

NGUYỄN NGỌC DŨNG – TẠ NGUYỄN ĐÌNH ĐĂNG
VƯƠNG PHÚ QUÝ – NGUYỄN VIỆT SINH

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM HÌNH HỌC 12

Chuyên đề

NÓN – TRỤ – CẦU

Tài liệu lưu hành nội bộ

LỜI NÓI ĐẦU

Với mong muốn giúp các em học sinh có thể trang bị thêm cho mình hành trang trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2018 sắp tới, chúng tôi đã cố gắng cho ra đời tài liệu “**Chuyên đề MẶT NÓN – MẶT TRỤ - MẶT CẦU**”.

Tài liệu này được chia thành 3 phần căn bản:

- **Phần 1:** Trình bày lý thuyết căn bản về mặt nón, mặt trụ, mặt cầu. Những lý thuyết này bao gồm những kiến thức đã nêu trong sách giáo khoa và một số kiến thức bổ sung khác.
- **Phần 2:** Một số dạng toán và phương pháp giải được trình bày chi tiết, rõ ràng. Mỗi dạng đều kèm theo ví dụ minh họa và một số bài tập giúp học sinh rèn luyện.
- **Phần 3:** Bài tập tổng hợp cho từng bài. Các bài tập này chủ yếu trích từ các đề thi thử năm 2017 của các trường trong cả nước.

Tài liệu được biên soạn hết sức tâm huyết, viết trên ý kiến chủ quan của chúng tôi, do đó không tránh khỏi những sai sót, rất mong bạn đọc thông cảm.

Chúng tôi rất mong nhận được ý kiến của mọi người về tài liệu này và sẽ cố gắng chỉnh sửa trong thời gian tới. Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về:

Địa chỉ mail: nguyenngocdung1234@gmail.com

Facebook: <https://www.facebook.com/ngocdung.nguyen.14268>

Thay mặt nhóm tác giả
Vương Phú Quý

Mục lục

Lời nói đầu	3
Chương 3 KHỐI TRÒN XOAY	7
§1 Mặt nón	7
I. Tóm tắt lý thuyết	7
1. Mặt tròn xoay	7
2. Mặt nón tròn xoay - Hình nón tròn xoay - Khối nón tròn xoay . .	7
3. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón tròn xoay	10
4. Thể tích của khối nón tròn xoay	11
5. Hình nón cắt và các công thức liên quan	11
II. Các dạng toán	11
1. Tính toán căn bản của hình nón: đường sinh, bán kính đáy, chiều cao, góc ở đỉnh, diện tích, thể tích	12
2. Thiết diện với hình nón	25
3. Nội tiếp - Ngoại tiếp hình nón	30
III. Bài tập trắc nghiệm tổng hợp	35
§2 Mặt trụ	40
I. Tóm tắt lý thuyết	40
1. Mặt trụ tròn xoay - Hình trụ tròn xoay - Khối trụ tròn xoay . . .	40
2. Nội tiếp, ngoại tiếp hình trụ	41
3. Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích	42
II. Các dạng toán	42
1. Tính toán căn bản: đường sinh, bán kính đáy, chiều cao, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích	42
2. Thiết diện với mặt trụ	51
3. Nội tiếp, ngoại tiếp hình trụ	59
III. Bài tập trắc nghiệm tổng hợp	63
§3 Mặt cầu	66
I. Tóm tắt lý thuyết	66
1. Một số định nghĩa	66
2. Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu	67

	3.	Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu	68
II.		Các dạng toán	68
	1.	Diện tích, thể tích hình cầu, chỏm cầu	68
	2.	Xác định mặt cầu (tìm tâm, bán kính)	70
	3.	Xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp	78
	4.	Một số mô hình thường gặp trong việc xác định tâm của mặt cầu	84
III.		Bài tập trắc nghiệm tổng hợp	88
§4		Các bài toán tổng hợp hình nón - trụ - cầu	99
§5		Các bài toán thực tế	106

Chương 3

KHỐI TRÒN XOAY

§1 Mặt nón

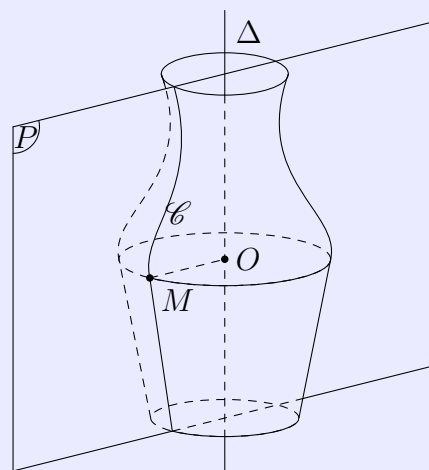
I. Tóm tắt lý thuyết

1. Mặt tròn xoay

Định nghĩa 1

Trong không gian cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và một đường \mathcal{C} . Khi quay mặt phẳng (P) quanh Δ một góc 360° thì mỗi điểm M trên đường \mathcal{C} vạch ra một đường tròn có tâm O thuộc Δ và nằm trên mặt phẳng vuông góc với Δ . Khi đó, đường \mathcal{C} sẽ tạo nên một hình được gọi là *mặt tròn xoay*.

- \mathcal{C} được gọi là *đường sinh* của mặt tròn xoay.
- Δ được gọi là *trục* của mặt tròn xoay.
- Mỗi điểm M thuộc \mathcal{C} vạch nên đường tròn $(O; OM)$, với tâm O thuộc Δ .



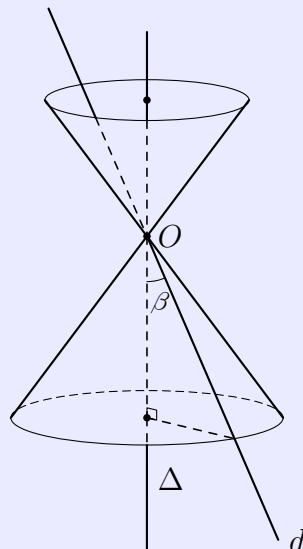
2. Mặt nón tròn xoay - Hình nón tròn xoay - Khối nón tròn xoay

A. Mặt nón tròn xoay

Định nghĩa 2

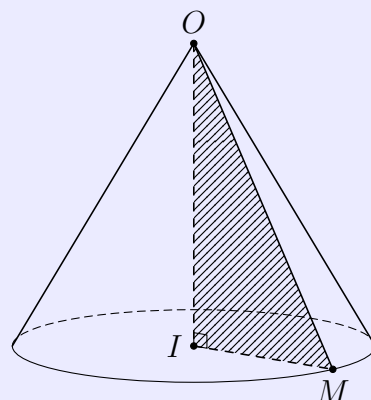
Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau tại điểm O và tạo thành góc β với $0^\circ < \beta < 90^\circ$. Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng d sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O . Người ta thường gọi tắt mặt nón tròn xoay là mặt nón.

- Δ gọi là trục của mặt nón.
- d gọi là đường sinh của mặt nón.
- Góc 2β gọi là góc ở đỉnh của mặt nón.

**B. Hình nón tròn xoay****Định nghĩa 3**

Cho tam giác OIM vuông tại I . Khi quay tam giác đó xung quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình được gọi là hình nón tròn xoay, gọi tắt là hình nón.

- Đường tròn $(I; IM)$ và toàn bộ phần bên trong của nó được gọi là *mặt đáy* của hình nón.
- O gọi là *đỉnh* của hình nón.
- OI gọi là *chiều cao* của hình nón.
- OM gọi là *đường sinh* của hình nón.
- Phần mặt tròn xoay được sinh ra bởi các điểm trên cạnh OM được gọi là *mặt xung quanh* của hình nón.

**C. Khối nón tròn xoay**

Định nghĩa 4

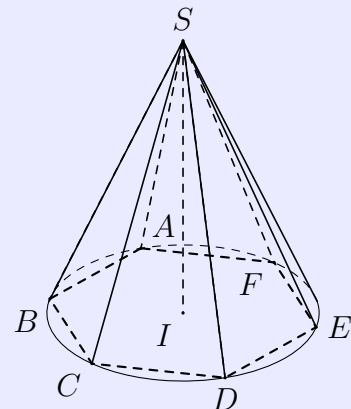
- Khối nón tròn xoay là phần không gian bao gồm hình nón tròn xoay và toàn bộ phần bên trong của hình nón đó.
- Điểm ngoài là điểm không thuộc khối nón. Điểm trong là điểm thuộc khối nón nhưng không thuộc hình nón.
- Đỉnh, mặt đáy, đường sinh của hình nón cũng là của khối nón.

⚠ Chú ý phân biệt ba loại “**mặt - hình - khối nón tròn xoay**”:

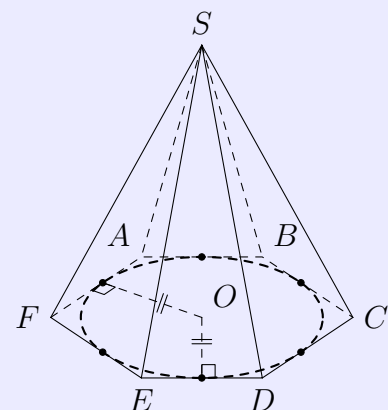
- Mặt nón tròn xoay có hình ảnh như hai hình nón chung đỉnh và chung trục nhưng kéo dài vô tận.
- Hình nón tròn xoay bị giới hạn lại, được tạo thành khi quay một tam giác vuông quanh cạnh góc vuông của nó, và chỉ lấy phần xung quanh.
- Khối nón tròn xoay hiểu nôm na là nguyên khối, bao gồm cả hình nón và toàn bộ bên trong.

D. Nội tiếp - Ngoại tiếp hình nón**Định nghĩa 5**

Một hình chóp được gọi là *nội tiếp* hình nón nếu đáy của hình chóp là đa giác nội tiếp đường tròn đáy của hình nón và đỉnh của hình chóp là đỉnh của hình nón. Khi đó ta còn nói hình nón *ngoại tiếp* hình chóp.

**Định nghĩa 6**

Một hình chóp được gọi là *ngoại tiếp* hình nón nếu đáy của hình chóp là đa giác ngoại tiếp đường tròn đáy của hình nón và đỉnh của hình chóp là đỉnh của hình nón. Khi đó ta còn nói hình nón *nội tiếp* hình chóp.



3. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón tròn xoay

A. Diện tích xung quanh của hình nón

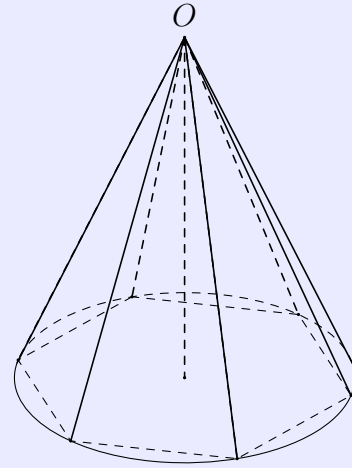
Định nghĩa 7

- Diện tích xung quanh của hình nón là giới hạn của diện tích xung quanh của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh tăng lên vô hạn.

- Công thức:

$$S_{xq} = \pi r l$$

trong đó: $\begin{cases} r : \text{ bán kính đường tròn đáy} \\ l : \text{ độ dài đường sinh} \end{cases}$.



B. Diện tích toàn phần của hình nón

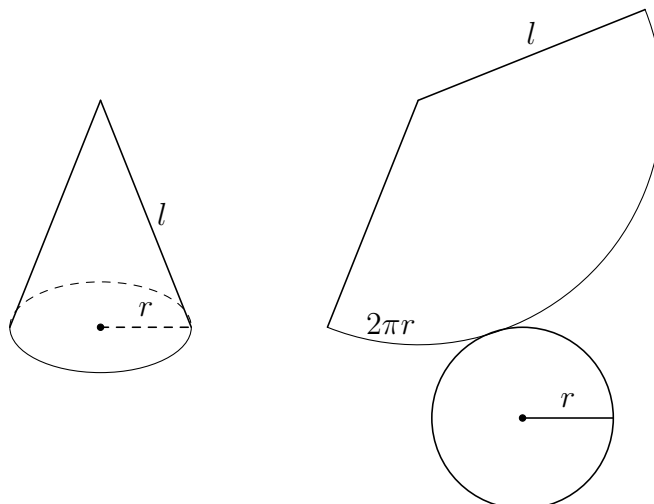
Định nghĩa 8

Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy là *diện tích toàn phần* của hình nón.

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(r + l)$$

⚠ Chú ý quan trọng hay gặp trong các bài tập:

Nếu cắt mặt xung quanh của hình nón theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng thì ta sẽ được một hình quạt có bán kính bằng độ dài đường sinh của hình nón và một cung tròn có độ dài bằng chu vi đường tròn đáy của hình nón. Ta có thể xem diện tích hình quạt này là diện tích xung quanh của hình nón.



4. Thể tích của khối nón tròn xoay

Định nghĩa 9

- Thể tích của khối nón tròn xoay là giới hạn của thể tích khối chóp đều nội tiếp khối nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

- Công thức:

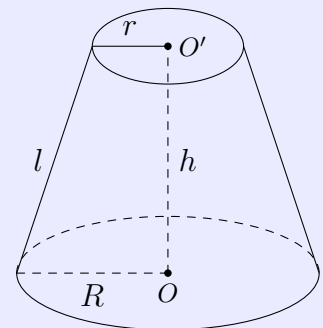
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

trong đó: $\begin{cases} S_{\text{đáy}} & : \text{diện tích đường tròn đáy} \\ r & : \text{bán kính đường tròn đáy} \\ h & : \text{độ dài chiều cao} \end{cases}$

5. Hình nón cụt và các công thức liên quan

Định nghĩa 10

- Hình nón cụt là phần của hình nón giới hạn bởi mặt đáy và một thiết diện song song với đáy.
- Hình nón cụt có thể tạo thành bởi một hình thang quay một vòng quanh cạnh góc vuông.
- Công thức:



– Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi(R + r)l$

– Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi(R + r)l + \pi(R^2 + r^2)$

– Thể tích: $V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$

– Đường sinh: $l^2 = h^2 + (R - r)^2$

II. Các dạng toán

1. Tính toán căn bản của hình nón: đường sinh, bán kính đáy, chiều cao, góc ở đỉnh, diện tích, thể tích

Dạng 1: Áp dụng công thức

1. Hình tròn:

- Chu vi $P = 2\pi r$
- Diện tích $S = \pi r^2$

2. Hình nón:

- Diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi rl$
- Diện tích toàn phần $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi rl + \pi r^2 = \pi r(r + l)$
- Thể tích $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPTQG 2017)

Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 16\pi\sqrt{3}$. D. $V = 12\pi$.

Lời giải.

Diện tích đáy là $S_{\text{đáy}} = \pi r^2 = 3\pi$.

Suy ra, thể tích khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} 3\pi \cdot 4 = 4\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

Ví dụ 2 (THPTQG 2017)

Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = 12\pi$. B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

$$S_{xq} = \pi rl = 4\sqrt{3}\pi$$

Chọn đáp án **(B)**

B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Bình Xuyên - Vĩnh Phúc - lần 3 - 2017). Một khối nón tròn xoay có chiều cao $h = 4$, bán kính đáy $r = 5$. Tính thể tích của khối nón.

- A. $\frac{100\pi}{3}$. B. 15π . C. 41π . D. $\frac{25\pi}{3}$.

Câu 2 (THPT Phan Bội Châu - Đắc Lắc - lần 2 - 2017). Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón (N), diện tích xung quanh của (N) là

- A. $S_{xq} = \pi Rh$. B. $S_{xq} = 2\pi Rl$. C. $S_{xq} = \pi R^2h$. D. $S_{xq} = \pi Rl$.

Câu 3 (Sở Hà Nam - 2017). Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 12π . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $S_{xq} = 15\pi$. B. $S_{xq} = 24\pi$. C. $S_{xq} = 16\pi$. D. $S_{xq} = 18\pi$.

Câu 4 (Sở Hải Phòng - 2017). Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = 60\pi$. B. $S_{xq} = 15\pi$. C. $S_{xq} = 20\pi$. D. $S_{xq} = 25\pi$.

Câu 5 (THPT Chuyên KHTN - lần 5 - 2017). Một hình nón có bán kính đáy bằng $5a$, độ dài đường sinh bằng $13a$. Tính độ dài đường cao h của hình nón.

- A. $h = 7a\sqrt{6}$. B. $h = 12a$. C. $h = 17a$. D. $h = 8a$.

Câu 6 (THPT Lý Tự Trọng - Nam Định - lần 1 - 2017). Một hình nón có bán kính đáy bằng 1 cm, có chiều cao bằng 2 cm. Khi đó góc ở đỉnh của hình nón là 2ϕ thỏa mãn

- A. $\sin \phi = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $\tan \phi = \frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\cos \phi = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\cot \phi = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 7 (THPT Chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội - 2017). Cho hình nón có bán kính đáy là $6a$, chiều cao là $8a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $20\pi a^2$. B. $60\pi a^2$. C. $50\pi a^2$. D. $40\pi a^2$.

Câu 8 (Sở Tây Ninh - HK2 - 2017). Một hình nón có đường sinh bằng $3a$ và bán kính đường tròn đáy bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = \frac{4\sqrt{5}}{3}\pi a^2$. B. $S_{xq} = 3\pi a^2$. C. $S_{xq} = 12\pi a^2$. D. $S_{xq} = 6\pi a^2$.

Câu 9 (THPT Chuyên Sơn La - HK2 - 2017). Cho khối nón có chiều cao bằng 8 cm và độ dài đường sinh bằng 10 cm. Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = 124\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 140\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 128\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 96\pi \text{ cm}^3$.

Câu 10 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HKII), 2017). Một hình nón có bán kính đáy $r = 3a$, chiều cao $h = 4a$. Kí hiệu góc ở đỉnh của hình nón là 2α . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\tan \alpha = \frac{4}{5}$. D. $\cot \alpha = \frac{4}{5}$.

Câu 11 (Đề tham khảo Bộ GD-ĐT - 2017). Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

- A. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$. B. $l = 2\sqrt{2}a$. C. $l = \frac{3a}{2}$. D. $l = 3a$.

Câu 12 (Sở Vũng Tàu - 2017). Cho một khối nón có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 12π . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

- A. $S_{xq} = 15\pi$. B. $S_{xq} = 45\pi$. C. $S_{xq} = 30\pi$. D. $S_{xq} = 60\pi$.

Câu 13 (THPT Hải Hậu C - Nam Định - 2017). Khối nón (\mathcal{N}) có bán kính đường tròn đáy bằng 10 và diện tích xung quanh bằng 120π . Tính chiều cao của khối nón (\mathcal{N}).

- A. $2\sqrt{11}$. B. $\frac{11}{3}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $\sqrt{11}$.

Câu 14 (THPT Phú Xuyên A - Hà Nội - 2017). Tính thể tích của khối nón có chiều cao bằng 8, độ dài đường sinh bằng 10.

- A. 128π . B. 124π . C. 140π . D. 96π .

Câu 15 (THPT An Dương Vương - TPHCM - 2017). Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy $R = a\sqrt{2}$, góc ở đỉnh bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $4\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. πa^2 .

Câu 16 (THPT Chuyên Lê Thánh Tông - Quảng Nam - 2017). Gọi r , h , l lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và đường sinh của hình nón. S_{xq} , S_{tp} , V lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích khối nón. Chọn phát biểu **sai**.

- A. $V = \frac{1}{3}\pi rh$. B. $l^2 = h^2 + r^2$. C. $S_{tp} = \pi r(l + r)$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 17 (Sở Lâm Đồng, HKII - 2017). Hình nón có chiều cao $10\sqrt{3}$ cm, góc giữa một đường sinh và đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $S = 200\pi \text{ cm}^2$. B. $S = 100\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$. C. $S = 100\pi \text{ cm}^2$. D. $S = 50\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$.

Câu 18 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội - 2017). Cho điểm O cố định nằm trên mặt phẳng (P) cho trước. Gọi S là tập hợp tất cả các đường thẳng l đi qua O và tạo với (P) một góc 45° . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. S là mặt phẳng. B. S là mặt nón.
C. S là hai đường thẳng. D. S là mặt trụ.

Câu 19 (Sở GD và DT Phú Yên). Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có bán kính đáy r và chiều cao h .

- A. $S_{xq} = \pi r\sqrt{h^2 + r^2}$. B. $S_{xq} = \pi \cdot r\sqrt{h^2 - r^2}$.
C. $S_{xq} = 2\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$. D. $S_{xq} = \frac{1}{2}\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$.

Câu 20 (Chuyên Đại học Vinh, lần 4 - 2017). Một hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng π . Tính chiều cao của hình nón.

- A. 1. B. $\sqrt[3]{5}$. C. $\sqrt[3]{3}$. D. $\sqrt[3]{2}$.

Câu 21 (THPT Lý Tự Trọng - Nam Định - lần 1 - 2017). Một khối nón có thể tích bằng $25\pi \text{ cm}^3$, nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính khối nón đó lên 2 lần thì thể tích của khối nón mới bằng

- A. $150\pi \text{ cm}^3$. B. $200\pi \text{ cm}^3$. C. $100\pi \text{ cm}^3$. D. $50\pi \text{ cm}^3$.

Câu 22 (THPT Lê Quý Đôn - Hà Nội - 2017). Cho hình nón đỉnh S và đường tròn đáy có tâm O . Điểm A thuộc đường tròn đáy. Tính số đo góc \widehat{SAO} , biết tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích đáy của hình nón là $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

A. 120° .B. 45° .C. 30° .D. 60° .

Câu 23 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM V). Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy là 6 cm và diện tích hình tròn đáy bằng $\frac{3}{5}$ diện tích xung quanh của hình nón. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 48\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.B. $V = 64\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.C. $V = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.D. $V = 288\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 24 (THPT Lê Viết Thuật, Nghệ An, lần 2, 2017). Một khối nón có thể tích bằng $25\pi \text{ cm}^3$, nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy khối nón đó lên 2 lần thì thể tích của khối nón mới bằng

A. $100\pi \text{ cm}^3$.B. $150\pi \text{ cm}^3$.C. $200\pi \text{ cm}^3$.D. $50\pi \text{ cm}^3$.

Câu 25 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3, 2017). Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , góc ở đỉnh bằng 150° . Trên đường tròn đáy lấy điểm A cố định. Có bao nhiêu vị trí của điểm M trên đường tròn đáy của nón để diện tích tam giác SMA đạt giá trị lớn nhất?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

ĐÁP ÁN

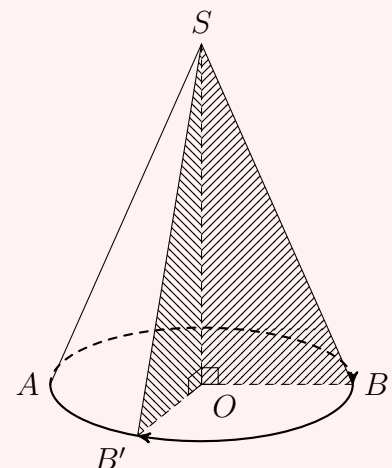
1. A	2. D	3. A	4. B	5. B	6. C	7. B	8. D	9. D	10. B	11. D	12. A	13. A
14. D	15. A	16. A	17. A	18. B	19. A	20. C	21. C	22. C	23. C	24. A	25. A	

Dạng 2: Hình nón tạo bởi phép quay tam giác

1. Quay tam giác vuông quanh một cạnh góc vuông.

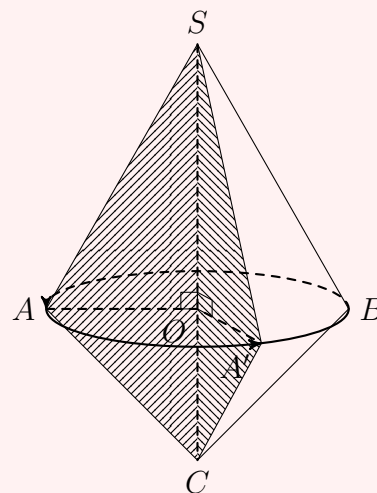
Quay tam giác $\triangle SOB$ vuông tại O quanh cạnh góc vuông SO . Khi đó ta được hình nón có:

- Đỉnh là S .
- Đường sinh là SB .
- Góc ở đỉnh là $2\widehat{OBS}$.
- Đường cao là SO .
- Bán kính đáy là OB .



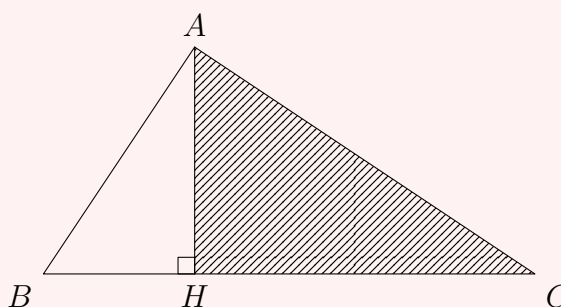
2. Quay tam giác bất kỳ quanh một cạnh bất kỳ.

Quay tam giác $\triangle SAC$ quanh cạnh SC . Ta sẽ chia $\triangle SAC$ thành hai phần là $\triangle SAO$ và $\triangle CAO$, với AO là đường cao của $\triangle SAC$. Khi đó, ta được hai hình nón chung đáy và trục như hình bên. Từ đó đưa về trường hợp 1.



3. Quay tam giác quanh đường cao.

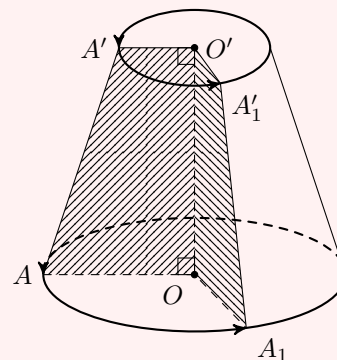
Quay tam giác $\triangle ABC$ quanh đường cao AH , khi đó ta bỏ tam giác nhỏ và giữ tam giác lớn. Coi như chỉ quay tam giác $\triangle AHC$.



4. Quay hình thang tạo thành hình nón cụt.

Quay hình thang vuông $AOO'A'$ quanh chiều cao OO' ta được hình nón cụt với:

- OO' là chiều cao.
- $O'A'$ và OA lần lượt là bán kính đáy nhỏ và đáy lớn.



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPTQG 2017)

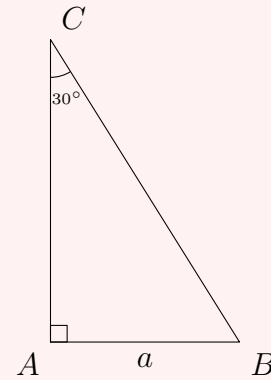
Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

- A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC có bán kính đáy là $AB = a$, đường cao là $AC = \sqrt{3}a$.

Vậy thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi AB^2 \cdot AC = \sqrt{3}\pi a^3$.



Chọn đáp án **A**

Ví dụ 2 (THPT Phan Bội Châu - Gia Lai - 2017)

Cho tam giác đều ABC có đường cao AH , cạnh $AB = a$. Khi cho quay quanh đường thẳng AH , các cạnh của tam giác ABC sinh ra một hình nón tròn xoay đỉnh A . Tính thể tích khối nón đó.

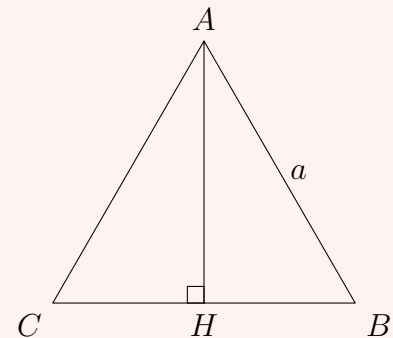
- A.** $V = \frac{1}{24}a^3\sqrt{3}$. **B.** $V = \frac{1}{12}\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{1}{12}\pi a^3$. **D.** $V = \frac{1}{24}\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Do $\triangle AHC$ và $\triangle AHB$ bằng nhau nên ta chọn một trong hai tam giác để quay. Ta chọn $\triangle AHB$. Khi đó:

Khối nón nhận được khi quay $\triangle AHB$ quanh cạnh AH có bán kính đáy là $HB = \frac{a}{2}$, đường cao là $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi HB^2 \cdot AH = \frac{1}{24}\pi a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **D**

Ví dụ 3 (THPT Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - lần 3 - 2017)

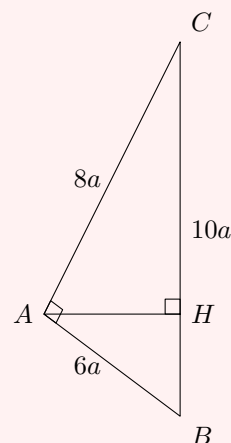
Cho tam giác ABC có $AB = 6a$, $AC = 8a$, $BC = 10a$. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng BC tạo thành khối tròn xoay (D). Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối tròn xoay (D).

- A.** $S_{tp} = 72\pi a^2$. **B.** $S_{tp} = 36\pi a^2$. **C.** $S_{tp} = \frac{336\pi}{5}a^2$. **D.** $S_{tp} = \frac{336\pi}{5}$.

Lời giải.

Chia $\triangle ABC$ thành hai tam giác $\triangle AHB$ và $\triangle AHC$. Khi đó ta được hai khối nón được tạo thành bởi $\triangle AHB$ và $\triangle AHC$ quay quanh BC . Khi đó:

- Khối nón tạo bởi $\triangle AHB$ có đường sinh $AB = 6a$, bán kính đáy $AH = \frac{24a}{5}$. Do đó diện tích xung quanh là $S_{xq} = \pi \cdot AH \cdot AB = \frac{144\pi a^2}{5}$.
- Khối nón tạo bởi $\triangle AHC$ có đường sinh $AC = 8a$, bán kính đáy $AH = \frac{24a}{5}$. Do đó diện tích xung quanh là $S'_{xq} = \pi \cdot AH \cdot AC = \frac{192\pi a^2}{5}$.



Vậy diện tích toàn phần của (D) là $S_{tp} = S_{xq} + S'_{xq} = \frac{336\pi}{5}a^2$.

Chọn đáp án **(C)**

Ví dụ 4 (THPT Lê Quý Đôn, Vũng Tàu - 2017)

Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Tính thể tích V của khối tròn xoay có được khi quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng MN biết rằng $AB = 2CD = 4MN$; $BC = a\sqrt{2}$

- A. $\frac{7\pi}{3}a^3$ (đvtt). B. $7\pi a^3$ (đvtt). C. πa^3 (đvtt). D. $\frac{7\pi\sqrt{2}}{3}a^3$ (đvtt).

Lời giải.

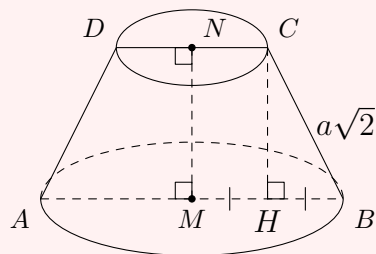
Khối tròn xoay được tạo thành là hình nón cụt.

Dễ dàng thấy được H là trung điểm MB .

Khi đó $HB = CH \Rightarrow CH = HB = a$.

Suy ra: $r = NC = a$; $R = MB = 2a$; $h = CH = a$.

Vậy Thể tích khối nón cụt là $V = \frac{1}{3}\pi h (R^2 + r^2 + Rr) = \frac{7\pi}{3}a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

⚠ Đôi khi đề bài không cho quay các đa giác quen thuộc (tam giác, hình thang) mà cho quay một đa giác bất kì, khi đó ta phải phân chia đa giác thành các hình quen thuộc đã học. Ví dụ dưới đây minh họa điều đó:

Ví dụ 5 (TPHT Lương Thế Vinh, Hà Nội, lần 3 - 2017)

Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 3, trọng tâm G , đường cao AH . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = 1$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay tứ giác $BMGH$ quanh trục AH .

- A. $\frac{49\sqrt{3}\pi}{12}$. B. $\frac{55\sqrt{3}\pi}{12}$. C. $\frac{43\sqrt{3}\pi}{12}$. D. $\frac{25\sqrt{3}\pi}{24}$.

Lời giải.

Ý tưởng: Lấy AHB trừ AGM để được $BMGH$.

Ta có: $AH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $HB = \frac{3}{2}$.

- Quay $\triangle AHB$: $V_{\triangle AHB} = \frac{1}{3}\pi HB^2 \cdot AH = \frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$.
- Quay $\triangle AGM$: Chia thành hai tam giác nhỏ là $\triangle AKM$ và $\triangle GKM$.

Ta có $KG = AK = \frac{AH}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $MK = \frac{HB}{3} = \frac{1}{2}$.

– Quay $\triangle AKM$: $V_{\triangle AKM} = \frac{1}{3}\pi KM^2 \cdot AK = \frac{\pi\sqrt{3}}{24}$.

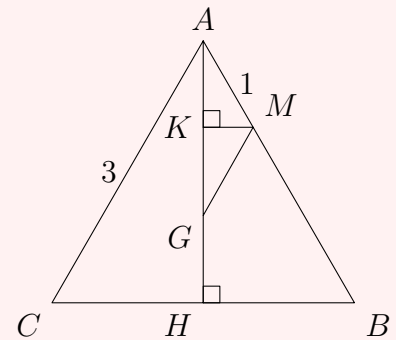
– Quay $\triangle GKM$: $V_{\triangle GKM} = \frac{1}{3}\pi KM^2 \cdot GK = \frac{\pi\sqrt{3}}{24}$.

Suy ra: $V_{\triangle AGM} = V_{\triangle AKM} + V_{\triangle GKM} = \frac{\pi\sqrt{3}}{12}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay khi quay tứ giác $BMGH$ quanh trục AH là: $V = V_{\triangle AHB} -$

$$V_{\triangle AGM} = \frac{25\sqrt{3}\pi}{24}.$$

Chọn đáp án **D**



B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Phú Xuyên A - Hà Nội - 2017). Cho tam giác ABC vuông tại C , $BC = a$, $AC = b$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh AC .

- A. $\frac{\pi a^2 b}{3}$. B. $\pi a^2 b$. C. $\frac{\pi a^3 b}{3}$. D. $\pi a^3 b$.

Câu 2 (THPT Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - 2017). Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A với $AC = 3a$, $AB = 4a$. Tính theo a diện tích xung quanh S của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AC .

- A. $S = 30a^2\pi$. B. $S = 40a^2\pi$. C. $S = 20a^2\pi$. D. $S = 15a^2\pi$.

Câu 3 (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang - lần 3 - 2017). Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, đường cao AH . Tính thể tích của khối nón tròn xoay tạo thành khi quay hình tam giác ABC quanh AH .

- A. $\pi a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 4 (THPT Hòa Bình - TPHCM - 2017). Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. Tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

- A. 10π . B. 11π . C. 12π . D. 13π .

Câu 5 (THPT Tam Dương - Vĩnh Phúc - 2017). Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ$ quay quanh cạnh góc vuông $AC = a$ tạo thành hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

- A. $2\pi a^2\sqrt{3}$. B. $4\pi a^2\sqrt{3}$. C. $\pi a^2\sqrt{3}$. D. $2\pi a^2$.

Câu 6 (THPT Quốc học - Quy Nhơn - lần 1 - 2017). Trong không gian cho tam giác vuông OIM vuông tại I , góc $\widehat{IOM} = 30^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình nón tròn xoay. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay tương ứng.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \pi a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 7 (THPT Thăng Long - Hà Nội - lần 2 - 2017). Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 10$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh đường thẳng chứa cạnh AC .

A. $S_{xq} = 1000\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 100\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 200\pi$. D. $S_{xq} = 400\pi$.

Câu 8 (THPT Trần Phú - Hà Nội - 2017). Cho tam giác ABC vuông cân tại A và có $AB = 3$ cm. Cho tam giác ABC quay quanh trục AB ta nhận được khối tròn xoay (T) . Tính thể tích của (T) .

A. $18\pi \text{ cm}^3$. B. $9\pi \text{ cm}^3$. C. $27\pi \text{ cm}^3$. D. $3\pi \text{ cm}^3$.

Câu 9 (Sở Quảng Bình - 2017). Gọi S là diện tích hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh b khi quay quanh trục CC' . Diện tích xung quanh S là

A. πb^2 . B. $\pi b^2\sqrt{2}$. C. $\pi b^2\sqrt{3}$. D. $\pi b^2\sqrt{6}$.

Câu 10 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn - Quảng Trị - HK2 - 2017). Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Quay tam giác quanh BC , ta thu được một khối tròn xoay. Tính diện tích bề mặt của khối tròn xoay đó.

A. $4\pi a^2$. B. $2\pi a^2$. C. $\frac{6\pi a^2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{3\pi a^2}{\sqrt{5}}$.

Câu 11. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) vuông tại A có $AB = 8$, $CD = 5$ và $BC = 5$. Tính thể tích V của hình tròn xoay tạo thành khi quay đường gấp khúc $ADCB$ quanh trục AB .

A. $V = \frac{128\pi}{3}$. B. $V = 128\pi$. C. $V = \frac{256\pi}{3}$. D. $V = 96\pi$.

Câu 12 (THPT Chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định). Cho tam giác ABC cân tại A , biết cạnh $AB = a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

A. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{8}$. C. $V = \frac{3\pi a^3}{8}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 13 (Sở GD và ĐT Phú Yên). Cho hình thoi cạnh a có bằng 60° . Tính thể tích V của vật thể tròn xoay có được khi cho hình thoi quay quanh trục là đường thẳng chứa một cạnh của nó.

A. $V = \pi a^3$. B. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. C. $V = \frac{7\pi a^3}{8}$. D. $V = \frac{3\pi a^3}{4}$.

Câu 14 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM II). Cho tam giác đều ABC quay quanh đường cao AH tạo ra hình nón có chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón này.

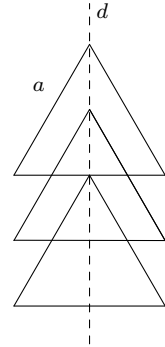
A. $S_{xq} = \frac{3\pi a^2}{4}$. B. $S_{xq} = \frac{8\pi a^2}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. D. $S_{xq} = 6\pi a^2$.

Câu 15 (THPT Triệu Sơn 2, Thanh Hoá, lần 3). Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ và điểm C thay đổi trên nửa đường tròn đó. Đặt $\widehat{CAB} = \alpha$ và gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB . Tìm $\tan \alpha$ sao cho thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\tan \alpha = 1$. B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

Câu 16 (THPT Triệu Sơn 2, Thanh Hoá, lần 3).

Cho ba hình tam giác đều cạnh bằng a chồng lên nhau như hình vẽ bên (cạnh đáy của tam giác trên đi qua các trung điểm hai cạnh bên của tam giác dưới). Tính theo a thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay chúng xung quanh đường thẳng d .



- A. $\frac{11\sqrt{3}\pi a^3}{96}$. B. $\frac{11\sqrt{3}\pi a^3}{8}$.
C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$. D. $\frac{13\sqrt{3}\pi a^3}{96}$.

Câu 17 (THPT Triệu Sơn 2, Thanh Hoá, lần 3). Cho tam giác ABC có AB, BC, CA lần lượt bằng 3, 5, 7. Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra do hình tam giác ABC quay quanh đường thẳng AB .

- A. 50π . B. $\frac{75\pi}{4}$. C. $\frac{275\pi}{8}$. D. $\frac{125\pi}{8}$.

Câu 18 (Sở GD và ĐT Bắc Giang). Cho tam giác ABC có $AB = 3a, BC = 5a, CA = 7a$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình tam giác ABC quay quanh đường thẳng AB .

- A. $\frac{76a^3\pi}{3}$. B. $16a^3\pi$. C. $\frac{75a^3\pi}{3}$. D. $20a^3\pi$.

Câu 19 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng, 2017). Cho hình thang $ABCD$ biết $\widehat{BAD} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, $AB = 5$ cm, $BC = 3$ cm, $AC = 7$ cm. Quay hình thang $ABCD$ và miền trong của nó quanh đường thẳng AB tạo nên một khối tròn xoay. Biết thể tích V của khối tròn xoay có dạng $V = \frac{a}{b}\pi$ với $a, b \in \mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a - 5b^2$.

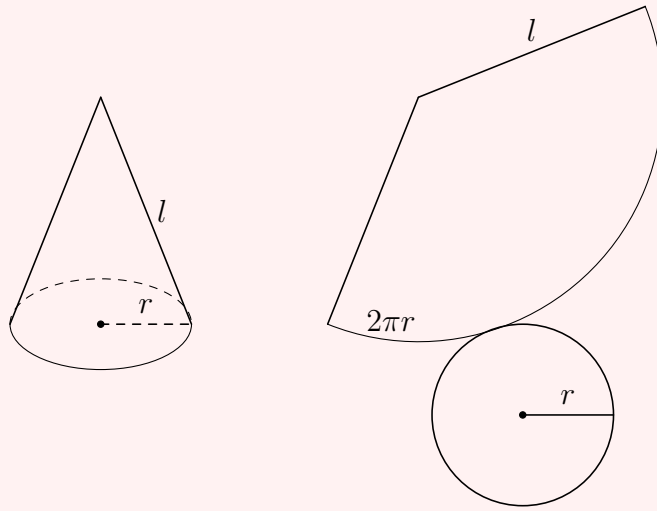
- A. $S = 31$. B. $S = -23$. C. $S = 109$. D. $S = 61$.

ĐÁP ÁN

- | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. C | 3. B | 4. C | 5. A | 6. B | 7. C | 8. B | 9. D | 10. C | 11. D | 12. D | 13. D |
| | | | 14. B | 15. B | 16. A | 17. B | 18. C | 19. D | | | | |

Dạng 3: Hình nón tạo bởi cách dán hình quạt (nâng cao)

Nếu cắt mặt xung quanh của hình nón theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng thì ta sẽ được một hình quạt có bán kính bằng độ dài đường sinh của hình nón và một cung tròn có độ dài bằng chu vi đường tròn đáy của hình nón. Ta có thể xem diện tích hình quạt này là diện tích xung quanh của hình nón.



Chú ý một số công thức:

- Chiều cao h của hình nón được tính theo công thức $h = \sqrt{l^2 - r^2}$.
- Đổi độ sang radian $\alpha^\circ = \frac{\alpha\pi}{180} \text{ (rad)}$.
- Độ dài cung tròn $l = \alpha.R$ với α là số đo của cung tính theo đơn vị radian.
- Diện tích hình quạt $S = \frac{lR}{2} = \frac{\alpha R^2}{2}$ với α là số đo của cung tính theo đơn vị radian.

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPT Quỳnh Lưu 3, Nghệ An, lần 2 - 2017)

Cắt mặt xung quanh của một hình nón tròn xoay theo một đường sinh và trải ra trên mặt phẳng ta được một nửa đường tròn bán kính R . Hỏi hình nón đó có góc ở đỉnh bằng bao nhiêu?

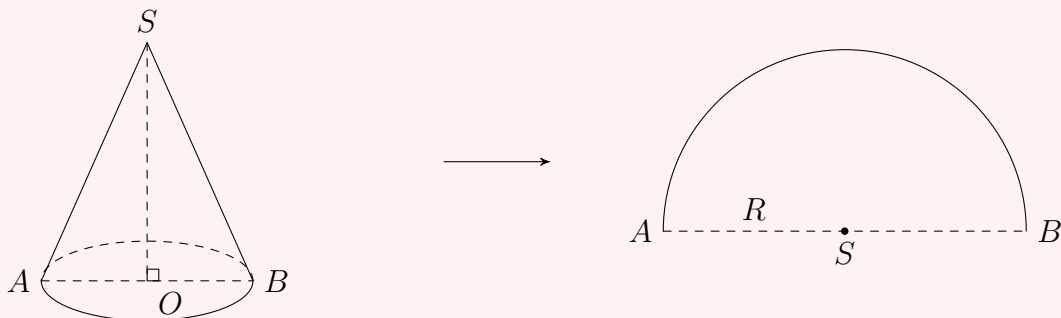
A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải.

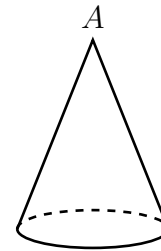
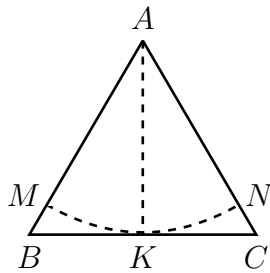


Chu vi của đáy hình nón bằng chu vi của nửa đường tròn bán kính R nên đáy có bán kính $r = \frac{R}{2}$. Đường sinh của hình nón bằng R nên suy ra góc ở đỉnh của hình nón bằng 60° .

Chọn đáp án **C**

B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (Sở Hải Phòng - 2017). Có một miếng tôn hình tam giác đều ABC cạnh 3 dm (như hình vẽ).

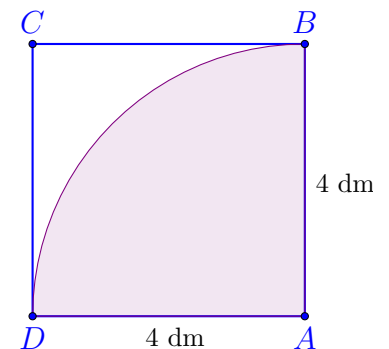


Gọi K là trung điểm của BC . Người ta dùng compa có tâm là A và bán kính AK vạch cung tròn MN (M, N theo thứ tự thuộc cạnh AB và AC) rồi cắt miếng tôn theo cung tròn đó. Lấy phần hình quạt người ta gò sao cho cạnh AM và AN trùng nhau thành một cái phễu hình nón không đáy với đỉnh A . Tính thể tích V của cái phễu.

A. $V = \frac{\sqrt{141} \cdot \pi}{64} \text{ dm}^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{105} \cdot \pi}{64} \text{ dm}^3$. **C.** $V = \frac{3\sqrt{3} \cdot \pi}{32} \text{ dm}^3$. **D.** $V = \frac{3 \cdot \pi}{32} \text{ dm}^3$.

Câu 2 (THPT Chuyên Lê Thánh Tông - Quảng Nam - 2017).

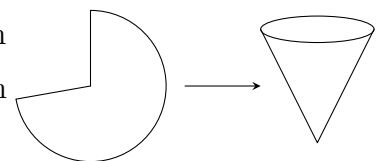
Từ miếng tôn hình vuông cạnh bằng 4 dm, người ta cắt ra hình quạt tâm A bán kính $AB = AD = 4$ dm (xem hình) để cuộn lại thành một chiếc phễu hình nón (khi đó AB trùng với AD). Chiều cao của chiếc phễu có số đo gần đúng (làm tròn đến 3 chữ số thập phân) là



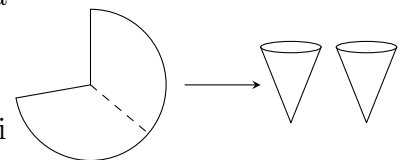
A. 3,872 dm. **B.** 3,874 dm. **C.** 3,871 dm. **D.** 3,873 dm.

Câu 3 (THPT Đông Anh, Hà Nội).

Từ cùng một tấm kim loại dẻo hình quạt (như hình vẽ) có bán kính $R = 13$ và chu vi của hình quạt là $P = 12\pi$, người ta gò tấm kim loại đó thành những chiếc phễu hình nón theo hai cách:



- Cách 1: Gò tấm kim loại ban đầu thành mặt xung quanh của một cái phễu.
- Cách 2: Chia đôi tấm kim loại thành hai phần bằng nhau rồi gò thành mặt xung quanh của hai cái phễu.

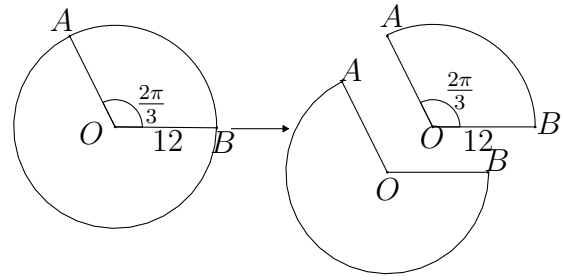


Gọi V_1 là thể tích của cái phễu ở cách 1, V_2 là tổng thể tích của hai cái phễu ở cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{133}}{\sqrt{160}}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\sqrt{133}}{\sqrt{160}}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\sqrt{160}}{\sqrt{133}}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 4 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn, lần 2, 2017).

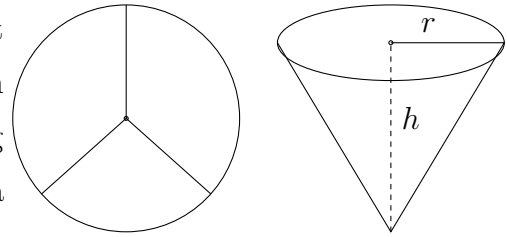
An có một tờ giấy hình tròn tâm O , bán kính là 12 cm. Trên đường tròn, An lấy một cung AB có số đo là $\frac{2\pi}{3}$, sau đó cắt hình tròn dọc theo hai đoạn OA và OB . An dán mép OA và OB lại với nhau để được hai hình nón đỉnh O . Tính tỉ số thể tích của khối nón nhỏ so với khối nón lớn (xem phần dán giấy không đáng kể).



- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 5 (THTT - Tháng 10 - 2017).

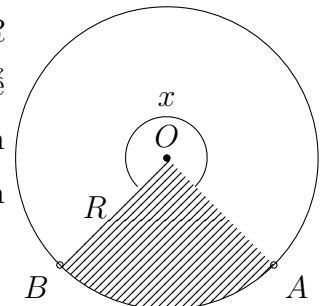
Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60 cm thành ba miền hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



- A. $V = \frac{16000\sqrt{2}}{3}$ lít. B. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.
C. $V = \frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. D. $V = \frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Câu 6 (THPT Hải An, Hải Phòng - 2017).

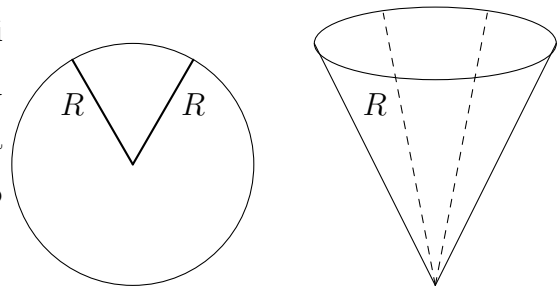
Cắt bỏ hình quạt tròn AOB từ một mảnh các tông hình tròn bán kính R rồi dán hai bán kính OA và OB của hình quạt tròn còn lại với nhau để được một cái phễu có dạng của một hình nón. Gọi x là góc ở tâm của hình quạt tròn dùng làm phễu $0 < x < 2\pi$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối nón.



- A. $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi R^3$. B. $\frac{2}{27}\pi R^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi R^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi R^3$.

Câu 7 (THPT Chuyên ĐH Sư Phạm Hà Nội - lần 4 - 2017).

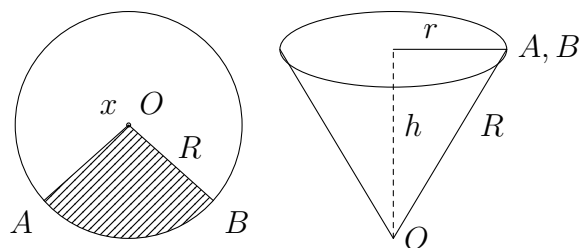
Từ một miếng sắt tây hình tròn bán kính R , ta cắt đi một hình quạt và cuộn phần còn lại thành một cái phễu hình nón. Số đo cung của hình quạt bị cắt đi phải là bao nhiêu độ (làm tròn đến đơn vị độ) để hình nón có dung tích lớn nhất?



- A. 65° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Câu 8 (THPT Hải Hậu C - Nam Định - 2017).

Bình có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ. Bạn ấy muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Bình phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất.



A. $\frac{(6 - 2\sqrt{6})\pi}{3}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$.

D. $\frac{(6 + 2\sqrt{6})\pi}{3}$.

ĐÁP ÁN

1. B

2. D

3. B

4. C

5. B

6. D

7. A

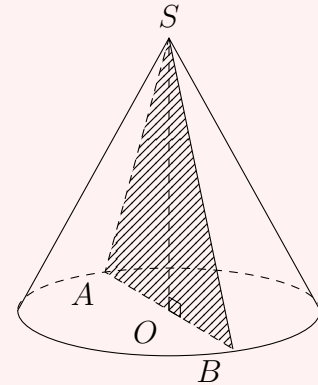
8. C

2. Thiết diện với hình nón

Dạng 1: Mặt phẳng đi qua trục

Mặt phẳng (P) đi qua trục SO cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác SAB cân tại S với:

- AB là đường kính của đáy.
- SA và SB là đường sinh của hình nón.
- SO là đường cao của cả hình nón và $\triangle SAB$.



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPTQG 2017)

Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60° . Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N) .

A. $V = 9\sqrt{3}\pi$.

B. $V = 9\pi$.

C. $V = 3\sqrt{3}\pi$.

D. $V = 3\pi$.

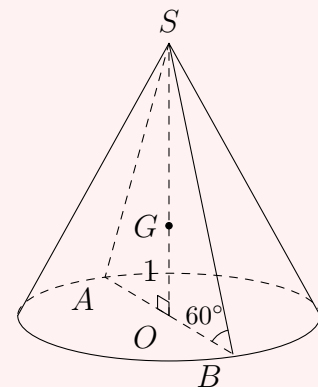
Lời giải.

Thiết diện $\triangle SAB$ là tam giác cân, đường sinh tạo với đáy một góc 60° suy ra $\triangle SAB$ tam giác đều.

Tam giác đều có tâm đường tròn nội tiếp trùng với trọng tâm, suy ra $SO = 3r = 3$. Từ đó tính được $AB = \frac{6}{\sqrt{3}}$.

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 3 = 3\pi.$$

Chọn đáp án (D)



B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Phan Bội Châu - Đắk Lắk - lần 2 - 2017). Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích của hình nón là

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 2 (THPT Phú Xuyên A - Hà Nội - 2017). Tính thể tích khối nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông là $2a$.

- A. $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $2\pi a^3\sqrt{2}$.

Câu 3 (PTDTNT Phước Sơn - Quảng Nam - 2017). Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân, có cạnh góc vuông là a . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $\frac{\pi a^2}{2}$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3\pi a^2}{2}$. D. πa^2 .

Câu 4 (Chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An, lần 4 - 2017). Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh $\sqrt{3}a$. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $S_{xq} = \frac{3}{4}\pi a^2$. B. $S_{xq} = \frac{3\sqrt{3}}{8}\pi a^2$. C. $S_{xq} = \frac{3}{2}\pi a^2$. D. $S_{xq} = \frac{3\sqrt{3}}{4}\pi a^2$.

Câu 5 (Sở Cần Thơ, mã đề 324 - 2017). Tính diện tích xung quanh S của một hình nón biết thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có diện tích bằng 8.

- A. $S = 8\sqrt{2}$. B. $S = 4\pi\sqrt{2}$. C. $S = 18\sqrt{2}$. D. $S = 8\pi\sqrt{2}$.

Câu 6 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM VII). Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng a , diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $S_{xq} = \pi a^2$. D. $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 7 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM VIII). Cho khối nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a . Tính thể tích V của khối nón.

- A. $V = \frac{1}{24}a^3\pi\sqrt{3}$. B. $V = \frac{1}{8}a^3\pi\sqrt{3}$. C. $V = \frac{1}{4}a^3\pi\sqrt{3}$. D. $V = \frac{1}{2}a^3\pi\sqrt{3}$.

Câu 8 (Chuyên Quốc Học Huế, lần 2, 2017). Một hình nón có bán kính đáy bằng 1 và có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $\sqrt{2}\pi$. B. π . C. $\frac{1}{\sqrt{2}}\pi$. D. $2\sqrt{2}\pi$.

Câu 9 (THPT Chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An, lần 3 - 2017). Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là tam giác đều cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối nón theo a .

- A. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10 (Sở GD và ĐT Bắc Giang). Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng 9. Tính diện tích toàn phần của hình nón.

- A. $9\pi(1 + \sqrt{2})$. B. $9\pi\sqrt{2}$. C. 9π . D. $6\pi(1 + \sqrt{2})$.

Câu 11 (THPT Trần Phú, Vĩnh Phúc, thi tháng 5, 2017). Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là tam giác đều có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A. $\frac{3\pi}{4}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 12 (THPT Tân Yên, Bắc Giang, lần 3, 2017). Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông có diện tích bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Câu 13 (THPT Chuyên Sơn La, lần 4). Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích toàn phần S_{tp} và thể tích V của khối nón có giá trị là

A. $S_{tp} = \frac{(1 + \sqrt{2})\pi a^2}{2}$ và $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. B. $S_{tp} = \frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$ và $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$.
C. $S_{tp} = \frac{(1 + \sqrt{2})\pi a^2}{2}$ và $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$. D. $S_{tp} = \frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$ và $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$.

Câu 14 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa). Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quang của hình nón là

A. $2\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

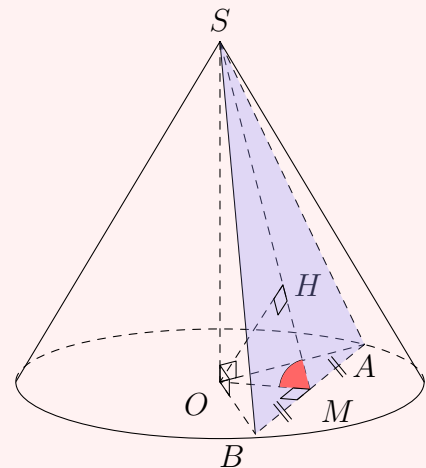
ĐÁP ÁN

1. A 2. A 3. B 4. C 5. B 6. A 7. A 8. A 9. B 10. A 11. D 12. A 13. A
14. B

Dạng 2: Mặt phẳng đi qua đỉnh và không đi qua trục

Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S nhưng không đi qua trục SO cắt hình nón theo một **thiết diện là tam giác SAB cân tại S** . Dựng các điểm như trên hình, ta được:

- OH là khoảng cách từ O đến (P) .
- \widehat{SMO} là góc giữa (P) và mặt đáy hình nón.
- $\triangle OAB$ cân tại O có OM vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến. Do đó, vận dụng các tính chất hình học (*hệ thức lượng trong tam giác vuông, tỉ số lượng giác ...*) ta có thể tính được bán kính đáy của hình nón.



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPTQG 2017)

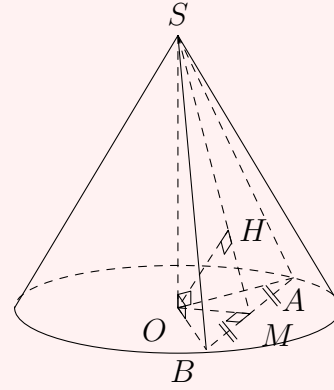
Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. $d = a$. C. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$. D. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của đáy hình nón, M là trung điểm của AB , H là chân đường cao của $\triangle SOM$. Khi đó ta có $d = OH$. Dễ dàng tính được $OS = OM = a$ nên $d = OH = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**



B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (Sở Cao Bằng - lần 1 - 2017). Cho hình nón có đỉnh là S . Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều cạnh $6a$. Một mặt phẳng qua đỉnh S của hình nón và cắt đường tròn đáy tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{ASB} = 30^\circ$. Tính theo a diện tích tam giác SAB .

- A. $10a^2$. B. $16a^2$. C. $9a^2$. D. $18a^2$.

Câu 2 (THPT Lý Tự Trọng - Nam Định - lần 1 - 2017). Cắt hình nón có đỉnh I bằng mặt phẳng (P) qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Cắt hình nón bằng mặt phẳng (Q) đi qua đỉnh I của hình nón ta được thiết diện là tam giác cân IAB . Tính diện tích S của tam giác IAB biết góc giữa mặt phẳng (Q) và mặt phẳng chứa đáy của hình nón bằng 60° .

- A. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. B. $S = 2a^2$. C. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. D. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 3 (THPT Đông Hà, Quảng Trị, lần 2 - 2017). Cho hình nón có bán kính đáy bằng R và góc ở đỉnh bằng 60° . Một thiết diện qua đỉnh của hình nón chắn trên đáy một cung có số đo 90° . Tính diện tích S của thiết diện đó.

- A. $S = \frac{R^2\sqrt{6}}{2}$. B. $S = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$. C. $S = \frac{3R^2}{2}$. D. $S = \frac{R^2\sqrt{7}}{2}$.

Câu 4 (THPT Đồng Đa, Hà Nội, 2017). Cho hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón cắt hình nón này theo một thiết diện. Tính giá trị lớn nhất của diện tích thiết diện này.

- A. $2R^2\sqrt{3}$. B. $R^2\sqrt{3}$. C. R^2 . D. $R^2\sqrt{2}$.

Câu 5 (THPT Hưng Nhân, Thái Bình, lần 3). Cho một hình nón có chiều cao $SO = 1$. Gọi AB là dây cung của đường tròn (O) sao cho $\triangle OAB$ đều và mặt phẳng (SAB) tạo với đáy hình nón một góc 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

- A. $S_{xq} = \frac{2\pi\sqrt{13}}{9}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{13}}{9}$. C. $S_{xq} = \frac{2\pi\sqrt{13}}{3}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{13}}{3}$.

Câu 6 (Đề TT lần 1, Chuyên Thái Bình - 2018). Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm

của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12cm. Tính diện tích của thiết diện đó.

- A. $S = 500(\text{cm}^2)$. B. $S = 400(\text{cm}^2)$. C. $S = 300(\text{cm}^2)$. D. $S = 406(\text{cm}^2)$.

Câu 7 (Tự luyện - Nguyễn Ngọc Dũng - 2018). Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 cm. Diện tích thiết diện là

- A. 300 cm^2 . B. 400 cm^2 . C. 500 cm^2 . D. 600 cm^2 .

Câu 8 (SGK - Ban nâng cao). Một hình nón có đường sinh bằng a và góc ở đỉnh bằng 90° . Cắt hình nón bằng mặt phẳng (α) đi qua đỉnh sao cho góc giữa (α) và mặt đáy hình nón bằng 60° . Khi đó diện tích thiết diện là

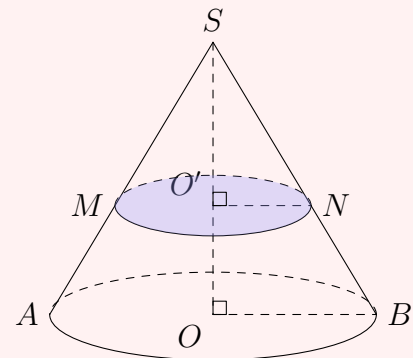
- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^2$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. C. $\frac{2}{3}a^2$. D. $\frac{3}{2}a^2$.

ĐÁP ÁN

1. C 2. D 3. D 4. B 5. A 6. A 7. C 8. A

Dạng 3: Mặt phẳng vuông góc với trục

- Mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO cắt hình nón theo một thiết diện là hình tròn $(O'; O'N)$ như hình vẽ.
- Phần thể tích của hình nón nằm giữa mặt phẳng (P) và đường tròn đáy chính là thể tích của khối nón cụt.



Một số công thức về **hình nón cụt** cần lưu ý:

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi(R + r)l$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{2 \text{ đáy}} = \pi(R + r)l + \pi(R^2 + r^2)$
- Thể tích: $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$
- Đường sinh: $l^2 = h^2 + (R - r)^2$

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPT Trần Hưng Đạo, Nam Định - 2017)

Mặt nón tròn xoay (N) có trục là đường thẳng d , đỉnh O . Một mặt phẳng không đi qua O và vuông góc với d sẽ cắt mặt nón (N) theo giao tuyến là hình gì?

- A. Một điểm. B. Một đường tròn. C. Một elip. D. Một parabol.

B. Bài tập tự luyện

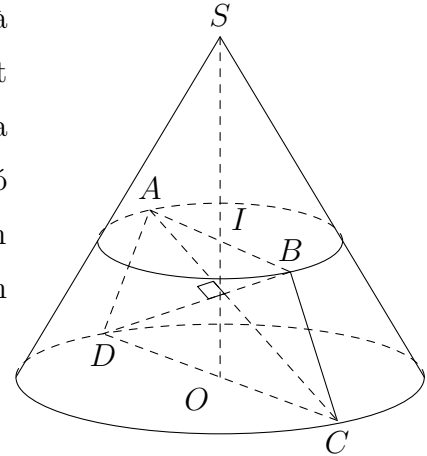
Câu 1 (THPT Chuyên Hưng Yên, lần 3, 2017). Cho khối nón có bán kính đáy $3a$. Cắt khối nón đã cho bởi một mặt phẳng vuông góc với trục và bỏ phần trên của khối nón (phần chứa đỉnh của khối nón). Biết thiết diện là hình tròn có bán kính bằng a và độ dài phần đường sinh còn lại bằng $\frac{29a}{10}$. Tính thể tích V phần còn lại của khối nón theo a .

- A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$. C. $V = \frac{29\pi a^3}{10}$. D. $V = \frac{91\pi a^3}{10}$.

Câu 2 (Tự luyện - Nguyễn Ngọc Dũng - 2018).

Một hình nón (\mathcal{N}) có bán kính đáy R , đường cao SO . Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với SO tại I sao cho $SI = \frac{1}{3}SO$. Một mặt phẳng (Q) qua trục hình nón cắt phần khối nón (\mathcal{N}) nằm giữa (P) và đáy hình nón theo thiết diện là hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc nhau như hình vẽ. Thể tích phần hình nón (\mathcal{N}) nằm giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng chứa đáy hình nón (\mathcal{N}) là

- A. $\frac{76\pi R^3}{81}$. B. $\frac{52\pi R^3}{81}$. C. $\frac{64\pi R^3}{81}$. D. $\frac{40\pi R^3}{81}$.

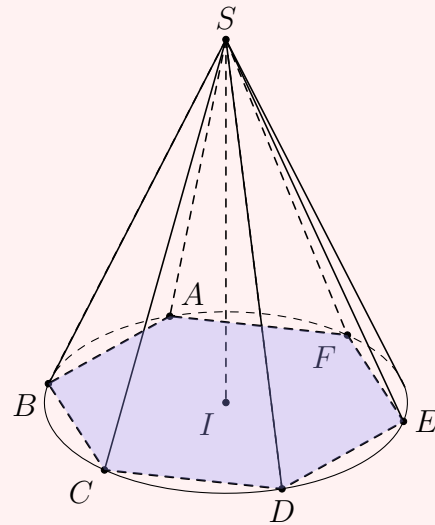
**ĐÁP ÁN**

1. D 2. B

3. Nội tiếp - Ngoại tiếp hình nón**Dạng 1: Nội tiếp hình nón**

Hình chóp $S.ABCDEF$ nội tiếp hình nón. Khi đó:

- I là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác $ABCDEF$.
- Đỉnh S của hình chóp trùng với đỉnh S của hình nón.
- $SI \perp (ABCDEF)$.



Lần lượt xác định các yếu tố sau của hình nón: **Đỉnh** \rightsquigarrow **Tâm đáy** \rightsquigarrow **Bán kính đáy**.

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPTQG 2017)

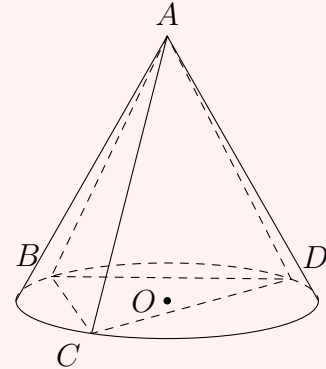
Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N).

- A. $S_{xq} = 6\pi a^2$. B. $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$. C. $S_{xq} = 12\pi a^2$. D. $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải.

- Bán kính đáy $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

- Suy ra diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi Rl = \pi a\sqrt{3} \cdot 3a = \pi a^2 3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Hải Hậu C - Nam Định - 2017). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$.

Câu 2 (Sở Cần Thơ, mã đề 324 - 2017). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và khoảng cách từ tâm của mặt đáy đến một mặt bên bằng $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón có đỉnh S và đáy là hình tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.

- A. $S_{tp} = \frac{\pi(3 - \sqrt{2})a^2}{2}$. B. $S_{tp} = \frac{\pi(3 + \sqrt{2})a^2}{2}$.
C. $S_{tp} = \frac{\pi(2 + \sqrt{3})a^2}{2}$. D. $S_{tp} = \frac{\pi(1 + \sqrt{3})a^2}{2}$.

Câu 3 (THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, lần 3 - 2017). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông đỉnh A và $SA = SB = SC = a$. Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$. D. đáp án khác.

Câu 4 (Sở GD và ĐT Bình Dương). Cho hình lập phương cạnh bằng 1 cm. Một hình nón có đỉnh là tâm của một mặt hình lập phương và có đáy đáy là hình tròn ngoại tiếp mặt đối diện với mặt chứa đỉnh. Tính thể tích V của khối nón.

- A. $V = \frac{\pi}{6} \text{ cm}^3$. B. $V = \frac{\pi}{2} \text{ cm}^3$. C. $V = \frac{\pi}{4} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 5 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 1). Gọi V_1 là thể tích khối tứ diện đều $ABCD$ và V_2 là thể tích của hình nón ngoại tiếp khối tứ diện $ABCD$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\sqrt{3}}{4\pi}$.

Câu 6 (THPT Thực hành Cao Nguyên, Đắk Lắk, lần 2 - 2017). Cho tứ diện đều cạnh a . Một hình nón có đỉnh là một trong bốn đỉnh của tứ diện, đường tròn đáy ngoại tiếp một mặt của tứ diện đối diện với đỉnh đó. Tính theo a thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \frac{\sqrt{6}\pi a^3}{9}$. B. $V = \frac{\sqrt{6}\pi a^3}{27}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 7 (THPT Yên Viên, Hà Nội (HKII), 2017). Hình nón ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a có diện tích xung quanh bằng

A. $\frac{\pi a^2}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\pi a^2}{6}$.

Câu 8 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2, 2017). Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , đường cao bằng $2a$. Gọi (N) là khối nón có đỉnh là S , và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính thể tích của (N) .

A. $\frac{2}{9}\pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. C. $\frac{1}{2}\pi a^3$. D. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

Câu 9 (Sở GD và ĐT Gia Lai). Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $3\sqrt{3}$ cm nội tiếp một hình nón. Tính thể tích V của khối nón được tạo nên bởi hình nón nói trên.

A. $V = 9\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 6\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 3\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$.

Câu 10 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, 2017). Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh A và đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác BCD .

A. $S_{xq} = \frac{8\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. B. $S_{xq} = \frac{4\pi a^2}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{8\pi a^2}{3}$. D. $S_{xq} = \frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

Câu 11 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{13}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{15}}{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{11}}{3}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{3}$.

Câu 12 (THPT Hải An, Hải Phòng). Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi a^2 \sqrt{2}$. B. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi a^2 \sqrt{3}$. C. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$. D. $S_{xq} = \frac{1}{2}\pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 13 (THPT Phú Cừ, Hưng Yên, lần 1). Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp trên.

A. $V = \frac{2\pi a^2 h}{9}$. B. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$. C. $V = \frac{4\pi a^2 h}{9}$. D. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$.

Câu 14 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. C. $V = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Câu 15 (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Ngãi). Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón còn ba đỉnh còn lại của tứ diện nằm trên đường tròn đáy

của hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

C. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

ĐÁP ÁN

1. B

2. D

3. C

4. A

5. A

6. B

7. C

8. A

9. A

10. D

11. A

12. B

13. D

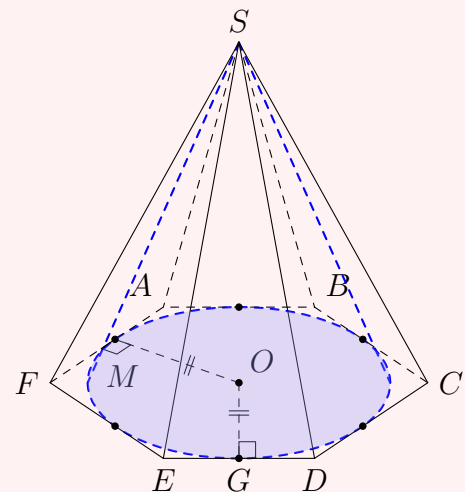
14. A

15. A

Dạng 2: Ngoại tiếp hình nón

Hình chóp $S.ABCDEF$ ngoại tiếp hình nón. Khi đó:

- O là tâm đường tròn nội tiếp đa giác $ABCDEF$.
- Đỉnh S của hình chóp trùng với đỉnh S của hình nón.
- $SO \perp (ABCDEF)$.
- $OM = OG = r$.
- $OM \perp AF, OG \perp ED$.



Lần lượt xác định các yếu tố sau của hình nón: **Đỉnh** \rightsquigarrow **Tâm đáy** \rightsquigarrow **Bán kính đáy**.

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPTQG 2017)

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

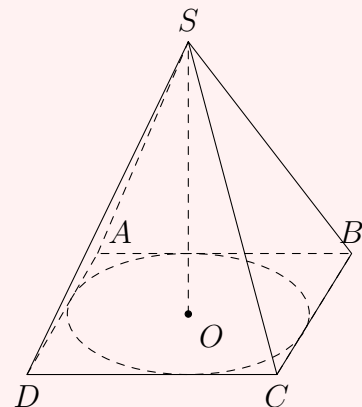
B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

- Bán kính đáy của hình nón $r = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- Hình vuông $ABCD$ có $AC = AB\sqrt{2} = 2a \Rightarrow OA = a$.
- Đường cao hình nón $h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a$.



Vậy thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{a^3\pi}{6}$.

Chọn đáp án **C**

B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Chuyên ĐH Vinh - lần 3 - 2017). Cho hình nón đỉnh S , xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác ngoại tiếp đường tròn đáy của hình nón và có $AB = BC = 10a$, $AC = 12a$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích của khối nón đã cho.

- A. $9\pi a^3$. B. $12\pi a^3$. C. $27\pi a^3$. D. $3\pi a^3$.

Câu 2 (PTDTNT Phước Sơn - Quảng Nam - 2017). Cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 45° . Hình tròn xoay đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay đó.

- A. $S_{xq} = 2\pi a^2$. B. $S_{xq} = \pi a^2$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 3 (Sở Tuyên Quang - 2017). Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $6a$. Tính thể tích khối nón nội tiếp hình chóp đó (*hình nón nội tiếp hình chóp là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và có đường tròn nội tiếp đa giác đáy hình chóp, khối nón tương ứng gọi là khối nón nội tiếp hình chóp*).

- A. $\frac{\pi a^3}{9}$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 4 (Sở Vũng Tàu - 2017). Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng a và góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng α với $\tan \alpha = \sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{5}}{81}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{5}}{27}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{5}}{9}$. D. $V = \frac{5\pi a^3}{81}$.

Câu 5 (THTT, lần 9 - 2017). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối nón đó.

- A. $S_{tp} = \frac{\pi a^3}{4}$. B. $S_{tp} = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$.
C. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(2\sqrt{5} + 1)$. D. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 1)$.

Câu 6 (THPT Trần Hưng Đạo, Nam Định - 2017). Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC ; mặt phẳng (AMN) vuông góc với (SBC) . Tính diện tích xung quanh của hình nón nội tiếp hình chóp đã cho.

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 7 (THPT Chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định). Cho hình chóp đều $S.ABCD$, cạnh đáy bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Biết rằng $BM \perp DN$. Tính thể tích V của khối nón nội tiếp hình chóp đều $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{1}{3}\pi a^3$. B. $V = \frac{a^3 \pi \sqrt{10}}{24}$. C. $V = \frac{a^3 \pi \sqrt{10}}{8}$. D. $V = \frac{a^3 \pi}{24}$.

Câu 8 (THPT Vĩnh Lộc, Thanh Hóa, lần 2). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy góc 60° . Hình nón có đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là

- A. $S = \frac{\pi a^2}{4}$. B. $S = \pi \frac{\sqrt{14}}{4} a^2$. C. $S = \pi \frac{\sqrt{7}}{4} a^2$. D. $S = \frac{\pi a^2}{2}$.

ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. B	4. A	5. D	6. A	7. B	8. C
------	------	------	------	------	------	------	------

III. Bài tập trắc nghiệm tổng hợp

Câu 1 (THPT Chuyên Thái Nguyên - lần 2 - 2017). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 75^\circ$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$ nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R . Kẻ $BH \perp AC$. Quay $\triangle ABC$ quanh AC thì $\triangle BHC$ tạo thành hình nón xoay (N). Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay (N) theo R .

- A. $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}\pi R^2$. B. $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}\pi R^2$. C. $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{4}\pi R^2$. D. $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{4}\pi R^2$.

Câu 2 (THPT Tiên Hưng, Thái Bình). Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 4$. Quay miền tam giác ABC quanh trục AC ta được một khối nón tròn xoay. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay đó.

- A. $V = 16\pi$. B. $V = \pi$. C. $V = \frac{3}{4}\pi$. D. $V = 12\pi$.

Câu 3 (THPT Chuyên Lào Cai, lần 2, 2017). Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ$ và cạnh góc vuông $AC = 2a$. Quay tam giác quanh cạnh AC tạo thành hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{4}{3}\pi a^2\sqrt{3}$. C. $8\pi a^2\sqrt{3}$. D. $16\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 4 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang (HKII), 2017). Tam giác ABC vuông tại A có độ dài cạnh $AB = 3a$, $AC = 4a$. Cho tam giác ABC quay quanh cạnh AC . Thể tích của khối nón tròn xoay được tạo thành là

- A. $12\pi a^3$. B. $36\pi a^3$. C. $\frac{100\pi a^3}{3}$. D. $16\pi a^3$.

Câu 5 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2, 2017). Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh trục BC .

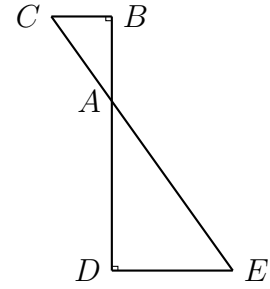
- A. $V = \frac{3}{8}\pi a^3$. B. $V = \frac{1}{2}\pi a^3$. C. $V = \frac{3}{2}\pi a^3$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 6 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2, 2017). Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB .

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $4\pi a^2$. D. $\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 7 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, 2017).

Cho mô hình gồm hai tam giác vuông ABC và ADE cùng nằm trong một mặt phẳng như hình vẽ. Biết rằng BD cắt CE tại A , $DE = 2BC = 6$, $BD = 15$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục BD .



- A. $V = 135\pi$.
- B. $V = 105\pi$.
- C. $V = 120\pi$.
- D. $V = 15\pi$.

Câu 8 (THPT Lê Quý Đôn, Vũng Tàu, 2017). Cho tam giác ABC có $\widehat{A} : \widehat{B} : \widehat{C} = 3 : 2 : 1$, $AB = 10\text{cm}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. 20 cm.
- B. $10\sqrt{3}$ cm.
- C. 30 cm.
- D. 10 cm.

Câu 9 (Sở Tuyên Quang - 2017). Cho tam giác OAB vuông đỉnh O , $AB = 8a$, $\widehat{OBA} = 60^\circ$. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích của khối nón tròn xoay sinh bởi tam giác OAB khi quay xung quanh trục OA .

- A. $32\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{68\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.
- B. $36\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{68\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.
- C. $36\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{64\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.
- D. $32\pi a^2$; $48\pi a^2$; $\frac{64\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

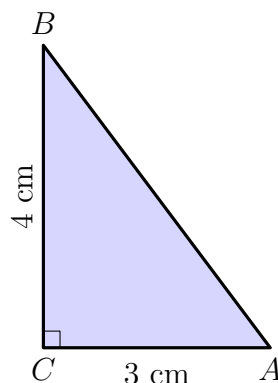
Câu 10 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn - Quảng Trị - HK2 - 2017). Khi quay một tam giác vuông quanh trục là đường thẳng chứa một cạnh góc vuông, ta thu được

- A. một hình nón.
- B. một khối nón.
- C. một hình chóp.
- D. một khối chóp.

Câu 11 (THPT Thường Tín - Hà Nội - 2017). Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn AC' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là b khi quay xung quanh trục AA' . Tính diện tích S .

- A. $\sqrt{3}\pi b^2$.
- B. $\sqrt{2}\pi b^2$.
- C. $\sqrt{6}\pi b^2$.
- D. πb^2 .

Câu 12 (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai - lần 2 - 2017). Khi xoay tam giác ABC với kích thước như hình sau quanh đường thẳng BC được một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón này là



- A. $5\pi \text{ cm}^2$.
- B. $12\pi \text{ cm}^2$.
- C. $36\pi \text{ cm}^2$.
- D. $15\pi \text{ cm}^2$.

Câu 13 (THPT Đồng Quan, Hà Nội - 2017). Cho tam giác AOB vuông tại O , góc $\widehat{OAB} = 30^\circ$ và $AB = a$. Quay tam giác AOB quanh trục AO ta được một hình nón. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó theo a .

- A. $S = \pi a^2$. B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$. C. $S = \frac{\pi a^2}{4}$. D. $S = 2\pi a^2$.

Câu 14 (THPT Ngô Sỹ Liên, Bắc Giang (HKII)). Cho tam giác ABC vuông tại A và có độ dài cạnh $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính thể tích V của khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh đường thẳng chứa cạnh AC .

- A. $V = 12\pi a^3$. B. $V = 36\pi a^3$. C. $V = \frac{100\pi a^3}{3}$. D. $V = 16\pi a^3$.

Câu 15 (THPT Tiên Hưng, Thái Bình). Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 4$. Quay miền tam giác ABC quanh trục AC ta được một khối nón tròn xoay. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay đó.

- A. $V = 16\pi$. B. $V = \pi$. C. $V = \frac{3}{4}\pi$. D. $V = 12\pi$.

Câu 16 (Sở GD và ĐT Bình Dương). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh ra bởi đường gấp khúc $AC'A'$ khi quay quanh trục AA' .

- A. $\pi\sqrt{6}$. B. $\pi\sqrt{5}$. C. $\pi\sqrt{3}$. D. $\pi\sqrt{2}$.

Câu 17 (Sở GD và ĐT Ninh Bình). Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi quay tứ diện đó xung quanh trục là AB , có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành?

- A. Ba hình nón. B. Một hình nón. C. Bốn hình nón. D. Hai hình nón.

Câu 18 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 1). Trong không gian cho tam giác OAB vuông tại O có $OA = 4a$, $OB = 3a$. Nếu cho tam giác OAB quay quanh cạnh OA thì mặt nón tạo thành có diện tích xung quanh S_{xq} bằng bao nhiêu?

- A. $S_{xq} = 9\pi a^2$. B. $S_{xq} = 16\pi a^2$. C. $S_{xq} = 15\pi a^2$. D. $S_{xq} = 12\pi a^2$.

Câu 19 (Sở GD và ĐT TP HCM, CỤM I). Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{16}{9}$. D. $\frac{9}{16}$.

Câu 20 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, mã đề 485). Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB .

- A. $l = \sqrt{3}a$. B. $l = 2\sqrt{2}a$. C. $l = (1 + \sqrt{3})a$. D. $l = 2a$.

Câu 21 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, 2017). Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB .

- A. $l = \sqrt{3}a$. B. $l = 2\sqrt{2}a$. C. $l = (1 + \sqrt{3})a$. D. $l = 2a$.

Câu 22 (THPT Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính diện tích xung quanh S của hình nón tròn xoay sinh ra khi quay đoạn thẳng AC' xung quanh trục AA' .

- A. $S = \pi a^2$. B. $S = \pi a^2 \sqrt{3}$. C. $S = \pi a^2 \sqrt{2}$. D. $S = \pi a^2 \sqrt{6}$.

Câu 23 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Công thức tính diện tích xung quanh của mặt nón có bán kính đáy và chiều cao có cùng độ dài R là

- A. $4\pi R^2$. B. πR^2 . C. $2\pi R^2$. D. $\pi R^2 \sqrt{2}$.

Câu 24 (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình, lần 3). Một khối nón có diện tích toàn phần bằng 10π và diện tích xung quanh bằng 6π . Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. B. $V = 4\pi\sqrt{5}$. C. $V = 12\pi$. D. $V = 4\pi$.

Câu 25 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Cho hình nón có thể tích $V = 12\pi a^3$ và bán kính đáy bằng $3a$. Tính độ dài đường cao h của hình nón đã cho.

- A. $4a$. B. $2a$. C. $5a$. D. a .

Câu 26 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 12$. Lấy một điểm M thuộc cạnh huyền BC và gọi H là hình chiếu của M lên AB . Quay tam giác AMH quanh trục AB tạo thành một mặt nón tròn xoay (N) . Thể tích V của khối nón tròn xoay (N) lớn nhất là bao nhiêu?

- A. $V = \frac{256\pi}{3}$. B. $V = \frac{128\pi}{3}$. C. $V = 256\pi$. D. $V = 72\pi$.

Câu 27 (THPT Phú Cừ, Hưng Yên, lần 1). Cho khối nón (N) có độ dài đường sinh bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón (N) .

- A. $V = 48\pi$. B. $V = 20\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 12\pi$.

Câu 28 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hóa, lần 3). Cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AB = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón sinh bởi tam giác ABC khi quay quanh trục là đường thẳng AB .

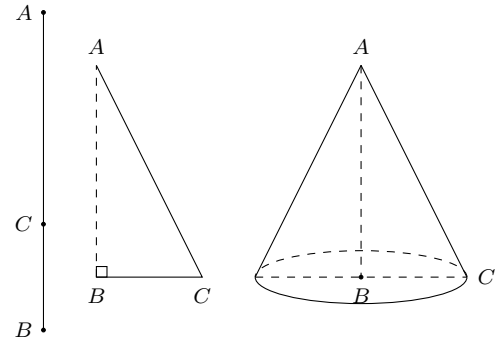
- A. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{9}$. B. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{9}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{9}$.

Câu 29 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$. Quay đường gấp khúc ACB quanh AB ta thu được một hình nón có thể tích 12π . Tính độ dài đường sinh của hình nón.

- A. $\sqrt{19}$. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 30 (THPT Sông Ray, Đồng Nai).

Bạn An có một đoạn dây kẽm AB dài 40 cm. Trên đoạn AB , An chọn một vị trí C rồi gấp khúc đoạn kẽm tại vị trí C đó sao cho ba điểm A, B, C tạo thành tam giác vuông tại B . An cho đường gấp khúc ACB xoay quanh trục AB để được một hình nón tròn xoay (như hình vẽ). Xác định độ dài đoạn BC để khối nón tròn xoay có thể tích lớn nhất.



A. $BC = 14$ cm. B. $BC = 15$ cm.

C. $BC = 17$ cm. D. $BC = 16$ cm.

Câu 31 (THPT Quốc Thái, An Giang). Một hình nón (\mathcal{N}) có bán kính đáy bằng 3 và thể tích $V = 12\pi$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = 16\pi$. B. $S_{xq} = 20\pi$. C. $S_{xq} = 18\pi$. D. $S_{xq} = 15\pi$.

Câu 32 (Đề TT lần 1, Chuyên Thái Bình, Thái Bình 2018). Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. C. $V = 3\pi a^3$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 33 (Giữa học kì 1 lớp 12 Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định). Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. C. $V = \pi a^3$. D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.

Câu 34 (Đề thi thử trường THPT Anhtan, Hà Nội, Lần 1 -2018). Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao gấp hai lần bán kính đáy.

A. $V = 6\sqrt{3}\pi$. B. $V = 2\sqrt{3}\pi$. C. $V = 2\pi$. D. $V = 6\pi$.

Câu 35 (Đề KSCL T10, Trần Phú, Vĩnh Phúc 2017). Cho tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $AB = 4a$. Quay tam giác này xung quanh cạnh AB . Thể tích của khối nón được tạo thành là

A. $\frac{64\pi a^3}{3}$. B. $\frac{8\pi a^2}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 36 (Đề KSCL T10, Trần Phú, Vĩnh Phúc 2017). Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích khối nón là

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{8\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

Câu 37 (Đề thi thử THPT Quốc gia lần 1, Tam Phước, Đồng Nai, 2017 - 2018). Cho hình nón tròn xoay có chiều cao là $a\sqrt{3}$, đường kính đáy là $2a$. Tìm diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = 2\sqrt{3}\pi a^2$. B. $S_{xq} = 2\pi a^2$. C. $S_{xq} = \pi a^2$. D. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 38 (TT2, Toán học tuổi trẻ, 2018). Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. Diện tích xung quanh S của hình nón đó là

A. $S = \frac{1}{2}\pi a^2$. B. $S = 4\pi a^2$. C. $S = 2\pi a^2$. D. $S = \pi a^2$.

Câu 39 (Đề KSCL Lần 2, Lý Thánh Tông, Hà Nội 2017). Thể tích V của khối nón có chiều cao bằng a và độ dài đường sinh bằng $a\sqrt{5}$ là

- A. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = \frac{2}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{5}{3}\pi a^3$.

Câu 40 (Đề KSCL Lần 2, Lý Thánh Tông, Hà Nội 2017). Một hình thang vuông $ABCD$ có đường cao $AD = \pi$, đáy nhỏ $AB = \pi$, đáy lớn $CD = 2\pi$. Cho hình thang đó quay quanh CD ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = 2\pi^4$. B. $V = \frac{4}{3}\pi^4$. C. $V = \frac{4}{3}\pi^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi^2$.

ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. C	4. A	5. B	6. A	7. A	8. A	9. D	10.B	11.C	12.D	13.B
14.A	15.D	16.A	17.D	18.A	19.A	20.D	21.D	22.D	23.D	24.A	25.A	26.A
27.D	28.A	29.B	30.D	31.D	32.C	33.B	34.B	35.A	36.A	37.B	38.D	39.A
40.B												

§2 Mặt trụ

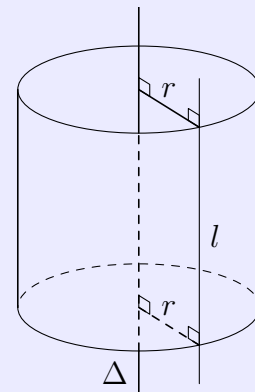
I. Tóm tắt lý thuyết

1. Mặt trụ tròn xoay - Hình trụ tròn xoay - Khối trụ tròn xoay

A. Mặt trụ tròn xoay

Định nghĩa 1

Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng Δ và l song với song nhau, cách nhau một khoảng bằng r . Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là **mặt trụ tròn xoay** (gọi tắt là mặt trụ). Đường thẳng Δ gọi là trục, l gọi là đường sinh, r là bán kính của mặt trụ đó.



B. Hình trụ tròn xoay

Định nghĩa 2

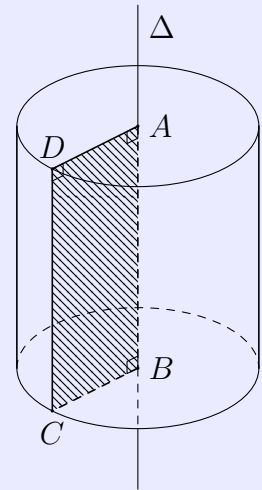
Xét hình chữ nhật $ABCD$. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn AB , thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành một hình được gọi là **hình trụ tròn xoay** (gọi tắt là hình trụ).

Hai đáy là hai hình tròn bằng nhau, bán kính của chúng gọi là bán kính của hình trụ.

Độ dài đường sinh: là độ dài đoạn CD , thường kí hiệu là l .

Chiều cao hình trụ: độ dài đoạn AB , thường kí hiệu là h .

Mặt xung quanh: là mặt do đoạn CD tạo thành khi quay.



! Độ dài đường sinh l bằng chiều cao h của hình trụ.

C. Khối trụ tròn xoay**Định nghĩa 3**

Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ kể cả hình trụ đó được gọi là **khối trụ tròn xoay** (gọi tắt là khối trụ).

Điểm nằm ngoài khối trụ: điểm không thuộc khối trụ.

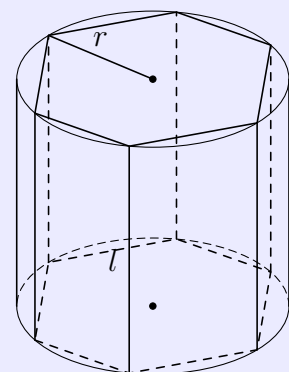
Điểm trong của khối trụ: điểm thuộc khối trụ nhưng không thuộc hình trụ.

Mặt đáy, chiều cao, đường sinh, bán kính khối trụ: theo thứ tự là mặt đáy, chiều cao, đường sinh, bán kính hình trụ.

! Phân biệt ba định nghĩa: mặt trụ tròn xoay, hình trụ tròn xoay, khối trụ tròn xoay.

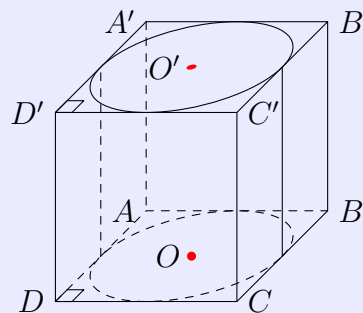
2. Nội tiếp, ngoại tiếp hình trụ**A. nội tiếp hình trụ****Định nghĩa 4**

Một hình lăng trụ đều được gọi là nội tiếp hình trụ nếu hai đáy của hình lăng trụ đều là hai đáy nội tiếp hai đường tròn đáy của hình trụ.

**B. ngoại tiếp hình trụ**

Định nghĩa 5

Một hình lăng trụ đều được gọi là ngoại tiếp hình trụ nếu hai đáy của hình lăng trụ đều là hai đáy ngoại tiếp hai đường tròn đáy của hình trụ.

**3. Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích****Định nghĩa 6****1. Diện tích xung quanh của hình trụ**

Là giới hạn của diện tích xung quanh của hình lăng trụ đều nội tiếp hình trụ đó khi số cạnh tăng lên vô hạn.

Công thức tính: $S_{xq} = 2\pi rh$

2. Diện tích toàn phần của hình trụ

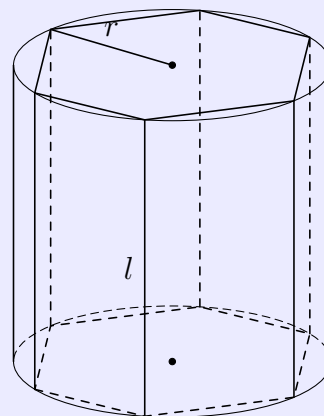
Là tổng diện tích xung quanh và diện tích của hai đáy.

Công thức tính: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$

3. Thể tích khối trụ

Là giới hạn của thể tích khối lăng trụ đều nội tiếp khối trụ đó khi số cạnh tăng lên vô hạn.

Công thức tính: $V = Bh = \pi r^2 h$



! Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ tròn xoay cũng là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đó.

II. Các dạng toán**1. Tính toán căn bản: đường sinh, bán kính đáy, chiều cao, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích****Dạng 1: Áp dụng công thức**

Đây là dạng đầu tiên chúng ta bắt buộc phải học, một phần vì dạng này cực kì dễ, một phần cũng vì dạng này có trong đề thi THPTQG 2017, bởi vậy nó rất quan trọng. Chúng ta cùng tìm hiểu dạng toán này để xem nó dễ như thế nào nhé!

Nhắc lại một số công thức:

- Chu vi đường tròn: $C = 2\pi r$
- Diện tích hình tròn: $S = \pi r^2$
- Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh$
- Diện tích toàn phần hình trụ: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$
- Thể tích khối trụ: $V = Bh = \pi r^2 h$

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1. THPTQG 2017

Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- A.** $V = 128\pi$. **B.** $V = 64\sqrt{2}\pi$. **C.** $V = 32\pi$. **D.** $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

Ví dụ 2. THPTQG-2017

Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

- A.** $r = \frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$. **B.** $r = 5$. **C.** $r = 5\sqrt{\pi}$. **D.** $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi \cdot r \cdot 2r = 50\pi \Rightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Quốc Học-Quy Nhơn-lần 2-2017). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và thể tích của hình trụ bằng 18π . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho.

- A.** $S_{xq} = 18\pi$. **B.** $S_{xq} = 36\pi$. **C.** $S_{xq} = 6\pi$. **D.** $S_{xq} = 12\pi$.

Câu 2 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng, 2017). Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy là $R = 3$ cm. Gọi S_{xq}, S_{tp} lần lượt là diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_{tp} - S_{xq}$.

- A.** $S = 18\pi \text{ cm}^2$. **B.** $S = 9\pi \text{ cm}^2$. **C.** $S = 6\pi \text{ cm}^2$. **D.** $S = 12\pi \text{ cm}^2$.

Câu 3 (Sở Hà Tĩnh-2017). Một hình trụ có bán kính đáy $r = 40$ cm và chiều cao $h = 40$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

- A.** $1600\pi \text{ cm}^2$. **B.** $3200\pi \text{ cm}^2$. **C.** 1600 cm^2 . **D.** 3200 cm^2 .

Câu 4 (THPT Phú Xuyên A-Hà Nội-2017). Tính thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính r và chiều cao h .

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $2\pi r h$. D. $\frac{1}{3}\pi r^3 h$.

Câu 5 (THPT Phan Bội Châu-Gia Lai-2017). Cho khối trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao là $R\sqrt{3}$. Tính thể tích khối trụ đó.

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3\sqrt{3}$. B. $V = \pi R^3\sqrt{3}$. C. $V = 4\pi R^3\sqrt{3}$. D. $V = R^3\sqrt{3}$.

Câu 6 (THPT Quốc Oai, Hà Nội-HKII-2017). Cho hình trụ (T) có độ dài đường sinh là b và bán kính đường tròn đáy là a . Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) .

- A. $S_{tp} = 2\pi a(b + a)$. B. $S_{tp} = \pi a(2b + a)$. C. $S_{tp} = 2\pi a(b + 2a)$. D. $S_{tp} = \pi a(b + a)$.

Câu 7 (THPT Trần Phú-Vĩnh Phúc-2017). Hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng R thì diện tích toàn phần của nó bằng

- A. $6\pi R^2$. B. $2\pi R^2$. C. πR^3 . D. $4\pi R^2$.

Câu 8 (THPT Phú Xuyên A-Hà Nội-2017). Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, thể tích khối trụ là 90π . Tính diện tích xung quanh của khối trụ đó.

- A. 36π . B. 60π . C. 81π . D. 78π .

Câu 9 (THPT Phú Cừ-Hưng Yên-2017). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và diện tích toàn phần bằng $6\pi a^2$. Tính độ dài đường sinh l của hình trụ đã cho.

- A. $l = a$. B. $l = \frac{3a}{2}$. C. $l = 3a$. D. $l = 2a$.

Câu 10 (THPT Phú Xuyên A-Hà Nội-2017). Cho hình trụ có diện tích toàn phần 6π . Xác định bán kính đáy r và chiều cao h của khối trụ để thể tích của nó đạt giá trị lớn nhất?

- A. $r = 1, h = 2$. B. $r = 2, h = 1$. C. $r = 1, h = 1$. D. $r = 2, h = 2$.

Câu 11 (THPT Chuyên KHTN-lần 5-2017). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4, độ dài đường sinh bằng 12. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

- A. $S_{xq} = 48\pi$. B. $S_{xq} = 128\pi$. C. $S_{xq} = 192\pi$. D. $S_{xq} = 96\pi$.

Câu 12 (THPT Tam Dương-Vĩnh Phúc-2017). Gọi r là bán kính đường tròn đáy và l là độ dài đường sinh của khối trụ. Thể tích khối trụ là

- A. $2\pi r^2 l$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$. C. $3\pi r^2 l$. D. $\pi r^2 l$.

Câu 13 (THPT Thanh Chương 1-Nghệ An-lần 2-2017). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và diện tích toàn phần bằng $4\pi R^2$. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó.

- A. $V = 2\pi R^3$. B. $V = \frac{2\pi R^3}{3}$. C. $V = 3\pi R^3$. D. $V = \pi R^3$.

Câu 14 (THPT EaRôk-Đăk Lăk-lần 2-2017). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có bán kính đáy R , chiều cao h và độ dài đường sinh l là:

- A. $S_{tp} = 2\pi R^2 + \pi Rl$. B. $S_{tp} = \pi R^2 + 2\pi Rl$.
C. $S_{tp} = \pi R^2 + \pi Rl$. D. $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rl$.

Câu 15 (THPT Quốc học-Quy Nhơn-lần 1-2017). Tính diện tích toàn phần S_{tp} của một hình trụ có bán kính r và chiều cao $h = r\sqrt{3}$.

A. $S_{tp} = (1 + \sqrt{3})\pi r^2$.

B. $S_{tp} = 2(1 + \sqrt{3})\pi r^2$.

C. $S_{tp} = 2(1 + \sqrt{3})\pi r^3$.

D. $S_{tp} = (1 + 2\sqrt{3})\pi r^3$.

Câu 16 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa-lần 2-2017). Một khối trụ có thể tích bằng $192\pi \text{ cm}^3$ và đường sinh gấp ba lần bán kính đáy. Tính độ dài đường sinh của hình trụ đó.

A. 12 cm.

B. 3 cm.

C. 6 cm.

D. 9 cm.

Câu 17 (Chuyên Đại học Vinh-lần 4-2017). Một khối trụ có thể tích bằng 16π . Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 16π . Bán kính đáy của khối trụ ban đầu bằng

A. 1.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Câu 18 (THPT Chu Văn An-Đắk Nông-2017). Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có độ dài đường sinh là l và bán kính đường tròn đáy là r .

A. $S_{tp} = \pi r(l + r)$.

B. $S_{tp} = \pi r(2l + r)$.

C. $S_{tp} = 2\pi r(l + 2r)$.

D. $S_{tp} = 2\pi r(l + r)$.

Câu 19 (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội-lần 3). Cho hình trụ có bán kính đáy 6 cm và đường cao 5 cm. Tính diện tích toàn phần của hình trụ.

A. $96\pi \text{ cm}^2$.

B. $110\pi \text{ cm}^2$.

C. $102\pi \text{ cm}^2$.

D. $132\pi \text{ cm}^2$.

Câu 20 (Sở GD và ĐT Điện Biên-2017). Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng 8, bán kính đáy bằng 4. Thể tích khối trụ bằng

A. 32π .

B. 128π .

C. $\frac{32\pi}{3}$.

D. $\frac{128\pi}{3}$.

Câu 21 (Sở Tây Ninh-HK2-2017). Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng $3a$ và có chiều cao bằng $4a$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = 42\pi a^3$.

B. $V = 36\pi a^3$.

C. $V = 12\pi a^3$.

D. $V = 24\pi a^3$.

Câu 22 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế-2017). Trong không gian cho hình trụ bán kính đáy $R = 3$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 48\pi$.

B. $S_{tp} = 30\pi$.

C. $S_{tp} = 18\pi$.

D. $S_{tp} = 39\pi$.

Câu 23 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế-2017). Trong không gian cho hình trụ bán kính đáy $R = 3$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 48\pi$.

B. $S_{tp} = 30\pi$.

C. $S_{tp} = 18\pi$.

D. $S_{tp} = 39\pi$.

Câu 24 (Sở GD và ĐT Hà Tĩnh-2017). Cho hình trụ có bán kính đáy 3 cm, đường cao 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $24\pi \text{ cm}^2$.

B. 24 cm^2 .

C. $36\pi \text{ cm}^2$.

D. 36 cm^2 .

Câu 25 (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 3-2017). Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng 4 và diện tích xung quanh bằng 16π . Tính thể tích V của khối trụ (T).

A. $V = 32\pi$.

B. $V = 64\pi$.

C. $V = 16\pi$.

D. $V = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 26 (THPT Hải An-Hải Phòng-2017). Thể tích của khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ cm và chiều cao $h = 9$ cm là

- A. 18π cm³. B. 18 cm³. C. 162π cm³. D. 36π cm³.

Câu 27 (THPT Sông Ray-Đồng Nai-2017). Hình trụ (H_1) có bán kính mặt đáy $R = a$ và chiều cao $h = 2a$, hình trụ (H_2) có bán kính mặt đáy là $R = 2a$ và chiều cao $h = a$. Gọi V_1 là thể tích của (H_1), V_2 là thể tích của (H_2). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $V_1 < V_2$. B. $V_1 > V_2$. C. $V_1 = V_2$. D. $V_1 + V_2 = 5\pi a^3$.

Câu 28 (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 3-2017). Một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy là 7 cm và diện tích xung quanh là 70π cm². Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

- A. $V = 175\pi$ cm³. B. $V = 700\pi$ cm³. C. $V = \frac{175\pi}{3}$ cm³. D. $V = 35\pi$ cm³.

Câu 29 (THPT Lê Quý Đôn-TP HCM-2017). Trong tất cả các hình trụ có diện tích toàn phần bằng S , tìm bán kính R và chiều cao h của khối trụ có thể tích lớn nhất.

- A. $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}, h = \sqrt{\frac{3S}{4\pi}}$. B. $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}, h = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$.
C. $R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}, h = \sqrt{\frac{S}{2\pi}}$. D. $R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}, h = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

Câu 30 (Đề KSCL T10-Trần Phú-Vĩnh Phúc-2017). Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 50$ cm. Hỏi diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đó bằng bao nhiêu?

- A. $S_{xq} = 500$ cm². B. $S_{xq} = 250$ cm². C. $S_{xq} = 500\pi$ cm². D. $S_{xq} = 2500\pi$ cm².

Câu 31 (Đề thi thử-THPT Anhtan-Hà Nội-Lần 1-2018). Tính diện tích xung quanh của khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 2\sqrt{5}$.

- A. $8\sqrt{5}\pi$. B. $2\sqrt{5}\pi$. C. 2π . D. $4\sqrt{5}\pi$.

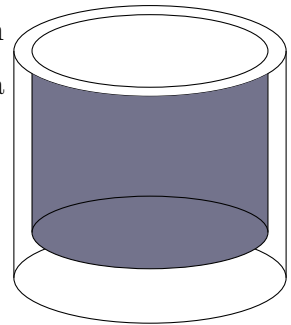
Câu 32 (Đề thi thử THPT Quốc gia lần 1-Tam Phước-Đồng Nai-2018). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này.

- A. 24π (cm²). B. 22π (cm²). C. 26π (cm²). D. 20π (cm²).

Câu 33 (THPT EaRôk-Đăk Lăk-lần 2-2017).

Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh hình trụ với đáy cốc dày 1,5 cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là 480π cm³ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm³ thủy tinh?

- A. $75,66\pi$ cm³. B. $85,41\pi$ cm³. C. $84,64\pi$ cm³. D. $71,16\pi$ cm³.



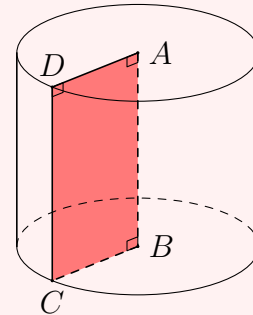
ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. B	4. B	5. B	6. A	7. D	8. B	9. D	10.A	11.D	12.D	13.D
14.D	15.B	16.A	17.C	18.D	19.D	20.B	21.B	22.A	23.A	24.A	25.A	26.D
	27.A	28.A	29.D	30.C	31.A	32.A	33.A					

Dạng 2: Hình trụ tạo bởi phép quay hình chữ nhật

Thêm một dạng toán nữa cũng không kém phần dễ so với dạng 1, và cũng không kém phần quan trọng. Các em chỉ cần nhớ chú ý sau là có thể làm hầu như gần hết các bài tập của dạng này.

! Khi ta quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục chứa cạnh AB thì độ dài cạnh AB là chiều cao hình trụ, độ dài cạnh AD là bán kính đáy của hình trụ.



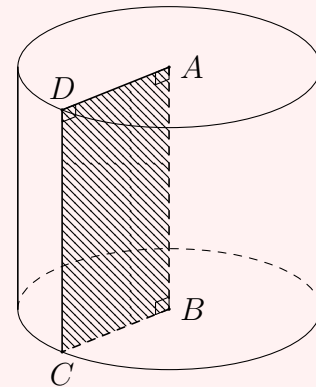
A. Một số ví dụ

Ví dụ 1

Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 2a, AD = a$ quay xung quanh trục AB . Tính chiều cao, bán kính đáy, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ và thể tích của khối trụ.

Lời giải.

- Chiều cao: $h = 2a$.
- Bán kính đáy: $r = a$.
- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4a^2 \cdot \pi$.
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = 4a^2 \cdot \pi + 2\pi a^2 = 6a^2 \cdot \pi$.
- Thể tích: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2a^3 \cdot \pi$.



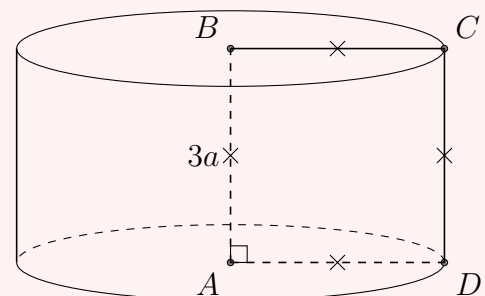
Ví dụ 2. Đề KSCL Lần 2-Lý Thánh Tông-Hà Nội-2017

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là $3a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có được khi quay hình vuông $ABCD$ quanh trục là cạnh là AB .

Lời giải.

Hình trụ tròn xoay có đường sinh $l = CD = 3a$, bán kính đáy $R = AD = 3a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot l = 18\pi a^2$.



B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (Sở GD và ĐT TP HCM-Cụm V-2017). Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, AC = a\sqrt{5}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ khi quay đường gấp khúc $BCDA$ quanh trục AB .

- A. $S_{xq} = 2\pi a^2$. B. $S_{xq} = 4\pi a^2$. C. $S_{xq} = 2a^2$. D. $S_{xq} = 4a^2$.

Câu 2 (Sở GD và ĐT Gia Lai-2017). Trong không gian, cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi quay hình vuông đó xung quanh trục AB ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đó.

- A. $S_{xq} = \pi a^2$. B. $S_{xq} = 4\pi a^2$. C. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi a^2$. D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 3 (THPT Chuyên Thái Bình-lần 5-2017). Trong không gian cho hai điểm A, B phân biệt và cố định. Điểm M thay đổi sao cho diện tích tam giác MAB không đổi. Khi đó, tập hợp tất cả các điểm M này là một

- A. mặt trụ. B. mặt phẳng. C. mặt nón. D. mặt cầu.

Câu 4 (THPT Chuyên Nguyễn Trãi-Hải Dương-lần -3-2017). Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a, BC = a$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường thẳng chứa cạnh AD tạo thành khối tròn xoay (H) . Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối tròn xoay (H) .

- A. $S_{tp} = 6\pi a^2$. B. $S_{tp} = 4\pi a^2$. C. $S_{tp} = 2\pi a^2$. D. $S_{tp} = 8\pi a^2$.

Câu 5 (THPT An Dương Vương-TPHCM-2017). Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một khối trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ.

- A. 2π . B. 3π . C. 4π . D. 8π .

Câu 6 (THPT Đông Anh-Hà Nội-2017). Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 2$ và $AD = 4$. Gọi M, N là trung điểm các cạnh AB và CD . Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh đường thẳng MN , ta được khối trụ tròn xoay có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = 16\pi$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 8\pi$. D. $V = 32\pi$.

Câu 7 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn - Quảng Trị - HK2 - 2017). Cho một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 5, một cạnh có độ dài bằng 3. Quay hình chữ nhật đó quanh trục là đường thẳng chứa cạnh có độ dài lớn hơn, ta thu được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

- A. 12π . B. 48π . C. 36π . D. 45π .

Câu 8 (Sở GD và ĐT TP HCM-Cụm II-2017). Cho hình vuông $ABCD$ quay quanh cạnh AB tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Tính theo a thể tích V của hình trụ này.

- A. $V = 2\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 8\pi a^3$. D. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 9 (THPT Chuyên Thái Nguyên-lần 3-2017). Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6, AD =$

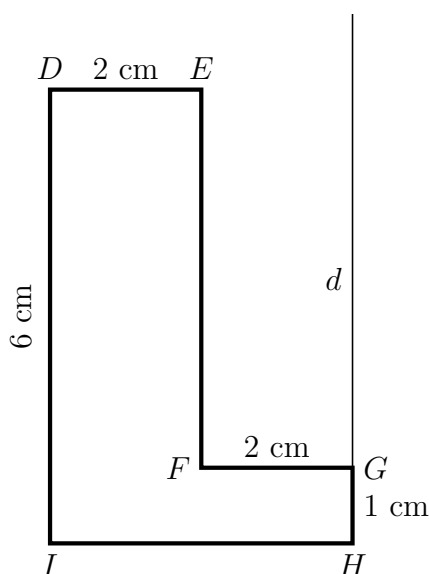
4. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của bốn cạnh AB, BC, CD, DA . Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh QN , tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng

- A. $V = 2\pi$. B. $V = 6\pi$. C. $V = 8\pi$. D. $V = 4\pi$.

Câu 10 (Giữa học kì 1-Lương Thế Vinh-Hà Nội). Cho hình trụ có được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB . Biết rằng $AB = 2AD = 4a$. Tính thể tích của khối trụ đã cho theo a .

- A. $8\pi a^3$. B. $16\pi a^3$. C. $16a^3$. D. $32\pi a^3$.

Câu 11 (THPT Chuyên Lương Thế Vinh-Đồng Nai-lần 2-2017). Một chi tiết máy bằng đồng được tạo ra bằng cách cho hình vẽ sau (tất cả các góc của hai đường thẳng cắt nhau đều bằng 90°) với các kích thước $DI = 6 \text{ cm}$, $GH = 1 \text{ cm}$, $DE = FG = 2 \text{ cm}$



xoay quanh trục d . Khi bỏ chi tiết này vào một hộp nước hình trụ có bán kính đáy là 4 cm , chiều cao 12 cm đang chứa một lượng nước bằng nửa thể tích hộp thì mực nước dâng thêm là (Biết chi tiết chìm hoàn toàn trong nước)

- A. $3,25 \text{ cm}$. B. $2,25 \text{ cm}$. C. $4,75 \text{ cm}$. D. $3,5 \text{ cm}$.

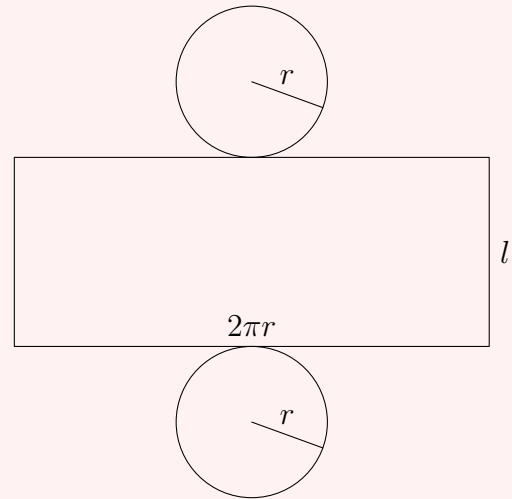
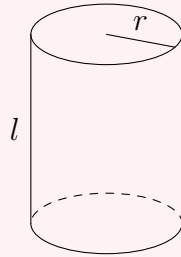
ĐÁP ÁN

- | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| 1. B | 2. D | 3. A | 4. A | 5. C | 6. B | 7. C | 8. C | 9. C | 10. B | 11. C |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|

Dạng 3: Hình trụ tạo bởi cắt dán hình chữ nhật

Dạng này là một dạng khó, thường xoay quanh những bài toán thực tế và đòi hỏi tính tư duy cao. Tuy nhiên, đây không phải là dạng chủ chốt đối với chương này. Chính vì vậy các em không phải lo lắng quá nhiều đâu. Thầy có một cái chú ý nhỏ để làm dạng này.

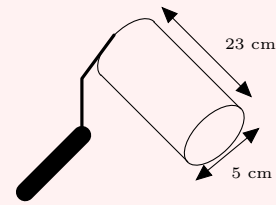
⚠ Khi cắt mặt xung quanh của hình trụ theo một đường sinh và trải ra trên một mặt phẳng thì ta được một hình chữ nhật có một cạnh bằng l và một cạnh bằng chu vi của đường tròn đáy.



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1. THPT-lần 9-2017

Một cái trục lăn sơn nước có dạng hình trụ, với đường kính của đường tròn đáy là 5 cm, chiều dài trục lăn là 23 cm (hình bên). Sau khi lăn 15 vòng thì trục lăn tạo trên sân phẳng hình có diện tích là



- A. $3450\pi \text{ cm}^2$. B. $862,5\pi \text{ cm}^2$.
C. 1725 cm^2 . D. $1725\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Mỗi một vòng thì diện tích tạo trên sân phẳng: $S_1 = 2\pi rh = 2\pi \frac{5}{2} \cdot 23 = 115\pi \text{ cm}^2$.

Vậy sau khi lăn 15 vòng thì diện tích tạo trên sân phẳng là: $S_{15} = 115\pi \cdot 15 = 1725\pi \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(D)**

B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (Sở GD và ĐT Hưng Yên-2017). Bánh của một chiếc xe lu có dạng hình trụ với đường kính đáy bằng 1,2 m, bề ngang bằng 2,1 m. Hỏi khi xe di chuyển thẳng, bánh xe quay được 12 vòng, thì diện tích mặt đường được lu là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.)

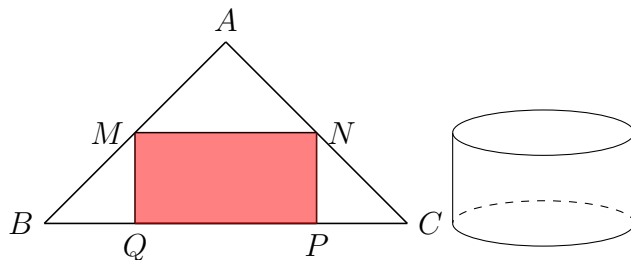
- A. 95 m^2 . B. 72 m^2 . C. 48 m^2 . D. 144 m^2 .

Câu 2 (Giữa học kì 1-Lương Thế Vinh-Hà Nội-2018). Để làm một thùng phi hình trụ người ta cần hai miếng nhựa hình tròn làm hai đáy có diện tích mỗi hình là $16\pi(\text{cm}^2)$ và một miếng nhựa hình chữ nhật có diện tích là $60\pi(\text{cm}^2)$ để làm thân. Tính chiều cao của thùng phi được làm.

- A. $10(\text{cm})$. B. $15(\text{cm})$. C. $\frac{15}{2}(\text{cm})$. D. $30(\text{cm})$.

Câu 3.

Có tấm bìa hình tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền bằng a . Người ta muốn cắt tấm bìa đó thành hình chữ nhật $MNPQ$ rồi cuộn lại thành một hình trụ không đáy như hình vẽ. Diện tích hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu để diện tích xung quanh của hình trụ là lớn nhất?



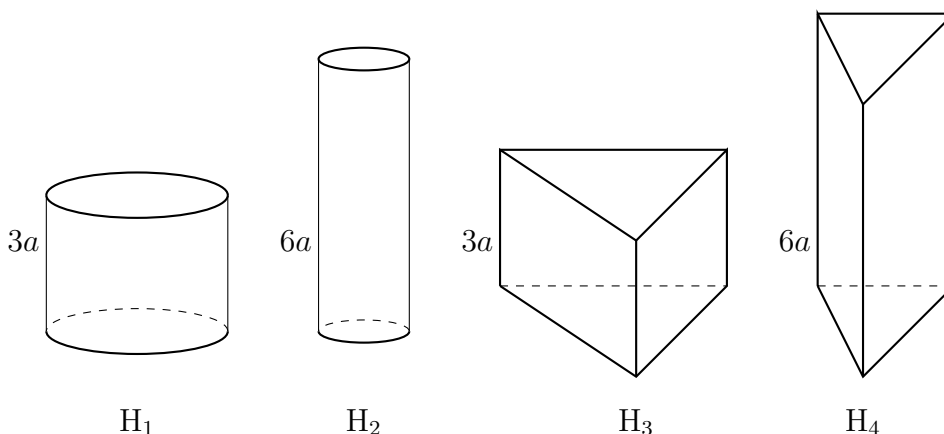
A. $\frac{a^2}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

C. $\frac{a^2}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^2}{8}$.

Câu 4. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a, 6a$. Người ta muốn tạo từ tấm bìa đó thành 4 hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a, 6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt là $3a, 6a$. Trong bốn hình H_1, H_2, H_3, H_4 lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là:



A. H_1, H_4 .

B. H_2, H_3 .

C. H_1, H_3 .

D. H_2, H_4 .

ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. C	4. A
------	------	------	------

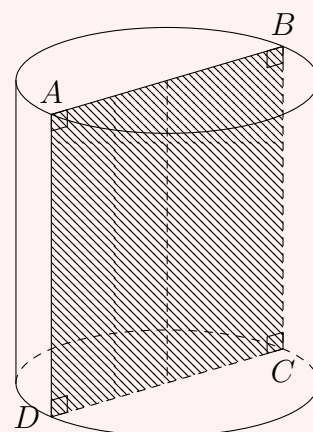
2. Thiết diện với mặt trụ

Dạng 1: Mặt phẳng chứa trục

Chúng ta đã học được ba dạng và cảm thấy muốn biết thêm những dạng còn lại đúng không nào? Đến với dạng này chúng ta chỉ cần có thêm một chút tưởng tượng mà thôi. Cùng đi tìm hiểu thôi nào!

Một mặt phẳng đi qua trục và cắt hình trụ sẽ tạo thành thiết diện là một hình chữ nhật $ABCD$.

- Chiều dài cạnh AD là chiều cao của hình trụ, tức là: $AD = h$.
- Chiều dài cạnh AB là đường kính của hình trụ, tức là: $AB = 2r$.



⚠ Khi $h = 2r$ thì ta có thiết diện là hình vuông và ngược lại

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1. Sở GD và ĐT Hải Dương-2017

Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $BC = 3a$. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = 12\pi a^3$.

B. $V = 16\pi a^3$.

C. $V = 4\pi a^3$.

D. $V = 8\pi a^3$.

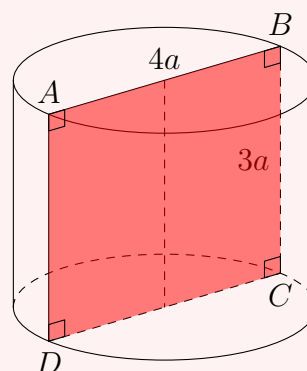
Lời giải.

Ta có:

Chiều cao của hình trụ: $h = BC = 3a$.

Bán kính đáy hình trụ: $r = \frac{AB}{2} = \frac{4a}{2} = 2a$.

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 \cdot h = \pi (2a)^2 \cdot 3a = 12\pi a^3$.



Chọn đáp án **A**

Ví dụ 2. Thi giữa kì I-THPT chuyên Lê Hồng Phong-TPHCM

Một hình trụ có bán kính mặt đáy bằng 5cm. Thiết diện qua trục của hình trụ có diện tích bằng 40cm^2 . Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $S_{xq} = 30\pi\text{cm}^2$.

B. $S_{xq} = 45\pi\text{cm}^2$.

C. $S_{xq} = 40\pi\text{cm}^2$.

D. $S_{xq} = 15\pi\text{cm}^2$.

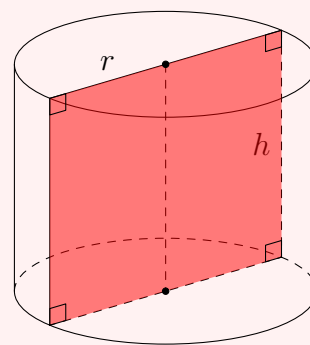
Lời giải.

Ta có: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật.

$$S_{hcn} = 2r \cdot h = 40\text{cm}^2 \Rightarrow h = 4\text{cm}.$$

$$S_{xq} = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot 5 \cdot 4 = 40\pi\text{cm}^2.$$

Chọn đáp án **C**



B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 2). Cho khối trụ (T) có thiết diện qua trục là một hình vuông có diện tích bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của khối trụ (T).

A. $S_{xq} = 4\sqrt{2}$.

B. $S_{xq} = 4\pi$.

C. $S_{xq} = 8\pi$.

D. $S_{xq} = 2\pi$.

Câu 2 (Sở GD và ĐT Phú Yên). Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

C. $V = \pi a^3$.

D. $V = 2\pi a^3$.

Câu 3 (THPT Tiên Hưng-Thái Bình). Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a . Tính thể tích V của hình trụ đó.

A. $V = \frac{\pi a^3}{5}$.

B. $V = \frac{\pi a^3}{4}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 4 (THPT Chu Văn An-Hà Nội-lần 2-2017). Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

A. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$.

B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$.

C. $S = 4\pi a^2$.

D. $S = \pi a^2$.

Câu 5 (Giữa học kì 1-Lương Thế Vinh-Hà Nội-2018). Tính diện tích xung quanh của một hình trụ biết rằng diện tích của thiết diện qua trục của hình trụ là 8.

A. 64.

B. 8π .

C. 16π .

D. 4π .

Câu 6 (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình-lần 3-2017). Thiết diện qua trục của một khối trụ là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4a$, $AC = 5a$ (AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ). Tính thể tích V của khối trụ đã cho theo a .

A. $V = 16\pi a^3$.

B. $V = 12\pi a^3$.

C. $V = 8\pi a^3$.

D. $V = 4\pi a^3$.

Câu 7 (Sở GD và ĐT Cần Thơ-2017). Tính thể tích V của khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh bằng $2a$.

A. $V = 4\pi a^3$.

B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$.

D. $V = 2\pi a^3$.

Câu 8 (THPT Bắc Duyên Hà-Thái Bình-lần 2-2017). Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Diện tích toàn phần của khối trụ là

A. $9a^2\pi$. B. $\frac{27\pi a^2}{2}$. C. $\frac{9\pi a^2}{2}$. D. $\frac{13\pi a^2}{6}$.

Câu 9 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa-2017). Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình chữ nhật có chu vi bằng 10. Tính thể tích lớn nhất của khối trụ đã cho.

A. $\frac{125\pi}{16}$. B. $\frac{125\pi}{8}$. C. $\frac{1000\pi}{27}$. D. $\frac{125\pi}{27}$.

Câu 10 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, 2017). Cho khối trụ (T) có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối trụ (T).

A. $V = \frac{\pi a^3}{8}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{12}$.

Câu 11 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang-HKII-2017). Thiết diện qua trục của một hình trụ (T) là hình vuông $ABCD$ có đường chéo $AC = 2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là

A. $2\pi a^2\sqrt{2}$. B. $2\pi a^2$. C. $\sqrt{2}\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 12 (THPT Hưng Nhân-Thái Bình-lần 3-2017). Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a, BC = 3a$. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = 12\pi a^3$. B. $V = 16\pi a^3$. C. $V = 4\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.

Câu 13 (Sở GD và ĐT TP HCM-Cụm VI). Một hình trụ (T) có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích xung quanh của khối trụ (T).

A. $4\pi R^2$. B. πR^2 . C. $2\pi R^2$. D. $\frac{4\pi R^2}{3}$.

Câu 14 (THPT Tiên Hưng-Thái Bình-2017). Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a . Tính thể tích V của hình trụ đó.

A. $V = \frac{\pi a^3}{5}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 15 (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 2-2017). Cho hình trụ có thiết diện qua trục OO' là một hình vuông cạnh bằng 2. Mặt phẳng (P) qua trung điểm I của OO' và tạo với mặt phẳng chứa đáy góc 30° . Diện tích của thiết diện do (P) cắt hình trụ gần nhất với số nào sau đây?

A. 3, 7. B. 3, 8. C. 3, 6. D. 3, 5.

Câu 16 (THPT Thị xã Quảng Trị-lần 1-2017). Một hình trụ có bán kính đáy a , thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số $T = \frac{S}{2\pi}$.

A. a^2 . B. $2a^2$. C. $\frac{a^2}{2}$. D. πa^2 .

Câu 17 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang-HKII). Thiết diện qua trục của hình trụ (T) là hình vuông $ABCD$ có đường chéo $AC = 2a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T).

A. $2\pi a^2\sqrt{2}$. B. $2\pi a^2$. C. $\pi a^2\sqrt{2}$. D. $4\pi a^2$.

Câu 18 (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-lần 3-2017). Người ta cắt hình trụ bằng mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là hình vuông cạnh a . Thể tích của khối trụ là

A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{12}$. C. $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 19 (Sở GD và ĐT TP HCM-Cụm VIII). Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ bằng

- A. $S_{tp} = 2\pi R^2$. B. $S_{tp} = 4\pi R^2$. C. $S_{tp} = 6\pi R^2$. D. $S_{tp} = 3\pi R^2$.

Câu 20 (THPT Hưng Nhân-Thái Bình-lần 2-2017). Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của khối trụ.

- A. $\frac{27\pi a^2}{2}$. B. $\frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{13a^2\pi}{6}$. D. $a^2\pi\sqrt{3}$.

Câu 21 (THPT Anh Sơn 2-Nghệ An-lần 2-2017). Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 8π và có thiết diện qua trục của nó là hình vuông. Thể tích khối trụ là

- A. $8\sqrt{2}\pi$. B. $4\sqrt{2}\pi$. C. 8π . D. 4π .

Câu 22 (Sở Vũng Tàu-2017). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi của thiết diện qua trục bằng $12a$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

- A. $V = 4\pi a^3$. B. $V = 6\pi a^3$. C. $V = 5\pi a^3$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 23 (Sở Tây Ninh-HK2-2017). Cho một hình trụ có thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 24 (THPT Chuyên Sơn La-HK2-2017). Cắt một khối trụ tròn xoay bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối trụ.

- A. $S_{tp} = 4\pi a^2$. B. $S_{tp} = 6\pi a^2$. C. $S_{tp} = 8\pi a^2$. D. $S_{tp} = 10\pi a^2$.

Câu 25 (THPT Lý Tự Trọng-Nam Định-lần 1-2017). Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng (α) đi qua trục. Biết chu vi thiết diện bằng 34 cm. Tính chiều cao h của hình trụ.

- A. $h = 24$ cm. B. $h = 29$ cm. C. $h = 12$ cm. D. $h = 7$ cm.

Câu 26 (THPT Minh Khai-Hà Nội-2017). Cho hình trụ (\mathcal{T}) có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 2. Một mặt phẳng (P) cắt hình trụ (\mathcal{T}) theo thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB, CD lần lượt là các dây cung của hai đáy. Tính diện tích S lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$.

- A. $S = 12$. B. $S = 16$. C. $S = 20$. D. $S = 25$.

Câu 27 (Đề TT lần 1-Chuyên Thái Bình-2018). Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{3}$ cm với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung \widehat{AB} của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là

- A. $V = 3(\text{cm}^3)$. B. $V = 4(\text{cm}^3)$. C. $V = 6(\text{cm}^3)$. D. $V = 7(\text{cm}^3)$.

1. B	2. C	3. B	4. A	5. B	6. B	7. D	8. B	9. D	10.C	11.B	12.A	13.A
14.B	15.C	16.B	17.B	18.D	19.C	20.A	21.C	22.A	23.A	24.B	25.D	26.C
27.A												

Dạng 2: Mặt phẳng song song với trục

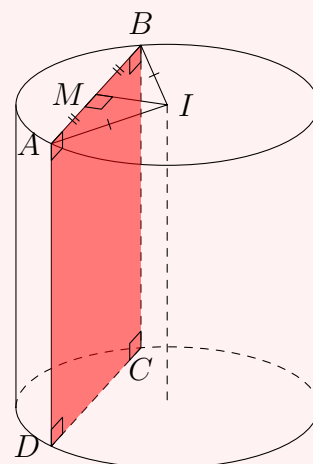
Chúng ta vừa học mà như chơi với bốn dạng trên. Tuy nhiên, muốn đạt được điểm cao thì chúng ta phải làm được những dạng khó hơn. Ở dạng này, đòi hỏi chúng ta phải liên hệ lại kiến thức lớp 9, cộng thêm một chút tư duy, nhưng không sao hết, vì phía dưới này thầy đã tổng hợp lại cho những em lỡ “quên” rồi. Cứ áp dụng mà làm thôi!

⚠ Mặt phẳng song song với trục cắt trục theo một thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ với độ dài cạnh AD là chiều cao của hình trụ.

⚠ Độ dài đoạn IM là khoảng cách từ trục tới thiết diện.

⚠ $IM \perp AB$, $MA = MB = \frac{AB}{2}$, $IA = IB = r$.

⚠ $IA^2 = AM^2 + IM^2$.



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1. THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-2017

Cho hình trụ có đường cao $h = 8$ cm, bán kính đáy $r = 4$ cm. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ, cách trục 2 cm. Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P) .

A. $S = 8\sqrt{3}$ cm². B. $S = 16\sqrt{3}$ cm². C. $S = 9\sqrt{3}$ cm². D. $S = 32\sqrt{3}$ cm².

Lời giải.

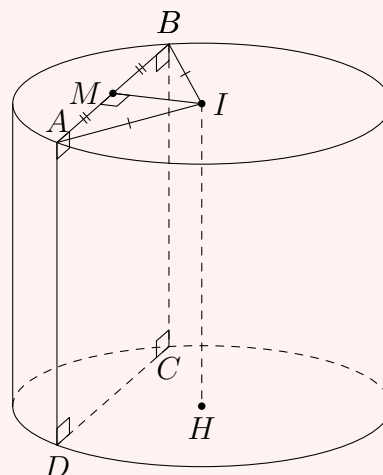
Xét tam giác AMI vuông tại M :

$$AM = \sqrt{IA^2 - IM^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ cm.}$$

Suy ra $AB = 2AM = 4\sqrt{3}$ cm.

Ta có: $AD = h = 8$ cm.

$$\text{Vậy } S = AB \cdot AD = 4\sqrt{3} \cdot 8 = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **D**

B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Kim Liên-Hà Nội-lần 3-2017). Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3. Tính thể tích khối trụ.

- A. $\frac{52\pi}{3}$. B. 52π . C. 13π . D. $2\sqrt{3}\pi$.

Câu 2 (Đề thi thử trường THPT Anhtan-Hà Nội-Lần 1 -2018). Một hình trụ có diện tích xung quanh là 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây của đường tròn đáy hình trụ và căng một cung 120° . Diện tích thiết diện $ABB'A'$ là

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 3 (THPT Phan Bội Châu-Đắk Lắk-lần 2-2017). Một hình trụ có bán kính 5 cm và chiều cao 7 cm. Cắt khối trụ bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Diện tích thiết diện tạo bởi khối trụ và mặt phẳng bằng

- A. 21 cm^2 . B. 56 cm^2 . C. 70 cm^2 . D. 28 cm^2 .

Câu 4 (Sở Tuyên Quang-2017). Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ.

- A. $80\pi a^2, 200\pi a^3$. B. $60\pi a^2, 200\pi a^3$. C. $80\pi a^2, 180\pi a^3$. D. $60\pi a^2, 180\pi a^3$.

Câu 5 (THPT Chuyên Nguyễn Huệ-Hà Nội-2017). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ khi cắt bởi mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6 (Đề TT lần 1-Chuyên Thái Bình-Thái Bình 2018). Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7\text{cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là

- A. $S = 56(\text{cm}^2)$. B. $S = 55(\text{cm}^2)$. C. $S = 53(\text{cm}^2)$. D. $S = 46(\text{cm}^2)$.

ĐÁP ÁN

1. B 2. B 3. B 4. A 5. C 6. A

Dạng 3: Các dạng khác

Các em bắt đầu thấy căng não chưa nào? Chưa hết đâu nhé, chỉ tính riêng trong dạng “thiết diện với mặt trụ” ta còn có thêm một số dạng nữa, như là:

- Mặt phẳng vuông góc với trục.
- Mặt phẳng không vuông góc với trục nhưng cắt tất cả các đường sinh.

Tại sao thầy lại đặt những dạng này chung một chỗ? Đó là vì những dạng này trong đề thi THPTQG 2017, đề minh họa THPTQG 2017 hay trong các đề thi thử thường xuất hiện rất ít, có thể nói là không có. Tuy nhiên chúng ta cũng nên biết làm dạng toán này, vì biết đâu năm nay nó sẽ xuất hiện trong đề thi THPTQG thì sao. Chúng ta cùng tìm hiểu một số ví dụ và suy nghĩ hướng giải quyết chung đối với các dạng này nhé!

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1. THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Lai Châu-lần 3

Cho một hình trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 4 dm. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là các dây cung của hai đường tròn đáy. Biết mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với mặt đáy của hình trụ. Tính diện tích S của hình vuông $ABCD$.

- A. $S = 60 \text{ dm}^2$. B. $S = 80 \text{ dm}^2$. C. $S = 20 \text{ dm}^2$. D. $S = 40 \text{ dm}^2$.

Lời giải.

Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt đáy $CDHK$ là hình chữ nhật. Ta có $HD^2 = AD^2 - 4^2 = KD^2 - HK^2$ cho nên $2AB^2 = 80$. Vậy $S = 40 \text{ dm}^2$.

Chọn đáp án **D**

B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Lý Tự Trọng - Nam Định-lần 1-2017). Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình trụ, ta thu được thiết diện là hình gì ?

- A. hình vuông. B. hình chữ nhật. C. hình tam giác. D. hình tròn.

Câu 2 (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 3-2017). Cho một hình trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 4 dm. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là các dây cung của hai đường tròn đáy. Biết mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với mặt đáy của hình trụ. Tính diện tích S của hình vuông $ABCD$.

- A. $S = 20 \text{ dm}^2$. B. $S = 40 \text{ dm}^2$. C. $S = 80 \text{ dm}^2$. D. $S = 60 \text{ dm}^2$.

Câu 3 (Chuyên Quốc Học Huế-lần 2-2017). Cho hình trụ có bán kính đáy và trục OO' cùng có độ dài bằng 1. Một mặt phẳng (P) thay đổi đi qua O , tạo với đáy của hình trụ một góc 60° và cắt hai đáy của hình trụ đã cho theo các dây cung AB và CD (dây AB đi qua O). Tính diện tích của tứ giác $ABCD$.

- A. $\frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3}$. D. $2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

Câu 4 (THPT Chuyên Lê Thánh Tông-Quảng Nam-2017). Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn có tâm lần lượt là O, O' và cùng có bán kính $r = 5$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc 45° . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình trụ.

A. $S = 24\sqrt{2}$.

B. $S = 36$.

C. $S = 36\sqrt{2}$.

D. $S = 48\sqrt{2}$.

Câu 5 (Đề KSCL T10-Trần Phú-Vĩnh Phúc-2017). Một hình trụ tròn xoay có diện tích toàn phần là S_1 , diện tích đáy là S . Cắt đôi hình trụ này bằng một mặt phẳng vuông góc và đi qua trung điểm của đường sinh, ta được hai hình trụ nhỏ mà mỗi hình trụ nhỏ có diện tích toàn phần là S_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_2 = \frac{1}{2}S_1 + S$.

B. $S_2 = \frac{1}{2}(S_1 + S)$.

C. $S_2 = 2S_1$.

D. $S_2 = \frac{1}{2}S_1$.

ĐÁP ÁN

1. D 2. B 3. A 4. D 5. B

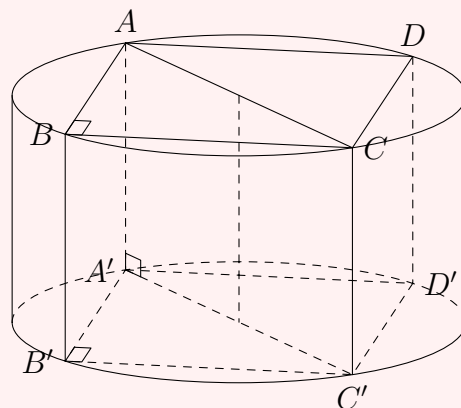
3. Nội tiếp, ngoại tiếp hình trụ

Dạng 1: Nội tiếp hình trụ

Qua dạng này, nói chung là một dạng “khó”, vì vậy, nếu em nào chưa tự làm được cũng đừng nản, hãy suy nghĩ lại từ đầu, liên hệ những kiến thức đã được học về quan hệ vuông góc, quan hệ song song, đa giác nội tiếp đường tròn.

Ta thường hay gặp những trường hợp sau:

- Hình lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ.
- Hình lập phương nội tiếp hình trụ.
- Hình hộp chữ nhật nội tiếp hình trụ.
- Hình lăng trụ ngũ giác đều nội tiếp hình trụ.
- Hình lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.



⚠ Chiều cao của hình lăng trụ tam giác đều, hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình lăng trụ ngũ giác đều và đường kính của hình cầu chính là chiều cao của hình trụ.

⚠ Hai đường tròn đáy của hình trụ là hai đường tròn ngoại tiếp đáy của hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình lăng trụ tam giác đều, hình lăng trụ ngũ giác đều.

⚠ Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều chính là trọng tâm của tam giác đó.

⚠ Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông chính là trung điểm của cạnh huyền.

⚠ Tâm của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật chính là giao điểm hai đường chéo.

⚠ $S = \frac{abc}{4R}$. Với S là diện tích của tam giác; a, b, c lần lượt là độ dài ba cạnh của tam giác; R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tam giác.

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1. THPTQG 2017

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 8$, $CD = 6$, $AC' = 12$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

A. $S_{tp} = 576\pi$.

B. $S_{tp} = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$.

C. $S_{tp} = 26\pi$.

D. $S_{tp} = 5(4\sqrt{11} + 5)\pi$.

Lời giải.

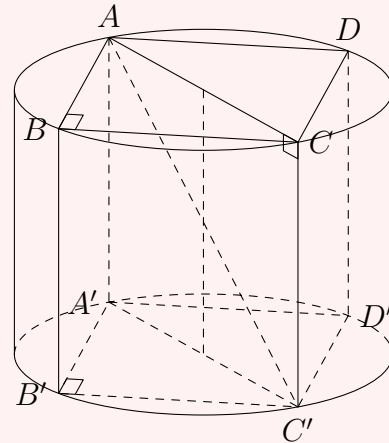
Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10$,

$CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2\sqrt{11}$.

Do đó hình trụ có bán kính đáy là $r = \frac{AC}{2} = 5$.

Đường sinh $l = CC' = 2\sqrt{11}$.

Vậy $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$.



Chọn đáp án **(B)**

B. Bài tập tự luyện

Câu 1 (THPT Hùng Vương-Phú Thọ-2017). Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AB' = 2a$. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\pi a^3}{9}$.

B. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 2 (THPT Chuyên Nguyễn Trãi-Hải Dương-lần 4-2017). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r , O và O' là tâm của hai đáy, $OO' = 2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O' , đồng thời tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Diện tích của mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ.

B. Diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ.

C. Thể tích của khối cầu bằng $\frac{3}{4}$ thể tích của khối trụ.

D. Thể tích của khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích của khối trụ.

Câu 3 (THPT EaRôk-Đăk Lăk-lần 2-2017). Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác với độ dài cạnh đáy lần lượt 5 cm, 13 cm, 12 cm. Một hình trụ có chiều cao bằng 8 cm ngoại tiếp lăng trụ đã cho có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $386\pi \text{ cm}^3$.

B. $314\pi \text{ cm}^3$.

C. $507\pi \text{ cm}^3$.

D. $338\pi \text{ cm}^3$.

Câu 4 (Sở GD và ĐT Bình Thuận-2017). Cho hình trụ (T) có thể tích của khối trụ sinh bởi (T) là V_1 . Gọi V_2 là thể tích khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong (T) . Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.

$$\text{A. } \frac{V_2}{V_1} = \frac{6}{\pi}. \quad \text{B. } \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{\pi}. \quad \text{C. } \frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2\pi}. \quad \text{D. } \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{3\pi}.$$

Câu 5 (THPT Lý Thánh Tông-Hà Nội-lần 4-2017). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính S .

$$\text{A. } S = \pi a^2. \quad \text{B. } S = \pi a^2 \sqrt{2}. \quad \text{C. } S = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}. \quad \text{D. } S = \pi a^2 \sqrt{3}.$$

Câu 6 (Đề tham khảo Bộ GD-ĐT-2017). Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

$$\text{A. } V = \frac{\pi a^3}{4}. \quad \text{B. } V = \pi a^3. \quad \text{C. } V = \frac{\pi a^3}{6}. \quad \text{D. } V = \frac{\pi a^3}{2}.$$

Câu 7 (THPT Trần Phú - Hà Nội - 2017). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích $V = 8a^3$. Hình trụ (T) có hai đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Hãy tính thể tích của khối trụ (T).

$$\text{A. } 2\sqrt{2}\pi a^2. \quad \text{B. } 16a^3. \quad \text{C. } 16\pi a^3. \quad \text{D. } 4\pi a^3.$$

Câu 8 (Sở Hà Nam - 2017). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh $AC = 2a\sqrt{2}$ và $AA' = h$. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ đã cho.

$$\text{A. } V = 2\pi a^2 h. \quad \text{B. } V = \pi a^2 h. \quad \text{C. } V = \frac{4}{3}\pi a^2 h. \quad \text{D. } V = \frac{2}{3}\pi a^2 h.$$

Câu 9 (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 3-2017). Cho lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần của hình trụ có hai đáy ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ trên.

$$\text{A. } \frac{2\pi a^2 (\sqrt{3} + 1)}{3}. \quad \text{B. } \frac{2\pi a^2}{3}. \quad \text{C. } \frac{\pi a^2 (2 + \sqrt{3})}{3}. \quad \text{D. } \frac{2\pi a^2 (2 + \sqrt{3})}{3}.$$

Câu 10 (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 2-2017). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp một hình trụ cho trước, đường kính đường tròn đáy của hình trụ bằng $5a$. Góc giữa đường thẳng $B'D$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 30° , khoảng cách từ trục của hình trụ đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích V của hình hộp đã cho.

$$\begin{aligned} \text{A. } V &= 4a^3\sqrt{10} \text{ (đvtt)}. & \text{B. } V &= 12a^3\sqrt{10} \text{ (đvtt)}. \\ \text{C. } V &= 4a^3\sqrt{11} \text{ (đvtt)}. & \text{D. } V &= 12a^3\sqrt{11} \text{ (đvtt)}. \end{aligned}$$

Câu 11 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng-2017). Cho lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ có cạnh đáy bằng a . Mặt phẳng $(A'B'D)$ tạo với đáy một góc 60° . Tính diện tích xung quanh S của hình trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$.

$$\text{A. } S = 2\pi a^2. \quad \text{B. } S = 6\pi a^2. \quad \text{C. } S = 2\pi a^2 \sqrt{3}. \quad \text{D. } S = 3\pi a^3.$$

Câu 12 (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 3-2017). Bên trong hình trụ tròn xoay có một hình vuông $ABCD$ cạnh a nội tiếp mà hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng hình vuông tạo với đáy của hình trụ một góc 45° . Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

$$\text{A. } \frac{a^2 \sqrt{3}\pi}{2}. \quad \text{B. } a^2 \sqrt{3}\pi. \quad \text{C. } \frac{a^2 \sqrt{3}\pi}{4}. \quad \text{D. } 2a^2 \sqrt{3}\pi.$$

Câu 13 (2GK1-THPT Yên Thế-Bắc Giang 18). Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 17 chiếc. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh 14 cm; sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa tổng hợp vào xung quanh) mỗi cột là một khối trụ có đường kính đáy bằng 30 cm. Biết chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 390 cm. Tính lượng vữa hỗn hợp cần dùng (đơn vị m^3 , làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

- A. 1,3 m^3 . B. 2,0 m^3 . C. 1,2 m^3 . D. 1,9 m^3 .

ĐÁP ÁN

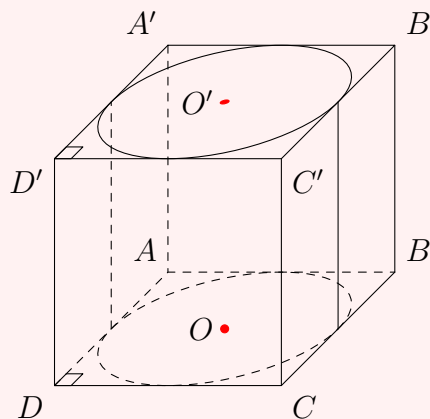
1. D 2. C 3. D 4. B 5. B 6. D 7. A 8. A 9. A 10. D 11. B 12. A 13. A

Dạng 2: Ngoại tiếp hình trụ

Đây là dạng cuối cùng mà thầy muốn giới thiệu cho các em, nếu các dạng phía trên chúng ta làm tốt thì qua dạng này chúng ta có thể giải quyết các bài toán mà thầy đưa ra. Cố gắng vì một tương lai tươi sáng, các em nhé!

Ta thường hay gặp những trường hợp sau:

- Hình lăng trụ tam giác đều ngoại tiếp hình trụ.
- Hình lập phương ngoại tiếp hình trụ.
- Hình lăng trụ ngũ giác đều ngoại tiếp hình trụ.
- Hình lăng trụ lục giác đều ngoại tiếp hình trụ.



! $S = pr$. Với S là diện tích của tam giác; p là nửa chu vi của tam giác; r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

A. Một số ví dụ

Ví dụ 1. THPT Thường Tín - Hà Nội-2017

Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a .

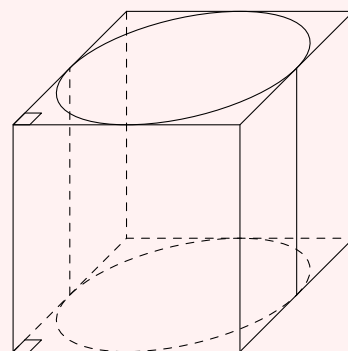
Thể tích của khối trụ.

- A. $\frac{\pi a^3}{2}$. B. $\frac{\pi a^3}{4}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. πa^3 .

Lời giải.

- Bán kính đáy hình trụ: $r = \frac{a}{2}$.
- Chiều cao hình trụ: $h = a$.
- Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 a = \frac{\pi a^3}{4}$.

Chọn đáp án (B)



B. Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho hình lập phương có cạnh bằng 40cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ (cm²).

- A. $S = 4(2400 + \pi)$. B. $S = 2400(4 + \pi)$. C. $S = 2400(4 + 3\pi)$. D. $S = 4(2400 + 3\pi)$.

Câu 2 (Sở Quảng Bình-2017). Một hình trụ có hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt của hình lập phương cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối trụ đó là

- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{1}{2}\pi a^3$. C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

Câu 3 (THPT Vĩnh Lộc-Thanh Hóa-lần 2). Cho hình trụ nội tiếp trong lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Đường chéo $A'C$ của mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt bên $(AA'B'B)$ góc 30° . Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. $\frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{2}$. B. $\frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{12}$. C. $\frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{6}$. D. $\frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 4. Một khối gỗ hình lập phương có thể tích bằng V_1 , một người thợ mộc muốn gọt giữa khối gỗ đó thành một khối trụ có thể tích bằng V_2 . Tính tỉ số lớn nhất $k = \frac{V_2}{V_1}$.

- A. $k = \frac{1}{4}$. B. $k = \frac{\pi}{2}$. C. $k = \frac{\pi}{4}$. D. $k = \frac{\pi}{3}$.

ĐÁP ÁN

- | | | | |
|------|------|------|------|
| 1. B | 2. A | 3. C | 4. C |
|------|------|------|------|

III. Bài tập trắc nghiệm tổng hợp

Câu 1 (THPT Chuyên Sư phạm Hà Nội-lần 5-2017). Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O; R)$ và $(O'; R)$, chiều cao $h = \sqrt{3}R$. Đoạn thẳng AB có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy của hình trụ sao cho góc hợp bởi AB và trục của hình trụ là $\alpha = 30^\circ$. Thể tích khối tứ diện $ABOO'$ là

- A. $\frac{3R^3}{2}$. B. $\frac{3R^3}{4}$. C. $\frac{R^3}{2}$. D. $\frac{R^3}{4}$.

Câu 2 (Giữa học kì 1 Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-2018). Khi thiết kế vỏ lon sữa hình trụ các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí làm vỏ lon nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ là V mà diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính R của đường tròn đáy khối trụ bằng?

- A. $\sqrt{\frac{V}{\pi}}$. B. $\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 3 (THPT Phú Xuyên A-Hà Nội-2017). Cho hình trụ bán kính là a . Gọi AB, CD là hai đường kính của hai đáy sao cho $AB \perp CD$. Tính thể tích khối trụ biết rằng tứ diện $ABCD$ đều.

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $\pi a^3 \sqrt{2}$. D. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{3}$.

Câu 4 (THPT Thanh Chương 1-Nghệ An-lần 2-2017). Một hình trụ có bán kính đáy bằng $R = 5$, chiều cao $h = 2\sqrt{3}$. Lấy hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 60° . Khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ bằng.

- A. 3. B. 4. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5 (THPT Phan Bội Châu-Gia Lai-2017). Cho hình trụ nội tiếp hình cầu $S(O; R)$. Đặt x là khoảng cách từ tâm O của hình cầu đến đáy của hình trụ. Xác định x để thể tích V của khối trụ là lớn nhất.

- A. $x = \frac{R}{\sqrt{3}}$. B. $x = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. C. $x = 2R\sqrt{3}$. D. $x = R\sqrt{3}$.

Câu 6 (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 2-2017). Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng R , chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Gọi O, O' là tâm của hai đường tròn đáy. Lấy các điểm A, B lần lượt thuộc đường tròn $(O), (O')$ sao cho $AB = R\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối tứ diện $OAO'B$ theo R .

- A. $V = \frac{3R^3}{2}$. B. $V = \frac{R^3}{12}$. C. $V = \frac{3R^3}{4}$. D. $V = \frac{R^3}{4}$.

Câu 7. Cho khối trụ có đáy là các đường tròn (O, R) và (O', R) và chiều cao $h = R\sqrt{2}$. Gọi A, B lần lượt là các điểm nằm trên (O) và (O') sao cho OA vuông góc với $O'B$. Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ và thể tích khối trụ đã cho.

- A. $\frac{1}{2\pi}$. B. $\frac{1}{3\pi}$. C. $\frac{5}{6\pi}$. D. $\frac{1}{6\pi}$.

Câu 8 (Sở GD và ĐT Hải Dương-2017). Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có chu vi bằng 12 cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ.

- A. $64\pi \text{ cm}^3$. B. $8\pi \text{ cm}^3$. C. $32\pi \text{ cm}^3$. D. $16\pi \text{ cm}^3$.

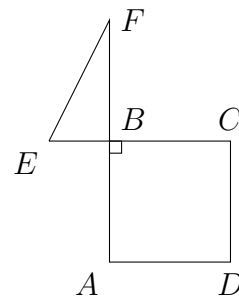
Câu 9 (THPT Chuyên Hưng Yên-lần 3-2017). Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn (O) và (O') . Trên hai đường tròn lấy hai điểm A, B sao cho góc giữa AB và mặt phẳng chứa đường tròn đáy bằng 45° và khoảng cách từ AB đến trục OO' bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Biết bán kính đáy bằng a , tính thể tích V của khối trụ theo a .

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$. B. $V = \pi a^3 \sqrt{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 10 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế-2017).

Cho mô hình như hình vẽ với tam giác EFB vuông tại B , cạnh $FB = a$, $\widehat{EFB} = 30^\circ$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình quanh cạnh AF .

- A. $V = \frac{4}{3}a^3$. B. $V = \frac{10}{9}a^3$. C. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{10}{9}\pi a^3$.



Câu 11 (Sở GD và ĐT Bắc Giang-2017). Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và tâm O' , $OO' = a$. Trên đường tròn (O) lấy điểm A , trên đường tròn (O') lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho, biết rằng thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

- A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $V = \pi a^3$. C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 12 (THPT Chuyên Lào Cai-lần 2-2017). Một hình trụ có bán kính đáy bằng a chiều cao $OO' = a\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy $(O), (O')$ sao cho góc giữa OO' và AB bằng 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' .

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13 (THPT Thực hành Cao Nguyên-Đắk Lắk-lần 2-2017). Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là (O, R) và (O', R) , $OO' = h$. Gọi AB là một đường kính của đường tròn (O, R) . Biết rằng tam giác $O'AB$ đều. Tỉ số $\frac{h}{R}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. $4\sqrt{3}$.

Câu 14 (THPT Đồng Đa-Hà Nội-2017). Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và O' , bán kính đáy và độ dài đường cao đều bằng R . MN là đường kính đường tròn (O) , điểm A thuộc đường tròn (O') sao cho góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt đáy hình trụ bằng 45° . Tính diện tích tam giác AMN .

- A. $2R^2\sqrt{2}$. B. $R^2\sqrt{3}$. C. R^2 . D. $R^2\sqrt{2}$.

Câu 15 (Sở GD và ĐT Gia Lai-2017). Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và tâm O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 4 cm. Gọi A và B' lần lượt là hai điểm trên đường tròn đáy tâm O và tâm O' sao cho $AB' = 4\sqrt{3}$ cm. Tính thể tích khối tứ diện $AB'OO'$.

- A. $\frac{32}{3} \text{ cm}^3$. B. $\frac{8}{3} \text{ cm}^3$. C. 8 cm^3 . D. 32 cm^3 .

Câu 16 (Sở GD và ĐT Đà Nẵng-2017). Cho khối trụ có hai đáy là hai đường tròn $(O), (O')$ với O, O' lần lượt là tâm của hai đáy, gọi S là trung điểm của OO' . Khối chóp đều $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối trụ và thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$. Tính $k = \frac{V_1}{V_2}$.

- A. $k = 6\pi$. B. $k = 4\pi$. C. $k = 3\pi$. D. $k = 12\pi$.

Câu 17 (Sở Tuyên Quang-2017). Một hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên một mặt cầu bán kính R và có đường cao bằng bán kính mặt cầu. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. $\frac{(3 + 2\sqrt{3})\pi R^2}{3}$. B. $\frac{(3 + 2\sqrt{3})\pi R^2}{2}$. C. $\frac{(3 + 2\sqrt{2})\pi R^2}{2}$. D. $\frac{(3 + 2\sqrt{2})\pi R^2}{3}$.

ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. B	5. A	6. D	7. D	8. B	9. B	10.D	11.B	12.C	13.B
14.D	15.A	16.C	17.B									

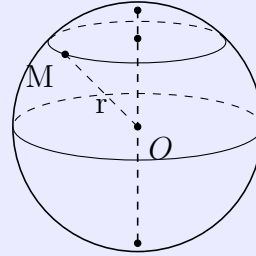
§3 Mặt cầu

I. Tóm tắt lý thuyết

1. Một số định nghĩa

Định nghĩa 1

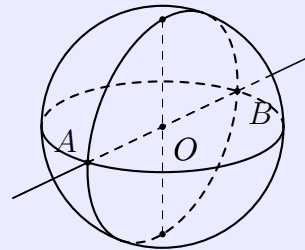
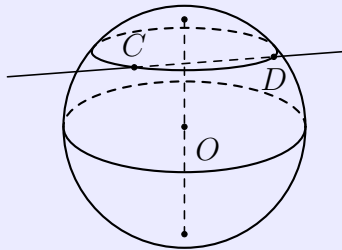
Tập hợp các điểm M trong không gian cách đều điểm O cố định một khoảng $r > 0$ không đổi được gọi là **mặt cầu** tâm O bán kính r .



⚠ Kí hiệu mặt cầu tâm O bán kính r là $S(O; r)$. Nghĩa là: $S(O; r) = \{M | OM = r\}$.

Định nghĩa 2

Nếu C, D nằm trên $S(O; r)$ thì CD được gọi là **dây cung** của mặt cầu đó. Dây cung AB đi qua tâm O là một **đường kính** của mặt cầu và $AB = 2r$.



⚠ Một mặt cầu được xác định khi biết tâm và bán kính hoặc biết đường kính của mặt cầu đó.

Định nghĩa 3

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và A là một điểm bất kì trong không gian

- Nếu $OA = r$ thì A **nằm trên** mặt cầu $S(O; r)$.
- Nếu $OA < r$ thì A **nằm trong** mặt cầu $S(O; r)$.

- Nếu $OA > r$ thì A nằm ngoài mặt cầu $S(O; r)$.

Định nghĩa 4

Mặt cầu tiếp xúc với các mặt của đa diện được gọi là **mặt cầu nội tiếp** đa diện. Mặt cầu chứa các đỉnh của đa diện được gọi là **mặt cầu ngoại tiếp** đa diện.

! Mặt cầu nội tiếp (ngoại tiếp) đa diện thì đa diện ngoại tiếp (nội tiếp) mặt cầu.

Định nghĩa 5

Tập hợp các điểm nằm trên mặt cầu $S(O; r)$ và các điểm nằm trong mặt cầu đó được gọi là **khối cầu** hoặc **hình cầu** tâm O bán kính r .

2. Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

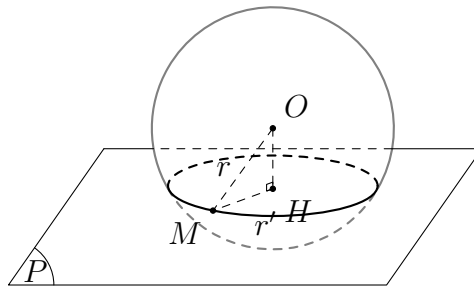
Định lý 1

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và mặt phẳng (P) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (P) . Khi đó $d = OH$ là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) :

- Nếu $d > r$ mặt phẳng và mặt cầu không giao nhau.
- Nếu $d = r$ mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu.
- Nếu $d < r$ mặt phẳng cắt mặt cầu.

! Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) khi và chỉ khi mặt phẳng (P) vuông góc với OH tại H .

! Nếu $d < r$ thì giao tuyến của mặt phẳng và mặt cầu là đường tròn tâm H và bán kính $r' = \sqrt{r^2 - d^2}$.



! Nếu $d = 0$ (hay O trùng với H) thì mặt phẳng (P) đi qua tâm O , khi đó giao tuyến của mặt phẳng với mặt cầu được gọi là **đường tròn lớn** và mặt phẳng (P) được gọi là **mặt phẳng kính** của mặt cầu.

3. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu

Định lý 2

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và đường thẳng (Δ) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng (Δ) . Khi đó $d = OH$ là khoảng cách từ O đến đường thẳng (Δ) :

- Nếu $d > r$ đường thẳng và mặt cầu không giao nhau.
- Nếu $d = r$ đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu.
- Nếu $d < r$ đường thẳng cắt mặt cầu.

\triangle Đường thẳng (Δ) tiếp xúc với mặt cầu (S) khi và chỉ khi đường thẳng (Δ) vuông góc với OH tại H .

\triangle Nếu $d < r$ thì đường thẳng cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.

\triangle Nếu $d = 0$ (hay O trùng với H) thì đường thẳng (Δ) đi qua tâm O , khi đó giao điểm của đường thẳng với mặt cầu là A, B phân biệt và AB là **đường kính** của mặt cầu đó.

II. Các dạng toán

1. Diện tích, thể tích hình cầu, chỏm cầu

Dạng 1: Diện tích và thể tích hình cầu - chỏm cầu

1. Hình cầu:

- Xác định tâm và suy ra bán kính r của hình cầu.
- Sử dụng công thức tính diện tích và thể tích hình cầu:

$$S = 4\pi r^2 \text{ và } V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

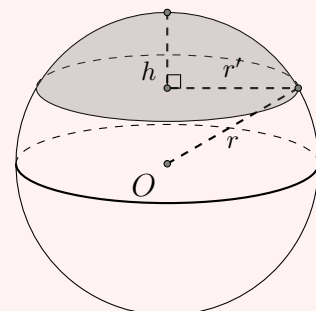
2. Chỏm cầu:

Cho hình cầu $S(O; r)$, một mặt phẳng cắt mặt cầu chia mặt cầu thành 2 chỏm cầu.

- Xác định bán kính r' và chiều cao h của chỏm cầu.
- Sử dụng công thức tính diện tích phần mặt cong và thể tích chỏm cầu (chỏm cầu tô đậm):

$$S = 2\pi r h = \pi(r'^2 + h^2)$$

$$V = \frac{\pi h}{6}(3r'^2 + h^2) = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h)$$



A. Một số ví dụ**Ví dụ 1**

Cho hình cầu có bán kính là $r = 6$ cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình cầu.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích và thể tích hình cầu ta được:

$$S = 4\pi r^2 = 144\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 288\pi \text{ cm}^3.$$

Ví dụ 2

Cho chỏm cầu có bán kính và chiều cao lần lượt là $r' = 4, h = 3$ cm. Tính diện tích phần mặt cong và thể tích của chỏm cầu.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích và thể tích chỏm cầu ta được:

$$S = \pi(r'^2 + h^2) = 25\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{\pi h}{6}(3r'^2 + h^2) = \frac{57\pi}{2} \text{ cm}^3.$$

B. Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho hình cầu có bán kính $R = \sqrt{5}$. Thể tích của hình cầu là:

- A. 20π . B. 5π . C. 10π . D. $\frac{15}{4}\pi$.

Câu 2. Cho hình cầu có thể tích $V = 288\pi$. Bán kính của hình cầu là:

- A. 6. B. $6\sqrt{2}$. C. $4\sqrt[3]{9}$. D. $2\sqrt[3]{9}$.

Câu 3. Cho chỏm cầu có bán kính và chiều cao lần lượt là $R = 2, h = 4$. Diện tích của chỏm cầu là:

- A. 20π . B. 12π . C. 16π . D. 6π .

Câu 4. Cho hình cầu có thể tích $V = 972\pi$. Bán kính của hình cầu là:

- A. 6. B. $9\sqrt{3}$. C. $3\sqrt[3]{9}$. D. $6\sqrt[3]{6}$.

Câu 5. Cho hình cầu có bán kính $R = \sqrt{8}$. Thể tích của hình cầu là:

- A. 32π . B. 16π . C. 8π . D. 6π .

Câu 6. Cho hình cầu có diện tích $S = 16\pi$. Bán kính của hình cầu là:

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. 4. D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Câu 7. Cho chỏm cầu có bán kính và chiều cao lần lượt là $R = 3, h = 4$. Thể tích của chỏm cầu là:

- A. $\frac{86}{3}\pi$. B. $\frac{50}{3}\pi$. C. 172π . D. Đáp án khác.

Câu 8. Cho hình cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của hình cầu là:

- A. 16π . B. 4π . C. 8π . D. 3π .

Câu 9. Cho hình cầu có diện tích $S = 144\pi$. Bán kính của hình cầu là:

- A. 6. B. $6\sqrt{2}$. C. $8\sqrt{3}$. D. 12.

Câu 10. Cho chỏm cầu có bán kính và chiều cao lần lượt là $R = 2, h = 4$. Diện tích của chỏm cầu là:

- A. 34π . B. 8π . C. 16π . D. 30π .

Câu 11. Cho chỏm cầu có bán kính và chiều cao lần lượt là $R = 6, h = 8$. Thể tích của chỏm cầu là:

- A. $\frac{688}{3}\pi$. B. $\frac{400}{3}\pi$. C. 1376π . D. $\frac{176}{3}$.

Câu 12. Cho hình cầu có bán kính $R = 12$. Thể tích của hình cầu là:

- A. 2304π . B. 2034π . C. 16π . D. 1296π .

Câu 13. Cho hình cầu có bán kính $R = 6$. Thể tích của hình cầu là:

- A. 288π . B. 216π . C. 162π . D. 8π .

Câu 14. Cho chỏm cầu có bán kính và chiều cao lần lượt là $R = 2, h = 4$. Diện tích của chỏm cầu là:

- A. 25π . B. 7π . C. 24π . D. Đáp án khác.

Câu 15. Cho hình cầu có thể tích là $a \text{ cm}^3$ và cũng có diện tích là $a \text{ cm}^2$. Bán kính hình cầu là:

- A. 3. B. $3a$.
C. a . D. Không thể xác định.

ĐÁP ÁN

1. A 2. A 3. A 4. A 5. A 6. A 7. A 8. A 9. A 10.A 11.A 12.A 13.A
14.A 15.A

2. Xác định mặt cầu (tìm tâm, bán kính)

Dạng 1: Xác định tâm và bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón

Cho hình nón có chiều cao, bán kính đáy và đường sinh lần lượt là h, R và l

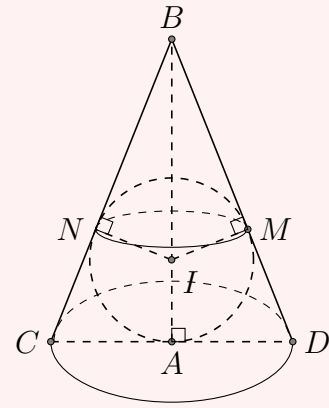
- Xác định tâm

Mặt cầu nội tiếp hình nón là mặt cầu tiếp xúc với mặt đáy và tiếp xúc với các đường sinh (Tâm I của mặt cầu nội tiếp hình nón là **tâm đường tròn nội tiếp** tam giác BCD).

- Tính bán kính

Dựa vào các tam giác đồng dạng để tìm bán kính

mặt cầu $r = IM = IN = IA = \frac{Rh}{R+l}$.



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1

Cho hình nón có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Tính bán kính r của mặt cầu nội tiếp hình nón đã cho.

Lời giải

Tâm mặt cầu nội tiếp hình nón là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD . Hay tâm mặt cầu là giao điểm của AB và phân giác góc C của tam giác BCD (Xem hình vẽ).

Gọi các điểm như hình vẽ:

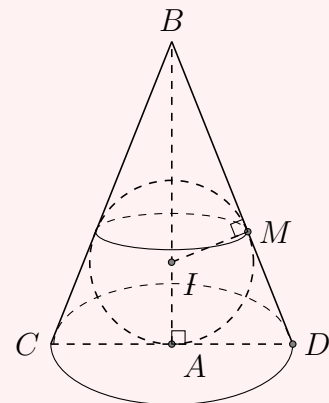
$$\triangle BMI \sim \triangle BAD \text{ (góc-góc)}$$

$$\Rightarrow \frac{MI}{AD} = \frac{BI}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{MI}{AD} = \frac{BI}{BD} = \frac{MI + BI}{AD + BD} = \frac{AB}{AD + BD}$$

$$\Rightarrow MI = \frac{AB \cdot AD}{AD + BD} = \frac{R\sqrt{3} \cdot R}{R + \sqrt{R^2 + (R\sqrt{3})^2}} = \frac{R}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Vậy } r = \frac{R}{\sqrt{3}}$$



B. Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là $R = 3, l = 5$. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

A. $r = \frac{3}{2}$.

B. $r = \frac{2}{3}$.

C. $r = 1$.

D. Đáp án khác.

Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $R = 4, h = 3$. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

A. $r = \frac{4}{3}$.

B. $r = \frac{3}{4}$.

C. $r = 1$.

D. Đáp án khác.

Câu 3. Cho hình nón có đường sinh và chiều cao lần lượt là $l = 3\sqrt{5}$, $h = 3$. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = 6(\sqrt{5} - 2)$. B. $r = 3$. C. $r = 2$. D. Đáp án khác.

Câu 4. Cho hình nón có đường sinh là $l = 4\sqrt{2}$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = 4(\sqrt{2} - 1)$. B. $r = 4(\sqrt{2} + 1)$. C. $r = 2(\sqrt{2} - 1)$. D. $r = 2(\sqrt{2} + 1)$.

Câu 5. Cho hình nón có chiều cao là $h = 3$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác đều. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = 1$. B. $r = 2$. C. $r = 3 - \sqrt{3}$. D. $r = 3 + \sqrt{3}$.

Câu 6. Cho hình nón có bán kính là $R = 6a$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác có một góc 120° . Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = 6(2 - \sqrt{3})$. B. $r = 6(2 + \sqrt{3})$. C. $r = 3(\sqrt{3} - 1)$. D. Đáp án khác.

Câu 7. Cho hình nón có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là $R = 2a$, $l = 2a\sqrt{2}$. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = 2a(\sqrt{2} - 1)$. B. $r = 2a(\sqrt{2} + 1)$. C. $r = a\sqrt{2}$. D. $r = 2a\sqrt{2}$.

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $R = 2a\sqrt{2}$, $h = 4a$. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = 2a(\sqrt{3} - 1)$. B. $r = 2a(\sqrt{3} + 1)$. C. $r = 4a(\sqrt{2} - 1)$. D. $r = 4a(\sqrt{2} + 1)$.

Câu 9. Cho hình nón có đường sinh và chiều cao lần lượt là $l = 2a\sqrt{7}$, $h = 2a\sqrt{5}$. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = \frac{1}{5}(2\sqrt{70} - 4\sqrt{5})$. B. $r = \frac{1}{5}(2\sqrt{70} + 4\sqrt{5})$.
C. $r = \frac{1}{3}(10\sqrt{2} - 4\sqrt{5})$. D. $r = \frac{1}{3}(10\sqrt{2} + 4\sqrt{5})$.

Câu 10. Cho hình nón có đường sinh là $l = 2a\sqrt{10}$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = 2a(\sqrt{10} - \sqrt{5})$. B. $r = 2a(\sqrt{10} + \sqrt{5})$.
C. $r = 2a\sqrt{5}$. D. $r = a\sqrt{5}$.

Câu 11. Cho hình nón có chiều cao là $h = 3a$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác đều. Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = a$. B. $r = 2a$. C. $r = a(3 - \sqrt{3})$. D. Đáp án khác.

Câu 12. Cho hình nón có bán kính là $R = 3a$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác cân có góc đáy là 30° . Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $r = 3a(2 - \sqrt{3})$. B. $r = 3a(2 + \sqrt{3})$. C. $r = 2a\sqrt{3}$. D. $r = a\sqrt{3}$.

Câu 13. Cho hình nón có đường sinh và bán kính đáy lần lượt là $l = \sqrt{10}$, $R = 1$. Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $\frac{1}{9}(44 - 8\sqrt{10})\pi$. B. $\frac{1}{9}(44 + 8\sqrt{10})\pi$. C. $9(44 - 8\sqrt{10})\pi$. D. $9(44 + 8\sqrt{10})\pi$.

Câu 14. Cho hình nón có đường sinh và bán kính đáy lần lượt là $l = \sqrt{5}$, $R = 1$. Thể tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $\frac{1}{3}(4\sqrt{5} - 8)\pi$. B. $\frac{1}{3}(4\sqrt{5} + 8)\pi$. C. $3(4\sqrt{5} - 8)\pi$. D. $3(4\sqrt{5} + 8)\pi$.

Câu 15. Cho hình nón có đường sinh và chiều cao lần lượt là $l = 2$, $h = \sqrt{3}$. Thể tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi$. B. $\frac{3\sqrt{4}}{27}\pi$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}\pi$. D. $\frac{27\sqrt{4}}{3}\pi$.

Câu 16. Cho hình nón có chiều cao và bán kính đáy lần lượt là $h = \sqrt{3}$, $R = 1$. Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $\frac{4}{3}\pi$. B. $\frac{3}{4}\pi$. C. 12π . D. 21π .

Câu 17. Cho hình nón có chiều cao là $h = 1$. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác có một góc 120° . Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $(84 - 48\sqrt{3})\pi$. B. $(84 + 48\sqrt{3})\pi$. C. $(84\sqrt{3} - 48)\pi$. D. $(84\sqrt{3} + 48)\pi$.

Câu 18. Cho hình nón có chiều cao là $h = \sqrt{3}$. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác tù có một góc 30° . Thể tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $(936 - 540\sqrt{3})\pi$. B. $(936 + 540\sqrt{3})\pi$. C. $(540 + 540\sqrt{3})\pi$. D. Đáp án khác.

Câu 19. Cho hình nón có bán kính đáy là $R = 1$. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều. Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $\frac{4}{3}\pi$. B. $\frac{3}{4}\pi$. C. 12π . D. 21π .

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy là $R = 2$. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều. Thể tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $4\sqrt{3}\pi$. B. $\frac{32}{3}\pi$. C. 2π . D. 4π .

ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. A	4. A	5. A	6. A	7. A	8. A	9. A	10.A	11.A	12.A	13.A
14.A	15.A	16.A	17.A	18.A	19.A	20.A						

Dạng 2: Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón

Cho hình nón có chiều cao, bán kính đáy và đường sinh lần lượt là h , R và l

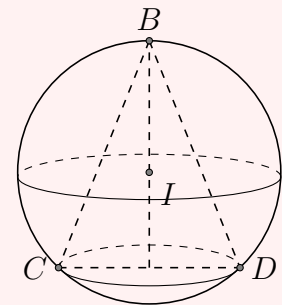
- Xác định tâm

Mặt cầu ngoại tiếp hình nón là mặt cầu chứa đỉnh và đường tròn đáy (Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình nón là **tâm đường tròn ngoại tiếp** tam giác BCD).

- Tính bán kính

Dựa vào các tam giác đồng dạng để tìm bán kính mặt

cầu $r = IB = IC = ID = \frac{l^2}{2R}$.



A. Một số ví dụ**Ví dụ 1**

Cho hình nón có chiều cao và đường sinh lần lượt là $R\sqrt{3}$ và $2R$. Xác định tâm và tính bán kính của hình cầu ngoại tiếp hình nón.

Lời giải.

Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD . Hay tâm mặt cầu là giao điểm của AB và trung trực cạnh BD (Xem hình vẽ).

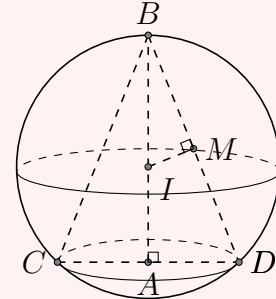
Gọi các điểm như hình vẽ:

$$\triangle BMI \sim \triangle BAD \text{ (góc-góc)}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{BA} = \frac{BI}{BD}$$

$$\Rightarrow IB = \frac{BM \cdot BD}{BA} = \frac{BD^2}{2BA} = \frac{3R^2}{2\sqrt{3}R} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } r = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

**B. Bài tập tự luyện**

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là $R = 4, l = 5$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = \frac{25}{6}$.

B. $r = \frac{9}{10}$.

C. $r = \frac{10}{9}$.

D. $r = \frac{6}{25}$.

Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $R = 3, h = 4$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = \frac{25}{8}$.

B. $r = \frac{8}{25}$.

C. $r = \frac{5}{8}$.

D. $r = \frac{8}{5}$.

Câu 3. Cho hình nón có đường sinh và chiều cao lần lượt là $l = 2\sqrt{13}, h = 5$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = \frac{26}{5}$.

B. $r = \frac{5}{26}$.

C. $r = \frac{4\sqrt{13}}{25}$.

D. $r = \frac{25}{4\sqrt{13}}$.

Câu 4. Cho hình nón có đường sinh là $l = 5\sqrt{2}$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = 5$.

B. $r = \frac{1}{5}$.

C. $r = \frac{5\sqrt{2}}{4}$.

D. $r = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

Câu 5. Cho hình nón có chiều cao là $h = 3$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác đều. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = 1$.

B. $r = 2$.

C. $r = 3 - \sqrt{3}$.

D. $r = 3 + \sqrt{3}$.

Câu 6. Cho hình nón có bán kính là $R = 5$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác có một góc 120° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = 10$.

B. $r = \frac{4}{5}$.

C. $r = \frac{5}{4}$.

D. Đáp án khác.

Câu 7. Cho hình nón có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là $R = 2a, l = 2a\sqrt{2}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = 2a$.

B. $r = a\sqrt{2}$.

C. $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

D. $r = \frac{a}{2}$.

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $R = 2a\sqrt{2}$, $h = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = 3a$.

B. $r = \frac{a}{3}$.

C. $r = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

D. $r = a\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hình nón có đường sinh và chiều cao lần lượt là $l = 2a\sqrt{6}$, $h = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = 6a$.

B. $r = a\sqrt{6}$.

C. $r = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

D. $r = \frac{a}{6}$.

Câu 10. Cho hình nón có đường sinh là $l = 7a\sqrt{2}$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = 7a$.

B. $r = \frac{2\sqrt{2}}{7}$.

C. $r = 14a$.

D. Đáp án khác.

Câu 11. Cho hình nón có chiều cao là $h = 3a\sqrt{3}$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác đều. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = 2a\sqrt{3}$.

B. $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $r = \frac{4}{9}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Câu 12. Cho hình nón có bán kính là $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$. Thiết diện qua trục hình nón là tam giác cân có góc đáy là 30° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = \frac{10a}{3}$.

B. $r = \frac{3a}{10}$.

C. $r = \frac{5a\sqrt{3}}{4}$.

D. $r = \frac{4a\sqrt{3}}{15}$.

Câu 13. Cho hình nón có đường sinh là $l = 6\sqrt{2}$. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. 288π .

B. 162π .

C. 828π .

D. 432π .

Câu 14. Cho hình nón có đường sinh là $l = 12a$. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $2304a^3\pi$.

B. $2403a^3\pi$.

C. $2043a^3\pi$.

D. $2340a^3\pi$.

ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. A	4. A	5. A	6. A	7. A	8. A	9. A	10.A	11.A	12.A	13.A
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

14.A

Dạng 3: Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ

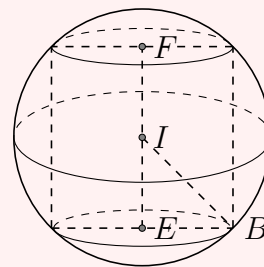
Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R

- Xác định tâm

Tâm của mặt cầu là trung điểm đoạn thẳng nối 2 tâm của 2 đáy hình trụ. (I là trung điểm EF).

- Tính bán kính

$$r = IB = \sqrt{R^2 + \frac{h^2}{4}}$$

**A. Một số ví dụ****Ví dụ 1**

Cho hình trụ có bán kính đáy là $R = 20$ cm. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Tìm bán kính của hình cầu ngoại tiếp hình trụ.

Lời giải

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên chiều cao hình trụ $h = 2R = 40$ cm.

Do đó, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

$$r = \sqrt{R^2 + \frac{h^2}{4}} = \sqrt{20^2 + \frac{40^2}{4}} = 20\sqrt{2} \text{ cm.}$$

B. Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho hình trụ có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là $R = a, h = a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $r = \frac{a}{2}$. D. $r = a\sqrt{2}$.

Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là $R = 3, h = \sqrt{3}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = \frac{\sqrt{39}}{2}$. B. $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $r = \frac{\sqrt{42}}{2}$. D. $r = 2\sqrt{3}$.

Câu 3. Cho hình trụ có bán kính đáy là $R = 3a$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = 3a\sqrt{2}$. B. $r = 3a\sqrt{5}$. C. $r = 3a$. D. $r = 3a\sqrt{3}$.

Câu 4. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có đường chéo $30a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = 15a$. B. $r = 30a$.
C. $r = 10a$. D. Không thể xác định.

Câu 5. Cho hình trụ có chiều cao là $h = 10$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = 5\sqrt{2}$. B. $r = 5\sqrt{5}$. C. $r = 5$. D. $r = 3\sqrt{5}$.

Câu 6. Cho hình trụ có chiều cao là $h = 20a$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = 5a\sqrt{5}$ hoặc $10a\sqrt{17}$. B. $r = 5a\sqrt{5}$ hoặc $20a\sqrt{5}$.
C. $r = 30a\sqrt{2}$ hoặc $10a\sqrt{17}$. D. $r = 30a\sqrt{2}$ hoặc $20a\sqrt{5}$.

Câu 7. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba chiều rộng và có đường chéo là $6\sqrt{17}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = 3\sqrt{17}$. B. $r = 3\sqrt{17}$ hoặc $17\sqrt{3}$.
C. $r = 17\sqrt{3}$. D. Không thể xác định.

Câu 8. Cho hình trụ có đường kính đáy là $d = 6a$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = 3a\sqrt{2}$. B. $r = 3a\sqrt{5}$. C. $r = 3a$. D. $r = 3a\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hình trụ có bán kính đáy là $R = 6$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = 3\sqrt{5}$ hoặc $6\sqrt{5}$. B. $r = 3\sqrt{5}$ hoặc $3\sqrt{6}$.
C. $r = 6\sqrt{17}$ hoặc $3\sqrt{6}$. D. $r = 6\sqrt{17}$ hoặc $6\sqrt{5}$.

Câu 10. Cho hình trụ có chu vi đáy là $P = 9a^2\pi$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = 3a\sqrt{2}$. B. $r = 3a\sqrt{5}$. C. $r = 3a$. D. $r = 3a\sqrt{3}$.

Câu 11. Cho hình trụ có chu vi đáy và đường sinh lần lượt là $P = 9\pi, h = \sqrt{3}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $r = \frac{\sqrt{39}}{2}$. B. $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $r = \frac{\sqrt{42}}{2}$. D. $r = 2\sqrt{3}$.

Câu 12. Cho hình trụ nội tiếp trong hình cầu bán kính $r = 3$. Xác định chiều cao h và bán kính R để hình trụ có thể tích lớn nhất.

- A. $h = 2\sqrt{3}, R = \sqrt{6}$. B. $h = 3\sqrt{2}, R = \sqrt{6}$.
C. $h = 2\sqrt{3}, R = 2\sqrt{6}$. D. $h = 3\sqrt{2}, R = 2\sqrt{6}$.

Câu 13. Cho hình trụ có chu vi đáy là $P = 9a^2\pi$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba chiều rộng. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $a\sqrt{10}$ hoặc $3a\sqrt{10}$. B. $2a\sqrt{10}$ hoặc $3a\sqrt{10}$.
C. $2a\sqrt{10}$ hoặc $6a\sqrt{10}$. D. $3a\sqrt{10}$ hoặc $6a\sqrt{10}$.

Câu 14. Cho hình trụ có bán kính đáy là $R = 2$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $\frac{64\sqrt{2}}{3}\pi$. B. $12\sqrt{2}\pi$. C. $64\sqrt{2}\pi$. D. $32\sqrt{2}\pi$.

Câu 15. Cho hình trụ có chiều cao là $h = 6$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

A. $72\sqrt{2}\pi$.

B. $216\sqrt{2}\pi$.

C. $108\sqrt{2}\pi$.

D. $261\sqrt{2}\pi$.

Câu 16. Cho hình trụ có chiều cao và bán kính đáy lần lượt là $h = 6, R = 3$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

A. 72π .

B. $72\sqrt{2}\pi$.

C. 27π .

D. $27\sqrt{2}\pi$.

Câu 17. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có đường chéo là $4\sqrt{13}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

A. 208π .

B. 104π .

C. 156π .

D. Không thể xác định.

Câu 18. Cho hình trụ có chiều cao $h = 6$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

A. 72π .

B. $72\sqrt{2}\pi$.

C. 54π .

D. Đáp án khác.

ĐÁP ÁN

1. A

2. A

3. A

4. A

5. A

6. A

7. A

8. A

9. A

10. A

11. A

12. A

13. A

14. A

15. A

16. A

17. A

18. A

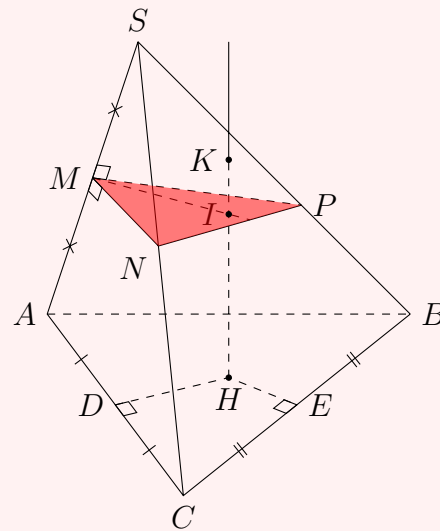
3. Xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

Dạng 1: Dựng một trục và một mặt phẳng trung trực

† **Bước 1:** Dựng trục Δ của đáy (vuông góc với đáy tại tâm đường tròn ngoại tiếp).

† **Bước 2:** Dựng mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên (vuông góc với cạnh tại trung điểm của nó).

† **Bước 3:** Tìm giao điểm của Δ với (α) , đó chính là tâm I .



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPT Anh Sơn 2 - Nghệ An - lần 2 - 2017)

Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , cạnh $BC = 3$ m, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 3\sqrt{3}$ m. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $12\pi \text{ m}^3$.

B. $36\pi \text{ m}^3$.

C. $16\pi \text{ m}^3$.

D. $18\pi \text{ m}^3$.

Lời giải.

$$HA = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

vuông nên $AM = \frac{BC}{2} = \frac{3}{2}$

op là $R = IA = \sqrt{IM^2 + AM^2} = 3$

Câu 1. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $BC = 4a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và vuông góc với đáy. Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó (*mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là mặt cầu chứa đỉnh hình chóp và tất cả các đỉnh của đa giác đáy của hình chóp, khối cầu tương ứng gọi là khối cầu ngoại tiếp hình chóp*).

Câu 2. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với (ABC) , $SA = a$, $AB = b$, $AC = c$. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua các điểm A, B, C và S .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và $SA \perp (ABC)$.
 Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = a, SC = a\sqrt{2}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $4\pi a^2$. B. $\frac{4}{3}\pi a^2$. C. πa^2 . D. $\frac{3}{4}\pi a^2$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = 3a, SB = 4a, AC = 3a\sqrt{17}$. Tính theo a thể tích V của khối cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{2197\pi a^3}{2}$. B. $V = \frac{2197\pi a^3}{6}$. C. $V = 8788\pi a^3$. D. $V = \frac{8788\pi a^3}{3}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có 3 cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và tương ứng có độ dài bằng $a, 2a, 3a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{7}{3}\sqrt{14}\pi a^3$. B. $V = 36\pi a^3$. C. $V = 12\pi a^3$. D. $V = 7\sqrt{14}\pi a^3$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , SA vuông góc với đáy. Biết $SA = a\sqrt{2}, AD = 2a, AB = BC = a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$.

- A. $R = \frac{\sqrt{10}}{2}a$. B. $R = \frac{\sqrt{6}}{2}a$. C. $R = a\sqrt{3}$. D. $R = a$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có tất cả các cạnh đều bằng 4. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = 24\pi$. B. $S = 6\pi$. C. $S = 4\pi$. D. $S = 12\pi$.

Câu 10. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh là $a\sqrt{2}$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó bằng bao nhiêu?

- A. $R = \frac{3a}{2}$. B. $R = \frac{3\sqrt{2}a}{2}$. C. $R = a\sqrt{3}$. D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là a và cạnh bên là $2a$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{16a^3\pi\sqrt{14}}{49}$. B. $\frac{2a^3\pi\sqrt{14}}{7}$. C. $\frac{64a^3\pi\sqrt{14}}{147}$. D. $\frac{64a^3\pi\sqrt{14}}{49}$.

Câu 12. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, SC tạo với $(ABCD)$ góc 45° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. 2π .

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \sqrt{2}a$. C. $R = \frac{25a}{8}$. D. $R = 2a$.

Câu 14. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ theo a .

- A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. B. $R = \frac{a}{4}$. C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Hãy tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

- A. $V = 8\pi a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $CA = a$, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{5}$ và $CS = a\sqrt{2}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $11\pi a^2$. B. $\frac{11\pi a^2}{9}$. C. $\frac{44\pi a^2}{9}$. D. $\frac{11\pi a^2}{4}$.

Câu 17. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có mặt bên hợp với đáy một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{64\sqrt{2}}{81}$. B. $\frac{64\sqrt{2}}{27}$. C. $\frac{128\sqrt{2}}{81}$. D. $\frac{32\sqrt{2}}{9}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, các cạnh bên $SA = SB = SC = a$ và cùng tạo với đáy góc 60° . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

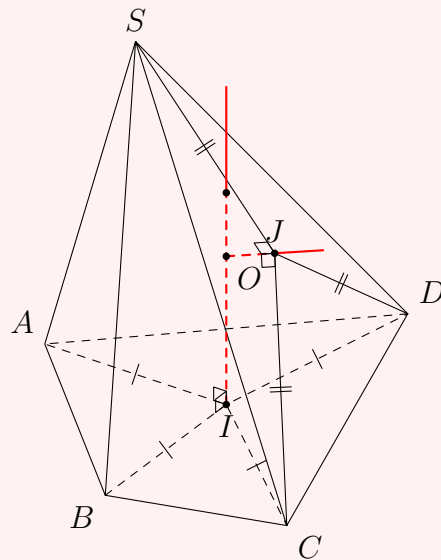
- A. a . B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a}{4}$.

ĐÁP ÁN

1. D 2. A 3. B 4. D 5. A 6. B 7. A 8. A 9. A 10. D 11. C 12. A 13. C
14. A 15. B 16. A 17. A 18. B

Dạng 2: Dựng tâm bằng cách dựng hai trục của hai mặt.

- † **Bước 1:** Dựng trục Δ_1 của đáy.
† **Bước 2:** Dựng trục Δ_2 của mặt bên.
† **Bước 3:** Tìm giao điểm của Δ_1 và Δ_2 , đó chính là tâm I .



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPT Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - 2017)

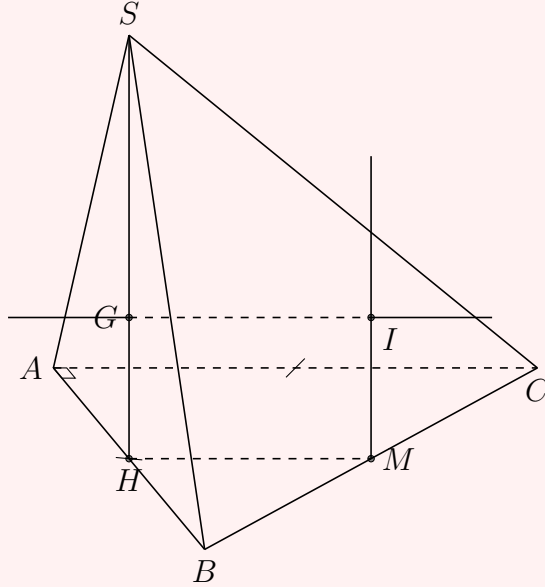
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{7\pi a^3 \sqrt{21}}{54}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{21}}{54}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{54}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB thì $SH \perp AB$ nên $SH \perp (ABC)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác đều SAB thì G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB , gọi d_1 là đường thẳng qua G và vuông góc với (SAB) . Gọi M là trung điểm BC , tam giác ABC vuông tại A nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , gọi d_2 là đường thẳng qua M và vuông góc với (ABC) . Gọi I là giao điểm của d_1 và d_2 thì I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$. Ta có $HGIM$ là hình chữ nhật. Bán kính mặt cầu này là



$$R = IS = \sqrt{IG^2 + SG^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{7a^3\sqrt{21}}{54}$.

B. Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{27}$. B. $\frac{5\pi a^3}{3}$. C. $\frac{5\pi a^3\sqrt{15}}{54}$. D. $\frac{5\pi a^3\sqrt{15}}{18}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{7\pi a^3\sqrt{21}}{54}$. C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{21}}{54}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{54}$.

Câu 3. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Biết $SA = a$ và $\widehat{ASB} = 90^\circ$. Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $R = a\sqrt{3}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hỏi bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A. $R = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $R = \frac{\sqrt{11}}{4}$. C. $R = \frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $R = \frac{\sqrt{21}}{6}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên SAB là tam

giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $r = \frac{3a}{2}$. C. $r = a$. D. $r = a\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \sqrt{6}\pi a^3$. B. $V = \frac{10\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{5\pi a^3}{6}$. D. $V = \frac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $CA = a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $R = \frac{a}{2}$. D. $R = a\sqrt{2}$.

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tam giác SAC đều cạnh a . Tìm bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = a$. B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AC = a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi D là trung điểm của BC và E là điểm đối xứng của D qua A . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABE$.

A. $V = \frac{7\pi a^3 \sqrt{21}}{54}$. B. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$. C. $V = \frac{32\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = 2a$. Mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. C. a . D. $a\sqrt{5}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm M của cạnh AB . Biết $SD = a\sqrt{3}$, tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{25\sqrt{7}}{81}\pi a^3$. B. $V = \frac{28\sqrt{7}}{9}\pi a^3$. C. $V = \frac{26\sqrt{7}}{81}\pi a^3$. D. $V = \frac{28\sqrt{7}}{81}\pi a^3$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$, mặt bên (SBC) là tam giác vuông tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$. B. $25\pi a^2$. C. $36\pi a^2$. D. $20\pi a^2$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, DC . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.DMN$.

A. $R = \frac{a\sqrt{39}}{6}$. B. $R = \frac{a\sqrt{31}}{4}$. C. $R = \frac{a\sqrt{102}}{6}$. D. $R = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. B. $V = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$. D. $V = \frac{3\pi\sqrt{3}a^3}{2}$.

ĐÁP ÁN

1. C 2. B 3. B 4. D 5. D 6. D 7. A 8. D 9. C 10. B 11. D 12. B 13. C
14. B

4. Một số mô hình thường gặp trong việc xác định tâm của mặt cầu

! Ta chứng minh A, B, C, \dots cùng nhìn đoạn MN nào đó theo một góc vuông. Khi đó A, B, C, \dots, M, N cùng thuộc mặt cầu có đường kính MN . Tâm I là trung điểm MN .

Dạng 1: Mô hình 1

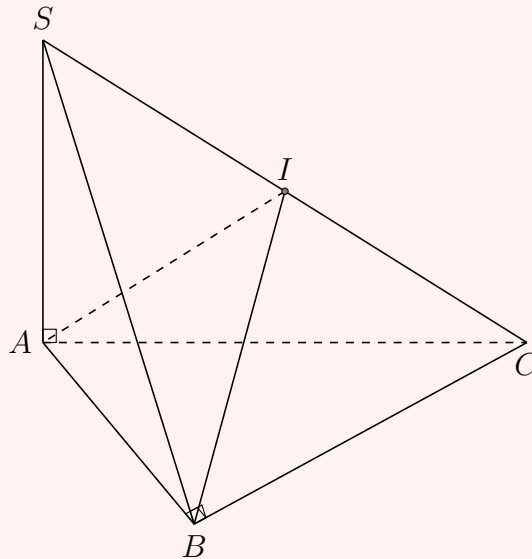
Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại B .

Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA$, do đó $BC \perp SB$.

Suy ra $\widehat{SBC} = 90^\circ$

Mặt khác ta có $\widehat{SAC} = 90^\circ$

Suy ra A, B, S, C cùng thuộc mặt cầu đường kính SC . Tâm I là trung điểm SC .



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (Sở Hà Tĩnh - 2017)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh $AB = 3$. Cạnh bên $SA = 4$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\sqrt{34}$. B. 6. C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp AB$, $BC \perp SA$, do đó $BC \perp SB$.

Suy ra $\widehat{SBC} = 90^\circ$

Mặt khác ta có $\widehat{SAC} = 90^\circ$

Suy ra A, B, S, C cùng thuộc mặt cầu đường kính SC .

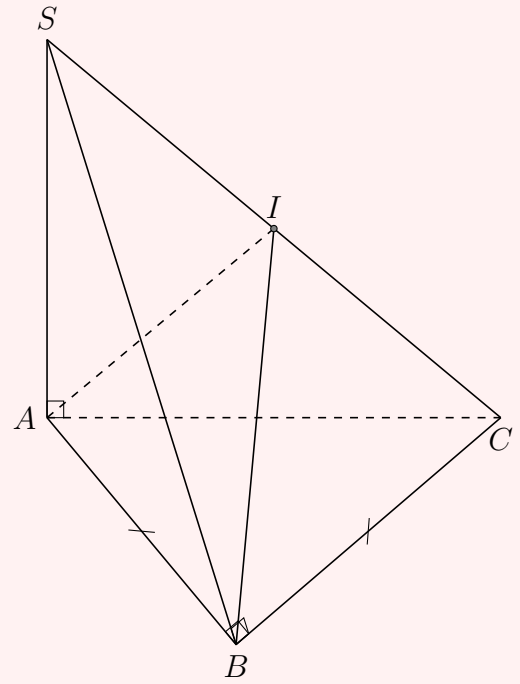
Tâm I là trung điểm SC .

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $AC = \sqrt{2}AB = 3\sqrt{2}$

Tam giác SAC vuông tại A nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{34}$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{34}}{2}.$$



B. Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = 5a$ và vuông góc với (ABC) , $\triangle ABC$ vuông tại B và $AB = 3a, BC = 4a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

- A. $36\pi a^2$. B. $25\pi a^2$. C. $50\pi a^2$. D. $100\pi a^2$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , SA vuông góc mp (ABC) . Biết $AB = a, SA = 2a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $6\pi a^2$. B. $24\pi a^2$. C. $6a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SA \perp (ABC)$. Biết $SA = 2a, AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $R = a\sqrt{2}$. B. $R = a$. C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $R = 2a\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = a$ và góc giữa SC với (ABC) bằng 45° . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. a .

Câu 5. Cho tứ diện $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 3, BC = 4$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy (ABC) và SC hợp với (ABC) một góc 45° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$.

- A. $\frac{5\pi\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{25\pi\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{125\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = a, BC = 2a, SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích V của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{9\pi a^3}{2}$. B. $36\pi a^3$. C. $V = \frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$. D. $12a^2\pi^3$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = 2a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{8\pi a^2}{3}$. B. $8\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $32\pi a^2$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2$, $AC = 4$, $SA = \sqrt{5}$. Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$ có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. $R = \frac{10}{3}$. B. $R = 5$. C. $R = \frac{5}{2}$. D. $R = \frac{25}{2}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = AB = a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 2\pi a^2$. C. $S = 3\pi a^2$. D. $S = \pi a^2$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ và $SA = 2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$. C. $S = 2\pi a^2$. D. $S = 32\pi a^2$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , độ dài cạnh $AB = BC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $a\sqrt{7}$. B. $a\sqrt{6}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{2}a$.

ĐÁP ÁN

1. C 2. A 3. A 4. D 5. D 6. A 7. B 8. C 9. C 10. B 11. C

Dạng 2: Mô hình 2

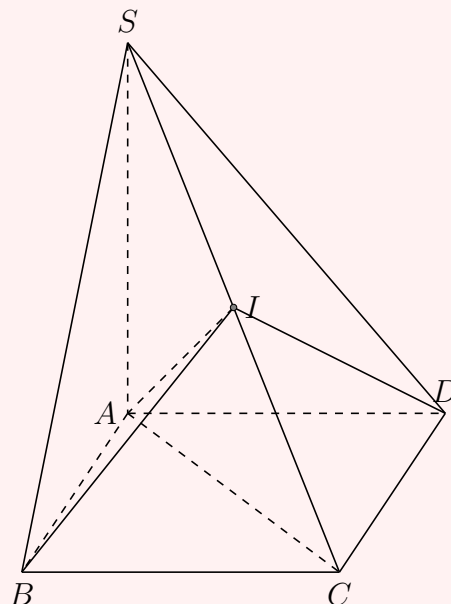
Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $ABCD$ là hình chữ nhật.

Ta có $BC \perp AB$, $BC \perp SA$ suy ra $BC \perp SB$.

Tương tự $CD \perp SD$

Suy ra $\widehat{SAC} = 90^\circ$, $\widehat{SBC} = 90^\circ$, $\widehat{SDC} = 90^\circ$

Do đó A, B, D cùng thuộc mặt cầu đường kính SC . Tâm I là trung điểm SC .



A. Một số ví dụ

Ví dụ 1 (THPTQG 2017)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \frac{5a}{2}$. B. $R = \frac{17a}{2}$. C. $R = \frac{13a}{2}$. D. $R = 6a$.

Lời giải

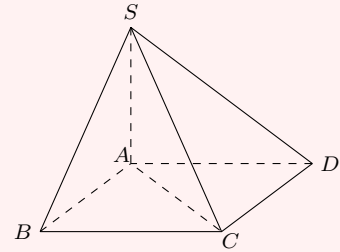
Theo giả thiết ta suy ra $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$.

Do đó mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ có đường kính là SC .

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5a$, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 13a$.

$$\text{Vậy } R = \frac{SC}{2} = \frac{13a}{2}$$

Chọn C.

**B. Bài tập tự luyện**

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\pi a^3 \sqrt{6}$. B. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{6}}$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{3} \pi a^3$. D. $\frac{3\pi a^3}{4\sqrt{6}}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $5\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{4\pi a^2}{3}$. D. $\frac{4\pi a^2}{5}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là tứ giác $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = AC = a\sqrt{2}$, $AD = a$, $BD = a\sqrt{3}$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp trên.

- A. $\frac{\pi a^3}{32}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{32}$. C. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. D. $\frac{32\pi a^3}{9}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $S = 5\pi a^2$. B. $S = \frac{8}{3}\pi a^2$. C. $S = 2\pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 5. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật mà $AD = 3$, $AC = 5$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{17\pi\sqrt{34}}{3}$. B. $\frac{17\pi\sqrt{34}}{6}$. C. $\frac{17\pi\sqrt{34}}{9}$. D. $34\pi\sqrt{34}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $S = 8\pi a^2$. B. $S = \sqrt{2}a^2$. C. $S = 2a^2$. D. $S = 2\pi a^2$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của

mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$. B. $V = 8\pi a^3$. C. $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. D. $V = 3\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{5a}{2}$. B. $R = \frac{17a}{2}$. C. $R = \frac{13a}{2}$. D. $R = 6a$.

ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. C	4. A	5. A	6. A	7. C	8. C
------	------	------	------	------	------	------	------

III. Bài tập trắc nghiệm tổng hợp

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $R = 3a$, $h = 4a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $r = \frac{625\pi}{9}a^2$. B. $r = \frac{652\pi}{9}a^2$. C. $r = \frac{9\pi}{625}a^2$. D. $r = \frac{9\pi}{652}a^2$.

Câu 2. Cho hình nón có đường sinh và bán kính đáy lần lượt là $l = 5$, $R = 4$. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $\frac{15625}{384}\pi$. B. $\frac{15625}{128}\pi$. C. $\frac{16525}{384}\pi$. D. $\frac{16525}{128}\pi$.

Câu 3. Cho hình nón có đường sinh là $l = 3\sqrt{2}$. Thiết diện qua trục của hình nón là tam vuông. Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

A. $(108 - 72\sqrt{2})\pi$. B. $(108 + 72\sqrt{2})\pi$. C. $(108\sqrt{2} - 72)\pi$. D. $(108\sqrt{2} + 72)\pi$.

Câu 4. Cho hình nón có đường sinh và chiều cao lần lượt là $l = \sqrt{10}$, $h = 3$. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình nón là:

A. $\frac{500}{3}\pi$. B. $\frac{50}{3}\pi$. C. $\frac{500}{27}\pi$. D. $\frac{50}{27}\pi$.

Câu 5. Cho hình trụ có chiều cao và bán kính đáy lần lượt là $h = 3$, $R = 2$. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

A. $\frac{125}{6}\pi$. B. $\frac{375}{32}\pi$. C. $\frac{125}{2}\pi$. D. $\frac{125}{4}\pi$.

Câu 6. Cho hình nón có đường sinh và chiều cao lần lượt là $l = \sqrt{13}$, $h = 3$. Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

A. $\frac{144}{13}\pi$. B. $\frac{72}{13}\pi$. C. 8π . D. 16π .

Câu 7. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm I theo hai đường tròn có cùng bán kính 4. Tính bán kính r của mặt cầu tâm I biết $d((P), (Q)) = 6$

A. $r = 5$. B. $r = \sqrt{7}$. C. $r = 2\sqrt{13}$. D. $r = 2\sqrt{5}$.

Câu 8. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình nón theo a .

A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \frac{2}{3\sqrt{3}}a$. C. $R = \frac{2}{\sqrt{3}}a$. D. $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 9. Cho hình nón có chiều cao và bán kính đáy lần lượt là $h = 3, R = 4$. Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $\frac{2304}{125}\pi$. B. $\frac{9}{2}\pi$. C. $\frac{256}{3}\pi$. D. $\frac{125}{6}\pi$.

Câu 10. Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón. Tính bán kính của mặt cầu.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 11. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình trụ có bán kính đáy bằng $2\sqrt{6}$ và chiều cao bằng $4\sqrt{6}$.

- A. $V = 8\sqrt{6}\pi$. B. $V = 18\sqrt{6}\pi$. C. $V = 96\sqrt{6}\pi$. D. $V = 256\sqrt{3}\pi$.

Câu 12. Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S) . Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{16}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Câu 13. Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính $r = 3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và chia (S) thành hai chỏm cầu. Tính thể tích V của chỏm cầu nhỏ.

- A. $V = \frac{28\pi}{3}$. B. $V = \frac{44\pi}{3}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \frac{20\pi}{3}$.

Câu 14. Cho hình nón có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Tính bán kính r của mặt cầu nội tiếp hình nón đã cho.

- A. $r = \frac{R}{\sqrt{3}}$. B. $r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. C. $r = 3R$. D. $r = \frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Câu 15. Cho hình trụ T có bán kính đáy R , trục OO' bằng $2R$ và mặt cầu (S) đường kính OO' . Tỉ số diện tích mặt cầu và diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 2.

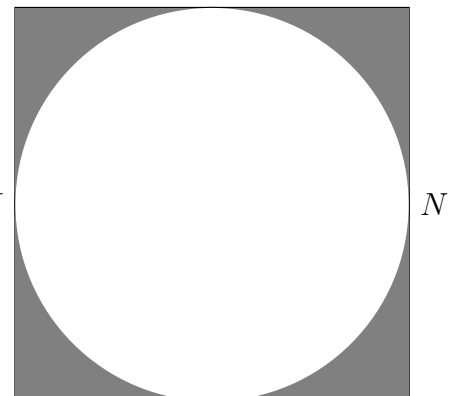
Câu 16. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và gọi (S) là mặt cầu đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ. Tính diện tích mặt cầu (S) .

- A. $\pi\sqrt{6}$. B. $8\pi\sqrt{6}$. C. 24π . D. $6\pi\sqrt{3}$.

Câu 17.

Cho đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh a (như hình vẽ bên). Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và hình vuông (phần nằm bên ngoài đường tròn và bên trong hình vuông). Tính thể tích vật thể tròn xoay khi S quay quanh trục MN .

- A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{12}$.
C. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. D. $V = \pi a^3$.



Câu 18. Người ta tính bán kính R của một quả cầu đồng bằng cách cho nó vào hộp trụ có chứa nước với bán kính đáy là r . Giả sử hộp trụ chứa lượng nước đủ nhấn chìm quả cầu đồng và khi nước dâng thêm một độ cao là h thì cũng không tràn ra khỏi hộp. Công thức tính R theo r và h sẽ là

- A. $\sqrt[3]{\frac{3r^2h}{4}}$. B. $\sqrt[3]{\frac{r^2h}{4}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{4r^2h}{3}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{3rh}{4}}$.

Câu 19. Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 4$ chứa một quả cầu, quả cầu này tiếp xúc với hai đáy và các đường sinh. Tính diện tích xung quanh của quả cầu.

- A. 64π . B. 32π . C. 16π . D. 128π .

Câu 20. Gọi V_1 là thể tích của khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và V_2 là thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình nón đó. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{9}{32}$. C. Đáp án khác. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 21. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều. Tính tỉ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp của khối nón.

- A. 16. B. 2. C. 4. D. 8.

Câu 22. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của hình trụ và hai đáy của hình trụ. Tính tỉ số thể tích của khối trụ và khối cầu.

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 23. Cho hình nón có đường sinh là $l = 5\sqrt{2}$. Thiết diện qua trục của hình nón là tam vuông. Thể tích mặt cầu nội tiếp hình nón là:

- A. $\frac{125\sqrt{2}}{3}\pi$. B. $\frac{125}{6}\pi$. C. $\frac{500}{3}\pi$. D. Đáp án khác.

Câu 24. Người ta bỏ vào một chiếc hộp hình trụ ba quả bóng tennis hình cầu, biết rằng đáy hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao của hình trụ bằng ba lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số diện tích $\frac{S_1}{S_2}$.

- A. $\frac{S_1}{S_2} = 5$. B. $\frac{S_1}{S_2} = 2$. C. $\frac{S_1}{S_2} = 3$. D. $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 25. Cho một hình nón (N) sinh bởi một tam giác đều cạnh bằng 4 khi quay quanh một đường cao của tam giác đó. Một mặt cầu (S) có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón (N) thì bán kính R của mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

- A. $R = \frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $R = \sqrt{3}$. C. $R = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. D. $R = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 26. Cho một khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy và bằng $2a$. Một khối cầu bán kính bằng a nằm trong hình trụ. Tính thể tích phần còn lại của khối trụ sau khi bị chiếm chỗ bởi khối cầu.

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{10\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 27. Một hình nón có bán kính đáy R , đường sinh hợp với mặt đáy một góc 30° . Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và đường tròn đáy của hình nón đã cho. Tính diện tích của (S) .

- A. $\frac{16\pi R^2}{3}$. B. $\frac{8\pi R^2}{3}$. C. $3\pi R^2$. D. $4\pi R^2$.

Câu 28. Một người có cái bể nuôi cá hình trụ, chiều cao và đường kính đáy đều bằng 5 dm. Mực nước trong bể cách mặt trên của bể là 4,5 cm. Người đó muốn thả vào bể nuôi cá các hình cầu thủy tinh có bán kính 3 cm để trang trí. Hỏi người đó thả được nhiều nhất bao nhiêu hình cầu để nước không bị tràn ra ngoài?

- A. 78. B. 312. C. 79. D. 313.

Câu 29. Cho hình trụ có chu vi đáy là $P = 9a^2\pi$. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba chiều rộng. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $40\pi a^2$ hoặc $120\pi a^2$. B. $80\pi a^2$ hoặc $120\pi a^2$.
C. $80\pi a^2$ hoặc $240\pi a^2$. D. $120\pi a^2$ hoặc $240\pi a^2$.

Câu 30. Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính bằng R . Mặt phẳng (P) không đi qua I , cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Điểm I và đường tròn (C) tạo nên một hình nón. Xác định khoảng cách d từ tâm I đến mặt phẳng (P) theo R sao cho khối nón có thể tích lớn nhất.

- A. $d = \frac{2R}{3}$. B. $d = \frac{R\sqrt{3}}{3}$. C. $d = \frac{R}{2}$. D. $d = R$.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$. B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$. C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$. D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $R = a$. C. $R = 2\sqrt{3}a$. D. $R = a\sqrt{3}$.

Câu 33. Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = 2\sqrt{3}R$. B. $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$. C. $a = 2R$. D. $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Câu 34. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

- A. $V = 144$. B. $V = 576$. C. $V = 576\sqrt{2}$. D. $V = 144\sqrt{6}$.

Câu 35. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng a .

- A. πa^2 . B. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. C. a^2 . D. $3\pi a^2$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $5\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{4\pi a^2}{3}$. D. $\frac{4\pi a^2}{5}$.

Câu 37. Cho ba tia Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau. Gọi C là điểm trên tia Oz và $OC = 1$; các điểm A, B thay đổi trên các tia Ox, Oy sao cho $OA + OB = OC$. Giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy là 60° . Hỏi diện tích mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với các cạnh bên bằng bao nhiêu? (O là tâm mặt đáy)

- A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. D. πa^2 .

Câu 39. Cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ lần lượt chứa trong hai mặt phẳng phân biệt $(P), (Q)$, $(C_1), (C_2)$ có hai điểm chung A, B . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có thể đi qua (C_1) và (C_2) ?

- A. Không có mặt cầu nào.
B. Có đúng hai mặt cầu phân biệt.
C. Có duy nhất một mặt cầu.
D. Có hai hoặc ba mặt cầu phân biệt tùy vào vị trí của $(P), (Q)$.

Câu 40. Một mặt cầu (S) có độ dài bán kính bằng $2a$. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu (S) .

- A. $S_{mc} = 4\pi a^2$. B. $S_{mc} = \frac{16\pi}{3}a^2$. C. $S_{mc} = 8\pi a^2$. D. $S_{mc} = 16\pi a^2$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC) bằng 60° và hình chiếu A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm H của đoạn $A'B'$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AHB'C'$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{86}}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{62}}{8}$. C. $R = \frac{a\sqrt{82}}{6}$. D. $R = \frac{a\sqrt{68}}{2}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 4a$, $CD = 6a$, các cạnh bên còn lại bằng $a\sqrt{22}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $R = 3a$. B. $R = \frac{a\sqrt{85}}{3}$. C. $R = \frac{a\sqrt{79}}{3}$. D. $R = \frac{5a}{2}$.

Câu 43. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân và các cạnh $AB = BC = 2$, $AA' = 2\sqrt{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'A'C'$.

- A. $\frac{16\pi}{3}$. B. 16π . C. $\frac{32\pi}{3}$. D. 32π .

Câu 44. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Diện tích mặt cầu bán kính r là $4\pi r^2$. B. Diện tích mặt cầu bán kính r là $2\pi r^2$.
C. Diện tích mặt cầu bán kính r là πr^2 . D. Diện tích mặt cầu bán kính r là $\frac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 45. Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R = 5a$ (a là số thực dương cho trước) và một điểm H cố định sao cho $OH = 3a$. Biết rằng, luôn tồn tại mặt phẳng qua H cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất r . Giá trị nhỏ nhất của r tính theo a là

- A. $r = 3a$. B. $r = 4a$. C. $r = 2\sqrt{2}a$. D. $\sqrt{5}a$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $S = 16\pi a^2$. B. $S = 4\pi a^2$. C. $S = \frac{8\pi a^2}{2}$. D. $S = \frac{16\pi a^2}{3}$.

Câu 47. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp bát diện đều cạnh $2a$.

- A. $R = a\sqrt{3}$. B. $R = a\sqrt{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 48. Một khối cầu có bán kính bằng $2a$. Khi đó thể tích khối cầu là

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. πa^2 . D. $\frac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 49. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$, $AA' = 2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$. C. $S = 12\pi a^2$. D. $S = 16\pi a^2$.

Câu 50. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'D'$.

- A. $\frac{25\pi}{2} \text{ cm}^2$. B. $60\pi \text{ cm}^2$. C. $\frac{50\pi}{3} \text{ cm}^2$. D. $50\pi \text{ cm}^2$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với đáy lớn $AD = 2a$, $AB = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. C. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $V = 8\sqrt{2}\pi a^3$.

Câu 52. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$, $AC = BD = AD = BC = b$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp R của tứ diện $ABCD$.

- A. $R = \sqrt{\frac{a^2 + 2b^2}{8}}$. B. $R = \sqrt{\frac{2a^2 + b^2}{8}}$. C. $R = \sqrt{\frac{a^2 + 2b^2}{2}}$. D. $R = \sqrt{\frac{2a^2 + b^2}{2}}$.

Câu 53. Tính thể tích khối cầu có đường kính 6 cm.

- A. $36\pi \text{ cm}^3$. B. $288\pi \text{ cm}^3$. C. $27\pi \text{ cm}^3$. D. $81\pi \text{ cm}^3$.

Câu 54. Cho hình chóp $SABCD$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$ và $AD = 2a$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ACD$. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) là

- A. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{9}$. B. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$. C. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{12}$.

Câu 55. Cho mặt cầu tâm O , bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (α) cách tâm O của mặt cầu một khoảng bằng 1, cắt mặt cầu theo một đường tròn. Gọi P là chu vi đường tròn này, tính P .

- A. $P = 8\pi$. B. $P = 2\sqrt{2}\pi$. C. $P = 4\sqrt{2}\pi$. D. $P = 4\pi$.

Câu 56. Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính R_2 , với $R_2 = 3R_1$. Hỏi diện tích của mặt cầu (S_2) bằng bao nhiêu lần diện tích mặt cầu (S_1) ?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{9}$. C. 3. D. 9.

Câu 57. Thể tích của một khối cầu bằng $\frac{32\pi}{3} (\text{cm}^3)$. Đường kính của khối cầu đó là

- A. 3cm. B. 5cm. C. 6cm. D. 4cm.

- Câu 58.** Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính R_2 , trong đó $R_2 = 2R_1$. Tính số diện tích mặt cầu (S_1) và (S_2) bằng bao nhiêu?
- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 59.** Cho hình cầu có bán kính R và diện tích bằng S . Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo một đường tròn có bán kính r và diện tích hình tròn bằng $\frac{1}{8}S$. Tính r theo R .
- A. $r = \frac{R\sqrt{3}}{3}$. B. $r = \frac{R\sqrt{3}}{6}$. C. $r = \frac{R\sqrt{2}}{2}$. D. $r = \frac{R\sqrt{2}}{4}$.
- Câu 60.** Hình nào sau đây có thể **không** nội tiếp một mặt cầu?
- A. Hình tứ diện. B. Hình chóp tứ giác.
C. Hình hộp chữ nhật. D. Hình chóp lục giác đều.
- Câu 61.** Một mặt cầu có bán kính $R = 3$. Tính diện tích S của mặt cầu đó.
- A. $S = 36\pi$. B. $S = 12\pi$. C. $S = 9\pi$. D. $S = 6\pi$.
- Câu 62.** Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối lập phương cạnh $2a$ có độ dài bằng
- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. a . D. $2a$.
- Câu 63.** Bé Na bơm không khí vào một quả bóng cao su hình cầu. Giả sử thể tích của quả bóng sau khi bơm thêm bằng 2 lần thể tích quả bóng trước khi bơm. Hỏi bán kính của quả bóng tăng lên mấy lần so với trước?
- A. 2. B. $\sqrt{2}\pi$. C. $\sqrt[3]{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.
- Câu 64.** Cho khối cầu (S) có thể tích $V = 36\pi a^3$. Tính theo a bán kính r của khối cầu (S) .
- A. $r = 3a^3$. B. $r = \frac{3a}{\sqrt[3]{\pi}}$. C. $r = 3a$. D. $r = \frac{3a^3}{\sqrt[3]{\pi}}$.
- Câu 65.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , SA vuông góc với đáy. Biết $SA = a\sqrt{2}$, $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$.
- A. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.
- Câu 66.** Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a .
- A. $R = \frac{a}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{21}}{6}$. C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.
- Câu 67.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết rằng $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC . Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $M.A'B'C'$.
- A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. a . C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}a}{2}$.
- Câu 68.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , các cạnh $AB = a$, $AC = 2a$, các góc $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{2a}{3}$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $S = 9\pi a^2$. B. $S = 6\pi a^2$. C. $S = 8\pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 69. Một mặt cầu bán kính R đi qua tám đỉnh của hình lập phương thì cạnh của hình lập phương bằng

- A. $2R$. B. $2R\sqrt{3}$. C. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Câu 70. Một khối cầu có thể tích $V = \frac{500}{3}\pi$. Tính diện tích S của mặt cầu tương ứng.

- A. $S = 25\pi$. B. $S = 50\pi$. C. $S = 75\pi$. D. $S = 100\pi$.

Câu 71. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hai mặt phẳng (SAD) và (SAB) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Cạnh SB tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 60° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABD$.

- A. 13π . B. $\frac{13\pi}{3}$. C. 7π . D. 10π .

Câu 72. Tính thể tích V của khối cầu có độ dài đường kính bằng $6a$.

- A. $V = \frac{9\pi a^3}{4}$. B. $V = \frac{81\pi a^3}{4}$. C. $V = 4\pi a^3$. D. $V = 36\pi a^3$.

Câu 73. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $\widehat{AC'A'} = 45^\circ$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đó.

- A. $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{16\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 74. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BC' bằng 2, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (BCC') bằng α , với $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABC'A'$.

- A. $\frac{29}{5}\pi$. B. $\frac{58}{3}\pi$. C. $\frac{72}{5}\pi$. D. $\frac{116}{5}\pi$.

Câu 75. Cho tứ diện $ABCD$. Biết rằng tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD}| = 36$ là một mặt cầu, tính thể tích V của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu này.

- A. $V = 144\pi$. B. $V = 48\pi$. C. $V = 288\pi$. D. $V = 864\pi$.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD = a\sqrt{2}$, $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi H là trung điểm của BC . Biết mặt bên SBC là tam giác cân tại đỉnh S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$ là

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{5}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 77. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $S = 3\pi a^2$. B. $S = 4\pi a^2$. C. $S = 2\pi a^2$. D. $S = 2\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 78. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là a , b , c . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đó.

- A. $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $R = \frac{\sqrt{a^2 + 2b^2 + 2c^2}}{2}$.
C. $R = \frac{\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

Câu 79. Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{2}$.
- B. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- C. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- D. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{3}$.

Câu 80. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Đoạn thẳng nối hai điểm cùng thuộc một mặt cầu là một đường kính của mặt cầu đó.
- B. Khoảng cách giữa hai đáy của một hình trụ bằng chiều cao của hình trụ đó.
- C. Nếu mặt phẳng cắt mặt cầu thì giao tuyến của chúng là một đường tròn lớn của mặt cầu đó.
- D. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm thuộc hai đường tròn đáy của một hình trụ bằng độ dài đường sinh của hình trụ đó.

Câu 81. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng 30° . Gọi H là trung điểm của AB . Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.
- B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.
- D. $R = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 82. Hình chóp $S, ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh 1, $\widehat{BAD} = 60^\circ$; các mặt phẳng (SAD) và (SCD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt đáy $ABCD$ bằng 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.BCD$.

- A. $\frac{7\pi}{2}$.
- B. $\frac{7\pi}{4}$.
- C. $\frac{7\pi}{6}$.
- D. $\frac{7\pi}{3}$.

Câu 83. Cho mặt cầu (S) có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Tìm bán kính mặt cầu (S) .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.
- B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
- C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 84. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $\pi \left(h^2 + \frac{4a^2}{3} \right)$.
- B. $\frac{\pi a^2 h}{3}$.
- C. $\frac{\pi}{3} \left(h^2 + \frac{4a^2}{3} \right) \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}$.
- D. $\frac{\pi}{3} \sqrt{\left(\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3} \right)^3}$.

Câu 85. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a . Có một mặt cầu đi qua A và tiếp xúc với cạnh SB, SD tại trung điểm mỗi cạnh. Tính diện tích mặt cầu đó.

- A. $\frac{9\pi a^2}{2}$.
- B. $\frac{9\pi a^2}{4}$.
- C. $\frac{9\pi a^2}{8}$.
- D. $\frac{9\pi a^2}{10}$.

Câu 86. Trong không gian có bao nhiêu mặt cầu đi qua một đường tròn cho trước?

- A. Vô số.
- B. 0.
- C. 1.
- D. 2.

Câu 87. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1 và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 88. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều, BCD là tam giác vuông cân tại D và $(ABC) \perp (BCD)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa hai điểm A, D và tiếp xúc với mặt cầu đường kính BC ?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 89. Một khối cầu có bán kính $2R$ thì có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. B. $4\pi R^2$. C. $V = \frac{32\pi R^3}{3}$. D. $V = \frac{24\pi R^3}{3}$.

Câu 90. Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

A. $R = a\sqrt{2}$. B. $R = a$. C. $R = a\sqrt{3}$. D. $R = 2a$.

Câu 91. Cho mặt cầu (S) tâm I . Một mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng 5 cm cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn đi qua ba điểm A, B, C . Biết $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, $AC = 10$ cm. Tính diện tích xung quanh S của mặt cầu (S) .

A. $S = 100\pi\sqrt{2}$ cm². B. $S = 100\pi$ cm². C. $S = \frac{100\pi}{3}$ cm². D. $S = 200\pi$ cm².

Câu 92. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình nón theo a .

A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \frac{2}{3\sqrt{3}}a$. C. $R = \frac{2}{\sqrt{3}}a$. D. $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 93. Xét các hình chóp tam giác đều nội tiếp mặt cầu bán kính $R = 3$. Khi thể tích của khối chóp đạt giá trị lớn nhất thì đường cao của khối chóp sẽ là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 94. Cắt khối cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 4cm được một thiết diện là một hình tròn có diện tích 9π cm². Tính thể tích khối cầu (S) .

A. 500π cm³. B. 100π cm³. C. $\frac{500\pi}{3}$ cm³. D. $\frac{500\pi}{3}$ cm³.

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V = \frac{32\pi}{3}$. B. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$. C. $V = \frac{108\pi}{3}$. D. $V = \frac{125\pi}{6}$.

Câu 96. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Biết rằng $\widehat{A'AD} = \widehat{A'AB} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AA'BD$.

A. $\frac{3\pi a^2}{8}$. B. $\frac{3\pi a^2}{2}$. C. $\frac{\pi a^2}{2}$. D. $\frac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 97. Diện tích S của mặt cầu có bán kính R là

A. $S = \frac{3}{4}\pi R^2$. B. $S = 4\pi R^3$. C. $S = \frac{4\pi R^2}{3}$. D. $S = 4\pi R^2$.

Câu 98. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $\angle AC'A' = 45^\circ$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đó bằng

A. $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{16\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 99. Cho hình lập phương có cạnh bằng a và tâm O . Tính thể tích khối cầu tâm O tiếp xúc với các mặt của hình lập phương.

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{8\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 100. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

A. $V = 12\sqrt{3}a^3\pi$. B. $V = 4\sqrt{3}a^3\pi$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3\pi}{2}$. D. $V = \frac{2\sqrt{2}a^3\pi}{6}$.

Câu 101. Trong các hình chóp sau đây, hình chóp nào có mặt cầu ngoại tiếp?

- A. Hình chóp tứ giác có mặt đáy là hình thang cân.
 B. Hình chóp tứ giác có mặt đáy là hình bình hành.
 C. Hình chóp tứ giác có mặt đáy là hình thoi.
 D. Hình chóp tứ giác có mặt đáy là hình thang vuông.

Câu 102. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $5\sqrt{2}$ cm. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp trên.

A. $V = \frac{250}{3} \text{ cm}^3$. B. $V = 100\pi \text{ cm}^3$.
 C. $V = \frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{125\sqrt{2}\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 103. Mặt cầu thứ nhất có bán kính R_1 , diện tích S_1 . Mặt cầu thứ hai có bán kính R_2 , diện tích S_2 . Tìm tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$, biết $R_2 = 2R_1$.

A. $\frac{S_2}{S_1} = 4$. B. $\frac{S_2}{S_1} = 3$. C. $\frac{S_2}{S_1} = 2$. D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{4}$.

Câu 104. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , đường thẳng $A'B$ tạo với mặt đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 105. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $R = \frac{2a}{3}$. C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $R = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 106. Tính thể tích V của khối cầu nội tiếp một hình lập phương có cạnh bằng 4.

A. $V = \frac{32\pi}{3}$. B. $V = \frac{32\pi^3}{3}$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 32\pi$.

Câu 107. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

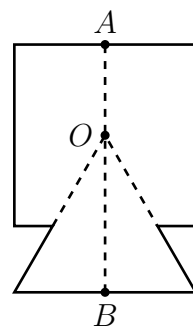
A. $R = 3a$. B. $R = 2a$. C. $R = \frac{3a}{4}$. D. $R = \frac{3a}{2}$.

Câu 108. Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $2a\sqrt{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

A. $S = 12\pi a^2$. B. $S = 9\pi a^2$. C. $S = 16\pi a^2$. D. $S = 13\pi a^2$.

1. A	2. A	3. A	4. A	5. A	6. A	7. A	8. D	9. A	10.A	11.D	12.A	13.A
14.A	15.C	16.C	17.B	18.A	19.A	20.B	21.C	22.A	23.A	24.D	25.B	26.A
27.A	28.A	29.A	30.B	31.C	32.D	33.D	34.B	35.D	36.A	37.A	38.D	39.C
40.D	41.B	42.B	43.C	44.A	45.B	46.C	47.B	48.D	49.B	50.D	51.A	52.A
53.A	54.B	55.C	56.D	57.D	58.B	59.C	60.B	61.A	62.A	63.C	64.C	65.A
66.D	67.D	68.A	69.D	70.D	71.C	72.D	73.C	74.D	75.C	76.D	77.A	78.D
79.B	80.B	81.D	82.D	83.B	84.C	85.A	86.A	87.A	88.A	89.C	90.A	91.D
92.D	93.D	94.D	95.A	96.B	97.D	98.C	99.D	100C	101A	102D	103A	104D

Cho tam giác đều và hình vuông cùng có cạnh bằng 4 được xếp chồng lên nhau, sao cho một đỉnh của tam giác đều trùng với tâm của hình vuông, trục của tam giác đều trùng với trục của hình vuông (như hình vẽ). Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình đã cho quanh trục AB .



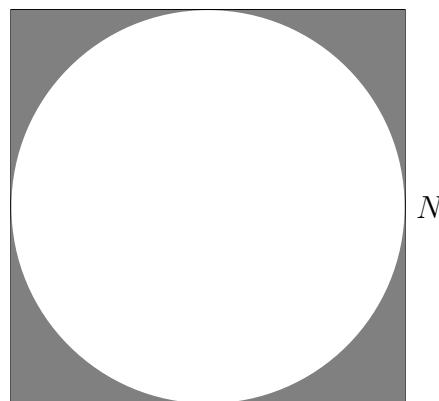
- A. $\frac{136\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{48\pi + 7\pi\sqrt{3}}{3}$.
 C. $\frac{128\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{144\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}$.

Câu 7 (Sở Hải Phòng - 2017). Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và gọi (S) là mặt cầu đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ. Tính diện tích mặt cầu (S) .

- A. $\pi\sqrt{6}$. B. $8\pi\sqrt{6}$. C. 24π . D. $6\pi\sqrt{3}$.

Câu 8 (THPT Hòa Bình - TPHCM - 2017).

Cho đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh a (như hình vẽ bên). Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và hình vuông (phần nằm bên ngoài đường tròn và bên trong hình vuông). Tính thể tích vật thể tròn xoay khi S quay quanh trục MN .



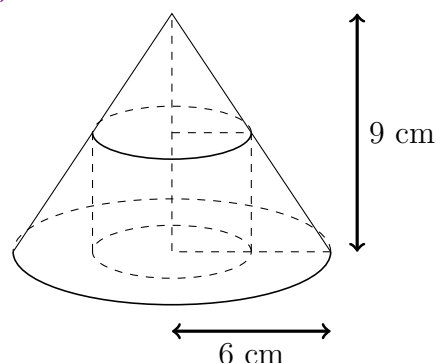
- A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{12}$.
 C. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 9 (THPT Lê Quý Đôn - Hà Nội - 2017). Một hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $BC = DA = \sqrt{2}$. Cho hình thang đó quay quanh AB , ta được vật thể tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{7\pi}{3}$. C. $\frac{5\pi}{3}$. D. 3π .

Câu 10 (THPT Chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội - 2017).

Một hình nón có bán kính đáy bằng 6 cm và chiều cao bằng 9 cm. Tính thể tích lớn nhất của khối trụ nội tiếp trong hình nón S .



- A. $\frac{81}{2}\pi$.
 B. 54π .
 C. 48π .
 D. 36π .

Câu 11 (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai - lần 2 - 2017). Một hình trụ S có tâm của đáy là O và diện tích xung quanh là 24π . Hình nón T có đỉnh là O và đáy là đáy còn lại không chứa O của hình trụ S có diện tích xung quanh là 15π . Biết tổng hai đường sinh của hình trụ S và hình nón T là 9. Đường sinh của hình nón T có độ dài là

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Câu 12 (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai - lần 2 - 2017). Người ta tính bán kính R của một quả cầu đồng bằng cách cho nó vào hộp trụ có chứa nước với bán kính đáy là r . Giả sử hộp trụ chứa lượng nước đủ nhấn chìm quả cầu đồng và khi nước dâng thêm một độ cao là h thì cũng không tràn ra khỏi hộp. Công thức tính R theo r và h sẽ là

- A. $\sqrt[3]{\frac{3r^2h}{4}}$. B. $\sqrt[3]{\frac{r^2h}{4}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{4r^2h}{3}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{3rh}{4}}$.

Câu 13 (THPT Hưng Nhân - Thái Bình - lần 2 - 2017). Gọi V_1 là thể tích của khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và V_2 là thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình nón đó. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{9}{32}$. C. Đáp án khác. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 14 (THPT Phan Bội Châu - Đắk Lắk - lần 2 - 2017). Hình nón gọi là nội tiếp mặt cầu nếu đỉnh và đường tròn đáy của hình nón nằm trên mặt cầu. Tìm chiều cao h của hình nón có thể tích lớn nhất nội tiếp mặt cầu bán kính R cho trước.

- A. $h = \frac{3R}{2}$. B. $h = \frac{4R}{3}$. C. $h = \frac{5R}{3}$. D. $h = \frac{5R}{4}$.

Câu 15 (THPT Chuyên Thái Nguyên - lần 2 - 2017). Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón. Tính bán kính của mặt cầu.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 16 (Sở Hải Phòng - 2017). Trong không gian cho đường thẳng d . Tìm tập hợp tất cả các điểm trong không gian cách d một khoảng không đổi R .

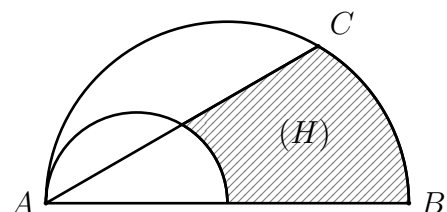
- A. Hình nón có trục là đường thẳng d và bán kính đáy R .
B. Mặt trụ có trục là đường thẳng d và bán kính R .
C. Khối trụ có trục là đường thẳng d và bán kính R .
D. Hình trụ có trục là đường thẳng d và bán kính R .

Câu 17 (THPT Lê Quý Đôn - Hà Nội - 2017). Cho mặt cầu (S) có bán kính R . Một hình nón (N) có chiều cao x , $(0 < x < 2R)$ nội tiếp trong hình cầu (S) . Gọi V_S , V_N lần lượt là thể tích của khối cầu (S) và khối nón (N) . Giá trị lớn nhất của tỉ số $\frac{V_N}{V_S}$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{8}{27}$. C. $\frac{9}{32}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 18 (Sở Hà Tĩnh - 2017). Ta vẽ hai nửa đường tròn như hình vẽ bên dưới, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần gạch sọc trong hình vẽ bên) xung quanh đường thẳng AB .

- A. $\frac{620}{3}\pi$. B. $\frac{784}{3}\pi$.
C. 279π . D. $\frac{325}{3}\pi$.



Câu 19 (THPT Anh Sơn 2 - Nghệ An - lần 2 - 2017). Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Thể tích khối tròn xoay có bán kính đáy r , đường cao h bằng $\frac{1}{3}\pi rh$.
 B. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.
 C. Thể tích khối tròn xoay có bán kính đáy r , đường cao h bằng $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.
 D. Thể tích khối cầu có bán kính đáy r bằng $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 20 (THPT Gia Lộc - Hải Dương - lần 2 - 2017). Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều. Tính tỉ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp của khối nón.

- A. 16. B. 2. C. 4. D. 8.

Câu 21 (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang - lần 3 - 2017). Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của hình trụ và hai đáy của hình trụ. Tính tỉ số thể tích của khối trụ và khối cầu.

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 22 (Sở Tuyên Quang - 2017). Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $6a$. Tính thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đó (*hình nón ngoại tiếp hình chóp là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và có đường tròn đáy ngoại tiếp đa giác đáy hình chóp, khối nón tương ứng gọi là khối nón ngoại tiếp hình chóp*).

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{4}$. D. $\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 23 (Sở Cao Bằng - lần 1 - 2017). Người ta bỏ vào một chiếc hộp hình trụ ba quả bóng tennis hình cầu, biết rằng đáy hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao của hình trụ bằng ba lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số diện tích $\frac{S_1}{S_2}$.

- A. $\frac{S_1}{S_2} = 5$. B. $\frac{S_1}{S_2} = 2$. C. $\frac{S_1}{S_2} = 3$. D. $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 24 (THPT Thường Tín - Hà Nội - 2017). Một hình nón có chiều cao h và bán kính của đường tròn đáy là R . Một mặt phẳng (P) thay đổi song song với mặt phẳng chứa đáy của hình nón và cắt hình nón theo một đường tròn giao tuyến (C) . Dựng hình trụ có một đáy là đường tròn (C) và đáy còn lại nằm trên mặt đáy của hình nón. Gọi V_1 là thể tích khối trụ có thể tích lớn nhất trong các hình trụ khi (P) thay đổi, V_2 là thể tích của khối nón. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{9}$.

Câu 25 (Đề tham khảo Bộ GD-ĐT - 2017). Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h > R$). Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

- A. $h = \sqrt{3}R$. B. $h = \sqrt{2}R$. C. $h = \frac{4R}{3}$. D. $h = \frac{3R}{2}$.

Câu 26 (Chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An, lần 4 - 2017). Trong không gian, cho hình thang vuông $ABCD$ (vuông tại A, D) có $AB = 3, DC = AD = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ quanh cạnh DC .

A. $V = \frac{7}{3}\pi$.

B. $V = \frac{5}{3}\pi$.

C. $V = 2\pi$.

D. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Câu 27 (THPT Quỳnh Lưu 3, Nghệ An, lần 2 - 2017).

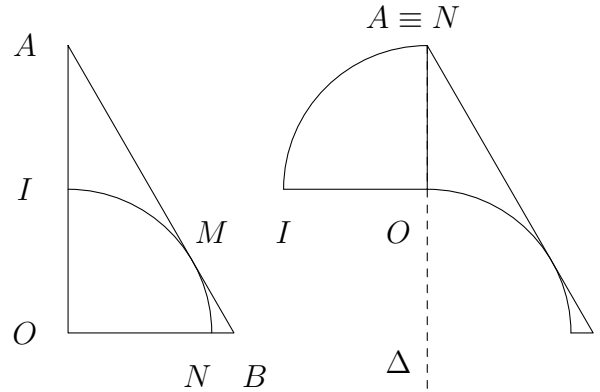
Cho tam giác OAB vuông tại O , $OA = 2a, OB = \frac{2a}{\sqrt{3}}$, vẽ cung tròn tâm O và tiếp xúc với cạnh huyền AB tại M cắt OA, OB lần lượt tại I, N . Cắt phần cung tròn đó đi và ghép như hình vẽ bên. Cho hình sau khi ghép quay quanh trục Δ tạo thành khối tròn xoay, tính thể tích của khối tròn xoay đó.

A. $\frac{8\pi a^3}{9}$.

B. $\frac{2\pi a^3}{9}$.

C. $\frac{14\pi a^3}{9}$.

D. $\frac{7\pi a^3}{9}$.



Câu 28 (THPT Quỳnh Lưu 3, Nghệ An, lần 2 - 2017).

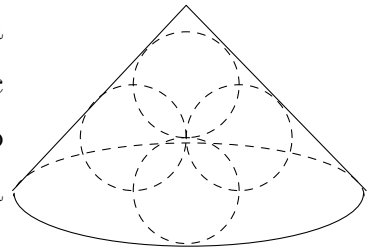
Có một hình nón chứa 4 quả bóng bàn bằng nhau, đường kính mỗi quả bóng bàn là 4 cm. Biết rằng 2 trong số 4 quả bóng bất kỳ thì tiếp xúc với nhau, 3 quả tiếp xúc với đáy của hình nón đồng thời 4 quả tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón như hình vẽ. Tính chiều cao của hình nón đó.

A. $h = 2\sqrt{3} + \frac{4}{\sqrt{3}}$.

B. $h = 2\sqrt{3} + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + 2$.

C. $h = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + 2$.

D. $h = 4\sqrt{3} + \frac{4}{\sqrt{3}} + 2$.



Câu 29 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội - 2017). Cho một hình nón (N) sinh bởi một tam giác đều cạnh bằng 4 khi quay quanh một đường cao của tam giác đó. Một mặt cầu (S) có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón (N) thì bán kính R của mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. $R = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $R = \sqrt{3}$.

C. $R = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

D. $R = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 30 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội - 2017). Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình trụ có bán kính đáy bằng $2\sqrt{6}$ và chiều cao bằng $4\sqrt{6}$.

A. $V = 8\sqrt{6}\pi$.

B. $V = 18\sqrt{6}\pi$.

C. $V = 96\sqrt{6}\pi$.

D. $V = 256\sqrt{3}\pi$.

Câu 31 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2 - 2017). Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn ($O; r$) và ($O'; r$). Một hình nón có đỉnh O và đáy là hình tròn ($O'; r$). Mặt xung quanh của hình nón chia khối trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối nón, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{6}$.

Câu 32 (THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, lần 3). Cho một khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy và bằng $2a$. Một khối cầu bán kính bằng a nằm trong hình trụ. Tính thể tích phần còn lại của khối trụ sau khi bị chiếm chỗ bởi khối cầu.

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{10\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 33 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 1). Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 60° . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối cầu ngoại tiếp và thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{27}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{8}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{9}$.

Câu 34 (Sở GD và ĐT Bình Phước). Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$, với $OO' = R\sqrt{3}$ và hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O; R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{1}{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 35 (Sở GD và ĐT Hải Dương). Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm I , bán kính R theo hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách d giữa (P) và (Q) để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất.

A. $d = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. B. $d = 2R\sqrt{3}$. C. $d = R\sqrt{2}$. D. $d = R$.

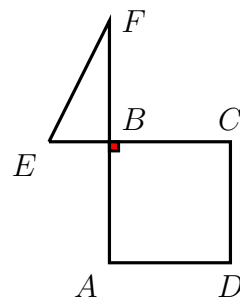
Câu 36 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 1). Một hình nón có bán kính đáy R , đường sinh hợp với mặt đáy một góc 30° . Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và đường tròn đáy của hình nón đã cho. Tính diện tích của (S) .

A. $\frac{16\pi R^2}{3}$. B. $\frac{8\pi R^2}{3}$. C. $3\pi R^2$. D. $4\pi R^2$.

Câu 37 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, mã đề 485).

Cho mô hình như hình vẽ với tam giác EFB vuông tại B , cạnh $FB = a$, $\widehat{EFB} = 30^\circ$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình quanh cạnh AF .

A. $V = \frac{4}{3}a^3$. B. $V = \frac{10}{9}a^3$.
C. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{10}{9}\pi a^3$.



Câu 38 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, mã đề 485). Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình nón theo a .

A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \frac{2}{3\sqrt{3}}a$. C. $R = \frac{2}{\sqrt{3}}a$. D. $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 39 (Tập chí THPT, lần 8, 2017). Cho tam giác đều ABC cạnh 1 và hình vuông $MNPQ$ nội tiếp trong tam giác ABC (M thuộc AB , N thuộc cạnh AC , P, Q thuộc BC). Gọi S là phần mặt phẳng chứa các điểm thuộc tam giác ABC nhưng không chứa các điểm thuộc hình vuông $MNPQ$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay S quanh trục là đường thẳng qua A vuông góc với BC .

A. $\frac{810 - 467\sqrt{3}}{24}\pi$. B. $\frac{4\sqrt{3} - 3}{96}\pi$. C. $\frac{4\sqrt{3} - 3}{96}$. D. $\frac{54 - 31\sqrt{3}}{12}\pi$.

Câu 40 (THPT Lê Viết Thuật, Nghệ An, lần 2, 2017). Một người có cái bể nuôi cá hình trụ, chiều cao và đường kính đáy đều bằng 5 dm. Mực nước trong bể cách mặt trên của bể là 4,5 cm. Người đó muốn thả vào bể nuôi cá các hình cầu thủy tinh có bán kính 3 cm để trang trí. Hỏi người đó thả được nhiều nhất bao nhiêu hình cầu để nước không bị tràn ra ngoài?

- A. 78. B. 312. C. 79. D. 313.

Câu 41 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3, 2017). Một vật trang trí dạng hình nón bên trong có chứa 4 viên bi có cùng bán kính $\sqrt{3}$, trong đó 3 viên bi tiếp xúc với nhau đồng thời tiếp xúc với đáy và mặt xung quanh của hình nón, còn viên bi thứ 4 tiếp xúc 3 viên bi kia và tiếp xúc mặt xung quanh hình nón. Tính chiều cao của vật trang trí đó.

- A. $1 + \sqrt{3} + \frac{2\sqrt{6}}{3}$. B. $7 + \sqrt{13}$. C. $4 + 5\sqrt{3}$. D. $3 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

Câu 42 (THPT Yên Viên, Hà Nội (HKII), 2017). Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính bằng R . Mặt phẳng (P) không đi qua I , cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Điểm I và đường tròn (C) tạo nên một hình nón. Xác định khoảng cách d từ tâm I đến mặt phẳng (P) theo R sao cho khối nón có thể tích lớn nhất.

- A. $d = \frac{2R}{3}$. B. $d = \frac{R\sqrt{3}}{3}$. C. $d = \frac{R}{2}$. D. $d = R$.

Câu 43 (THPT Chuyên Thái Bình, lần 5, 2017). Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn ($O; R$), tam giác MNP đều nội tiếp (O) sao cho MN song song với AB . Cho hình đó quay quanh đường thẳng OP . Kí hiệu V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích khối tròn xoay do hình vuông, hình tròn và tam giác đều tạo thành. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V_3^2 = V_2.V_1$. B. $V_3 = V_1.V_2$. C. $V_1^2 = V_2.V_3$. D. $V_2 = V_1.V_3$.

Câu 44 (Sở GD và ĐT Long An, 2017). Cho hình chữ nhật $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC và CD . Khi đa giác $ABMND$ quay quanh trục AD ta được một khối tròn xoay (\mathcal{X}). Tính thể tích V của khối tròn xoay (\mathcal{X}) biết $AB = 2$ cm và $BC = 6$ cm.

- A. $V = 16\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 19\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 33\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 24\pi \text{ cm}^3$.

Câu 45 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2, 2017). Cho mặt cầu (S) có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Gọi (T) là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên (S) sao cho diện tích thiết diện qua trục của (T) là lớn nhất. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của (T).

- A. $S_{\text{tp}} = 9\pi a^2$. B. $S_{\text{tp}} = 9\pi a^2\sqrt{3}$. C. $S_{\text{tp}} = 6\pi a^2\sqrt{3}$. D. $S_{\text{tp}} = 6\pi a^2$.

ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. B	4. A	5. C	6. A	7. C	8. B	9. B	10.C	11.B	12.A	13.B
14.B	15.A	16.B	17.B	18.B	19.A	20.C	21.A	22.A	23.D	24.D	25.C	26.A
27.D	28.B	29.B	30.D	31.B	32.A	33.D	34.C	35.A	36.A	37.D	38.D	39.A
40.A	41.D	42.B	43.C	44.B	45.A							

§5 Các bài toán thực tế

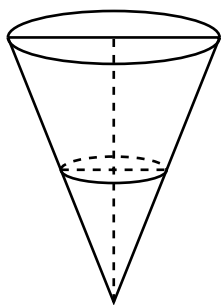
Câu 1 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn - Quảng Trị - HK2 - 2017). Ta xem quả bóng bầu dục là hình tròn xoay được sinh ra khi quay một elip quanh trục lớn của nó. Nếu elip đó có độ dài trục lớn bằng 30 cm và độ dài trục nhỏ bằng 20 cm, thì quả bóng bầu dục tương ứng chứa được một lượng khí có thể tích bằng bao nhiêu? (Giả thiết độ dày của vỏ bóng không đáng kể.)

- A. $0,6\pi \text{ dm}^3$. B. $\pi \text{ dm}^3$. C. $1,5\pi \text{ dm}^3$. D. $2\pi \text{ dm}^3$.

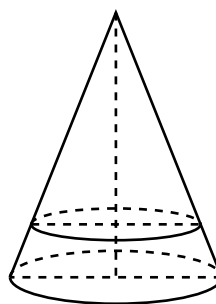
Câu 2 (THPT Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - 2017). Một xưởng làm cơ khí nhận làm những chiếc thùng phuy với thể tích theo yêu cầu là 2000π lít mỗi chiếc. Hỏi bán kính đáy và chiều cao của thùng lần lượt bằng bao nhiêu để tiết kiệm vật liệu nhất?

- A. 1 m và 2 m. B. 2 dm và 1 dm. C. 2 m và 1 m. D. 1 dm và 2 dm.

Câu 3 (Sở Hà Tĩnh - 2017). Một cái phễu có dạng hình nón với chiều cao là 30 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 15 cm (Hình 1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (Hình 2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?



Hình 1

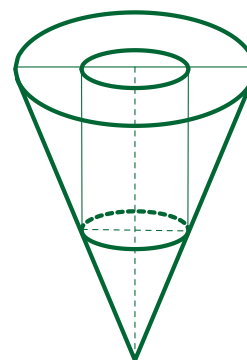


Hình 2

- A. 15 cm. B. 1,306 cm. C. 1,233 cm. D. 1,553 cm.

Câu 4 (THPT Bình Xuyên - Vĩnh Phúc - lần 3 - 2017).

Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9} \text{ dm}^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (hình vẽ bên) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Tính diện tích xung quanh của bình nước.



- A. $4\pi \text{ dm}^2$. B. $4\pi\sqrt{10} \text{ dm}^2$. C. $\frac{9\pi\sqrt{10}}{2} \text{ dm}^2$. D. $\frac{3\pi}{2} \text{ dm}^2$.

Câu 5 (THPT Hưng Nhân - Thái Bình - lần 2 - 2017). Cắt một miếng tôn hình vuông cạnh 1 m thành hai hình chữ nhật, trong đó một hình có chiều rộng là x m, gọi miếng tôn này là miếng tôn thứ nhất. Người ta gò miếng tôn thứ nhất thành một hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao 1 m, miếng còn lại gò thành một hình trụ có chiều cao 1 m. Tính x để tổng thể tích khối lăng trụ và khối trụ thu được là nhỏ nhất.

A. $x = \frac{9\pi}{9\pi + \sqrt{3}}$. B. $x = \frac{1}{3\sqrt{3\pi} + 1}$. C. $x = \frac{9\pi}{\sqrt{3\pi} + 9}$. D. $x = \frac{1}{\pi + \sqrt{3}}$.

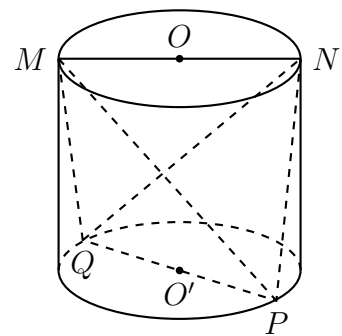
Câu 6 (THPT Phan Bội Châu - Đắk Lắk - lần 2 - 2017). Để làm cống thoát nước cho một khu vực dân cư trên đường Hùng Vương, thị trấn Krông Năng người ta cần đúc 500 ống hình trụ có đường kính trong và chiều cao của mỗi ống bằng 1 m, độ dày của thành ống là 10 cm. Chọn mác bê tông là 250 (tức mỗi m^3 bê tông cần dùng 7 bao xi măng). Hỏi phải chuẩn bị bao nhiêu bao xi-măng để làm đủ số ống nói trên.

- A. 4839 (bao). B. 1210 (bao). C. 2310 (bao). D. 578 (bao).

Câu 7 (THPT Chuyên ĐH Vinh - lần 3 - 2017).

Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN, PQ của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để thu được khối đá có hình tứ diện $MNPQ$ bằng 30dm^3 . Hãy tính thể tích của lượng đá bị cắt bỏ (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).

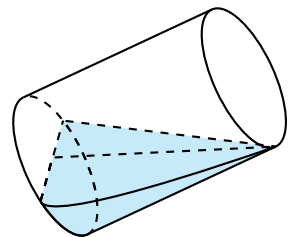
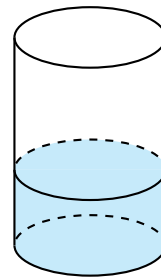
- A. $111,4\text{dm}^3$. B. $121,3\text{dm}^3$.
C. $101,3\text{dm}^3$. D. $141,3\text{dm}^3$.



Câu 8 (THPT Chuyên ĐH Vinh - lần 3 - 2017).

Một bạn A có một cốc thủy tinh hình trụ, đường kính trong lòng cốc là 6 cm, chiều cao trong lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước. Bạn A nghiêng cốc nước, vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy. Tính thể tích lượng nước trong cốc.

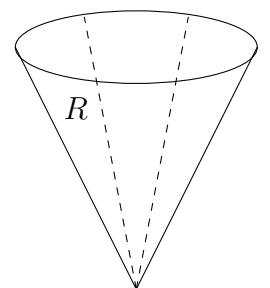
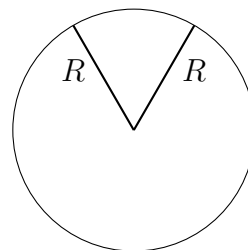
- A. $15\pi\text{cm}^3$. B. $60\pi\text{cm}^3$.
C. 60cm^3 . D. 70cm^3 .



Câu 9 (THPT Chuyên ĐH Sư Phạm Hà Nội - lần 4 - 2017).

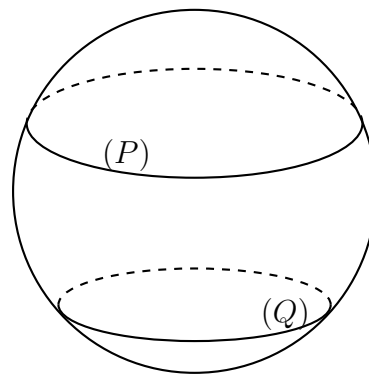
Từ một miếng sắt tây hình tròn bán kính R , ta cắt đi một hình quạt và cuộn phần còn lại thành một cái phễu hình nón. Số đo cung của hình quạt bị cắt đi phải là bao nhiêu độ (làm tròn đến đơn vị độ) để hình nón có dung tích lớn nhất?

- A. 65° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .



Câu 10 (THPT Anh Sơn 2 - Nghệ An - lần 2 - 2017).

Một khối cầu có bán kính 6 dm người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng (P) , (Q) (tâm khối cầu nằm giữa hai mặt phẳng (P) , (Q)) vuông góc cùng 1 bán kính và mặt phẳng (P) cách tâm 3 dm và mặt phẳng (Q) cách tâm 4 dm để làm một chiếc lu đựng. Tính thể tích của chiếc lu.



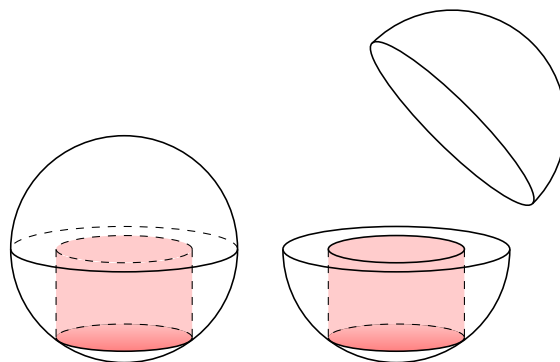
- A. $\frac{656}{3}\pi \text{ dm}^3$. B. $\frac{565}{3}\pi \text{ dm}^3$. C. $\frac{655}{3}\pi \text{ dm}^3$. D. $\frac{665}{3}\pi \text{ dm}^3$.

Câu 11 (THPT Lý Tự Trọng - Nam Định - lần 1 - 2017). Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột trụ tròn gồm 10 chiếc của một ngôi nhà. Trước khi hoàn thiện, mỗi chiếc cột là một khối bê-tông cốt thép hình lăng trụ đều, có đáy là tứ giác có cạnh bằng 20 cm. Sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa tổng hợp vào xung quanh) mỗi cột là một khối trụ tròn có đường kính đáy bằng 50 cm. Chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 4 m. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng 50 kg thì tương đương với 65000 cm^3 xi măng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bao xi măng loại 50 kg để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột?

- A. 77 bao. B. 65 bao. C. 90 bao. D. 72 bao.

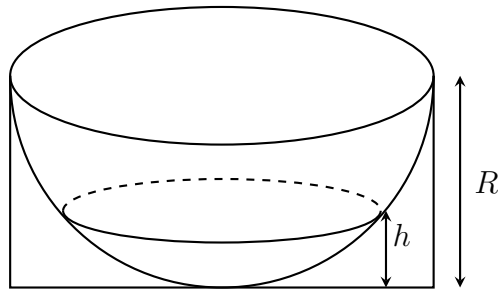
Câu 12 (THPT Chuyên Thái Nguyên - lần 2 - 2017).

Một công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế một khối cầu như một viên ngọc trai, bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng như hình bên. Theo dự kiến, nhà sản xuất có dự định để khối cầu có bán kính $R = 3\sqrt{3} \text{ cm}$. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bìa hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).

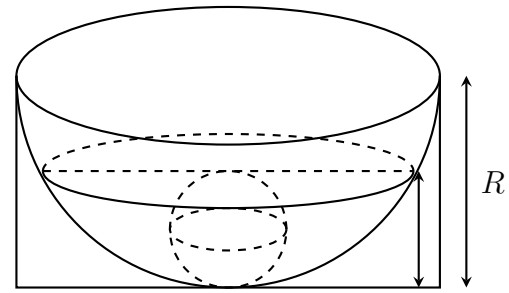


- A. $108\pi \text{ cm}^3$. B. $54\pi \text{ cm}^3$.
C. $18\pi \text{ cm}^3$. D. $45\pi \text{ cm}^3$.

Câu 13 (THPT Gia Lộc - Hải Dương - lần 2 - 2017). Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R = 20 \text{ cm}$ đặt trong một khung hình hộp chữ nhật (hình 1). Trong chậu chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao $h = 10 \text{ cm}$. Bỏ vào trong chậu nước một viên bi kim loại hình cầu sao cho mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi (hình 2). Bán kính của viên bi gần nhất với số nào sau đây?



Hình 1



Hình 2

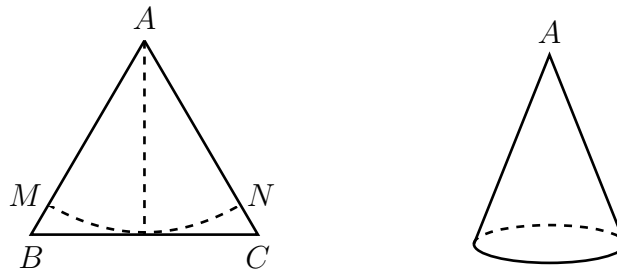
A. 6, 13 cm.

B. 8, 34 cm.

C. 4, 15 cm.

D. 5, 33 cm.

Câu 14 (Sở Hải Phòng - 2017). Có một miếng tôn hình tam giác đều ABC cạnh 3 dm (như hình vẽ).



Gọi K là trung điểm của BC . Người ta dùng compa có tâm là A và bán kính AK vạch cung tròn MN (M, N theo thứ tự thuộc cạnh AB và AC) rồi cắt miếng tôn theo cung tròn đó. Lấy phần hình quạt người ta gò sao cho cạnh AM và AN trùng nhau thành một cái phễu hình nón không đáy với đỉnh A . Tính thể tích V của cái phễu.

A. $V = \frac{\sqrt{141} \cdot \pi}{64} \text{ dm}^3$. B. $V = \frac{\sqrt{105} \cdot \pi}{64} \text{ dm}^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{3} \cdot \pi}{32} \text{ dm}^3$. D. $V = \frac{3 \cdot \pi}{32} \text{ dm}^3$.

Câu 15 (THPT Tam Dương - Vĩnh Phúc - 2017).

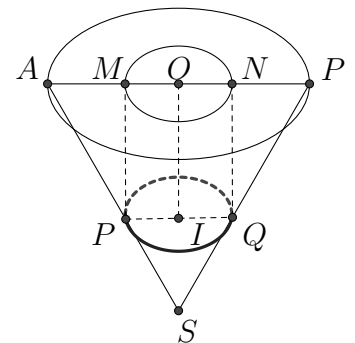
Một hình đựng nước hình nón (không đáy) đứng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp ba lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích tràn ra ngoài là $6\pi \text{ dm}^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt trên của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình vẽ) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước là

A. $S_{xq} = \frac{9\pi\sqrt{10}}{2} \text{ dm}^2$.

B. $S_{xq} = 9\pi\sqrt{5} \text{ dm}^2$.

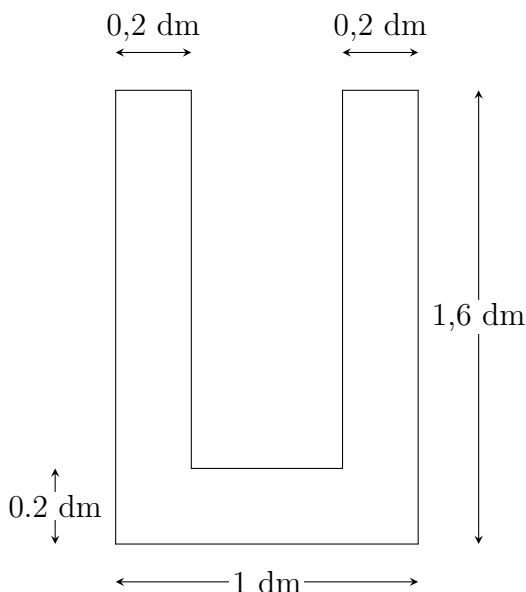
C. $S_{xq} = 9\pi\sqrt{10} \text{ dm}^2$.

D. $S_{xq} = 4\pi \text{ dm}^2$.



Câu 16 (Sở Đồng Nai - 2017).

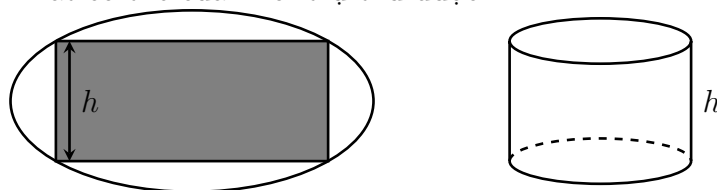
Một lọ trống miệng đựng nước là hình trụ tròn xoay có chiều cao bằng 1,6 dm; đường kính đáy bằng 1 dm; đáy (dưới) của lọ phẳng với bề dày không đổi bằng 0,2 dm; thành lọ với bề dày không đổi bằng 0,2 dm; thiết diện qua trục của lọ như hình vẽ; đổ vào lọ 2,5 dl nước (trước đó trong lọ không có nước hoặc vật khác). Tính gần đúng khoảng cách k từ mặt nước trong lọ khi nước lặng yên đến mép trên của lọ (quy tròn số đến hàng phần trăm, nghĩa là làm tròn số đến hai chữ số sau dấu phẩy).



- A. $k \approx 0,52$ dm. B. $k \approx 1,18$ dm. C. $k \approx 0,53$ dm. D. $k \approx 0,51$ dm.

Câu 17 (THPT Liên Hà - Hà Nội - HK2 - 2017). Người ta cần cắt một tấm tôn có hình dạng là một e-líp với độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục bé bằng 4 để được một tấm tôn có dạng hình chữ nhật nội tiếp e-líp. Người ta gò tấm tôn hình chữ nhật thu được thành một hình trụ không có đáy như hình vẽ. Tính thể tích lớn nhất có thể của khối trụ thu được.

- A. $\frac{128\sqrt{3}}{9\pi}$. B. $\frac{64}{3\sqrt{2\pi}}$.
C. $\frac{64}{3\sqrt{3\pi}}$. D. $\frac{128}{3\sqrt{2\pi}}$.



Câu 18 (THPT Nguyễn Gia Thiều - Hà Nội - HK2 - 2017). Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. $\frac{6}{5}$. D. 2.

Câu 19 (THPT Yên Dũng - Bắc Giang - HK2 - 2017). Từ khúc gỗ hình trụ có đường kính 30 cm, chiều cao 20 cm, người ta cắt khúc gỗ thành hai phần bởi mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc 45° . Tính tỉ số thể tích giữa phần nhỏ và phần lớn.

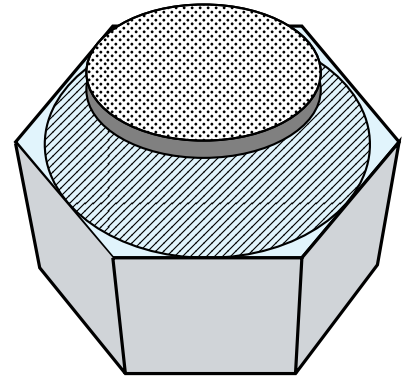
- A. $\frac{1}{6\pi - 1}$. B. $\frac{1}{2\pi - 1}$. C. $\frac{1}{6\pi + 1}$. D. $\frac{1}{6 - \pi}$.

Câu 20 (THPT An Dương Vương - TPHCM - 2017). Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là a và $2a$ (a là độ dài có sẵn). Người ta cuốn tấm nhôm đó thành một hình trụ. Tính bán kính đáy của hình trụ nếu hình trụ được tạo thành có chiều dài đường sinh bằng $2a$.

- A. $\frac{a}{\pi}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a}{2\pi}$. D. $2\pi a$.

Câu 21 (THPT Thanh Chương 1 - Nghệ An - lần 2 - 2017). Khi dựng nhà bằng gỗ, người ta thường kê dưới chân mỗi một cột một viên đá để không bị nhanh hỏng chân cột theo thời gian (gọi là đá tảng).

Càng về sau càng có nhiều nghệ nhân làm đá một cách tinh xảo và đẹp mắt. Xét viên đá tảng được chia làm ba phần (như hình bên). Phần dưới cùng là khối chóp cắt lục giác đều có cạnh đáy nhỏ bằng 180 mm, cạnh đáy lớn là 200 mm. Phần ở giữa là một phần của khối cầu có tâm trùng với tâm đáy nhỏ của khối chóp cắt và bán kính $R = 50\sqrt{97}$ mm, khối cầu này cắt đáy lớn của khối chóp cắt theo giao diện là một hình tròn nội tiếp lục giác đều. Phần trên cùng là khối trụ có chiều cao 12 mm. Chiều cao của viên đá là 482 mm. Tính thể tích của viên (khối) đá tảng đó (lấy kết quả gần đúng đến mm^3).



- A. 44988430 mm^3 . B. 44999430 mm^3 . C. 44998430 mm^3 . D. 44898430 mm^3 .

Câu 22 (PTDTNT Phước Sơn - Quảng Nam - 2017). Có một hộp nhựa hình lập phương, người ta bỏ vào đó một quả bóng đá. Ta gọi V_1 là thể tích quả bóng, V_2 là thể tích của chiếc hộp nhựa đựng quả bóng. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$, biết rằng đường tròn lớn trên quả bóng có thể nội tiếp một mặt hình vuông của chiếc hộp.

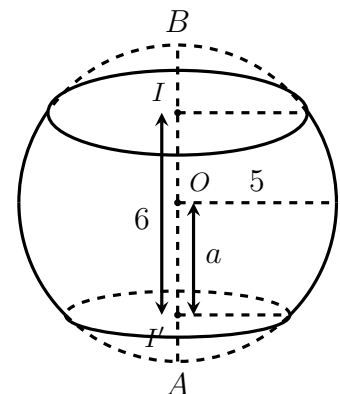
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{8}$.

Câu 23 (THPT Trần Phú - Hà Nội - 2017). Mỗi quả bóng bàn được đựng trong một hộp hình trụ sao cho quả bóng tiếp xúc với mặt xung quanh và hai mặt đáy của hộp. Tính tỉ số thể tích giữa quả bóng và hộp chứa.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 24 (THPT Lê Quý Đôn - Hà Nội - 2017). Một khối cầu bằng thép có bán kính 5 m. Để là một chiếc lu đựng nước, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng cách nhau 6 m và cùng vuông góc với đường kính AB , tạo thành thiết diện ở hai đáy là hình tròn tâm I và I' như hình vẽ.

Mặt phẳng ở đáy dưới (chứa I) cách tâm O của khối cầu a m. Sau khi cắt, đáy dưới được hàn kín lại bằng tấm thép hình tròn, đáy trên để trống. Giả sử mỗi mét vuông thép có giá 100.000 đồng. Tính số tiền tối thiểu mua thép để hàn kín đáy dưới biết chiếc lu chứa được đúng 126 m^3 nước. (Coi bề dày của khối cầu và tấm thép ở đáy không đáng kể, kết quả làm tròn đến đơn vị nghìn đồng.)



- A. 2 triệu 827 nghìn đồng. B. 2 triệu 513 nghìn đồng.
C. 3 triệu 140 nghìn đồng. D. 3 triệu 768 nghìn đồng.

Câu 25 (THPT Hải Hậu C - Nam Định - 2017). Một xí nghiệp chế biến thực phẩm muốn sản xuất những loại hộp hình trụ (có nắp cùng chất liệu) có dung tích 1 lít. Gọi x (dm) là độ dài bán kính đáy của hình trụ. Tìm x để sản xuất hình trụ tốn ít vật liệu nhất.

A. $x = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi}}$.

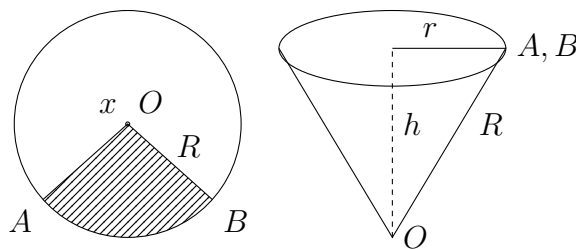
B. $x = \frac{3}{\sqrt[3]{2\pi}}$.

C. $x = \frac{2}{\sqrt[3]{2\pi}}$.

D. $x = \frac{1}{\sqrt[3]{2\pi}}$.

Câu 26 (THPT Hải Hậu C - Nam Định - 2017).

Bình có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ. Bạn ấy muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Bình phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất.



A. $\frac{(6 - 2\sqrt{6})\pi}{3}$.

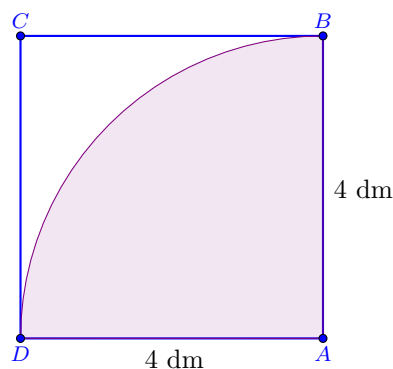
B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$.

D. $\frac{(6 + 2\sqrt{6})\pi}{3}$.

Câu 27 (THPT Chuyên Lê Thánh Tông - Quảng Nam - 2017).

Từ miếng tôn hình vuông cạnh bằng 4 dm, người ta cắt ra hình quạt tâm O bán kính $OA = 4$ dm (xem hình) để cuộn lại thành một chiếc phễu hình nón (khi đó OA trùng với OB). Chiều cao của chiếc phễu có số đo gần đúng (làm tròn đến 3 chữ số thập phân) là



A. 3,872 dm.

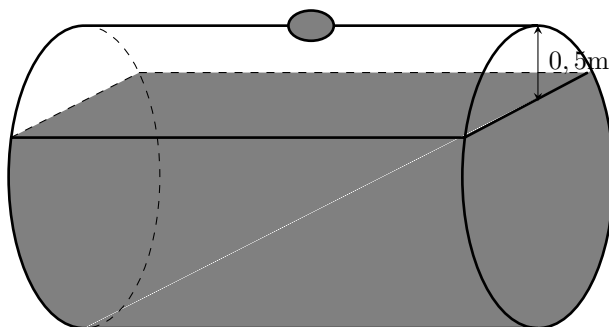
B. 3,874 dm.

C. 3,871 dm.

D. 3,873 dm.

Câu 28 (THPT Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi - 2017).

Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là 5 m, có bán kính đáy là 1 m, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với 0,5 m của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị m^3).



A. 12,637 m^3 .

B. 114,923 m^3 .

C. 11,781 m^3 .

D. 8,307 m^3 .

Câu 29 (THPT Chuyên ĐH Sư Phạm Hà Nội - lần 4 - 2017). Một miếng gỗ hình lập phương cạnh 2 cm được đẽo đi để tạo thành một khối trụ (T) có chiều cao bằng chiều cao miếng gỗ và có thể tích lớn nhất có thể. Tính diện tích xung quanh của (T).

A. $4\pi \text{ cm}^2$.

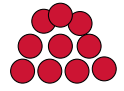
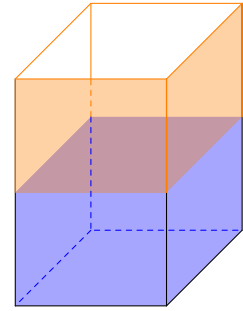
B. $2\pi \text{ cm}^2$.

C. $2\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$.

D. $4\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$.

Câu 30 (THPT Hùng Vương, Phú Thọ - 2017).

Cho hình vẽ như hình bên. Một con quạ muốn uống nước trong cốc có dạng hộp chữ nhật (không có nắp) với đáy là hình vuông cạnh bằng 5 cm. Mức nước trong cốc đang có chiều cao 5 cm. Vì vậy, con quạ chưa thể uống được. Để uống được nước thì con quạ cần thả các viên bi đá vào cốc sao cho mức nước dâng cao thêm 1 cm nữa. Biết rằng các viên bi là hình cầu có đường kính 1 cm, chìm hoàn toàn trong nước và có số lượng đủ dùng. Hỏi con quạ cần thả ít nhất mấy viên bi vào cốc để có thể uống được nước?



- A. 48 viên. B. 6 viên. C. 76 viên. D. 24 viên.

Câu 31 (THPT Đồng Quan, Hà Nội - 2017). Để làm một cống thoát nước cho một khu dân cư người ta cần đúc 500 ống hình trụ có đường kính và chiều cao trong ống bằng 1 m, độ dày của thành ống là 10 cm. Để trộn được một khối bê tông dùng để đúc ống nói trên cần 7 bao xi măng. Số bao xi măng cần dùng để làm đủ 500 ống nói trên gần với số nào nhất trong các số sau

- A. 1230. B. 1210. C. 1220. D. 1200.

Câu 32 (THPT Đông Hà, Quảng Trị, lần 2 - 2017). Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là a và $2a$ (a là độ dài cho trước). Người ta cuốn tấm nhôm đó thành một hình trụ, biết rằng chu vi đáy của hình trụ bằng $2a$. Tính thể tích V của khối trụ đó.

- A. $V = \frac{a^3}{\pi}$. B. $V = \pi a^3$. C. $V = \frac{a^3}{2\pi}$. D. $V = 2\pi a^3$.

Câu 33 (Chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An, lần 4 - 2017). Hai bạn X và Y có hai miếng bìa hình chữ nhật có chiều dài bằng a , chiều rộng bằng b . Bạn X cuộn tấm bìa theo chiều dài cho hai mép sát nhau rồi dùng băng dính dán lại được một mặt xung quanh của một hình trụ và khối trụ này có thể tích V_1 (khi đó chiều rộng của tấm bìa là chiều cao của hình trụ). Bạn Y cuộn tấm bìa theo chiều rộng theo cách tương tự trên để được một mặt xung quanh hình trụ và khối trụ này có thể tích V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

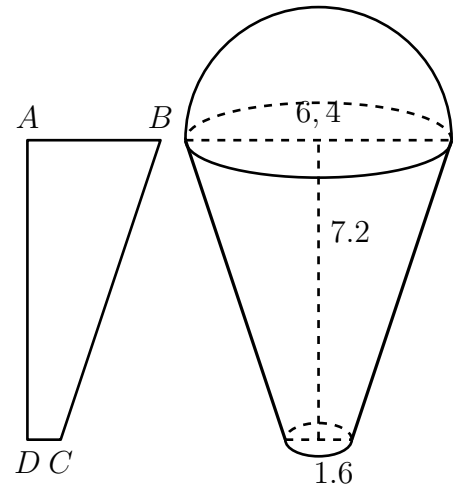
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{b}{a}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. C. $\frac{V_1}{V_2} = ab$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{a}{b}$.

Câu 34 (Chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An, lần 4 - 2017). Khi thiết kế vỏ lon sữa hình trụ các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho tiết kiệm được nguyên vật liệu nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 1 dm^3 mà diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính R của đường tròn đáy khối trụ bằng bao nhiêu?

- A. $R = \frac{1}{\sqrt[3]{\pi}} \text{ dm}$. B. $R = \frac{1}{\sqrt[3]{2\pi}} \text{ dm}$. C. $R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \text{ dm}$. D. $R = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{ dm}$.

Câu 35 (Chuyên Đại học Vinh, lần 4 - 2017).

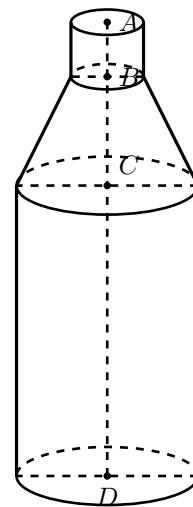
Một cơ sở sản xuất kem chuẩn bị làm 1000 chiếc kem giống nhau theo đơn đặt hàng. Cốc đựng kem có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ vuông tại A và D quanh trục AD (xem hình vẽ). Chiếc cốc có bề dày không đáng kể, chiều cao bằng 7,2 cm; đường kính miệng cốc bằng 6,4 cm; đường kính đáy cốc bằng 1,6 cm. Kem được đổ đầy cốc và dư ra phía ngoài một lượng có dạng nửa hình cầu có bán kính bằng với bán kính của miệng cốc. Cơ sở đó cần dùng lượng kem gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?



- A. 954 dm^3 . B. 132 dm^3 . C. 239 dm^3 . D. 170 dm^3 .

Câu 36 (Sở Lâm Đồng, HKII - 2017).

Phần không gian bên trong chai nước ngọt có hình dạng như hình vẽ. Biết bán kính đáy $R = 5 \text{ cm}$, bán kính cổ chai $r = 2 \text{ cm}$, $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$, $CD = 16 \text{ cm}$. Tính thể tích V phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó.



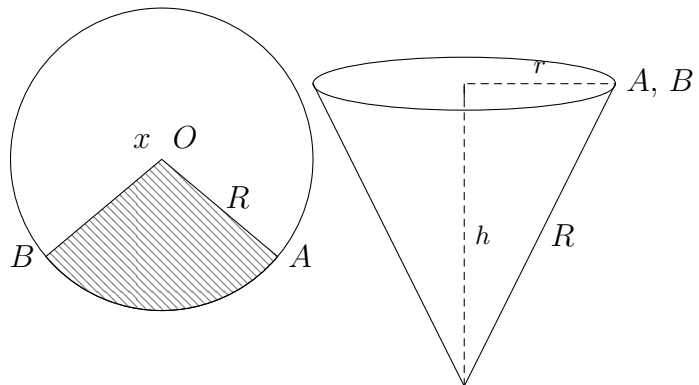
- A. $V = 490\pi \text{ cm}^3$.
B. $V = 412\pi \text{ cm}^3$.
C. $V = 495\pi \text{ cm}^3$.
D. $V = 462\pi \text{ cm}^3$.

Câu 37 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội - 2017). Một thùng chứa nước dạng hình trụ có đường kính đáy là 12,24 cm. Mực nước trong thùng cao 4,56 cm. Một viên bi kim loại hình cầu được thả vào trong thùng thì mực nước dâng lên cao sát với điểm cao nhất của viên bi. Bán kính của viên bi gần nhất với giá trị nào sau đây (biết rằng viên bi có đường kính không vượt quá 6 cm)?

- A. 2,68 cm. B. 2,45 cm. C. 2,86 cm. D. 2,58 cm.

Câu 38 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2 - 2017).

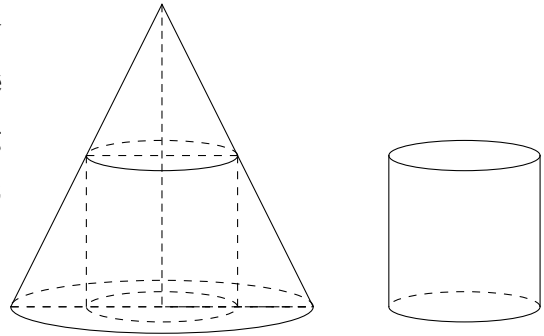
Cho một tấm bìa hình tròn như hình vẽ. Ta cắt bỏ hình quạt AOB (phần gạch chéo) rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau để biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Gọi x rad là số đo góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích của phễu đạt giá trị lớn nhất.



- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$. B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 39 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2 - 2017).

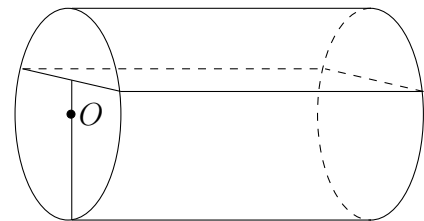
Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r = 2\text{ m}$, chiều cao $h = 6\text{ m}$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ khác có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V .



- A. $V = \frac{32\pi}{9} \text{ m}^3$.
 B. $V = \frac{32}{9} \text{ m}^3$.
 C. $V = \frac{32\pi}{3} \text{ m}^3$.
 D. $V = \frac{32}{3} \text{ m}^3$.

Câu 40 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2 - 2017).

Một thùng đựng nước hình trụ có chiều cao 6 m và bán kính 2 m. Đổ vào thùng một lượng nước nhất định, khi đặt thùng nằm ngang thì mực nước là 3 m (như hình vẽ). Tính chiều cao mực nước khi đặt thùng đứng lên (quy tròn thành hàng phần nghìn).



- A. 4,955 m. B. 4,827 m. C. 4,675 m. D. 5,654 m.

Câu 41 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông - 2017). Căn biệt thự của ông A có mười cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng 4,2 m. Trong đó, bốn cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng 40 cm và sáu cây cột còn lại bên hiên nhà có đường kính bằng 26 cm. Ông A dự định dùng loại sơn giả đá để sơn tất cả mười cây cột đó. Biết rằng mỗi mét vuông, ông A phải tốn 380 000 đồng, bao gồm tiền vật liệu và tiền công. Hỏi để sơn cả mười cây cột thì ông A phải tốn bao nhiêu tiền?

- A. 15 442 000 đồng. B. 13 627 000 đồng. C. 16 459 000 đồng. D. 14 647 000 đồng.

Câu 42 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông - 2017). Bạn An muốn dán lại bên ngoài chiếc nón lá bằng giấy màu. Biết rằng độ dài từ đỉnh nón đến vành nón bằng 0,3 m và bán kính của đường tròn đáy bằng 0,5 m. Tính diện tích S số giấy màu mà bạn An cần tìm dùng.

- A. $S = \frac{\pi}{20} \text{ m}^2$. B. $S = \frac{5\pi}{20} \text{ m}^2$. C. $S = \frac{3\pi}{20} \text{ m}^2$. D. $S = \frac{\pi}{10} \text{ m}^2$.

Câu 43 (Sở GD và ĐT Điện Biên). Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái lọ hình trụ là

- A. $16\pi r^2$. B. $18\pi r^2$. C. $9\pi r^2$. D. $36\pi r^2$.

Câu 44 (Sở GD và ĐT Bình Phước). Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai

bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tổng độ dài đường kính của hai quả bóng đó là

A. 64.

B. 34.

C. 32.

D. 16.

Câu 45 (Sở GD và ĐT TP HCM, Cụm I).

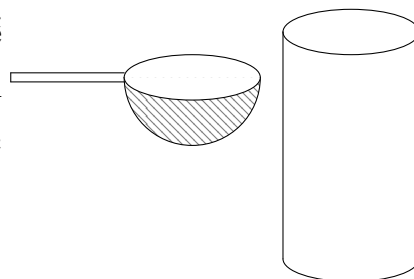
Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là 3 cm để múc nước đổ vào một cái thùng hình trụ chiều cao 10 cm và bán kính đáy bằng 6 cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.)

A. 24 lần.

B. 10 lần.

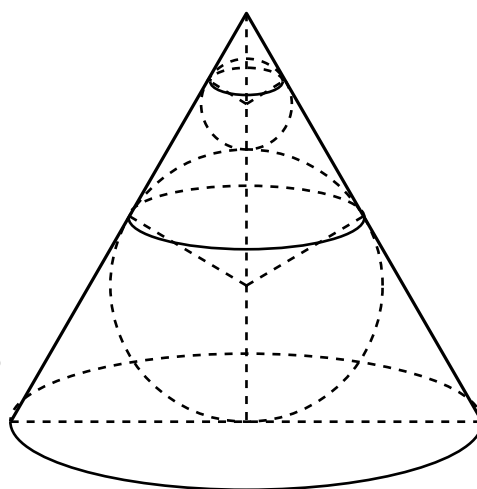
C. 12 lần.

D. 20 lần.



Câu 46 (Sở GD và ĐT TP HCM, Cụm IV).

Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\beta = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho 2 mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón. Quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của mặt nón. Cho biết chiều cao của mặt nón bằng 9 cm. Bỏ qua bề dày của những lớp vỏ thủy tinh. Hãy tính tổng thể tích hai khối cầu.

A. $\frac{112\pi}{3} \text{ cm}^3$.B. $\frac{40\pi}{3} \text{ cm}^3$.C. $\frac{25\pi}{3} \text{ cm}^3$.D. $\frac{10\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 47 (Sở GD và ĐT TP HCM, Cụm IV). Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước 1,5m x 8m. Tấm tôn thứ nhất chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao 1,5 m; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình trụ không đáy không nắp và cũng có chiều cao 1,5 m. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{3}$.B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{4}$.C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{2}$.D. $\frac{V_1}{V_2} = \pi$.

Câu 48 (Sở GD và ĐT TP HCM, Cụm V). Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao là 15 cm, đường kính đáy là 6 cm, lượng nước ban đầu trong cốc cao 10 cm. Thả vào cốc nước 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là 2 cm. Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu centimet (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. 4,25 cm.

B. 4,81 cm.

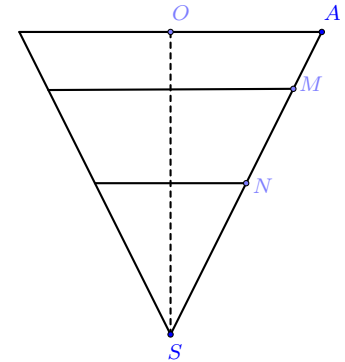
C. 4,26 cm.

D. 3,52 cm.

Câu 49 (Sở GD và ĐT TP HCM, Cụm VI). Một bể nước lớn của khu công nghiệp có phần

chứa nước là một khối nón đỉnh S phía dưới (hình vẽ), đường sinh $SA = 27$ m. Có một lần lúc bể chứa đầy nước, người ta phát hiện nước trong bể không đạt yêu cầu về vệ sinh nên lãnh đạo khu công nghiệp cho thoát hết nước để làm

vệ sinh bể chứa. Công nhân cho thoát nước ba lần qua một lỗ ở đỉnh S . Lần thứ nhất khi mực nước tới điểm M thuộc SA thì dừng, lần thứ hai khi mực nước tới điểm N thuộc SA , lần thứ ba mới thoát hết nước. Biết rằng lượng nước mỗi lần thoát bằng nhau. Tính độ dài đoạn MN . (Thiết diện qua trục của hình nón nước như hình vẽ bên)

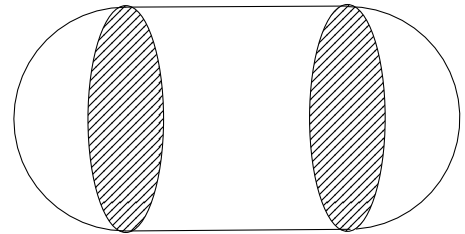


A. $27(\sqrt[3]{2} - 1)$ m. B. $9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{4} - 1)$ m.

C. $9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{2} - 1)$ m. D. $9\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{2} - 1)$ m.

Câu 50 (Sở GD và ĐT TP HCM, Cụm VII).

Một cái bồn nước gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Đường sinh của hình trụ bằng hai lần đường kính của hình cầu. Biết thể tích của bồn nước là $\frac{128\pi}{3} \text{ m}^3$. Tính diện tích xung quanh của cái bồn nước theo đơn vị m^2 .



A. $50\pi \text{ m}^2$.

B. $64\pi \text{ m}^2$.

C. $40\pi \text{ m}^2$.

D. $48\pi \text{ m}^2$.

Câu 51 (Sở GD và ĐT TP HCM, Cụm VIII). Khi thiết kế vỏ lon sữa hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí làm vỏ lon là nhỏ nhất. Muốn thể tích lon sữa bằng V mà diện tích toàn phần của lon sữa đó nhỏ nhất thì bán kính R của đường tròn đáy của lon sữa bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$.

B. $\sqrt{\frac{V}{\pi}}$.

C. $\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$.

D. $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 52 (THPT Chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An, lần 3, 2017). Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inox có nắp đáy với thể tích là $k \text{ m}^3$, ($k > 0$). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600.000 đồng, mỗi m^2 nắp là 200.000 đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400.000 đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bề dày vỏ inox không đáng kể).

A. $\sqrt[3]{\frac{k}{\pi}}$.

B. $\sqrt[3]{\frac{2\pi}{k}}$.

C. $\sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$.

D. $\sqrt[3]{\frac{k}{2}}$.

Câu 53 (THPT Chu Văn An, Hà Nội, lần 2, 2017). Một que kem ốc quế gồm hai phần: Phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón. Giả sử phần hình cầu và phần hình nón có bán kính bằng nhau; biết rằng nếu kem tan chảy hết thì sẽ làm đầy phần ốc quế. Biết rằng thể tích kem sau khi tan chảy chỉ bằng 75% thể tích kem đóng băng ban đầu. Gọi h và r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của phần ốc quế. Tính tỉ số $\frac{h}{r}$.

A. $\frac{h}{r} = 3$.

B. $\frac{h}{r} = 2$.

C. $\frac{h}{r} = \frac{4}{3}$.

D. $\frac{h}{r} = \frac{16}{3}$.

Câu 54 (Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế, 2017). Một gia đình xây cái bể hình trụ có thể tích 100 m^3 . Đáy bể làm bằng bê tông có giá 100.000 đồng/m^2 . Phần thân làm bằng tôn có giá 90.000 đồng/m^2 . Phần nắp làm bằng nhôm giá 120.000 đồng/m^2 . Để chi phí xây dựng bể đạt chi phí thấp nhất thì tỉ số giữa chiều cao h và bán kính R của bể là bao nhiêu?

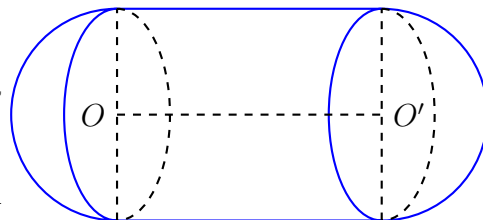
- A. $\frac{h}{R} = \frac{22}{9}$. B. $\frac{h}{R} = \frac{9}{22}$. C. $\frac{h}{R} = \frac{23}{9}$. D. $\frac{h}{R} = \frac{7}{3}$.

Câu 55 (Sở GD và ĐT Hà Tĩnh, 2017). Một sợi dây dài 1 m được cắt thành 2 đoạn có độ dài a và b . Đoạn có độ dài a được cuộn thành hình tròn, đoạn có độ dài b được gấp thành hình vuông. Để tổng diện tích của hình tròn và hình vuông là nhỏ nhất thì tỷ số $\frac{a}{b}$ gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau.

- A. 0,79. B. 1,57. C. 1. D. 0,5.

Câu 56 (Sở GD và ĐT Hà Tĩnh, 2017).

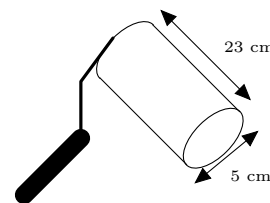
Các kỹ sư của một công ty sản xuất bình đựng nước sinh hoạt cần thiết kế một dạng bình mới gồm một hình trụ và hai nửa hình cầu bằng nhau có bán kính r ghép với nhau (hình vẽ). Yêu cầu của bình nước là dài $2,85 \text{ m}$, độ dài của phần hình trụ tối thiểu là 1 m . Với yêu cầu trên, các kỹ sư đã thiết kế sao cho thể tích lớn nhất. Giá trị lớn nhất đó gần bằng giá trị nào trong các giá trị sau?



- A. $9,313 \text{ m}^3$. B. $8,485 \text{ m}^3$. C. $4,34 \text{ m}^3$. D. $6,01 \text{ m}^3$.

Câu 57 (THPT Chuyên Lào Cai, lần 2, 2017).

Một cái trục lăn sơn nước có dạng hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 5 cm , chiều dài của lăn là 23 cm (hình bên). Sau khi lăn 15 vòng thì trục lăn tạo trên sân phẳng hình có diện tích là



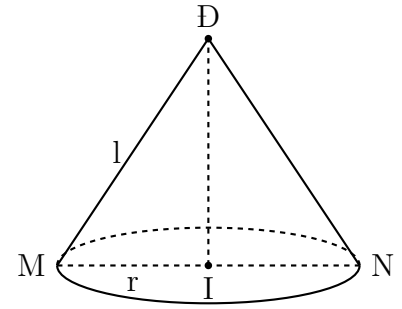
- A. $862,5\pi \text{ cm}^2$. B. $1725\pi \text{ cm}^2$. C. $2450\pi \text{ cm}^2$. D. $1725\pi \text{ cm}^2$.

Câu 58 (THPT Thực hành Cao Nguyên, Đắk Lắk, lần 2, 2017). Giả sử viên phấn viết bảng có dạng hình trụ tròn xoay, bán kính đáy bằng $0,5 \text{ cm}$, chiều cao bằng 10 cm . Người ta làm các hộp đựng phấn có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước $5 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$. Khi xếp 500 viên phấn vào 11 hộp, ta được kết quả nào trong các khả năng sau?

- A. Có thể xếp thêm trên 5 viên. B. Có thể xếp thêm 5 viên.
C. Thừa 5 viên. D. Vừa đủ.

Câu 59 (THPT Lê Viết Thuật, Nghệ An, lần 2, 2017).

Người ta treo một bóng đèn ở phía trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính $r = 60$ cm (hình vẽ). Cần phải treo bóng đèn ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất? Biết rằng cường độ sáng C được biểu thị bởi công thức $C = k \frac{\sin \alpha}{l^2}$ (α là góc nghiêng giữa tia sáng và mặt bàn, $k > 0$ là hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng, l là khoảng cách từ điểm đặt ngọn điện đến mép bàn).

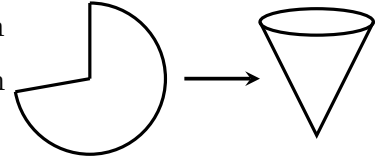
A. $30\sqrt{3}$ cm.B. $30\sqrt{2}$ cm.

C. 90 cm.

D. 30 cm.

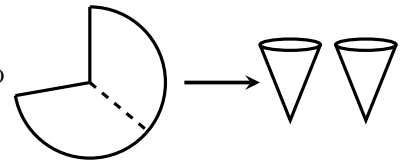
Câu 60 (THPT Đông Anh, Hà Nội).

Từ cùng một tấm kim loại dẻo hình quạt (như hình vẽ) có bán kính $R = 13$ và chu vi của hình quạt là $P = 12\pi + 26$, người ta gò tấm kim loại đó thành những chiếc phễu hình nón theo hai cách:



+ Cách 1: Gò tấm kim loại ban đầu thành mặt xung quanh của một cái phễu.

+ Cách 2: Chia đôi tấm kim loại thành hai phần bằng nhau rồi gò thành mặt xung quanh của hai cái phễu.



Gọi V_1 là thể tích của cái phễu ở cách 1, V_2 là tổng thể tích của hai cái phễu ở cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

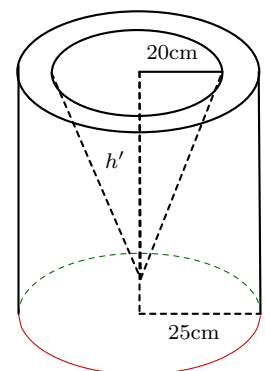
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{133}}{\sqrt{160}}$.B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\sqrt{133}}{\sqrt{160}}$.C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\sqrt{160}}{\sqrt{133}}$.D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 61 (THPT Đồng Đa, Hà Nội, 2017). Cho miếng gỗ hình tứ diện đều $SABC$ có cạnh $a = 3$ cm. Cần đẽo miếng gỗ thành khối nón đỉnh S và có tâm O của hình tròn đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nói trên.

A. $\sqrt{2}\pi$ cm³.B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ cm³.C. $\frac{\sqrt{6}\pi}{4}$ cm³.D. $\frac{3\sqrt{6}\pi}{4}$ cm³.

Câu 62 (THPT Đồng Đa, Hà Nội, 2017).

Từ một khối đá hình trụ có chiều cao $h = 60$ cm, đường kính đáy $d = 50$ cm, người ta khoét đi một hình nón có trục trùng với trục của hình trụ, có chiều cao $h' = 50$ cm và có bán kính đáy $R' = 20$ cm để tạo thành cối giã gạo. Tính khối lượng cối giã gạo (xấp xỉ), biết khối lượng của khối đá ban đầu là 3 tạ.



A. 2,5 tạ.

B. 1 tạ.

C. 1,4 tạ.

D. 2 tạ.

Câu 63. Một cốc nước dạng hình trụ có chiều cao $h = 16$ cm và đường kính đáy $d = 6$ cm. Trong cốc có chứa một lượng nước cao 10 cm. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính 4 cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu cm (làm tròn sau dấu phẩy hai chữ số thập phân và bỏ qua độ dày của cốc)?

A. 1,34 cm.

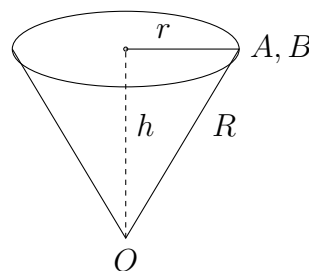
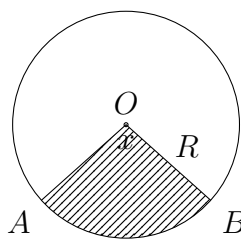
B. 1,26 cm.

C. 1,68 cm.

D. 1,43 cm.

Câu 64 (THPT Chuyên Thái Bình, lần 5, 2017).

Cắt hình quạt tròn AOB -hình phẳng có nét gạch chéo như hình từ một mảnh các-tông hình tròn bán kính R và dán lại với nhau để được một phễu có dạng của một hình nón (phần mép dán coi như không đáng kể). Gọi x là góc ở tâm của quạt tròn dùng làm phễu,



$0 < x < 2\pi$. Tìm x để hình nón có thể tích lớn nhất.

A. $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$.

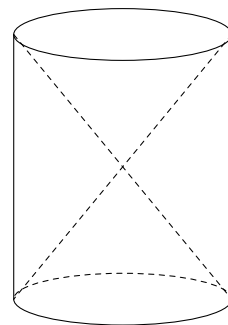
B. $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

C. $x = \frac{2\pi}{3}$.

D. $x = \pi$.

Câu 65.

Một đồ lưu niệm có hình dạng là đồng hồ cát gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại, giới hạn trong một hình trụ thủy tinh. Trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với mặt đáy hình trụ một góc 60° , đường kính đáy hình trụ có độ dài là 10 cm. Tính thể tích phần không gian nằm trong khối trụ nhưng nằm ngoài hai khối nón? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



A. 1360,3 cm³.

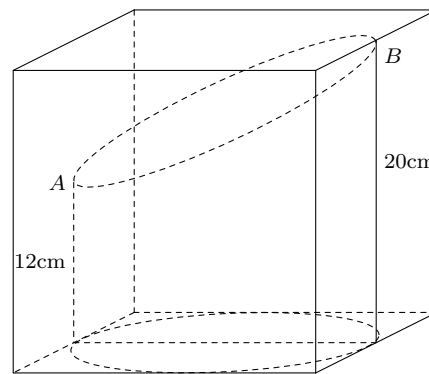
B. 906,9 cm³.

C. 453,4 cm³.

D. 1020,3 cm³.

Câu 66. Một khúc gỗ hình trụ có bán kính R bị cắt bởi một mặt phẳng không song song với đáy ta được thiết diện là một hình elip. Khoảng cách từ điểm A đến mặt đáy là 12 cm, khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy là 20 cm.

Đặt khúc gỗ đó vào trong hình hộp chữ nhật có chiều cao bằng 20 cm chứa đầy nước sao cho đường tròn đáy của khúc gỗ tiếp xúc với các cạnh đáy của hình hộp chữ nhật. Sau đó, người ta đo lượng nước còn lại trong hình hộp chữ nhật là 2 lít. Tính bán kính của khúc gỗ. (Giả thiết rằng, khúc gỗ không thấm nước và kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



A. $R = 8,2$ cm.

B. $R = 4,8$ cm.

C. $R = 6,4$ cm.

D. $R = 5,2$ cm.

Câu 67 (Sở GD và ĐT Long An, 2017). Một công ty thiết kế các bồn chứa nước hình trụ bằng nhựa có thể tích V không đổi, chiều cao h và bán kính đáy R . Tính tỉ số $k = \frac{h}{R}$ để nguyên vật liệu làm bồn nước ít tốn kém nhất.

A. $k = \frac{2}{3}$.

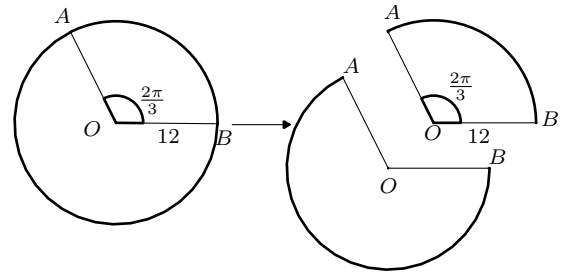
B. $k = \frac{3}{2}$.

C. $k = 2$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 68.

An có một tờ giấy hình tròn tâm O , bán kính là 12 cm. Trên đường tròn, An lấy một cung AB có số đo là $\frac{2\pi}{3}$, sau đó cắt hình tròn dọc theo hai đoạn OA và OB . An dán mép OA và OB lại với nhau để được hai hình nón đỉnh O . Tính tỉ số thể tích của khối nón nhỏ so với khối nón lớn (xem phần dán giấy không đáng kể).



- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 69 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, 2017). Một cái ly đựng nước có dạng hình trụ với chiều cao bằng 12 cm, đường kính đáy ly bằng 4 cm và mực nước ban đầu trong ly cao 10 cm. Người ta thả vào trong ly nước này bốn viên bi sắt có cùng đường kính 2 cm. Hỏi mực nước trong ly cao thêm bao nhiêu cm (kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)?

- A. 1.75 cm. B. 1.33 cm. C. 1.25 cm. D. 1.67 cm.

Câu 70 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, 2017). Một ly nước hình trụ có chiều cao bằng 20 cm và bán kính đáy bằng 6 cm. Lượng nước ban đầu trong ly cao 10 cm. Người ta thả vào ly nước một viên bi sắt hình cầu có đường kính bằng 6 cm. Tính khoảng cách từ mực nước đến miệng ly sau khi đã thả viên bi sắt.

- A. 5 cm. B. 10 cm. C. 9 cm. D. 11 cm.

Câu 71 (THPT Lê Quý Đôn, Vũng Tàu, 2017). Từ một khúc gỗ có dạng khối trụ cao 15 cm, người ta tiện thành một khúc gỗ khối nón có đáy trùng với một đáy hình trụ và đỉnh là tâm đáy còn lại của hình trụ. Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là 300 cm^3 . Tính diện tích đáy của hình nón.

- A. 10 cm^2 . B. 20 cm^2 . C. 30 cm^2 . D. 40 cm^2 .

ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. B	4. B	5. C	6. B	7. A	8. C	9. A	10. B	11. A	12. B	13. D
14. B	15. C	16. A	17. A	18. B	19. B	20. C	21. C	22. C	23. A	24. A	25. D	26. C
27. D	28. A	29. A	30. A	31. B	32. A	33. D	34. B	35. D	36. A	37. D	38. B	39. A
40. B	41. A	42. C	43. C	44. A	45. D	46. A	47. B	48. C	49. C	50. D	51. D	52. C
53. A	54. A	55. A	56. D	57. B	58. C	59. B	60. B	61. C	62. A	63. B	64. B	65. B
66. A	67. C	68. C	69. B	70. C	71. C							