# PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

## A - KIẾN THỨC CƠ BẢN

### 1. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

- Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ là vectơ pháp tuyến (VTPT) nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)$
- *Chú ý:*

✓ Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ thì $k\vec{n}$ $(k \neq 0)$ cũng là một VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$.

✓ Một mặt phẳng được xác định duy nhất nếu biết một điểm nó đi qua và một VTPT của nó.

✓ Nếu $\vec{u}, \vec{v}$ có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng $(\alpha)$ thì $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$ là một VTPT của $(\alpha)$.

### 2.Phương trình tổng quát của mặt phẳng

✓ Trong không gian $Oxyz$, mọi mặt phẳng đều có phương trình dạng :

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$$

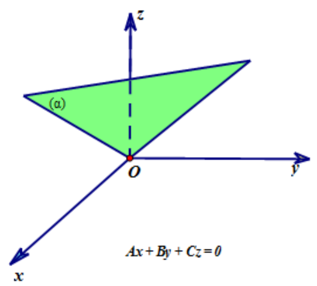
✓ Nếu mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một VTPT là $\vec{n} = (A; B; C)$.

✓ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vectơ $\vec{n} = (A; B; C)$ khác $\vec{0}$ là VTPT là $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

- *Các trường hợp riêng*

Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha)$: $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

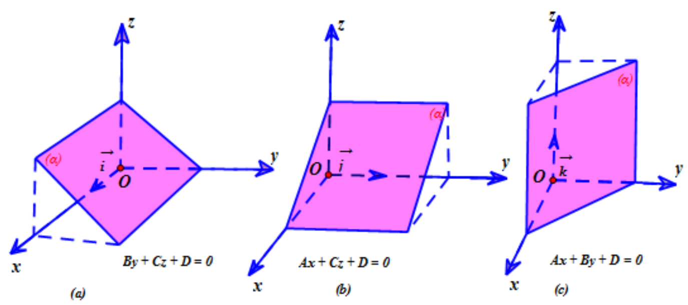
✓ Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua gốc tọa độ $O$.




✓ Nếu $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc chứa trục $Ox$.

✓ Nếu $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc chứa trục $Oy$.

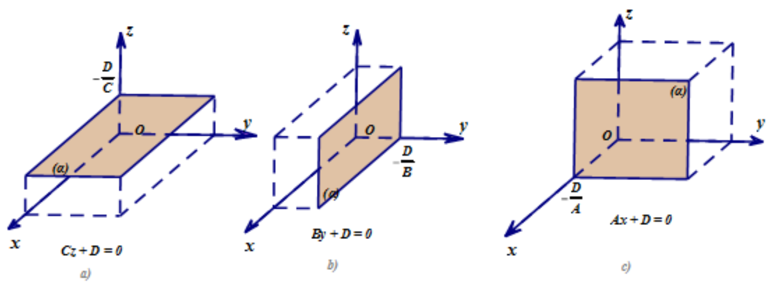
✓ Nếu $A \neq 0, B \neq 0, C = 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc chứa trục $Oz$.




✓ Nếu $A = B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc trùng với $(Oxy)$.

✓ Nếu $A = C = 0, B \neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc trùng với $(Oxz)$.

✓ Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ song song hoặc trùng với $(Oyz)$.




***Chú ý***:

✓ Nếu trong phương trình $(\alpha)$ không chứa ẩn nào thì $(\alpha)$ song song hoặc chứa trục tương ứng.

✓ Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ở đây $(\alpha)$ cắt các trục tọa độ tại các điểm $(a;0;0)$, $(0;b;0)$, $(0;0;c)$ với $abc \neq 0$.

## 3. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

- Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Khi đó khoảng cách từ điểm $M_0$ đến mặt phẳng $(\alpha)$ được tính:

$$d(M_0,(\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

## 4. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

Góc giữa $(\alpha)$ và $(\beta)$ bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}$. Tức là

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

## 5. Một số dạng bài tập về viết phương trình mặt phẳng

❖ ***Dạng 1***: *Viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và vectơ pháp tuyến của nó.*

**Phương pháp giải**

Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

❖ ***Dạng 2***: *Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua 1 điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và song song với 1 mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước.*

**Phương pháp giải**

<u>Cách 1</u>: Thực hiện theo các bước sau:

1. VTPT của $(\beta)$ là $\overrightarrow{n_\beta} = (A;B;C)$.

2. $(\alpha)//(\beta)$ nên VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha} = \overrightarrow{n_\beta} = (A;B;C)$.

3. Phương trình mặt phẳng $(\alpha): A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Cách 2:

1. Mặt phẳng $(\alpha)//(\beta)$ nên phương trình $(P)$ có dạng: $Ax+By+Cz+D'=0$ (*), với $D' \neq D$.

2. Vì $(P)$ qua 1 điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ nên thay tọa độ $M_0(x_0;y_0;z_0)$ vào (*) tìm được $D'$.

❖ ***Dạng 3****: Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua 3 điểm $A$, $B$, $C$ không thẳng hàng.*

**Phương pháp giải**

1. Tìm tọa độ các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

2. Vectơ pháp tuyến của $(\alpha)$ là : $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$.

3. Điểm thuộc mặt phẳng: $A$ (hoặc $B$ hoặc $C$).

4. Viết phương trình mặt phẳng qua 1 điểm và có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}$.

❖ ***Dạng 4****: Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta$*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTCP của $\Delta$ là $\vec{u}_\Delta$.

2. Vì $(\alpha) \perp \Delta$ nên $(\alpha)$ có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha} = \overrightarrow{u_\Delta}$.

3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}$.

❖ ***Dạng 5****: Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $\Delta$, vuông góc với mặt phẳng $(\beta)$.*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTPT của $(\beta)$ là $\overrightarrow{n_\beta}$.

2. Tìm VTCP của $\Delta$ là $\overrightarrow{u_\Delta}$.

3. VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{n_\beta}; \overrightarrow{u_\Delta}\right]$.

4. Lấy một điểm M trên $\Delta$.

5. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

❖ ***Dạng 6****: Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ qua hai điểm $A$, $B$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta)$.*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTPT của $(\beta)$ là $\overrightarrow{n_\beta}$.

2. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.

3. VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{n_\beta}, \overrightarrow{AB}\right]$.

4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

❖ ***Dạng 7****: Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $\Delta$ và song song với $\Delta'$ ($\Delta, \Delta'$ chéo nhau).*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTCP của $\Delta$ và $\Delta'$ là $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{u_{\Delta'}}$.

2. VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]$.

3. Lấy một điểm $M$ trên $\Delta$.

4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

❖ ***Dạng 8***: *Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $\Delta$ và 1 điểm $M$*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTCP của $\Delta$ là $\overrightarrow{u_\Delta}$, lấy 1 điểm $N$ trên $\Delta$. Tính tọa độ $\overrightarrow{MN}$.

2. VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{MN}\right]$.

3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

❖ ***Dạng 9:*** *Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa 2 đường thẳng cắt nhau $\Delta$ và $\Delta'$.*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTCP của $\Delta$ và $\Delta'$ là $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{u_{\Delta'}}$.

2. VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]$.

3. Lấy một điểm M trên $\Delta$.

4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

❖ ***Dạng 10***: *Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa 2 song song $\Delta$ và $\Delta'$.*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTCP của $\Delta$ và $\Delta'$ là $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{u_{\Delta'}}$, lấy $M\in\Delta, N\in\Delta'$.

2. VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{MN}\right]$.

3.Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

❖ ***Dạng 11:****Viết phương trình mặt phẳng$(\alpha)$ đi qua một điểm $M$ và song song với hai đường thẳng $\Delta$ và $\Delta'$ chéo nhau cho trước.*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTCP của $\Delta$ và $\Delta$' là $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{u_{\Delta'}}$.

2. VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]$.

3.Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

❖ ***Dạng 12:****Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$đi qua một điểm $M$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$cho trước.*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTPT của $(P)$ và $(Q)$ là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$.

2. VTPT của mặt phẳng $(\alpha)$ là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]$.

3.Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

❖ ***Dạng 13:*** *Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ song song với mặt phẳng $(\beta)$ và cách $(\beta): Ax+By+Cz+D=0$ một khoảng $k$ cho trước.*

**Phương pháp giải**

1. Trên mặt phẳng $(\beta)$ chọn 1 điểm $M$.

2. Do $(\alpha)//(\beta)$ nên $(\alpha)$ có phương trình $Ax+By+Cz+D'=0$ $(D'\neq D)$.

3. Sử dụng công thức khoảng cách $d\left((\alpha),(\beta)\right)=d\left(M,(\beta)\right)=k$ để tìm $D'$.

❖ ***Dạng 14:*** *Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ song song với mặt phẳng $(\beta): Ax+By+Cz+D=0$ cho trước và cách điểm $M$ một khoảng $k$ cho trướ**C.***

**Phương pháp giải**

1. Do $(\alpha)//(\beta)$ nên $(\alpha)$ có phương trình $Ax+By+Cz+D'=0$ $(D'\neq D)$.

2. Sử dụng công thức khoảng cách $d\left(M,(\alpha)\right)=k$ để tìm $D'$.

❖ ***Dạng 15:*** *Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.*

**Phương pháp giải**

1. Tìm tọa độ tâm $I$ và tính bán kính của mặt cầu $(S)$.

2. Nếu mặt phẳng $(\alpha)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại $M\in(S)$ thì mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M$ và có VTPT là $\overrightarrow{MI}$.

3. Khi bài toán không cho tiếp điểm thì ta phải sử dụng các dữ kiện của bài toán tìm được VTPT của mặt phẳng và viết phương trình mặt phẳng có dạng: $Ax+By+Cz+D=0$ ($D$ chưa biết).

Sử dụng điều kiện tiếp xúc: $d\left(I,(\alpha)\right)=R$ để tìm $D$.

❖ ***Dạng 16:*** *Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa một đường thẳng $\Delta$ và tạo với một mặt phẳng $(\beta): Ax+By+Cz+D=0$ cho trước một góc $\varphi$ cho trước.*

**Phương pháp giải**

1. Tìm VTPT của $(\beta)$ là $\overrightarrow{n_\beta}$.
2. Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}(A';B';C')$.
3. Dùng phương pháp vô định giải hệ: $\begin{cases}(\overrightarrow{n_\alpha};\overrightarrow{n_\beta})=\varphi\\ \overrightarrow{n_\alpha}\perp\overrightarrow{u_\Delta}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}$
4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

## 6. Các ví dụ

**Ví dụ 1.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;2)$.

**Lời giải**

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;2)$ có phương trình là $1(x-1)-1(y-0)+2(z+2)=0\Leftrightarrow x-y+2z+3=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là $x-y+2z+3=0$.

**Ví dụ 2.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(0;1;3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x-3z+1=0$.

**Lời giải**

Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q): 2x-3z+1=0$ nên mặt phẳng $(P)$ có phương trình dạng: $2x-3z+D=0\ (D\neq 1)$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(0;1;3)$ nên thay tọa độ điểm $M$ vào phương trình mặt phẳng phải thỏa mãn. Ta được: $2.0-3.3+D=0 \Leftrightarrow D=9$ (thỏa mãn $D\neq 1$ ).

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là $2x-3z+9=0$.

**Ví dụ 3.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;-2),\ B(1;1;1),\ C(0;-1;2)$.

**Lời giải**

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(0;1;3), \overrightarrow{AC}=(-1;-1:4) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(7;-3;1)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)$ ta có

$\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

Chọn $\vec{n}=(7;-3;1)$ ta được phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là $7(x-1)-3(y-0)+1(z+2)=0$

$\Leftrightarrow 7x-3y+z-5=0$.

**Ví dụ 4.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $O$ và vuông góc với đường thẳng $d:\begin{cases}x= t\\ y=-1+2t\\ z=2+t.\end{cases}$

**Lời giải**

Đường thẳng $d$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;2;1)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ vuông góc với đường thẳng $d$ nên $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\alpha}=\overrightarrow{u_d}=(1;2;1)$.

Đồng thời $(\alpha)$ đi qua điểm $O$ nên có phương trình là $x+2y+z=0$.

**Ví dụ 5.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d:\begin{cases}x= -t\\ y=-1+2t\\ z=2+t.\end{cases}$ và vuông góc với $(\beta): x+2y-z+1=0.$

**Lời giải**

Đường thẳng $d$ đi qua điểm $A(0;-1;2)$ và có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(-1;2;1)$.

Mặt phẳng $(\beta)$ có VTPT là $\overrightarrow{n_\beta}=(1;2;-1)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d$ và vuông góc với $(\beta)$ nên $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(-4;0;-4)=-4(1;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là $x+z-2=0$.

**Ví dụ 6.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $A(1;2;-2), B(2;-1;4)$ và vuông góc với $(\beta): x-2y-z+1=0.$

**Lời giải**

Có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;6)$

Mặt phẳng $(\beta)$ có VTPT là $\overrightarrow{n_\beta}=(1;-2;-1)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa $A$, $B$ và vuông góc với $(\beta)$ nên $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(15;7;1)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là $15x+7z+1-27=0$.

**Ví dụ 7.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ chứa đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$ và song song với đường thẳng $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{2}$.

**Lời giải**

Đường thẳng $d_1$ đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0;-2;1)$.

Đường thẳng $d_2$ đi qua điểm $M_2(1;0;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(1;2;2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-6;1;2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$, ta có:

$\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{u_1}\\\vec{n}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]$.

Chọn $\vec{n}=(-6;1;2)$.

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ và nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-6;1;2)$ có phương trình:

$-6(x-1)+1(y-1)+2(z-1)=0\Leftrightarrow -6x+y+2z+3=0$.

Thay tọa độ điểm $M_2$ vào phương trình mặt phẳng $(P)$ thấy không thỏa mãn.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P)$ là $-6x+y+2z+3=0$.

**Ví dụ 8.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$ và điểm $M(-4;3;2)$.

**Lời giải**

Đường thẳng $d$ đi qua điểm $N(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}(0;-2;1)$.

$\overrightarrow{MN}=(5;-2;-1)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d$ và điểm $M$ nên $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{MN}\right]=(4;5;10)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là $4x+5y+10z-19=0$.

**Ví dụ 9.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ chứa đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+3t\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$.

**Lời giải**

Đường thẳng $d_1$ đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0;-2;1)$.

Đường thẳng $d_2$ đi qua điểm $M_2(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(3;-2;1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(0;3;6)$, $\overrightarrow{M_1M_2}=(0;0;0)$

Do $\overrightarrow{M_1M_2}\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=0$ nên đường thẳng $d_1,d_2$ cắt nhau.

Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d_1,d_2$ cắt nhau nên $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(0;3;6)=3(0;1;2)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là $y+2z-3=0$.

**Ví dụ 10.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=4\\y=3-4t\\z=1+2t\end{cases}$

**Lời giải**

Đường thẳng $d_1$ đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0;-2;1)$.

Đường thẳng $d_2$ đi qua điểm $M_2(4;3;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(0;-4;2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=\vec{0}$, $\overrightarrow{M_1M_2}=(3;2;0)$.

Do $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=\vec{0}$ nên đường thẳng $d_1,d_2$ song song

Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d_1,d_2$ song song nên $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{M_1M_2}\right]=(-2;3;6)=-(2;-3;-6)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là $2x-3y-6z+7=0$.

**Ví dụ 11.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và $(P)$ song song với hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{2}$.

**Lời giải**

Đường thẳng $d_1$ đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0;-2;1)$.

Đường thẳng $d_2$ đi qua điểm $M_2(1;0;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(1;2;2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-6;1;2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$, ta có:

$\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{u_1}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]$.

Chọn $\vec{n}=(-6;1;2)$ ta được phương trình mặt phẳng $(P)$ là

$-6(x-1)+1(y-0)+2(z+2)=0$

$\Leftrightarrow -6x+y+2z+10=0$.

**Ví dụ 12 :** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(-1;-2;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+2y-3z+1=0$ và $(R): 2x-3y+z+1=0$.

**Lời giải**

VTPT của $(Q)$ là $\overrightarrow{n_Q}(1;2;-3)$, VTPT của $(R)$ là $\overrightarrow{n_R}(2;-3;1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{n_R}\right]=(-7;-7;-7)$ nên mặt phẳng $(P)$ nhận $\vec{n}(1;1;1)$ là một VTPT và $(P)$ đi qua điểm $M(-1;-2;5)$ nên có phương trình là $x+y+z-2=0$.

**Ví dụ 13:** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q): x+2y-2z+1=0$ và cách $(Q)$ một khoảng bằng 3.

**Lời giải**

Trên mặt phẳng $(Q): x+2y-2z+1=0$ chọn điểm $M(-1;0;0)$.

Do $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q)$ nên phương trình của mặt phẳng (P) có dạng: $x+2y-2z+D=0$ với $D\neq 1$.

Vì $d((P),(Q))=3 \Leftrightarrow d(M,(P))=3 \Leftrightarrow \dfrac{|-1+D|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3 \Leftrightarrow |-1+D|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=-8\\ D=10\end{array}\right.$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán: $x+2y-2z-8=0$ và $x+2y-2z+10=0$.

**Ví dụ 14 :** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q): x+2y-2z+1=0$ và $(P)$ cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng bằng 3.

**Lời giải**

Do $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q)$ nên phương trình của mặt phẳng (P) có dạng: $x+2y-2z+D=0$ với $D\neq 1$.

Vì $d(M,(P))=3 \Leftrightarrow \dfrac{|1-4-2+D|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3 \Leftrightarrow |-5+D|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=-4\\ D=14\end{array}\right.$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán: $x+2y-2z-4=0$ và $x+2y-2z+14=0$.

**Ví dụ 15:** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q): x+2y-2z+1=0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0$

**Lời giải**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2+3}=3$

Do $(P)$ song song với mặt phẳng $(Q)$ nên phương trình của mặt phẳng (P) có dạng: $x+2y-2z+D=0$ với $D\neq 1$.

Vì $(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ nên

$$d(I,(P))=R=3 \Leftrightarrow \frac{|-1+4-2+D|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3 \Leftrightarrow |1+D|=9 \Leftrightarrow D=-10 \text{ hoặc } D=8$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán: $x+2y-2z-10=0$ và $x+2y-2z+8=0$.

**Ví dụ 16 :** Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ và đường thẳng $d$ lần lượt có phương trình $(P): x+2y-z+5=0$ và $d: \frac{x+1}{2}=y+1=z-3$. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ chứa đường thẳng $d$ và tạo với mặt phẳng $(P)$ một góc $60^0$.

**Lời giải**

Giả sử mặt phẳng $(Q)$ có dạng $Ax+By+Cz+D=0 \left(A^2+B^2+C^2\neq 0\right)$.

Chọn hai điểm $M\left(-1;-1;3\right), N\left(1;0;4\right)\in d$.

Mặt phẳng $(Q)$ chứa $d$ nên $M,N\in(Q) \Rightarrow \begin{cases} A.(-1)+B(-1)+C.3+D=0 \\ A.1+B.0+C.4+D=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C=-2A-B \\ D=7A+4B \end{cases}$

Suy ra mặt phẳng có phương trình là $Ax+By+(-2A-B)z+7A+4B=0$ và có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(A;B;-2A-B)$.

$(Q)$ tạo với mặt phẳng $(P)$ một góc $60° \Rightarrow \frac{|A+2B+2A+B|}{\sqrt{A^2+B^2+(2A+B)^2}\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=\cos(60°)=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow A=(4\pm 2\sqrt{3})\text{B}$

Cho $B=1$ ta được $A=(4\pm 2\sqrt{3})$. Vậy có 2 phương trình mặt phẳng

$(4-2\sqrt{3})x+y+\left(-9+4\sqrt{3}\right)z+32-14\sqrt{3}=0$; $(4+2\sqrt{3})x+y+\left(-9-4\sqrt{3}\right)z+32+14\sqrt{3}=0$

## B - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Khẳng định nào dưới đây đúng ?

**A.** Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ thì $k\vec{n}$ $(k\in\mathbb{R})$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$.

**B.** Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm nó đi qua và một vectơ pháp tuyến của nó.

**C.** Mọi mặt phẳng trong không gian $Oxyz$ đều có phương trình dạng: $Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2\neq 0)$.

**D.** Trong không gian $Oxyz$, mỗi phương trình dạng: $Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2\neq 0)$ đều là phương trình của một mặt phẳng nào đó.

**Câu 2.** Khẳng định nào dưới đây đúng ?

**A.** Nếu hai vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng cùng phương thì hai mặt phẳng đó song song.

**B.** Nếu hai mặt phẳng song song thì hai vectơ pháp tuyến tương ứng cùng phương.

**C.** Nếu hai mặt phẳng trùng nhau thì hai vectơ pháp tuyến tương ứng bằng nhau.

**D.** Nếu hai vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng cùng phương thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.

**Câu 3.** Khẳng định nào dưới đây **sai** ?

**A.** Nếu hai đường thẳng $AB, CD$ song song thì vectơ $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right]$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.

**B.** Cho ba điểm $A, B, C$ không thẳng hàng, vectơ $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC)$.

**C.** Cho hai đường thẳng $AB, CD$ chéo nhau, vectơ $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right]$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa đường thẳng $AB$ và song song với đường thẳng $CD$.

**D.** Nếu hai đường thẳng $AB, CD$ cắt nhau thì vectơ $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right]$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau:

**A.** $A = 0, B \neq 0, C \neq 0, D \neq 0$ khi và chỉ khi $(\alpha)$ song song với trục $Ox$.

**B.** $D = 0$ khi và chỉ khi $(\alpha)$ đi qua gốc tọa độ.

**C.** $A \neq 0, B = 0, C \neq 0, D = 0$ khi và chỉ khi $(\alpha)$ song song với mặt phẳng $(Oyz)$

**D.** $A = 0, B = 0, C \neq 0, D \neq 0$ khi và chỉ khi $(\alpha)$ song song với mặt phẳng $(Oxy)$.

**Câu 5.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $(abc \neq 0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là

**A.** $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. **B.** $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} + \frac{z}{c} = 1$. **C.** $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$. **D.** $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$.

**Câu 6.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - z = 0$. Tìm khẳng định đúng trong các mệnh đề sau:

**A.** $(\alpha) // Ox$. **B.** $(\alpha) // (xOz)$. **C.** $(\alpha) // Oy$. **D.** $(\alpha) \supset Oy$.

**Câu 7.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$. Mặt phẳng (P) là $-x + 3z - 2 = 0$ có phương trình song song với:

**A.** Trục $Oy$. **B.** Trục $Oz$. **C.** Mặt phẳng $Oxy$. **D.** Trục $Ox$.

**Câu 8.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ có phương trình $3x + 2y - z + 1 = 0$. Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là

**A.** $\vec{n} = (3;2;1)$. **B.** $\vec{n} = (-2;3;1)$.

**C.** $\vec{n} = (3;2;-1)$. **D.** $\vec{n} = (3;-2;-1)$.

**Câu 9.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ có phương trình $-2x + 2y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng $(P)$ có một vectơ pháp tuyến là

**A.** $\vec{n} = (4;-4;2)$. **B.** $\vec{n} = (-2;2;-3)$.

**C.** $\vec{n} = (-4;4;2)$. **D.** $\vec{n} = (0;0;-3)$.

**Câu 10.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;3;3)$, $C(2;-4;2)$. Một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng $(ABC)$ là

**A.** $\vec{n}=(9;4;-1)$. **B.** $\vec{n}=(9;4;1)$. **C.** $\vec{n}=(4;9;-1)$. **D.** $\vec{n}=(-1;9;4)$.

**Câu 11.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P):-2x+y-5=0$

**A.** $(-2;2;0)$. **B.** $(-2;1;-5)$. **C.** $(-1;7;5)$. **D.** $(-2;2;-5)$.

**Câu 12.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}(-1;0;2)$ là VTPT có phương trình là

**A.** $-x+2y-5=0$ **B.** $-x+2z-5=0$ **C.** $-x+2y-5=0$ **D.** $-x+2z-1=0$

**Câu 13.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ là

**A.** $2x-3y+6z=0$. **B.** $4y+2z-3=0$. **C.** $3x+2y+1=0$. **D.** $2y+z-3=0$.

**Câu 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1), B(-2;1;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn $AB$ là

**A.** $x-y-2=0$. **B.** $x-y+1=0$. **C.** $x-y+2=0$. **D.** $-x+y+2=0$.

**Câu 15.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$. Mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-2)$ có phương trình là

**A.** $-2x+y+z-2=0$. **B.** $-2x-y-z+2=0$. **C.** $-2x+y-z-2=0$. **D.** $-2x+y-z+2=0$.

**Câu 16.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha):2x+4y-6z-5=0$ và $(\beta):x+2y-3z=0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **đúng** ?

**A.** Mặt phẳng $(\beta)$ đi qua điểm $A$ và song song với mặt phẳng $(\alpha)$;

**B.** Mặt phẳng $(\beta)$ đi qua điểm $A$ và không song song với mặt phẳng $(\alpha)$;

**C.** Mặt phẳng $(\beta)$ không đi qua điểm $A$ và không song song với mặt phẳng $(\alpha)$;

**D.** Mặt phẳng $(\beta)$ không đi qua điểm $A$ và song song với mặt phẳng $(\alpha)$;

**Câu 17.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và các mặt phẳng: $(\alpha):x-2=0$, $(\beta):y+1=0$, $(\gamma):z-3=0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**.

**A.** $(\alpha)//Ox$. **B.** $(\beta)$ đi qua $M$. **C.** $(\gamma)//(xOy)$. **D.** $(\beta)\perp(\gamma)$.

**Câu 18.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng qua $A(2;5;1)$ và song song với mặt phẳng $(Oxy)$ là

**A.** $2x+5y+z=0$. **B.** $x-2=0$. **C.** $y-5=0$. **D.** $z-1=0$.

**Câu 19.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$. Mặt phẳng đi qua $M(1;4;3)$ và vuông góc với trục $Oy$ có phương trình là

**A.** $y-4=0$. **B.** $x-1=0$. **C.** $z-3=0$. **D.** $x+4y+3z=0$.

**Câu 20.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 6x-3y-2z-6=0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Mặt phẳng $(\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{u}(-6,3,2)$.

**B.** Khoảng cách từ $O$ đến mặt phẳng $(\alpha)$ bằng $\frac{6}{8}$.

**C.** Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa điểm $A(1,2,-3)$.

**D.** Mặt phẳng $(\alpha)$ cắt ba trục $Ox, Oy, Oz$.

**Câu 21.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$. Biết $A, B, C$ là số thực khác $0$, mặt phẳng chứa trục $Oz$ có phương trình là

**A.** $Ax+Bz+C=0$. **B.** $Ax+By=0$ **C.** $By+Az+C=0$. **D.** $Ax+By+C=0$.

**Câu 22.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5;1;3), B(1;2;6), C(5;0;4), D(4;0;6)$. Viết phương trình mặt phẳng qua $D$ và song song với mặt phẳng $(ABC)$.

**A.** $x+y+z-10=0$. **B.** $x+y+z-9=0$. **C.** $x+y+z-8=0$. **D.** $x+2y+z-10=0$.

**Câu 23.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5;1;3), B(1;2;6), C(5;0;4), D(4;0;6)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa $AB$ và song song với $CD$.

**A.** $2x+5y+z-18=0$. **B.** $2x-y+3z+6=0$.

**C.** $2x-y+z+4=0$. **D.** $x+y+z-9=0$.

**Câu 24.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa trục $Ox$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ là

**A.** $y+z=0$. **B.** $y-z=0$. **C.** $y-z-1=0$. **D.** $y-2z=0$.

**Câu 25.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Phương trình của mặt phẳng chứa trục $Ox$ và qua điểm $I(2;-3;1)$ là

**A.** $3y+z=0$. **B.** $3x+y=0$. **C.** $y-3z=0$. **D.** $y+3z=0$.

**Câu 26.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1), B(1;0;4)$ và $C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với đường thẳng $BC$ là

**A.** $2x+y+2z-5=0$. **B.** $x-2y+3z-7=0$.

**C.** $x+2y+5z-5=0$. **D.** $x+2y+5z+5=0$.

**Câu 27.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+y+2z-3=0$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là

**A.** $5x+3y-4z+9=0$. **B.** $x+3y-5z+21=0$.

**C.** $x+y+2z-3=0$. **D.** $5x+3y-4z=0$.

**Câu 28.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M(0;-2;3)$, song song với đường thẳng $d: \frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-3}=z$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-z=0$ có phương trình:

**A.** $2x-3y-5z-9=0$. **B.** $2x-3y+5z-9=0$.

**C.** $2x+3y+5z+9=0$. **D.** $2x+3y+5z-9=0$.

**Câu 29.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Tọa độ giao điểm $M$ của mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-4=0$ với trục $Ox$ là ?

**A.** $M(0,0,4)$. **B.** $M\left(0,\frac{4}{3},0\right)$. **C.** $M(3,0,0)$. **D.** $M(2,0,0)$.

**Câu 30.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng qua các hình chiếu của $A(5;4;3)$ lên các trục tọa độ. Phương trình của mặt phẳng $(\alpha)$ là

**A.** $12x+15y+20z-60=0$ **B.** $12x+15y+20z+60=0$.

**C.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=0$. **D.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}-60=0$.

**Câu 31.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua hai điểm $A(5;-2;0)$, $B(-3;4;1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}(1;1;1)$. Phương trình của mặt phẳng $(\alpha)$ là

**A.** $5x+9y-14z=0$. **B.** $x-y-7=0$.

**C.** $5x+9y-14z-7=0$. **D.** $-5x-9y-14z+7=0$.

**Câu 32.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P): x+y+z-6=0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=12$?

**A.** 2 **B.** Không có. **C.** 1. **D.** 3.

**Câu 33.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 mặt phẳng $(P): x-2y+4x-3=0$, $(Q): -2x+4y-8z+5=0$, $(R): 3x-6y+12z-10=0$, $(W): 4x-8y+8z-12=0$. Có bao nhiêu cặp mặt phẳng song song với nhau.

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

**Câu 34.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x+(m-1)y+2z+4=0$, $(\beta): nx+(m+2)y+4z-2=0$. Với giá trị thực của $m,n$ bằng bao nhiêu để $(\alpha)$ song song $(\beta)$.

**A.** $m=-4; n=-6$. **B.** $m=-4; n=6$. **C.** $m=4; n=6$ **D.** $m=-4; n=-6$.

**Câu 35.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+my+(m-1)z+2=0$, $(Q): 2x-y+3z-4=0$. Giá trị số thực $m$ để hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ vuông góc

**A.** $m=1$ **B.** $m=-\frac{1}{2}$ **C.** $m=2$ **D.** $m=\frac{1}{2}$

**Câu 36.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z-3=0$, $(\beta): x-2y+2z-8=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ là bao nhiêu ?

**A.** $d((\alpha),(\beta))=\frac{5}{3}$ **B.** $d((\alpha),(\beta))=\frac{11}{3}$ **C.** $d((\alpha),(\beta))=5$ **D.** $d((\alpha),(\beta))=\frac{4}{3}$

**Câu 37.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Gọi mặt phẳng $(Q)$ là mặt phẳng đối xứng của mặt phẳng $(P)$ qua trục tung. Khi đó phương trình mặt phẳng $(Q)$ là ?

**A.** $x+2y-z-1=0$ **B.** $x-2y-z+1=0$ **C.** $x+2y+z+1=0$ **D.** $x-2y-z-1=0$

**Câu 38.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+5z-4=0$. Gọi mặt phẳng $(Q)$ là mặt phẳng đối xứng của mặt phẳng $(P)$ qua mặt phẳng $(Oxz)$. Khi đó phương trình mặt phẳng $(Q)$ là ?

**A.** $(P): 2x-3y-5z-4=0$ **B.** $(P): 2x-3y+5z-4=0$

**C.** $(P): 2x+3y+5z-4=0$ **D.** $(P): 2x-3y+5z+4=0$

**Câu 39.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, $(\alpha)$là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+7=0$ và $(Q): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là

**A.** $x+2y+z-5=0$. **B.** $2x-4y-2z-10=0$.

**C.** $2x+4y+2z+10=0$. **D.** $x+2y-z+5=0$.

**Câu 40.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ ,tọa độ điểm $M$ nằm trên trục $Oy$ và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$ là

**A.** $M(0;-3;0)$. **B.** $M(0;3;0)$. **C.** $M(0;-2;0)$. **D.** $M(0;1;0)$.

**Câu 41.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng qua $G(1;2;3)$ và cắt các trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại các điểm $A, B, C$ (khác gốc $O$) sao cho $G$ là trọng tâm của tam giác $ABC$. Khi đó mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình:

**A.** $3x+6y+2z+18=0$. **B.** $6x+3y+2z-18=0$.

**C.** $2x+y+3z-9=0$. **D.** $6x+3y+2z+9=0$.

**Câu 42.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi $(\alpha)$là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): 2x-4y+4z+3=0$ và cách điểm $A(2;-3;4)$ một khoảng $k=3$. Phương trình của mặt phẳng $(\alpha)$ là

**A.** $2x-4y+4z-5=0$ hoặc $2x-4y+4z-13=0$.

**B.** $x-2y+2z-25=0$.

**C.** $x-2y+2z-7=0$.

**D.** $x-2y+2z-25=0$ hoặc $x-2y+2z-7=0$.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ ,cho hai đường thẳng $d_1, d_2$ lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{4}$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ cách đều hai đường thẳng $d_1, d_2$ là

**A.** $7x-2y-4z=0$. **B.** $7x-2y-4z+3=0$.

**C.** $2x+y+3z+3=0$. **D.** $14x-4y-8z+3=0$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $(b>0, c>0)$ và mặt phẳng $(P): y-z+1=0$. Xác định b và c biết mặt phẳng $(ABC)$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$ và khoảng cách từ $O$ đến $(ABC)$ bằng $\frac{1}{3}$.

**A.** $b=\frac{1}{\sqrt{2}}, c=\frac{1}{\sqrt{2}}$ **B.** $b=1, c=\frac{1}{2}$ **C.** $b=\frac{1}{2}, c=\frac{1}{2}$ **D.** $b=\frac{1}{2}, c=1$

**Câu 45.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ ,mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M(5;4;3)$ và cắt các tia $Ox$, $Oy$, $Oz$ các đoạn bằng nhau có phương trình là

**A.** $x+y+z-12=0$ **B.** $x+y+z=0$

**C.** $5x+4y+3z-50=0$ **D.** $x-y+z=0$

**Câu 46.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa trục $Oy$ và tạo với mặt phẳng $y+z+1=0$ góc $60^0$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ là

**A.** $\left[\begin{array}{l} x-z=0 \\ x+z=0 \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x-y=0 \\ x+y=0 \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} x-z-1=0 \\ x-z=0 \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x-2z=0 \\ x+z=0 \end{array}\right.$

**Câu 47.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa trục $Oz$ và tiếp xúc với $(S)$

**A.** $(\alpha):4x-3y+2=0.$ **B.** $(\alpha):3x+4y=0.$ **C.** $(\alpha):3x-4y=0.$ **D.** $(\alpha):4x-3y=0.$

**Câu 48.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ , tam giác $ABC$ có $A(1,2,-1), B(-2,1,0), C(2,3,2)$. Điểm $G$ là trọng tâm của tam giác $ABC$. Khoảng cách từ $A$ đến mặt phẳng $(OGB)$ bằng bao nhiêu ?

**A.** $\dfrac{3\sqrt{174}}{29}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{174}}{29}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{174}}{29}$ **D.** $\dfrac{4\sqrt{174}}{29}$

**Câu 49.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ , cho hình cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa $Oy$ cắt hình cầu $(S)$ theo thiết diện là đường tròn có chu vi bằng $8\pi$

**A.** $(\alpha):3x-z=0$ **B.** $(\alpha):3x+z=0$ **C.** $(\alpha):3x+z+2=0$ **D.** $(\alpha):x-3z=0$

**Câu 50.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $(P)$ là mặt phẳng song song với mặt phẳng $Oxz$ và cắt mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=12$ theo đường tròn có chu vi lớn nhất. Phương trình của $(P)$ là

**A.** $x-2y+1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $y+1=0$. **D.** $y+2=0$.

**Câu 51.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng chứa trục $Oy$ và cách $M$ một khoảng lớn nhất. Phương trình của $(\alpha)$ là

**A.** $x+3z=0$. **B.** $x+2z=0$. **C.** $x-3z=0$. **D.** $x=0$.

**Câu 52.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo thiết diện là hình tròn $(C)$ có diện tích nhỏ nhất ?

**A.** $(P):x+2y+3z-6=0$. **B.** $(P):x+2y+z-2=0$.

**C.** $(P):3x+2y+2z-4=0$. **D.** $(P):x-2y+3z-6=0$.

**Câu 53.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $N(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ cắt các trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ (không trùng với gốc tọa độ $O$) sao cho $N$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC$

**A.** $(P):x+y+z-3=0$. **B.** $(P):x+y-z+1=0$.

**C.** $(P):x-y-z+1=0$. **D.** $(P):x+2y+z-4=0$.

**Câu 54.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua hai điểm $A(1;1;1)$, $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia $Ox, Oy$ lần lượt tại hai điểm $M, N$ (không trùng với gốc tọa độ $O$) sao cho $OM = 2ON$

**A.** $(P): 2x+3y-z-4=0$.
**B.** $(P): x+2y-z-2=0$.
**C.** $(P): x-2y-z+2=0$.
**D.** $(P): 3x+y+2z-6=0$.

**Câu 55.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có các đỉnh $A(1;2;1)$, $B(-2;1;3)$, $C(2;-1;3)$ và $D(0;3;1)$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A, B$ đồng thời cách đều $C, D$

**A.** $(P_1): 4x+2y+7z-15=0; (P_2): x-5y-z+10=0$.

**B.** $(P_1): 6x-4y+7z-5=0; (P_2): 3x+y+5z+10=0$.

**C.** $(P_1): 6x-4y+7z-5=0; (P_2): 2x+3z-5=0$.

**D.** $(P_1): 3x+5y+7z-20=0; (P_2): x+3y+3z-10=0$.

**Câu 56.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3); B(3;0;2); C(0;-2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A, B$ và cách $C$ một khoảng lớn nhất ?

**A.** $(P): 3x+2y+z-11=0$.
**B.** $(P): 3x+y+2z-13=0$.
**C.** $(P): 2x-y+3z-12=0$.
**D.** $(P): x+y-3=0$.

**Câu 57.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục $Ox$, $Oy$, $Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ ( khác gốc toạ độ $O$) sao cho $M$ là trực tâm tam giác $ABC$. Mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình là

**A.** $x+2y+3z-14=0$.
**B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}-1=0$.
**C.** $3x+2y+z-10=0$.
**D.** $x+2y+3z+14=0$.

**Câu 58.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Viết phương trình mặt phẳng cắt các trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ sao cho $G$ là trọng tâm tứ diện $OABC$?

**A.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=0$.
**B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=1$.
**C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{12}+\frac{z}{9}=1$.
**D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{12}+\frac{z}{9}=0$.

**Câu 59.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng $(P)$ qua $M$ cắt các tia $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại $A, B, C$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất có phương trình là

**A.** $6x+3y+2z=0$.
**B.** $6x+3y+2z-18=0$.
**C.** $x+2y+3z-14=0$.
**D.** $x+y+z-6=0$.

**Câu 60.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng có phương trình $(P)\ x+2y+2z-1=0$ $(Q): x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+z^2=5$. Mặt phẳng $(\alpha)$ vuông với mặt phẳng $(P), (Q)$ đồng thời tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

**A.** $2x+y-1=0; 2x+y+9=0$.
**B.** $2x-y-1=0; 2x-y+9=0$.
**C.** $x-2y+1=0; x-2y-9=0$.
**D.** $2x-y+1=0;\ 2x-y-9=0$.

**Câu 61.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$, 2 điểm $A(1;0;0)$, $B(-1;2;0)$, $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=25$. Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ vuông với mặt phẳng $(P)$, song song với đường thẳng $AB$, đồng thời cắt mặt cầu $(S)$ theo đường tròn có bán kính bằng $r=2\sqrt{2}$

**A.** $2x+2y+3z+11=0;\ 2x+2y+3z-23=0$. **B.** $2x-2y+3z+11=0;\ 2x-2y+3z-23=0$.

**C.** $2x-2y+3z-11=0;\ 2x-2y+3z+23=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0;\ 2x+2y+3z+23=0$.

**Câu 62.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;-1), B(1;1;2), C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$. Lập phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A$, vuông góc với mặt phẳng $(P)$ cắt đường thẳng $BC$ tại $I$ sao cho $IB=2IC$ biết tọa độ điểm $I$ là số nguyên

**A.** $(\alpha): 2x-y-2z-3=0$. **B.** $(\alpha): 4x+3y-2z-9=0$.

**C.** $(\alpha): 6x+2y-z-9=0$. **D.** $(\alpha): 2x+3y+2z-3=0$.

**Câu 63.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\ x+y+z-3=0$, $(Q): 2x+3y+4z-1=0$. Lập phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A(1;0;1)$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(P),(Q)$?

**A.** $(\alpha): 2x+3y+z-3=0$. **B.** $(\alpha): 7x+8y+9z-16=0$.

**C.** $(\alpha): 7x+8y+9z-17=0$. **D.** $(\alpha): 2x-2y+z-3=0$.

**Câu 64.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{1}$, $d_2: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ vuông góc với $d_1$, cắt $Oz$ tại $A$ và cắt $d_2$ tại $B$ (có tọa nguyên) sao cho $AB=1$.

**A.** $(\alpha): 10x-5y+5z+1=0$. **B.** $(\alpha): 4x-2y+2z+1=0$.

**C.** $(\alpha): 2x-y+z+1=0$. **D.** $(\alpha): 2x-y+z+2=0$.

**Câu 65.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$,cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0), D(0;3;4)$. Trên các cạnh $AB, AC, AD$ lần lượt lấy các điểm $B', C', D'$ thỏa: $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất ?

**A.** $16x+40y-44z+39=0$. **B.** $16x+40y+44z-39=0$.

**C.** $16x-40y-44z+39=0$. **D.** $16x-40y-44z-39=0$.

**Câu 66.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $(P): x+4y-2z-6=0$, $(Q): x-2y+4z-6=0$. Lập phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa giao tuyến của $(P),(Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm $A, B, C$ sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

**A.** $x+y+z+6=0$. **B.** $x+y+z-6=0$.

**C.** $x+y-z-6=0$. **D.** $x+y+z-3=0$.

## C - ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| A | B | A | C | A | D | A | C | A | A | B | D | A | C | C | A | A | D | A | B |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| B | A | A | B | D | C | A | D | D | A | C | C | B | C | D | A | D | C | A | A |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| B | D | D | C | A | A | C | A | A | D | A | B | A | C | D | A | A | B | B | D |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | | | | | | | | | | | | | | |
| A | A | B | C | A | B | | | | | | | | | | | | | | |

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1.** **Chọn A.**

**Câu 2.** **Chọn B.**

**Câu 3.** **Chọn A.**

**Câu 4.** **Chọn C.**

**Câu 5.** **Chọn A.**

**Câu 6.** **Chọn D.**

**Câu 7.** **Chọn A.**

**Câu 8.** **Chọn C.**

**Câu 9.** **Chọn A.**

**Câu 10.** **Chọn A.**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;5;2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-2;1)$ $\Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(9;4;-1)$.

**Câu 11.** **Chọn B.**

**Phương pháp tự luận**

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng, nếu điểm nào làm cho vế trái bằng 0 thì đó là điểm thuộc mặt phẳng.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Nhập phương trình mặt phẳng (P) vào máy tính dạng sau: $-2X+Y+0A-5=0$, sau đó dùng hàm CALC và nhập tọa độ $(x;y;z)$ của các điểm vào. Nếu bằng 0 thì điểm đó thuộc mặt phẳng.

**Câu 12.** **Chọn D.**

**Phương pháp tự luận**

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}(-1;0;2)$ là VTPT có phương trình là $-1(x+1)+0(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow -x-1+2z=0 \Leftrightarrow -x+2z-1=0$.

Vậy $-x+2z-1=0$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Từ tọa độ VTPT suy ra hệ số B=0, vậy loại ngay đáp án $-x+2y-5=0$ và $-x+2y-5=0$

Chọn 1 trong 2 PT còn lại bằng cách thay tọa độ điểm A vào

**Câu 13.** **Chọn A.**

$\overrightarrow{AB}=(0;4;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;4;3)$

$(ABC)$ qua $A(3;-2;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(4;-6;12)=2(2;-3;6)$

$\Rightarrow (ABC): 2x-3y+6z=0$

**Câu 14.** **Chọn C.**

+) $\overrightarrow{AB}=(-1;1;0)$.

+) Trung điểm $I$ của đoạn $AB$ là $I(\frac{-3}{2};\frac{1}{2};1)$

Mặt phẳng trung trực của đọan AB là $-(x+\frac{3}{2})+(y-\frac{1}{2})=0$ hay $x-y+2=0$.

**Câu 15.** **Chọn C.**

**Phương pháp tự luận**

Theo công thức phương trình mặt chắn ta có: $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow -2x+y-z-2=0$.

Vậy $-2x+y-z-2=0$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Nhập phương trình mặt phẳng (P) vào máy tính, sau đó dùng hàm CALC và nhập tọa độ $(x;y;z)$ của các điểm vào. Nếu tất cả các điểm đều cho kết quả bằng 0 thì đó đó là mặt phẳng cần tìm. Chỉ cần 1 điểm làm cho phương trình khác 0 đều loại.

**Câu 16.** **Chọn A.**

Có $\overrightarrow{n_\alpha}=(2;4;-6)$, $\overrightarrow{n_\beta}=(1;2;-3) \Rightarrow (\alpha)//(\beta)$ và $A\in(\beta)$

**Câu 17.** **Chọn A.**

**Câu 18.** **Chọn D.**

**Phương pháp tự luận**

Mặt phẳng qua $A(2;5;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{k}=(0;0;1)$ có phương trình: $z-1=0$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Mặt phẳng qua $A$ và song song với $(Oxy)$ có phương trình $z=z_A$.

**Câu 19.** **Chọn A.**

**Phương pháp tự luận**

Mặt phẳng qua $M(1;4;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{j}=(0;1;0)$ có phương trình $y-4=0$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Mặt phẳng qua $M$ và vuông góc với trục $Oy$ có phương trình $y=y_M$.

**Câu 20.** **Chọn B.**

Do $d(O,(\alpha))=\frac{6}{\sqrt{36+9+4}}=\frac{6}{7}$.

**Câu 21.** **Chọn B.**

Trục $Oz$ là giao tuyến của 2 mặt phẳng $(Ozx),(Oyz)$ nên mặt phẳng chứa $Oz$ thuộc chùm mặt phẳng tạo bởi 2 mặt $(Ozx),(Oyz) \Rightarrow Ax+By=0$

Vậy $Ax+By=0$.

**Câu 22.** **Chọn A.**

**Phương pháp tự luận**

+) $\overrightarrow{AB}=(-4;1;3)$, $\overrightarrow{AC}=(0;-1;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(4;4;4)$.

+) Mặt phẳng đi qua $D$ có VTPT $\vec{n}=(1;1;1)$ có phương trình: $x+y+z-10=0$.

+) Thay tọa độ điểm $A$ vào phương trình mặt phẳng thấy không thỏa mãn.

Vậy phương trình mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là $x+y+z-10=0$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Gọi phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $Ax+By+Cz+D=0$.

Sử dụng MTBT giải hệ bậc nhất 3 ẩn, nhập tọa độ 3 điểm $A,B,C$ vào hệ, chọn $D=1$ ta được $A=\frac{1}{9}, B=\frac{1}{9}, C=\frac{1}{9}$. (Trong trường hợp chọn $D=1$ vô nghiệm ta chuyển sang chọn $D=0$).

Suy ra mặt phẳng $(ABC)$ có VTPT $\vec{n}=(1;1;1)$

Mặt phẳng đi qua $D$ có VTPT $\vec{n}=(1;1;1)$ có phương trình: $x+y+z-10=0$.

Thay tọa độ điểm $A$ vào phương trình mặt phẳng thấy không thỏa mãn.

Vậy chọn A.

**Câu 23.** **Chọn A.**

**Phương pháp tự luận**

+) $\overrightarrow{AB}=(-4;1;3)$, $\overrightarrow{CD}=(-1;0;2) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]=(2;5;1)$.

+) Mặt phẳng đi qua $A$ có VTPT $\vec{n}=(2;5;1)$ có phương trình là $2x+5y+z-18=0$.

+) Thay tọa độ điểm $C$ vào phương trình mặt phẳng thấy không thỏa mãn.

Vậy phương trình mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là $2x+5y+z-18=0$

**Phương pháp trắc nghiệm**

+) Sử dụng MTBT kiểm tra tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình hay không? thấy đáp án B, C không thỏa mãn.

+) Kiểm tra điều kiện VTPT của mặt phẳng cần tìm vuông góc với véctơ $\overrightarrow{CD}$ ta loại được đáp D.

Vậy chọn A.

**Câu 24.** **Chọn B.**

**Phương pháp tự luận**

+) Trục $Ox$ véctơ đơn vị $\vec{i}=(1;0;0)$.

Mặt phẳng $(Q)$ có VTPT $\vec{n}_{(Q)}=(1;1;1)$.

Mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ và vuông góc với $(Q): x+y+z-3=0$ nên $(P)$ có VTPT $\vec{n}=\left[\vec{i},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(0;-1;1)$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ là $y-z=0$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

+) Mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Ox$ nên loại đáp án C.

+) Kiểm tra điều kiện VTPT của mặt phẳng $(Q)$ vuông góc với VTPT của $(P)$ ta loại tiếp được đáp án B, D.

Vậy chọn A.

**Câu 25. Chọn D.**

Trục $Ox$ đi qua $A(1;0;0)$ và có $\vec{i}=(1;0;0)$

Mặt phẳng đi qua $I(2;-3;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{i},\overrightarrow{AI}\right]=(0;1;3)$ có phương trình $y+3z=0$.

Vậy $y+3z=0$.

**Câu 26. Chọn C.**

Ta có: $\overrightarrow{CB}(1;2;5)$.

Mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với đường thẳng $BC$ có một $VTPT$ là $\overrightarrow{CB}(1;2;5)$ nên có phương trình là $x+2y+5z-5=0$.

Vậy $x+2y+5z-5=0$.

**Câu 27. Chọn A.**

**Phương pháp tự luận**

$\overrightarrow{AB}=(1;3;-5)$, $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;2)$

Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A(2;-1;4)$ và có vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-10;-6;8)=-2(5;3;-4)$ có phương trình: $5x+3y-4z+9=0$.

Vậy $5x+3y-4z+9=0$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Do $(\alpha)\perp(Q)\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_Q}=0$, kiểm tra mp $(\alpha)$ nào có $\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_Q}=0$ và thay tọa độ $A$ hoặc $B$ vào.

**Câu 28. Chọn D.**

**Phương pháp tự luận**

Ta có $\overrightarrow{u_d}=(2;-3;1)$, $\overrightarrow{n_\beta}=(1;1;-1)$

Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M(0;-2;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(2;3;5)$

$\Rightarrow(\alpha):2x+3y+5z-9=0$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Do $\begin{cases}(\alpha)//(d)\\(\alpha)\perp(Q)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_\alpha}=k\overrightarrow{n_Q}\\\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_Q}=0\end{cases}$ kiểm tra mp $(\alpha)$ nào thỏa hệ

Vậy chọn A.

**Câu 29.** **Chọn D.**

Gọi $M(a,0,0)$ là điểm thuộc trục $Ox$. Điểm $M\in(P)\Rightarrow 2a-4=0\Leftrightarrow a=2$ .

Vậy $M(2,0,0)$ là giao điểm của $(P)$ và $Ox$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Giải hệ PT gồm PT của (P) và của (Ox): $\begin{cases}2x+3y+z-4=0\\ y=0\\ z=0\end{cases}$ ; bấm máy tính.

**Câu 30.** **Chọn A.**

Gọi $M,N,P$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $A$ trên trục $Ox,Oy,Oz$.

Ta có: $M(5;0;0)$, $N(0;4;0)$, $P(0;0;3)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ qua $M(5;0;0)$, $N(0;4;0)$, $P(0;0;3)$ là

$\frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1\Leftrightarrow 12x+15y+20z-60=0$.

Vậy $12x+15y+20z-60=0$.

**Câu 31.** **Chọn C.**

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-8;6;1)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua hai điểm $A(5;-2;0)$, $B(-3;4;1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}(1;1;1)$

nên có một $VTPT$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right]=(5;9;-14)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $A(5;-2;0)$ và có một $VTPT$ $\vec{n}=(5;9;-14)$ có phương trình là

$5x+9y-14z-7=0$.

Vậy $5x+9y-14z-7=0$.

**Câu 32.** **Chọn C.**

**Phương pháp tự luận**

+) Mặt phẳng $(Q)$ song song với mặt phẳng $(P)$ có dạng: $x+y+z+D=0\ (D\neq-6)$.

+) Do mặt phẳng $(Q)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=12$ nên $d(I;(Q))=R$ với $I$ là tâm cầu, $R$ là bán kính mặt cầu.

Tìm được $D=6$ hoặc $D=-6$ (loại) Vậy có 1 mặt phẳng thỏa mãn.

**Câu 33.** **Chọn B.**

Hai mặt phẳng song song khi $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}\neq\frac{d}{d'}$

Xét $(P)$ và $(Q)$: $\frac{1}{-2}=\frac{-2}{4}=\frac{4}{-8}\neq\frac{-3}{5}\Rightarrow(P)\parallel(Q)$

Xét $(P)$ và $(R)$: $\frac{1}{3}=\frac{-2}{-6}=\frac{4}{12}\neq\frac{-3}{-10}\Rightarrow(P)\parallel(R)$

$\Rightarrow (Q) \parallel (R)$

Xét $(P)$ và $(W)$: $\frac{1}{4} = \frac{-2}{-8} \neq \frac{4}{8}$

Xét $(Q)$ và $(W)$: $\frac{-2}{4} = \frac{4}{-8} \neq \frac{-8}{8}$

Xét $(R)$ và $(W)$: $\frac{3}{4} = \frac{-6}{-8} \neq \frac{12}{8}$.

Vậy có 3 cặp mặt phẳng song song.

**Câu 34.** **Chọn C.**

Để $(\alpha)$ song song $(\beta) \Rightarrow \frac{3}{n} = \frac{m-1}{m+2} = \frac{2}{4} \neq \frac{4}{-2} \Leftrightarrow m = 4; n = 6$.

**Câu 35.** **Chọn D.**

Để 2 mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc $\Rightarrow \vec{n}_P.\overrightarrow{n_Q} = 0 \Leftrightarrow 1.2 + m.(-1) + (m-1).3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Vậy $m = \frac{1}{2}$.

**Câu 36.** **Chọn A.**

Lấy $M(1,0,1)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha)$ .Ta có $d((\alpha),(\beta)) = d(M,(\beta)) = \frac{5}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}} = \frac{5}{3}$.

Vậy $d((\alpha),(\beta)) = \frac{5}{3}$.

**Câu 37.** **Chọn D.**

Gọi $M(x,y,z)$ là điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng $(P)$. Điểm $M'(-x,y,-z)$ là điểm đối xứng của $M$ qua trục tung $\Rightarrow (Q): -x+2y+z+1=0$ là mặt phẳng đi qua $M'$ và là mặt phẳng đối xứng của $(P)$

Vậy $x-2y-z-1=0$.

**Câu 38.** **Chọn C.**

Gọi $M(x,y,z)$ là điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng $(P)$. Điểm $M'(x,-y,z)$ là điểm đối xứng của $M$ qua trục tung $\Rightarrow (Q): 2x+3y+5z-4=0$ là mặt phẳng đi qua $M'$ và là mặt phẳng đối xứng của $(P)$.

Vậy $(P): 2x+3y+5z-4=0$.

**Câu 39.** **Chọn A.**

Mặt phẳng *(P)* có một *VTPT* là $\overrightarrow{n_P} = (3;-2;1)$

Mặt phẳng *(Q)* có một *VTPT* là $\overrightarrow{n_Q} = (5;-4;3)$

Mặt phẳng $(\alpha)$ vuông góc với 2 mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+7=0$, $(Q): 5x-4y+3z+1=0$ nên có một $VTPT$ là $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-2;-4;-2)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là $x+2y+z-5=0$

**Câu 40.** **Chọn A.**

Ta có $M\in Oy\Rightarrow M(0;m;0)$

Giả thiết có $d\left(M,(P)\right)=d\left(M,(Q)\right)\Leftrightarrow\frac{|m+1|}{\sqrt{3}}=\frac{|-m-5|}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow m=-3$

Vậy $M(0;-3;0)$

**Câu 41.** **Chọn B.**

**Phương pháp tự luận**

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ là giao điểm của mặt phẳng $(\alpha)$ các trục $Ox,Oy,Oz$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ : $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ $(a,b,c\neq 0)$.

Ta có $G$ là trọng tâm tam giác $ABC$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{a}{3}=1\\ \frac{b}{3}=2\\ \frac{c}{3}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=6\\ c=9\end{cases}\Rightarrow(\alpha):\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$$

**Câu 42.** **Chọn D.**

Vì $(\alpha)//(\beta)\Rightarrow(\alpha): 2x-4y+4z+m=0$ $(m\neq 3)$

Giả thiết có $d\left(A,(\alpha)\right)=3\Leftrightarrow\frac{|32+m|}{6}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-14\\ m=-50\end{array}\right.$

Vậy $(\alpha): x-2y+2z-7=0$, $(\alpha): x-2y+2z-25=0$

**Câu 43.** **Chọn D.**

Ta có $d_1$ đi qua $A(2;2;3)$ và có $\overrightarrow{u_{d_1}}=(2;1;3)$, $d_2$ đi qua $B(1;2;1)$ và có $\overrightarrow{u_{d_2}}=(2;-1;4)$

$\overrightarrow{AB}=(-1;0;-2)$; $\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(7;-2;-4)$;

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right]\overrightarrow{AB}=1\neq 0$ nên $d_1,d_2$ chéo nhau.

Do $(\alpha)$ cách đều $d_1,d_2$ nên $(\alpha)$ song song với $d_1,d_2\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(7;-2;-4)$

$\Rightarrow(\alpha)$ có dạng $7x-2y-4z+d=0$

Theo giả thiết thì $d\left(A,(\alpha)\right)=d\left(B,(\alpha)\right)\Leftrightarrow\frac{|d-2|}{\sqrt{69}}=\frac{|d-1|}{\sqrt{69}}\Leftrightarrow d=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow(\alpha): 14x-4y-8z+3=0$

**Câu 44.** **Chọn C.**

Phương trình mặt phẳng $(ABC)$ có dạng $\frac{x}{1}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \Leftrightarrow bcx+cy+bz-bc=0$

Theo giả thiết: $\begin{cases}(ABC)\perp(P)\\ d\left(O,(ABC)\right)=\frac{1}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}c-b=0\\ \frac{|-bc|}{\sqrt{(bc)^2+c^2+b^2}}=\frac{1}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=c\\ \frac{b^2}{\sqrt{b^4+2b^2}}=\frac{1}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow 3b^2=\sqrt{b^4+2b^2} \Leftrightarrow 8b^4=2b^2 \Leftrightarrow b=\frac{1}{2} \Rightarrow c=\frac{1}{2}$

**Câu 45.** **Chọn A.**

Gọi $A(a;0;0), B(0;a;0), C(0;0;a)$ $(a\neq 0)$ là giao điểm của mặt phẳng $(\alpha)$ và các tia $Ox,\ Oy,\ Oz$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ qua $A,\ B,\ C$ là $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ qua điểm $M(5;4;3) \Rightarrow a=12$

Ta có $\frac{x}{12}+\frac{y}{12}+\frac{z}{12}=1 \Leftrightarrow x+y+z-12=0$

**Câu 46.** **Chọn A.**

**Phương pháp tự luận**

+) Mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Oy$ nên có dạng: $Ax+Cz=0$ $(A^2+C^2\neq 0)$.

+) Mặt phẳng $(P)$ tạo với mặt phẳng $y+z+1=0$ góc $60^0$ nên $\cos 60^0=\frac{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}$.

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{|C|}{\sqrt{A^2+C^2}.\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{A^2+C^2}=\sqrt{2}|C| \Leftrightarrow A^2-C^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}A=C\\ A=-C\end{array}\right.$

Phương trình mặt phẳng $(P)$ là $\left[\begin{array}{l}x-z=0\\ x+z=0\end{array}\right.$

**Phương pháp trắc nghiệm**

+) Mặt phẳng $(P)$ chứa trục $Oy$ nên loại đáp án B, C.

+)Còn lại hai đáp án A, D chung phương trình thứ hai nên ta thử điều kiện về góc đối với phương trình thứ nhất của đáp án A thấy thỏa mãn.

**Câu 47.** **Chọn C.**

$(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ có tâm $I(1;\ 2;\ 3)$, bán kính $R=1$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa trục $Oz$ có dạng : $Ax+By=0$ $\left(A^2+B^2\neq 0\right)$

Ta có : $d\left(I,(\alpha)\right)=1 \Leftrightarrow \frac{|A+2B|}{\sqrt{A^2+B^2}}=1$

$\Leftrightarrow 4AB+B^2=0 \Leftrightarrow 4A+B=0$. Chọn $A=3, B=-4 \Rightarrow (\alpha):3x-4y=0$

**Câu 48.** **Chọn A.**

Do $G$ là trọng tâm tam giác $\Delta ABC \Rightarrow G\left(\frac{1}{3},2,\frac{1}{3}\right)$

Gọi $\vec{n}$ là một vtpt của mặt phẳng $(OGB) \Rightarrow \vec{n} = \overrightarrow{OG} \wedge \overrightarrow{OB} = \left(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{13}{3}\right)$

Phương trình mặt phẳng $(OGB): x+2y-13z=0 \Rightarrow d\left(A,(OGB)\right) = \frac{3\sqrt{174}}{29}$

**Câu 49.** **Chọn A.**

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax+Cz=0\left(A^2+C^2 \neq 0\right)$

Ta có : $2\pi r = 8\pi \Leftrightarrow r=4$. Mà $(S)$ có tâm $I(1,2,3), R=4$

Do $R=r=4 \Rightarrow I \in (\alpha) \Leftrightarrow A+3C=0$. Chọn $A=3, C=-1 \Rightarrow (\alpha): 3x-z=0$

**Câu 50.** **Chọn D.**

**Phương pháp tự luận**

Mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=12$ theo đường tròn có chu vi lớn nhất nên mặt phẳng $(P)$ đi qua tâm $I(1;-2;0)$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $Oxz$ có dạng : $Ay+B=0$

Do $(P)$ đi qua tâm $I(1;-2;0)$ có phương trình dạng: $y+2=0$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

+) Mặt phẳng $(P)$ song song với mặt phẳng $Oxz$ nên loại đáp án D.

+) Mặt phẳng $(P)$ đi qua tâm $I(1;-2;0)$ nên thay tọa độ điểm $I$ vào các phương trình loại được đáp án B,C.

**Câu 51.** **Chọn A.**

**Phương pháp tự luận**

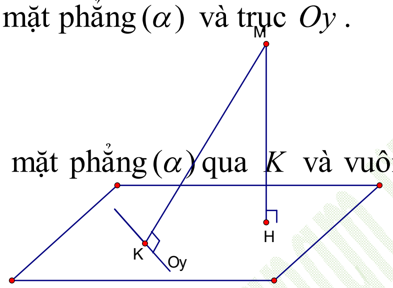
+) Gọi $H, K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M$ trên mặt phẳng $(\alpha)$ và trục $Oy$.

Ta có : $K(0;2;0)$

$d(M,(\alpha)) = MH \leq MK$

Vậy khoảng cách từ $M$ đến mặt phẳng $(\alpha)$ lớn nhất khi mặt phẳng $(\alpha)$ qua $K$ và vuông góc với $MK$.

Phương trình mặt phẳng: $x+3z=0$




**Câu 52.** **Chọn B.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1,2,3), R=3$.

Ta có $IA < R$ nên điểm $A$ nằm trong mặt cầu.

Ta có : $d\left(I,(P)\right) = \sqrt{R^2-r^2}$

Diện tích hình tròn $(C)$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $r$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow d\left(I,(P)\right)$ lớn nhất.

Do $d\left(I,(P)\right) \leq IA \Rightarrow \max d\left(I,(P)\right) = IA$ Khi đó mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$ và nhận $\overrightarrow{IA}$ làm vtpt

$\Rightarrow (P): x+2y+z-2=0$

**Câu 53.** **Chọn A.**

Gọi $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của $(P)$ với các trục $Ox,Oy,Oz$

$\Rightarrow (P):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1(a,b,c\neq 0)$

Ta có: $\begin{cases} N\in(P) \\ NA=NB \\ NA=NC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1 \\ |a-1|=|b-1| \\ |a-1|=|c-1| \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=3 \Rightarrow x+y+z-3=0$

**Câu 54.** **Chọn C.**

Gọi $M(a;0;0),N(0;b;0)$ lần lượt là giao điểm của $(P)$ với các tia $Ox,Oy$ $(a,b>0)$

Do $OM=2ON \Leftrightarrow a=2b \Rightarrow \overrightarrow{MN}(-2b;b;0)=-b(2;-1;0)$ .Đặt $\vec{u}(2;-1;0)$

Gọi $\vec{n}$ là môt vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) \Rightarrow \vec{n}=\left[\vec{u},\overrightarrow{AB}\right]=(1;2;-1)$

Phương trình mặt phẳng $(P):x+2y-z-2=0$.

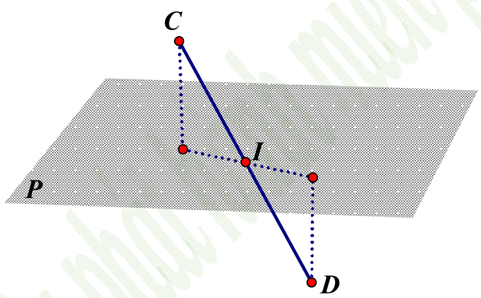
**Câu 55.** **Chọn D.**

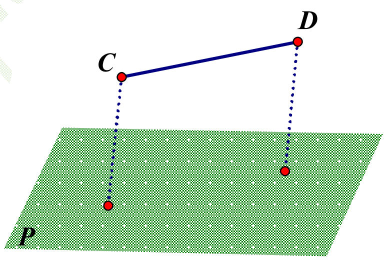
*Trường hợp 1:* $CD \parallel (P)$

$\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{CD}=(-6;-10;-14)=-2(3;5;7)\Rightarrow(P):3x+5y+7z-20=0$

*Trường hợp 2:* $(P)$ đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ của $CD$

$\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AI}=(1;3;3)\Rightarrow(P):x+3y+3z-10=0$.

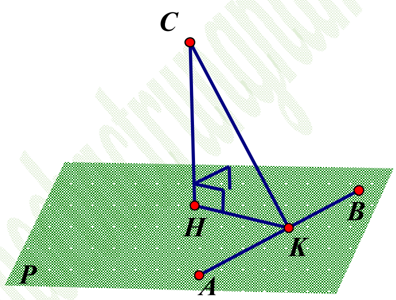



**Câu 56.** **Chọn A.**

Gọi $H,K$ lần lượt là hình chiếu $C$ của lên mp$(P)$ và doạn thẳng $AB$

Ta có : $CH=d(I,(P))\leq CK \Rightarrow d(C,(P))$ lớn nhất khi $H\equiv K$. Khi đó mặt phẳng $(P)$ đi qua $A,B$ và vuông với mặt phẳng $(ABC)$



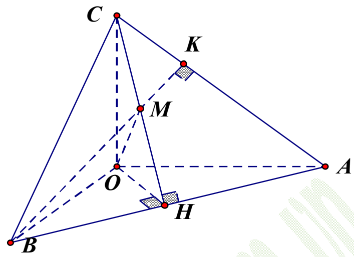

Ta có $\overrightarrow{n_p}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\wedge\overrightarrow{AB}=(-9,-6,-3)$

$\Rightarrow(P):3x+2y+z-11=0$

**Câu 57.** **Chọn A.**

***Cách 1:*** Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $C$ trên $AB$, $K$ là hình chiếu vuông góc $B$ trên $AC$. $M$ là trực tâm của tam giác $ABC$ khi và chỉ khi $M = BK \cap CH$

Ta có : $\left.\begin{matrix} AB \perp CH \\ AB \perp CO \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp (COH) \Rightarrow AB \perp OM$ (1) (1)




Chứng minh tương tự, ta có: $AC \perp OM$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $OM \perp (ABC)$

Ta có: $\overrightarrow{OM}(1;2;3)$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có một $VTPT$ là $\overrightarrow{OM}(1;2;3)$ nên có phương trình là

$$(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0.$$

***Cách 2:***

+) Do $A,B,C$ lần lượt thuộc các trục $Ox,Oy,Oz$ nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ ($a,b,c \neq 0$).

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng $(ABC)$ là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

+) Do $M$ là trực tâm tam giác $ABC$ nên $\begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0 \\ M \in (ABC) \end{cases}$. Giải hệ điều kiện trên ta được $a,b,c$

Vậy phương trình mặt phẳng: $x+2y+3z-14=0$.

**Câu 58.** **Chọn B.**

**Phương pháp tự luận**

+) Do $A,B,C$ lần lượt thuộc các trục $Ox,Oy,Oz$ nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

+) Do $G$ là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_O+x_A+x_B+x_C}{4} \\ y_G = \dfrac{y_O+y_A+y_B+y_C}{4} \\ z_G = \dfrac{y_O+y_A+y_B+y_C}{4} \end{cases}$

suy ra $a=4, b=16, c=12$.

+) Vậy phương trình đoạn chắn của mặt phẳng $(ABC)$ là $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=1$.

**Câu 59.** **Chọn B.**

**Phương pháp tự luận**

+) Mặt phẳng $(P)$ cắt các tia $Ox,Oy,Oz$ lần lượt tại $A,B,C$ nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ ($a,b,c > 0$).

Phương trình mặt phẳng $(P)$ $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

+) Mặt phẳng $(P)$ qua $M$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$.

Ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 162$

+) Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $V=\frac{1}{6}abc\ge 27$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi $\frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}=\frac{1}{3}$ suy ra $a=3,b=6,c=9$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$ hay $6x+3y+2z-18=0$.

**Câu 60.** **Chọn D.**

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=5$ có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$

Ta có : $\vec{n}_\alpha=\overrightarrow{n_P}\wedge\vec{n}_Q\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}=(-6;3;0)=-3(2;-1;0)=-3\overrightarrow{n_1}$

Lúc đó mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng : $2x-y+m=0$.

Do mặt phẳng $(\alpha)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)\Rightarrow d(I,(\alpha))=\sqrt{5}\Leftrightarrow\frac{|m+4|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-9\end{array}\right.$

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha):2x-y+1=0$ hoặc $2x-y-9=0$.

**Câu 61.** **Chọn A.**

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=25$ có tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=5$

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)$

Ta có : $\vec{n}_\alpha=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{AB}\right]\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}=(4;4;6)=2(2;2;3)=2\overrightarrow{n_1}$

Lúc đó mặt phẳng $(\alpha)$ có dạng : $2x+2y+3z+m=0$

Gọi $J$ là hình chiếu của $I$ lên mặt phẳng $(\alpha)$

Ta có : $R^2=r^2+IJ^2\Rightarrow IJ^2=17\Rightarrow d(I,(\alpha))=\sqrt{17}\Leftrightarrow|6+m|=17\Leftrightarrow m=11$ hoặc $m=-23$

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+3z+11=0$ hoặc $2x+2y+3z-23=0$

**Câu 62.** **Chọn A.**

Do $I,B,C$ thẳng hàng và $IB=2IC\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\overrightarrow{IB}=2\overrightarrow{IC}\\\overrightarrow{IB}=-2\overrightarrow{IC}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}I(-3;3;-6)\\I\left(-\frac{1}{3};\frac{5}{3};-\frac{2}{3}\right)\end{array}\right.$

Vì tọa độ điểm $I$ là số nguyên nên $I(-3;3;-6)$

Lúc đó mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A,I(-3;3;-6)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ $\Rightarrow(\alpha):2x-y-2z-3=0$.

**Câu 63.** **Chọn B.**

Gọi $M,N$ là các điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(P),(Q)$.

$M,N$ thỏa hệ phương trình : $\begin{cases}x+y+z-3=0\\2x+3y+4z-1=0\end{cases}$

Cho $x=7\Rightarrow\begin{cases}y+z=-4\\3y+4z=-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-3\\z=-1\end{cases}\Rightarrow M(7;-3;-1)$.

Cho $x=6\Rightarrow\begin{cases}y+z=-3\\3y+4z=-11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\z=-2\end{cases}\Rightarrow N(6;-1;-2)$.

Lúc đó mặt phẳng $(\alpha)$ chứa 3 điểm $A,N,M\Rightarrow(\alpha):7x+8y+9z-16=0$.

**Câu 64.** **Chọn C.**

Do mặt phẳng $(\alpha)$ vuông góc với $d_1 \Rightarrow 2x-y+z+m=0$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ cắt $Oz$ tại $A(0;0;-m)$, cắt $d_2$ tại $B(2-m,2-2m,-m)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2-m,2-2m,0) \Rightarrow \sqrt{5m^2-12m+8}=1 \Leftrightarrow 5m^2-12m+7=0 \Leftrightarrow m=1, m=\dfrac{7}{5}$.

Vậy mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+z+1=0$.

**Câu 65.** **Chọn A.**

Áp dụng bất đẳng thức $AM-GM$ ta có : $4=\dfrac{AB}{AB'}+\dfrac{AC}{AC'}+\dfrac{AD}{AD'} \ge 3\sqrt[3]{\dfrac{AB.AC.AD}{AB'.AC'.AD'}}$

$\Rightarrow \dfrac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD} \ge \dfrac{27}{64} \Rightarrow \dfrac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}}=\dfrac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD} \ge \dfrac{27}{64} \Rightarrow V_{AB'C'D'} \ge \dfrac{27}{64}V_{ABCD}$

Để $V_{AB'C'D'}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\dfrac{AB'}{AB}=\dfrac{AC'}{AC}=\dfrac{AD'}{AD}=\dfrac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{AB'}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB} \Rightarrow B'\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4};\dfrac{7}{4}\right)$

Lúc đó mặt phẳng $(B'C'D')$ song song với mặt phẳng $(BCD)$ và đi qua $B'\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4};\dfrac{7}{4}\right)$

$\Rightarrow (B'C'D'): 16x+40y-44z+39=0$.

**Câu 66.** **Chọn B.**

Chọn $M(6;0;0), N(2;2;2)$ thuộc giao tuyến của $(P),(Q)$

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của $(\alpha)$ với các trục $Ox, Oy, Oz$

$\Rightarrow (\alpha): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1\,(a,b,c\ne 0)$. $(\alpha)$ chứa $M, N \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{6}{a}=1 \\ \dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=1 \end{cases}$

Hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Rightarrow OA=OB=OC \Rightarrow |a|=|b|=|c|$

Vậy phương trình $x+y+z-6=0$.