),B(1;0;0),C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-2=0$. Phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A,B,C và có tâm thuộc mặt phẳng (P) là:

A. $x^2+y^2+z^2-x+2z+1=0$.
B. $x^2+y^2+z^2-x-2y+1=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-2x+2y+1=0$.
D. $x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$.

Câu 29. Phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.
B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=8$.
D. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

Câu 30. Cho các điểm $A(-2;4;1)$, $B(2;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-2+t\end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A,B và có tâm thuộc đường thẳng d. Bán kính mặt cầu (S) bằng:

A. $3\sqrt{3}$.
B. $\sqrt{6}$.
C. 3.
D. $2\sqrt{3}$.

Câu 31. Cho điểm $A(1;-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{50}$.
B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=50$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=50$.

Câu 32. Cho đường thẳng *d*: $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+2=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng *d* có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1;-1;1)$ là:

A. $(x+2)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$.
B. $(x-4)^2+y^2+(z-1)^2=1$.
C. $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.
D. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

Câu 33. Phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là:

A. $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z-10=0$.
B. $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+10=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$.
D. $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z-10=0$.

Câu 34. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tâm $I(1;-3;2)$ tại điểm $M(7;-1;5)$ có phương trình là:

A. $6x+2y+3z+55=0$.
B. $3x+y+z-22=0$.
C. $6x+2y+3z-55=0$.
D. $3x+y+z+22=0$.

Câu 35. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là:

A. $4x+3y-12z+78=0$.
B. $4x+3y-12z-78=0$ hoặc $4x+3y-12z+26=0$.
C. $4x+3y-12z-26=0$.
D. $4x+3y-12z+78=0$ hoặc $4x+3y-12z-26=0$.

Câu 36. Cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y+1)^2+z^2=14$. Mặt cầu (S) cắt trục *Oz* tại *A* và *B* $(z_A<0)$. Phương trình nào sau đây là phương trình tiếp diện của (S) tại B:

A. $2x-y-3z+9=0$.
B. $2x-y-3z-9=0$.
C. $x-2y-z-3=0$.
D. $x-2y+z+3=0$.

Câu 37. Cho 4 điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$ và $D(-1;1;2)$. Mặt cầu tâm *A* và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là:

A. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\sqrt{14}$.
B. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=14$.
C. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\sqrt{14}$.
D. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14$.

Câu 38. Cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-2=0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục *Oz*, bán kính bằng $\dfrac{2}{\sqrt{14}}$ và tiếp xúc mặt phẳng (*P*) có phương trình:

A. $x^2+y^2+(z-3)^2=\dfrac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z-4)^2=\dfrac{2}{7}$.

B. $x^2+y^2+(z-1)^2=\dfrac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z+2)^2=\dfrac{2}{7}$.

C. $x^2+y^2+z^2=\dfrac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z-4)^2=\dfrac{2}{7}$.

D. $x^2+y^2+z^2=\dfrac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z-1)^2=\dfrac{2}{7}$.

Câu 39. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y-7}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và điểm $I(4;1;6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tâm I tại hai điểm A, B sao cho $AB=6$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=18.$ **B.** $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=12.$

C. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=16.$ **D.** $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=9.$

Câu 40. Cho hai mặt phẳng (P), (Q) có phương trình $(P): x-2y+z-1=0$ và $(Q): 2x+y-z+3=0$. Mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt phẳng (Q) tại điểm M, biết rằng M thuộc mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ $x_M=1$, có phương trình là:

A. $(x-21)^2+(y-5)^2+(z+10)^2=600.$ **B.** $(x+19)^2+(y+15)^2+(z-10)^2=600.$

C. $(x-21)^2+(y-5)^2+(z+10)^2=100.$ **D.** $(x+21)^2+(y+5)^2+(z-10)^2=600.$

Câu 41. Cho hai điểm $M(1;0;4)$, $N(1;1;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-2=0$. Mặt phẳng (P) qua M, N và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình:

A. $4x+2y+z-8=0$ hoặc $4x-2y-z+8=0.$

B. $2x+2y+z-6=0$ hoặc $2x-2y-z+2=0.$

C. $2x+2y+z-6=0.$

D. $2x-2y-z+2=0.$

Câu 42. Cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\dfrac{AB}{6}$ có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x-4)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\dfrac{1}{3}.$

B. $(x-4)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\dfrac{1}{3}$ hoặc $(x-6)^2+(y+5)^2+(z-4)^2=\dfrac{1}{3}.$

C. $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{3}.$

D. $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{3}$ hoặc $(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\dfrac{1}{3}.$

Câu 43. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{2}$ và hai mặt phẳng $(P_1): x+2y+2z-2=0$; $(P_2): 2x+y+2z-1=0$. Mặt cầu có tâm I nằm trên d và tiếp xúc với 2 mặt phẳng (P_1), (P_2), có phương trình:

A. $(S): (x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9.$

B. $(S): (x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$ hoặc $(S): \left(x+\dfrac{19}{17}\right)^2+\left(y+\dfrac{16}{17}\right)^2+\left(z+\dfrac{15}{17}\right)^2=\dfrac{9}{289}.$

C. $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9.$

D. $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ hoặc $(S): \left(x+\dfrac{19}{17}\right)^2+\left(y-\dfrac{16}{17}\right)^2+\left(z-\dfrac{15}{17}\right)^2=\dfrac{9}{289}.$

Câu 44. Cho điểm $A(1;3;2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z-6=0$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua A, có tâm thuộc d đồng thời tiếp xúc với (P) là:

A. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=4$.

B. $(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=16$ hoặc $(S):\left(x-\dfrac{83}{13}\right)^2+\left(y+\dfrac{87}{13}\right)^2+\left(z+\dfrac{70}{13}\right)^2=\dfrac{13456}{169}$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16$ hoặc $(S):\left(x+\dfrac{83}{13}\right)^2+\left(y-\dfrac{87}{13}\right)^2+\left(z-\dfrac{70}{13}\right)^2=\dfrac{13456}{169}$.

D. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16$.

Câu 45. Cho mặt phẳng $(P):x-2y-2z+10=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{4}$. Mặt cầu (S) có tâm thuộc Δ_1, tiếp xúc với Δ_2 và mặt phẳng (P), có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$ hoặc $\left(x-\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(z+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{81}{4}$.

B. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ hoặc $\left(x+\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{81}{4}$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

D. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

Câu 46. Cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có phương trình lần lượt là $(P):2x+2y+z-m^2+4m-5=0$; $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-6=0$. Giá trị của m để (P) tiếp xúc (S) là:

A. $m=-1$ hoặc $m=5$. **B.** $m=1$ hoặc $m=-5$.

C. $m=-1$. **D.** $m=5$.

Câu 47. Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+4=0$. Phương trình đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $A(3;-1;1)$ và song song với mặt phẳng (P) là:

A. $\begin{cases}x=3-4t\\y=-1+6t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2-6t\\z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+4t\\y=-1-6t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+t\\z=1+2t\end{cases}$.

Câu 48. Cho điểm $A(2;5;1)$ và mặt phẳng $(P):6x+3y-2z+24=0$, H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P). Phương trình mặt cầu (S) có diện tích 784π và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H, sao cho điểm A nằm trong mặt cầu là:

A. $(x-8)^2+(y-8)^2+(z+1)^2=196$. **B.** $(x+8)^2+(y+8)^2+(z-1)^2=196$.

C. $(x+16)^2+(y+4)^2+(z-7)^2=196$. **D.** $(x-16)^2+(y-4)^2+(z+7)^2=196$.

Câu 49. Cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+5=0$ và các điểm $A(0;0;4)$, $B(2;0;0)$. Phương trình mặt cầu đi qua O, A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6.$ **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=6.$

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6.$ **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6.$

Câu 50. Cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+2=0$ và điểm $A(2;-3;0)$. Gọi B là điểm thuộc tia Oy sao cho mặt cầu tâm B, tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính bằng 2. Tọa độ điểm B là:

A. $(0;1;0)$. **B.** $(0;-4;0)$.

C. $(0;2;0)$ hoặc $(0;-4;0)$. **D.** $(0;2;0)$.

Câu 51. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+2=0$, $(Q): 2x-y-z+2=0$. Phương trình mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm $A(1;-1;1)$ và có tâm thuộc mặt phẳng (Q) là:

A. $(S):(x+3)^2+(y+7)^2+(z-3)^2=56.$ **B.** $(S):(x-3)^2+(y-7)^2+(z+3)^2=56.$

C. $(S):(x+3)^2+(y+7)^2+(z-3)^2=14.$ **D.** $(S):(x-3)^2+(y-7)^2+(z+3)^2=14.$

Câu 52. Cho điểm $I(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông là:

A. $x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{3}{2}.$ **B.** $x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{8}{3}.$

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{2}{3}.$ **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{4}{3}.$

Câu 53. Cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{-1}$ và và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+4x-2y-21=0$. Số giao điểm của (Δ) và (S) là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 54. Cho đường thẳng $d:\frac{x+2}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+3}{2}$ và mặt cầu (S) : $x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Tọa độ giao điểm của (Δ) và (S) là:

A. $A(0;0;2)$, $B(-2;2;-3)$. **B.** $A(2;3;2)$.

C. $A(-2;2;-3)$. **D.** (Δ) và (S) không cắt nhau.

Câu 55. Cho đường thẳng $(\Delta):\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=-4+7t \end{cases}$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-67=0$. Giao điểm của (Δ) và (S) là các điểm có tọa độ:

A. (Δ) và (S) không cắt nhau. **B.** $A(1;2;5), B(-2;0;4)$.

C. $A(2;-2;5)$, $B(4;0;3)$. **D.** $A(1;2;-4)$, $B(2;2;3)$.

Câu 56. Cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $AB=4$ là:

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=9$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=3$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 57. Cho điểm $I(1;1;-2)$ đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $AB=6$ là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=27$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=27$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=54$.

Câu 58. Cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông là:

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=12$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=10$.

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=8$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=16$.

Câu 59. Cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-2+t\end{cases}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $(x+1)^2+y^2+z^2=\frac{20}{3}$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=\frac{20}{3}$.

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=\frac{16}{4}$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=\frac{5}{3}$.

Câu 60. Cho các điểm $I(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=3+2t\\z=2+t\end{cases}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=36$.

Câu 61. Cho điểm $I(1;1;-2)$ đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=18$ **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=18$.

Câu 62. Cho điểm $I(1;1;-2)$ đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{IAB}=30^o$ là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=72$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=36$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=66$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=46$.

Câu 63. Phương trình mặt cầu có tâm $I\left(3;\sqrt{3};-7\right)$ và tiếp xúc trục tung là:

A. $(x-3)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2+(z+7)^2=61.$ **B.** $(x-3)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2+(z+7)^2=58.$

C. $(x+3)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2+(z-7)^2=58.$ **D.** $(x-3)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2+(z+7)^2=12.$

Câu 64. Phương trình mặt cầu có tâm $I\left(\sqrt{5};3;9\right)$ và tiếp xúc trục hoành là:

A. $\left(x+\sqrt{5}\right)^2+(y+3)^2+(z+9)^2=86.$ **B.** $\left(x-\sqrt{5}\right)^2+(y-3)^2+(z-9)^2=14.$

C. $\left(x-\sqrt{5}\right)^2+(y-3)^2+(z-9)^2=90.$ **D.** $\left(x+\sqrt{5}\right)^2+(y+3)^2+(z+9)^2=90.$

Câu 65. Phương trình mặt cầu có tâm $I\left(-\sqrt{6};-\sqrt{3};\sqrt{2}-1\right)$ và tiếp xúc trục Oz là:

A. $\left(x+\sqrt{6}\right)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2+\left(z-\sqrt{2}+1\right)^2=9.$ **B.** $\left(x+\sqrt{6}\right)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2+\left(z-\sqrt{2}-1\right)^2=9.$

C. $\left(x+\sqrt{6}\right)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2+\left(z-\sqrt{2}-1\right)^2=3.$ **D.** $\left(x+\sqrt{6}\right)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2+\left(z-\sqrt{2}+1\right)^2=3.$

Câu 66. Phương trình mặt cầu có tâm $I(4;6;-1)$ và cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông là:

A. $(x-4)^2+(y-6)^2+(z+1)^2=26.$ **B.** $(x-4)^2+(y-6)^2+(z+1)^2=74.$

C. $(x-4)^2+(y-6)^2+(z+1)^2=34.$ **D.** $(x-4)^2+(y-6)^2+(z+1)^2=104.$

Câu 67. Phương trình mặt cầu có tâm $I\left(\sqrt{3};-\sqrt{3};0\right)$ và cắt trục Oz tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $\left(x+\sqrt{3}\right)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2+z^2=8.$ **B.** $\left(x-\sqrt{3}\right)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2+z^2=9.$

C. $\left(x+\sqrt{3}\right)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2+z^2=9.$ **D.** $\left(x-\sqrt{3}\right)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2+z^2=8.$

Câu 68. Phương trình mặt cầu có tâm $I(3;6;-4)$ và cắt trục Oz tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng $6\sqrt{5}$ là:

A. $(x-3)^2+(y-6)^2+(z+4)^2=49.$ **B.** $(x-3)^2+(y-6)^2+(z+4)^2=45.$

C. $(x-3)^2+(y-6)^2+(z+4)^2=36.$ **D.** $(x-3)^2+(y-6)^2+(z+4)^2=54.$

Câu 69. Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S):

A. $(2;1;1).$ **B.** $(2;1;0).$ **C.** $(2;0;0).$ **D.** $(1;0;0).$

Câu 70. Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(1;-3;0)$ và cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều. Điểm nào sau đây không thuộc mặt cầu (S):

A. $\left(-1;-3;2\sqrt{3}\right).$ **B.** $\left(3;-3;2\sqrt{2}\right).$ **C.** $\left(3;-3;-2\sqrt{2}\right).$ **D.** $(2;-1;1).$

Câu 71. Cho các điểm $I(-1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc d là:

A. $(x+1)^2+y^2+z^2=5.$ **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=5.$

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=10.$ **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=10.$

Câu 72. Cho điểm $I(1;7;5)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-6}{-1}=\dfrac{z}{3}$. Phương trình mặt cầu có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác diện tích tam giác IAB bằng $2\sqrt{6015}$ là:

A. $(x-1)^2+(y-7)^2+(z-5)^2=2018$. **B.** $(x-1)^2+(y-7)^2+(z-5)^2=2017$.

C. $(x-1)^2+(y-7)^2+(z-5)^2=2016$. **D.** $(x-1)^2+(y-7)^2+(z-5)^2=2019$.

Câu 73. Cho các điểm $A(1;3;1)$ và $B(3;2;2)$. Mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc trục Oz có đường kính là:

A. $\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** $2\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;1)$ và $B(0;1;1)$. Mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc trục hoành có đường kính là:

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 12.

Câu 75. Cho các điểm $A(2;1;-1)$ và $B(1;0;1)$. Mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc trục Oy có đường kính là:

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 76. Cho các điểm $A(0;1;3)$ và $B(2;2;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc đường thẳng d thì tọa độ tâm là:

A. $\left(\dfrac{13}{10};\dfrac{17}{10};\dfrac{12}{5}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2};2\right)$. **C.** $\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{6}{5};\dfrac{9}{5};\dfrac{13}{5}\right)$.

Câu 77. Cho các điểm $A(1;3;0)$ và $B(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{1}$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc đường thẳng d thì tọa độ tâm của (S) là:

A. $(4;5;2)$. **B.** $(6;6;3)$. **C.** $(8;7;4)$. **D.** $(-4;1;-2)$.

Câu 78. Cho các điểm $A(1;1;3)$ và $B(2;2;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc đường thẳng d thì tọa độ tâm (S) là:

A. $\left(\dfrac{-11}{6};\dfrac{23}{6};\dfrac{7}{6}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{7}{6};\dfrac{23}{6}\right)$.

C. $\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{7}{6};\dfrac{25}{6}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{9}{6};\dfrac{19}{6}\right)$.

Câu 79. Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1+3t\\z=1\end{cases}$. Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của đường thẳng d và trục Ox là:

A. $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=\dfrac{1}{2}$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{4}$.

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2+y^2+\left(z-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$.

Câu 80. Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=t'\\y=3-t'\\z=0\end{cases}$. Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của đường thẳng *d* và *d'* là:

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+y^2+z^2=4$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=2$. **D.** $(x+2)^2+(y+1)^2+z^2=4$.

Câu 81. Cho các điểm $A(-2;4;1)$ và $B(2;0;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua *A, B* và có tâm thuộc đường thẳng *d*. Bán kính mặt cầu (*S*) bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{1169}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{873}}{4}$. **C.** $\dfrac{1169}{16}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{967}}{2}$.

Câu 82. Cho các điểm $A(2;4;-1)$ và $B(0;-2;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=1+t\end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua *A, B* và có tâm thuộc đường thẳng *d*. Đường kính mặt cầu (S) bằng:

A. $2\sqrt{19}$. **B.** $2\sqrt{17}$.

C. $\sqrt{19}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 83. Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (*Oxy*) có phương trình:

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=36$.

C. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=56$.

Câu 84. Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (*Oxz*) có phương trình:

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=4$.

C. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=36$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=56$.

Câu 85. Phương trình mặt cầu tâm $I(2;4;6)$ nào sau đây tiếp xúc với trục *Ox*:

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=20$. **B.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=40$.

C. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=52$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=56$.

Câu 86. Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$ tiếp xúc với trục *Oz* có phương trình:

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=20$. **B.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=40$.

C. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=52$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=56$.

Câu 87. Cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$. Phương trình mặt cầu nào sau đây là phương trình của mặt cầu đối xứng với mặt cầu (*S*) qua mặt phẳng (*Oxy*):

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 88. Cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$. Phương trình mặt cầu nào sau đây là phương trình mặt cầu đối xứng với mặt cầu (S) qua trục Oz:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4.$ **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4.$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4.$ **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4.$

Câu 89. Đường tròn giao tuyến của $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ khi cắt bởi mặt phẳng (Oxy) có chu vi bằng :

A. $\sqrt{7}\pi.$ **B.** $2\sqrt{7}\pi.$ **C.** $7\pi.$ **D.** $14\pi.$

D. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	A	C	A	D	A	C	A	A	B	D	A	C	C	A	A	D	A	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	D	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A	D	C	A	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	D	D	C	A	A	C	A	A	D	A	B	A	C	D	A	A	B	B	D

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	A	B	C	A	B	D	A	A	D	A	B	B	A	B	A	C	A	D	A

81	82	83	84	85	86	87	88	89											
A	A	B	A	C	A	D	A	B											

II –HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. **Chọn A**.

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là:

(1) $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$;

(2) $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$.

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Câu 2. **Chọn B.**

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là :

(1) $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$;

(2) $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$.

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Ở các đáp án B, C, D đều thỏa mãn điều kiện phương trình mặt cầu. Tuy nhiên ở đáp án A thì phương trình: $2x^2+2y^2=(x+y)^2-z^2+2x-1 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2xy-2x+1=0$ không đúng dạng phương trình mặt cầu.

Câu 3. **Chọn A.**

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là:

(1) $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$;

(2) $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$.

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Phương trình ở các đáp án B, C, D đều thỏa mãn điều kiện phương trình mặt cầu. Ví dụ :

C. $(2x-1)^2+(2y-1)^2+(2z+1)^2=6 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{2}$.

D. $(x+y)^2=2xy-z^2+3-6x \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+6x-3=0$.

Câu 4. **Chọn C.**

Ta có: $(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+z^2=4$

$(x-1)^2+y^2+z^2=1$ là phương trình của một mặt cầu.

Câu 5. **Chọn A.**

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R.

Câu 6. **Chọn D.**

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$, có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Câu 7. **Chọn A.**

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$, có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Câu 8. **Chọn C.**

Mặt cầu có tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R=3$ có hương trình : $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 9. **Chọn A.**

Biến đổi $(x+y)^2=2xy-z^2+1-4x \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+4x-1=0$.

Vậy mặt cầu có tâm $I(-2;0;0)$.

Câu 10. **Chọn A.**

Mặt cầu (S) có bán kính $R=2$ suy ra đường kính có độ dài: $2R=4$.

Câu 11. **Chọn B.**

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$, có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Câu 12. **Chọn D.**

Biến đổi $3x^2+3y^2+3z^2-6x+12y+2=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x+4y+\frac{2}{3}=0$ có tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=\sqrt{\frac{13}{3}}$.

Câu 13. **Chọn A.**

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;2) \Rightarrow \overrightarrow{OI} = (0;0;2) \Rightarrow \left|\overrightarrow{OI}\right| = 2$.

Câu 14. **Chọn C.**

Mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=3$ có phương trình: $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Câu 15. **Chọn C.**

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt cầu. Tọa độ điểm nào thỏa mãn phương trình thì điểm đó thuộc mặt cầu.

Câu 16. **Chọn A.**

Ta có : $\overrightarrow{IA} = (3;-2;3) \Rightarrow IA = \sqrt{22}$. Vậy $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 22$.

Câu 17. **Chọn A.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}$. Mặt cầu đường kính AB có tâm I là trung điểm AB nên $I(2;1;-1)$, bán kính $R = \dfrac{AB}{2} = \sqrt{6}$.

Câu 18. **Chọn D.**

Gọi phương trình mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, $\left(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0\right)$.

Do $M(2;2;2) \in (S) \Leftrightarrow -4a - 4b - 4c + d = -12$ (1)

$N(4;0;2) \in (S) \Leftrightarrow -8a - 4c + d = -20$ (2)

$P(4;2;0) \in (S) \Leftrightarrow -8a - 4b + d = -20$ (3)

$Q(4;2;2) \in (S) \Leftrightarrow -8a - 4b - 4c + d = -24$ (4)

Giải hệ (1), (2), (3), (4) ta có $a = 1,\ b = 2,\ c = 1,\ d = -8$, suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$

Câu 19. **Chọn A.**

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$. Do (S) đi qua bốn điểm M, N, P, Q nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -2a - 2c + d = -2 \\ -2a + d = -1 \\ -4a - 2b + d = -5 \\ -2a - 2b - 2c + d = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{3}{2} \\ b = \dfrac{1}{2} \\ c = \dfrac{1}{2} \\ d = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } R = \sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - 2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 20. **Chọn B.**

Lần lượt thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình mặt cầu (S), ta thấy chỉ có tọa độ điểm Q thỏa mãn.

Câu 21. **Chọn B.**

Mặt cầu (S) tâm I, tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d\left(I;(P)\right) = R \Leftrightarrow R = \dfrac{2}{3}$.

$$\Rightarrow (S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}.$$

Câu 22. **Chọn A.**

Do mặt cầu $S(I;R)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I;(P)) = R \Leftrightarrow R = 4$.

$$\Rightarrow (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16.$$

Câu 23. **Chọn A.**

• Bán kính mặt cầu là: $R = IA = \sqrt{2^2+1^2+0^2} = \sqrt{5}$

• Vậy phương trình của mặt cầu là: $(S):(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 24. **Chọn A.**

• Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(2;4;1)$, $AB = \sqrt{2^2+2^2+(-2)^2} = 2\sqrt{3}$

• Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2;4;1)$, bán kính $R = \dfrac{AB}{2} = \sqrt{3}$

• Vậy phương trình của mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

• Ta có: $2R = AB = \sqrt{2^2+2^2+(-2)^2} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow R = \sqrt{3}$. $\Rightarrow$ Các đáp án B và C bị loại.

• Với đáp án D thì: $(1+2)^2 + (3+4)^2 + (2+1)^2 = 3 \Leftrightarrow 67 = 3 \Rightarrow A \notin (S)$ $\Rightarrow$ Đáp án D bị loại.

Câu 25. **Chọn D.**

• Bán kính mặt cầu là : $R = d(I,(\alpha)) = \dfrac{|2.1+2.2+4-1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 3$.

• Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$.

Câu 26. **Chọn C.**

•Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$

• Tâm I là giao điểm của d với mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow I \in d \Rightarrow I(t;1+2t;-1-t)$

• $I \in (Oxy) \Rightarrow -1-t = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow I(-1;-1;0) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (6;5;-2)$

• Bán kính mặt cầu là: $R = IA = \sqrt{6^2+5^2+(-2)^2} = \sqrt{65}$

• Vậy phương trình của mặt cầu là $(S):(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 65$.

Lưu ý : *Để làm được bài này học sinh phải nhớ được phương trình tổng quát của mặt phẳng (Oxy) và loại ngay được đáp án* **D**

Câu 27. **Chọn A.**

• Phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2Ax-2By-2Cz+D=0$, ta có :

$$\begin{cases} A(6;-2;3) \in (S) \\ B(0;1;6) \in (S) \\ C(2;0;-1) \in (S) \\ D(4;1;0) \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 49-12A+4B-6C+D=0 \ (1) \\ 37 \quad -2B-12C+D=0 \ (2) \\ 5-4A \quad +2C+D=0 \ (3) \\ 17-8A-2B \quad +D=0 \ (4) \end{cases}$$

• Lấy $(1)-(2)$; $(2)-(3)$; $(3)-(4)$ ta được hệ:

$$\begin{cases} -12A+6B+6C=-12 \\ 4A-2B-14C=-32 \\ 4A+2B+2C=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=-1 \\ C=3 \end{cases} \Rightarrow D=-3$$

• Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-3=0$.

Lưu ý : *Ở bài này máy tính Casio giúp chúng ta giải nhanh chóng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn được tạo ra để tìm các hệ số của phương trình mặt cầu tổng quát. (Ta cũng có thể dùng máy tính cầm tay thay trực tiếp tọa độ các điểm vào từng đáp án và tìm ra đáp án đúng)*

Câu 28. **Chọn D.**

• Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2Ax-2By-2Cz+D=0$, ta có :

$$\begin{cases} A(2;0;1)\in(S) \\ B(1;0;0)\in(S) \\ C(1;1;1)\in(S) \\ I\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4A \quad -2C+D=-5 & (1) \\ -2A \quad +D=-1 & (2) \\ -2A-2B-2C+D=-3 & (3) \\ A+B+C=2 & (4) \end{cases}$$

• Lấy $(1)-(2)$; $(2)-(3)$; kết hợp (4) ta được hệ: $\begin{cases} -2A-2C=-4 \\ 2B+2C=2 \\ A+B+C=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=0 \\ C=1 \end{cases} \Rightarrow D=1$.

• Vậy phương trình mặt cầu là : $x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$.

Lưu ý : *Ở câu này nếu nhanh trí chúng ta có thể sử dụng máy tính cầm tay thay ngay tọa độ tâm của các mặt cầu ở 4 đáp án trên vào* **phương** *trình mặt phẳng (P) để loại ngay được các đáp án có tọa độ tâm không thuộc mặt phẳng (P)*

Câu 29. **Chọn D.**

• Gọi M là hình chiếu của $I(1;-2;3)$ lên Oy, ta có $M(0;-2;0)$.

• $\overrightarrow{IM}=(-1;0;-3)\Rightarrow R=IM=\sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

• Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

Câu 30. **Chọn A.**

• Tâm $I\in d\Rightarrow I(1+t;1+2t;-2+t)$.

• $\overrightarrow{AI}=(3+t;-3+2t;-3+t)$; $\overrightarrow{BI}=(-1+t;1+2t;-5+t)$

• Vì (S) đi qua A,B nên ta có

$IA=IB\Leftrightarrow IA^2=IB^2\Leftrightarrow(3+t)^2+(-3+2t)^2+(-3+t)^2=(-1+t)^2+(1+2t)^2+(-5+t)^2$

$\Leftrightarrow 4t=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow\overrightarrow{IA}=(3;-3;-3)$

• Vậy bán kính mặt cầu (S): $R=IA=\sqrt{3^2+(-3)^2+(-3)^2}=3\sqrt{3}$.

Câu 31. **Chọn C.**

• $d(A,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{BA},\vec{a}\right]\right|}{|\vec{a}|}=\dfrac{\sqrt{4+196+100}}{\sqrt{4+1+1}}=5\sqrt{2}$. Trong đó $B(-1;2;-3)\in d$

• Phương trình mặt cầu tâm $A(1;-2;3)$, bán kính $R=5\sqrt{2}$ là

$(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=50$.

Câu 32. **Chọn C.**

• Gọi I là tâm của (S).

$I\in d\Rightarrow I(1+3t;-1+t;t)$. Bán kính $R=IA=\sqrt{11t^2-2t+1}$.

• Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(P))=\dfrac{|5t+3|}{3}=R$.

$$\Leftrightarrow 37t^2-24t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=0 \quad\Rightarrow R=1 \\ t=\dfrac{24}{37}\Rightarrow R=\dfrac{77}{37} \end{array}\right.$$

Vì (S) có bán kính nhỏ nhất nên chọn $t=0,R=1$. Suy ra $I(1;-1;0)$.

• Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.

Câu 33. **Chọn B.**

• Gọi M là hình chiếu của $I(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxz), ta có: $M(1;0;3)$.

• $\overrightarrow{IM}=(0;-2;0)\Rightarrow R=IM=2$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

• Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$

Hay $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+10=0$.

Câu 34. **Chọn C.**

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$

• Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M nên mặt phẳng (P) qua $M(7;-1;5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{IM}=(6;2;3)$

• Vậy phương trình mặt phẳng $(P):6x+2y+3z-55=0$.

Lưu ý : *Vì mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $M(7;-1;5)$ nên điểm M thuộc mặt phẳng cần tìm hơn nữa khoảng cách từ tâm $I(1;-3;2)$ đến mặt phẳng cần tìm bằng IM cũng chính là bán kính mặt cầu. Từ các nhận xét đó để tìm ra đáp án của bài này ta có thể làm như sau:*

B1: Thay tọa độ M vào các đáp án để **loại** *ra mặt phẳng không chứa M*

B2: Tính IM và $d(I;(P))$ và kết luận

Câu 35. **Chọn D.**

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2+2}=4$

• Gọi (β) là mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α).

• Vì $(\beta)//(\alpha)\Rightarrow(\beta):4x+3y-12z+D=0$ $(D\neq 10)$

• Mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu (S) $\Leftrightarrow d(I,(\beta))=R\Leftrightarrow\dfrac{|4.1+3.2-12.3+D|}{\sqrt{4^2+3^2+(-12)^2}}=4$

$\Leftrightarrow|D-26|=52\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=78\\D=-26\end{array}\right.$ (thỏa điều kiện)

• Vậy phương trình mặt phẳng $(\beta):4x+3y-12z+78=0$ hoặc $(\beta):4x+3y-12z-26=0$.

Lưu ý: *Nếu hình dung phác họa hình học bài toán được thì ta có thể dự đoán được có 2 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu đề bài.*

Câu 36. **Chọn A.**

• Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;0)$

• Vì $A\in Oz\Rightarrow A(0;0;z_A)$ $(z_A<0)$

• $A\in(S)\Rightarrow(0-2)^2+(0+1)^2+{z_A}^2=14\Rightarrow {z_A}^2=9\Rightarrow z_A=-3$

Nên mặt cầu (S) cắt trục Oz tại $A(0;0;-3)$ và $B(0;0;3)$

Gọi (α) là tiếp diện của mặt cầu (S) tại B.

• Mặt phẳng (α) qua $B(0;0;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{IB}=(-2;1;3)$

• Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha):2x-y-3z+9=0$.

Câu 37. **Chọn D.**

• Mặt phẳng (BCD) đi qua $B(3;2;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(1;2;3)$

$\Rightarrow(BCD):x+2y+3z-7=0$

• Vì mặt cầu (S) có tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) nên bán kính

$$R=d(A,(BCD))=\frac{|3+2.(-2)+3.(-2)-7|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\sqrt{14}.$$

• Vậy phương trình mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14$.

Câu 38. **Chọn C.**

• Vì tâm $I \in Oz \Rightarrow I(0;0;z)$

• Mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với mặt phẳng

$(P) \Leftrightarrow d(I,(\beta)) = R \Leftrightarrow \frac{|2.0+3.0+1.z-2|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{14}}$

$\Leftrightarrow |z-2| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=0 \Rightarrow I(0;0;0) \\ z=4 \Rightarrow I(0;0;4) \end{array}\right.$

• Vậy phương trình mặt cầu .$(S): x^2+y^2+z^2=\frac{2}{7}$ hoặc $(S): x^2+y^2+(z-4)^2=\frac{2}{7}$.

Câu 39. **Chọn A.**

• $\vec{a}=(2;-2;1)$ là vectơ chỉ phương của d.

• Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d là trung điểm của $AB \Rightarrow HA=3$

• Ta có : $\begin{cases} H \in d \\ \overrightarrow{IH}.\vec{a}=0 \end{cases}$

$H \in d \Rightarrow H(-5+2t;7-2t;t) \Rightarrow \overrightarrow{IH}=(2t-9;6-2t;t-6)$

• $\overrightarrow{IH}.\vec{a}=0 \Leftrightarrow t=4 \Rightarrow \overrightarrow{IH}=(-1;-2;-2) \Rightarrow IH=3$.

Trong ΔIAH vuông tại H có: $IA^2=IH^2+HA^2=9+9=18$

• Vậy $(S):(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=18$.

Câu 40. **Chọn A.**

• Vì $M \in (Oxy)$ và có hoành độ bằng 1 nên $M(1;y;0)$.

• Lại có, mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Q) nên $M \in (Q) \Rightarrow M(1;-5;0)$.

• Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu (S) cần tìm.

Ta có (S) tiếp xúc với mp (Q) tại M nên $IM \perp (Q)$.

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-1)$.

• Ta có: $IM \perp (Q) \Leftrightarrow \overrightarrow{MI}=t\vec{n},\ (t \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a=1+2t \\ b=-5+t \\ c=-t \end{cases}$

$I \in (P) \Leftrightarrow 1+2t-2(-5+t)-t-1=0 \Leftrightarrow t=10 \Rightarrow I(21;5;-10)$.

Bán kính mặt cầu $R=d(I;(Q))=10\sqrt{6}$.

• Vậy phương trình mặt cầu $(S):(x-21)^2+(y-5)^2+(z+10)^2=600$.

Câu 41. **Chọn B.**

• Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;0)$ và bán kính $R=2$, $\overrightarrow{MN}=(0;1;-2)$

• Gọi $\vec{n}=(A,B,C)$ với $A^2+B^2+C^2>0$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

• Vì (P) qua M, N nên $\vec{n} \perp \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{MN}=0 \Leftrightarrow B-2C=0$ (1)

• Mặt phẳng (P) qua $M(1;0;4)$ và nhận $\vec{n}=(A,B,C)$ là vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$A(x-1)+B(y-0)+C(z-4)=0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz-A-4C=0$.

• Mặt phẳng (P) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d(I;(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|1.A-1.B+0.C-A-4C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=2$

$\Leftrightarrow |B+4C|=2\sqrt{A^2+B^2+C^2}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A^2-4C^2=0$ (*)

• Trong (*), nếu $C=0$ thì $A=0$, và từ (1) suy ra $B=0$ (vô lí). Do vậy $C\neq 0$.

Chọn $C=1 \Rightarrow A=\pm 2$.

Với $A=2,\ C=1$, ta có $B=2$. Khi đó $(P): 2x+2y+z-6=0$.

Với $A=-2,\ C=1$, ta có $B=2$. Khi đó $(P): 2x-2y-z+2=0$.

• Vậy phương trình mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-6=0$ hoặc $(P): 2x-2y-z+2=0$.

Câu 42. **Chọn D.**

• Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;2;-2)=-2(1;-1;1)$. Bán kính mặt cầu là $R=\dfrac{AB}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

• Tâm I của mặt cầu thuộc đường thẳng AB nên tọa độ I có dạng $I(1+t;-2-t;3+t)$

• Ta có: (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I;(P))=\dfrac{AB}{6} \Leftrightarrow \dfrac{|t+6|}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-5 \\ t=-7 \end{array}\right.$.

• $t=-5 \Rightarrow I(-4;3;-2)$. Mặt cầu (S) có phương trình là $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{3}$.

• $t=-7 \Rightarrow I(-6;5;-4)$. Mặt cầu (S) có phương trình là $(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\dfrac{1}{3}$.

Câu 43. **Chọn D.**

• $I\in d \Rightarrow I(2t+1;t+2;2t+3)$

• Mặt cầu tiếp xúc với 2 mặt phẳng $\Leftrightarrow d(I;(P_1))=d(I;(P_2))$

$$\Leftrightarrow |8t+9|=|9t+9| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8t+9=9t+9 \\ 8t-9=-9t-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\dfrac{-18}{17} \end{array}\right.$$

• $t=0 \Rightarrow I(1;2;3);\ R=3 \Rightarrow (S):\ (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$.

• $t=-\dfrac{18}{17} \Rightarrow I\left(-\dfrac{19}{17};\dfrac{16}{17};\dfrac{15}{17}\right);\ R=\dfrac{3}{17} \Rightarrow (S):\ \left(x+\dfrac{19}{17}\right)^2+\left(y-\dfrac{16}{17}\right)^2+\left(z-\dfrac{15}{17}\right)^2=\dfrac{9}{289}$.

Câu 44. **Chọn C.**

• d có phương trình tham số $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=4-t \\ z=-2t \end{cases}$

• Gọi I là tâm mặt cầu (S), do I thuộc d nên $I(-1+2t;4-t;-2t)$

Theo đề bài, (S) có bán kính $R=IA=d(I;(P))$.

$$\Rightarrow \sqrt{(2-2t)^2+(t-1)^2+(2+2t)^2}=\dfrac{|2(-1+2t)-2(4-t)-2t-6|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9t^2-2t+9}=\frac{|4t-16|}{3} \Leftrightarrow 9\left(9t^2-2t+9\right)=\left(4t-16\right)^2 \Leftrightarrow 65t^2+110t-175=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-\dfrac{35}{13} \end{array}\right..$$

• Với $t=1 \Rightarrow I\left(1;3;-2\right), R=4 \Rightarrow (S):\left(x-1\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+2\right)^2=16.$

• Với $t=-\dfrac{35}{13} \Rightarrow I\left(-\dfrac{83}{13};\dfrac{87}{13};\dfrac{70}{13}\right); R=\dfrac{116}{13}$

$$\Rightarrow (S):\left(x+\frac{83}{13}\right)^2+\left(y-\frac{87}{13}\right)^2+\left(z-\frac{70}{13}\right)^2=\frac{13456}{169}.$$

Câu 45. **Chọn A.**

• $\Delta_1:\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$; Δ_2 đi qua điểm $A(2;0;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2}=(1;1;4)$.

• Giả sử $I(2+t;t;1-t)\in\Delta_1$ là tâm và R là bán kính của mặt cầu (S).

• Ta có: $\overrightarrow{AI}=(t;t;4-t) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{a_2}\right]=(5t-4;4-5t;0) \Rightarrow d\left(I;\Delta_2\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{a_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{a_2}\right|}=\dfrac{|5t-4|}{3}$

$$d(I,(P))=\frac{|2+t-2t-2(1-t)+10|}{\sqrt{1+4+4}}=\frac{|t+10|}{3}.$$

• (S) tiếp xúc với Δ_2 và (P) $\Leftrightarrow d(I,\Delta_2)=d(I,(P)) \Leftrightarrow |5t-4|=|t+10| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{7}{2} \\ t=-1 \end{array}\right..$

• Với $t=\dfrac{7}{2} \Rightarrow I\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{7}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$, $R=\dfrac{9}{2} \Rightarrow (S):\left(x-\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(z+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{81}{4}.$

• Với $t=-1 \Rightarrow I(1;-1;2), R=3 \Rightarrow (S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9.$

Câu 46. **Chọn A.**

• $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-6=0$ có tâm $I\left(1;-1;1\right)$ và bán kính $R=3$.

• (P) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d\left(I;(P)\right)=R$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2.1+2.(-1)+1.1-m^2+4m-5\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3 \Leftrightarrow \left|m^2-4m+4\right|=9$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2-4m+4=9 \\ m^2-4m+4=-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow m^2-4m-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=5 \end{array}\right..$$

Câu 47. **Chọn C.**

• Mặt cầu (S) có tâm $I\left(1;-2;-1\right) \Rightarrow \overrightarrow{IA}=\left(2;1;2\right)$

• Đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $\left[\begin{array}{l} t=\dfrac{7}{2} \\ t=-1 \end{array}\right.$ và song song với mặt phẳng (P) nên đường thẳng d có vetto chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{IA}\right]=\left(4;-6;-1\right)$

• Vậy phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=3+4t \\ y=-1-6t \\ z=1-t \end{cases}.$

Câu 48. Chọn A.

• Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Suy ra $d:\begin{cases}x=2+6t\\y=5+3t\\z=1-2t\end{cases}$

• Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) nên $H=d\cap(P)$.

Vì $H\in d$ nên $H(2+6t;5+3t;1-2t)$.

• Mặt khác, $H\in(P)$ nên ta có: $6(2+6t)+3(5+3t)-2(1-2t)+24=0\Leftrightarrow t=-1$

Do đó, $H(-4;2;3)$.

• Gọi I,R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu.

Theo giả thiết diện tích mặt cầu bằng 784π, suy ra $4\pi R^2=784\pi\Rightarrow R=14$.

Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H nên $IH\perp(P)\Rightarrow I\in d$.

Do đó tọa độ điểm I có dạng $I(2+6t;5+3t;1-2t)$, với $t\neq-1$.

• Theo giả thiết, tọa độ điểm I thỏa mãn:

$$\begin{cases}d(I,(P))=14\\AI<14\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{|6(2+6t)+3(5+3t)-2(1-2t)+24|}{\sqrt{6^2+3^2+(-2)^2}}=14\\\sqrt{(6t)^2+(3t)^2+(-2t)^2}<14\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-3\end{array}\right.\\-2<t<2\end{cases}\Leftrightarrow t=1$$

Do đó: $I(8;8;-1)$.

• Vậy phương trình mặt cầu $(S):(x-8)^2+(y-8)^2+(z+1)^2=196$.

Câu 49. Chọn A.

• Gọi (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R.

• Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

• (S) qua 3 điểm $O,\ A,\ B$, ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases}d=0\\-8c+d=-16\\-4a+d=-4\\\dfrac{|2a+b-c+5|}{\sqrt{4+1+1}}=R\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=0\\c=2\\a=1\\(2+b-2+5)^2=6(1^2+b^2+2^2-0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=0\\c=2\\a=1\\5b^2-10b+5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\\c=2\\d=0\end{cases}.$$

• Vậy (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$.

Câu 50. Chọn D.

• Vì B thuộc tia Oy nên $B(0;b;0)$ (với $b>0$)

• Bán kính của mặt cầu tâm B, tiếp xúc với (P) là $R=d(B,(P))=\dfrac{|2b+2|}{3}$.

• Theo giả thiết $R=2\Leftrightarrow\dfrac{|2b+2|}{3}=2\Leftrightarrow|2b+2|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2b+2=6\\2b+2=-6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=2\\b=-4\end{array}\right.$.

Do $b>0\Rightarrow b=2$

• Vậy $B(0;2;0)$.

Câu 51. Chọn A.

• Gọi d đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P), ta có : $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=1-t\end{cases}$

• Tâm $I\in d\Rightarrow I\left(1+2t;-1+3t;1-t\right)$.

$I\in(Q)\Rightarrow 2(1+2t)-(-1+3t)-(1-t)+2=0\Leftrightarrow t=-2\Rightarrow I(-3;-7;3)$

• Bán kính mặt cầu là $R=IA=2\sqrt{14}$.

• Phương trình mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+7)^2+(z-3)^2=56$.

Câu 52. **Chọn B.**

• Gọi $H(-1+t;2t;2+t)\in d$ là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d

$\Rightarrow \overrightarrow{IH}=(-1+t;2t;-1+t)$

• Ta có vectơ chỉ phương của d : $\overrightarrow{a_d}=(1;2;1)$ và $IH\perp d$

$\Rightarrow \overrightarrow{IH}.\overrightarrow{a_d}=0\Leftrightarrow -1+t+4t-1+t=0\Leftrightarrow -2+6t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}\Rightarrow H\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3}\right)$

$\Rightarrow IH=\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2+\left(\dfrac{2}{3}\right)^2+\left(\dfrac{2}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

• Vì tam giác IAB vuông tại I và $IA=IB=R$. Suy ra tam giác IAB vuông cân tại I, do đó bán kính:

$R=IA=AB\cos 45^0=2IH.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}IH=\sqrt{2}.\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

• Vậy phương trình mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-3)^2=\dfrac{8}{3}$.

Câu 53. **Chọn A.**

Đường thẳng (Δ) đi qua $M=(-2;0;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(-1;1;-1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I=(1;2;-3)$ và bán kính $R=9$

Ta có $\overrightarrow{MI}=(3;2;-6)$ và $\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]=(-4;-9;-5)$ $\Rightarrow d(I;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{366}}{3}$

Vì $d(I,\Delta)<R$ nên (Δ) cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.

Câu 54. **Chọn C.**

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=-2+2t\\y=2+3t\\z=-3+2t\\x^2+y^2+(z+2)^2=9\end{cases}\Rightarrow t=0\Rightarrow A(-2;2;-3).$$

Câu 55. **Chọn D.**

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=-4+7t\\x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-67=0\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\Rightarrow A(1;2;-4)\\t=1\Rightarrow B(2;2;3)\end{array}\right.$$

Câu 56. **Chọn A.**

Đường thẳng (d) đi qua $M(1;\ 1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Ta có: $IH=d(I;AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{5}$

$\Rightarrow R^2=IH^2+\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2=9$.

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 57. **Chọn A.**

Đường thẳng (d) đi qua $M(-1;\ 3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Ta có : $IH=d(I;AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{18}$

$\Rightarrow R^2=IH^2+\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2=27$.

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=27$.

Câu 58. **Chọn B.**

Đường thẳng d đi qua $M(1;\ 1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên **D.** Ta có : $IH=d(I;AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{5}$

$\Rightarrow R^2=IH^2+\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2=10$.

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2+y^2+z^2=10$.

Câu 59. **Chọn B.**

Đường thẳng Δ đi qua $M=(1;1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$

Ta có $\overrightarrow{MI}=(0;-1;2)$ và $\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]=(5;-2;-1)$

Gọi H là hình chiếu của I trên **D.** Ta có : $IH=d(I;AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{5}$.

Xét tam giác IAB, có $IH=R.\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow R=\dfrac{2IH}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+y^2+z^2=\dfrac{20}{3}$.

Câu 60. **Chọn D.**

Đường thẳng d đi qua $M(-1;\ 3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên **D.** Ta có : $IH=d(I;AB)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{18}$

$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 = 36$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 36$.

Câu 61. **Chọn A.**

Đường thẳng d đi qua $M(-1;\ 3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên d. Ta có : $IH = d(I;AB) = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = \sqrt{18}$.

$\Rightarrow IH = R.\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \dfrac{2IH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$.

Câu 62. **Chọn A.**

Đường thẳng d đi qua $M(-1;\ 3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên ***D.*** Ta có: $IH = d(I;AB) = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = \sqrt{18}$.

$\Rightarrow R = IA = 2\sqrt{18}$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 72$.

Câu 63. **Chọn B.**

Gọi H là hình chiếu của $I\left(3;\sqrt{3};-7\right)$ trên $Oy \Rightarrow H\left(0;\sqrt{3};0\right) \Rightarrow R = IH = \sqrt{58}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-3)^2 + \left(y-\sqrt{3}\right)^2 + (z+7)^2 = 58$.

Câu 64. **Chọn C.**

Gọi H là hình chiếu của $I\left(\sqrt{5};3;9\right)$ trên $Ox \Rightarrow H\left(\sqrt{5};0;0\right) \Rightarrow R = IH = \sqrt{90}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $\left(x-\sqrt{5}\right)^2 + (y-3)^2 + (z-9)^2 = 90$.

Câu 65. **Chọn A.**

Gọi H là hình chiếu của $I\left(-\sqrt{6};-\sqrt{3};\sqrt{2}-1\right)$ trên $Oz \Rightarrow H\left(0;0;\sqrt{2}-1\right) \Rightarrow R = IH = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $\left(x+\sqrt{6}\right)^2 + \left(y+\sqrt{3}\right)^2 + \left(z-\sqrt{2}+1\right)^2 = 9$.

Câu 66. **Chọn B.**

Gọi H là hình chiếu của $I(4;6;-1)$ trên $Ox \Rightarrow H(4;0;0) \Rightarrow IH = d(I;Ox) = \sqrt{37}$

$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 = 37 + 37 = 74$

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74$.

Câu 67. **Chọn D.**

Gọi H là hình chiếu của $I\left(\sqrt{3};-\sqrt{3};0\right)$ trên $Oz \Rightarrow H(0;0;0) \Rightarrow IH = d(I;Ox) = \sqrt{6}$

$\Rightarrow IH = R.\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \dfrac{2IH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

Vậy phương trình mặt cầu là : $\left(x-\sqrt{3}\right)^2 + \left(y+\sqrt{3}\right)^2 + z^2 = 8$.

Câu 68. **Chọn A.**

Gọi H là hình chiếu của $I(3;6;-4)$ trên $Oz \Rightarrow H(0;0;-4) \Rightarrow IH = d(I;Ox) = \sqrt{45}$

$S_{\Delta AIB} = \dfrac{IH.AB}{2} \Rightarrow AB = \dfrac{2S_{\Delta AIB}}{IH} = 4 \Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 = 49$

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 49$.

Câu 69. **Chọn A.**

Gọi H là hình chiếu của $I(2;1;-1)$ trên $Ox \Rightarrow H(2;0;0) \Rightarrow IH = d(I,Ox) = \sqrt{2}$

$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 = 4$

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4 \Rightarrow (2;1;1) \in (S)$.

Câu 70. **Chọn D.**

Gọi H là hình chiếu của $I(1;-3;0)$ trên $Ox \Rightarrow H(1;0;0) \Rightarrow IH = d(I;Ox) = 3$

$\Rightarrow IH = R.\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \dfrac{2IH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 12 \Rightarrow (2;-1;1) \notin (S)$.

Câu 71. **Chọn A.**

Đường thẳng d đi qua $I(2;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương :

$\vec{u} = (1;2;1) \Rightarrow d(I;d) = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = \sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

Câu 72. **Chọn B.**

Gọi H là hình chiếu của $I(1;7;5)$ trên $d \Rightarrow H(0;0;-4) \Rightarrow IH = d(I;d) = 2\sqrt{3}$

$S_{\Delta AIB} = \dfrac{IH.AB}{2} \Rightarrow AB = \dfrac{2S_{\Delta AIB}}{IH} = \sqrt{8020} \Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 = 2017$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2017$.

Câu 73. **Chọn B.**

Gọi $I(0;0;t)$ trên Oz vì $IA = IB \Rightarrow t = 3 \Rightarrow I(0;0;3)$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{14} \Rightarrow$ đường kính là: $2\sqrt{14}$.

Câu 74. **Chọn A.**

Gọi $I(t;0;0)$ trên Ox. Vì $IA = IB \Rightarrow t = 2 \Rightarrow I(2;0;0)$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{6} \Rightarrow$ đường kính bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 75. **Chọn B.**

Gọi $I(0;t;0)$ trên Oy vì $IA = IB \Rightarrow t = 2 \Rightarrow I(0;2;0)$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{6} \Rightarrow$ đường kính bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 76. **Chọn A.**

Gọi $I(1+t;2-t;3-2t)$ trên d vì $IA = IB \Rightarrow t = \dfrac{3}{10} \Rightarrow I\left(\dfrac{13}{10};\dfrac{17}{10};\dfrac{12}{5}\right)$.

Câu 77. **Chọn C.**

Gọi $I(2t;3+t;t)$ trên d vì $IA = IB \Rightarrow t = 4 \Rightarrow I(8;7;4)$.

Câu 78. **Chọn A.**

Gọi $I(t;2-t;3+t)$ trên d vì $IA = IB \Rightarrow t = -\dfrac{11}{6} \Rightarrow I\left(\dfrac{-11}{6};\dfrac{23}{6};\dfrac{7}{6}\right)$.

Câu 79. **Chọn D.**

Gọi $A(t;-1+3t;1) \in d; B(t';0;0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t'-t;1-3t;-1)$, $\overrightarrow{u_d} = (1;3;0)$, $\vec{i} = (1;0;0)$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\vec{i} = 0 \end{cases} \Rightarrow t = t' = \dfrac{1}{3}$ và $R = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \left(x - \dfrac{1}{3}\right)^2 + y^2 + \left(z - \dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$.

Câu 80. **Chọn A.**

Gọi $A(2t;t;4) \in d; B(t';3-t';0) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t'-2t;3-t'-t;-4)$, $\overrightarrow{u_d} = (2;1;0)$, $\overrightarrow{u_{d'}} = (1;-1;0)$

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_{d'}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow A(2;1;4) \\ t' = 2 \Rightarrow B(2;1;0) \end{cases}$

$\Rightarrow I(2;1;2)$ và $R = 2 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

Câu 81. **Chọn A.**

Gọi $I(1+2t;-2-t;3-2t)$ trên d vì $IA = IB \Rightarrow t = \dfrac{-11}{4} \Rightarrow IA = \dfrac{\sqrt{1169}}{4}$.

Câu 82. **Chọn A.**

Gọi $I(1+2t;2-t;1+t)$ trên d vì $IA = IB \Rightarrow t = 1 \Rightarrow R = IA = \sqrt{19}$ đường kính là $2\sqrt{19}$.

Câu 83. **Chọn B.**

Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$, bán kính R và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy): $z = 0 \Leftrightarrow R = d(I;(Oxy))$

$\Leftrightarrow R = \dfrac{|6|}{1} = 6$. Vậy $(S):(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 36$.

Câu 84. **Chọn A.**

Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$, bán kính R và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) : $y = 0 \Leftrightarrow R = d(I;(Oxz))$

$\Leftrightarrow R = \dfrac{|4|}{1} = 4$. Vậy $(S):(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 16$.

Câu 85. **Chọn C.**

Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$, bán kính R và tiếp xúc trục $Ox \Leftrightarrow R = d(I;Ox)$

$\Leftrightarrow R = \sqrt{y_I^2 + z_I^2} = \sqrt{52}$. Vậy $(S):(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 52$.

Lưu ý : *Học sinh hoàn toàn có thể sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng để giải quyết.*

Câu 86. **Chọn A.**

Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$, bán kính R và tiếp xúc trục $Ox \Leftrightarrow R = d(I;Oz)$

$\Leftrightarrow R = \sqrt{x_I^2 + y_I^2} = \sqrt{20}$. Vậy $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=20.$

Lưu ý : *Học sinh hoàn toàn có thể sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng để giải quyết.*

Câu 87. **Chọn D.**

Mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=3$. Do mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua mặt phẳng *(Oxy)* nên tâm *I'* của (S') đối xứng với *I* qua *(Oxy),* bán kính $R' = R = 3$.

Ta có : $I'(1;2;-3)$. Vậy $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9.$

Lưu ý: *Để ý thấy rằng trung điểm II' thuộc mặt phẳng (Oxy) và $\overrightarrow{II'} \perp (Oxy)$. Cả 4 đáp án trên đều có thể dễ dàng tìm được tọa độ I' nên nếu tinh ý ta sẽ tiết kiệm được thời gian hơn trong việc tìm đáp án.*

Câu 88. **Chọn A.**

Mặt cầu (S) tâm $I(-1;1;2)$, bán kính $R=2$. Do mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua trục *Oz* nên tâm *I'* của (S') đối xứng với *I* qua trục *Oz,* bán kính $R' = R = 2$.

Ta có : $I'(1;-1;2)$. Vậy $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4.$

Lưu ý: *Sẽ vất vả hơn rất nhiều nếu học sinh không nhớ được tính chất đối xứng, tọa độ của một điểm đối xứng qua các trục tọa độ.*

Câu 89. **Chọn B.**

Mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=4$. Ta có : $d(I;(Oxy)) = |z_I| = 3$.

Gọi r là bán kính đường tròn *(C)* giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (*Oxy*), ta suy ra :

$r = \sqrt{R^2 - \left[d(I;(Oxy))\right]^2} = \sqrt{7}$. Vậy chu vi *(C)* bằng : $2\sqrt{7}\pi$.

Lưu ý: *Để hiểu và làm nhanh bài này học sinh nên vẽ minh họa hình học và từ đó rút ra công thức tổng quát xác định bán kính đường tròn giao tuyến như hướng dẫn giải ở trên*