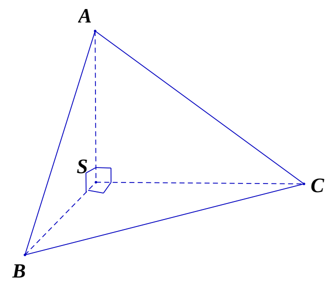
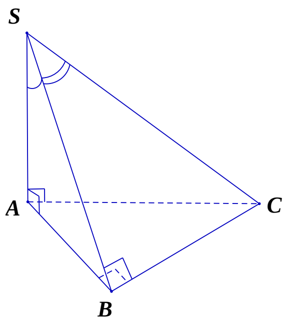
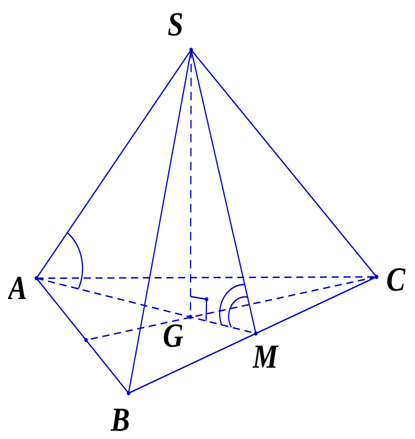
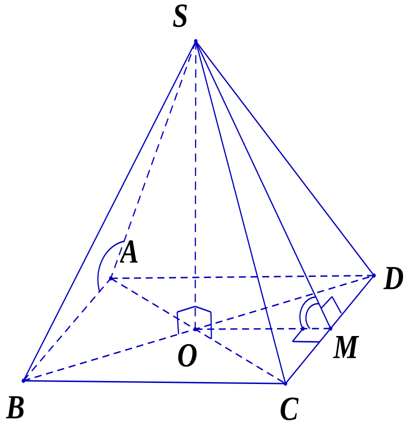
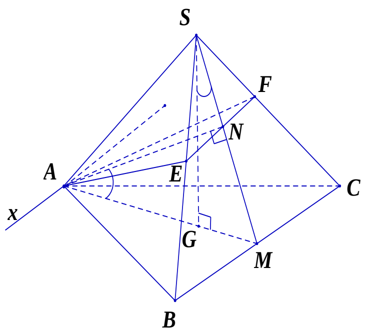
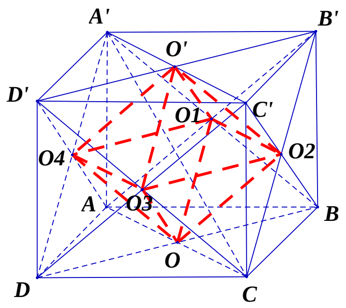
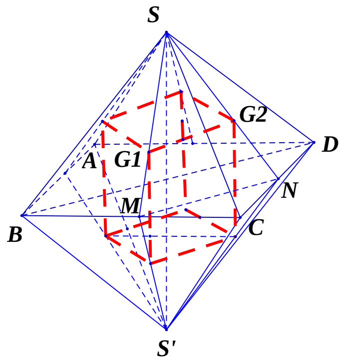
MỘT SỐ CÔNG THỨC GIẢI NHANH PHẦN THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

	Hình vẽ	**Thể tích**
CT 1. Cho hình chóp $SABC$ với các mặt phẳng (SAB), (SBC) (SAC) vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác SAB, SBC, SAC lần lượt là S_1, S_2, S_3.		$V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{2S_1.S_2.S_3}}{3}$
CT 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $BSC=\alpha$, $ASB=\beta$.		$V_{S.ABC}=\frac{SB^3.\sin 2\alpha.\tan\beta.}{12}$
CT 3. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b.		$V_{S.ABC}=\frac{a^2\sqrt{3b^2-a^2}}{12}$ Khi $a=b$ được tứ diện đều $V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$
CT 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc α.		$V_{S.ABC}=\frac{a^3\tan\alpha}{24}$
CT 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β.		$V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{3}b^3.\sin\beta\cos^2\beta}{4}$
CT 6. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh đáy bằng a, cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β.		$V_{S.ABC}=\frac{a^3.\tan\beta}{12}$

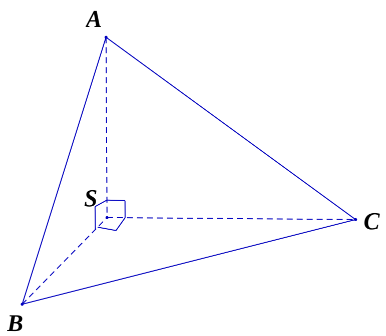
CT 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, và $SA=SB=SC=SD=b$.		$\boxed{V_{S.ABC}=\frac{a^2\sqrt{4b^2-2a^2}}{6}}$ Khi chóp tứ giác có tất cả các cạnh bằng a thì $\boxed{V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}}$
CT 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt phẳng đáy là α		$\boxed{V_{S.ABCD}=\frac{a^3.\tan\alpha}{6}.}$
CT 9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $SAB=\alpha$, với $\alpha\in\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.		$\boxed{V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{\tan^2\alpha-1}}{6}.}$
CT 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α với $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.		$\boxed{V_{S.ABCD}=\frac{4a^3.\tan\alpha}{3\sqrt{\left(2+\tan^2\alpha\right)^3}}}$
CT 11. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A song song với BC và vuông góc với (SBC), góc giữa (P) với mặt phẳng đáy là α.		$\boxed{V_{S.ABCD}=\frac{a^3\cot\alpha}{24}.}$

CT 12. Khối tám mặt đều có đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương cạnh a		$\boxed{V=\frac{a^3}{6}.}$
CT 13. Cho khối tám mặt đều cạnh a. Nối tâm của các mặt bên ta được khối lập phương		$\boxed{V=\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^3=\frac{2a^3\sqrt{2}}{27}}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

CT 1. Cho hình chóp $SABC$ với các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SAC)$ vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác SAB,SBC,SAC lần lượt là S_1,S_2,S_3. Thể tích khối chóp $SABC$ là: $\boxed{V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{2S_1.S_2.S_3}}{3}}$

Lời giải



$$AS\perp(SBC)\Rightarrow V_{SABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta SBC}.SA=\frac{1}{6}SA.SB.SC$$

$$=\frac{1}{6}\sqrt{SA^2.SB^2.SC^2}=\frac{1}{6}\sqrt{SA.SB.SB.SC.SA.SC}$$

$$=\frac{1}{6}\sqrt{2S_1.2S_2.2S_3}=\frac{\sqrt{2S_1.S_2.S_3}}{3}$$

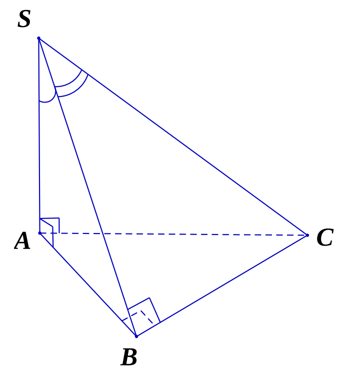
Áp dụng: Cho hình chóp $SABC$ với các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SAC)$ vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác SAB,SBC,SAC lần lượt là $15cm^2,20cm^2,18cm^2$ Thể tích khối chóp $SABC$ là

A. $a^3\sqrt{20}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{20}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{20}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{20}}{6}$.

$V_{ABCD}=\frac{\sqrt{2S_1.S_2.S_3}}{3}=a^3\sqrt{20}\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

CT 2. Cho hình chóp $SABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $\widehat{BSC}=\alpha$, $\widehat{ASB}=\beta$. Thể tích khối chóp $SABC$ là $\boxed{V_{S.ABC}=\dfrac{SB^3.\sin 2\alpha.\tan\beta.}{12}}$

Lời giải



$+\Delta SAB$ vuông tại A có : $AB=SB.\sin\alpha$, $SA=SB.\cos\alpha$

$+\Delta SBC$ vuông tại B có :

$$BC=SB.\tan\beta \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}.SB^2.\sin\alpha.\tan\beta$$

$$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.SB^2.\sin\alpha.\tan\beta.SB.\cos\alpha$$

$$=\frac{SB^3.\sin 2\alpha.\tan\beta.}{12}$$

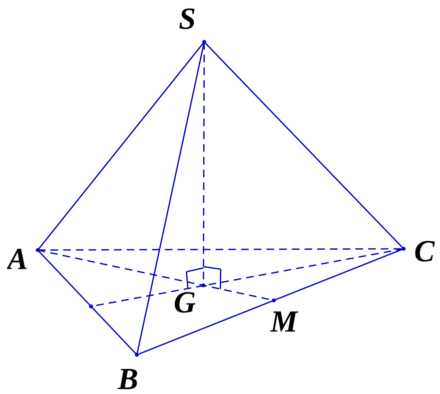
Áp dụng: Cho hình chóp $SABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB=a\sqrt{3}$, $\widehat{BSC}=45^o$, $\widehat{ASB}=30^o$. Thể tích khối chóp $SABC$ là

A. $\dfrac{3a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

$V_{S.ABC}=\dfrac{SB^3.\sin 2\alpha.\tan\beta}{12}=\dfrac{3a^3}{8}\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

CT 3. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\boxed{\dfrac{a^2\sqrt{3b^2-a^2}}{12}}$

Lời giải



Gọi G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow SG\perp(ABC)$

ΔABC đều $\Rightarrow AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

ΔSGA vuông tại G có:

$$SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\sqrt{b^2-\frac{a^2}{3}}=\sqrt{\frac{3b^2-a^2}{3}}$$

Vậy $V_{SABC}=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SG=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{\dfrac{3b^2-a^2}{3}}=\dfrac{a^2\sqrt{3b^2-a^2}}{12}$

Khi $a=b\Rightarrow V_{SABC}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Áp dụng: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng a. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

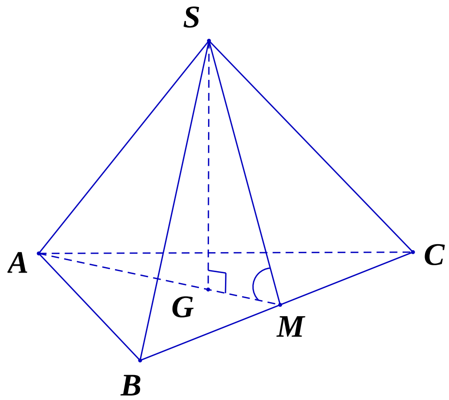
A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

CT 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc α. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\boxed{\dfrac{a^3\tan\alpha}{24}}$

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\dfrac{a^3}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

Lời giải



+ ΔABC đều $\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

+ Gọi G là trọng tâm ΔABC $\Rightarrow SG \perp (ABC)$

$\Rightarrow ((SBC),(ABC)) = SMG = \alpha$

Xét ΔSGM vuông tại G có :

$$SG = GM.\tan SMG = \frac{1}{3}.AM\tan\alpha = \frac{a\sqrt{3}.\tan\alpha}{6}$$

Vậy $V_{SABC} = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SG = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}.\tan\alpha}{6} = \dfrac{a^3\tan\alpha}{24}$

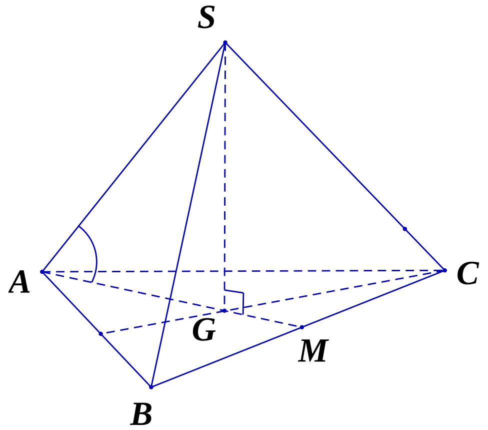
Áp dụng: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\dfrac{a^3}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

$V_{SABC} = \dfrac{a^3\tan\alpha}{24} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

CT 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy góc β. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\boxed{\dfrac{\sqrt{3}b^3.\sin\beta\cos^2\beta}{4}}$

Lời giải



+ Gọi G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$

Xét ΔSGA vuông tại G có:

$SG = SA.\sin\beta = b.\sin\beta$

$AG = SA.\cos\beta \Rightarrow AM = \dfrac{3}{2}AG = \dfrac{3b.\cos\beta}{2}$

+ ΔABC đều $\Rightarrow AM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}AB$

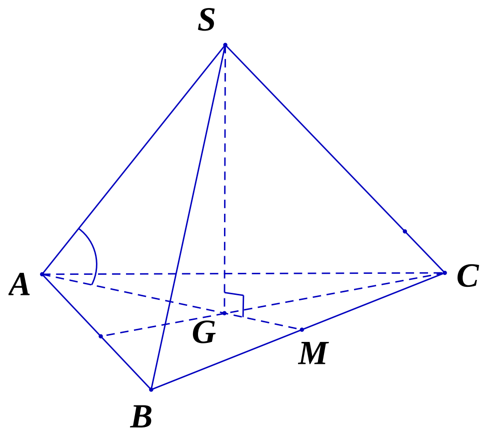
$\Rightarrow AB = \dfrac{2}{\sqrt{3}}AM = \sqrt{3}b.\cos\beta$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \left(\sqrt{3}b.\cos\beta\right)^2\dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3\sqrt{3}b^2\cos^2\beta}{4}$

Vậy $V_{SABC} = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SG = \dfrac{\sqrt{3}b^3.\sin\beta\cos^2\beta}{4}$

CT 6. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh đáy bằng a, cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\boxed{\dfrac{a^3.\tan\beta}{12}}$

Lời giải



+ Gọi G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$

Xét ΔSGA vuông tại G có :

$\Rightarrow SG = AG.\tan\beta = \dfrac{2}{3}AM.\tan\beta$

+ ΔABC đều $\Rightarrow AM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}AB$

$\Rightarrow SG = \dfrac{2}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}AB.\tan\beta = \dfrac{a\sqrt{3}.\tan\beta}{3}$

Vậy $V_{SABC} = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SG = \dfrac{1}{3}\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}.\tan\beta}{3} = \dfrac{a^3.\tan\beta}{12}$

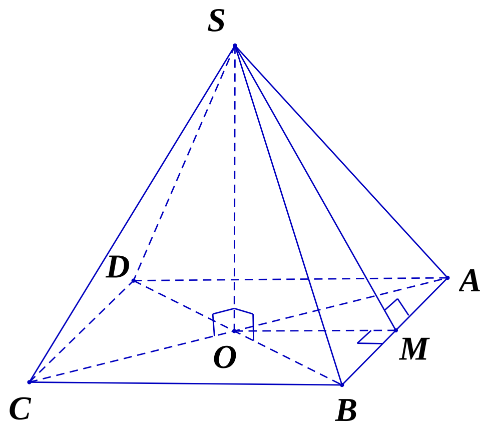
Áp dụng: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh đáy bằng a, mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{a^3}{48}$. **B.** $\dfrac{a^3}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

$V_{SABC} = \dfrac{a^3\tan\beta}{12} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. $\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

CT 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, và $SA = SB = SC = SD = b$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\boxed{\dfrac{a^2\sqrt{4b^2-2a^2}}{6}}$

Lời giải



$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Gọi M là trung điểm AB.

$\Rightarrow SM^2 = SA^2 - AM^2 = b^2 - \dfrac{a^2}{4}$

ΔSOM vuông tại O có:

$SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{b^2 - \dfrac{a^2}{4} - \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{4b^2-2a^2}}{2}$

Vậy $V_{SABCD} = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \dfrac{a^2\sqrt{4b^2-2a^2}}{6}$

Khi $SA = SB = SC = SD = a \Rightarrow V_{SABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

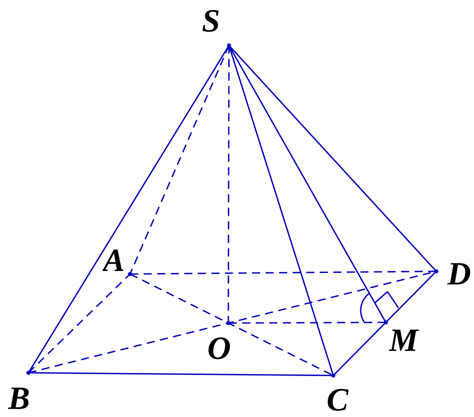
Áp dụng: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, và $SA = SB = SC = SD = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

CT 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt phẳng đáy là α. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\boxed{\dfrac{a^3.\tan\alpha}{6}}$.

Lời giải



$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Gọi M là trung điểm CD

$\Rightarrow ((SCD),(ABCD)) = SMO = \alpha$

+ Tam giác SOM vuông tại O có:

$SO = OM.\tan SMO = \dfrac{a}{2}.\tan\alpha$

$V_{SABCD} = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a}{2}.\tan\alpha = \dfrac{a^3\tan\alpha}{6}$

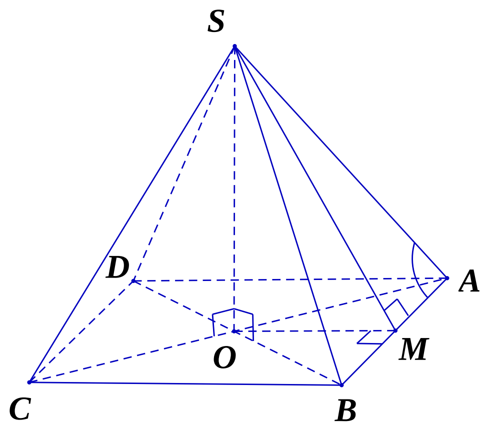
Áp dụng: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt phẳng đáy là 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

$V_{SABCD} = \dfrac{a^3 \tan\alpha}{6} = \dfrac{a^3}{6} \Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

CT 9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $SAB = \alpha$, với $\alpha \in \left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\boxed{\dfrac{a^3\sqrt{\tan^2\alpha - 1}}{6}}$.

Lời giải



$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Gọi M là trung điểm AB.

ΔSMA vuông tại M có:

$\Rightarrow SM = AM.\tan SAB = \dfrac{a.\tan\alpha}{2}$

ΔSOM vuông tại O có:

$SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a.\tan\alpha}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2}$

$= \dfrac{a}{2}\sqrt{\tan^2\alpha - 1}$

$V_{SABCD} = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a}{2}\sqrt{\tan^2\alpha - 1} = \dfrac{a^3\sqrt{\tan^2\alpha - 1}}{6}$

Áp dụng: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $SAB = 60^0$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

$V_{SABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{\tan^2\alpha - 1}}{6} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6} \Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

CT 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α với $\alpha \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\boxed{\dfrac{4a^3.\tan\alpha}{3\sqrt{\left(2+\tan^2\alpha\right)^3}}}$

Lời giải

$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Gọi M là trung điểm CD

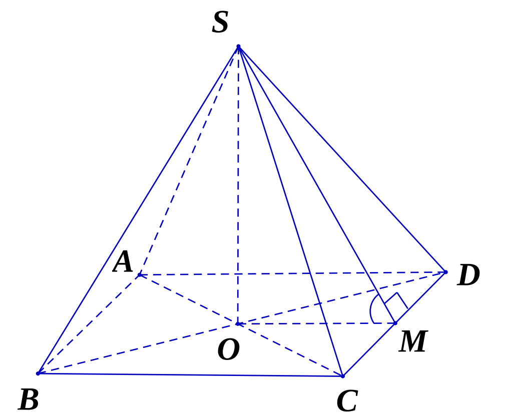
$\Rightarrow ((SCD),(ABCD)) = SMO = 60^0$

Gọi độ dài một cạnh hình vuông là x

\+ Tam giác SMC vuông tại M có:

$SM = \sqrt{SC^2 - CM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}$

\+ Tam giác SOM vuông tại O có:



$$OM = SM.\cos SMO = \frac{1}{2}.\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \Rightarrow \frac{x}{2} = \cos\alpha.\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \Rightarrow \frac{x^2}{2} = \left(a^2 - \frac{x^2}{4}\right)\cos^2\alpha$$

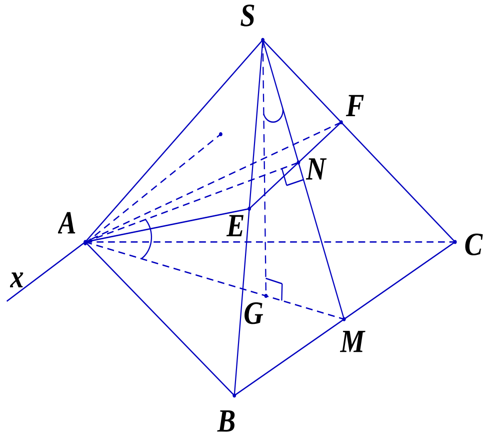
$$\Rightarrow x^2 = \frac{4a^2\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha} = \frac{4a^2.\dfrac{1}{1+\tan^2\alpha}}{1+\dfrac{1}{1+\tan^2\alpha}} = \frac{4a^2}{2+\tan^2\alpha} \Rightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{2+\tan^2\alpha}} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{4a^2}{2+\tan^2\alpha}$$

Ta có: $SO = OM.\tan SMO = \frac{x}{2}.\tan\alpha = \frac{a.\tan\alpha}{\sqrt{2+\tan^2\alpha}}$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.\frac{4a^2}{2+\tan^2\alpha}.\frac{a.\tan\alpha}{\sqrt{2+\tan^2\alpha}} = \frac{4a^3.\tan\alpha}{3\sqrt{\left(2+\tan^2\alpha\right)^3}}$$

CT 11. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A song song với BC và vuông góc với (SBC), góc giữa (P) với mặt phẳng đáy là α. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\boxed{\dfrac{a^3\cot\alpha}{24}}$.

Lời giải



+ ΔABC đều $\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

+ Gọi G là trọng tâm ΔABC $\Rightarrow SG \perp (ABC)$

+ Gọi $(P) \cap (SBC) = EF \Rightarrow EF // BC$

$\Rightarrow (P) \cap (SBC) = Ax$ với $Ax // EF // BC$

+ Gọi M là trung điểm của BC, $SM \cap EF = N$

Ta có: $AM \perp BC, SG \perp BC$

$\Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow AN \perp BC \Rightarrow AN \perp Ax$

Mà $AM \perp BC, BC // Ax \Rightarrow AM \perp Ax$

$\Rightarrow ((P),(ABC)) = NAM = \alpha$

Ta có: $GSM = NAM = \alpha$ *(cùng phụ với* SMA *)*

Xét ΔSGM vuông tại G có :

$$SG = GM.\cot GSM = \frac{1}{3}.AM\cot\alpha \Rightarrow SG = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\cot\alpha = \frac{a\sqrt{3}.\cot\alpha}{6}$$

Vậy $V_{SABC} = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SG = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}.\cot\alpha}{6} = \dfrac{a^3\cot\alpha}{24}$

Áp dụng: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A song song với BC và vuông góc với (SBC), góc giữa (P) với mặt phẳng đáy là 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

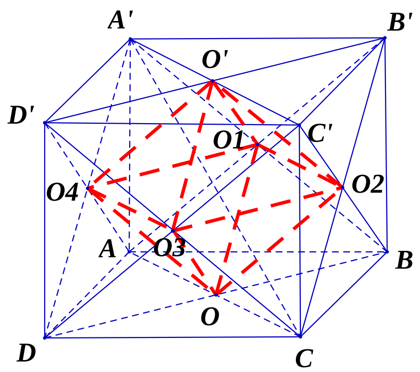
A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $\dfrac{a^3}{8}$ **D.** $\dfrac{3a^3}{8}$

Áp dụng bài này: $V_{SABC} = \dfrac{a^3\cot 30^0}{24} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow$ ***Chọn đáp án A***

CT 12. Khối tám mặt đều có đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương cạnh a có thể tích là

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



+ $O_2O_3 = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{O_1O_2O_3O_4} = (O_2O_3)^2 = \frac{a^2}{2}$.

Chiều cao khối chóp $O_1O_2O_3O_4$ là $h = \frac{OO'}{2} = \frac{a}{2}$

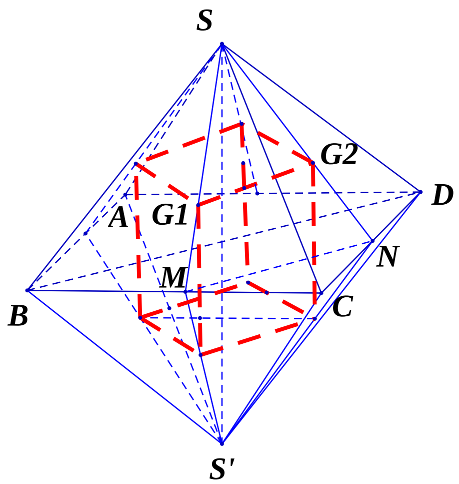
$\Rightarrow V_{OO_1O_2O_3O_4O'} = 2V_{OO_1O_2O_3O_4} = 2.\frac{1}{3}.\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a}{2} = \frac{a^3}{12}$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

CT 13. Cho khối tám mặt đều cạnh a. Nối tâm của các mặt bên ta được khối lập phương có thể tích bằng V. Tỷ số $\frac{a^3}{V}$ gần nhất giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $9,5$. **B.** $7,8$. **C.** $15,6$. **D.** $22,6$.

Lời giải



+ $G_1G_2 = \frac{2}{3}MN = \frac{1}{3}BD = \frac{a\sqrt{2}}{3}$

+ $V = \left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^3 = \frac{2a^3\sqrt{2}}{27}$

$\Rightarrow \frac{a^3}{V} = \frac{27\sqrt{2}}{4} \approx 9,5 \Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

MỘT SỐ CÔNG THỨC GIẢI NHANH PHẦN TỈ LỆ THỂ TÍCH

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là α. Mặt phẳng (P) qua AC và vuông góc với mặt phẳng (SAD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tỉ lệ thể tích hai khối đa diện là $\frac{V_1}{V_2} = \cos^2\alpha$

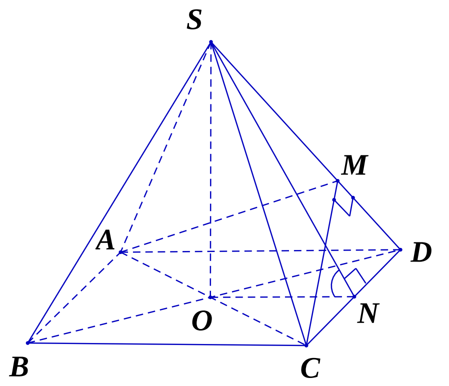
Lời giải:

Ta có:

$$SD=\sqrt{SN^2+ND^2}=\sqrt{ON^2.\frac{1}{\cos^2 SNO}+ND^2}$$

$$=\frac{a}{2}\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}+1}=\frac{a}{2.\cos\alpha}\sqrt{\cos^2\alpha+1}$$ Ta có :

$$S_{\Delta SCD}=\frac{1}{2}CM.SD=\frac{1}{2}SN.CD$$



$$\Rightarrow CM=\frac{SN.CD}{SD}=\frac{\frac{a}{2}\frac{1}{\cos\alpha}.a}{\frac{a}{2.\cos\alpha}\sqrt{\cos^2\alpha+1}}=\frac{a}{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}$$

$$\Rightarrow DM=\sqrt{CD^2-CM^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{1+\cos^2\alpha}}=\frac{a.\cos\alpha}{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}$$

$$\frac{V_{MACD}}{V_{SABCD}}=\frac{V_{MACD}}{2.V_{SACD}}=\frac{1}{2}.\frac{DM}{DS}.\frac{DA}{DA}.\frac{DC}{DC}=\frac{1}{2}.\frac{DM}{DS}=\frac{1}{2}\frac{\frac{a.\cos\alpha}{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}}{\frac{a}{2.\cos\alpha}\sqrt{1+\cos^2\alpha}}=\frac{\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow V_{MACD}=\frac{\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}V_{SABCD}\Rightarrow V_{SABCM}=\left(1-\frac{\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}\right)V_{SABCD}=\frac{1}{1+\cos^2\alpha}V_{SABCD}$$ Vậy $\frac{V_{MACD}}{V_{SABCM}}=\cos^2\alpha$