

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

A - KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Vị trí tương đối của 2 mặt phẳng:

Cho 2 mp $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

$$\checkmark (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$$

$$\checkmark (\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

$$\checkmark (\alpha) \text{ cắt } (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} \text{ hoặc } \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \text{ hoặc } \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$$

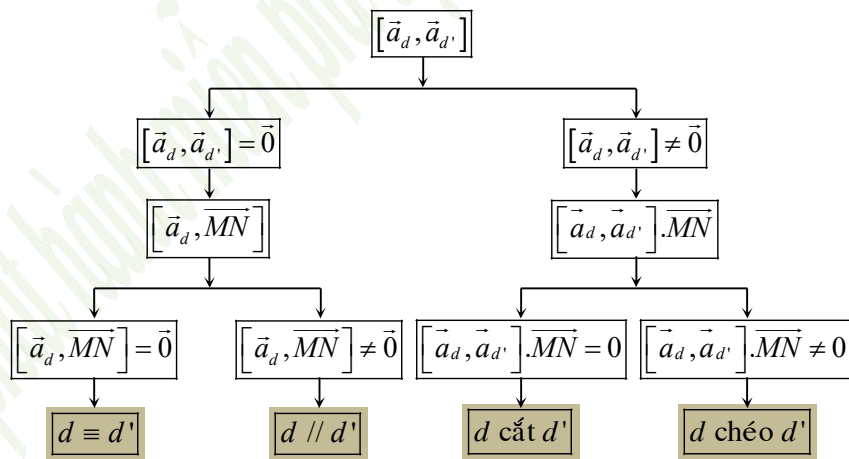
$$\text{Đặc biệt: } (\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 = 0$$

2. Vị trí tương đối của 2 hai đường thẳng:

Cho 2 đường thẳng: $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ qua M , có VTCP \vec{a}_d

$d': \begin{cases} x = x'_0 + a'_1t' \\ y = y'_0 + a'_2t' \\ z = z'_0 + a'_3t' \end{cases}$ qua N , có VTCP $\vec{a}_{d'}$

• Cách 1:



• Cách 2:

Xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_0 + a_1t = x'_0 + a'_1t' \\ y_0 + a_2t = y'_0 + a'_2t' (*) \\ z_0 + a_3t = z'_0 + a'_3t' \end{cases}$$

✓ Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ và d' cắt nhau

✓ Hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow d$ và d' song song hoặc chéo nhau

✓ Hệ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d$ và d' trùng nhau

🚧 Lưu ý: Chỉ sử dụng cách này khi cần xác định giao điểm của d và d' .

🔍 **Chú ý:**

$$\checkmark d \text{ song song } d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \notin d' \end{cases}$$

$$\checkmark d \text{ trùng } d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \in d' \end{cases}$$

$$\checkmark d \text{ cắt } d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d \text{ không cùng phương } \vec{a}_{d'} \\ [\vec{a}, \vec{a}'] \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases}$$

$$\checkmark d \text{ chéo } d' \Leftrightarrow [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MN} \neq 0$$

3. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng:

Cho đường thẳng: $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ và mp $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t & (1) \\ y = y_0 + a_2t & (2) \\ z = z_0 + a_3t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases} (*)$$

$$\checkmark (*) \text{ có nghiệm duy nhất} \Leftrightarrow d \text{ cắt } (\alpha)$$

$$\checkmark (*) \text{ có vô nghiệm} \Leftrightarrow d // (\alpha)$$

$$\checkmark (*) \text{ vô số nghiệm} \Leftrightarrow d \subset (\alpha)$$

4. Vị trí tương đối của mặt cầu và mặt phẳng:

Cho mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ tâm $I(a;b;c)$ bán kính R và mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$.

- Nếu $d(I, (P)) > R$ thì mp (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.
- Nếu $d(I, (P)) = R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau. Khi đó (P) gọi là tiếp diện của mặt cầu (S) và điểm chung gọi là tiếp điểm
- Nếu $d(I, (P)) < R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có

phương trình:
$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$$

Trong đó bán kính đường tròn $r = \sqrt{R^2 - d(I, (P))^2}$ và tâm H của đường tròn là hình chiếu của tâm I mặt cầu (S) lên mặt phẳng (P) .

5. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và đường thẳng Δ .

Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I, \Delta)$ rồi so sánh với bán kính R .

$$\star d(I, \Delta) > R: \Delta \text{ không cắt } (S)$$

$$\star d(I, \Delta) = R: \Delta \text{ tiếp xúc với } (S).$$

Tiếp điểm J là hình chiếu vuông góc của tâm I lên đường thẳng Δ .

$$\star d(I, \Delta) < R: \Delta \text{ cắt } (S) \text{ tại hai điểm phân biệt } A, B \text{ và } R = \sqrt{d^2 + \frac{AB^2}{4}}$$

B - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$; $(\beta): x + y - z + 2 = 0$; $(\gamma): x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai** ?
A. $(\alpha) // (\gamma)$. **B.** $(\alpha) \perp (\beta)$. **C.** $(\gamma) \perp (\beta)$. **D.** $(\alpha) \perp (\gamma)$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$; $\Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}$ có một vec tơ pháp tuyến là
A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$ **B.** $\vec{n} = (5; -6; -7)$ **C.** $\vec{n} = (-2; 6; 7)$. **D.** $\vec{n} = (-5; -6; 7)$.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x + my + z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0$. Tìm m, n để $(P) // (Q)$.
A. $m = \frac{3}{2}; n = -10$. **B.** $m = -\frac{3}{2}; n = 10$. **C.** $m = -5; n = 3$. **D.** $m = 5; n = -3$.
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - my - 4z - 6 + m = 0$ và $(Q): (m+3)x + y + (5m+1)z - 7 = 0$. Tìm m để $(P) \equiv (Q)$.
A. $m = -\frac{6}{5}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -4$.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q): 6x - y - z - 10 = 0$. Tìm m để $(P) \perp (Q)$.
A. $m = 4$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y - 9 = 0$. Xét các mệnh đề sau:
(I) $(P) // (Oxz)$ (II) $(P) \perp Oy$
Khẳng định nào sau đây đúng:
A. Cả (I) và (II) đều sai. **B.** (I) đúng, (II) sai.
C. (I) sai, (II) đúng. **D.** Cả (I) và (II) đều đúng.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng: $(\alpha): x - 2 = 0$; $(\beta): y - 6 = 0$; $(\gamma): z - 3 = 0$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào là mệnh đề đúng ?
A. $(\alpha) \perp (\beta)$. **B.** $(\beta) // (Oyz)$. **C.** $(\gamma) // Oz$. **D.** (α) qua I .
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. $d \subset (P)$. **B.** $d // (P)$. **C.** d cắt (P) . **D.** $d \perp (P)$.
- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. $d // (P)$. **B.** $d \subset (P)$. **C.** d cắt (P) . **D.** $d \perp (P)$.

- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.
Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là
A. Vô số. **B.** 1. **C.** Không có. **D.** 2.
- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là
A. $(0; 2; 3)$. **B.** $(0; 0; -2)$. **C.** $(0; 0; 2)$. **D.** $(0; -2; -3)$.
- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d cắt (P)
A. $m \neq \frac{1}{2}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m \neq -1$.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): m^2x - 2my + (6 - 3m)z - 5 = 0$. Tìm m để $d // (P)$
A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 6 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 6 \end{cases}$. **D.** $m \in \emptyset$.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và $d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** cắt nhau. **D.** chéo nhau.
- Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -2t \\ y = -5 + 3t \\ z = 4 + t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.
- Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8}$ và $d': \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?
A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.
- Câu 17.** Hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là.
A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ có vị trí

tương đối là

- A.** trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ cắt

nhau. Tọa độ giao điểm I của d và d' là

- A.** $I(1; -2; 4)$. **B.** $I(1; 2; 4)$. **C.** $I(-1; 0; -2)$. **D.** $I(6; 9; 1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$; và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

B. Mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S) .

C. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn.

D. Khoảng cách từ tâm của (S) đến (P) bằng 1.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính R bằng

- A.** $R = 1$. **B.** $R = 2$. **C.** $R = \frac{2}{3}$. **D.** $R = \frac{2}{9}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 0; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$. **B.** $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z - 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(1; 1; 1)$ là

A. $2x - y + 3z - 4 = 0$. **B.** $-x + 2y - 2z + 1 = 0$.

C. $2x - 2y + z + 7 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$. Giá trị của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) .

- A.** $\begin{cases} m > 11 \\ m < -19 \end{cases}$. **B.** $-19 < m < 11$. **C.** $-12 < m < 4$. **D.** $\begin{cases} m > 4 \\ m < -12 \end{cases}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H , khi đó H có tọa độ là

- A.** $H(-3; -1; -2)$. **B.** $H(-1; -5; 0)$. **C.** $H(1; 5; 0)$. **D.** $H(3; 1; 2)$.

- Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z = 1$. Giá trị của a để (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C)
- A. $-\frac{17}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$. B. $-\frac{17}{2} < a < \frac{1}{2}$. C. $-8 < a < 1$. D. $-8 \leq a \leq 1$.
- Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là
- A. 0. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là
- A. 3. B. 0. C. 1 D. 2.
- Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là
- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.
- Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm I , tiếp xúc với d là
- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5\sqrt{2}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5\sqrt{2}$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ và $(R): -x + 2y + nz = 0$. Tính tổng $m + 2n$, biết rằng $(P) \perp (R)$ và $(P) // (Q)$
- A. -6. B. 1. C. 0. D. 6.
- Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-m}{1} = \frac{y+2m}{3} = \frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz) .
- A. $m = \frac{4}{5}$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{12}{17}$.
- Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ cắt nhau. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là
- A. $6x + 9y + z - 8 = 0$. B. $6x + 9y + z + 8 = 0$.
C. $-2x + y + 3z - 8 = 0$. D. $6x - 9y - z - 8 = 0$.

- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ và $d': \frac{x}{3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+18}{4}$. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là
- A. $63x + 109y + 20z + 76 = 0$. B. $63x - 109y + 20z + 76 = 0$.
 C. $63x + 109y - 20z + 76 = 0$. D. $63x - 109y - 20z - 76 = 0$.
- Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 7 = 0$. Biết mp (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$ theo một đường tròn có bán kính $r = 3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là
- A. $x - y + 2z - 7 = 0$. B. $2x - 2y + z + 17 = 0$.
 C. $2x - 2y + z + 7 = 0$. D. $2x - 2y + z - 17 = 0$.
- Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3 có phương trình là
- A. $y - 2z = 0$. B. $y + 2z = 0$. C. $y + 3z = 0$. D. $y - 3z = 0$.
- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2; 3; -1)$ sao cho mặt cầu cắt đường thẳng d có phương trình: $d: \begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = t \\ z = -25 - 2t \end{cases}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 16$ là
- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 280$. B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 289$.
 C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 17$. D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(4; 1; 6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) có tâm M , tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$. Phương trình của mặt cầu (S) là
- A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 9$. B. $(x+4)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 18$.
 C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$. D. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 16$.
- Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, cho cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 2y - z - 7 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π .
- A. $2x + 2y - z + 17 = 0$. B. $2x + 2y - z - 7 = 0$. C. $2x + 2y - z + 7 = 0$. D. $2x + 2y - z - 19 = 0$.
- Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$. Giá trị của m để đường thẳng Δ không cắt mặt cầu (S) là
- A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$. B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$.
 C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}. \text{ Giá trị của } m \text{ để đường thẳng } \Delta \text{ tiếp xúc mặt cầu } (S) \text{ là}$$

A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$.

C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}. \text{ Giá trị của } m \text{ để đường thẳng } \Delta \text{ cắt mặt cầu } (S) \text{ tại hai điểm phân biệt là}$$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

C. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$

D. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc của hệ trục tọa độ, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ ($a > 0, b > 0$). Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Giá trị của tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -1 .

D. 1 .

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$. Tọa độ của điểm M trên (S) sao cho $d(M, (P))$ đạt GTNN là

A. $(1; 1; 3)$.

B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $(1; -2; 1)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $2x - 2y - z + 9 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$. Tọa độ điểm M nằm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $M\left(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3}\right)$.

B. $M\left(\frac{29}{3}; -\frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

C. $M\left(-\frac{29}{3}; \frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

D. $M\left(\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; -\frac{13}{3}\right)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là

A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{16}{4}$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} y=t \\ z=1-t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$.

Tọa độ điểm M trên (S) sao cho $d(M, d)$ đạt GTLN là

- A.** $(1; 2; -1)$. **B.** $(2; 2; -1)$.
C. $(0; 2; -1)$. **D.** $(-3; -2; 1)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB lớn nhất thì phương trình đường thẳng Δ là

- A.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.
- B.** $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.
- C.** $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$.
- D.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A , nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB nhỏ nhất thì phương trình đường thẳng Δ là

- A.** $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.
- B.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.
- C.** $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$.
- D.** $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z+3}{10}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;2)$, $B(3;0;2)$ và mặt cầu $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A , B và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn bán kính nhỏ nhất là

- A.** $x - 4y - 5z + 17 = 0$. **B.** $3x - 2y + z - 7 = 0$.
C. $x - 4y + 5z - 13 = 0$. **D.** $3x + 2y + z - 11 = 0$.

C - ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN

[illegible]

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn A.

$$(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0 \text{ có VTPT } \vec{a} = (1; 1; 2)$$

$$(\beta): x + y - z + 2 = 0 \text{ có VTPT } \vec{b} = (1; 1; -1)$$

$$(\gamma): x - y + 5 = 0 \text{ có VTPT } \vec{c} = (1; -1; 0)$$

$$\text{Ta có } [\vec{a}; \vec{c}] = (2; 2; -2) \neq \vec{0} \Rightarrow (\alpha) \text{ và } (\gamma) \text{ không song song nhau}$$

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta); \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\gamma); \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (\beta) \perp (\gamma)$$

Câu 2. Chọn B.

$$\Delta_1 \text{ có một VTCP là } u_1 = (2; -3; 4). \Delta_2 \text{ có một VTCP là } u_2 = (1; 2; -1).$$

$$\text{Do } (P) \text{ song song với } \Delta_1, \Delta_2 \text{ nên } (P) \text{ có một VTPT là } \vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; 6; 7)$$

Câu 3. Chọn A.

$$(P): 5x + my + z - 5 = 0 \text{ có VTPT } \vec{a} = (5; m; 1)$$

$$(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0 \text{ có VTPT } \vec{b} = (n; -3; -2)$$

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow [\vec{a}; \vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 3 = 0 \\ n + 10 = 0 \\ -15 - mn = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = -10 \end{cases}$$

Câu 4. Chọn C.

$$(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{m+3} = \frac{-m}{1} = \frac{-4}{5m+1} = \frac{-6+m}{-7} \left(m \neq -3, -\frac{1}{5} \right) \Leftrightarrow m = -1$$

Câu 5. Chọn A.

$$(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0 \text{ có VTPT } \vec{a} = (2; m; 2m)$$

$$(Q): 6x - y - z - 10 = 0 \text{ có VTPT } \vec{b} = (6; -1; -1)$$

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 6 + m \cdot (-1) + 2m \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow m = 4$$

Câu 6. Chọn D.

$$(Oxz) \text{ có VTPT } \vec{a} = (0; 1; 0);$$

$$(P) // (Oxz) \text{ đúng}$$

$$Oy \text{ có VTCP } \vec{a} = (0; 1; 0) \text{ cũng là VTPT của } (P)$$

$$(P) \perp Oy \text{ đúng}$$

Câu 7. Chọn A.

$$(\alpha): x - 2 = 0 \text{ có VTPT } \vec{a} = (1; 0; 0)$$

$$(\beta): y - 6 = 0 \text{ có VTPT } \vec{b} = (0; 1; 0)$$

$$(\gamma): z + 3 = 0 \text{ có VTPT } \vec{c} = (0; 0; 1)$$

$$\text{A đúng vì ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta).$$

B sai vì $(\beta) // (Oyz)$ sai vì $\vec{b} = (0; 1; 0)$

C sai vì trục Oz có VTCP $\vec{u} = (0; 0; 1)$ và $\vec{u} \cdot \vec{c} = 1 \neq 0$

D sai vì thay tọa độ điểm I vào (α) ta thấy không thỏa mãn nên $I \notin (\alpha)$.

Câu 8. Chọn C.

$(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (3; 5; -1)$

$d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ có VTCP $\vec{b} = (4; 3; 1)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0 \Rightarrow d$ không song song với (P) và $d \not\subset (P)$

$[\vec{a}; \vec{b}] \neq \vec{0} \Rightarrow d$ không vuông góc (P)

Câu 9. Chọn A.

$(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (3; -3; 2)$

$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b} = (2; 4; 3)$. Ta có $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ A(-1; 3; 0) \in d \Rightarrow d // (P) \\ A \notin (P) \end{cases}$

Câu 10. Chọn A.

$(P): x + y + z - 4 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (1; 1; 1)$

$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b} = (1; 2; -3)$. Ta có $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ A(1; 1; 2) \in d \Rightarrow d \subset (P) \\ A \in P \end{cases}$

Câu 11. Chọn B.

Giải hệ $\begin{cases} x - 4t = 12 \\ y - 3t = 9 \\ z - t = 1 \\ 3x + 5y - z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -2 \\ t = -3 \end{cases} \Rightarrow M(0; 0; -2)$.

Câu 12. Chọn D.

$(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (2; m; -3)$

$d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b} = (4; -1; 3)$. d cắt $(P) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 4 - m + (-3) \cdot 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$

Câu 13. Chọn C.

Ta có d đi qua $M(2; -3; 1)$ và có VTCP $\vec{u}(-1; 1; 1)$ và (P) có VTPT $\vec{n}(m^2; -2m; 6 - 3m)$

Để d song song với (P) thì

$$\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n} \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1) \cdot m^2 - 2m + 6 - 3m = 0 \\ 2m^2 - 2 \cdot (-3)m + 6 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - 5m + 6 = 0 \\ 2m^2 + 3m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$$

Câu 14. Chọn C.

d có VTCP $\vec{u} = (2; 1; 4)$ và đi qua $M(1; 7; 3)$
 d' có VTCP $\vec{u}' = (3; -2; 1)$ và đi qua $M'(6; -1; -2)$
 Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'} = (5; -8; -5)$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = (9; 10; 7) \neq \vec{0}$
 Lại có $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$ suy ra d cắt d'

Câu 15. Chọn C.

d có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$ và đi qua $M(1; 2; 0)$
 d' có VTCP $\vec{u}' = (-2; 3; 1)$ và đi qua $M'(0; -5; 4)$
 Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'} = (-1; -7; 4)$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = (-2; 1; 6) \neq \vec{0}$
 Lại có $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 19 \neq 0$. Suy ra d chéo nhau với d' .

Câu 16. Chọn A.

d có VTCP $\vec{u} = (4; -6; -8)$ và đi qua $M(2; 0; -1)$
 d' có VTCP $\vec{u}' = (-6; 9; 12)$ và đi qua $M'(7; 2; 0)$
 Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'} = (5; 2; 1)$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0}$
 Lại có $[\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] \neq \vec{0}$. Suy ra d song song với d' .

Câu 17. Chọn A.

d có VTCP $\vec{u} = (12; 6; 3)$ và đi qua $M(-1; 2; 3)$
 d' có VTCP $\vec{u}' = (8; 4; 2)$ và đi qua $M'(7; 6; 5)$
 Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'} = (8; 4; 2)$. Suy ra $[\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] = \vec{0}$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0}$. Suy ra d trùng với d' .

Câu 18. Chọn D.

d có VTCP $\vec{u} = (-2; 1; 3)$ và đi qua $M(1; -2; 4)$
 d' có VTCP $\vec{u}' = (1; -1; 3)$ và đi qua $M'(-1; 0; -2)$
 Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'} = (-2; 2; -6)$
 $[\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1) \neq \vec{0}$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$. Suy ra d cắt d' .

Câu 19. Chọn A.

$$\frac{-1+t-1}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-2+3t-4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2+t}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-6+3t}{3}$$

$$\Leftrightarrow t = 2$$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1; -2; 4)$

Câu 20. Chọn B.

$(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 5$ có tâm $I(2; -3; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$
 $d[I; (P)] = \frac{|2 - 2 \cdot (-3) + 2 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1 < R = \sqrt{5}$
 $\Rightarrow (P)$ cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn

Câu 21. Chọn B.

$$(P) \text{ tiếp xúc } (S) \Rightarrow R = d[I; (P)] = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 2$$

Câu 22. Chọn A.

$$(P) \text{ tiếp xúc } (S) \Rightarrow R = d[I; (P)] = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 2 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 1 \Rightarrow (S): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$$

Câu 23. Chọn A.

(P) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(1;1;1) \Rightarrow (P)$ qua $M(1;1;1)$ và có VTPT \overrightarrow{IM} với $I(-1;2;-2)$ là tâm của mặt cầu (S) . Ta có $\overrightarrow{IM} = (2;-1;3) \Rightarrow (P): 2x - y + 3z - 4 = 0$

Câu 24. Chọn B.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ có tâm $I(1;0;1)$ và bán kính $R = 3$

$$(P) \text{ cắt mặt cầu } d(I, (P)) < R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} < 3 \Leftrightarrow |m+4| < 15 \Leftrightarrow -19 < m < 11$$

Câu 25. Chọn D.

(S) có tâm $I(1;-2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm $H \Rightarrow H$ là hình chiếu của I lên

$$(P). \text{ Đường thẳng đi qua } I(1;-2;1) \text{ và vuông góc với } (P) \text{ là } d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

$$H(1+2t; 3t-2; 1+t) \in d. H \in (P) \Leftrightarrow 2(1+2t) + 3(3t-2) + (1+t) - 11 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(3;1;2)$$

Câu 26. Chọn C.

$(S): (x-a)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ có tâm $I(a;2;3)$ và có bán kính $R = 3$

(P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn $(C) \Leftrightarrow d[I; (P)] < R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot a + 2 + 2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} < 3 \Leftrightarrow |2a + 7| < 9 \Leftrightarrow -8 < a < 1$$

Câu 27. Chọn A.

Đường thẳng Δ đi qua $M(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u} = (2;1;-1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R = 2$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MI} = (1;-1;-4) \text{ và } [\vec{u}, \overrightarrow{MI}] = (-5;7;-3) \Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{|[\vec{u}, \overrightarrow{MI}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{498}}{6}$$

Vì $d(I, \Delta) > R$ nên Δ không cắt mặt cầu (S) .

Câu 28. Chọn D.

Đường thẳng Δ đi qua $M(-2;0;3)$ và có VTCP $\vec{u} = (-1;1;-1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R = 9$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MI} = (3;2;-6) \text{ và } [\vec{u}, \overrightarrow{MI}] = (-4;-9;-5) \Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{|[\vec{u}, \overrightarrow{MI}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{366}}{3}$$

Vì $d(I, \Delta) < R$ nên Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.

Câu 29. Chọn D.

Gọi M là hình chiếu của $I(1; -2; 3)$ lên Oy , ta có: $M(0; -2; 0)$.

$\overrightarrow{IM} = (-1; 0; -3) \Rightarrow R = d(I, Oy) = IM = \sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Câu 30. Chọn A.

Đường thẳng d đi qua $I(-1; 2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -1) \Rightarrow d(A, d) = \frac{[\vec{u}, \overrightarrow{AM}]}{|\vec{u}|} = 5\sqrt{2}$

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$.

Câu 31. Chọn C.

$(P): x + y + z - 1 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (1; 1; 1)$

$(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ có VTPT $\vec{b} = (2; m; 2)$

$(R): -x + 2y + nz = 0$ có VTPT $\vec{c} = (-1; 2; n)$

$(P) \perp (R) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow n = -1; (P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{m}{1} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow m = 2$

Vậy $m + 2n = 2 + 2(-1) = 0$

Câu 32. Chọn C.

$d \cap (P) = A \in (Oyz) \Rightarrow A\left(0; \frac{3}{2}a - 2; a\right)$

$A \in d \Rightarrow 0 - m = \frac{\frac{3}{2}a - 2 + 2m}{3} = \frac{a}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -2m \\ \frac{3}{2}a - 2 + 2m = -3m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ m = 1 \end{cases}$

Câu 33. Chọn B.

d có VTCP $\vec{u} = (-2; 1; 3)$ và đi qua $M(1; -2; 4)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (1; -1; 3)$ và đi qua $M'(-1; 0; -2)$

Mặt phẳng (P) chứa d và d' đi qua giao điểm của d và d' ; có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{u}']$

Khi đó ta có (P) đi qua $M(1; -2; 4)$ và có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1)$

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là $6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0$

Câu 34. Chọn C.

d có VTCP $\vec{u} = (3; -1; 4)$ và đi qua $M(-7; 5; 9)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (3; -1; 4)$ và đi qua $M'(0; -4; -18)$

Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'} = (7; -9; -27)$, \vec{u} cùng phương với \vec{u}' và $[\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] \neq 0$

Suy ra d song song d' . Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và d' .

(P) đi qua $M(-7; 5; 9)$ và có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] = (63; 109; -20)$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là

$$63(x+7) + 109(y-5) - 20(z-9) = 0 \Leftrightarrow 63x + 109y - 20z + 76 = 0$$

Câu 35. Chọn D.

(S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$

Gọi M là hình chiếu vuông góc của I lên (Q)

(Q) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3 \Rightarrow IM = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

(Q) // (P): $2x - 2y + z + 7 = 0 \Rightarrow (Q): 2x - 2y + z + m = 0 (m \neq 7)$

$$d(I, (Q)) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + m|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = IM = 4 \Leftrightarrow |m + 5| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -17 \end{cases}$$

Vậy (Q): $2x - 2y + z - 17 = 0$

Câu 36. Chọn A.

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = 3$

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 3 = R \Rightarrow I \in (P)$

Chọn điểm $M(1; 0; 0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (0; 2; 1)$

$\vec{n} = [\vec{i}; \overrightarrow{IM}] = (0; -1; 2)$, với $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

(P) qua $O(0; 0; 0)$ và có VTPT $\vec{n} = (0; -1; 2) \Rightarrow (P): y - 2z = 0$

Câu 37. Chọn D.

Đường thẳng (d) đi qua $M(11; 0; -25)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -2)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d).

$$\text{Có: } IH = d(I, AB) = \frac{|\overrightarrow{[u, \overrightarrow{MI}]}}{|\vec{u}|} = 15 \quad R = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 17.$$

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Câu 38. Chọn C.

d đi qua $N(-5; 7; 0)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$; $\overrightarrow{MN} = (-9; 6; -6)$.

Gọi H là chân đường vuông góc vẽ từ M đến đường thẳng d $\Rightarrow MH = d(M, d) = 3$.

Bán kính mặt cầu (S): $R^2 = MH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 18$.

\Rightarrow PT mặt cầu (S): $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.

Câu 39. Chọn A.

(S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$.

Do (Q) // (P) $\Rightarrow (Q): 2x + 2y - z + D = 0 (D \neq -7)$

Đường tròn có chu vi $2\pi \cdot r = 6\pi \Leftrightarrow r = 3 \Rightarrow d(I, (Q)) = d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) - 3 + D|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow |-5 + D| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -7 \\ D = 17 \end{cases}$$

Vậy (Q) có phương trình $2x + 2y - z + 17 = 0$

Câu 40. Chọn A.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$$(2+t-1)^2 + (1+mt+3)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (1+t)^2 + (4+mt)^2 + (-2t-2)^2 = 1 \Leftrightarrow (m^2+5)t^2 + 2(5+4m)t + 20 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Để } \Delta \text{ không cắt mặt cầu } (S) \text{ thì (1) vô nghiệm, hay (1) có } \Delta' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{2} \\ m < \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 41. Chọn B.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$$(2+t-1)^2 + (1+mt+3)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (1+t)^2 + (4+mt)^2 + (-2t-2)^2 = 1 \Leftrightarrow (m^2+5)t^2 + 2(5+4m)t + 20 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Để } \Delta \text{ tiếp xúc mặt cầu } (S) \text{ thì (1) có nghiệm kép, hay (1) có } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{15}{2} \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 42. Chọn D.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$$(2+t-1)^2 + (1+mt+3)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (1+t)^2 + (4+mt)^2 + (-2t-2)^2 = 1 \Leftrightarrow (m^2+5)t^2 + 2(5+4m)t + 20 = 0 \quad (1)$$

Để Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt thì (1) có hai nghiệm phân biệt, hay (1) có

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}.$$

Câu 43. Chọn D.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow C(a; a; 0) \Rightarrow C'(a; a; b) \Rightarrow M\left(a; a; \frac{b}{2}\right)$$

$$AB = AD = BC = CD = a \Rightarrow \begin{cases} A'B = A'D \\ MB = MD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'X \perp BD \\ MX \perp BD \end{cases} \text{ với } X \text{ là trung điểm } BD$$

$$\Rightarrow \left[\widehat{(A'BD)}; \widehat{(MBD)} \right] = \left(\widehat{A'X}; \widehat{MX} \right)$$

$$X\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right) \text{ là trung điểm } BD; \overrightarrow{A'X} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; -b\right); \overrightarrow{MX} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}\right)$$

$$(A'BD) \perp (MBD) \Rightarrow A'X \perp MX \Rightarrow \overrightarrow{A'X} \cdot \overrightarrow{MX} = 0 \Rightarrow -\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{b^2}{2} = 0 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

Câu 44. Chọn C.

Ta có: $d(I, (P)) = 3 > R = 2 \Rightarrow (P) \cap (S) = \emptyset$.

Đường thẳng d đi qua I và vuông góc với (P) có pt:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của d và (S) là $A\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right), B\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

Ta có: $d(A, (P)) = 5 > d(B, (P)) = 1. \Rightarrow d(A, (P)) \geq d(M, (P)) > d(B, (P)).$

Vậy $d(M, (P))_{\min} = 1 \Leftrightarrow M \equiv B.$

Câu 45. Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1).$

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(P) : d(I; (P)) = 6 < R$ nên (P) cắt $(S).$

Khoảng cách từ M thuộc (S) đến (P) lớn nhất $\Rightarrow M \in (d)$ đi qua I và vuông góc với (P)

Phương trình $(d) : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t. \\ z = 1 - t \end{cases}$

Ta có : $M \in (d) \Rightarrow M(3 + 2t; -2 - 2t; 1 - t)$

Mà : $M \in (S) \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{10}{3} \Rightarrow M_1\left(\frac{29}{3}; -\frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right) \\ t = -\frac{10}{3} \Rightarrow M_2\left(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3}\right) \end{cases}$

Thử lại ta thấy : $d(M_1, (P)) > d(M_2, (P))$ nên $M\left(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán

Câu 46. Chọn A.

Đường thẳng (Δ) đi qua $M = (1; 1; -2)$ và có VTCP $\vec{u} = (1; 2; 1)$

Ta có $\vec{MI} = (0; -1; 2)$ và $[\vec{u}, \vec{MI}] = (5; -2; -1)$

Gọi H là hình chiếu của I trên d . Có: $IH = d(I, AB) = \frac{\|[\vec{u}, \vec{MI}]\|}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}.$

Xét tam giác IAB , có $IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}.$

Câu 47. Chọn C.

Ta có: $d(I, d) = 1 = R$ suy ra (S) tiếp xúc với d và tiếp điểm là $H(2; 2; -1)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên $d \Rightarrow H(2; 2; -1).$

Đường thẳng IH có pt:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2, t \in \mathbb{R}. \\ z = -1 \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của IH và (S) là $A(0; 2; -1), B \equiv H(2; 2; -1).$

Ta có: $d(A, (d)) = AH = 2 \geq d(B, (P)) = BH = 0 \Rightarrow d(A, (d)) = 2 \geq d(M, (d)) \geq d(B, (d)) = 0$.
 Vậy $M(0; 2; -1)$.

Câu 48. Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; 5)$, bán kính $R = 10$. Do $d(I, (\alpha)) < R$ nên Δ luôn cắt (S) tại A, B .

Khi đó $AB = \sqrt{R^2 - (d(I, \Delta))^2}$. Do đó, AB lớn nhất thì $d(I, (\Delta))$ nhỏ nhất nên Δ qua H , với

$$H \text{ là hình chiếu vuông góc của } I \text{ lên } (\alpha). \text{ Phương trình } BH: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$$

$$H \in (\alpha) \Rightarrow 2(2 + 2t) - 2(3 - 2t) + 5 + t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow H(-2; 7; 3).$$

Do vậy $\overrightarrow{AH} = (1; 4; 6)$ là vectơ chỉ phương của Δ . Phương trình của $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$

Câu 49. Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; 5)$, bán kính $R = 10$. Do $d(I, (\alpha)) < R$ nên Δ luôn cắt (S) tại A, B .

Khi đó $AB = \sqrt{R^2 - (d(I, \Delta))^2}$. Do đó, AB nhỏ nhất thì $d(I, (\Delta))$ lớn nhất nên Δ là đường thẳng nằm trong (α) , qua A và vuông góc với AI . Do đó Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\overrightarrow{AI}, \vec{n}_\alpha] = (16; 11; -10)$

Vậy, phương trình của $\Delta: \frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

Câu 50. Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$, bán kính $R = 5$. Do $IA = \sqrt{17} < R$ nên AB luôn cắt (S) . Do đó (α) luôn cắt (S) theo đường tròn (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - (d(I, (\alpha)))^2}$. Để bán kính r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (P))$ lớn nhất.

Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mp (ABC) .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1), \overrightarrow{AC} = (-2; -3; -2)$ suy ra (ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 4; -5)$

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}, \overrightarrow{AB}] = (-9 - 6; -3) = -3(3; 2; 1)$

Phương trình $(\alpha): 3(x-2) + 2(y-1) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z - 11 = 0$.