

CHU VĂN BIÊN  
GIÁO VIÊN CHƯƠNG TRÌNH BỔ TRỢ KIẾN THỨC VẬT LÝ 12  
KÊNH VTV2 – ĐÀI TRUYỀN HÌNH VIỆT NAM

# Tuyệt phẩm công phá

GIẢI NHANH THEO CHỦ ĐỀ TRÊN KÊNH VTV2

# VẬT LÍ

PHIÊN BẢN MỚI NHẤT

Phần I. DAO ĐỘNG

- \* Cập nhật bài giải mới trên kênh VTV2
- \* Các bài toán hay, lạ và khó
- \* Áp dụng giải toán nhiều công thức mới nhất



NHÀ XUẤT BẢN TỔNG HỢP THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

## MỤC LỤC

Giải nhanh Dao động cơ học trong đề của Bộ giáo dục ..... 3

### **Chủ đề 1. DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA**

Bài toán liên quan đến thời gian .....	21
Bài toán liên quan đến quãng đường .....	42
Bài toán liên quan đến vừa thời gian vừa quãng đường .....	64

### **Chủ đề 2. CON LẮC LÒ XO**

Bài toán liên quan đến công thức tính $\omega$ , f, t, m, k .....	74
Bài toán liên quan đến cơ năng thế năng động năng .....	76
Bài toán liên quan đến cắt ghép lò xo .....	85
Bài toán liên quan đến chiều dài của lò xo và thời gian lò xo nén, dãn .....	93
Bài toán liên quan đến kích thích dao động .....	105
Bài toán liên quan đến hai vật .....	118

### **Chủ đề 3. CON LẮC ĐƠN**

Bài toán liên quan đến công thức tính $\omega$ , f, t .....	136
Bài toán liên quan đến năng lượng dao động .....	139
Bài toán liên quan đến vận tốc của vật, lực căng sợi dây, gia tốc .....	144
Bài toán liên quan đến va chạm con lắc đơn .....	151
Bài toán liên quan đến thay đổi chu kì .....	157
Bài toán liên quan đến dao động con lắc đơn có thêm trường lực .....	165
Bài toán liên quan đến hệ con lắc và chuyển động của vật sau khi dây đứt .....	184

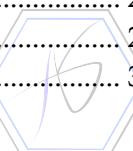
### **Chương 4. DAO ĐỘNG TẮT DẦN. DAO ĐỘNG DUY TRÌ.**

#### **DAO ĐỘNG CUỐNG BỨC. CỘNG HƯỚNG**

Bài toán liên quan đến hiện tượng cộng hưởng .....	192
Bài toán liên quan đến dao động tắt dần của con lắc lò xo .....	194
Bài toán liên quan đến dao động tắt dần của con lắc đơn .....	225

### **Chủ đề 5. TỔNG HỢP CÁC DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA**

Bài toán thuận trong tổng hợp dao động điều hòa .....	233
Bài toán ngược trong tổng hợp dao động điều hòa .....	243
Các câu hỏi định tính dao động cơ học .....	274
Các câu hỏi định lượng dao động cơ học .....	320



## **GIẢI NHANH DAO ĐỘNG CƠ TRONG ĐỀ CỦA BỘ GIÁO DỤC**

### **1. NĂM 2010**

**Câu 1:** (ĐH 2010): Lực kéo về tác dụng lên một chất điểm dao động điều hòa có độ lớn

- A. tỉ lệ với độ lớn của li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.
- B. tỉ lệ với bình phương biên độ.
- C. không đổi nhưng hướng thay đổi.
- D. và hướng không đổi.

#### **Hướng dẫn**

Lực kéo về tác dụng lên một chất điểm dao động điều hòa có độ lớn tỉ lệ với độ lớn của li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 2:** (ĐH 2010): Một vật dao động tắt dần có các đại lượng giảm liên tục theo thời gian là

- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| A. biên độ và gia tốc.    | B. li độ và tốc độ.   |
| C. biên độ và năng lượng. | D. biên độ và tốc độ. |

#### **Hướng dẫn**

Một vật dao động tắt dần có các đại lượng giảm liên tục theo thời gian là biên độ và năng lượng  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 3:** (ĐH 2010): Vật nhỏ của một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phuong ngang, mốc thê năng tại vị trí cân bằng. Khi gia tốc của vật có độ lớn bằng một nửa độ lớn gia tốc cực đại thì tỉ số giữa động năng và thê năng của vật là

- |         |       |       |         |
|---------|-------|-------|---------|
| A. 1/2. | B. 3. | C. 2. | D. 1/3. |
|---------|-------|-------|---------|

#### **Hướng dẫn**

Theo bài ra:  $|a| = \frac{1}{2} |a_{\max}| \Rightarrow \omega^2 x = \frac{1}{2} \omega^2 A \Rightarrow |x| = \frac{A}{2}$

$$\Rightarrow \frac{W_d}{W_t} = \frac{W - W_t}{W_t} = \frac{W}{W_t} - 1 = \frac{\frac{1}{2} k A^2}{\frac{1}{2} k x^2} - 1 = 3 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 4:** (ĐH-2010) Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Trong khoảng thời gian ngắn nhất khi đi từ vị trí biên có li độ  $x = A$  đến vị trí  $x = -A/2$ , chất điểm có tốc độ trung bình là

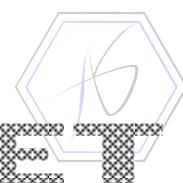
- |             |               |               |             |
|-------------|---------------|---------------|-------------|
| A. $6A/T$ . | B. $4,5A/T$ . | C. $1,5A/T$ . | D. $4A/T$ . |
|-------------|---------------|---------------|-------------|

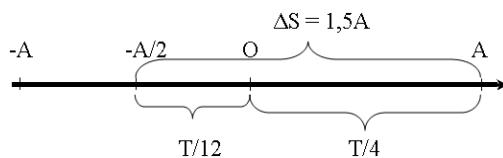
#### **Hướng dẫn:**

$$|\bar{v}| = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1,5A}{\frac{T}{4} + \frac{T}{12}} = \frac{9A}{2T} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**KHANG VIET**

**VIE**





- Câu 5:** (ĐH-2010) Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn giá tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $T/3$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tần số dao động của vật là  
 A. 4 Hz.      B. 3 Hz.      C. 2 Hz.      D. 1 Hz.

**Hướng dẫn:**

Để độ lớn giá tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  thì vật nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu kì  $|a|$  nhỏ hơn  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $4t_1$ , tức là  $4t_1 = T/3 \Rightarrow t_1 = T/12$ .

$$\begin{array}{c} \text{Diagram showing a mass-spring system with equilibrium position at } O. \text{ The displacement } x_1 \text{ is marked on the left, and } -x_1 \text{ is marked on the right. The time interval } t_1 \text{ is marked from the origin to the first quarter of the period, and } t_2 \text{ is marked from the origin to the half-period.} \\ \left\{ \begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} \\ t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} \end{array} \right. \end{array}$$

Thay vào phương trình  $x_1 = A \sin \omega t_1 = 5 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12} = 2,5 \text{ (cm)}$ .

$$\text{Tần số góc: } \omega = \sqrt{\frac{|a_1|}{|x_1|}} = 2\pi \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

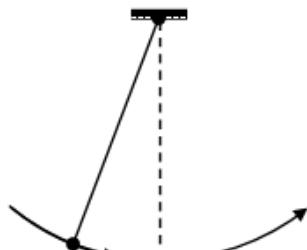
- Câu 5:** (ĐH-2010) Tại nơi có gia tốc trọng trường g, một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_{\max}$  nhỏ. Lấy mốc thê năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có độ năng bằng thê năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

- A.  $-\alpha_{\max}/\sqrt{3}$ .      B.  $\alpha_{\max}/\sqrt{2}$ .      C.  $-\alpha_{\max}/\sqrt{2}$ .      D.  $\alpha_{\max}/\sqrt{3}$ .

**Hướng dẫn**

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Đi theo chiều dương về vị trí cân bằng} \Rightarrow \alpha < 0 \\ W_t = W_d = \frac{1}{2}W \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \alpha = -\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



- Câu 6:** (ĐH-2010) Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ  $x = 3\cos(\pi t - 5\pi/6)$  (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ  $x_1 = 5\cos(\pi t + \pi/6)$  (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

- A.  $x_2 = 8\cos(\pi t + \pi/6)$  (cm).      B.  $x_2 = 2\cos(\pi t + \pi/6)$  (cm).  
 C.  $x_2 = 2\cos(\pi t - 5\pi/6)$  (cm).      D.  $x_2 = 8\cos(\pi t - 5\pi/6)$  (cm).

### Hướng dẫn

Từ công thức  $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1 = 3\angle -\frac{5\pi}{6} - 5\angle \frac{\pi}{6} = 8\angle -\frac{5\pi}{6}$   $\Rightarrow$  Chọn D.

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

**Shift MODE 4** (Để chọn đơn vị góc là radian)

**MODE 2** (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

3 Shift  $(-)$   $\frac{-5\pi}{6}$   $-$  5 Shift  $(-)$   $\frac{\pi}{6}$

(Màn hình máy tính sẽ hiển thị  $3\angle -\frac{5\pi}{6} - 5\angle \frac{\pi}{6}$ )

Shift 2 3

Màn hình sẽ hiện kết quả:  $8\angle -\frac{5\pi}{6}$

Nghĩa là biên độ  $A_2 = 8\text{ cm}$  và pha ban đầu  $\varphi_2 = -\frac{5\pi}{6}$  nên ta sẽ chọn D.

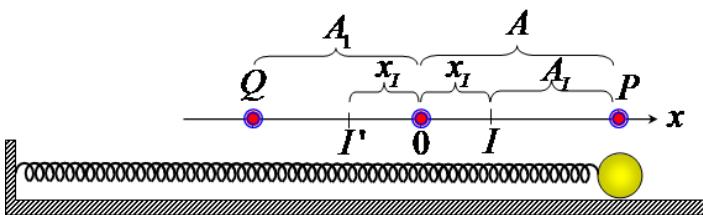
**Câu 7:** (ĐH-2010) Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

- A.  $10\sqrt{30} \text{ cm/s.}$     B.  $20\sqrt{6} \text{ cm/s.}$     C.  $40\sqrt{2} \text{ cm/s.}$     D.  $40\sqrt{3} \text{ cm/s.}$

### Hướng dẫn

$$kx_I = F_{ms} \Rightarrow x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,02(m) = 2(cm)$$

$$A_I = A - x_I = 10 - 2 = 8(cm)$$



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{0,02}} = 5\sqrt{2}(rad/s)$$

Xem I là tâm dao động tức thời nên:  $v_I = \omega A_I = 40\sqrt{2}(cm/s) \Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 8:** (ĐH-2010) Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = +5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hoà trong điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có

KHANG VIET

độ lớn  $E = 10^4 \text{ V/m}$  và hướng thẳng đứng xuống dưới . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi = 3,14$ . Chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A. 0,58 s.      B. 1,40 s.      C. 1,15 s.      D. 1,99 s.

### Hướng dẫn

Vì  $q > 0$  nên lực điện trường tác dụng lên vật:  $\vec{F} = q\vec{E}$  cùng hướng với  $\vec{E}$ , tức là  $\vec{F}$  cùng hướng với  $\vec{P}$ . Do đó,  $\vec{P}'$  cũng có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn  $P' = P + F$  nên  $g' = g + F/m$  hay  $g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15 (\text{m/s}^2)$

$$\Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} \approx 1,15(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

## 2. NĂM 2011

**Câu 1:** (ĐH–2011) Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Khi chất điểm đi qua vị trí cân bằng thì tốc độ của nó là 20 cm/s. Khi chất điểm có tốc độ là 10 cm/s thì gia tốc của nó có độ lớn là  $40\sqrt{3} \text{ cm/s}^2$ . Biên độ dao động của chất điểm là

- A. 5 cm.      B. 4 cm.      C. 10 cm.      D. 8 cm.

### Hướng dẫn:

Phối hợp các công thức  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$ ;  $a = -\omega^2 x$ ;  $v_{\max} = \omega A$  ta suy ra:

$$\left(\frac{aA}{v_{\max}^2}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{40\sqrt{3}}{20^2} A\right)^2 + \left(\frac{10}{20}\right)^2 = 1 \Rightarrow A = 5(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 2:** (ĐH–2011) Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4\cos(2\pi t/3)$  ( $x$  tính bằng cm;  $t$  tính bằng s). Kể từ  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = -2 \text{ cm}$  lần thứ 2011 tại thời điểm

- A. 3015 s.      B. 6030 s.      C. 3016 s.      D. 6031 s.

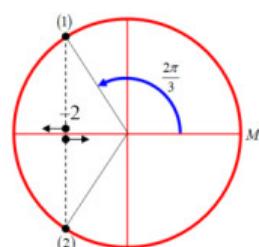
### Hướng dẫn:

**Cách 1:** Giải PTLG.  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 3(s)$

$$4\cos\frac{2\pi t}{3} = -2 \Rightarrow \cos\frac{2\pi t}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi t}{3} = \frac{2\pi}{3} \\ \frac{2\pi t}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1(s) \\ t_2 = 2(s) \end{cases}$$

$$\frac{2011}{2} = 1005 \text{ dư } 1 \Rightarrow t_{2,1005+1} = 1005T + t_1 = 1005 \cdot 3 + 1 = 3016(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



**Cách 2: Dùng VTLG**

Quay một vòng đi qua li độ  $x = -2$  cm là hai lần. Đê có lần thứ  $2011 = 2.1005 + 1$  thì phải quay 1005 vòng và quay thêm một góc  $2\pi/3$ , tức là tổng góc quay:  $\Delta\varphi = 1005.2\pi + 2\pi/3$ .

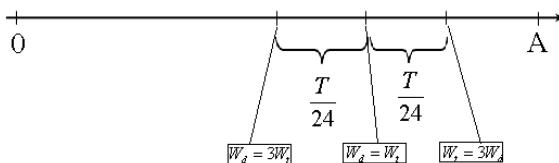
$$\text{Thời gian: } t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{1005.2\pi + \frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{3}} = 3016(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 3:** (ĐH-2011) Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với biên độ 10 cm, chu kỳ 2 s. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Tốc độ trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng đến vị trí có động năng bằng 1/3 lần thế năng là

- A. 26,12 cm/s.      B. 7,32 cm/s.      C. 14,64 cm/s.      D. 21,96 cm/s.

**Hướng dẫn:**

$$\frac{A}{2}, \quad \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad \frac{A\sqrt{3}}{2}$$



$$|\bar{v}| = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A}{2}}{\frac{T}{24} + \frac{T}{24}} = \frac{5(\sqrt{3}-1)}{\frac{1}{6}}$$

$$|\bar{v}| \approx 21,96 \text{ (cm/s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 4:** (ĐH 2011): Khi nói về một vật dao động điều hòa, phát biểu nào sau đây sai?

- A. Lực kéo về tác dụng lên vật biến thiên điều hòa theo thời gian.  
 B. Động năng của vật biến thiên tuần hoàn theo thời gian.  
 C. Vận tốc của vật biến thiên điều hòa theo thời gian.  
 D. Cơ năng của vật biến thiên tuần hoàn theo thời gian.

**Hướng dẫn:**

Cơ năng của vật dao động điều hòa được bảo toàn  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 5:** (ĐH-2011) Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Trong thời gian 31,4 s chất điểm thực hiện được 100 dao động toàn phần. Góc thời gian là lúc chất điểm đi qua vị trí có li độ 2 cm theo chiều âm với tốc độ là  $40\sqrt{3}$  cm/s.

Lấy  $\pi = 3,14$ . Phương trình dao động của chất điểm là

**KHANG VIET**

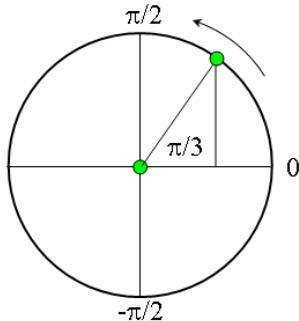
- A.  $x = 6\cos(20t - \pi/6)$  (cm).      B.  $x = 4\cos(20t + \pi/3)$  (cm).  
 C.  $x = 4\cos(20t - \pi/3)$  (cm).      D.  $x = 6\cos(20t + \pi/6)$  (cm).

**Hướng dẫn:**

Không cần tính toán đã biết chắc chắn  $\omega = 20$  (rad/s)! Góc thời gian là lúc chất điểm đi qua vị trí có li độ 2 cm theo chiều âm nên chuyển động tròn đều phải nằm ở nửa trên vòng tròn  $\Rightarrow$  chỉ có thể là B hoặc D!

Để ý  $x_0 = A\cos\varphi$  thì chỉ B thỏa mãn  $\Rightarrow$  chọn B.

*Bình luận: Đối với hình thức thi trắc nghiệm gấp bài toán viết phương trình dao động nên khai thác thế mạnh của VTLG và chú ý loại trừ trong 4 phương án (vì vậy có thể không dùng đến một vài số liệu của bài toán!).*



**Câu 6:** (ĐH-2011) Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g$ . Biết lực căng dây lớn nhất bằng 1,02 lần lực căng dây nhỏ nhất. Giá trị của  $\alpha_0$  là

- A.  $6,6^0$ .      B.  $3,3^0$ .      C.  $5,6^0$ .      D.  $9,6^0$ .

**Hướng dẫn**

$$R = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{max}) \Rightarrow \frac{R_{max}}{R_{min}} = \frac{mg(3\cos 0 - 2\cos\alpha_{max})}{mg(3\cos\alpha_{max} - 2\cos\alpha_{max})}$$

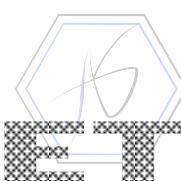
$$\Rightarrow \frac{3 - 2\cos\alpha_{max}}{\cos\alpha_{max}} = 1,02 \Rightarrow \alpha_{max} = 6,6^0 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 7:** (ĐH-2011) Một con lắc đơn được treo vào trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2,52 s. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 3,15 s. Khi thang máy đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A. 2,96 s.      B. 2,84 s.      C. 2,61 s.      D. 2,78 s.

**Hướng dẫn**

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Khi đứng yên: } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ \text{Di lên nhanh dần đều (đi hướng lên): } T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} \\ \text{Di lên chậm dần đều (đi hướng xuống): } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} \end{array} \right.$$



Ta rút ra hệ thức:  $\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{2}{T^2} \Rightarrow T = \sqrt{2} \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \approx 2,78(s) \Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 8:** (ĐH-2011) Dao động của một chất điểm có khối lượng 100 g là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là  $x_1 = 5\cos 10t$  và  $x_2 = 10\cos 10t$  ( $x_1$  và  $x_2$  tính bằng cm,  $t$  tính bằng s). Mốc thời năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của chất điểm bằng

- A. 0,1125 J.      B. 225 J.      C. 112,5 J.      D. 0,225 J.

### Hướng dẫn

$$A = A_1 + A_2 = 15\text{cm} \Rightarrow W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{0,1 \cdot 10^2 \cdot 0,15^2}{2} = 0,1125(J) \Rightarrow$$
 Chọn A.

## 3. NĂM 2012

**Câu 1:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Vectơ gia tốc của chất điểm có

- A. độ lớn cực đại ở vị trí biên, chiều luôn hướng ra biên.
- B. độ lớn cực tiểu khi qua vị trí cân bằng luôn cùng chiều với vectơ vận tốc.
- C. độ lớn không đổi, chiều luôn hướng về vị trí cân bằng.
- D. độ lớn tỉ lệ với độ lớn của li độ, chiều luôn hướng về vị trí cân bằng.

### Hướng dẫn

Vì  $a = -\omega^2 x$  nên gia tốc luôn hướng về VTCB và độ lớn tỉ lệ với li độ  $x$   
 $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 2:** (ĐH-2012): Một vật dao động tắt dần có các đại lượng nào sau đây giảm liên tục theo thời gian?

- A. Biên độ và tốc độ.
- B. Li độ và tốc độ.
- C. Biên độ và gia tốc.
- D. Biên độ và cơ năng.

**Câu 3:** (ĐH-2012) Một vật nhỏ có khối lượng 500 g dao động điều hòa dưới tác dụng của một lực kéo về có biểu thức  $F = -0,8\cos 4t$  (N) ( $t$  đo bằng s). Dao động của vật có biên độ là

- A. 8 cm.      B. 6 cm.      C. 12 cm.      D. 10 cm.

### Hướng dẫn:

Đổi chiều  $F = -0,8\cos 4t$  (N) với biểu thức tổng quát  $F = -m\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$

$$\begin{cases} \omega = 4(\text{rad/s}) \\ m\omega^2 A = 0,8(\text{N}) \end{cases} \Rightarrow A = 0,1 \text{m} \Rightarrow$$
 Chọn D.

**Câu 4:** (ĐH-2012) Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ khối lượng  $m$ . Con lắc dao động điều hòa theo phuong ngang với chu kỳ  $T$ . Biết ở thời điểm  $t$  vật có li độ 5 cm, ở thời điểm  $t + T/4$  vật có tốc độ 50 cm/s. Giá trị của  $m$  bằng

- A. 0,5 kg.      B. 1,2 kg.      C. 0,8 kg.      D. 1,0 kg.

### Hướng dẫn

Vì  $x \perp v$  và hai thời điểm vuông pha ( $t_2 - t_1 = (2n - 1)\pi/4$ ) nên

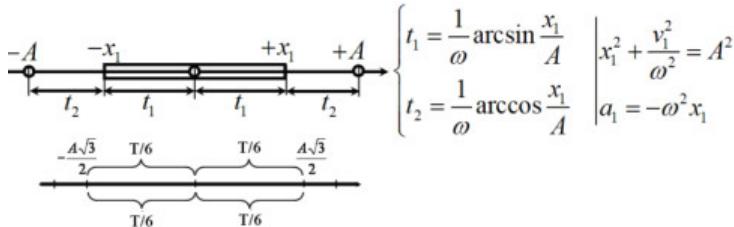
$$\omega = \left| \frac{v_2}{x_1} \right| = \left| \frac{50}{5} \right| = 10 \text{ (rad/s)} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{100}{10^2} = 1 \text{ (kg)}$$

**Câu 5:** (ĐH-2012) Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Gọi  $v_{tb}$  là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì,  $v$  là tốc độ tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà  $v \geq 0,25\pi v_{tb}$  là:

- A.  $T/3$ .      B.  $2T/3$ .      C.  $T/6$ .      D.  $T/2$ .

### Hướng dẫn:

$$\begin{cases} v_1 = 0,25\pi v_{tb} = 0,25\pi \frac{4A}{T} = 0,25\pi \cdot 4A \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6} \\ \text{Vùng tốc độ } \geq v_1 \text{ nằm trong } [-x_1, +x_1] \Rightarrow \Delta t = 4t_1 = \frac{2T}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.} \end{cases}$$



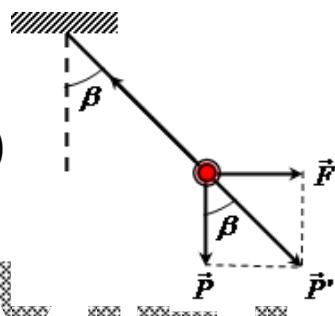
**Câu 6:** (ĐH-2012) Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài 1 m và vật nhỏ có khối lượng 100 g mang điện tích  $2 \cdot 10^{-5}$  C. Treo con lắc đơn này trong điện trường đều với vectơ cường độ điện trường hướng theo phương ngang và có độ lớn  $5 \cdot 10^4$  V/m. Trong mặt phẳng thẳng đứng đứng đi qua điểm treo và song song với vectơ cường độ điện trường, kéo vật nhỏ theo chiều của vectơ cường độ điện trường sao cho dây treo hợp với vectơ gia tốc trọng trường một góc  $54^\circ$  rồi buông nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Trong quá trình dao động, tốc độ cực đại của vật nhỏ là

- A. 0,59 m/s.      B. 3,41 m/s.      C. 2,87 m/s.      D. 0,50 m/s.

### Hướng dẫn

Lực tĩnh điện có phương ngang, có độ lớn  $F = qE = 1 \text{ (N)}$ .

$$\begin{cases} \tan \beta = \frac{F}{P} = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \Rightarrow \beta = 45^\circ \\ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{0,1}\right)^2} = 10\sqrt{2} \text{ (m/s}^2\text{)} \end{cases}$$



Khi ở VTCB phương dây treo lêch sang phải so với phương thẳng đứng một góc  $\beta = 45^\circ$  nên biên độ góc:  $\alpha_{max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$ .

Tốc độ cực đại:

$$v_{max} = \sqrt{2g'l(1-\cos\alpha_{max})} = \sqrt{2.10\sqrt{2}.1.(1-\cos 9^\circ)} \approx 0,59(m/s) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 7:** (ĐH-2012) Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn có chiều dài 1 m, dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Trong quá trình dao động, cơ năng của con lắc được bảo toàn. Tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$ , gia tốc của vật nặng của con lắc có độ lớn là

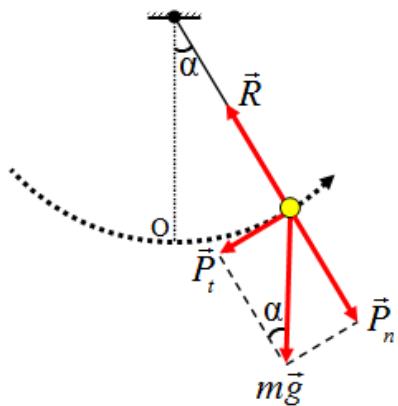
- A.  $1232 \text{ cm/s}^2$ .      B.  $500 \text{ cm/s}^2$ .      C.  $732 \text{ cm/s}^2$ .      D.  $887 \text{ cm/s}^2$ .

### Hướng dẫn

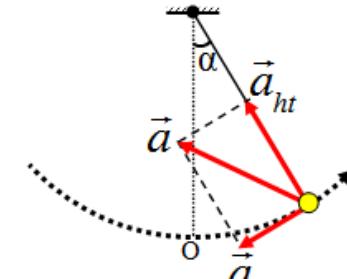
Dao động của con lắc lò xo là chuyển động tịnh tiến nên nó chỉ có gia tốc tiếp tuyến. Dao động của con lắc đơn vừa có gia tốc tiếp tuyến vừa có gia tốc pháp tuyến (gia tốc hướng tâm) nên gia tốc toàn phần là tổng hợp của hai gia tốc nói trên:

$$\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \Rightarrow a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2} \begin{cases} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha \\ a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{max}) \end{cases}$$

Nếu  $\alpha_{max}$  nhỏ thì  $\begin{cases} (\cos \alpha - \cos \alpha_{max}) \approx \frac{1}{2}(\alpha_{max}^2 - \alpha^2) \\ \sin \alpha \approx \alpha \end{cases}$  nên  $\begin{cases} a_{tt} = g\alpha \\ a_{ht} = g(\alpha_{max}^2 - \alpha^2) \end{cases}$



$$\begin{cases} P_t = mg \sin \alpha \\ P_n = mg \cos \alpha \\ v^2 = 2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{max}) \end{cases}$$



$$\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \Rightarrow a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2}$$

$$\begin{cases} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha \\ a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{max}) \end{cases}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \begin{cases} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha = 5 \\ a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{max}) = 10(\sqrt{3} - 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2} \approx 8,87 \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 8:** (ĐH-2012): Tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g$ , một con lắc lò xo treo thẳng đứng đang dao động đều hòa. Biết tại vị trí cân bằng của vật độ dàn của lò xo là  $\Delta l$ . Chu kì dao động của con lắc này là

- A.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$ .      B.  $T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$ .
- C.  $T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$ .      D.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$

#### Hướng dẫn

Tại VTCB, lực đòn hồi của lò xo cân bằng với trọng lực nên  $k\Delta l = mg$  hay  $m/k = \Delta l/g$ . Do đó, chu kì:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}} \Rightarrow \text{Chọn D.}$

**Câu 9:** (ĐH-2012) Hai dao động cùng phương lần lượt có phương trình  $x_1 = A_1 \cos(\pi t + \pi/6)$  (cm) và  $x_2 = 6 \cos(\pi t - \pi/2)$  (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình  $x = 10 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Thay đổi  $A_1$  cho đến khi biên độ A đạt giá trị cực tiểu thì  $\varphi$  bằng

- A.  $-\pi/6$ .      B.  $-\pi/3$ .      C.  $\pi$ .      D. 0.

#### Hướng dẫn

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

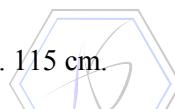
$$= A_1^2 + 6^2 - 6A_1 = \underbrace{(A_1 - 3)^2}_0 + 27 \Rightarrow A_1 = 3 \text{ (cm)}$$

Phương pháp cộng số phức:  $x = x_1 + x_2 = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2$

$$3 \angle \frac{\pi}{6} + 6 \angle -\frac{\pi}{2} = 3\sqrt{3} \angle -\frac{1}{3}\pi \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

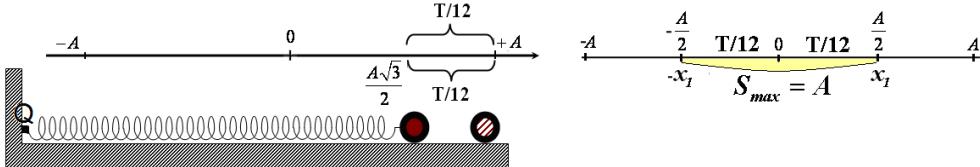
**Câu 10:** (ĐH-2012) Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với cơ năng dao động là 1 J và lực đòn hồi cực đại là 10 N. Mốc thời năng tại vị trí cân bằng. Gọi Q là đầu cố định của lò xo, khoảng thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp Q chịu tác dụng lực kéo của lò xo có độ lớn  $5\sqrt{3}$  N là 0,1 s. Quãng đường lớn nhất mà vật nhỏ của con lắc đi được trong 0,4 s là

- A. 40 cm.      B. 60 cm.      C. 80 cm.      D. 115 cm.



**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} F = k|x| \\ F_{\max} = kA \Rightarrow \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{F}{F_{\max}} = \frac{|x|}{A} \Rightarrow |x| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ W = \frac{kA^2}{2} \end{cases}$$



Vì là lực kéo nên lúc này lò xo giãn. Vật đi từ  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  đến  $x = A$  rồi đến

$x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ . Thời gian đi sẽ là:  $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = 0,1 \Rightarrow T = 0,6(s)$ .

$$t = 0,4s = 0,3 + 0,1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} \Rightarrow S'_{\max} = 3A = 60(cm) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 11:** (ĐH-2012) Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

- A. 4/3.                    B. 3/4.                    C. 9/16.                    D. 16/9.

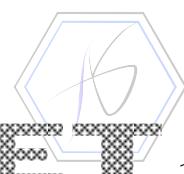
**Hướng dẫn**

**Cách 1:** Khoảng cách giữa hai chất điểm lớn nhất khi  $M_1M_2 \parallel MN$  và từ giác  $MM_1M_2N$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow M_1M_2 = MN = 10(cm)$

$$\Rightarrow \cos \Delta\varphi = \frac{(OM_1)^2 + (OM_2)^2 - (M_1M_2)^2}{2 \cdot OM_1 \cdot OM_2} = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$W_{tM} = W_{dM} = \frac{W_M}{2} \Rightarrow OM = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow W_{tN} = W_{dN} = \frac{W_N}{2}$$

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{0,5W_M}{0,5W_N} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



**Cách 2 :** Khoảng cách giữa hai chất điểm ở thời điểm bất kì :

$$\underbrace{6\cos(\omega t + \varphi_1)}_{x_M} - \underbrace{8\cos(\omega t + \varphi_2)}_{x_N} = \underbrace{10\cos(\omega t + \varphi_{12})}_{\Delta x}$$

Vì  $6^2 + 8^2 = 10^2$  nên  $x_M$  vuông pha với  $x_N$ .

$$\text{Do đó: } \frac{x_M^2}{A_1^2} + \frac{x_N^2}{A_2^2} = 1.$$

$$\text{Khi } W_{tM} = W_{dM} = \frac{W}{2} = \frac{m\omega^2 A_1^2}{4} \text{ thì } x_M = \pm A_1 \sqrt{2}$$

$$\text{Từ đó suy ra: } x_N = \pm A_2 \sqrt{2}, \text{ hay } W_{tN} = W_{dN} = \frac{W_N}{2} = \frac{m\omega^2 A_2^2}{4}.$$

$$\text{Tỉ số động năng của M và động năng của N là: } \frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = \frac{9}{16}$$

**Cách 3 :** Áp dụng công thức:  $\cos \Delta\varphi = \frac{A_1^2 + A_2^2 - b^2}{2A_1 A_2} = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ . Hai dao

động này vuông pha. Ở một thời điểm nào đó, dao động này có thể năng bằng động năng thì dao động kia cũng vậy nên tỉ số động năng bằng tỉ số thế năng và

$$\text{bằng tỉ số cơ năng: } \frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{W_1}{W_2} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

#### 4. NĂM 2013

**Câu 1:** (ĐH – 2013): Một vật nhỏ dao động điều hòa theo một quỹ đạo dài 12 cm.

Dao động này có biên độ:

- A. 12 cm.      B. 24 cm.      C. 6 cm.      D. 3 cm.

**Hướng dẫn**

$$A = \frac{L}{2} = 6 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 2:** (ĐH – 2013): Một vật dao động điều hòa với biên độ 4 cm và chu kỳ 2 s.

Quãng đường vật đi được trong 4 s là:

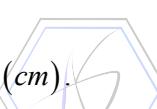
- A. 64 cm.      B. 16 cm.      C. 32 cm.      D. 8 cm.

**Hướng dẫn**

$$t = 2T \Rightarrow S = 2.4A = 32 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 3:** (ĐH – 2013): Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 5 cm, chu kỳ 2 s. Tại thời điểm  $t=0$  s vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là:

A.  $x = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm).}$       B.  $x = 5 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm).}$



C.  $x = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (cm)$ .

D.  $x = 5 \cos\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right) (cm)$ .

### Hướng dẫn

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ (rad / s)}$ . Khi  $t = 0$  s vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương

$$x = 5 \cos\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right) (cm) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 4:** (ĐH – 2013): Một vật nhỏ dao động điều hòa theo phương trình  $x = A \cos 4\pi t$  ( $t$  tính bằng s). Tính từ  $t = 0$  khoảng thời gian ngắn nhất để giá tốc của vật có độ lớn bằng một nửa độ lớn giá tốc cực đại là

- A. 0,083 s.      B. 0,104 s.      C. 0,167 s.      D. 0,125 s.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} x_1 = A \\ |a_2| = \frac{a_{\max}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{A}{2} \end{cases} \Rightarrow t_{x=A \rightarrow x=0,5A} = \frac{T}{6} = 0,0833(s) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 5:** (ĐH – 2013): Một vật nhỏ khối lượng 100 g dao động điều hòa với chu kì 0,2 s và cơ năng là 0,18 J (môc thể năng tại vị trí cân bằng); lấy  $\pi^2 = 10$ . Tại li độ  $3\sqrt{2}$  cm tỉ số động năng và thế năng là

- A. 1.      B. 4.      C. 3.      D. 2.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow A = 0,06(m) = 6(cm) \\ x = 3\sqrt{2}(cm) = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow W_t = W_d = \frac{W}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 6:** (ĐH – 2013): Một con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là  $m_1 = 300$  g dao động điều hòa với chu kì 1 s. Nếu thay vật nhỏ có khối lượng  $m_1$  bằng vật nhỏ có khối lượng  $m_2$  thì con lắc dao động với chu kì 0,5 s. Giá trị  $m_2$  bằng

- A. 100 g.      B. 150 g.      C. 25 g.      D. 75 g.

### Hướng dẫn

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{0,5}{1} = \sqrt{\frac{m_2}{300}} \Rightarrow m_2 = 75(g) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 7:** (ĐH – 2013): Một con lắc đơn có chiều dài 121 cm, dao động điều hòa tại nơi có giá tốc trọng trường g. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Chu kì dao động của con lắc là:

- A. 0,5 s.      B. 2 s.      C. 1 s.      D. 2,2 s.

### Hướng dẫn

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,21}{\pi^2}} = 2,2(s) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 8:** (ĐH – 2013): Gọi M, N, I là các điểm trên một lò xo nhẹ, được treo thẳng đứng ở điểm O cố định. Khi lò xo có chiều dài tự nhiên thì OM = MN = NI = 10 cm. Gắn vật nhỏ vào đầu dưới I của lò xo và kích thích để vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Trong quá trình dao động tỉ số độ lớn lực kéo lớn nhất và độ lớn lực kéo nhỏ nhất tác dụng lên O bằng 3; lò xo dãn đều; khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm M và N là 12 cm. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Vật dao động với tần số là:

- A. 2,9 Hz.      B. 2,5 Hz.      C. 3,5 Hz.      D. 1,7 Hz.

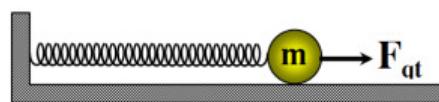
### Hướng dẫn

$$\frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{A + \Delta l}{\Delta l - A} = 3 \Rightarrow \Delta l = 2A;$$

$$MN_{\max} = 10 + \frac{\Delta l}{3} + \frac{A}{3} = 12 \text{ cm} \Rightarrow \Delta l = 4 \text{ cm} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = 2,5(\text{Hz}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 9:** (ĐH – 2013): Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 100 g và lò xo có độ cứng 40 N/m được đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Vật nhỏ đang nằm yên ở vị trí cân bằng, tại  $t = 0$ , tác dụng lực  $F = 2 \text{ N}$  lên vật nhỏ (hình vẽ) cho con lắc dao động điều hòa đến thời điểm  $t = \pi/3 \text{ s}$  thì ngừng tác dụng lực F. Dao động điều hòa của con lắc sau khi không còn lực F tác dụng có giá trị biên độ gần giá trị nào nhất sau đây:

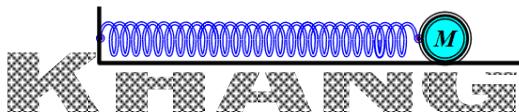
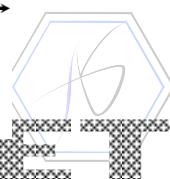
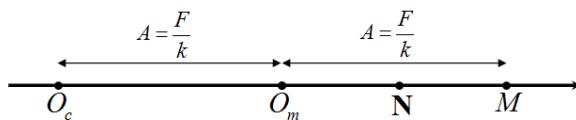
- A. 9 cm.      B. 7 cm.      C. 5 cm.      D. 11 cm.



### Hướng dẫn

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10}(s) \Rightarrow t = \frac{\pi}{3} = 3T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \quad x = \frac{A}{2} \Rightarrow \begin{cases} x' = x + A = \frac{3A}{2} \\ v = \frac{\omega A \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' = \sqrt{x'^2 + v^2} = A\sqrt{3} = \frac{F}{k}\sqrt{3} \approx 0,0866(m) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Câu 10:** (ĐH – 2013): Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 81 cm và 64 cm được treo ở trần một căn phòng. Khi các vật nhỏ của hai con lắc đang ở vị trí cân bằng, đồng thời truyền cho chúng các vận tốc cùng hướng sao cho hai con lắc dao động điều hòa với cùng biên độ góc, trong hai mặt phẳng song song với nhau. Gọi  $\Delta t$  là khoảng thời gian ngắn nhất kể từ lúc truyền vận tốc đến lúc hai dây treo song song nhau. Giá trị  $\Delta t$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 2,36 s.      B. 8,12 s.      C. 0,45 s.      D. 7,20 s.

### Hướng dẫn

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l_1}} = \frac{10\pi}{9} \text{ (rad / s)}; \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l_2}} = \frac{10\pi}{8} \text{ (rad / s)}$$

Hai sợi dây song song khi  $x_2 = x_1$  hay

$$A \sin \omega_2 t = A \sin \omega_1 t \Rightarrow \omega_2 t = \pi - \omega_1 t \Rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_2 + \omega_1} \approx 0,43(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 11:** (ĐH – 2013): Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ lần lượt là  $A_1 = 8 \text{ cm}$ ;  $A_2 = 15 \text{ cm}$  và lệch pha nhau  $\pi/2$ . Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ bằng:

- A. 23 cm.      B. 7 cm.      C. 11 cm.      D. 17 cm.

### Hướng dẫn

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = \sqrt{8^2 + 15^2 + 2.8.15 \cos \frac{\pi}{2}} = 17 \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

## 5. NĂM 2014

**Câu 1:** (ĐH–2014) Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $0,1 \text{ rad}$ ; tần số góc  $10 \text{ rad/s}$  và pha ban đầu  $0,79 \text{ rad}$ . Phương trình dao động của con lắc là

- A.  $\alpha = 0,1 \cos(20\pi - 0,79) \text{ (rad)}$ .      B.  $\alpha = 0,1 \cos(10 + 0,79) \text{ (rad)}$ .  
 C.  $\alpha = 0,1 \cos(20\pi + 0,79) \text{ (rad)}$ .      D.  $\alpha = 0,1 \cos(10 - 0,79) \text{ (rad)}$ .

### Hướng dẫn

Fương trình dao động:  $\alpha = 0,1 \cos(10t + 0,79) \text{ rad} \Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 2:** (ĐH–2014) Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5 \cos \omega t \text{ (cm)}$ .

Quãng đường vật đi được trong một chu kì là

- A. 10 cm.      B. 5 cm.      C. 15 cm.      D. 20 cm.

### Hướng dẫn

Quãng đường đi được trong 1 chu kì :  $S = 4A = 20 \text{ cm} \Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 3:** (ĐH–2014) Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình  $x = 6 \cos \pi t \text{ (x tính bằng cm, t tính bằng s)}$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Tốc độ cực đại của chất điểm là  $18,8 \text{ cm/s}$ .

- B. Chu kỳ của dao động là  $0,5 \text{ s}$ .



- C. Gia tốc của chất điểm có độ lớn cực đại là  $113 \text{ cm/s}^2$ .  
 D. Tần số của dao động là 2 Hz.

### Hướng dẫn

Tốc độ cực đại:  $v_{\max} = \omega A = 18,85 \text{ cm/s} \Rightarrow$  Chọn A.

- Câu 4:** (ĐH-2014) Một vật có khối lượng 50 g, dao động điều hòa với biên độ 4 cm và tần số góc 3 rad/s. Động năng cực đại của vật là  
 A.  $7,2 \text{ J}$ .      B.  $3,6 \cdot 10^4 \text{ J}$ .      C.  $7,2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ .      D.  $3,6 \text{ J}$ .

### Hướng dẫn

Động năng cực đại bằng cơ năng:

$$W_{d\max} = W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{0,05 \cdot 3^2 \cdot 0,04^2}{2} = 3,6 \cdot 10^{-4} (\text{J}) \Rightarrow$$
 Chọn B.

- Câu 5:** (ĐH-2014) Một vật dao động cưỡng bức dưới tác dụng của một ngoại lực biến thiên điều hòa với tần số f. Chu kì dao động của vật là

- A.  $\frac{1}{2\pi f}$ .      B.  $\frac{2\pi}{f}$ .      C.  $2f$ .      D.  $\frac{1}{f}$ .

### Hướng dẫn

Chu kì dao động cưỡng bức bằng chu kì ngoại lực:  $T = 1/f \Rightarrow$  Chọn D.

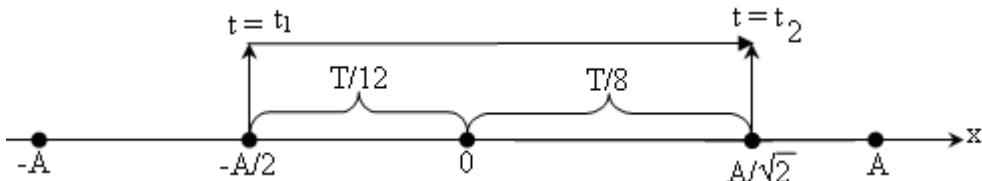
- Câu 6:** (ĐH-2014) Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ khối lượng 100g đang dao động điều hòa theo phương ngang, mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng. Từ thời điểm  $t_1 = 0$  đến  $t_2 = \pi/48 \text{ s}$ , động năng của con lắc tăng từ 0,096 J đến giá trị cực đại rồi giảm về 0,064 J. Ở thời điểm  $t_2$ , thế năng của con lắc bằng 0,064 J. Biên độ dao động của con lắc là

- A. 5,7 cm.      B. 7,0 cm.      C. 8,0 cm.      D. 3,6 cm.

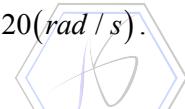
### Hướng dẫn

Tại thời điểm  $t_2$  động năng bằng thế năng nên:  $\begin{cases} x_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \\ W = W_{t(t_2)} + W_{d(t_2)} = 0,128 (\text{J}) \end{cases}$

Tại thời điểm  $t_1 = 0$  thì  $W_d = 0,096 \text{ J} = 3W/4$ ,  $W_t = W/4$  nên lúc này  $x_0 = \pm A/2$ . Ta có thể biểu diễn quá trình chuyển động như trên hình vẽ sau:



Ta có:  $t_1 = T/12 + T/8 = \pi/48 \text{ s}$  suy ra:  $T = 0,1\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 20 (\text{rad/s})$ .



Biên độ tính từ công thức:  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = \sqrt{\frac{2.0,128}{0,1.20^2}} = 0,08(m) = 8(cm) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

- Câu 7:** (ĐH-2014) Một vật nhỏ dao động điều hòa theo một quỹ đạo thẳng dài 14 cm với chu kì 1 s. Từ thời điểm vật qua vị trí có li độ 3,5 cm theo chiều dương đến khi gia tốc của vật đạt giá trị cực tiểu lần thứ hai, vật có tốc độ trung bình là  
A. 27,3 cm/s.      B. 28,0 cm/s.      C. 27,0 cm/s.      D. 26,7 cm/s.

### Hướng dẫn

Biên độ  $A = 14/2 = 7$  cm. Gia tốc của vật đạt giá trị cực tiểu ( $a_{\min} = -\omega^2 A$ ) khi  $x = +A$ .

Thời gian và quãng đường đi được:

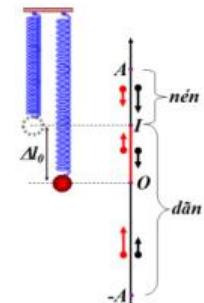
$$\begin{cases} t = \frac{T}{6} + T = \frac{7}{6}(s) \\ S = \frac{A}{2} + 4A = 31,5(cm) \end{cases} \Rightarrow v_{tb} = \frac{S}{t} = 27(cm/s)$$

- Câu 8:** (ĐH-2014) Một con lắc lò xo treo vào một điểm cố định, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì 1,2 s. Trong một chu kì, nếu tỉ số của thời gian lò xo giãn với thời gian lò xo nén bằng 2 thì thời gian mà lực đàn hồi ngược chiều lực kéo về là

- A. 0,2 s.      B. 0,1 s.      C. 0,3 s.      D. 0,4 s.

### Hướng dẫn

Vì  $t_{\text{dàn}}/t_{\text{nén}} = 2$  nên  $A = 2\Delta l_0$ . Lực đàn hồi và lực kéo về ngược hướng khi vật ở trong đoạn  $0 \leq x \leq A/2$ . Khoảng thời gian cần tính chính là  $t = 2.T/12 = 0,2$  s  $\Rightarrow$  Chọn A.

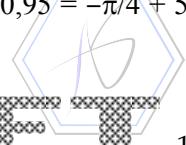


- Câu 9:** (ĐH-2014) Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với tần số góc  $\omega$ . Vật nhỏ của con lắc có khối lượng 100 g. Tại thời điểm  $t = 0$ , vật nhỏ qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Tại thời điểm  $t = 0,95$  s, vận tốc  $v$  và li độ  $x$  của vật nhỏ thỏa mãn  $v = -\omega x$  lần thứ 5. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Độ cứng của lò xo là

- A. 85 N/m.      B. 37 N/m.  
C. 20 N/m.      D. 25 N/m.

### Hướng dẫn

Thay  $x = A \sin \omega t$ ;  $v = x' = \omega A \cos \omega t$  vào  $v = -\omega x$  ta được:  $\tan \omega t = -1 \Rightarrow \omega t = -\pi/4 + n\pi$  ( $t > 0 \Rightarrow n = 1, 2, \dots$ ). Lần thứ 5 ứng với  $n = 5 \Rightarrow \omega \cdot 0,95 = -\pi/4 + 5\pi \Rightarrow \omega = 5\pi$  rad/s  $\Rightarrow k = m\omega^2 = 25$  N/m  $\Rightarrow$  Chọn D.



**Câu 10:** (ĐH–2014) Cho hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + 0,35)$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - 1,57)$  (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình là  $x = 20 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Giá trị cực đại của  $(A_1 + A_2)$  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

- A. 25 cm.      B. 20 cm.      C. 40 cm.      D. 35 cm.

**Hướng dẫn**

Áp dụng định lý hàm số sin:

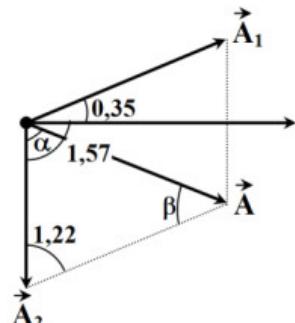
$$\frac{A}{\sin 1,22} = \frac{A_1}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} = \frac{A_1 + A_2}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{A_1 + A_2}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

$$\Rightarrow A_1 + A_2 = \frac{A}{\sin 1,22} \cdot 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\Rightarrow A_1 + A_2 = \frac{20}{\sin 1,22} \cdot 2 \sin \frac{\pi - 1,22}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\Rightarrow A_1 + A_2 = 34,912 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \max = 34,912 \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.



**Chủ đề 1.****ĐẠO ĐỘNG ĐIỀU HÒA****I. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THỜI GIAN****1. Thời gian đi từ  $x_1$  đến  $x_2$** 

- a. Thời gian ngắn nhất đi từ  $x_1$  đến vị trí cân bằng và đến vị trí biên  
Phương pháp chung:

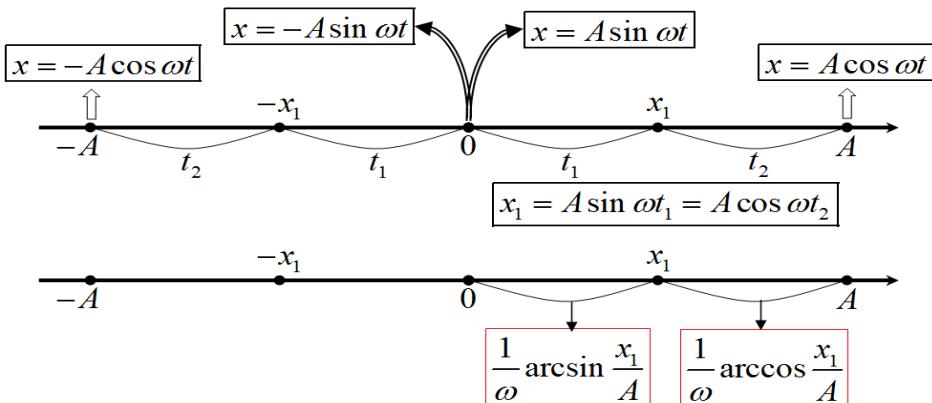
Cách 1: Dùng vòng tròn lượng giác (VTLG)  $\equiv$  giàn đồ vectơ

Xác định góc quét tương ứng với sự dịch chuyển:  $\Delta\varphi$

$$\text{Thời gian: } t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$$

Cách 2: Dùng (phương trình lượng giác (PTLG)

$$\begin{cases} x_1 = A \sin \omega t_1 \Rightarrow \sin \omega t_1 = \frac{x_1}{A} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} \\ x_1 = A \cos \omega t_2 \Rightarrow \cos \omega t_2 = \frac{x_1}{A} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} \end{cases}$$



**Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ 10 (cm) và tần số góc 10 (rad/s). Khoảng thời gian ngắn nhất để nó đi từ vị trí có li độ +3,5 cm đến vị trí cân bằng là

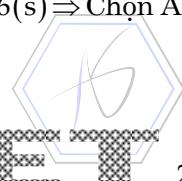
- A. 0,036 s.      B. 0,121 s.      C. 2,049 s.      D. 6,951 s.

*Hướng dẫn:*

**Cách 1: Dùng VTLG**

Thời gian ngắn nhất dao động điều hòa đi từ  $x = 3,5$  cm đến  $x = 0$  bằng thời gian chuyển động tròn đều đi từ M đến N:  $t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$  mà

$$\sin \Delta\varphi = \frac{3,5}{10} \Rightarrow \Delta\varphi \approx 0,3576 \text{ (rad)} \text{ nên } t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{0,3576}{10} \approx 0,036 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Cách 2: Dùng PTLG**

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} = \frac{1}{10} \arcsin \frac{3,5}{10} \approx 0,036(s)$$

⇒ Chọn A.

Kinh nghiệm:

- 1) Quy trình bấm máy tính nhanh:  $\boxed{\text{shift } \sin(3,5 \div 10) \div 10 =}$  (máy tính chọn đơn vị góc là rad).
- 2) Đối với dạng bài này chỉ nên giải theo cách 2 (nếu dùng quen máy tính chỉ mất cỡ 10 s!).
- 3) Cách nhớ nhanh “đi từ  $x_1$  đến VTCB là  $\boxed{\text{shift } \sin(x_1 \div A) \div \omega =}$ ”; “đi từ  $x_1$  đến VT biển là  $\boxed{\text{shift } \cos(x_1 \div A) \div \omega =}$ ”.

4) Đối với bài toán ngược, ta áp dụng công thức:  $x_1 = A \sin \omega t_1 = A \cos \omega t_2$ .

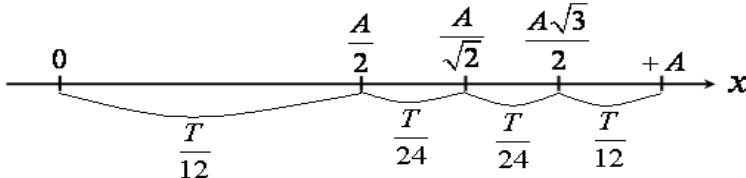
**Ví dụ 2:** Vật dao động điều hoà, thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí  $x = +A$  đến vị trí  $x = A/3$  là 0,1 s. Chu kì dao động của vật là

- A. 1,85 s.      B. 1,2 s.      C. 0,51 s.      D. 0,4 s.

**Hướng dẫn:**

$$t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{x_1}{A} \Rightarrow 0,1 = \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{1}{3} \Rightarrow T \approx 0,51(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Đối với các điểm đặc biệt ta dễ dàng tìm được phân bố thời gian như sau:



Kinh nghiệm :

- 1) Nếu số “xấu”  $x_1 \neq 0; \pm A; \pm \frac{A}{2}; \pm \frac{A}{\sqrt{2}}; \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$  thì dùng  $\boxed{\text{shift } \sin(x_1 \div A) \div \omega =}$ ,  
 $\boxed{\text{shift } \cos(x_1 \div A) \div \omega =}$ .

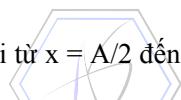
- 2) Nếu số “đẹp”  $x_1 = 0; \pm A; \pm \frac{A}{2}; \pm \frac{A}{\sqrt{2}}; \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$  thì dùng trực phân bố thời gian.

**Ví dụ 3 :** Vật dao động điều hoà với biên độ A. Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ  $A/2$  đến vị trí có li độ A là 0,2 s. Chu kì dao động của vật là:

- A. 0,12 s.      B. 0,4 s.      C. 0,8 s.      D. 1,2 s.

**Hướng dẫn:**

Dựa vào trực phân bố thời gian ta tính được thời gian ngắn nhất đi từ  $x = A/2$  đến  $x = A$  là  $T/6$ .

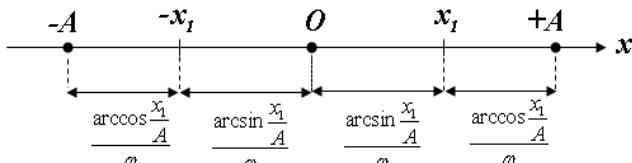


Do đó:  $\frac{T}{6} = 0,2 \Rightarrow T = 1,2(s) \Rightarrow$  Chọn D.

*Chú ý: Khoảng thời gian trong một chu kỳ vật cách vị trí cân bằng một khoảng*

+ *nhỏ hơn*  $x_1$  là  $\Delta t = 4t_1 = 4 \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A}$

+ *lớn hơn*  $x_1$  là  $\Delta t = 4t_2 = 4 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A}$



**Ví dụ 4:** Một chất diễm dao động điều hòa với chu kỳ 1 s với biên độ 4,5 cm. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật cách vị trí cân bằng một khoảng nhỏ hơn 2 cm là  
 A. 0,29 s.      B. 16,80 s.      C. 0,71 s.      D. 0,15 s.

**Hướng dẫn:**

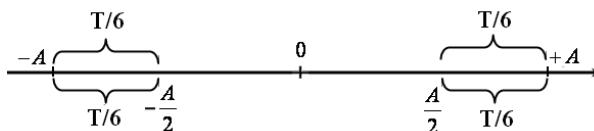
$$\Delta t = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{2}{4,5} \approx 0,29(s) \Rightarrow$$
 Chọn A.

*Kinh nghiệm: Nếu  $x_1$  trùng với các giá trị đặc biệt thì nên dựa vào trực phân bố thời gian.*

**Ví dụ 5:** Một chất diễm dao động điều hòa với chu kỳ T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật cách vị trí cân bằng một khoảng lớn hơn nửa biên độ là  
 A. T/3.      B. 2T/3.      C. T/6.      D. T/2.

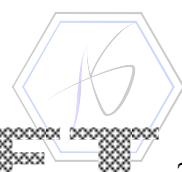
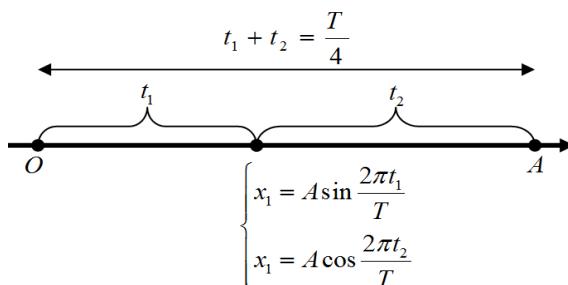
**Hướng dẫn:**

Dựa vào trực phân bố thời gian ta tính được:



$$\Delta t = 4 \cdot \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow$$
 Chọn B.

*Chú ý: Nếu cho biết quan hệ  $t_1$  và  $t_2$  thì ta có thể tính được các đại lượng khác như: T, A,  $x_1$ ...*



**Ví dụ 6:** Một dao động điều hoà có chu kì dao động là T và biên độ là A. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x_1 > 0$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí cân bằng gấp ba thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí biên x = +A. Chọn phương án đúng.

A.  $x_1 = 0,924A$ .      B.  $x_1 = 0,5A\sqrt{3}$ .    C.  $x_1 = 0,5A\sqrt{2}$ .    D.  $x_1 = 0,021A$ .

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{T}{4} \\ t_1 = 3t_2 \\ x_1 = A \cos \frac{2\pi t_2}{T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{T}{16} \\ x_1 = A \cos \frac{2\pi}{T} \frac{T}{16} \approx 0,924A \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Một dao động điều hoà có chu kì dao động là T và biên độ là A. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x_1$  (mà  $x_1 \neq 0; \pm A$ ), bất kể vật đi theo hướng nào thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $\Delta t$  nhất định vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ. Chọn phương án đúng.

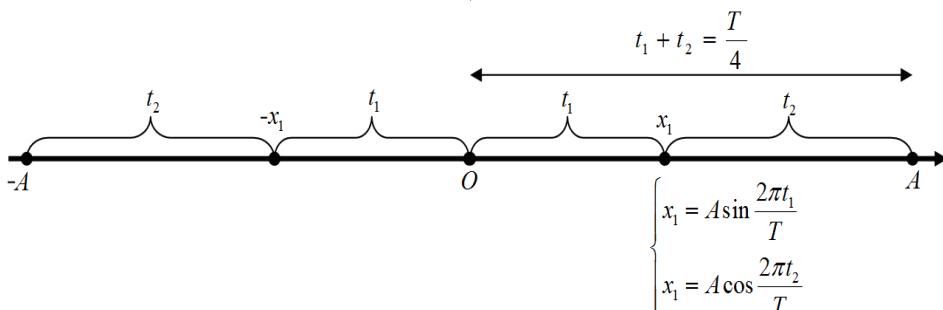
A.  $x_1 = \pm 0,25A$       B.  $x_1 = \pm 0,5A\sqrt{3}$     C.  $x_1 = \pm 0,5A\sqrt{2}$     D.  $x_1 = \pm 0,5A$

**Hướng dẫn:**

Theo yêu cầu của bài toán suy ra:

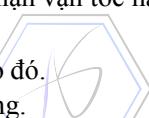
$$\Delta t = 2t_1 = 2t_2 \text{ mà } t_1 + t_2 = T/4 \text{ nên } t_1 = t_2 = T/8.$$

$$\text{Do đó: } x_1 = A \sin \frac{2\pi t_1}{T} = A \sin \frac{2\pi}{T} \frac{T}{8} = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



**Chú ý:** Bài toán tìm khoảng thời gian để vật đi từ li độ  $x_1$  đến  $x_2$  là bài toán cơ bản, trên cơ sở bài toán này chúng ta có thể làm được rất nhiều các bài toán mở rộng khác nhau như:

- \* Tìm thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ  $x_1$  đến vận tốc hay gia tốc nào đó.
- \* Tìm khoảng thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến khi vật qua tọa độ  $x$  nào đó lần thứ  $n$ .
- \* Tìm khoảng thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến khi vật nhận vận tốc hay gia tốc nào đó lần thứ  $n$ .
- \* Tìm vận tốc hay tốc độ trung bình trên một quỹ đạo chuyển động nào đó.
- \* Tìm khoảng thời gian mà lò xo nén, dãn trong một chu kì chuyển động.



- \* Tìm khoảng thời gian mà bóng đèn sáng, tối trong một chu kì hay trong một khoảng thời gian nào đó.
- \* Tìm khoảng thời gian mà tụ điện C phóng hay tích điện từ giá trị  $q_1$  đến  $q_2$ .
- \* Các bài toán ngược liên quan đến khoảng thời gian,...

### b. Thời gian ngắn nhất đi từ $x_1$ đến $x_2$

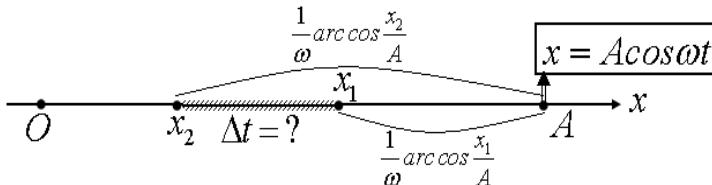
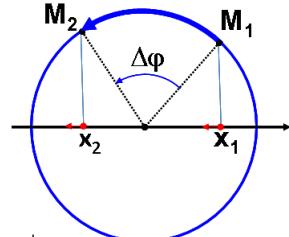
*Phương pháp chung:*

*Cách 1:*

$$\text{Dùng VTLG: } \Delta t = \frac{\Delta\phi}{\omega}$$

*Cách 2:* Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm có li độ  $x_1$  đến điểm có li độ  $x_2$ :

$$\Delta t = \left| \arccos \frac{x_2}{A} - \arccos \frac{x_1}{A} \right| \div \omega = \left| \arcsin \frac{x_2}{A} - \arcsin \frac{x_1}{A} \right| \div \omega$$



*Quy trình bấm máy tính nhanh:*

$$\begin{cases} \text{shift cos}(x_2 \div A) - \text{shift cos}(x_1 \div A) = \div \omega = \\ \text{shift sin}(x_2 \div A) - \text{shift sin}(x_1 \div A) = \div \omega = \end{cases}$$

*Kinh nghiệm:* Đối với dạng toán này cũng không nên dùng cách 1 vì mất nhiều thời gian!

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hoà có phương trình li độ  $x = 8\cos(7t + \pi/6)$  cm. Khoảng thời gian tối thiểu để vật đi từ li độ 7 cm đến vị trí có li độ 2 cm là

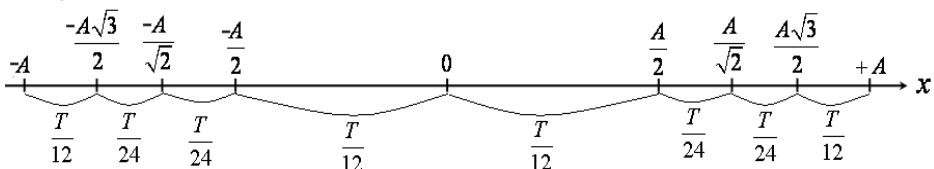
- A. 1/24 s.      B. 5/12 s.      C. 6,65 s.      D. 0,12 s.

*Hướng dẫn:*

$$\Delta t = \left| \arccos \frac{x_2}{A} - \arccos \frac{x_1}{A} \right| \frac{1}{\omega} = \left| \arccos \frac{2}{8} - \arccos \frac{7}{8} \right| \frac{1}{7} \approx 0,12(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

*Quy trình bấm máy:* shift cos(2 ÷ 8) - shift cos(7 ÷ 8) = ÷ 7 =

*Kinh nghiệm:* Nếu số “đẹp”  $x = 0; \pm A; \pm \frac{A}{2}; \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$  thì dùng trực phân bố thời gian.

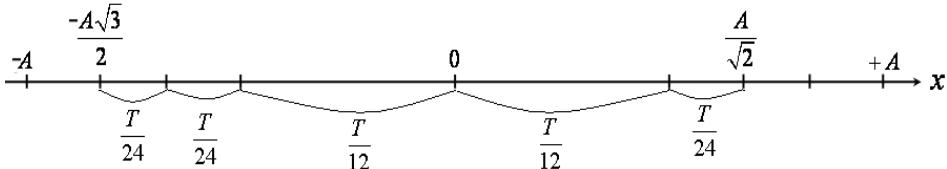


**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa có phương trình li độ  $x = 8\cos(7\pi t + \pi/6)$  cm. Khoảng thời gian tối thiểu để vật đi từ li độ  $4\sqrt{2}$  cm đến vị trí có li độ  $4\sqrt{3}$  cm là

- A.  $1/24$  s.      B.  $5/12$  s.      C.  $1/6$  s.      D.  $1/12$  s.

**Hướng dẫn:**

Dựa vào trục phân bố thời gian, ta tính được:



$$\Delta t = \frac{T}{24} + \frac{T}{24} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} + \frac{T}{24} = \frac{7T}{24} = \frac{7}{24} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{12} \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Nếu vật chuyển động qua lại nhiều lần thì ta cộng các khoảng thời gian lại.

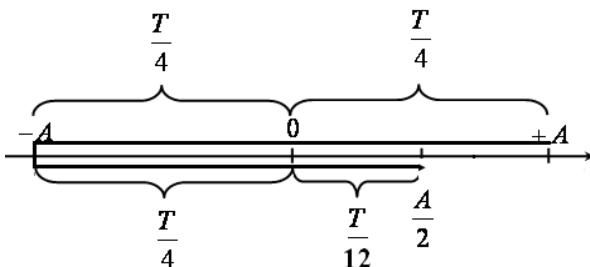
**Ví dụ 3:** Một dao động điều hòa có chu kì dao động là  $T$  và biên độ là  $A$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm có li độ cực đại về điểm có li độ bằng một nửa biên độ cực đại mà vectơ vận tốc có hướng cùng với hướng của trục toạ độ là

- A.  $T/3$ .      B.  $5T/6$ .      C.  $2T/3$ .      D.  $T/6$ .

**Hướng dẫn:**

Dựa vào trục phân bố thời gian, ta tính được:

$$\Delta t = 3 \cdot \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{6} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



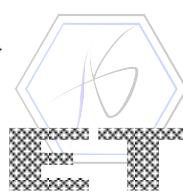
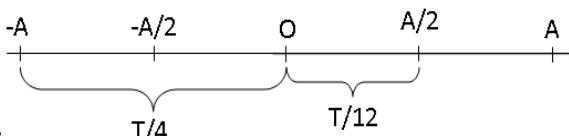
**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa với biên độ  $A$ , thời gian ngắn nhất để con lắc di chuyển từ vị trí có li độ  $x_1 = -A$  đến vị trí có li độ  $x_2 = A/2$  là 1 s. Chu kì dao động của con lắc là:

- A. 6 s.      B.  $1/3$  s.      C. 2 s.      D. 3 s.

**Hướng dẫn:**

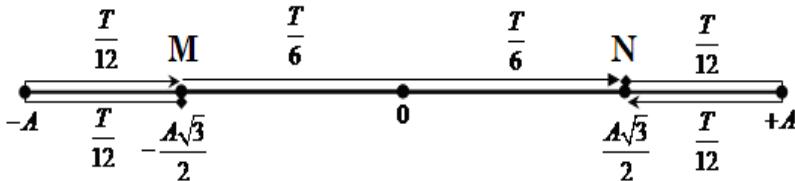
Dựa vào trục phân bố thời gian, ta tính được:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} = 1 \text{ (s)} \Rightarrow T = 3 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

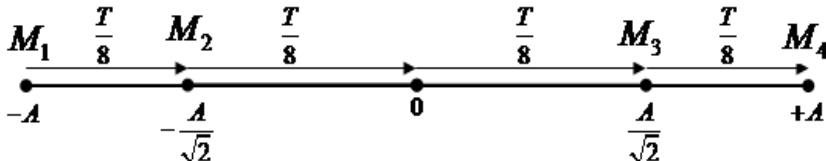


Chú ý: Li độ và vận tốc tại các điểm đặc biệt.

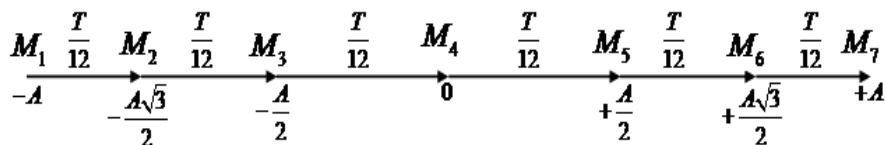
- 1) Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $T/6$  thì vật lại đi qua M hoặc O hoặc N



- 2) Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $T/8$  thì vật lần lượt đi qua  $M_1, M_2, O, M_3, M_4$



- 3) Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $T/12$  thì vật lần lượt đi qua  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$

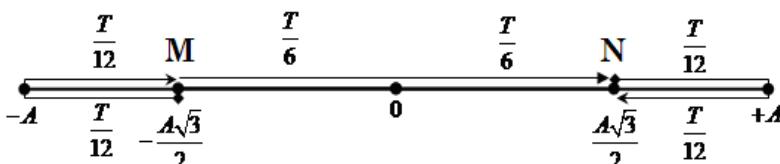


**Ví dụ 5:** Một chất điểm đang dao động điều hoà trên một đoạn thẳng xung quanh vị trí cân bằng O. Gọi M, N là hai điểm trên đường thẳng cùng cách đều O. Biết cứ 0,05 s thì chất điểm lại đi qua các điểm M, O, N và tốc độ của nó lúc đi qua các điểm M, N là  $20\pi$  cm/s. Biên độ A bằng

- A. 4 cm.      B. 6 cm.      C.  $4\sqrt{2}$  cm.      D.  $4\sqrt{3}$  cm.

**Hướng dẫn:**

Dựa vào trực phân bố thời gian.



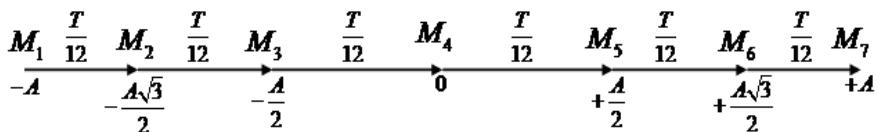
$$\begin{cases} \frac{T}{6} = 0,05 \Rightarrow T = 0,3s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{20\pi}{3} (\text{rad/s}) \\ |x_M| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |v_M| = \frac{\omega A}{2} = \frac{20\pi}{2} A \end{cases}$$

**Ví dụ 6:** Một chất điểm đang dao động điều hoà trên một đoạn thẳng. Trên đoạn thẳng đó có bảy điểm theo đúng thứ tự  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$  và  $M_7$  với  $M_4$  là vị trí cân bằng. Biết cứ 0,05 s thì chất điểm lại đi qua các điểm  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$  và  $M_7$ . Tốc độ của nó lúc đi qua điểm  $M_3$  là  $20\pi$  cm/s. Biên độ A bằng

- A. 4 cm.      B. 6 cm.      C. 12 cm.      D.  $4\sqrt{3}$  cm.

**Hướng dẫn:**

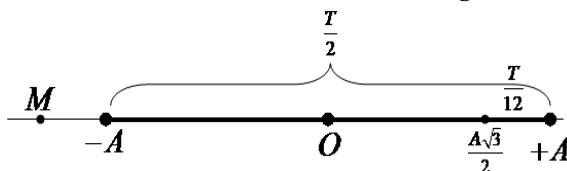
Dựa vào trực phân bố thời gian.



$$\begin{cases} \frac{T}{12} = 0,05 \Rightarrow T = 0,6s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{10\pi}{3} (\text{rad/s}) \\ |x_{M_3}| = \frac{A}{2} \Rightarrow |v_{M_3}| = \frac{\omega A \sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{10\pi}{3} A \sqrt{3}}{2} \Rightarrow 20\pi = \frac{10\pi}{3} A \sqrt{3} \Rightarrow A = 4\sqrt{3} (\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn D.} \end{cases}$$

**Ví dụ 7:** Vật đang dao động điều hòa dọc theo đường thẳng. Một điểm M nằm cố định trên đường thẳng đó, phía ngoài khoảng chuyển động của vật, tại thời điểm t thì vật xa điểm M nhất, sau đó một khoảng thời gian ngắn nhất là  $\Delta t$  thì vật gần điểm M nhất. Độ lớn vận tốc của vật sẽ bằng nửa vận tốc cực đại vào thời điểm gần nhất là  
 A.  $t + \Delta t/3$ .      B.  $t + \Delta t/6$ .      C.  $t + \Delta t/4$ .      D.  $0,5t + 0,25\Delta t$ .

**Hướng dẫn:**



$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 2\Delta t.$$

$$\text{Khi } |v| = \frac{v_{\max}}{2} \text{ thì từ } \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2 \omega^2} = 1 \text{ suy ra: } |x| = \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Thời gian ngắn nhất đi từ } x = A \text{ đến } x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ là } \frac{T}{12}$$

$$\text{Thời điểm gần nhất vật có tốc độ bằng nửa giá trị cực đại là } t + \frac{T}{12} = t + \frac{\Delta t}{6}$$

⇒ Chọn B.

c. **Thời gian ngắn nhất liên quan đến vận tốc, động lượng**

**Phương pháp chung:**

Dựa vào công thức liên hệ vận tốc, động lượng với li độ để quy về li độ.

$$x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow \begin{cases} v = v_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ v = v_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases}$$

$$p = mv \Rightarrow \begin{cases} p = p_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ p = p_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases}$$



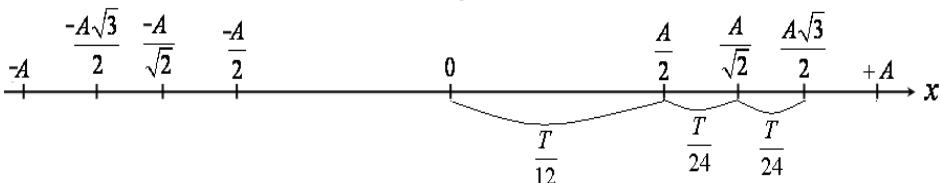
**Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T trên trục Ox với O là vị trí cân bằng. Thời gian ngắn nhất vật đi từ điểm có tọa độ  $x = 0$  đến điểm mà tốc độ của vật bằng nửa tốc độ cực đại là

A. T/8.

B. T/16.

C. T/6.

D. T/12.

**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ v_2 = \frac{v_{\max}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}A \end{cases} \xrightarrow{x_1=0 \rightarrow x_2=\frac{\sqrt{3}}{2}A} \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

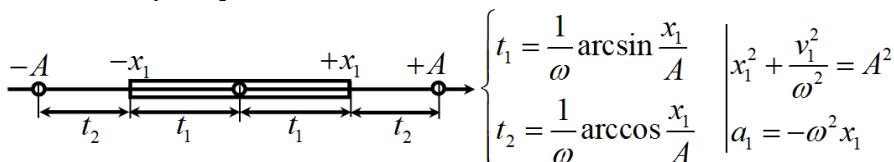
**Chú ý:**

1) Vùng tốc độ **lớn hơn**  $v_1$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$  và vùng tốc độ **nhỏ hơn**  $v_1$  nằm ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$ .

2) Khoảng thời gian trong một chu kỳ tốc độ

- + **lớn hơn**  $v_1$  là  $4t_1$ .

- + **nhỏ hơn**  $v_1$  là  $4t_2$ .



**Ví dụ 2 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có tốc độ nhỏ hơn  $1/3$  tốc độ cực đại là

A. T/3.

B. 2T/3.

C. 0,22T.

D. 0,78T.

**Hướng dẫn:**

Trong công thức  $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$ , ta thay  $v_1 = \frac{\omega A}{3}$  suy ra  $x_1 = \frac{\sqrt{8}}{3}A$ .

Vùng tốc độ **nhỏ hơn**  $v_1$  nằm ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu kỳ tốc độ nhỏ hơn  $v_1$  là  $4t_2$ .

$$4t_2 = 4 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = 4 \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{\sqrt{8}}{3} \approx 0,22T \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có tốc độ lớn hơn  $0,5$  tốc độ cực đại là

A. T/3.

B. 2T/3.

C. T/6.

D. T/2.

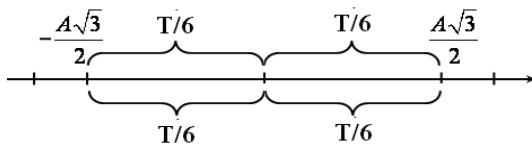
**Hướng dẫn:**

Trong công thức  $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$  ta thay  $v_1 = \frac{\omega A}{2}$  suy ra  $x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ .

**KHANG VIET**

Vùng tốc độ **lớn** hơn  $v_1$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu kì tốc độ lớn hơn  $v_1$  là  $4t_1$ .

$$4t_1 = 4 \cdot \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

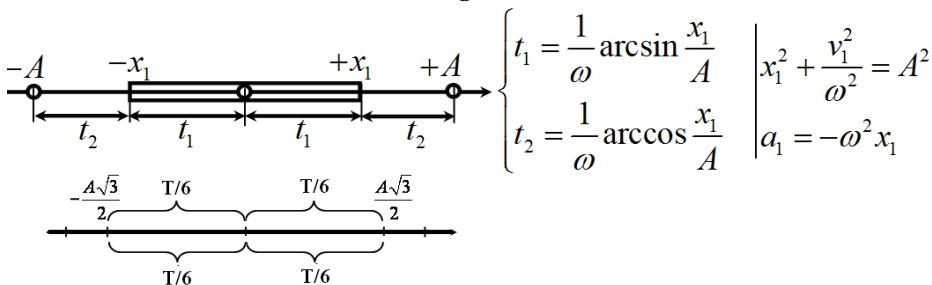


*Chú ý: Trong các đề thi trắc nghiệm thường là sự chồng chập của nhiều bài toán để nên để đi đến bài toán chính ta phải giải quyết bài toán phụ.*

**Ví dụ 4:** (ĐH–2012) Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Gọi  $v_{tb}$  là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì,  $v$  là tốc độ tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà  $v \geq 0,25\pi v_{tb}$  là:

- A.  $T/3$ .      B.  $2T/3$ .      C.  $T/6$ .      D.  $T/2$ .

**Hướng dẫn:**



$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = 0,25\pi v_{tb} = 0,25\pi \frac{4A}{T} = 0,25\pi \cdot 4A \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6} \\ t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} \\ x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2 \\ a_1 = -\omega^2 x_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} \\ t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} v_1 = 0,25\pi v_{tb} = 0,25\pi \frac{4A}{T} = 0,25\pi \cdot 4A \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6} \\ t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} \\ Vùng tốc độ \geq v_1 nằm trong [-x_1, +x_1] \Rightarrow \Delta t = 4t_1 = \frac{2T}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.} \end{array} \right.$$

*Chú ý: Đối với bài toán ngược ta làm theo các bước sau:*

*Bước 1: Dựa vào vùng tốc độ lớn hơn hoặc bé hơn  $v_1$  ta biểu diễn  $t_1$  hoặc  $t_2$  theo  $\omega$ .*

*Bước 2: Thay vào phương trình  $x_1 = A\sin \omega t_1 = A\cos \omega t_2$ .*

*Bước 3: Thay vào phương trình  $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$ .*

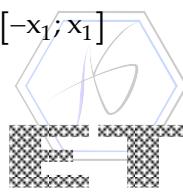
**Ví dụ 5 :** Một vật nhỏ dao động điều hòa với chu kì  $T$  và biên độ 8 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ có độ lớn vận tốc không vượt quá 16 cm/s là  $T/3$ . Tần số góc dao động của vật là

- A. 4 rad/s.      B. 3 rad/s.      C. 2 rad/s.      D. 5 rad/s.

**Hướng dẫn:**

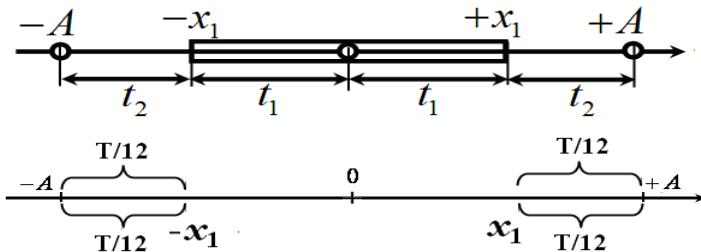
Để tốc độ không vượt quá  $|v_1| = 16$  cm thì vật phải ở ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$

$$4t_2 = \frac{T}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{12} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$



Thay số vào phương trình:  $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow 48 + \frac{256}{\omega^2} = 64 \Rightarrow \omega = 4(\text{rad/s})$

⇒ Chọn A



*Kinh nghiệm: Nếu vận số  $\omega$  nằm cả trong hàm sin hoặc hàm cos và cả nằm độc lập phía ngoài thì nên dùng chức năng giải phương trình SOLVE của máy tính cầm tay.*

**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm. Biết trong một chu kỳ, khoảng thời gian để tốc độ dao động không nhỏ hơn  $\pi$  (m/s) là  $1/15$  (s). Tần số góc dao động của vật có thể là :

- A. 6,48 rad/.      B. 43,91 rad/s.      C. 6,36 rad/s.      D. 39,95 rad/s.

#### Hướng dẫn:

Vùng tốc độ **lớn** hơn  $v_1$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu

kì, tốc độ lớn hơn  $v_1$  là  $4t_1$ , tức là:  $4t_1 = \frac{1}{15}\text{s} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{60}(\text{s})$ .

Tính được:  $x_1 = A \sin \omega t_1 = 10 \sin \frac{\omega}{60}(\text{cm})$ .

Thay số vào phương trình  $x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2$  ta được:  $10^2 \sin^2 \frac{\omega}{60} + \frac{(100\pi)^2}{\omega^2} = 10^2$

$$\Rightarrow (\sin(\omega/60))^2 + (10\pi/\omega)^2 = 1 \Rightarrow \omega \approx 39,95(\text{rad/s}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Khi dùng máy tính Casio fx-570ES để giải phương trình  $(\sin(x/60))^2 + (10\pi/x)^2 = 1$  thì phải nhớ đơn vị là rad, để có kí tự x, ta bấm **[ALPHA] [ )**, để có dấu “=” thì bấm **[ALPHA] [CALC]** và cuối cùng bấm **[SHIFT] [CALC] [=]**. Đợi một lúc thì trên màn hình hiện ra kết quả là 39,947747.

Vì máy tính chỉ đưa ra một trong số các nghiệm của phương trình đó! Ví dụ còn có nghiệm 275,89 chẳng hạn. Vậy khi gấp bài toán trắc nghiệm cách nhanh nhất là thay bốn phương án vào phương trình:

$$(\sin(\omega/60))^2 + (10\pi/\omega)^2 = 1 !!!$$

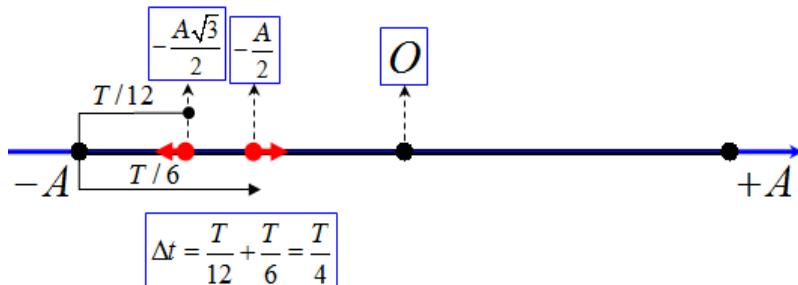
**Ví dụ 7: (CĐ – 2012)** Con lắc lò xo gồm một vật nhỏ có khối lượng 250 g và lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 4 cm. Khoảng thời gian ngắn nhất để vận tốc của vật có giá trị từ  $-40 \text{ cm/s}$  đến  $40\sqrt{3} \text{ cm/s}$  là

- A.  $\pi/40(\text{s})$ .      B.  $\pi/120(\text{s})$ .      C.  $\pi/20(\text{s})$ .      D.  $\pi/60(\text{s})$ .

**Hướng dẫn:**

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A = 80 \text{ (cm/s)} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -\frac{v_{\max}}{2} \left( \Leftrightarrow x_1 = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \right) \\ v_2 = \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \left( \Leftrightarrow x_2 = \pm \frac{A}{2} \right) \end{cases}$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{40} \text{ (s)}$$



**d. Thời gian ngắn nhất liên quan đến gia tốc, lực, năng lượng**

**Phương pháp chung:**

Dựa vào công thức liên hệ gia tốc, lực với li độ để quy về li độ.

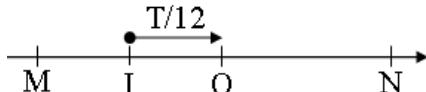
$$\begin{cases} a = -\omega^2 x \Rightarrow \begin{cases} a = a_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ a = a_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases} \\ F = -kx = -m\omega^2 x \Rightarrow \begin{cases} F = F_1 \Rightarrow x_1 = ? \\ F = F_2 \Rightarrow x_2 = ? \end{cases} \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa với chu kỳ  $T$ , trên một đoạn thẳng, giữa hai điểm biên M và N. Chọn chiều dương từ M đến N, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng O, mốc thời gian  $t = 0$  là lúc vật đi qua trung điểm I của đoạn MO theo chiều dương. Gia tốc của vật bằng không lần thứ nhất vào thời điểm

- A.  $T/8$ .      B.  $T/16$ .      C.  $T/6$ .      D.  $T/12$ .

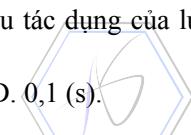
**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} x_1 = -0,5A \\ a_2 = 0 \Rightarrow x_2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = -0,5A \rightarrow x_2 = 0} t = \frac{T}{12} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo dao động theo phương ngang. Lực đàn hồi cực đại tác dụng vào vật là  $12 \text{ N}$ . Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp vật chịu tác dụng của lực kéo lò xo  $6\sqrt{3}\text{N}$  là  $0,1 \text{ (s)}$ . Chu kỳ dao động của vật là

- A.  $0,4 \text{ (s)}$ .      B.  $0,3 \text{ (s)}$ .      C.  $0,6 \text{ (s)}$ .      D.  $0,1 \text{ (s)}$ .



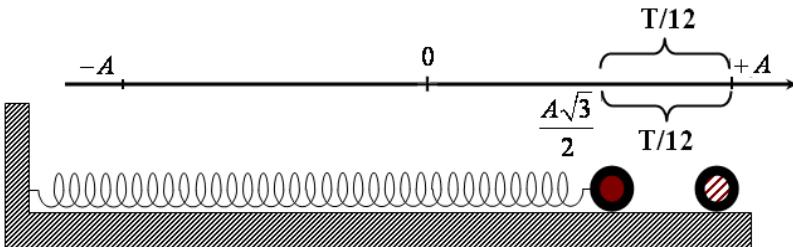
**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} F_1 = kx_1 \Rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{F}{F_{\max}} = \frac{x_1}{A} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ F_{\max} = kA \end{cases}$$

Vì lực kéo nén lò xo lúc đó bị dãn  $\Rightarrow$  Vật đi xung quanh vị trí biên

từ  $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$  đến  $x = A$  rồi đến  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ .

Thời gian đi sẽ là:  $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = 0,1 \Rightarrow T = 0,6(s) \Rightarrow$  Chọn C.



**Ví dụ 3:** Vật dao động điều hòa với vận tốc cực đại bằng  $3 \text{ m/s}$  và gia tốc cực đại bằng  $30\pi (\text{m/s}^2)$ . Lúc  $t = 0$  vật có vận tốc  $v_1 = +1,5 \text{ m/s}$  và thế năng đang giảm. Hỏi sau thời gian ngắn nhất bao nhiêu thì vật có gia tốc bằng  $-15\pi (\text{m/s}^2)$ ?

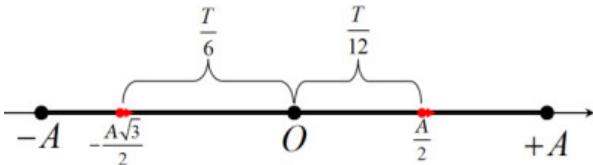
- A. 0,05 s.      B. 0,15 s.      C. 0,10 s.      D. 1/12 s.

**Hướng dẫn:**

Từ các công thức:  $a_{\max} = \omega^2 A$  và  $v_{\max} = \omega A$  suy ra:  $\omega = a_{\max}/v_{\max} = 10\pi (\text{rad/s})$

$$\left. \begin{cases} v_1 = +1,5 = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2} \\ W_t \text{ đang giảm} \\ a_2 = -15\pi = \frac{-a_{\max}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{A}{2} \end{cases} \right\} \Rightarrow t_{-\frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{A}{2}} = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\omega} = 0,05(\text{s})$$

$\Rightarrow$  Chọn A.



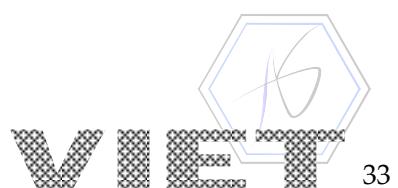
Chú ý:

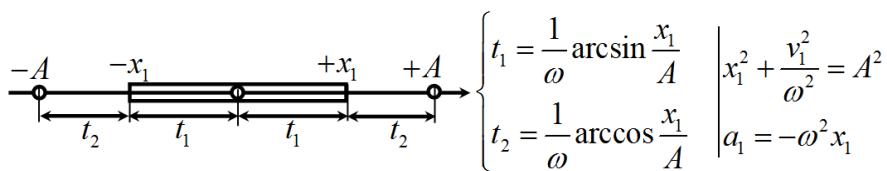
- 1) Vùng  $|a|$  lớn hơn  $|a_1|$  nằm ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$  và vùng  $|a|$  nhỏ hơn  $|a_1|$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ .
- 2) Khoảng thời gian trong một chu kỳ  $|a|$

+ lớn hơn  $|a_1|$  là  $4t_2$ .

+ nhỏ hơn  $|a_1|$  là  $4t_1$ .

**KHANG VIET**





**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì  $\pi/2$  (s), tốc độ cực đại của vật là 40 (cm/s). Tính thời gian trong một chu kì gia tốc của vật không nhỏ hơn 96 (cm/s<sup>2</sup>).

- A. 0,78 s.      B. 0,71 s.      C. 0,87 s.      D. 0,93 s.

**Hướng dẫn:**

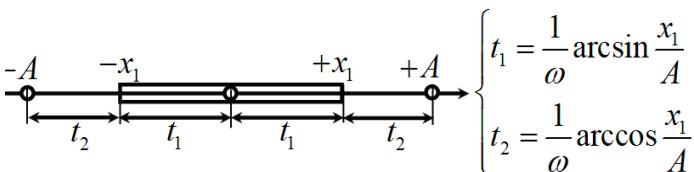
Tần số góc:  $\omega = 2\pi/T = 4$  (rad/s).

Từ công thức:  $v_{\max} = \omega A$  suy ra:  $A = v_{\max}/\omega = 10$  (cm).

$$\text{Ta có: } x_1 = \frac{|a_1|}{\omega^2} = 6 \text{ (cm)}.$$

Vùng  $|a|$  **lớn** hơn 96 (cm/s<sup>2</sup>) nằm ngoài đoạn  $[-x_1; x_1]$ .

Khoảng thời gian trong một chu kì  $|a|$  lớn hơn 96 (cm/s<sup>2</sup>) là  $4t_2$ , tức là



$$4t_2 = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{1}{4} \arccos \frac{6}{10} \approx 0,93 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 5:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có độ lớn gia tốc bé hơn  $1/2$  gia tốc cực đại là

- A. T/3.      B. 2T/3.      C. T/6.      D. T/2.

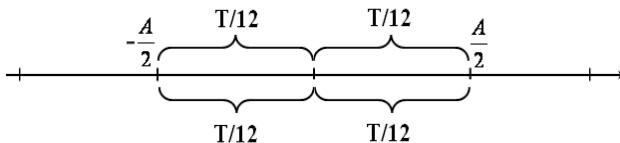
**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có: } x_1 = \frac{|a_1|}{\omega^2} = \frac{A}{2}.$$

Vùng  $|a|$  **nhỏ** hơn  $|a_1|$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ .

Khoảng thời gian trong một chu kì  $|a|$  nhỏ hơn  $|a_1|$  là  $4t_1$ , tức là

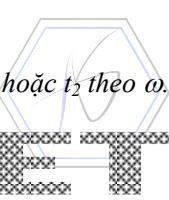
$$4t_1 = 4 \cdot \frac{T}{12} = \frac{T}{3} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Chú ý:** Đối với bài toán ngược ta làm theo các bước sau:

Bước 1: Dựa vào vùng  $|a|$  lớn hơn hoặc bé hơn  $|a_1|$  ta biểu diễn  $t_1$  hoặc  $t_2$  theo  $\omega$ .

Bước 2: Thay vào phương trình  $x_1 = A \sin \omega t_1 = A \cos \omega t_2$ .



Bước 3: Thay vào phương trình  $|x_1| = \omega^2 |a_1|$ .

**Ví dụ 6:** (ĐH–2010) Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm.

Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $T/3$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tần số dao động của vật là

- A. 4 Hz.      B. 3 Hz.      C. 2 Hz.      D. 1 Hz.

#### Hướng dẫn:

Để độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  thì vật nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ .

Khoảng thời gian trong một chu kì  $|a|$  nhỏ hơn  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $4t_1$ , tức là

$$4t_1 = \frac{T}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12}.$$

Thay vào phương trình  $x_1 = A \sin \omega t_1 = 5 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12} = 2,5 \text{ (cm)}$ .

$$\text{Tần số góc: } \omega = \sqrt{\frac{|a_1|}{|x_1|}} = 2\pi \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

*Chú ý: Nếu khoảng thời gian liên quan đến  $W_b$ ,  $W_d$  thì ta quy về li độ nhờ các công*

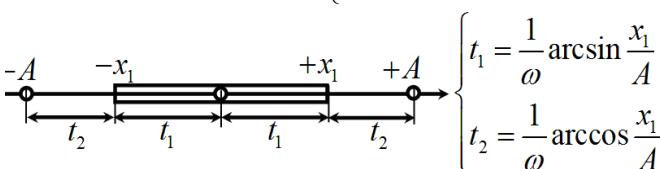
$$\text{thực độc lập với thời gian: } W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2}.$$

**Ví dụ 7:** Một vật dao động điều hòa với tần số 2 Hz. Tính thời gian trong một chu kì  $W_t \leq 2W_d$ .

- A. 0,196 s.      B. 0,146 s.      C. 0,096 s.      D. 0,304 s.

#### Hướng dẫn:

$$\text{Quy về li độ: } W_t = 2W_d \Rightarrow \begin{cases} W_d = \frac{1}{3}W \\ W_t = \frac{2}{3}W \Rightarrow \frac{kx_1^2}{2} = \frac{2}{3} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}A \end{cases}$$



Vùng  $W_t \leq 2W_d$  nằm trong đoạn  $[-x_1; x_1]$ . Khoảng thời gian trong một chu kì  $W_t \leq 2W_d$  là  $4t_1$ , tức là

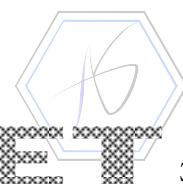
$$4t_1 = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 2} \arcsin \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,304 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

## 2. Thời điểm vật qua $x_0$

### a. Thời điểm vật qua $x_0$ theo chiều dương (âm)

*Phương pháp chung:*

**Cách 1:** Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) = x_0 \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = v_0 \end{cases}$



**KHANG VIỆT**

**VILLE**

$$\Rightarrow \begin{cases} t = t_{01} + k.T \\ t = t_{02} + l.T \end{cases} (t_{01}, t_{02} \geq 0 \Rightarrow k, l = 0, 1, 2, \dots)$$

**Cách 2:** Xác định VTLG  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Xác định vị trí xuất phát: } \Phi_0 = (\omega.0 + \varphi) \\ \text{Xác định vị trí cần đến} \\ \text{Xác định góc cần quét: } \Delta\varphi \\ \text{Thời gian: } t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \end{array} \right.$

**Cách 3:** Chỉ dùng VTLG để xác định thời điểm đầu tiên

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Xác định vị trí xuất phát: } \Phi_0 = (\omega.0 + \varphi) \\ \text{Xác định} \left\{ \begin{array}{l} \text{Thời điểm đầu tiên vật đến } x_1 \text{ theo chiều dương: } t_1 \\ \xrightarrow{\text{các thời điểm}} t = t_1 + k.T \ (k = 0, 1, 2, \dots) \\ \text{Thời điểm đầu tiên vật đến } x_1 \text{ theo chiều âm: } t_1 \\ \xrightarrow{\text{các thời điểm}} t = t_1 + k.T \ (k = 0, 1, 2, \dots) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Lần thứ 1 vật đến  $x = x_1$  theo chiều dương (âm) là:  $t_1$ .

Lần thứ 2 vật đến  $x = x_1$  theo chiều dương (âm) là:  $t_2 = t_1 + T$ .

....

Lần thứ  $n$  vật đến  $x = x_1$  theo chiều dương (âm) là:  $t_n = t_1 + (n-1)T$ .

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4\cos(\pi t/2 - \pi/3)$ , trong đó  $x$  tính bằng xentimét (cm) và  $t$  tính bằng giây (s). Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ  $x = 2\sqrt{3}$  cm theo chiều âm lần thứ 2 là

- A.  $t = 6,00$  s.      B.  $t = 5,50$  s.      C.  $t = 5,00$  s.      D.  $t = 5,75$  s.

*Hướng dẫn:*

**Cách 1:** Dùng PTLG

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 4\cos\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} \\ v = x' = -2\pi\sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) < 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + n.2\pi$$

$$t = 1 + n.4 \geq 0 \Rightarrow n = 0; 1; 2; 3; \dots$$

Lần thứ 2 ứng với  $n = 1$  nên  $t = 5$  (s)  $\Rightarrow$  Chọn C.

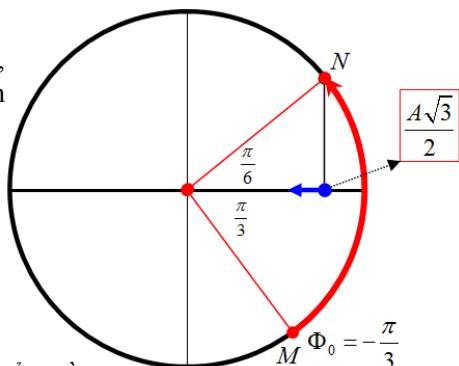


**Cách 2: Dùng VTLG.**

Vị trí xuất phát trên VTLG là điểm M, điểm cần đến là N. Lần thứ 2 đi qua N cần quét một góc:

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} + 2\pi, \text{ tương ứng với thời gian:}$$

$$t = \frac{\Delta\phi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 5(s).$$

**Cách 3: Chỉ dùng VTLG để xác định thời điểm đầu tiên.**

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 4(s)$$

$$\text{Vị trí xuất phát: } \Phi_0 = \left(\frac{\pi \cdot 0}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{3}$$

Vị trí cần đến là điểm M trên VTLG

Thời điểm đầu tiên vật đến  $x_1 = 2\sqrt{3}$

$$\text{theo chiều âm: } t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{T}{4} = 1(s)$$

Lần thứ 2 vật đến  $x = 2\sqrt{3}$  theo chiều âm là:

$$t_2 = t_1 + T = 5(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

*Kinh nghiệm:*

- 1) Bài toán tìm các thời điểm vật qua  $x_1$  theo chiều dương (âm) thì nên dùng cách 1.
- 2) Bài toán tìm thời điểm lần thứ  $n$  vật qua  $x_1$  theo chiều dương (âm) thì nên dùng cách 2, 3.

**Ví dụ 2:** Một chất diễm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 6\cos(2\pi t + \pi/4)$ , trong đó x tính bằng xentimét (cm) và t tính bằng giây (s). Chi xét các thời điểm chất diễm đi qua vị trí có li độ x = -3 cm theo chiều dương. Thời điểm lần thứ 10 là  
A.  $t = 245/24$  s.      B.  $t = 221/24$  s.      C.  $t = 229/24$  s.      D.  $t = 253/24$  s.

*Hướng dẫn:*

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1(s)$$

Lần 1, vật đến  $x = -3$  cm theo chiều dương là:

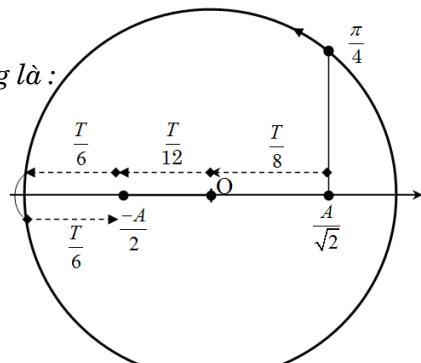
$$t_{01} = \frac{T}{8} + \frac{T}{12} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{13T}{24} = \frac{13}{24}(s)$$

Lần 10, vật đến  $x = -3$  cm

theo chiều dương là:

$$t = t_{01} + 9T = \frac{13}{24} + 9 \cdot 1 = \frac{229}{24}(s)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.



## b. Thời điểm vật qua $x_0$ tính cả hai chiều

**Phương pháp chung:**

Cách 1: Giải phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi) = x_0$

$$\Rightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x_0}{A} = \cos\alpha \Rightarrow \begin{cases} \omega t + \varphi = \alpha + (2\pi) \\ \omega t + \varphi = -\alpha + (2\pi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = ? \\ t_2 = ? \end{cases}$$

Trong một chu kì vật qua mỗi vị trí biên một lần và các vị trí khác hai lần. Để tìm hai thời điểm đầu tiên ( $t_1$  và  $t_2$ ) có thể dùng PTLG hoặc VTLG. Để tìm thời điểm, ta làm như sau:  $\frac{\text{Số lần}}{2} = n \begin{cases} \text{dư 1: } t = nT + t_1 \\ \text{dư 2: } t = nT + t_2 \end{cases}$

Cách 2: Dùng VTLG  $\begin{cases} Xđ \text{ vị trí xuất phát: } \Phi_0 = (\omega \cdot 0 + \varphi) \\ Xđ \text{ vị trí cần đến} \\ Xđ \text{ góc cần quét: } \Delta\varphi \\ \text{Thời gian: } t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \end{cases}$

**Ví dụ 1:** (ĐH-2011) Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4\cos(2\pi t/3)$  ( $x$  tính bằng cm;  $t$  tính bằng s). Kể từ  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = -2$  cm lần thứ 2011 tại thời điểm

- A. 3015 s.      B. 6030 s.      C. 3016 s.      D. 6031 s.

**Hướng dẫn:**

Cách 1: Giải PTLG.  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 3(s)$

$$4\cos\frac{2\pi t}{3} = -2 \Rightarrow \cos\frac{2\pi t}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi t}{3} = \frac{2\pi}{3} \\ \frac{2\pi t}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1(s) \\ t_2 = 2(s) \end{cases}$$

$$\frac{2011}{2} = 1005 \text{ dư 1} \Rightarrow t_{2.1005+1} = 1005T + t_1 = 1005.3 + 1 = 3016(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

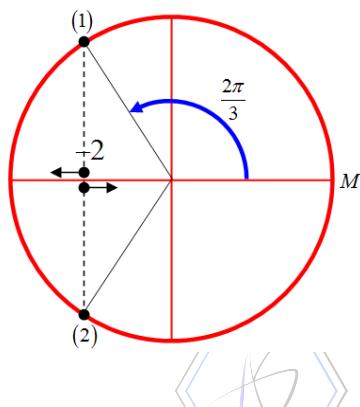
Cách 2: Dùng VTLG

Quay một vòng đi qua li độ  $x = -2$  cm là hai lần. Để có lần thứ 2011 =  $2.1005 + 1$  thì phải quay 1005 vòng và quay thêm một góc  $2\pi/3$ , tức là tổng góc quay:

$$\Delta\varphi = 1005 \cdot 2\pi + 2\pi/3.$$

Thời gian:

$$t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{1005 \cdot 2\pi + \frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{3}} = 3016(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



**Ví dụ 2:** Một vật dao động có phương trình li độ  $x = 4\cos(4\pi t/3 + 5\pi/6)$  (cm, s). Tính từ lúc  $t = 0$ , vật đi qua li độ  $x = 2\sqrt{3}$  cm lần thứ 2012 vào thời điểm nào?

- A.  $t = 1508,5$  s.      B.  $t = 1509,625$  s.    C.  $t = 1508,625$  s.    D.  $t = 1510,125$  s.

**Hướng dẫn:**

Cách 1: Giải PTLG.  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1,5$  (s)

$$x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \cos\left(\frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2\pi \Rightarrow t_2 = 1 \text{ (s)} \\ \frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi \Rightarrow t_1 = 0,75 \text{ (s)} \end{cases}$$

$$t_{2012} = t_{2.1005+2} = 1005T + t_2 = 1005.1,5 + 1 = 1508,5 \text{ (s)}$$

Cách 2: Dùng VTLG

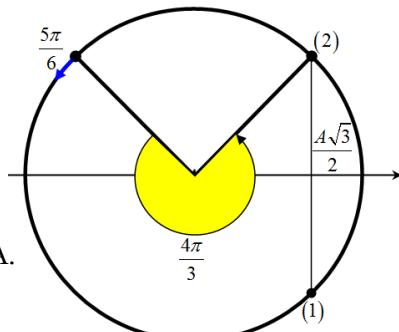
Quay một vòng đi qua li độ  $x = 2\sqrt{3}$  cm là hai lần.

Để có lần thứ 2012 =  $2.1005 + 2$  thì phải quay 1005 vòng và quay thêm một góc  $4\pi/3$ , tức là tổng góc quay:

$$\Delta\varphi = 1005.2\pi + 4\pi/3.$$

Thời gian:

$$t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{1005.2\pi + \frac{4\pi}{3}}{\frac{4\pi}{3}} = 1508,5 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



### c. Thời điểm vật cách vị trí cân bằng một đoạn b

**Phương pháp chung:**

Trong một chu kì, vật qua mỗi vị trí biên một lần và các vị trí khác hai lần. Vì vậy nếu  $b = 0$  hoặc  $b = A$  thì trong một chu kì có 2 lần  $|x| = b$ , ngược lại trong một chu kì có 4 lần  $|x| = b$  (hai lần vật qua  $x = +b$  và hai lần qua  $x = -b$ ). Để tìm bốn thời điểm đầu tiên  $t_1, t_2, t_3$  và  $t_4$  có thể dùng PTLG hoặc VTLG. Để tìm thời điểm tiếp theo ta làm như sau:

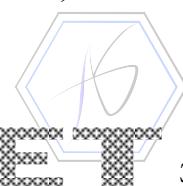
$$\frac{\text{Số lần}}{4} = n \begin{cases} \text{đư 1: } t = nT + t_1 \\ \text{đư 2: } t = nT + t_2 \\ \text{đư 3: } t = nT + t_3 \\ \text{đư 4: } t = nT + t_4 \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 6\cos(10\pi t/3 + \pi/6)$  cm. Xác định thời điểm thứ 2015 vật cách vị trí cân bằng 3 cm.

- A. 302,15 s.      B. 301,85 s.      C. 302,25 s.      D. 301,95 s.

**Hướng dẫn:**

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,6$  (s). Ta nhận thấy:  $\frac{2015}{4} = 503$  dư 3



KHANG VIET

VILLE

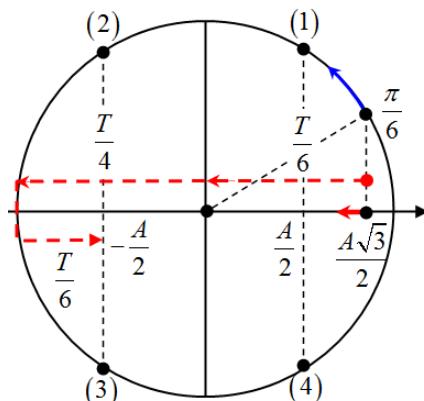
$\Rightarrow t = 503T + t_3$  nên ta chỉ cần tìm  $t_3$ .

$$t_3 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{7T}{12}$$

$$\Rightarrow t = 503T + \frac{7T}{12} = 302,15(s) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

*Chú ý: Nếu khoảng thời gian liên quan đến  $W_b$ ,  $W_d$  thì ta quy về lì độ nhò các công thức độc lập với thời gian:*

$$W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2}.$$



**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4\cos(50\pi t/3 + \pi/3)$  cm. Xác định thời điểm thứ 2012 vật có động năng bằng thế năng.

- A. 60,265 s.      B. 60,355 s.      C. 60,325 s.      D. 60,295 s.

### *Hướng dẫn:*

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,12(s)$$

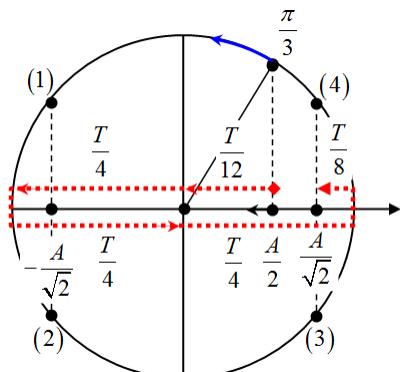
Từ điều kiện:  $W_t = W_d = \frac{1}{2}W \Rightarrow |x| = \frac{A}{\sqrt{2}}$ .

Ta nhận thấy:  $\frac{2012}{4} = 502$  dư 4

$$\Rightarrow t = 502T + t_4 \text{ nên ta chỉ cần } t$$

$$t_4 = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{23T}{24}$$

$$\Rightarrow t = 502T + \frac{17T}{24} = 60,355(s) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 6\cos(10\pi t + 2\pi/3)$  cm. Xác định thời điểm thứ 100 vật có động năng bằng thế năng và đang chuyển động về phía vị trí cân bằng.

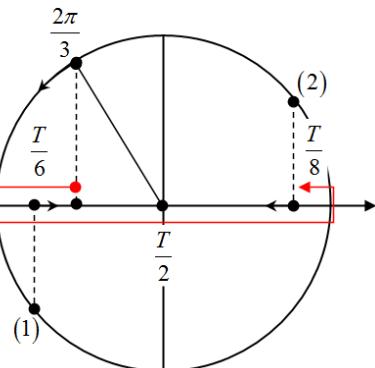
- A. 19,92 s.      B. 9,96 s.      C. 20,12 s.      D. 10,06 s.

### *Hướng dẫn:*

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2(s)$$

Trong một chu kì chỉ có hai thời điểm động năng bằng nhau và vật đang chuyển động về phía vị trí cân bằng. Hai thời điểm đầu tiên là  $t_1$  và  $t_2$ . Để tìm các thời điểm tiếp theo ta làm như sau:

$$\frac{Số lần}{2} = n \begin{cases} \text{đứ 1: } t = nT + t_1 \\ \text{đứ 2: } t = nT + t_2 \end{cases}$$



Ta nhận thấy:  $\frac{100}{2} = 49$  dư 2  $\Rightarrow t = 49T + t_2$  nên ta chỉ cần tìm  $t_2$ .

$$t_2 = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{8} = \frac{19T}{24} \Rightarrow t_{100} = 49T + \frac{19T}{24} \approx 9,96(s) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 4:** Một vật nhỏ dao động mà phương trình vận tốc  $v = 5\pi \cos(\pi t + \pi/6)$  cm/s. Tốc độ trung bình của vật tính từ thời điểm ban đầu đến vị trí động năng bằng  $1/3$  thế năng lần thứ hai là

- A. 6,34 cm/s.      B. 21,12 cm/s.      C. 15,74 cm/s.      D. 3,66 cm/s.

**Hướng dẫn:**

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2(s)$$

Đối chiếu với phương trình tổng quát, ta suy ra phương trình li độ:

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ = \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \\ v = 5\pi \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \pi \text{ (rad/s)} \\ A = 5 \text{ (cm)} \\ \varphi = -\frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow x = 5 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$$

Từ điều kiện:  $W_d = \frac{1}{3} W_t \Rightarrow \begin{cases} W_d = \frac{1}{4} W \\ W_t = \frac{3}{4} W \Rightarrow |x| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

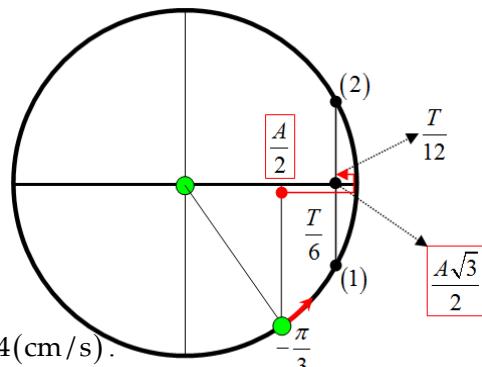
Thời điểm lần thứ 2, động năng, một phần ba thế năng thì vật đi được quãng đường và thời gian tương là:

$$\Delta S = \frac{A}{2} + \left( A - \frac{A\sqrt{3}}{2} \right) \approx 3,17 \text{ (cm);}$$

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = 0,5(s)$$

nên tốc độ trung bình trong

$$\text{khoảng thời gian đó là: } |v_{tb}| = \frac{\Delta S}{\Delta t} = 6,34 \text{ (cm/s).}$$



#### d. Thời điểm liên quan đến vận tốc, gia tốc, lực...

**Phương pháp chung:**

Cách 1: Giải trực tiếp phương trình phụ thuộc t của v, a, F...

Cách 2: Dựa vào các phương trình độc lập với thời gian để quy về li độ.

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hoà mô tả bởi phương trình:  $x = 6\cos(5\pi t - \pi/4)$  (cm) (t đo bằng giây). Thời điểm lần thứ hai có vận tốc  $-15\pi$  (cm/s) là

- A.  $1/60$  s.      B.  $11/60$  s.      C.  $5/12$  s.      D.  $13/60$  s.

**Hướng dẫn:**

$$v = x' = -30\pi \sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -15\pi$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5\pi t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \Rightarrow t = \frac{5}{60} + k \cdot \frac{2}{5} \geq 0 \rightarrow k = 0, 1, 2, \dots \\ 5\pi t - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6} + n \cdot 2\pi \Rightarrow t = \frac{13}{60} + n \cdot \frac{2}{5} \geq 0 \rightarrow n = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{60} \text{ (s)} \Rightarrow \text{Lần 1} \\ n = 0 \Rightarrow t = \frac{13}{60} \text{ (s)} \Rightarrow \text{Lần 2} \end{cases}$$

**Ví dụ 2:** Một vật dao động với phương trình  $x = 6\cos(10\pi t/3)$  (cm). Tính từ  $t = 0$  thời điểm lần thứ 2013 vật có tốc độ  $10\pi$  cm/s là

- A. 302,35 s.      B. 301,85 s.      C. 302,05 s.      D. 302,15 s.

**Hướng dẫn:**

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,6 \text{ (s)}$$

Thay tốc độ  $10\pi$  cm/s vào phương trình:  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow |x| = 3\sqrt{3}$  (cm)

Ta nhận thấy:

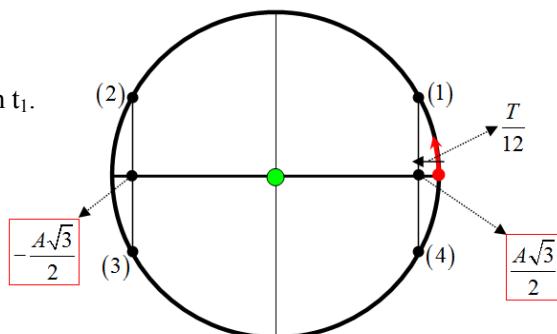
$$\frac{2013}{4} = 503 \text{ dư } 1$$

$\Rightarrow t = 503T + t_1$  nên ta chỉ cần tìm  $t_1$ .

$$t_2 = \frac{T}{12}$$

$$\Rightarrow t = 503T + \frac{T}{12} = 301,85 \text{ (s)}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.



## II. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN QUĂNG ĐƯỜNG

Chúng ta sẽ nghiên cứu các bài toán:

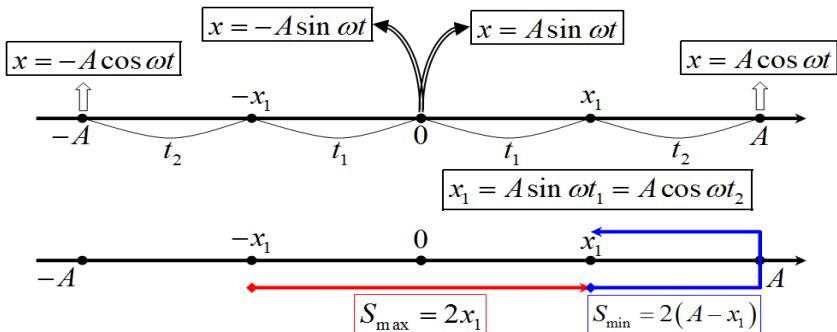
- + Quãng đường đi được tối đa, tối thiểu.
- + Quãng đường đi được từ  $t_1$  đến  $t_2$ .

### 1. Quãng đường đi được tối đa, tối thiểu.

#### 1.1. Trường hợp $\Delta t < T/2 \Leftrightarrow \Delta\phi = \omega\Delta t < \pi$

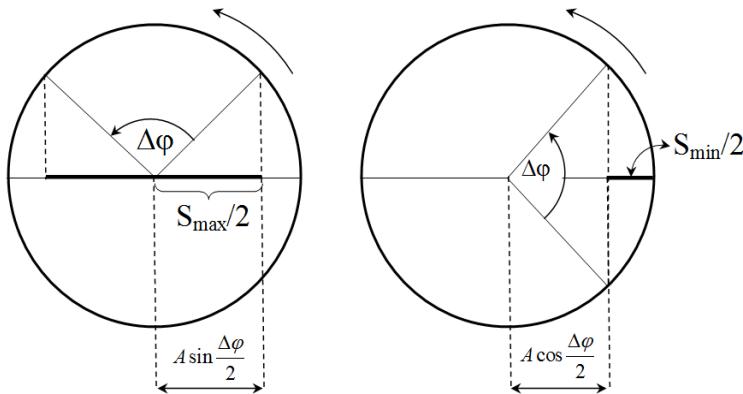
Trong dao động điều hòa, càng gần vị trí biên thì tốc độ càng bé. Vì vậy trong cùng một khoảng thời gian nhất định muốn đi được quãng đường lớn nhất thì đi xung quanh vị trí cân bằng và muốn đi được quãng đường bé nhất thì đi xung quanh vị trí biên.

Cách 1: Dùng PTLG



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Quãng đường cực đại} \Leftrightarrow t_1 = \frac{\Delta t}{2} \Rightarrow S_{\max} = 2A \sin \omega t_1 = 2A \sin \frac{\Delta \varphi}{2} \\ \text{Quãng đường cực tiểu} \Leftrightarrow t_2 = \frac{\Delta t}{2} \\ \Rightarrow S_{\min} = 2(A - A \cos \omega t_2) = 2A - 2A \cos \frac{\Delta \varphi}{2} \end{array} \right.$$

Cách 2: Dùng VTLG



$$\Delta \varphi = \omega \Delta t \Rightarrow \begin{cases} S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta \varphi}{2} \\ S_{\min} = 2A \left( 1 - \cos \frac{\Delta \varphi}{2} \right) \end{cases}$$

Qui trình giải nhanh:  $\begin{cases} \Delta \varphi = \omega \Delta t \\ S_{\max} \leftrightarrow \sin \rightarrow \text{đi xung quanh VTCB} \\ S_{\min} \leftrightarrow \cos \rightarrow \text{đi xung quanh VT biên} \end{cases}$

**Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với tần số góc 10 (rad/s) và biên độ 10 (cm). Trong khoảng thời gian 0,2 (s), quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất mà vật có thể đi được là lần lượt là

- A. 16,83 cm và 9,19 cm.  
B. 0,35 cm và 9,19 cm.  
C. 16,83 cm và 3,05 cm.  
D. 0,35 cm và 3,05 cm.

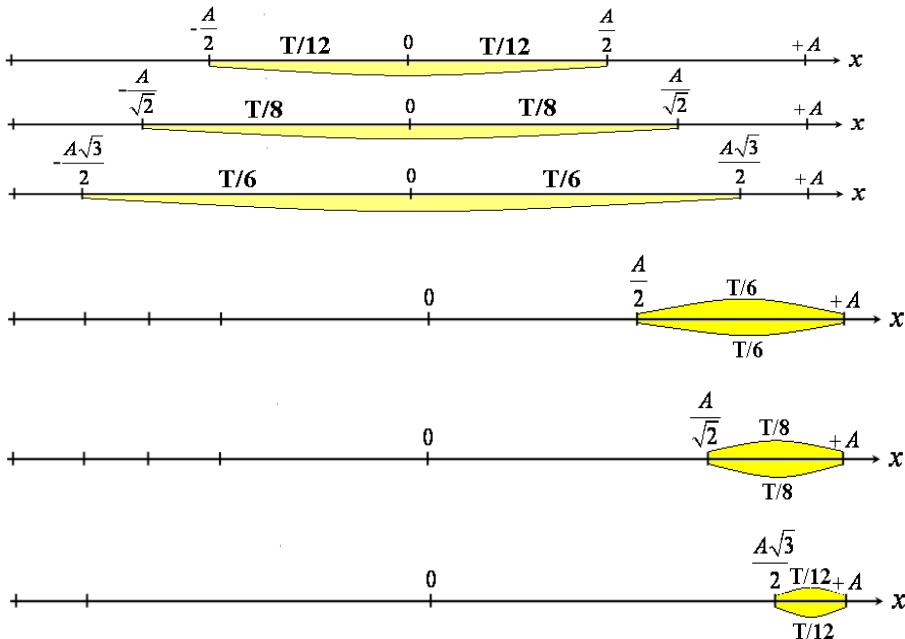
**Hướng dẫn:**

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = 2 \text{ (rad)} \Rightarrow \begin{cases} S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = 2 \cdot 10 \sin 1 \approx 16,83 \text{ (cm)} \\ S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2 \cdot 10 (1 - \cos 1) \approx 9,19 \text{ (cm)} \end{cases}$$

⇒ Chọn A.

(Vì đơn vị tính là rad nên khi bấm máy tính học sinh nên cẩn thận đơn vị!).

**Chú ý:** Đối với các khoảng thời gian đặc biệt  $\frac{T}{3}; \frac{T}{4}; \frac{T}{6}; \dots$  để tìm  $S_{\max}, S_{\min}$  nhanh, ta sử dụng trực phân bố thời gian và lưu ý:  $S_{\max} \Leftrightarrow$  đi quanh VTCB,  $S_{\min} \Leftrightarrow$  đi quanh VT biên.

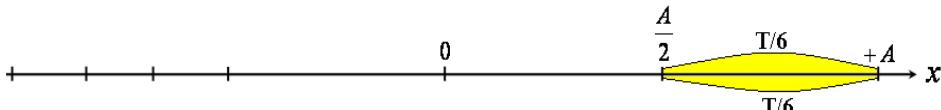


**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được trong khoảng thời gian  $T/3$  và quãng đường lớn nhất mà vật có thể đi được trong khoảng thời gian  $T/6$  thì

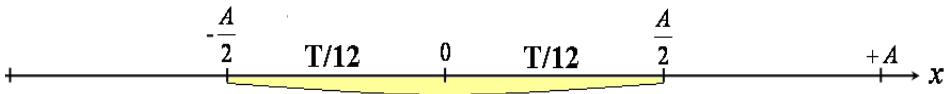
- A.  $S_1 > S_2$ .      B.  $S_1 = S_2 = A$ .      C.  $S_1 = S_2 = A\sqrt{3}$ .      D.  $S_1 < S_2$ .

**Hướng dẫn:**

Trong khoảng thời gian  $T/3$  để đi được quãng đường nhỏ nhất thì vật đi xung quanh vị trí biên mỗi nửa một khoảng thời gian  $T/6$  tương ứng với quãng đường  $A/2$ . Vì vậy:  $S_1 = A$ .



Trong khoảng thời gian  $T/6$  để đi được quãng đường lớn nhất thì vật đi xung quanh vị trí cân bằng mỗi nửa một khoảng thời gian  $T/12$  tương ứng với quãng đường  $A/2$ . Vì vậy:  $S_2 = A$ .



⇒ Chọn B.

*Kinh nghiệm:* Kết quả bài toán này được đề cập khá nhiều trong các đề thi. Để dễ nhớ ta viết dưới dạng:

$$\begin{cases} S_{\max}\left(\frac{T}{6}\right) = A & (\text{Đi xung quanh VTCB mỗi nửa } A/2) \\ S_{\min}\left(\frac{T}{3}\right) = A & (\text{Đi xung quanh VT biên mỗi nửa } A/2) \end{cases}$$

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 6 cm. Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong 0,2 s là  $6\sqrt{3}$  cm. Tính tốc độ của vật khi nó cách vị trí cân bằng 3 cm.

- A. 53,5 cm/s.      B. 54,9 cm/s.      C. 54,4 cm/s.      D. 53,1 cm/s.

*Hướng dẫn:*

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\phi}{2} = 2A \sin \frac{\omega \Delta t}{2} \Leftrightarrow 6\sqrt{3} = 2 \cdot 6 \sin \frac{\omega \cdot 0,2}{2} \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ (rad/s)}$$

$$|v| = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \frac{10\pi}{3} \sqrt{6^2 - 3^2} \approx 54,4 \text{ (cm/s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Một vật động điều hoà cứ trong mỗi chu kì thì có  $1/3$  thời gian vật cách vị trí cân bằng không quá 10 cm. Quãng đường lớn nhất mà vật có thể đi được trong  $1/6$  chu kì dao động là

- A. 5 cm.      B. 10 cm.      C. 20 cm.      D.  $10\sqrt{3}$  cm.

*Hướng dẫn:*

Khoảng thời gian trong một chu kì vật cách vị trí cân bằng một khoảng nhỏ hơn  $x_1$  là

$$\Delta t = 4 \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} \Leftrightarrow \frac{T}{3} = 4 \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{10}{A} \Rightarrow \frac{10}{A} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow A = 20 \text{ (cm).}$$

Quãng đường lớn nhất có thể đi được trong  $T/6$  là  $S_{\max} = A = 20$  cm

⇒ Chọn C.

*Chú ý:* Đối với bài toán tìm thời gian cực đại và cực tiểu để đi được quãng đường  $S$  thì cần lưu ý: Thời gian cực đại ứng với công thức quãng đường cực tiểu. Thời gian cực tiểu ứng với công thức quãng đường cực đại.

$$\begin{cases} t_{\min} \leftrightarrow S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\phi}{2} \\ t_{\max} \leftrightarrow S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\phi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta\phi = \omega \Delta t \Rightarrow \begin{cases} t_{\min} = \Delta t \\ t_{\max} = \Delta t \end{cases}$$

**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm, với tần số góc  $2\pi$  rad/s. Thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường 16,2 cm là

- A. 0,25 (s).      B. 0,3 (s).      C. 0,35 (s).      D. 0,45 (s).

**Hướng dẫn:**

Thời gian cực tiểu ứng với công thức quãng đường cực đại:

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \Rightarrow 16,2 = 2 \cdot 10 \sin \frac{2\pi\Delta t}{2} \Rightarrow \Delta t \approx 0,3(s) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm, với tần số góc  $2\pi$  rad/s. Thời gian dài nhất để vật đi được quãng đường 10,92 cm là

- A. 0,25 (s).                      B. 0,3 (s).                      C. 0,35 (s).                      D. 0,45 (s).

**Hướng dẫn:**

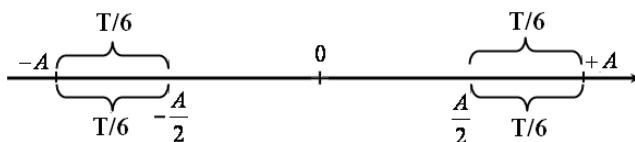
Thời gian cực đại ứng với công thức quãng đường cực tiểu:

$$S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \Rightarrow 10,92 = 2 \cdot 10 \left(1 - \cos 2\pi \frac{\Delta t}{2}\right) \Rightarrow \Delta t \approx 0,35(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 7:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm, với chu kì 0,1 s. Thời gian dài nhất để vật đi được quãng đường 10 cm là

- A. 1/15 (s).                      B. 1/40 (s).                      C. 1/60 (s).                      D. 1/30 (s).

**Hướng dẫn:**



Thời gian dài nhất ứng với vật đi chậm nhất.

Vật đi xung quanh vị trí biên (VD:  $x = A$ ) từ  $x = -A$  đến  $x = A$  rồi đến  $x = +A$ .

Thời gian đi sẽ là:  $\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3} = \frac{1}{30}(s) \Rightarrow \text{Chọn D.}$

**1.2. Trường hợp  $\Delta t' > T/2 \Rightarrow \Delta t' = n \frac{T}{2} + \Delta t$  với  $0 < \Delta t < \frac{T}{2}$**

Vì quãng đường đi được trong khoảng thời gian  $n \frac{T}{2}$  luôn luôn là  $n \cdot 2A$  nên quãng

đường lớn nhất hay nhỏ nhất là do  $\Delta t$  quyết định.

$$\begin{cases} S_{\max} = n \cdot 2A + S_{\max} = \boxed{n \cdot 2A + 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2}} \quad (\text{Đi xung quanh VTCB}) \\ S_{\min} = n \cdot 2A + S_{\min} = \boxed{n \cdot 2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right)} \quad (\text{Đi xung quanh VT biên}) \end{cases}$$

Hai trường hợp đơn giản xuất hiện nhiều trong các đề thi:

$$\begin{cases} \Delta t' = n \frac{T}{2} + \frac{T}{6} \\ \quad \underbrace{\frac{T}{2}}_{n \cdot 2A} \quad \underbrace{\frac{T}{6}}_{S_{\max}=A} \end{cases} \Rightarrow S'_{\max} = n \cdot 2A + A$$

$$\begin{cases} \Delta t' = n \frac{T}{2} + \frac{T}{3} \\ \quad \underbrace{\frac{T}{2}}_{n \cdot 2A} \quad \underbrace{\frac{T}{3}}_{S_{\min}=A} \end{cases} \Rightarrow S'_{\min} = n \cdot 2A + A$$



**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa với chu kỳ T và biên độ A. Quãng đường vật đi được tối đa trong khoảng thời gian  $5T/3$  là

A. 5A.

B. 7A.

C. 3A.

D. 6,5A.

**Hướng dẫn:**

Nhận diện đây là trường hợp đơn giản nên có thể giải nhanh:

$$\Delta t' = \frac{5T}{3} = 3 \cdot \underbrace{\frac{T}{2}}_{\substack{3.2A \\ S_{\max} = A}} + \underbrace{\frac{T}{6}}_{\substack{A \\ S_{\min}}} \Rightarrow S'_{\max} = 3.2A + A = 7A \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

*Kinh nghiệm: Quy trình giải nhanh:*

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta t'}{0,5T} = n, m \\ \Delta t = \Delta t' - n \cdot 0,5T \\ \Delta \varphi = \omega \Delta t \Rightarrow \begin{cases} S_{\max} = 2A \cdot \sin \frac{\Delta \varphi}{2} \\ S_{\min} = 2A - 2A \cdot \cos \frac{\Delta \varphi}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} S'_{\max} = n \cdot 2A + S_{\max} \\ S'_{\min} = n \cdot 2A + S_{\min} \end{cases} \end{array} \right.$$

**Ví dụ 2:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 5\cos 4\pi t$  (cm) (với t đo bằng giây). Trong khoảng thời gian  $7/6$  (s), quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được là

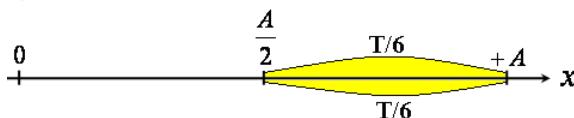
A. 42,5 cm.

B. 48,66 cm.

C. 45 cm.

D.  $30\sqrt{3}$  cm.**Hướng dẫn:**

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(s) \Rightarrow \frac{T}{2} = 0,25(s) \Rightarrow \frac{\Delta t'}{T/2} = \frac{7}{6} \div 0,25 = 4,66667 \\ \Delta t' = \frac{7}{6}(s) = 4 \cdot 0,25 + \frac{1}{6} = 4 \cdot \underbrace{\frac{T}{2}}_{\substack{4.2A \\ S_{\min} = A}} + \underbrace{\frac{T}{3}}_{\substack{\frac{T}{6} \\ A}} = 4 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{3} \\ \Rightarrow S'_{\min} = 4 \cdot 2A + A = 45(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{array} \right.$$



**Ví dụ 3:** Một vật nhỏ dao động điều hòa với biên độ 4 cm. Trong 3,2 s quãng đường dài nhất mà vật đi được là 18 cm. Hỏi trong 2,3 s thì quãng đường ngắn nhất vật đi được là bao nhiêu?

A. 17,8 (cm).

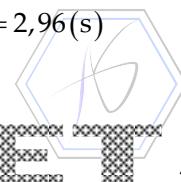
B. 14,2 (cm).

C. 17,5 (cm).

D. 10,8 (cm).

**Hướng dẫn:**

$$S'_{\max} = 18\text{cm} = 16\text{cm} + 2\text{cm} = \underbrace{2.2A}_{T} + \underbrace{\frac{A}{2}}_{\frac{T}{6}} \Rightarrow T + \frac{T}{6} = 3,2 \Rightarrow T = 2,96(\text{s})$$



$$\Delta t' = 2,3s = \frac{T}{2} + \underbrace{0,82}_{2A=8} \Rightarrow S'_{\min} = 8 + 2,8 \approx 10,8(\text{cm})$$

$$S'_{\min} = 2A \left( 1 - \cos \frac{2\pi \cdot 0,82}{T} \right) \approx 2,8$$

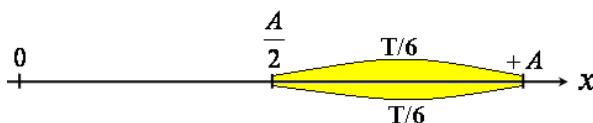
⇒ Chọn D.

**Ví dụ 4:** Một chất diễm dao động điều hòa với biên độ 6 cm. Trong khoảng thời gian 1 (s), quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được là 18 cm. Tính tốc độ của vật ở thời điểm kết thúc quãng đường.

- A. 42,5 cm/s.      B. 48,66 cm/s.      C. 27,2 cm/s.      D. 31,4 cm/s.

**Hướng dẫn:**

$$S'_{\min} = 18\text{cm} = \frac{2A}{T/2} + \frac{A}{T/3} \Rightarrow \frac{T}{2} + \frac{T}{3} = 1 \Rightarrow T = 1,2(\text{s})$$



Khi kết thúc quãng đường, vật ở li độ  $x = \pm A/2$ .

$$\text{Khi } x = \pm \frac{A}{2} \Rightarrow |v| = v_{\max} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\pi}{T} A \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 27,2(\text{cm/s}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Một số bài toán là sự chồng chập của nhiều bài toán dễ. Chúng ta nên giải quyết lần lượt các bài toán nhỏ!

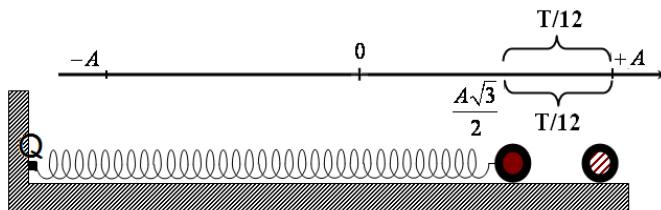
**Ví dụ 5:** (ĐH-2012) Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với cơ năng dao động là 1 J và lực đàn hồi cực đại là 10 N. Mốc thê năng tại vị trí cân bằng. Gọi Q là đầu cố định của lò xo, khoảng thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp Q chịu tác dụng lực kéo của lò xo có độ lớn  $5\sqrt{3}$  N là 0,1 s. Quãng đường lớn nhất mà vật nhỏ của con lắc đi được trong 0,4 s là

- A. 40 cm.      B. 60 cm.      C. 80 cm.      D. 115 cm.

**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} F = k|x| \\ F_{\max} = kA \Rightarrow \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{F}{F_{\max}} = \frac{|x|}{A} \Rightarrow |x| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ W = \frac{kA^2}{2} \end{cases}$$

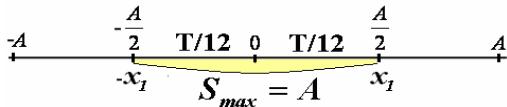
$$\frac{1}{10} = \frac{W}{F_{\max}} = \frac{A}{2} \Rightarrow A = 20\text{cm}$$



Vì lực kéo nén lò xo dẫn  $\Rightarrow$  Vật đi từ  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  đến  $x = A$  rồi đến  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ .

Thời gian đi sẽ là:  $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = 0,1 \Rightarrow T = 0,6(s)$

$$t = 0,4s = 0,3 + 0,1 = \frac{\frac{T}{2}}{2A} + \frac{\frac{T}{6}}{S_{\max}=A} \Rightarrow S'_{\max} = 3A = 60(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Chú ý:** Đối với bài toán tìm thời gian cực đại và cực tiểu để đi được quãng đường  $S$  thì cần lưu ý: Thời gian cực đại ứng với công thức quãng đường cực tiểu. Thời gian cực tiểu ứng với công thức quãng đường cực đại.

$$\begin{cases} t'_{\min} \leftrightarrow S'_{\max} = n \cdot 2A + 2A \sin \frac{\Delta\phi}{2} \\ t'_{\max} \leftrightarrow S'_{\min} = n \cdot 2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\phi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta\phi = \omega \Delta t \Rightarrow \begin{cases} t'_{\min} = n \cdot \frac{T}{2} + \Delta t \\ t'_{\max} = n \cdot \frac{T}{2} + \Delta t \end{cases}$$

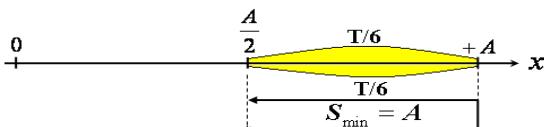
$$\begin{cases} t'_{\min} \leftrightarrow S'_{\max} = \underbrace{n \cdot 2A}_{n \cdot \frac{T}{2}} + \underbrace{S_{\max}}_{\Delta t} \Rightarrow t'_{\min} = n \cdot \frac{T}{2} + \Delta t \\ t'_{\max} \leftrightarrow S'_{\min} = \underbrace{n \cdot 2A}_{n \cdot \frac{T}{2}} + \underbrace{S_{\min}}_{\Delta t} \Rightarrow t'_{\max} = n \cdot \frac{T}{2} + \Delta t \end{cases}$$

**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A$  và chu kỳ  $T$ . Thời gian dài nhất để vật đi được quãng đường có độ dài  $7A$  là

- A.  $13T/6$ .      B.  $13T/3$ .      C.  $11T/6$ .      D.  $T/4$ .

**Hướng dẫn:**

$$t'_{\max} \leftrightarrow S'_{\min} = 7A = \underbrace{3 \cdot 2A}_{3 \frac{T}{2}} + A \Rightarrow t'_{\max} = 3 \frac{T}{2} + \frac{T}{3} = \frac{11T}{6} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

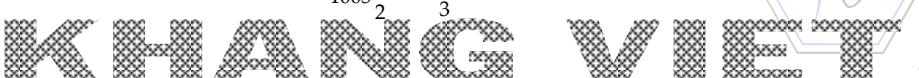


**Ví dụ 7:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ  $A$  và tần số  $f$ . Thời gian dài nhất để vật đi quãng đường  $2011A$  là

- A.  $3017/(6f)$ .      B.  $4021/(8f)$ .      C.  $2001/(4f)$ .      D.  $1508/(3f)$ .

**Hướng dẫn:**

$$t'_{\max} \leftrightarrow S'_{\min} = 2011A = \underbrace{1005 \cdot 2A}_{1005 \frac{T}{2}} + A \Rightarrow t'_{\max} = 1005 \frac{T}{2} + \frac{T}{3} = \frac{3017}{6f} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



## 2. Quãng đường đi

### 2.1. Quãng đường đi được từ $t_1$ đến $t_2$

**Phương pháp chung**

$$\text{♣ Nếu biểu diễn: } t_2 - t_1 = nT + \Delta t \begin{cases} \frac{t_2 - t_1}{T} = n, q \\ \Delta t = (t_2 - t_1) - nT \end{cases}$$

Quãng đường đi được:  $S = n \cdot 4A + S_{\text{thêm}}$ , với  $S_{\text{thêm}}$  là quãng đường đi được từ thời điểm  $t_1 + nT$  đến thời điểm  $t_2$ .

$$\text{♣ Nếu biểu diễn: } t_2 - t_1 = m \frac{T}{2} + \Delta t \begin{cases} \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = m, q \\ \Delta t = (t_2 - t_1) - m \frac{T}{2} \end{cases}$$

Quãng đường đi được:  $S = m \cdot 2A + S_{\text{thêm}}$ , với  $S_{\text{thêm}}$  là quãng đường đi được từ thời điểm  $t_1 + mT/2$  đến thời điểm  $t_2$ .

*Để tìm  $S_{\text{thêm}}$  thông thường dùng ba cách sau:*

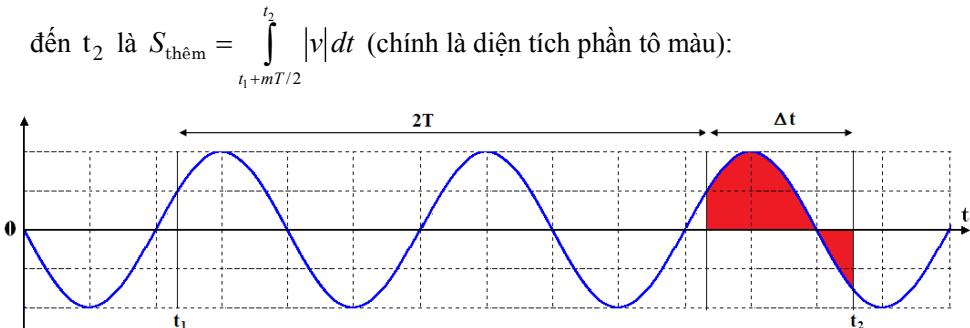
*Cách 1:* Dùng trực thời gian để xác định quãng đường dịch chuyển từ trạng thái 1 đến trạng thái 2.

*Cách 2:* Dùng vòng tròn lượng giác để xác định quãng đường dịch chuyển từ trạng thái 1 đến trạng thái 2.

*Cách 3:* Dùng tích phân xác định.

**Cơ sở phương pháp:**

$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow |v| = \left| \frac{dx}{dt} \right| = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = |v| dt$  (trong đó  $ds$  là quãng đường chất điểm đi được trong thời gian  $dt$ ). Quãng đường chất điểm đi được từ thời điểm  $t_1 + mT/2$  đến  $t_2$  là  $S_{\text{thêm}} = \int_{t_1 + mT/2}^{t_2} |v| dt$  (chính là diện tích phần tô màu):



Nếu phương trình li độ  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  thì phương trình vận tốc:

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$$



$$S_{\text{thêm}} = \int_{t_1 + mT/2}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt$$

Để tính tích phân này ta có thể dùng máy tính cầm tay CASIO fx-570ES, 570ES Plus.

### Các bước thực với máy tính cầm tay CASIO fx-570ES, 570ES Plus

<b>Chọn chế độ</b>	<b>Nút lệnh</b>	<b>Ý nghĩa – Kết quả</b>
Chỉ định dạng nhập / xuất toán	Bấm: <b>SHIFT MODE 1</b>	Màn hình xuất hiện <b>Math</b> .
Chọn đơn vị đo góc là Rad ( <b>R</b> )	Bấm: <b>SHIFT MODE 4</b>	Màn hình hiển thị chữ <b>R</b>
Thực hiện phép tính tích phân	Bấm: <b>Phím</b>	Màn hình hiển thị $\int_a^b f(x) dx$
Dùng hàm trị tuyệt đối (Abs)	Bấm: <b>SHIFT hyp</b>	Màn hình hiển thị $\int_a^b  f(x)  dx$
Biến t thay bằng X	Bấm: <b>ALPHA ]</b>	Màn hình hiển thị <b>X</b>
Nhập hàm và các cận lấy tích phân	Bấm: hàm và các cận	Hiển thị $\int_{t_1 + mT/2}^{t_2}  \omega A \sin(\omega x + \varphi)  dx$
Bấm dấu bằng (=)	Bấm: <b>=</b>	

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 3\cos(4\pi t - \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 13/6$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 23/6$  (s) là:

- A. 40 cm.      B. 57,5 cm.      C. 40,5 cm.      D. 56 cm.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Cách 1: } T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(s)$$

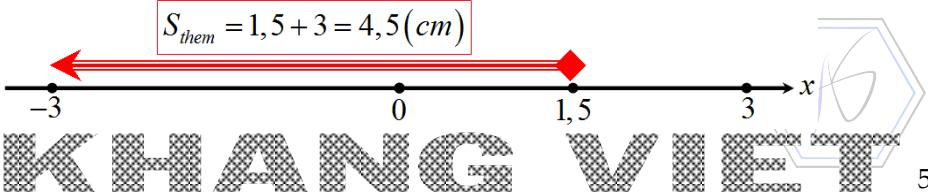
$$\text{Vì } \frac{t_2 - t_1}{T} = 3,333 \text{ nên có thể viết } t_2 - t_1 = 3T + \Delta t \text{ với } \Delta t = (t_2 - t_1) - 3T = \frac{7}{6}(s).$$

Quãng đường đi được:  $S = 3A + S_{\text{thêm}} = 36 + S_{\text{thêm}}$ . Vì  $S_{\text{thêm}} < 4A = 12$  cm

$\Rightarrow 36 \text{ cm} < S < 48 \text{ cm}$  nên phương án cần chọn chỉ còn A hoặc C.

$$\begin{cases} x_1 = 3\cos\left(4\pi \cdot \frac{13}{6} - \frac{\pi}{3}\right) = 1,5 \text{ cm} \\ v_1 = -4\pi \cdot 3 \sin\left(4\pi \cdot \frac{13}{6} - \frac{\pi}{3}\right) < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 3\cos\left(4\pi \cdot \frac{23}{6} - \frac{\pi}{3}\right) = -3 \text{ cm} \\ v_2 = -4\pi \cdot 3 \sin\left(4\pi \cdot \frac{23}{6} - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \end{cases}$$

$$S_{\text{thêm}} = 1,5 + 3 = 4,5 \text{ (cm)}$$



Quãng đường đi được:  $S = 36 + S_{\text{thêm}} = 40,5 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Cách 2:

Từ phương trình  $x = 3\cos(4\pi t - \pi/3) \text{ cm}$ , pha dao động:  $\phi = (4\pi t - \pi/3)$ .

$$\text{Vị trí bắt đầu quét: } \Phi_1 = \Phi_{(t_1)} = 4\pi \cdot \frac{13}{6} - \frac{\pi}{3} = 4.2\pi + \frac{\pi}{3}$$

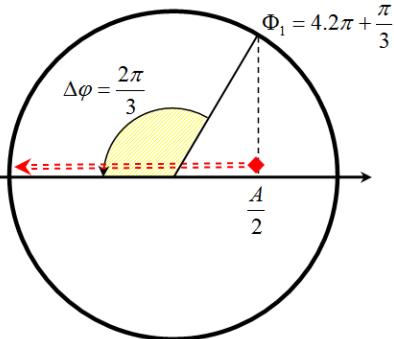
Góc cần quét:  $\Delta\Phi = \omega(t_2 - t_1)$

$$= 4\pi \left( \frac{23}{6} - \frac{13}{6} \right) = \underbrace{3 \cdot 2\pi}_{3 \times 4A = 12A} + \underbrace{\frac{2\pi}{3}}$$

$$S_{\text{thêm}} = A \cos 60^\circ + A = 1,5A$$

$$\Rightarrow S = 12A + 1,5A = 13,5A = 40,5 \text{ (cm)}$$

$$\text{Cách 3: Vì } \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = 6,667 \text{ nên } m = 6.$$



$$\text{Quãng đường đi: } S = m \cdot 2A + \int_{t_1 + mT/2}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt$$

$$S = 6 \cdot 2 \cdot 3 + \int_{\frac{13}{6} + 6,0,5/2}^{\frac{23}{6}} \left| 4\pi \cdot 3 \sin \left( 4\pi t - \frac{\pi}{3} \right) \right| dt = \frac{81}{2} = 40,5 \text{ (cm)}$$

Dùng máy tính nhập số liệu như sau:

(Để có dấu trị tuyệt đối bấm: **SHIFT hyp**)

$$6 \cdot 2 \cdot 3 + \int_{\frac{13}{6} + 3 \times \frac{0,5}{2}}^{\frac{23}{6}} \left| 4\pi \cdot 3 \sin \left( 4\pi \cdot X - \frac{\pi}{3} \right) \right| dX ,$$

sau đó bấm dấu ‘=’ sẽ được kết quả như trên.

(Bài này bấm máy tính chờ khoảng 3 giây sẽ thấy kết quả).

*Chú ý: Tốc độ tính của máy nhanh hay chậm phụ thuộc cận lấy tích phân và pha ban đầu.*

**Quy trình giải nhanh:**

$$m = \begin{cases} \frac{t_2 - t_1}{0,5T} & \text{Nếu } x = A \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow S = m \cdot 2A + \int_{t_1 + mT/2}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt \\ & \boxed{S = m \cdot 2A + \int_{t_1 + mT/2}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt} \\ & \boxed{S = m \cdot 2A + \int_{t_1 + mT/2}^{t_2} |\omega A \cos(\omega t + \varphi)| dt} \\ \text{Nếu } x = A \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow & \end{cases}$$



$$n = \left[ \frac{t_2 - t_1}{T} \right] \begin{cases} \text{Nếu } x = A \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow S = n \cdot 4A + \int_{t_1+nT}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt \\ \text{Nếu } x = A \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow S = n \cdot 4A + \int_{t_1+nT}^{t_2} |\omega A \cos(\omega t + \varphi)| dt \end{cases}$$

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 2\cos(4\pi t - \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 1/12$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 2$  (s) là:

- A. 40 cm.      B. 32,5 cm.      C. 30,5 cm.      D. 31 cm.

**Hướng dẫn:**

$$m = \left[ \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \right] = \left[ \frac{2 - \frac{1}{12}}{0,5 \cdot 0,5} \right] = [7,67] = 7 \Rightarrow S = m \cdot 2A + \int_{t_1+mT/2}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt$$

$$S = 7 \cdot 2 \cdot 2 + \int_{\frac{1}{12}+7 \cdot 0,5/2}^2 \left| 4\pi \cdot 2 \sin\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \right| dt = 31 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

(Bài này bấm máy tính chờ khoảng 5 giây sẽ thấy kết quả)

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hoà  $x = 6\cos(4\pi t - \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 13/6$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 37/12$  (s) là:

- A. 44 cm.      B. 40 cm.      C. 69 cm.      D. 45 cm.

**Hướng dẫn:**

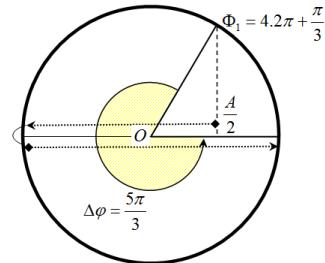
Cách 1: Pha dao động:  $\phi = (4\pi t - \pi/3)$ .

Vị trí bắt đầu quét:

$$\Phi_1 = \Phi_{(t_1)} = 4\pi \cdot \frac{13}{6} - \frac{\pi}{3} = 4.2\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Góc cần quét: } \Delta\Phi = \omega(t_2 - t_1) = 4\pi \left( \frac{37}{12} - \frac{13}{6} \right)$$

$$\Delta\Phi = \underbrace{1,2\pi}_{1 \times 4A} + \underbrace{\frac{5\pi}{3}}_{S_{\text{them}}=0,5A+3A} \Rightarrow S = 4A + 3,5A = 45 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



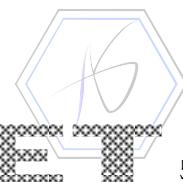
Cách 2:

$$m = \left[ \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \right] = \left[ \frac{\frac{37}{12} - \frac{13}{6}}{0,5 \cdot 0,5} \right] = [3,67] = 3 \Rightarrow S = m \cdot 2A + \int_{t_1+mT/2}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt$$

$$S = 3 \cdot 2 \cdot 6 + \int_{\frac{13}{6}+3 \cdot 0,5/2}^{\frac{37}{12}} \left| 4\pi \cdot 6 \sin\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \right| dt = 45 \text{ (cm)}$$

(Bài này bấm máy tính chờ khoảng 5 giây sẽ thấy kết quả)

**KHANG VIET**



**Ví dụ 4:** Vật dao động điều hoà với tần số  $f = 0,5$  Hz. Tại  $t = 0$ , vật có li độ  $x = 4$  cm và vận tốc  $v = -4\pi$  cm/s. Quãng đường vật đi được sau thời gian  $t = 2,5$  s kể từ khi bắt đầu chuyển động là

- A. 25,94 cm.      B. 26,34 cm.      C. 24,34 cm.      D. 30,63 cm.

**Hướng dẫn:**

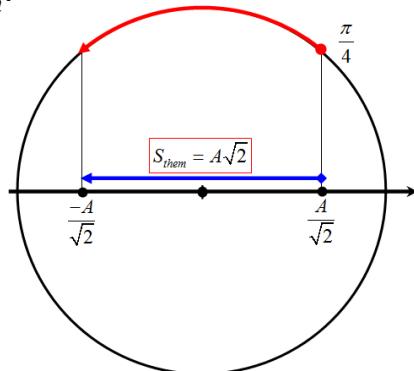
Cách 1:

$$\omega = 2\pi f = \pi \text{ (rad / s)}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

$$A = \sqrt{4^2 + \frac{(4\pi)^2}{\pi^2}} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

Dùng vòng tròn lượng giác xác định quãng đường đi:



$$\text{Vị trí bắt đầu quét: } \Phi_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Góc cần quét: } \Delta\Phi = \omega(t_2 - t_1)$$

$$\Delta\Phi = \pi(2,25 - 0) = \underbrace{1,2\pi}_{1 \times 4A} + \underbrace{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}}_{S_{\text{them}} = A\sqrt{2}} \Rightarrow S = 4A + A\sqrt{2} \approx 30,63 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Cách 2:

$$m = \left[ \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \right] = \left[ \frac{2,5 - 0}{0,5 \cdot 2} \right] = [2,5] = 2 \Rightarrow S = m \cdot 2A + \int_{t_1 + mT/2}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt$$

$$S = 2 \cdot 2 \cdot 4\sqrt{2} + \int_{0+2 \times 2/2}^{2,5} \left| \pi \cdot 4\sqrt{2} \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \right| dt = 30,63 \text{ (cm)}$$

(Bài này bấm máy tính chờ khoảng 5 giây sẽ thấy kết quả)

**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Ban đầu vật đi qua O theo chiều dương. Đến thời điểm  $t = 19T/12$  vật đi được quãng đường là

- A. 4,5A.      B. 6,5A.      C. 7,5A.      D. 6,2A.

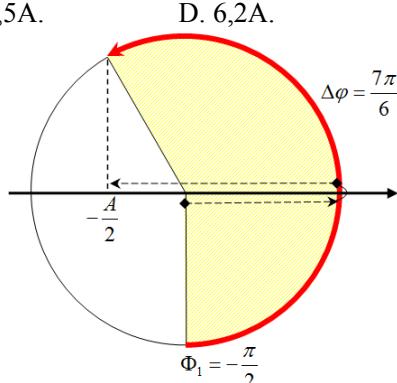
**Hướng dẫn:**

$$\text{Cách 1: } x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{Vị trí bắt đầu quét: } \Phi_1 = \frac{2\pi}{T} \cdot 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Góc cần quét: } \Delta\Phi = \omega(t_2 - t_1)$$

$$= \frac{2\pi}{T} \left( \frac{19T}{12} - 0 \right) = \underbrace{1,2\pi}_{4A} + \underbrace{\pi + \frac{\pi}{6}}_{S_{\text{them}}}$$



$$S = 4A + A + A + 0,5A = 6,5A \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Cách 2:

$$n = \left[ \frac{t_2 - t_1}{T} \right] = \left[ \frac{\frac{19}{12}T - 0}{T} \right] = 1$$

$$S = n \cdot 4A + \int_{t_1+nT}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt = 1 \cdot 4A + \int_{0+1 \times T}^{\frac{19}{12}T} \left| \frac{2\pi}{T} A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right) \right| dt = 6,5A$$

**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hoà có phương trình dao động:  $x = 5\cos(4\pi t + \pi/3)$  (x đo bằng cm, t đo bằng s). Trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = 0,875$  s, quãng đường vật đi được và số lần đi qua điểm có li độ  $x = 3,5$  cm lần lượt là

- A. 36,8 cm và 4 lần.  
 B. 32,5 cm và 3 lần.  
 C. 32,5 cm và 4 lần.  
 D. 36,8 cm và 3 lần.

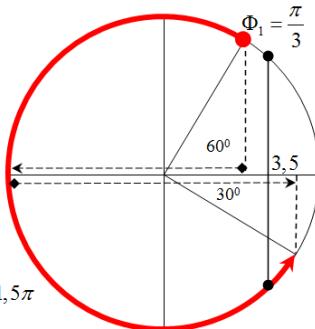
**Hướng dẫn:**

Vị trí bắt đầu quét:  $\Phi_1 = \Phi_{(t_1)} = 4\pi \cdot 0 + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

Góc cần quét:  $\Delta\Phi = \omega(t_2 - t_1) = 4\pi \cdot (0,875 - 0)$

$$\Delta\Phi = \underbrace{\frac{1.2\pi}{4A \text{ và } 2 \text{ lần}}}_{S_{\text{them}}} + \underbrace{\frac{3\pi}{2}}_{S_{\text{them}} \text{ và thêm } 1 \text{ lần}}$$

$$S = \underbrace{20}_{4A} + \underbrace{5\cos 60^\circ + 5 + 5 + 5\cos 30^\circ}_{S_{\text{them}}} \approx 36,8 \text{ (cm)} \quad \Delta\varphi = 1,5\pi$$



Tổng số lần đi qua  $x = 3,5$  cm là 3 lần  $\Rightarrow$  Chọn D.

*Chú ý: Đối với đề thi trắc nghiệm thông thường liên quan đến các trường hợp đặc biệt sau đây:*

+ Bất kể vật xuất phát từ đâu, quãng đường vật đi sau một chu kì luôn luôn là  $4A$ .

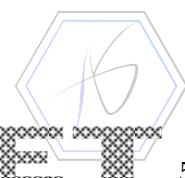
$$t_2 - t_1 = kT \Rightarrow S = k \cdot 4A$$

+ Bất kể vật xuất phát từ đâu, quãng đường vật đi sau nửa chu kì luôn luôn là  $2A$ .

$$t_2 - t_1 = m \frac{T}{2} \Rightarrow S = m \cdot 2A$$

+ Nếu vật xuất phát từ vị trí cân bằng ( $x_{(t1)} = 0$ ) hoặc từ vị trí biên ( $x_{(t1)} = \pm A$ ) thì quãng đường vật đi sau một phần tư chu kì là  $A$ .

$$t_2 - t_1 = n \frac{T}{4} \Rightarrow S = nA$$



+ Căn cứ vào tỉ số:  $\frac{t_2 - t_1}{0,5T} = q \begin{cases} Số nguyên \Rightarrow S = q \cdot 2A \\ Số bán nguyên và x_{(t_1)} = 0; \pm A \Rightarrow S = (q \cdot 2)A \end{cases}$

**Ví dụ 7:** (ĐH-2014) Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 5\cos\omega t$  (cm).

Quãng đường vật đi được trong một chu kì là

- A. 10 cm.      B. 5 cm.      C. 15 cm.      D. 20 cm.

#### Hướng dẫn:

Quãng đường đi được trong 1 chu kì:  $S = 4A = 20$  cm  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 8:** Một vật nhỏ dao động điều hòa dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng) có phương trình dao động  $x = 2\cos(2\pi t - \pi/12)$  (cm) (t tính bằng giây) thì đường mà vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 13/6$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 11/3$  s là bao nhiêu?

- A. 9 cm.      B. 27 cm.      C. 6 cm.      D. 12 cm.

#### Hướng dẫn:

$$q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{11/3 - 13/6}{0,5 \cdot 1} = 3 \xrightarrow{\text{Số nguyên}} S = q \cdot 2A = 3 \cdot 2A = 12 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc lò xo dao động với phương trình:  $x = 4\cos(4\pi t - \pi/8)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ  $t_1 = 0,03125$  (s) đến  $t_2 = 2,90625$  (s) là

- A. 116 cm.      B. 80 cm.      C. 64 cm.      D. 92 cm.

#### Hướng dẫn:

$$q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{2,90625 - 0,03125}{0,5 \cdot 0,5} = 11,5 \xrightarrow{\substack{\text{Số bán nguyên} \\ \text{nhưng } x_{(t_1)} = A \cos \left( 4\pi \cdot 0,03125 - \frac{\pi}{8} \right) = A}} S = q \cdot 2A = 92 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

$$S = q \cdot 2A = 92 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

*Chú ý: Có thể dùng phương pháp ‘Rào’ để loại trừ các phương án:*

- + Quãng đường đi được ‘trung bình’ vào cỡ:  $\bar{S} = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \cdot 2A$ .
- + Độ chênh lệch với giá trị thực vào cỡ:

$$\Delta A = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2} = \frac{2A \sin \frac{\omega \Delta t}{2} - 2A \left( 1 - \cos \frac{\omega \Delta t}{2} \right)}{2} \\ = A \left( \sin \frac{\omega \Delta t}{2} + \cos \frac{\omega \Delta t}{2} - 1 \right) < A(\sqrt{2} - 1) \approx 0,4A$$

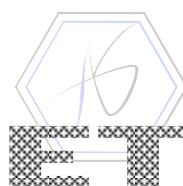
- + Quãng đường đi được vào cỡ:  $S = \bar{S} \pm 0,4A$

**Ví dụ 10:** Một vật nhỏ dao động điều hòa dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng) theo phương trình  $x = 10\sin\pi t$  (cm) (t tính bằng giây). Quãng đường mà vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm 2,4 s là

- A. 49,51 cm.      B. 56,92 cm.      C. 56,93 cm.      D. 33,51 cm.

#### Hướng dẫn:

Cách 1:  $\begin{cases} \bar{S} = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \cdot 2A = \frac{2,4 - 0}{2} \cdot 4A = 4,8A = 48 \text{ cm} \\ \Delta A_{\max} = 0,4A = 4 \text{ cm} \Rightarrow 44 \text{ cm} < S < 52 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn A.} \end{cases}$



**Cách 2:**

$$n = \left[ \frac{t_2 - t_1}{T} \right] = \left[ \frac{2,4 - 0}{2} \right] = 1$$

$$S = n \cdot 4A + \int_{t_1+nT}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt = 1.4.10 + \int_{0+1x2}^{2,4} \left| \pi \cdot 10 \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \right| dt = 49,51(cm)$$

(Bài này bấm máy tính chờ khoảng 5 giây sẽ thấy kết quả)

**Ví dụ 11:** Một chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 8\cos(4\pi t + \pi/6)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 2,375$  đến thời điểm  $t_2 = 4,75$  (s) là

- A. 149 cm.      B. 127 cm.      C. 117 cm.      D. 169 cm.

**Hướng dẫn:****Cách 1:**

$$\begin{cases} \bar{S} = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \cdot 2A = \frac{4,75 - 2,375}{0,5} \cdot 4A = 152cm \\ \Delta A_{max} = 0,4A = 3,2cm \Rightarrow 148,8 < S < 155,2 \Rightarrow Chọn A. \end{cases}$$

**Cách 2:**

$$n = \left[ \frac{t_2 - t_1}{T} \right] = \left[ \frac{4,75 - 2,375}{0,5} \right] = 4$$

$$S = n \cdot 4A + \int_{t_1+nT}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt = 128 + \int_{2,375+4 \cdot 0,5}^{4,75} \left| 32\pi \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \right| dt = 149(cm)$$

(Bài này bấm máy tính chờ khoảng 3 phút sẽ thấy kết quả)

**Ví dụ 12:** Một vật nhỏ dao động điều hòa  $x = 4 \cdot \cos 3\pi t$  (cm) (t tính bằng giây).

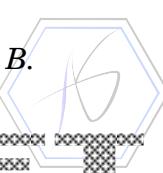
- 1) Quãng đường mà vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 2/3$  (s) đến thời điểm  $13/3$  s là bao nhiêu?  
 A. 108 cm.      B. 54 cm.      C. 88 cm.      D. 156 cm.  
 2) Quãng đường mà vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm  $4,5$  s là bao nhiêu?  
 A. 108 cm.      B. 54 cm.      C. 80 cm.      D. 156 cm.  
 3) Quãng đường mà vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm  $20/9$  s là bao nhiêu?  
 A. 48 cm.      B. 54 cm.      C. 72 cm.      D. 60 cm.

**Hướng dẫn:**

$$1) q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{\frac{13}{3} - \frac{2}{3}}{0,5 \cdot \frac{2}{3}} = 11 \Rightarrow S = q \cdot 2A = 88cm \Rightarrow Chọn C.$$

$$2) q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{4,5 - 0}{0,5 \cdot \frac{2}{3}} = 13,5 \text{ mà } x_{(t)} = A \Rightarrow S = q \cdot 2A = 108cm \Rightarrow Chọn A.$$

$$3) q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{\frac{20}{9} - 0}{0,5 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{20}{3} \Rightarrow \begin{cases} q \cdot 2A - 0,4A < S < q \cdot 2A + 0,4A \\ 51,17cm < S < 54,49cm \Rightarrow Chọn B. \end{cases}$$



Cách 2:

$$n = \left[ \frac{t_2 - t_1}{T} \right] = \left[ \frac{\frac{20}{9} - 0}{\frac{2}{3}} \right] = 3$$

$$S = n \cdot 4A + \int_{t_1+nT}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt = 3 \cdot 4 \cdot 4 + \int_{0+3 \cdot \frac{2}{3}}^{\frac{20}{9}} |3\pi \cdot 4 \sin(3\pi t)| dt = 54 \text{ (cm)}$$

(Bài này bấm máy tính chờ khoảng 3 phút sẽ thấy kết quả)

**Ví dụ 13:** Một chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 2\cos(2\pi t - \pi/12)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 17/24$  đến thời điểm  $t_2 = 25/8$  (s) là

- A. 16,6 cm.      B. 18,3 cm.      C. 19,27 cm.      D. 20 cm.

**Hướng dẫn:**

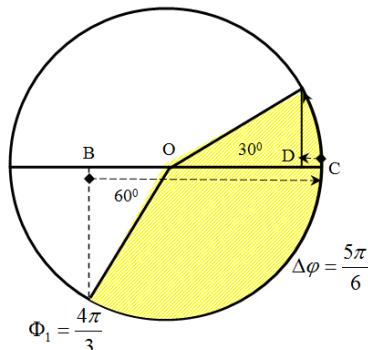
Vị trí bắt đầu quét:

$$\Phi_1 = \Phi_{(t_1)} = 2\pi \cdot \frac{17}{24} - \frac{\pi}{12} = \frac{4\pi}{3}$$

Góc cần quét:  $\Delta\Phi = \omega(t_2 - t_1)$

$$\Delta\Phi = 2\pi \cdot \left( \frac{25}{8} - \frac{17}{24} \right) = \underbrace{2 \cdot 2\pi}_{2 \times 4A} + \underbrace{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}}_{S_{\text{them}}}$$

$$S = 2 \cdot 4A + A \cos 60^\circ + A + A - A \cos 30^\circ \\ \approx 19,27 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



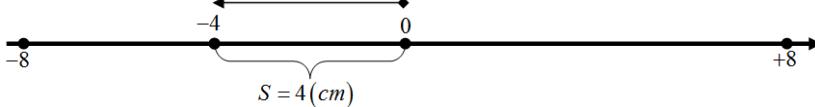
**Chú ý:** Một số bài toán chưa cho biết T hoặc A thông qua bài toán phụ để ta xác định được các đại lượng đó rồi mới tính quãng đường.

**Ví dụ 14:** Vật dao động điều hòa với phương trình li độ:  $x = 8\cos(\omega t + \pi/2)$  (cm) (t đo bằng giây). Sau thời gian 0,5 s kể từ thời điểm  $t = 0$  vật đi được quãng đường 4 cm. Hỏi sau khoảng thời gian 12,5 s kể từ thời điểm  $t = 0$  vật đi được quãng đường bao nhiêu?

- A. 100 cm.      B. 68 cm.      C. 50 cm.      D. 132 cm.

**Hướng dẫn:**

$$\frac{T}{12} = 0,5 \Rightarrow T = 6 \text{ (s)}$$



$$t = 12,5 \text{ (s)} = 2 \cdot 6 + 0,5 = \underbrace{2 \cdot T}_{2 \times 4A = 64 \text{ cm}} + \underbrace{\frac{T}{12}}_{4 \text{ cm}} \Rightarrow S = 64 + 4 = 68 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Một số bài toán chưa cho biết vị trí xuất phát thì thông qua bài toán phụ để ta xác định được vị trí xuất phát rồi mới tính quãng đường.



**Ví dụ 15:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm và tần số 2 Hz. Tại thời điểm  $t = 0$  vật chuyển động theo chiều dương và đến thời điểm  $t = 2$  s vật có vận tốc  $80\pi^2\sqrt{2}$  (cm/s<sup>2</sup>). Quãng đường vật đi từ lúc  $t = 0$  đến khi  $t = 2,625$  s là

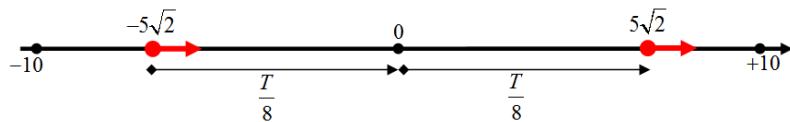
- A. 220,00 cm.      B. 210,00 cm.      C. 214,14 cm.      D. 205,86 cm.

### Hướng dẫn

Chu kỳ và tần số góc:  $T = \frac{1}{f} = 0,5(s)$ ;  $\omega = 2\pi f = 4\pi(\text{rad/s})$ .

Thời điểm  $t = 2$  s =  $4T$  vật trở lại trạng thái lúc  $t = 0$ . Như vậy, tại  $t = 0$  vật chuyển động theo chiều dương và có vận tốc  $80\pi^2\sqrt{2}$  (cm/s<sup>2</sup>), suy ra li độ lúc đầu:

$$x_0 = \frac{-a_0}{\omega^2} = -5\sqrt{2}(\text{cm}) = \frac{-A}{\sqrt{2}}$$



Quãng đường vật đi từ lúc  $t = 0$  đến khi  $t = 2,625$  s:

$$t = 2,625(s) = 5 \cdot 0,5 + 0,125 = \underbrace{5T}_{5 \times 4A=200} + \underbrace{\frac{T}{4}}_{10\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S = 200 + 10\sqrt{2} \approx 214,14(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 16:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với biên độ 4 cm. Vật có khối lượng 250 g và độ cứng lò xo là 100 N/m. Lấy gốc thời gian lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương quy ước. Quãng đường vật đi được sau  $\pi/20$  s đầu tiên và vận tốc của vật khi đó là

- A. 8 cm; -80 cm/s.      B. 4 cm; 80 cm/s.  
C. 8 cm; 80 cm/s.      D. 4 cm; -80 cm/s.

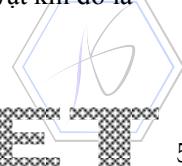
### Hướng dẫn:

Chu kỳ:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10}(s)$ .

Lúc  $t = 0$ , vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương sau  $\pi/20$  s =  $T/2$  đầu tiên vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm với vận tốc là  $v = -\omega A = -80(\text{cm/s})$  và quãng đường vật đã đi được là  $S = 2A = 8\text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

**Ví dụ 17:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 4 cm và trong thời gian 5 s vật thực hiện được 10 dao động. Lúc  $t = 0$  vật đi qua li độ  $x = -2$  cm theo chiều dương quy ước. Quãng đường vật đi được sau 0,75 s đầu tiên và vận tốc của vật khi đó là

- A. 24 cm;  $-8\pi\sqrt{3}$  cm/s.      B. 8 cm;  $8\pi\sqrt{3}$  cm/s.  
C. 8 cm;  $8\pi$  cm/s.      D. 4 cm;  $-8\pi$  cm/s.



### Hướng dẫn:

$$\text{Chu kỳ: } T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{5}{10} = 0,5(s).$$

$$\text{Lúc } t = 0 : \begin{cases} x_0 = -\frac{A}{2} \\ v_0 = \frac{\omega A \sqrt{3}}{2} \end{cases} \xrightarrow{t=0,75(s)=\frac{3}{2}T} \begin{cases} x = +0,5A = 2(cm) \\ v = -0,5\omega A \sqrt{3} = -8\pi\sqrt{3}(cm/s) \\ S = 3,2A = 24(cm) \end{cases}$$

⇒ Chọn A.

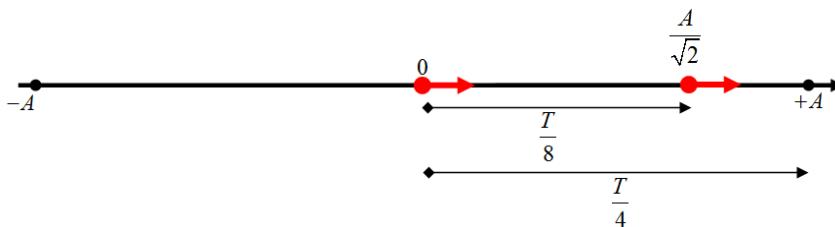
*Chú ý: Nếu cho nhiều thời điểm khác nhau thì cần phải xử lý linh hoạt và phối hợp nhiều thông tin của bài toán để tìm nhanh li độ, hướng chuyển động, vận tốc, gia tốc...*

**Ví dụ 18:** Một chất dième dao động điều hòa trên trục Ox. Tại thời điểm  $t = 0$  vật đi qua vị trí cân bằng O với tốc độ  $v_{max}$ . Đến thời điểm  $t_1 = 0,05$  s vật chưa đổi chiều chuyển động và tốc độ giảm  $\sqrt{2}$  lần, đến thời điểm  $t_2 = 10t_1$  thì chất dième đi được quãng đường là 24 cm. Vận tốc cực đại của chất dième là

- A.  $4,8\pi$  cm/s.      B.  $30\pi$  cm/s.      C.  $12\pi$  cm/s.      D.  $24\pi$  cm/s.

### Hướng dẫn

$$\text{Khi } |v| = \frac{\omega A}{\sqrt{2}} \text{ thì } |x| = \frac{A}{\sqrt{2}} \text{ và } t_1 = \frac{T}{8} = 0,05 \Rightarrow T = 0,4(s).$$



Đến thời điểm  $t_2 = 10t_1 = 0,5$  s =  $T + T/4$  thì chất dième đi được quãng đường:

$$24(cm) = S = 4A + A \Rightarrow A = 4,8(cm) \Rightarrow v_{max} = \frac{2\pi}{T} A = 24\pi(cm/s) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 19:** Một dao động điều hòa  $x = A\cos(\omega t - \pi/3)$ , sau thời gian  $2/3$  s vật trở lại vị trí ban đầu và đi được quãng đường 8 cm. Tìm quãng đường đi được trong giây thứ 2013.

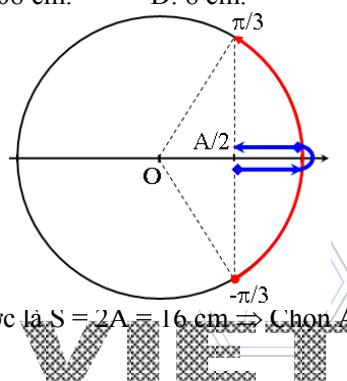
- A. 16 cm.      B. 32 cm.      C. 32208 cm.      D. 8 cm.

### Hướng dẫn

Vì sau thời gian  $2/3$  s vật trở lại vị trí ban đầu và đi được quãng đường 8 cm nên:

$$\begin{cases} \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow T = 2(s) \\ \frac{A}{2} + \frac{A}{2} = 8 \Rightarrow A = 8(cm) \end{cases}$$

Trong giây thứ 2013 ( $1 = T/2$ ) quãng đường đi được là  $S = 2A = 16$  cm ⇒ Chọn A.



## 2.2. Thời gian di quãng đường nhất định

### Phương pháp chung

#### + Các trường hợp riêng:

Quãng đường đi được sau nửa chu kỳ là  $2A$  và sau  $nT/2$  là  $n.2A$ .

Quãng đường đi được sau một chu kỳ là  $4A$  và sau  $mT$  là  $m.4A$ .

Nếu vật xuất phát từ vị trí cân bằng ( $x_{(t1)} = 0$ ) hoặc vị trí biên ( $x_{(t1)} = \pm A$ ) thì quãng đường đi được sau  $1/4$  chu kỳ là  $A$  và sau  $nT/4$  là  $nA$ .

#### + Các trường hợp khác:

Phối hợp vòng tròn lượng giác với trực thời gian để xác định.

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hoà dọc theo phương trình:  $x = 5\cos(2\pi t/3 - \pi/3)$  (cm).

Kể từ thời điểm  $t = 0$ , sau thời gian bao lâu thì vật đi được quãng đường 7,5 cm?

- A. 1,25 s.      B. 1,5 s.      C. 0,5 s.      D. 0,25 s.

### Hướng dẫn:

Thời gian ngắn nhất đi từ

$x = 0,5A$  đến  $x = A$  rồi đến  $x = 0$ :

$$t_{\min} = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} = \frac{5}{12} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = 1,25(s)$$

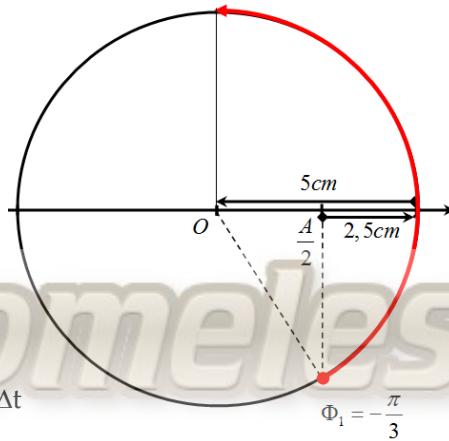
$\Rightarrow$  Chọn A.

Chú ý:

+ Nếu  $S < 4A$  thì  $t < T$ .

+ Nếu  $S > 4A$  thì  $t > T$ :

$$\begin{cases} S = \underbrace{n.4A}_{nT} + \underbrace{S_{\text{thêm}}}_{\Delta t} \Rightarrow t = nT + \Delta t \\ S = \underbrace{n.4A}_{nT} + \underbrace{\frac{2A}{T}}_{\frac{2}{0,5T}} + \underbrace{S_{\text{thêm}}}_{\Delta t} \Rightarrow t = nT + \frac{T}{2} + \Delta t \end{cases}$$



**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng) có phương

trình:  $x = 5\cos(2\pi t/3 - \pi/3)$  (cm). Hỏi sau thời gian bao lâu thì vật đi được quãng đường 90 cm kể từ thời điểm ban đầu  $t = 0$ ?

- A. 7,5 s.      B. 8,5 s.      C. 13,5 s.      D. 8,25 s.

### Hướng dẫn:

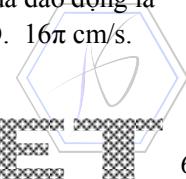
$$S = 90\text{cm} = 4.20 + 10 = \underbrace{4.4A}_{4T} + \underbrace{\frac{2A}{0,5T}}$$

$$\Rightarrow t = 4T + 0,5T = 4,5T = 4,5 \cdot \frac{2\pi}{\omega} = 13,5(s) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hoà, cứ sau  $1/8$  s thì động năng lại bằng thế năng.

Quãng đường vật đi được trong  $0,5$  s là  $16$  cm. Vận tốc cực đại của dao động là

- A.  $8\pi$  cm/s.      B.  $32$  cm/s.      C.  $32\pi$  cm/s.      D.  $16\pi$  cm/s.



**Hướng dẫn:**

Khoảng thời gian hai lần liên tiếp:  $W_t = W_d$  là  $\frac{T}{4} = \frac{1}{8}(s) \Rightarrow T = 0,5(s)$

Quãng đường đi được trong 1 chu kỳ ( $0,5s$ ) là  $4A = 16 \Rightarrow A = 4(\text{cm})$

$$\Rightarrow v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A = 16\pi(\text{cm/s}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 4:** Một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng O. Ban đầu vật đi qua O theo chiều dương. Đến thời điểm  $t = \pi/15(s)$  vật chưa đổi chiều chuyển động và tốc độ còn lại một nửa so với ban đầu. Đến thời điểm  $t = 0,3\pi(s)$  vật đã đi được quãng đường 12 cm. Tốc độ cực đại của vật là

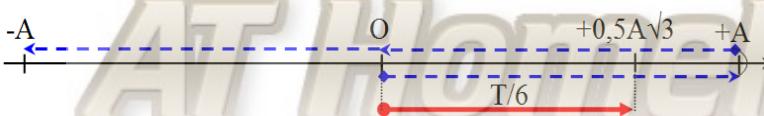
- A. 20 cm/s.      B. 25 cm/s.      C. 30 cm/s.      D. 40 cm/s.

**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ v_2 = \frac{1}{2}\omega A \end{cases} \xrightarrow{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2} x_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{x_1=0 \rightarrow x_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2}} t_1 = \frac{T}{6} = \frac{\pi}{15} \Rightarrow T = 0,4\pi s$$

$$t_2 = 0,3\pi = \frac{3T}{4} \Rightarrow S = 3A = 12\text{cm} \Rightarrow A = 4\text{cm}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A = 20\text{cm/s} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A\cos(2\pi t/T + \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Sau thời gian  $19T/12$  kể từ thời điểm ban đầu vật đi được quãng đường 19,5 cm. Biên độ dao động là:

- A. 3 cm.      B. 2 cm.      C. 4 cm.      D. 5 cm.

**Hướng dẫn:**

Dùng vòng tròn lượng giác:

$$\text{Vị trí bắt đầu quét: } \Phi_1 = \Phi(t_1) = \frac{2\pi}{T} \cdot 0 + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

Góc cần quét :

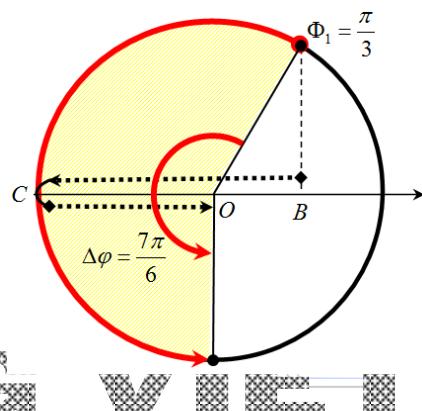
$$\Delta\Phi = \omega(t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{T} \cdot \left( \frac{19T}{12} - 0 \right)$$

$$= \underbrace{1.2\pi}_{1 \times 4A} + \underbrace{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}}$$

$$S_{\text{them}} = BO + OC + CO = A \cos \frac{\pi}{3} + A + A$$

$$S = 4A + S_{\text{them}} = 6,5A$$

$$\Rightarrow 19,5 = 6,5A \Rightarrow A = 3\text{cm} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Ví dụ 6:** Vật dao động điều hoà với tần số  $f = 0,5$  Hz. Tại  $t = 0$ , vật có li độ  $x = 4$  cm và vận tốc  $v = -4\pi$  cm/s. Quãng đường vật đi được sau thời gian  $t = 2,25$  s kể từ khi bắt đầu chuyển động là

- A. 25,94 cm.      B. 26,34 cm.      C. 24,34 cm.      D. 30,63 cm.

**Hướng dẫn:**

$$\omega = 2\pi f = \pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{4^2 + \frac{(4\pi)^2}{\pi^2}} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

Dùng vòng tròn lượng giác

xác định quãng đường đi:

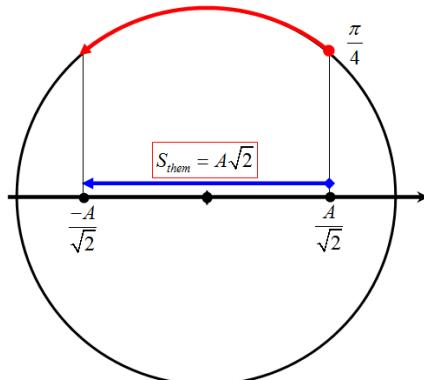
$$\text{Vị trí bắt đầu quét: } \Phi_1 = \frac{\pi}{4}$$

Góc cần quét :

$$\Delta\Phi = \omega(t_2 - t_1) = \pi(2,25 - 0)$$

$$= \underbrace{1.2\pi}_{1 \times 4A} + \underbrace{\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8}}_{S_{\text{them}} = A\sqrt{2}}$$

$$S = 4A + A\sqrt{2} \approx 30,63 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Ví dụ 7:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = A\cos(\omega t + \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Tính từ lúc  $t = 0$  quãng đường vật đi được trong thời gian 1 s là 2A và trong  $2/3$  s là 9 cm. Giá trị của A và  $\omega$  là

- A. 12 cm và  $\pi$  rad/s.      B. 6 cm và  $\pi$  rad/s.  
C. 12 cm và  $2\pi$  rad/s.      D. 6 cm và  $2\pi$  rad/s.

**Hướng dẫn:**

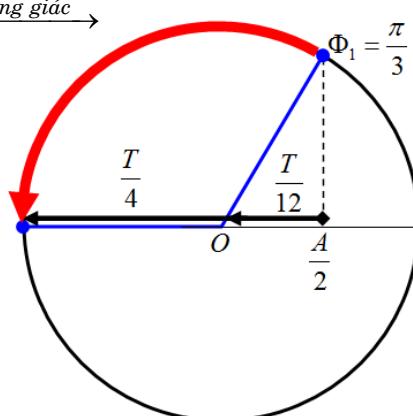
Quãng đường đi được trong thời gian  $0,5T$  luôn luôn là  $2A$

$$\Rightarrow 0,5T = 1 \text{ (s)} \Rightarrow T = 2 \text{ (s)} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ (rad/s)}$$

$$\Delta t = \frac{2}{3} = \frac{T}{3} = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} \xrightarrow{\text{Dựa vào vòng tròn lượng giác}}$$

$$\Delta S = 1,5A = 9 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow A = 6 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



### III. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VỪA THỜI GIAN VỪA QUĀNG ĐƯỜNG

#### 1. Vận tốc trung bình và tốc độ trung bình

##### a. Tính vận tốc trung bình và tốc độ trung bình

*Phương pháp chung:*

$$\text{Vận tốc trung bình: } \bar{v} = \frac{\text{Độ dài}}{\text{Thời gian}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad \begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ x_2 = A \cos(\omega t_2 + \varphi) \end{cases}$$

*Tốc độ trung bình:*

$$|\bar{v}| = \frac{\text{Quãng đường}}{\text{Thời gian}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{t_2 - t_1} \quad (\text{Dùng VTLG hoặc PTLG để tính } \Delta S)$$

Vận tốc trung bình có thể âm, dương hoặc bằng 0 nhưng tốc độ trung bình luôn dương.

**Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động với phương trình:  $x = 3,8 \cos(20t - \pi/3)$  (cm) (t đo bằng s). Vận tốc trung bình của chất điểm sau  $1,9\pi/6$  (s) tính từ khi bắt đầu dao động là

- A.  $500/\pi$  (m/s).      B.  $150/\pi$  (cm/s).      C.  $6/\pi$  (m/s).      D.  $6/\pi$  (cm/s).

*Hướng dẫn:*

$$\begin{cases} x_{(0)} = 3,8 \cos\left(20.0 - \frac{\pi}{3}\right) = 1,9 \text{ (cm)} \\ x_{(1,9\pi/6)} = 3,8 \cos\left(20 \cdot \frac{1,9\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right) = 3,8 \text{ (cm)} \end{cases}$$

$$\text{Vận tốc trung bình: } \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{3,8 - 1,9}{1,9\pi/6} = \frac{6}{\pi} \text{ (cm/s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Một chất điểm dao động với phương trình:  $x = 3,8 \cos(20t - \pi/3)$  (cm) (t đo bằng s). Tốc độ trung bình của chất điểm sau  $1,9\pi/6$  (s) tính từ khi bắt đầu dao động là

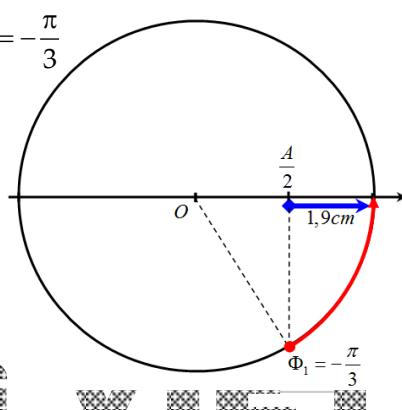
- A.  $500/\pi$  (m/s).      B.  $150/\pi$  (cm/s).      C.  $6/\pi$  (m/s).      D.  $6/\pi$  (cm/s).

*Hướng dẫn:*

Dùng vòng tròn lượng giác để tính quãng đường đi được.

Pha dao động:  $\phi = (20t - \pi/3)$ .

$$\begin{cases} \text{Vị trí bắt đầu quét: } \Phi_1 = \Phi(t_1) = 20.0 - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} \\ \text{Góc cần quét:} \\ \Delta\Phi = \omega(t_2 - t_1) = 20\left(\frac{1,9\pi}{6} - 0\right) \\ = \frac{3,2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ 3 \times 4A = 12A = 45,6 \\ S_{\text{thêm}} = 0,5A = 1,9 \\ S = 45,6 + 1,9 = 47,5 \text{ (cm)} \end{cases}$$



Tốc độ trung bình:

$$|\bar{v}| = \frac{S}{\Delta t} = \frac{47,5}{\frac{1,9\pi}{6}} = \frac{150}{\pi} (\text{cm/s})$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 3:** Một chất điểm dao động theo phương trình  $x = 14\cos(4\pi t + \pi/3)$  (cm). Vận tốc trung bình và tốc độ trung bình trong khoảng thời gian kể từ  $t = 0$  đến khi vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương lần thứ nhất lần lượt là

- A. -24 cm/s và 120 cm/s.  
B. 24 cm/s và 120 cm/s.  
C. 120 cm/s và 24 cm/s.  
D. -120 cm/s và 24 cm/s.

**Hướng dẫn:**

Khoảng thời gian kể từ  $t = 0$  đến khi vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương lần thứ nhất là  $\Delta t = \frac{7T}{12} = \frac{7}{24}$  (s).

Vận tốc trung bình và tốc độ

trung bình lần lượt là:

$$\begin{cases} \bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 7}{\frac{7}{24}} = -24 (\text{cm/s}) \\ |\bar{v}| = \frac{\Delta S}{t_2 - t_1} = \frac{7 + 14 + 14}{\frac{7}{24}} = 120 (\text{cm/s}) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.



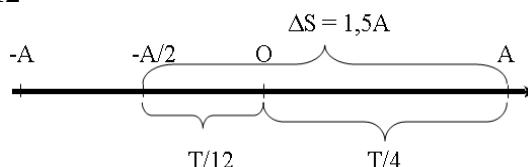
**Ví dụ 4:** (ĐH-2010) Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T.

Trong khoảng thời gian ngắn nhất khi đi từ vị trí biên có li độ  $x = A$  đến vị trí  $x = -A/2$ , chất điểm có tốc độ trung bình là

- A.  $6A/T$ .      B.  $4,5A/T$ .      C.  $1,5A/T$ .      D.  $4A/T$ .

**Hướng dẫn:**

$$|\bar{v}| = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1,5A}{\frac{T}{4} + \frac{T}{12}} = \frac{9A}{2T} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A, ở thời điểm  $t = 0$  vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Các thời điểm gần nhất vật có li độ  $+A/2$  và  $-A/2$  lần lượt là  $t_1$  và  $t_2$ . Tính tỉ số vận tốc trung bình trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = t_1$  và từ  $t = 0$  đến  $t = t_2$ .

- A. -1,4.      B. -7.      C. 7.      D. 1,4.



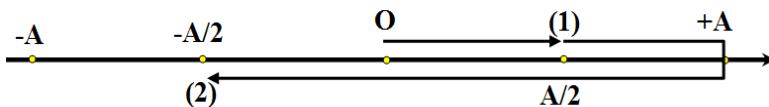
**Hướng dẫn:**

Vận tốc trung bình:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{v}_1 = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{\frac{A}{2} - 0}{\frac{T}{12}} = \frac{6A}{T} \\ \bar{v}_2 = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{-\frac{A}{2} - 0}{\frac{7T}{12}} = -\frac{6A}{7T} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2} = -7$$

$\Rightarrow$  Chọn B.



**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A, ở thời điểm t = 0 vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Các thời điểm gần nhất vật có li độ +A/2 và -A/2 lần lượt là t<sub>1</sub> và t<sub>2</sub>. Tính tỉ số tốc độ trung bình trong khoảng thời gian từ t = 0 đến t = t<sub>1</sub> và từ t = 0 đến t = t<sub>2</sub>.

A. -1,4.

B. -7.

C. 7.

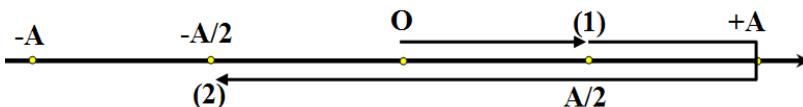
D. 1,4.

**Hướng dẫn:**

Tốc độ trung bình:

$$|\bar{v}| = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\bar{v}|_1 = \frac{\frac{A}{2}}{\frac{T}{12}} = \frac{6A}{T} \\ |\bar{v}|_2 = \frac{2,5A}{\frac{7T}{12}} = \frac{30A}{7T} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{|\bar{v}|_1}{|\bar{v}|_2} = 1,4 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Ví dụ 7:** (ĐH-2011) Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với biên độ 10 cm, chu kỳ 2 s. Mốc thẻ năng ở vị trí cân bằng. Tốc độ trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thẻ năng đến vị trí có động năng bằng 1/3 lần thẻ năng là

A. 26,12 cm/s.

B. 7,32 cm/s.

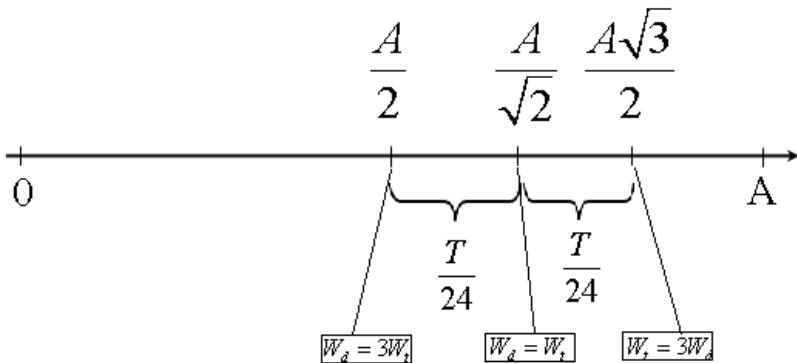
C. 14,64 cm/s.

D. 21,96 cm/s.

**Hướng dẫn:**

$$|\bar{v}| = \frac{DS}{Dt} = \frac{\frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A}{2}}{\frac{T}{24} + \frac{T}{24}} = \frac{5(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{6}} \Rightarrow 21,96(\text{cm/s}) \text{ Chọn D.}$$





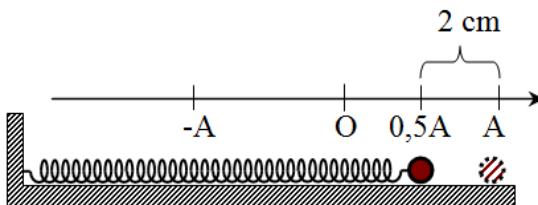
**Ví dụ 8:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có khối lượng không đáng kể và có độ cứng 50 (N/m), vật M có khối lượng 200 (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Kéo M ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 4 (cm) rồi buông nhẹ thì vật dao động điều hoà. Tính tốc độ trung bình của M sau khi nó đi được quãng đường là 2 (cm) kể từ khi bắt đầu chuyên động. Lấy  $\pi^2 = 10$ .

- A. 60 cm/s.      B. 50 cm/s.      C. 40 cm/s.      D. 30 cm/s.

*Hướng dẫn:*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{50}} = 0,4(s)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = A \rightarrow x_2 = \frac{A}{2} \rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \\ \text{Quãng đường đi được } \Delta S = 2\text{cm} = A/2 \\ |\bar{v}| = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2,6}{0,4} = 30(\text{cm/s}) \end{array} \right.$$



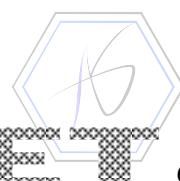
*Chú ý: Nếu bài toán liên quan đến pha dao động thì dựa vào vòng tròn lượng giác:*

*Tìm vị trí đầu và vị trí cuối trên đường tròn*

*$\Delta S = \text{Chiều dài hì nh chiều dịch chuyển}$*

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\varphi = \Phi_2 - \Phi_1 \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \end{array} \right.$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$



**Ví dụ 9:** Một chất điểm dao động điều hòa (dạng hàm cos) có chu kì T, biên độ A. Tốc độ trung bình của chất điểm khi pha của dao động biến thiên từ  $-\pi/2$  đến  $+\pi/3$  bằng

A.  $3A/T$ .

B.  $4A/T$ .

C.  $3,6A/T$ .

D.  $2A/T$ .

**Hướng dẫn:**

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{5T}{12}$$

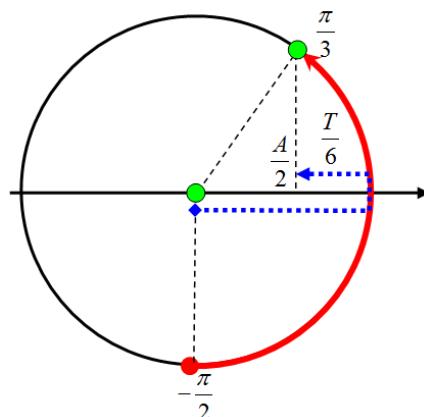
$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Quãng đường đi được } \Delta S = 1,5A \\ |\bar{v}| = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{3,6A}{T} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

*Chú ý:*

Tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất:

$$\begin{cases} |\bar{v}|_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{S'_{\min}}{\Delta t'} \\ |\bar{v}|_{\max} = \frac{S_{\max}}{\Delta t} = \frac{S'_{\max}}{\Delta t'} \end{cases}$$



Nếu  $\Delta t < \frac{T}{2} \Leftrightarrow \Delta\varphi = \omega\Delta t < \pi$  thì

$$\begin{cases} |\bar{v}|_{\max} = \frac{S_{\max}}{\Delta t} = \frac{2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta t} \\ |\bar{v}|_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}{\Delta t} \end{cases}$$

Nếu  $\Delta t' = n\frac{T}{2} + \Delta t$  thì

$$\begin{cases} |\bar{v}|_{\max} = \frac{S'_{\max}}{\Delta t'} = \frac{n \cdot 2A + S_{\max}}{\Delta t'} = \frac{n \cdot 2A + 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta t'} \\ |\bar{v}|_{\min} = \frac{S'_{\min}}{\Delta t'} = \frac{n \cdot 2A + S_{\min}}{\Delta t'} = \frac{n \cdot 2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}{\Delta t'} \end{cases}$$

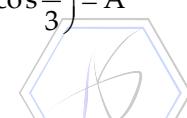
**Ví dụ 10:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kì T. Tốc độ trung bình nhỏ nhất của vật thực hiện được trong khoảng thời gian  $T/3$  là

A.  $3(\sqrt{3} - 1)A/T$       B.  $3A/T$       C.  $3\sqrt{3} A/T$       D.  $\sqrt{3} A/T$

**Hướng dẫn**

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A \left(1 - \cos \frac{\pi}{3}\right) = A$$

$$\Rightarrow |\bar{v}|_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{3A}{T} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Ví dụ 11:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Gọi  $v_1$  và  $v_2$  lần lượt là tốc độ trung bình nhỏ nhất của vật thực hiện được trong khoảng thời gian  $T/3$  và tốc độ trung bình lớn nhất của vật thực hiện được trong khoảng thời gian  $T/6$ . Tính tỉ số  $v_1/v_2$ .

A. 1.

B. 0,5.

C. 2.

D. 3.

### Hướng dẫn

$$*\Delta t = \frac{T}{3} \Rightarrow \Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = A \Rightarrow v_1 = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{3A}{T}$$

$$*\Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow \Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = A \Rightarrow v_2 = \frac{S_{\max}}{\Delta t} = \frac{6A}{T}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 0,5 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### b. Biết vận tốc trung bình và tốc độ trung bình tính các đại lượng khác

#### Phương pháp chung:

Dựa vào định nghĩa để suy ngược:

Vận tốc trung bình:

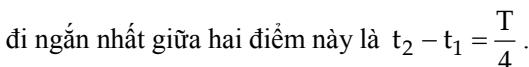
$$\bar{v} = \frac{\text{Độ dời}}{\text{Thời gian}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \begin{cases} \bar{v} > 0 \Rightarrow x_2 > x_1 \\ \bar{v} < 0 \Rightarrow x_2 < x_1 \\ \bar{v} = 0 \Rightarrow x_2 = x_1 \end{cases}$$

$$\text{Tốc độ trung bình: } |\bar{v}| = \frac{\text{Quãng đường}}{\text{Thời gian}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{t_2 - t_1}$$

- \* Hai điểm liên tiếp trên quỹ đạo có  $v = 0$  thì  $\begin{cases} x_1 = -A; x_2 = A \\ x_1 = A; x_2 = -A \end{cases}$  và thời gian đi ngắn nhất giữa hai điểm này là  $t_2 - t_1 = \frac{T}{2}$ .

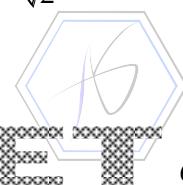
- \* Hai điểm liên tiếp trên quỹ đạo có  $|v| = \frac{\omega A}{2}$  thì  $\begin{cases} x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}; x_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}; x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$  và thời gian đi ngắn nhất giữa hai điểm này là  $t_2 - t_1 = \frac{T}{3}$ .

- \* Hai điểm liên tiếp trên quỹ đạo có  $|v| = \frac{\omega A}{\sqrt{2}}$  thì  $\begin{cases} x_1 = -\frac{A}{\sqrt{2}}; x_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \\ x_1 = \frac{A}{\sqrt{2}}; x_2 = -\frac{A}{\sqrt{2}} \end{cases}$  và thời gian đi ngắn nhất giữa hai điểm này là  $t_2 - t_1 = \frac{T}{4}$ .



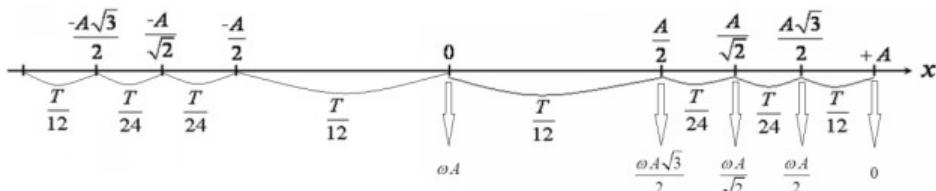
KHANG VIET

KHANG VIET



- \* Hai điểm liên tiếp trên quỹ đạo có  $|v| = \frac{\omega A \sqrt{3}}{2}$  thì  $\begin{cases} x_1 = -\frac{A}{2}; x_2 = \frac{A}{2} \\ x_1 = \frac{A}{2}; x_2 = -\frac{A}{2} \end{cases}$  và thời gian

đi ngắn nhất giữa hai điểm này là  $t_2 - t_1 = \frac{T}{6}$ .



**Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox có vận tốc bằng 0 tại hai thời điểm liên tiếp  $t_1 = 2,8$  s và  $t_2 = 3,6$  s và vận tốc trung bình trong khoảng thời gian đó là 10 cm/s. Biên độ dao động là

- A. 4 cm.      B. 5 cm.      C. 2 cm.      D. 3 cm.

**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} \bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} > 0 \Rightarrow x_2 > x_1 \\ v = 0 \Rightarrow x = \pm A \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -A \\ x_2 = +A \end{cases} \Rightarrow \bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = 10 = \frac{2A}{0,8} \Rightarrow A = 4 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn A.} \\ \Delta t = \frac{T}{2} = t_2 - t_1 = 0,8 \text{ (s)} \end{cases}$$

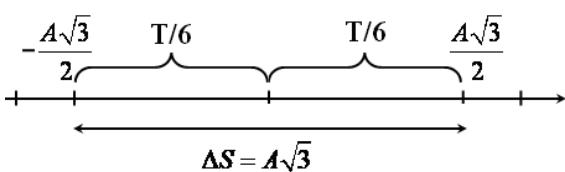
**Ví dụ 2:** Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox (với O là vị trí cân bằng) có tốc độ bằng nửa giá trị cực đại tại hai thời điểm liên tiếp  $t_1 = 2,8$  s và  $t_2 = 3,6$  s và vận tốc trung bình trong khoảng thời gian đó là  $30\sqrt{3}/\pi$  (cm/s). Tốc độ dao động cực đại là

- A. 15 cm/s.      B.  $10\pi$  cm/s.      C. 8 cm/s.      D. 20 cm/s.

**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} |v| = \frac{\omega A}{2} \xrightarrow{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2} x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ \Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = t_2 - t_1 = 0,8 \text{ (s)} \Rightarrow T = 2,4 \text{ (s)} \end{cases} \Rightarrow |\bar{v}| = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \frac{30\sqrt{3}}{\pi} = \frac{A\sqrt{3}}{0,8} \Rightarrow A = \frac{24}{\pi} \text{ cm}$$

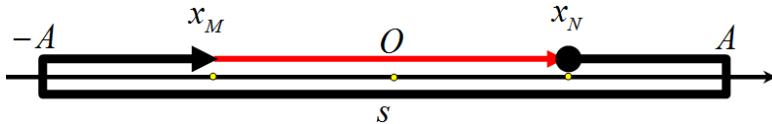
$$\Rightarrow v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A = 20 \text{ (cm/s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



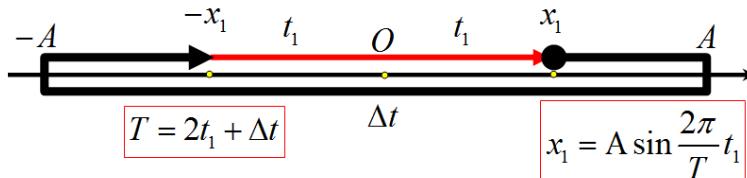
## 2. Các bài toán liên quan vừa quãng đường vừa thời gian

### Phương pháp chung:

- \* Vật dao động điều hòa đi từ  $x_M$  đến  $x_N$  và đi tiếp một đoạn đường s đủ một chu kì thì:  $4A = s + |x_N - x_M|$ .

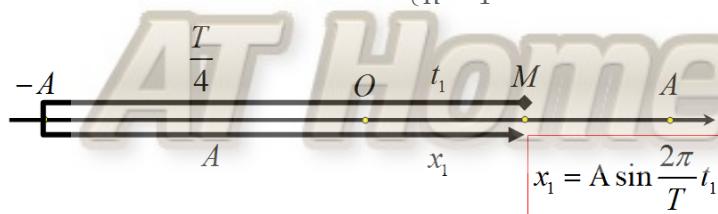


- \* Vật dao động điều hòa đi từ  $-x_1$  đến  $x_1$  trong thời gian  $2t_1$  và đi tiếp một thời gian  $\Delta t$  thì đủ một chu kì:  $T = 2t_1 + \Delta t \Rightarrow x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1$ .



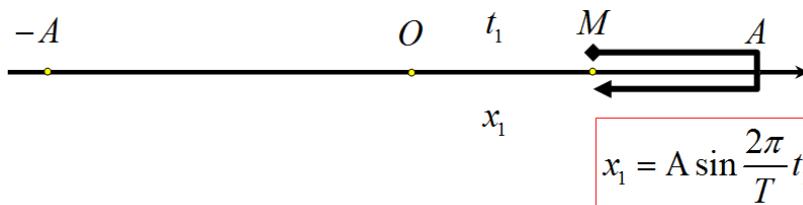
- \* Vật dao động điều hòa từ điểm M đi một đoạn đường s thì đến biên và đi tiếp  $T/n$

(với  $T/4 < T/n < T/2$ ) thì trở về M:  $\begin{cases} s = A + x_1 \\ \frac{T}{n} = \frac{T}{4} + t_1 \end{cases} \Rightarrow x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1$



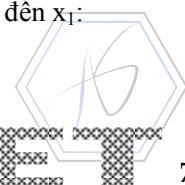
- \* Vật dao động điều hòa từ điểm M đi một đoạn đường s thì đến biên và đi tiếp  $T/n$

(với  $T/n < T/4$ ) thì trở về M:  $\begin{cases} s = A - x_1 \\ \frac{T}{n} = \frac{T}{4} - t_1 \end{cases} \Rightarrow x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1$



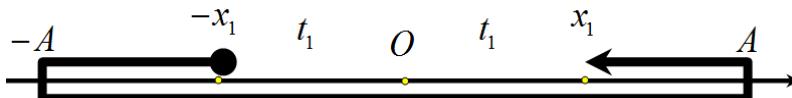
- \* Vật dao động điều hòa trong  $T/n$  (với  $T/2 < T/n < T$ ) vật đi từ  $-x_1$  đến  $x_1$ :

$$T = 2t_1 + \frac{T}{n} \Rightarrow x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1$$



**KHANG VIET**

**VILLE**



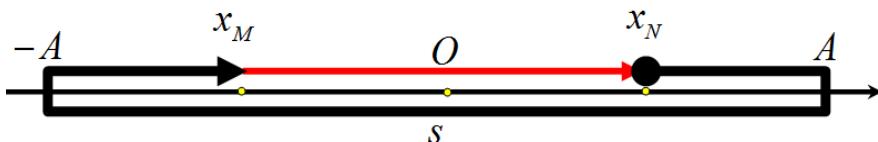
$$T = 2t_1 + \frac{T}{n}$$

$$x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1$$

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa, đi từ vị trí M có li độ  $x = -5$  cm đến N có li độ  $x = +5$  cm. Vật đi tiếp 18 cm nữa thì quay lại M đủ một chu kì. Biên độ dao động là  
A. 7 cm.      B. 6 cm.      C. 8 cm.      D. 9 cm.

**Hướng dẫn:**

$$A = \frac{s + |x_N - x_M|}{4} = \frac{18 + 10}{4} = 7 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



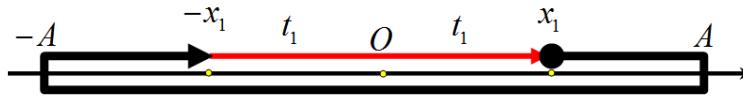
**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa, đi từ vị trí M có li độ  $x = -2,5$  cm đến N có li độ  $x = +2,5$  cm trong 0,5 s. Vật đi tiếp 0,9 s nữa thì quay lại M đủ một chu kì. Biên độ dao động điều hòa là

- A.  $5\sqrt{2}$  cm.      B. 2,775 cm.      C. 5,000 cm.      D. 2,275 cm.

**Hướng dẫn:**

$$T = 2t_1 + \Delta t = 0,5 + 0,9 = 1,4 \text{ (s)} \Rightarrow x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1 \Rightarrow 2,5 = A \sin \frac{2\pi}{1,4} 0,25$$

$$\Rightarrow A \approx 2.775 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



$$T = 2t_1 + \Delta t$$

$$\Delta t$$

$$x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1$$

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hòa từ điểm M trên quỹ đạo đi 9 (cm) thì đến biên. Trong  $\frac{1}{3}$  chu kì tiếp theo đi được 9 cm. Tính biên độ dao động.

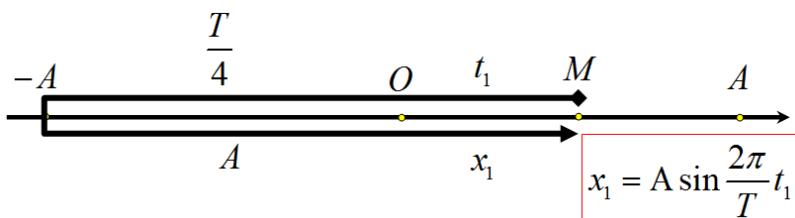
- A. 15 cm.      B. 6 cm.      C. 16 cm.      D. 12 cm.

**Hướng dẫn:**

$$\begin{cases} s = A + x_1 \Rightarrow x_1 = 9 - A \\ \frac{T}{3} = \frac{T}{4} + t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12} \end{cases} \xrightarrow{x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1} 9 - A = A \sin \frac{2\pi}{T} \frac{T}{12} \Rightarrow A = 6 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \text{Chọn B.}$$



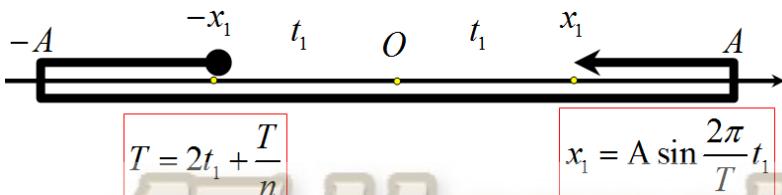


**Ví dụ 4:** Một vật dao động điều hòa trong 0,8 chu kì đầu tiên đi từ điểm M có li độ x = -3 cm đến điểm N có li độ x = 3 cm. Tìm biên độ dao động.

- A. 6 cm.      B. 273,6 cm.      C. 9 cm.      D. 5,1 cm.

**Hướng dẫn:**

$$T = 2t_1 + 0,8T \Rightarrow t_1 = 0,1T \Rightarrow x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} t_1 \Rightarrow 3 = A \sin \frac{2\pi}{T} 0,1T \\ \Rightarrow A = 5,1(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hoà trên trục 0x quanh vị trí cân bằng là gốc 0. Ban đầu vật đi qua vị trí cân bằng, ở thời điểm  $t_1 = \pi/6$  (s) thì vật vẫn chưa đổi chiều và động năng của vật giảm đi 4 lần so với lúc đầu. Từ lúc ban đầu đến thời điểm  $t_2 = 5\pi/12$  (s) vật đi được quãng đường 12 cm. Tốc độ ban đầu của vật là

- A. 16 cm/s.      B. 16 m/s.      C. 8 cm/s.      D. 24 cm/s.

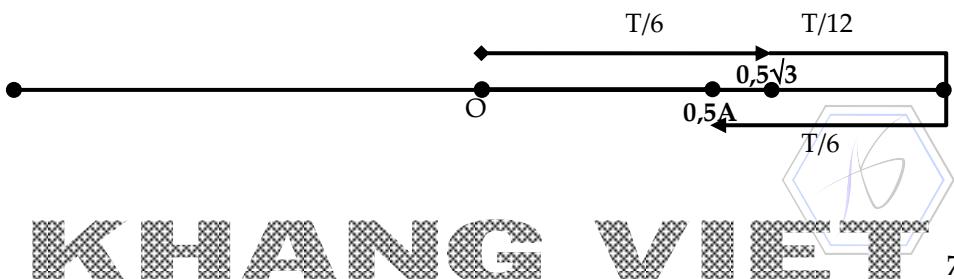
**Hướng dẫn:**

$$W_d = \frac{W_{\max}}{4} \Rightarrow v = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

$$t_1 = t_{0 \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}} = \frac{T}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow T = \pi$$

$$t_2 = \frac{5\pi}{12} = \frac{5T}{12} = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} \Rightarrow S = 1,5A \Rightarrow 12 = 1,5A \Rightarrow A = 8(\text{cm})$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \frac{2\pi}{T} A = 16(\text{cm/s}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



## Chủ đề 2. CON LẮC LÒ XO

### BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC TÍNH $\omega$ , f, T, m, k

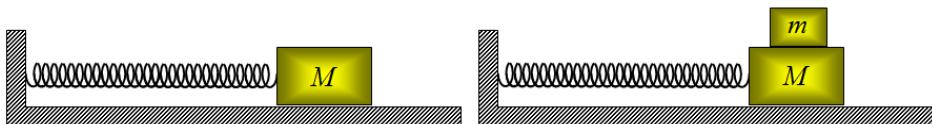
*Phương pháp giải*

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\Delta t}{n}$$

\* Có định k, cho m biến đổi:  $\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m'}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\Delta t_1}{n} \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} = \frac{\Delta t_2}{n} \\ T_{tổng} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = \frac{\Delta t_{tổng}}{n_{tổng}} \\ T_{hiệu} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{k}} = \frac{\Delta t_{hiệu}}{n_{hiệu}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1^2 + T_2^2 = T_T^2 \\ T_1^2 - T_2^2 = T_h^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{f_T^2} \\ \frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{f_h^2} \end{cases}$$

\* Phương pháp đo khối lượng:  $\begin{cases} T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} \Rightarrow \frac{T_0^2}{4\pi^2} = \frac{M}{k} \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{M+m}{k}} \Rightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{M+m}{k} \end{cases} \Rightarrow m = ?$



**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng m và lò xo có độ cứng k không đổi dao động điều hoà. Nếu khối lượng 200 g thì chu kì dao động của con lắc là 2 s. Để chu kì con lắc là 1 s thì khối lượng m bằng

- A. 800 g.      B. 200 g.      C. 50 g.      D. 100 g.

*Hướng dẫn*

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{m_2}{200}} \Rightarrow m_2 = 50(g) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Một lò xo có độ cứng 96 N/m, lần lượt treo hai quả cầu khối lượng m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub> vào lò xo và kích thích cho chúng dao động thì thấy: trong cùng một khoảng

thời gian  $m_1$  thực hiện được 10 dao động,  $m_2$  thực hiện được 5 dao động. Nếu treo cả hai quả cầu vào lò xo thì chu kì dao động của hệ là  $\pi/2$  (s). Giá trị của  $m_1$  là:  
 A. 1 kg.                      B. 4,8 kg.                      C. 1,2 kg.                      D. 3 kg.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\Delta t}{10}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} = \frac{\Delta t}{5} \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_2 = 4m_1 \\ m_1 + m_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow m_1 = 1,2(\text{kg})$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 3:** Dụng cụ đo khối lượng trong một con tàu vũ trụ có cấu tạo gồm một chiếc ghế có khối lượng  $m$  được gắn vào đầu của một chiếc lò xo có độ cứng  $k = 480$  N/m. Để đo khối lượng của nhà du hành thì nhà du hành phải ngồi vào ghế rồi cho chiếc ghế dao động. Chu kì dao động đo được của ghế khi không có người là  $T_0 = 1,0$  s còn khi có nhà du hành là  $T = 2,5$  s. Khối lượng nhà du hành là

- A. 27 kg.                      B. 64 kg.                      C. 75 kg.                      D. 12 kg.

**Hướng dẫn**

$$\begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_0}{k}} = 2,5 \\ T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 1 \end{cases} \Rightarrow m_0 \approx 64(\text{kg}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

*Chú ý : Dựa vào quan hệ thuận nghịch để rút ra biểu thức liên hệ. T tỉ lệ thuận với  $\sqrt{m}$  và tỉ lệ nghịch với  $\sqrt{k}$ .*

**Ví dụ 4:** Một lò xo nhẹ lần lượt liên kết với các vật có khối lượng  $m_1$ ,  $m_2$  và  $m$  thì chu kì dao động lần lượt bằng  $T_1 = 1,6$  s,  $T_2 = 1,8$  s và  $T$ . Nếu  $m^2 = 2m_1^2 + 5m_2^2$  thì  $T$  bằng

- A. 2,0 s.                      B. 2,7 s.                      C. 2,8 s.                      D. 4,6 s.

**Hướng dẫn**

T tỉ lệ thuận với  $\sqrt{m}$  hay  $m^2$  tỉ lệ với  $T^4$  nên từ hệ thức  $m^2 = 2m_1^2 + 5m_2^2$  suy ra :  $T^4 = 2T_1^4 + 5T_2^4 \Rightarrow T = \sqrt[4]{2T_1^4 + 5T_2^4} \approx 2,8(\text{s}) \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 5:** Một vật nhỏ khối lượng  $m$  lần lượt liên kết với các lò xo có độ cứng  $k_1$ ,  $k_2$  và  $k$  thì chu kì dao động lần lượt bằng  $T_1 = 1,6$  s,  $T_2 = 1,8$  s và  $T$ . Nếu  $k^2 = 2k_1^2 + 5k_2^2$  thì  $T$  bằng

- A. 1,1 s.                      B. 2,7 s.                      C. 2,8 s.                      D. 4,6 s.

**Hướng dẫn**

T tỉ lệ nghịch với  $\sqrt{k}$  hay  $k^2$  tỉ lệ nghịch với  $T^4$  nên từ hệ thức

$$k^2 = 2k_1^2 + 5k_2^2 \text{ suy ra : } \frac{1}{T^4} = 2 \cdot \frac{1}{T_1^4} + 5 \cdot \frac{1}{T_2^4} \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{T_1 T_2}{2T_2^4 + 5T_1^4}} \approx 1,1(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**KHANG**

**VIE**

## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CƠ NĂNG, THẾ NĂNG, ĐỘNG NĂNG.

Ta xét các bài toán sau:

- + *Vận dụng công thức tính cơ năng, thế năng, động năng.*
- + *Khoảng thời gian liên quan đến cơ năng, thế năng, động năng.*

### 1. *Vận dụng công thức tính cơ năng, thế năng, động năng*

*Phương pháp giải*

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} W_t &= \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{4} [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)] \\ W_d &= \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)] \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \omega' = 2\omega \\ f' = 2f \\ T' = \frac{T}{2} \end{array} \right\}$$

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

$$\begin{cases} k = m\omega^2 \\ a = -\omega^2 x \Rightarrow x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{ma}{k} \end{cases} \Rightarrow W = \frac{(ma)^2}{2k} + \frac{mv^2}{2}$$

**Ví dụ 1:** (CD-2011) Một con lắc lò xo gồm quả cầu nhỏ khối lượng 500 g và lò xo có độ cứng 50 N/m. Cho con lắc dao động điều hòa trên phương nằm ngang.

Tại thời điểm vận tốc của quả cầu là 0,1 m/s thì gia tốc của nó là  $-\sqrt{3}$  m/s<sup>2</sup>. Cơ năng của con lắc là

- A. 0,02 J.                    B. 0,05 J.                    C. 0,04 J.                    D. 0,01 J.

*Hướng dẫn*

$$W = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \xrightarrow{x = \frac{a}{-\omega^2} = \frac{-ma}{k}}$$

$$W = \frac{(ma)^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} = \frac{(-0,5\sqrt{3})^2}{2 \cdot 50} + \frac{0,5 \cdot 0,1^2}{2} = 0,01(J) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Một vật nhỏ khối lượng 1 kg thực hiện dao động điều hòa theo phương trình  $x = Acos4t$  cm, với t tính bằng giây. Biết quãng đường vật đi được tối đa trong một phần tư chu kì là  $0,1\sqrt{2}$  m. Cơ năng của vật bằng

- A. 0,16 J.                    B. 0,72 J.                    C. 0,045 J.                    D. 0,08 J.

### Hướng dẫn

Từ bài toán phụ “quãng đường đi vật được tối đa trong một phần tư chu kì là  $0,1\sqrt{2}$  m” để tìm A:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \underbrace{S_{\max}}_{0,1\sqrt{2}} = \underbrace{2A \cdot \sin \frac{\Delta\varphi}{2}}_{A\sqrt{2}} \Rightarrow A = 0,1(\text{m})$$

$$\text{Cơ năng: } W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{1,4^2 \cdot 0,1^2}{2} = 0,08(\text{J}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo gồm vật nặng 0,2 kg gắn vào đầu lò xo có độ cứng 20 N/m. Kéo quả nặng ra khỏi vị trí cân bằng rồi thả nhẹ cho nó dao động, tốc độ trung bình trong 1 chu kì là  $160/\pi$  cm/s. Cơ năng dao động của con lắc là  
 A. 320 J.                    B.  $6,4 \cdot 10^{-2}$  J.                    C.  $3,2 \cdot 10^{-2}$  J.                    D. 3,2 J.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5}\text{s} \\ |\bar{v}| = \frac{4A}{T} \Rightarrow \frac{160}{\pi} = \frac{4A}{\pi/5} \Rightarrow A = 8(\text{cm}) \end{cases} \Rightarrow W = \frac{kA^2}{2} = \frac{20 \cdot 0,08^2}{2} = 0,064(\text{J})$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 4:** (CĐ-2010) Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ và lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m, dao động điều hòa với biên độ 0,1 m. Mốc thẻ năng ở vị trí cân bằng. Khi viên bi cách vị trí cân bằng 6 cm thì động năng của con lắc bằng  
 A. 0,64 J.                    B. 3,2 mJ.                    C. 6,4 mJ.                    D. 0,32 J.

### Hướng dẫn

$$W_d = W - W_t = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{100}{2}(0,1^2 - 0,06^2) = 0,32(\text{J}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc lò xo mà lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ dao động điều hòa. Khi vật có động năng 0,01 J thì nó cách vị trí cân bằng 1 cm. Hỏi khi nó có động năng 0,005 J thì nó cách vị trí cân bằng bao nhiêu?

- A. 6 cm.                    B. 4,5 cm.                    C.  $\sqrt{2}$  cm.                    D. 3 cm.

### Hướng dẫn

$$W = W_1 + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} W = 0,01 + \frac{100 \cdot 0,01^2}{2} \\ W = 0,005 + \frac{100 \cdot x_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow x_2 = 0,01\sqrt{2}(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 6:** Con lắc lò xo gồm vật khối lượng 1 kg, lò xo độ cứng 100 N/m đặt trên mặt phẳng nghiêng góc  $30^\circ$ . Kéo vật đến vị trí lò xo dãn 8 cm rồi buông tay nhẹ để vật dao động điều hòa. Tính động năng cực đại của vật. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$

- A. 0,45 J.                    B. 0,32 J.                    C. 0,05 J.                    D. 0,045 J.

### Hướng dẫn

$$k\Delta l_0 = mg \sin \alpha \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = 0,05(m) \Rightarrow A = \Delta l_{\max} - \Delta l_0 = 0,03(m)$$

$$W_{d\max} = W = \frac{kA^2}{2} = 0,045(J) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 7:** Một vật có khối lượng  $m = 100$  g dao động điều hòa với chu kì  $T = \pi/10$  (s), biên độ 5 cm. Tại vị trí vật có gia tốc  $a = 1200$  cm/s<sup>2</sup> thì động năng của vật bằng

- A. 320 J.              B. 160 J.              C. 32 mJ.              D. 16 mJ.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = 20(\text{rad/s}) \Rightarrow k = m\omega^2 = 40(\text{N/m}) \\ W_d = W - \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \frac{ka^2}{2\omega^4} = \frac{40}{2} \left( 0,05^2 - \frac{12^2}{20^4} \right) = 0,032(J) \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{cases}$$

**Ví dụ 8:** (CĐ–2010) Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox. Mốc thê năng ở vị trí cân bằng. Ở thời điểm độ lớn vận tốc của vật bằng 50% vận tốc cực đại thì tỉ số giữa động năng và cơ năng của vật là

- A. 3/4.              B. 1/4.              C. 4/3.              D. 1/2.

### Hướng dẫn

$$\frac{W_d}{W} = \frac{\frac{mv^2}{2}}{\frac{mv_{\max}^2}{2}} = 0,5^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 9:** (CĐ–2010) Một vật dao động điều hòa với biên độ 6 cm. Mốc thê năng ở vị trí cân bằng. Khi vật có động năng bằng 3/4 lần cơ năng thì vật cách vị trí cân bằng một đoạn.

- A. 6 cm.              B. 4,5 cm.              C. 4 cm.              D. 3 cm.

### Hướng dẫn

$$W_d = \frac{3}{4}W \Rightarrow W_t = \frac{1}{4}W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2} = \pm 3(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 10:** (ĐH–2009) Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ dao động điều hòa theo phương ngang với tần số góc 10 rad/s. Biết rằng khi động năng và thê năng (mốc ở vị trí cân bằng của vật) bằng nhau thì vận tốc của vật có độ lớn bằng 0,6 m/s. Biên độ dao động của con lắc là

- A. 6 cm.              B.  $6\sqrt{2}$  cm.              C. 12 cm.              D.  $12\sqrt{2}$  cm.

### Hướng dẫn

$$W_d = W_t = \frac{W}{2} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2 \cdot 2} \Rightarrow A = 0,06\sqrt{2}(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 11:** Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, mốc thê năng ở vị trí cân bằng, khi thê năng bằng  $1/8$  động năng thì

- A. lực đàn hồi tác dụng lên vật có độ lớn bằng  $1/3$  lực đàn hồi cực đại.
- B. tốc độ của vật bằng  $1/3$  tốc độ cực đại.
- C. lực đàn hồi tác dụng lên vật có độ lớn bằng  $1/9$  lực đàn hồi cực đại.
- D. vật cách vị trí tốc độ bằng 0 một khoảng gần nhất là  $2/3$  biên độ.

### Hướng dẫn

Toàn bộ có 9 phần: thê năng “chiếm 1 phần” và động năng “chiếm 8 phần”

$$W_t = \frac{1}{8} W_d \begin{cases} W_t = \frac{1}{9} W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{9} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow |x| = \frac{A}{3} \Rightarrow F = k|x| = \frac{F_{\max}}{3} \neq \frac{F_{dh\ max}}{3} \\ W_d = \frac{8}{9} W \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{8}{9} \frac{mv_{\max}^2}{2} \Rightarrow |v| = \sqrt{\frac{8}{9}} v_{\max} \end{cases}$$

Vật cách VTCB một khoảng  $A/3$  tức là cách vị trí biên  $2A/3 \Rightarrow$  Chọn D.

*Chú ý: Với bài toán cho biết  $W, v, x$  (hoặc  $a$ ) yêu cầu tìm  $A$  thì trước tiên ta tính  $k$  trước (nếu chưa biết) rồi mới tính  $A$ .*

$$\begin{cases} W = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \\ W = \frac{m^2 a^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} \end{cases} \Rightarrow k = ? \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{k}}$$

**Ví dụ 12:** Con lắc lò xo mà vật dao động có khối lượng 1 kg, dao động điều hòa với co năng 125 mJ. Tại thời điểm ban đầu vật có vận tốc  $25 \text{ cm/s}$  và gia tốc  $-6,25\sqrt{3} \text{ m/s}^2$ . Biên độ của dao động là

- A. 2 cm.
- B. 3 cm.
- C. 4 cm.
- D. 5 cm.

### Hướng dẫn

$$W = \frac{(ma)^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 125 \cdot 10^{-3} = \frac{(-6,25\sqrt{3})^2}{2k} + \frac{1 \cdot 0,25^2}{2} \Rightarrow k = 625(\text{N/m})$$

$$A = \sqrt{\frac{2W}{k}} = 0,02(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 13:** Con lắc lò xo mà vật dao động có khối lượng 100 g, dao động điều hòa với co năng 2 mJ. Biết gia tốc cực đại  $80 \text{ cm/s}^2$ . Biên độ và tần số góc của dao động là

- A. 4 cm và  $5 \text{ rad/s}$ .
- B.  $0,005 \text{ cm}$  và  $40\pi \text{ rad/s}$ .
- C. 10 cm và  $2 \text{ rad/s}$ .
- D. 5 cm và  $4 \text{ rad/s}$ .

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \\ a_{\max} = \omega^2 A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 10^{-3} = \frac{0,1 \cdot \omega^2 A^2}{2} \\ 0,8 = \omega^2 A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = 4(\text{rad/s}) \\ A = 0,05(\text{m}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Chú ý:** Với bài toán cho biết  $W$ ,  $v_0$ ,  $a_0$  yêu cầu tìm  $\omega$ ,  $\varphi$  thì trước tiên ta tính  $\omega A$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \\ \Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{2W}{m}} = ? \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{array} \right. \xrightarrow{t=0} \left\{ \begin{array}{l} v(0) = -\omega A \sin \varphi \\ a(0) = -\omega^2 A \cos \varphi \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega = ? \\ \varphi = ? \end{array} \right.$$

**Ví dụ 14:** Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  cm. Vật có khối lượng 500 g, cơ năng của con lắc bằng 0,01 (J). Lấy mốc thời gian khi vật có vận tốc 0,1 m/s và gia tốc là  $-1 \text{ m/s}^2$ . Giá trị  $\omega$  và  $\varphi$  lần lượt là

A.  $10/\sqrt{3}$  rad/s và  $7\pi/6$ .

B.  $10$  rad/s và  $-\pi/3$ .

C.  $10$  rad/s và  $\pi/6$ .

D.  $10/\sqrt{3}$  rad/s và  $-\pi/6$ .

### Hướng dẫn

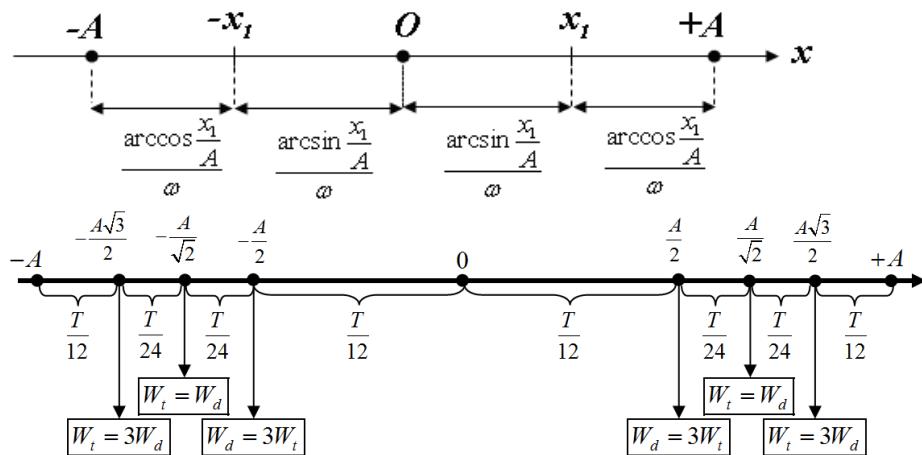
$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{2W}{m}} = 0,2 \text{ (m/s)}$$

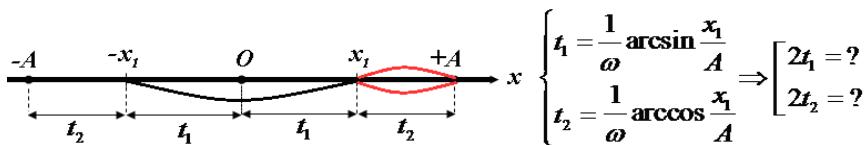
$$\left\{ \begin{array}{l} v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{array} \right. \xrightarrow{t=0} \left\{ \begin{array}{l} -0,2 \sin \varphi = 0,1 \\ -\omega \cdot 0,2 \cos \varphi = -1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega = \frac{10}{\sqrt{3}} \\ \varphi = -\frac{\pi}{6} \end{array} \right. \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

## 2. Khoảng thời gian liên quan đến cơ năng thể năng động năng.

*Phương pháp giải:* Nếu  $W_t = nW_d$  thì toàn bộ có  $(n+1)$  phần: thể năng “chiếm  $n$  phần” và động năng “chiếm 1 phần”

$$W_t = nW_d \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} W_t = \frac{n}{n+1} W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{n}{n+1} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{n}{n+1}} \cdot A = \pm x_1 \\ W_d = \frac{1}{n+1} W \end{array} \right.$$





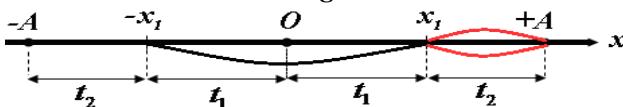
Khoảng thời gian 2 lần liên tiếp  $W_t = nW_d$  là  $2t_1$  hoặc  $2t_2$ .

- \* Nếu  $n = 1$  ( $\frac{x_1}{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$ ) thì  $2t_1 = 2t_2 = \frac{T}{4}$ .
- \* Nếu  $n > 1$  ( $\frac{x_1}{A} > \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$ ) thì  $2t_1 > \frac{T}{4}; 2t_2 < \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t_{\min} = 2t_2$ .
- \* Nếu  $n < 1$  ( $\frac{x_1}{A} < \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$ ) thì  $2t_1 < \frac{T}{4}; 2t_2 > \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t_{\min} = 2t_1$ .

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo dao động với tần số góc 20 (rad/s). Tại thời điểm  $t_1$  và  $t_2 = t_1 + \Delta t$ , vật có thể năng (mốc ở vị trí cân bằng của vật) bằng bốn lần động năng. Giá trị nhỏ nhất của  $\Delta t$  là

- A. 0,111 s.      B. 0,046 s.      C. 0,500 s.      D. 0,750 s.

### Hướng dẫn



$$W_t = 4W_d \Rightarrow |x| = \sqrt{0,8} \cdot A > \frac{A}{\sqrt{2}}$$

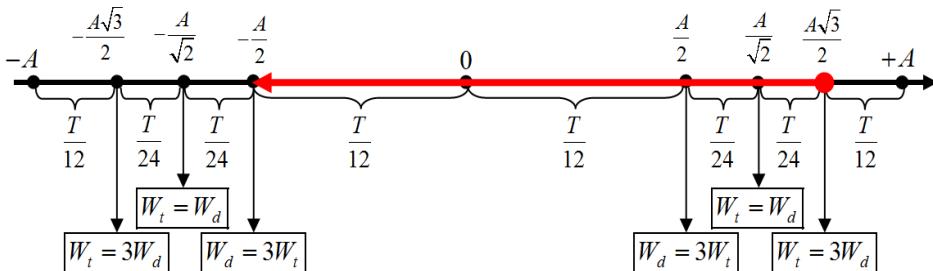
$$\Rightarrow \Delta t_{\min} = 2t_2 = 2 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = 2 \cdot \frac{1}{20} \arccos \sqrt{0,8} \approx 0,046(s) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2:** Vật dao động điều hoà thực hiện 10 dao động trong 5 s, khi vật qua vị trí cân bằng nó có tốc độ  $20\pi$  cm/s. Chọn gốc thời gian lúc vật qua vị trí có li độ  $x = 2,5\sqrt{3}$  cm và đang chuyển động về vị trí cân bằng. Vật có động năng bằng ba lần thế năng lần thứ hai kể từ khi bắt đầu chuyển động tại thời điểm

- A.  $t = 0,25$  s.      B.  $t = 1,25$  s.      C.  $t = 0,125$  s.      D.  $t = 2,5$  s.

### Hướng dẫn

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{5}{10} = 0,5(s) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi(\text{rad/s}) \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = 5(\text{cm})$$



$$t_2 = \frac{T}{24} + \frac{T}{24} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{4} = 0,125(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Vật nhỏ của con lắc lò xo dao động điều hòa mỗi phút thực hiện được 30 dao động. Khoảng thời gian hai lần liên tiếp vật đi qua hai điểm trên quỹ đạo mà tại các điểm đó động năng của chất điểm bằng một phần ba thế năng là

- A.  $\frac{7}{12}$  s.      B.  $\frac{2}{3}$  s.      C.  $\frac{1}{3}$  s.      D.  $\frac{10}{12}$  s.

### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{\Delta t}{n} = 2(s) \\ W_d = \frac{1}{3} W_t = \frac{1}{4} W \Rightarrow W_t = \frac{3}{4} W \Rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ \text{Thời gian ngắn nhất đi từ } x = -\frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ đến } x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ là } \frac{T}{3} = \frac{2}{3}(s) \Rightarrow \text{Chọn B.} \end{array} \right.$$

**Ví dụ 4:** Vật dao động điều hoà với tần số 2,5 Hz. Tại một thời điểm vật có động năng bằng một nửa cơ năng thì sau thời điểm đó 0,05 (s) động năng của vật

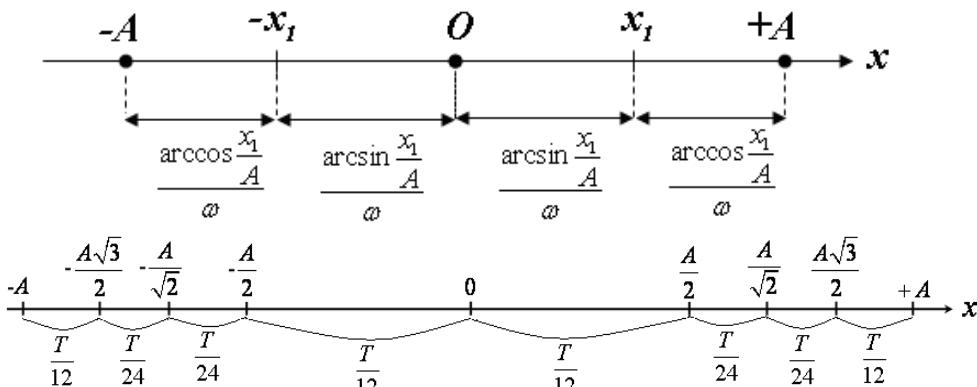
- A. có thể bằng không hoặc bằng cơ năng.  
 B. bằng hai lần thế năng.  
 C. bằng thế năng.  
 D. bằng một nửa thế năng.

### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{1}{f} = 0,4(s) \Rightarrow \Delta t = 0,05 = \frac{T}{8} \\ W_d = \frac{1}{2} W = W_t \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{Sau } T/8} \begin{cases} x=0 \Rightarrow W_d=W \\ x=\pm A \Rightarrow W_d=0 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.} \end{array} \right.$$



Chú ý: Với bài toán cho biết khoảng thời gian yêu cầu tìm  $W$  thì làm theo quy trình sau:  $\Delta t = ? \Rightarrow T = ? \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow W = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$



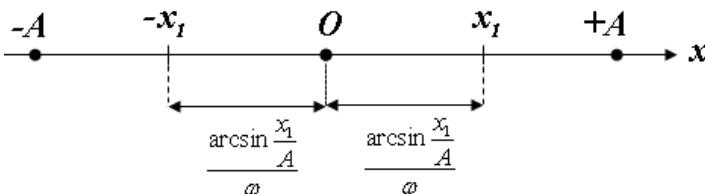
**Ví dụ 5:** Một vật có khối lượng 1 (kg) dao động điều hòa dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng) với biên độ 10 cm. Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí  $x = -6$  cm đến vị trí  $x = +6$  cm là 0,1 (s). Cơ năng dao động của vật là

- A. 0,5 J.      B. 0,83 J.      C. 0,43 J.      D. 1,72 J.

### Hướng dẫn

$$0,1 = 2 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{6}{10} \Rightarrow \omega \approx 18,546 \text{ (rad/s)} \Rightarrow W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{1 \cdot 18,546^2 \cdot 0,1^2}{2} \approx 1,72 (\text{J})$$

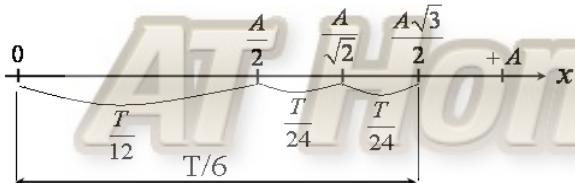
⇒ Chọn D.



**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng). Thời gian ngắn nhất đi từ vị trí  $x = 0$  đến vị trí  $x = 0,5 \cdot A\sqrt{3}$  là  $\pi/6$  (s). Tại điểm cách vị trí cân bằng 2 cm thì nó có vận tốc là  $4\sqrt{3}$  cm/s. Khối lượng quả cầu là 100 g. Năng lượng dao động của nó là

- A. 0,32 mJ.      B. 0,16 mJ.      C. 0,26 mJ.      D. 0,36 mJ.

### Hướng dẫn



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2(\text{rad/s}) \Rightarrow k = m\omega^2 = 0,1 \cdot 2^2 = 0,4 (\text{N/m}) \end{array} \right.$$

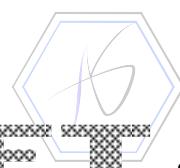
$$\left\{ \begin{array}{l} W = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{0,4 \cdot 0,02^2}{2} + \frac{0,1 \cdot (0,04\sqrt{3})^2}{2} = 0,32 (\text{mJ}) \end{array} \right. \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình:  $x = A \cos \omega t$ . Thời điểm lần thứ hai thế năng bằng 3 lần động năng là

- A.  $\pi/(12\omega)$ .      B.  $5\pi/(6\omega)$ .      C.  $0,25\pi/\omega$ .      D.  $\pi/(6\omega)$ .

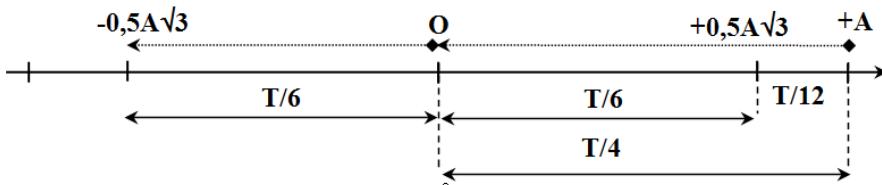
### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = A \\ W_t = 3W_d = \frac{3}{4}W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{3}{4} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_2 = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Lần đầu tiên } W_t = 3W_d \text{ là đi từ } x = A \text{ đến } x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{12}T = \frac{\pi}{6\omega} \\ \text{Lần thứ hai } W_t = 3W_d \text{ là đi từ } x = A \text{ đến } x = -\frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{5}{12}T = \frac{5\pi}{6\omega} \end{array} \right.$$

⇒ Chọn B.



**Ví dụ 8:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật có khối lượng 1 kg và lò xo có độ cứng  $100\pi^2$  N/m. Từ vị trí cân bằng kéo vật theo phương ngang một đoạn A, rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Sau khoảng thời gian ngắn nhất bằng bao nhiêu, kể từ lúc thả vật thì động năng vật bằng 3 lần thế năng đàn hồi lò xo?

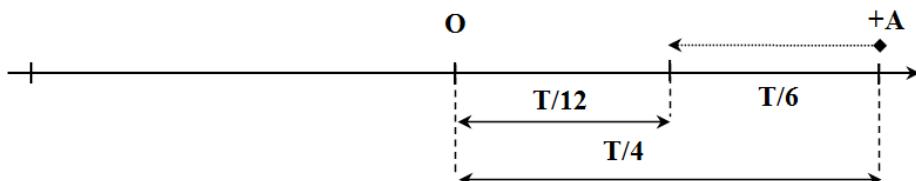
- A. 1/15 s.      B. 1/30 s.      C. 1/60 s.      D. 2/15 s.

#### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = A \\ W_t = \frac{1}{3}W_d = \frac{1}{4}W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{4}\frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_2 = \pm \frac{A}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Lần đầu tiên } W_d = 3W_t \text{ là đi từ } x = A \text{ đến } x = \frac{A}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{6}T = \frac{1}{6} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{30}(s)$$

⇒ Chọn B.



Chú ý:

- \* Khoảng thời gian 2 lần liên tiếp các đại lượng  $x, v, a, F, p, W_b, W_d$  bằng 0 hoặc có độ lớn cực đại là  $T/2$ .
- \* Khoảng thời gian 2 lần liên tiếp  $W_t = W_d$  là  $T/4$ .
- \* Nếu lúc đầu vật ở vị trí biên hoặc vị trí cân bằng thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $T/2$  vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ.
- \* Nếu lúc đầu vật cách vị trí cân bằng một khoảng  $x_0$  mà cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $\Delta t$  ( $\Delta t < T$ ) vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ thì  $x_0 = A/\sqrt{2}$  và  $\Delta t = T/4$ .

**Ví dụ 9:** (ĐH-2009) Một con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là 50 g. Con lắc dao động điều hòa theo một trực cô định nằm ngang với phương trình  $x = A \cos \omega t$ . Cứ

sau những khoảng thời gian 0,05 s thì động năng và thế năng của vật lại bằng nhau. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Lò xo của con lắc có độ cứng bằng

- A. 50 N/m      B. 100 N/m      C. 25 N/m      D. 200 N/m

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \frac{T}{4} = 0,05(s) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi(\text{rad/s}) \\ k = m\omega^2 = 50(\text{N/m}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 10:** Một vật dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng theo phương trình  $x = 4\cos(\omega t + \pi/2)$  (cm); t tính bằng giây. Biết rằng cứ sau những khoảng thời gian  $\pi/40$  (s) thì động năng lại bằng nửa cơ năng. Tại những thời điểm nào thì vật có vận tốc bằng không (k là số nguyên)?

- A.  $\pi/40 + k\pi/40$ .      B.  $\pi/40 + k\pi/20$ .      C.  $-\pi/40 + k\pi/10$ .      D.  $\pi/20 + k\pi/20$ .

### Hướng dẫn

$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{40} \text{ (s)} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10} \text{ (s).}$$

$$v = x' = -4\omega \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) = 4\omega \cos\frac{2\pi t}{T} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi t}{T} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{40} + k\frac{\pi}{20}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 11:** Một vật dao động điều hoà với biên độ 4 cm, cứ sau một khoảng thời gian  $1/4$  giây thì động năng lại bằng thế năng. Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian  $1/6$  giây là

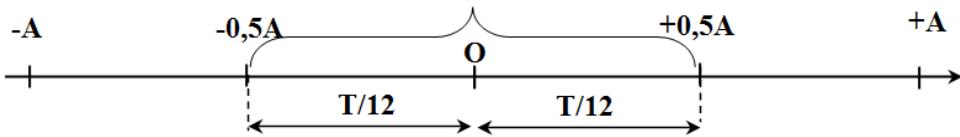
- A. 8 cm.      B. 6 cm.      C. 2 cm.      D. 4 cm.

### Hướng dẫn

$$\frac{T}{4} = 0,25 \text{ (s)} \Rightarrow T = 1 \text{ (s).}$$

Để đi được quãng đường lớn nhất trong thời gian  $\frac{1}{6}$  (s) =  $\frac{T}{6}$  thì

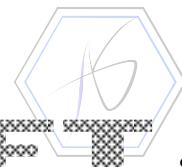
vật phải đi xung quanh VTCB  $\Rightarrow S = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} = A = 4 \text{ (cm)} \Rightarrow$  Chọn D.



## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CẮT GHÉP LÒ XO

Ta xét các bài toán:

- + Cắt lò xo.
- + Ghép lò xo.



KHANG VIET

## 1. Cắt lò xo

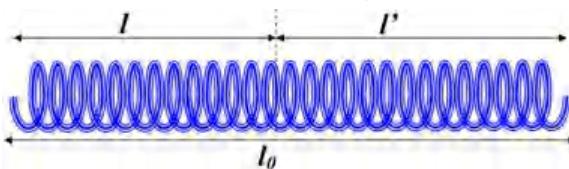
*Phương pháp giải*

Giả sử lò xo có cấu tạo đồng đều, chiều dài tự nhiên  $l_0$ , độ cứng  $k_0$ , được cắt thành các lò xo khác nhau.

$$k = E \cdot \frac{S}{l} \Rightarrow kl = ES = \text{const}$$

$$\begin{cases} k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots = k_n l_n \\ l_0 = l_1 + l_2 + \dots + l_n \end{cases}$$

Nếu cắt thành 2 lò xo thì  $k_0 l_0 = kl = k' l' \Rightarrow \begin{cases} k = k_0 \frac{l_0}{1} \\ k' = k_0 \frac{l_0}{l'} \end{cases}$



Nếu lò xo được cắt thành n phần bằng nhau.

$$l_1 = l_2 = \dots = l_n = \frac{l_0}{n} \Rightarrow k_1 = k_2 = \dots = k_n = nk_0 \begin{cases} \omega, f \text{ tăng } \sqrt{n} \text{ lần} \\ T \text{ giảm } \sqrt{n} \text{ lần} \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$ , dao động điều hòa. Nếu cắt bớt một nửa chiều dài của lò xo và giảm khối lượng  $m$  đi 8 lần thì chu kì dao động của vật sẽ

- A. tăng 2 lần.      B. giảm 2 lần.      C. giảm 4 lần.      D. tăng 4 lần.

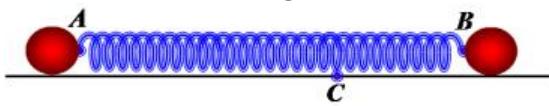
*Hướng dẫn*

$$kl = k' l' \Rightarrow k' = k \frac{l}{l'} = 2k \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m'}{k'}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{\frac{m'}{m}} \cdot \sqrt{\frac{k}{k'}} = \sqrt{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Hai đầu A và B của lò xo gắn hai vật nhỏ có khối lượng  $m$  và  $3m$ . Hệ có thể dao động không ma sát trên mặt phẳng ngang. Khi giữ cố định điểm C trên lò xo thì chu kì dao động của hai vật bằng nhau. Tính tỉ số  $CB/AB$  khi lò xo không biến dạng.

- A. 4.      B. 1/3.      C. 0,25.      D. 3.

*Hướng dẫn*



$$1 = \frac{T_{AC}}{T_{CB}} = \frac{\frac{2\pi}{m_{AC}}\sqrt{k_{AC}}}{\frac{2\pi}{m_{CB}}\sqrt{k_{CB}}} = \sqrt{\frac{1}{3}\frac{k_{CB}}{k_{AC}}} = \sqrt{\frac{1}{3}\frac{AC}{CB}} \Rightarrow AC = 3CB \Rightarrow \frac{CB}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

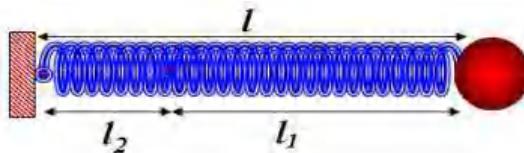
**Ví dụ 3:** Biết độ dài tự nhiên của lò xo treo vật nặng là 25cm. Nếu cắt bỏ 9 cm lò xo thì chu kì dao động riêng của con lắc:

- A. Giảm 25%.      B. Giảm 20%.      C. Giảm 18%.      D. Tăng 20%.

### Hướng dẫn

$$\frac{T'}{T} = \frac{\frac{2\pi}{m}\sqrt{k'}}{\frac{2\pi}{m}\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{k'}{k}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{9}{25}}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 125\% \Rightarrow Giảm 100\% - 80\% = 20\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

*Chú ý: Nếu đúng lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng, giữ cố định một điểm trên lò xo thì sẽ không làm thay đổi cơ năng của hệ:*



$$\begin{cases} k_1 l_1 = kl \Rightarrow k_1 = k \frac{l}{l_1} \Rightarrow f_1 = f \sqrt{\frac{l}{l_1}} \\ \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{k A^2}{2} \Rightarrow A_1 = A \sqrt{\frac{k}{k_1}} = A \sqrt{\frac{l_1}{l}} \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hoà với biên độ A. Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo lại. Bắt đầu từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hoà với biên độ là

- A.  $A/\sqrt{2}$ .      B.  $2A$ .      C.  $A/2$ .      D.  $A\sqrt{2}$ .

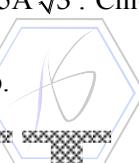
### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \text{Độ cứng của lò xo còn lại: } k_1 l_1 = kl \Rightarrow k_1 = 2k \\ \text{Cơ năng dao động không thay đổi nên: } \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{k A^2}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{Chọn A.} \end{cases}$$

**Ví dụ 5:** Con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hoà với biên độ A, đọc theo phương trùng với trục của lò xo. Khi vật nặng chuyển động qua vị trí cân bằng thì giữ cố định điểm I trên lò xo cách điểm cố định của lò xo một đoạn bằng b thì sau đó vật sẽ tiếp tục dao động điều hòa với biên độ bằng  $0,5A\sqrt{3}$ . Chiều dài tự nhiên của lò xo lúc đầu là

- A.  $4b/3$ .      B.  $4b$ .      C.  $2b$ .

- D.  $3b$ .

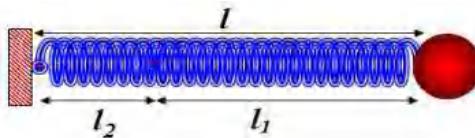


### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cơ năng dao động không thay đổi nên: } \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{k A^2}{2} \Rightarrow \frac{k}{k_1} = \frac{3}{4} \\ \text{Mà } k_1 l_1 = k l \Rightarrow l_1 = 1 \frac{k}{k_1} = \frac{3l}{4} \Rightarrow b = \frac{l}{4} \Rightarrow l = 4b \Rightarrow \text{Chọn B.} \end{array} \right.$$

*Chú ý: Nếu đúng lúc con lắc đi qua vị trí li độ  $x$ , giữ cố định một điểm trên lò xo thì thế năng bị nhốt  $W_{nhot} = \frac{l_2}{1} \frac{kx^2}{2}$  nên cơ năng còn lại:*

$$W' = W - W_{nhot} \Leftrightarrow \boxed{\frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{k A^2}{2} - \frac{l_2}{1} \frac{kx^2}{2}} \quad \left( k_1 l_1 = k l \Rightarrow k_1 = k \frac{l}{l_1} \right)$$



**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng người ta kéo vật ra 8 cm rồi thả nhẹ, khi vật cách vị trí cân bằng 4 cm thì người ta giữ cố định một phần ba chiều dài của lò xo. Tính biên độ dao động mới của vật

- A.  $\sqrt{22}$  cm.      B. 4 cm.      C. 6,25 cm.      D.  $2\sqrt{7}$  cm.

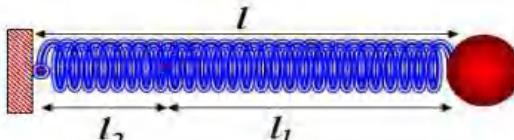
### Hướng dẫn

$$\text{Phần thế năng bị nhốt: } W_{nhot} = \frac{l_2}{1} \frac{kx^2}{2}$$

$$\text{Cơ năng còn lại: } W' = W - W_{nhot} \Leftrightarrow \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{k A^2}{2} - \frac{l_2}{1} \frac{kx^2}{2}$$

$$A_1 = \sqrt{\frac{k}{k_1} A^2 - \frac{l_2}{1} \frac{k}{k_1} x^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{k_1} = \frac{l_1}{1} = \frac{2}{3} \\ \frac{l_2}{1} = \frac{1}{3} \end{array} \right. \Rightarrow A_1 = \sqrt{\frac{2}{3} 8^2 - \frac{1}{3} \frac{2}{3} 4^2} \approx 6,25(\text{cm})$$

⇒ Chọn C.



**Ví dụ 7:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang gồm lò xo có độ cứng 100 N/m và vật dao động nặng 0,1 kg. Khi  $t = 0$  vật qua vị trí cân bằng với tốc độ  $40\pi$  (cm/s). Đến thời điểm  $t = 1/30$  s người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Tính biên độ dao động mới của vật

- A.  $\sqrt{5}$  cm.      B. 4 cm.      C. 2 cm.      D.  $2\sqrt{2}$  cm.

**Hướng dẫn**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2(s); \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi(\text{rad/s}) \Rightarrow A = \frac{v_{cb}}{\omega} = 4(\text{cm})$$

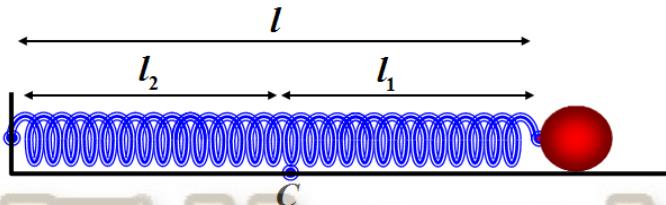
$$t = \frac{1}{30}s = \frac{T}{6} \Rightarrow x = \frac{A\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

Phần thế năng bị nhốt:  $W_{nhot} = \frac{l_2}{1} \frac{kx^2}{2}$

Cơ năng còn lại:  $W' = W - W_{nhot} \Leftrightarrow \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \frac{l_2}{1} \frac{kx^2}{2}$

$$A_1 = \sqrt{\frac{k}{k_1} A^2 - \frac{l_2}{1} \frac{k}{k_1} x^2} \begin{cases} \frac{k}{k_1} = \frac{l_1}{1} = \frac{1}{2} \\ \frac{l_2}{1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A_1 = \sqrt{\frac{1}{2} 4^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{2} (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}(\text{cm})$$

$\Rightarrow$  Chọn A.



**Ví dụ 8:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang gồm lò xo có độ cứng 100 N/m và vật dao động nặng 0,1 kg. Khi  $t = 0$  vật qua vị trí cân bằng với tốc độ  $40\pi$  (cm/s). Đến thời điểm  $t = 0,15$  s người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Tính biên độ dao động mới của vật

- A.  $\sqrt{5}$  cm.      B. 4 cm.      C. 2 cm.      D.  $2\sqrt{2}$  cm.

**Hướng dẫn**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2(s); \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi(\text{rad/s}) \Rightarrow A = \frac{v_{cb}}{\omega} = 4(\text{cm})$$

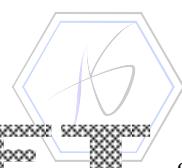
$$k' = 2k$$

$$t = 0,15s = \frac{3T}{4} \Rightarrow x = \pm A \Rightarrow W_t = W.$$

Phần thế năng này chia đều cho 2 nửa, phần thế năng bị nhốt là  $0,5W$ .

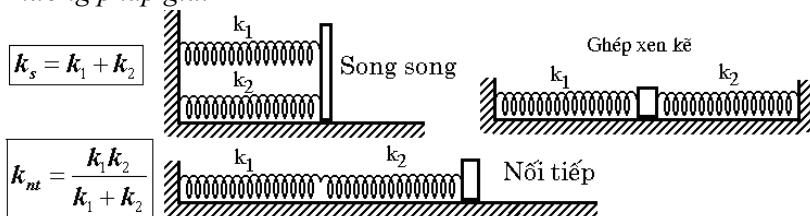
Cơ năng còn lại:  $W' = W - 0,5W = 0,5W \Rightarrow \frac{k' A'^2}{2} = 0,5 \frac{kA^2}{2}$

$$\Rightarrow A' = \sqrt{0,5} \sqrt{\frac{k}{k'}} A = 2(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



## 2. Ghép lò xo

*Phương pháp giải*



- \* Ghép nối tiếp:  $\frac{1}{k_{nt}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots$
- \* Ghép song song:  $k_s = k_1 + k_2 + \dots$
- \* Nếu một vật có khối lượng m lắc lượt liên kết với các lò xo khác nhau thì hệ

$$\text{thức liên hệ: } \begin{cases} T_{nt}^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots \\ \frac{1}{T_s^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{f_{nt}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} + \dots \\ f_s^2 = f_1^2 + f_2^2 + \dots \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Khi treo vật có khối lượng m lắc lượt vào các lò xo 1 và 2 thì tần số dao động của các con lắc lò xo tương ứng là 3 Hz và 4 Hz. Nối 2 lò xo với nhau thành một lò xo rồi treo vật nặng m thì tần số dao động là

- A. 5,0 Hz.      B. 2,2 Hz.      C. 2,3 Hz.      D. 2,4 Hz.

*Hướng dẫn*

$$\begin{cases} f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m}} \\ f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2}{m}} \\ f_{nt} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{f_{nt}^2} \Rightarrow f_{nt} = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} = 2,4 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Một vật treo vào hệ gồm n lò xo giống nhau ghép nối tiếp thì chu kỳ dao động lắc lượt là T. Nếu vật đó treo vào hệ n lò xo đó mắc song song thì chu kỳ dao động là

- A.  $T\sqrt{n}$ .      B.  $T/\sqrt{n}$ .      C.  $T/n$ .      D.  $nT$ .

*Hướng dẫn*

$$\begin{cases} T_{nt}^2 = \underbrace{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}_{nT_1^2} \\ \frac{1}{T_s^2} = \underbrace{\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2}}_{\frac{1}{T_1^2}} \Rightarrow T_{nt}^2 \cdot \frac{1}{T_s^2} = n^2 \Rightarrow T_s = \frac{T_{nt}}{n} = \frac{T}{n} \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{cases}$$



*Chú ý: Nếu đúng lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng, ghép thêm lò xo thì sẽ không làm thay đổi cơ năng của hệ:*

$$\frac{k_s A_s^2}{2} = \frac{k_t A_t^2}{2} \Rightarrow A_s = A_t \sqrt{\frac{k_t}{k_s}} \quad \begin{cases} \frac{1}{k_{nt}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots \\ k_s = k_1 + k_2 + \dots \end{cases}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với biên độ 8 cm, đúng lúc nó qua vị trí cân bằng thì người ta ghép nối tiếp thêm một lò xo giống hệt lò xo của nó. Tính biên độ dao động mới của vật

- A.  $8\sqrt{2}$  cm.      B. 4 cm.      C.  $4\sqrt{3}$  cm.      D.  $4\sqrt{2}$  cm.

#### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \text{Độ cứng tương đương của hệ lò xo sau: } \frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_s = \frac{k}{2} \\ \text{Cơ năng dao động không thay đổi: } \frac{k_s A_s^2}{2} = \frac{k A^2}{2} \Rightarrow A_s = 8\sqrt{2} (\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.} \end{cases}$$

*Chú ý: Nếu đúng lúc con lắc đi qua vị trí có li độ x, một lò xo không còn tham gia dao động thì phần năng lượng bị mất đúng bằng thế năng đàn hồi của lò xo bị mất.*

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ A. Lò xo của con lắc gồm n lò xo ghép song song. Khi vật nặng cách vị trí cân bằng một đoạn A/n thì một lò xo không còn tham gia dao động. Tính biên độ dao động mới.

- A.  $A_s = A \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{n}$       B.  $A_s = A \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{2n}$   
 C.  $A_s = A \frac{\sqrt{n^2 - n + 1}}{n}$       D.  $A_s = A \frac{\sqrt{n^2 - n + 1}}{2n}$

#### Hướng dẫn

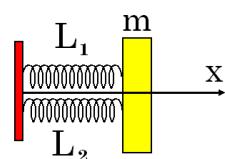
Phần thế năng đàn hồi chứa trong lò xo bị mất:  $W_{mat} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2n^2}$ . Đây chính

là phần cơ năng bị giảm:  $W_t - W_s = W_{mat} \Rightarrow \frac{k_t A^2}{2} - \frac{k_s A_s^2}{2} = \frac{kA^2}{2n^2}$  mà

$$\begin{cases} k_t = nk \\ k_s = (n-1)k \end{cases} \text{ nên suy ra: } A_s = A \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{n} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

*Chú ý: Khi cơ hệ có nhiều lò xo, tại vị trí cân bằng của vật hợp lực tác dụng lên vật bằng 0, từ đó ta biết được trạng thái của các lò xo dẫn hay nén.*

**Ví dụ 5:** Một hệ gồm 2 lò xo  $L_1$ ,  $L_2$  có độ cứng  $k_1 = 60 \text{ N/m}$ ,  $k_2 = 40 \text{ N/m}$  một đầu gắn cố định, đầu còn lại gắn vào vật m có thể dao động điều hòa theo phương ngang như hình vẽ. Khi ở trạng thái cân bằng lò xo  $L_1$  bị nén 2 cm. Lực đàn hồi của lò xo  $L_2$  tác dụng vào m khi vật có li độ 1 cm là



A. 1,6 N.

B. 2,2 N.

C. 0,8 N.

D. 1,0 N.

### Hướng dẫn

$$\text{Tại VTCB: } k_1\Delta l_{01} = k_2\Delta l_{02} \Rightarrow \Delta l_{02} = \frac{k_1}{k_2}\Delta l_{01} = \frac{3}{1} = 3 \text{ cm} \begin{cases} \text{Lò xo 1 nén 2 cm} \\ \text{Lò xo 2 dãn 3 cm} \end{cases}$$

$$\text{Khi } x = 1 \text{ cm thì } \begin{cases} \text{Lò xo 1 nén 1 cm} \\ \text{Lò xo 2 dãn 4 cm} \end{cases} \Rightarrow F_2 = k_2(\Delta l_{02} + x) = 40 \cdot 0,04 = 1,6 \text{ (N)}$$

⇒ Chọn A.

**Ví dụ 6:** Một lò xo nhẹ có độ cứng 120 N/m được kéo căng theo phương nằm ngang và hai đầu gắn cố định A và B sao cho lò xo dãn 10 cm. Một chất điểm có khối lượng m được gắn vào điểm chính giữa của lò xo. Kích thích để m dao động nhỏ theo trục Ox trùng với trục của lò xo. Góc O ở vị trí cân bằng chiều dương từ A đến B. Tính độ lớn lực tác dụng vào A khi m có li độ 3 cm.

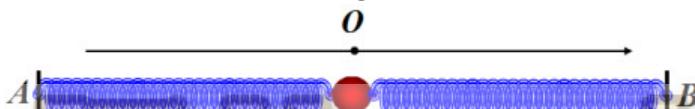
A. 19,2 N.

B. 3,6 N.

C. 9,6 N.

D. 2,4 N.

### Hướng dẫn



$$\Delta l_{01} = \Delta l_{02} = 0,05 \text{ (m)}$$

$$k_1 = k_2 = \frac{k_0 l_0}{l_1} = 2k_0 = 240 \text{ (N/m)}$$

$$F_1 = k_1(\Delta l_{01} + x) = 240 \cdot 0,08 = 19,2 \text{ (N)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Một lò xo có chiều dài tự nhiên 25 cm, có khối lượng không đáng kể, được dùng để treo vật, khối lượng m = 200 g vào điểm A. Khi cân bằng lò xo dài 33cm, g = 10 m/s<sup>2</sup>. Dùng hai lò xo như trên để treo vật m vào hai điểm cố định A và B nằm trên đường thẳng đứng, cách nhau 72 cm. VTCB O của vật cách A một đoạn:

A. 30 cm.

B. 35 cm.

C. 40 cm.

D. 50 cm.

### Hướng dẫn

$$k = \frac{mg}{\Delta l_0} = \frac{0,2 \cdot 10}{0,08} = 25 \text{ (N/m)} \begin{cases} \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0,22 \\ \Delta l_1 - \Delta l_2 = \frac{mg}{k} = 0,08 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta l_1 = 0,15 \text{ m} \\ \Delta l_2 = 0,07 \text{ m} \end{cases}$$

⇒ OA = 25 + 15 = 40 (cm) ⇒ Chọn C.



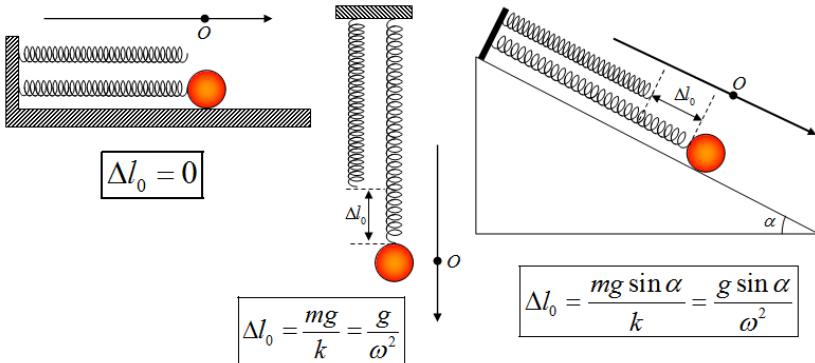
## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CHIỀU DÀI CỦA LÒ XO VÀ THỜI GIAN LÒ XO NÉN, DẪN

### 1. Bài toán liên quan đến chiều dài của lò xo

*Phương pháp giải*

Xét trường hợp vật ở dưới.

$$\begin{cases} \text{Tại VTCB: } l_{CB} = l_0 + \Delta l_0 \\ \text{Tại VT li độ x: } l = l_{CB} + x \begin{cases} l_{\max} = l_{CB} + A \\ l_{\min} = l_{CB} - A \end{cases} \end{cases}$$



$A \leq \Delta l_0 \Rightarrow$  Khi dao động lò xo luôn bị dãn

$\begin{cases} \text{Dãn ít nhất (khi vật cao nhất): } \Delta l_0 - A \\ \text{Dãn nhiều nhất (khi vật thấp nhất): } \Delta l_0 + A \end{cases}$

$A > \Delta l_0 \Rightarrow$  Khi dao động lò xo vừa dãn vừa nén

$\begin{cases} \text{Nén nhiều nhất (khi vật cao nhất): } A - \Delta l_0 \\ \text{Không biến dạng khi: } x = -\Delta l_0 \\ \text{Dãn nhiều nhất (khi vật thấp nhất): } \Delta l_0 + A \end{cases}$

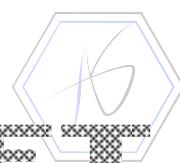
**Ví dụ 1:** Một lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $k$ , một đầu gắn vật nhỏ có khối lượng  $m$ , đầu còn lại được gắn vào một điểm cố định J sao cho vật dao động điều hòa theo phương ngang. Trong quá trình dao động, chiều dài cực đại và chiều dài cực tiểu của lò xo lần lượt là 40 cm và 30 cm. Chọn phương án SAI.

- A. Chiều dài tự nhiên của lò xo là 35 cm.
- B. Biên độ dao động là 5 cm.
- C. Lực mà lò xo tác dụng lên điểm J luôn là lực kéo.
- D. Độ biến dạng của lò xo luôn bằng độ lớn của li độ.

#### Hướng dẫn

Vì khi ở vị trí cân bằng lò xo không biến dạng nên độ biến dạng của lò xo luôn bằng độ lớn của li độ  $\Rightarrow$  D đúng.

Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là



$$\begin{cases} l_{\max} = l_{CB} + A = l_0 + A \\ l_{\min} = l_{CB} - A = l_0 - A \end{cases} \text{ suy ra: } \begin{cases} l_0 = \frac{l_{\max} + l_{\min}}{2} = 35(\text{cm}) \\ A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 5(\text{cm}) \end{cases} \Rightarrow A, B \text{ đúng.}$$

Trong một chu kì, một nửa thời gian lò xo nén (lực lò xo tác dụng lên J là lực đẩy) và một nửa thời gian lò xo dãn (lực lò xo tác dụng lên J là lực kéo)  $\Rightarrow C$  sai  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 2:** Con lắc lò xo đang dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ  $A = 4\sqrt{2}$  (cm). Biết lò xo có độ cứng  $k = 50$  (N/m), vật dao động có khối lượng  $m = 200$  (g), lấy  $\pi^2 = 10$ . Khoảng thời gian trong một chu kì để lò xo dãn một lượng lớn hơn  $2\sqrt{2}$  cm là

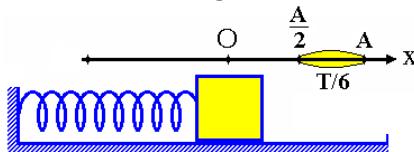
A.  $2/15$  s.

B.  $1/15$  s.

C.  $1/3$  s.

D.  $0,1$  s.

### Hướng dẫn



Để dãn lớn hơn  $2\sqrt{2}$  cm =  $\frac{A}{2}$  thì vật có li độ nằm trong khoảng  $x = \frac{A}{2}$  đến A

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3} = \frac{1}{3} 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{3} 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{50}} = \frac{2}{15} (\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Một lò xo nhẹ có chiều dài tự nhiên 30 cm có độ cứng là k, đầu trên cố định, đầu dưới gắn vật có khối lượng m sao cho vật dao động điều hòa trên mặt phẳng nghiêng so với mặt phẳng ngang một góc  $30^\circ$  với phương trình  $x = 6\cos(10t + 5\pi/6)$  (cm) ( $t$  đo bằng giây) tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10$  ( $\text{m/s}^2$ ). Trong quá trình dao động chiều dài cực tiểu của lò xo là

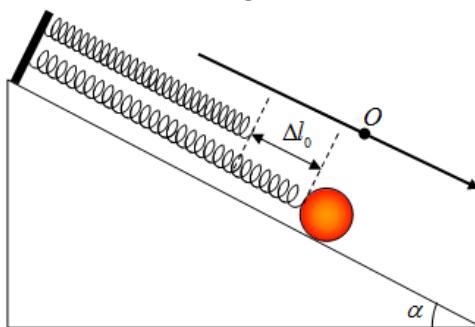
A. 29 cm.

B. 25 cm.

C. 31 cm.

D. 36 cm.

### Hướng dẫn



Độ dãn của lò xo thẳng đứng khi vật ở VTCB:



$$\Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} = 0,05 \text{ (m)}.$$

Chiều dài lò xo tại VTCB:  $l_{cb} = l_0 + \Delta l_0 = 35 \text{ (cm)}$  ( $l_0$  là chiều dài tự nhiên).

Chiều dài cực tiểu (khi vật ở vị trí cao nhất):

$$l_{\min} = l_{cb} - A = 29 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

*Chú ý: Khi lò xo có độ dãn  $\Delta l$  thì độ dãn li độ là  $|x_0| = |\Delta l - \Delta l_0|$ .*

**Ví dụ 4:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, gồm lò xo độ cứng 100 N/m và vật nặng khối lượng 100 (g). Giữ vật theo phương thẳng đứng làm lò xo dãn 3 (cm), rồi truyền cho nó vận tốc  $20\pi\sqrt{3}$  (cm/s) hướng lên thì vật dao động điều hòa. Lấy  $\pi^2 = 10$ ; gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Biên độ dao động là

- A. 5,46 cm.      B. 4,00 cm.      C. 4,58 cm.      D. 2,54 cm.

#### Hướng dẫn

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\pi \text{ (rad/s)}; \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 1 \text{ (cm)}$$

$$\left. \begin{array}{l} |x_{(0)}| = |\Delta l - \Delta l_0| = 2 \text{ (cm)} \\ |v_{(0)}| = 20\pi\sqrt{3} \text{ (cm/s)} \end{array} \right\} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 4 \text{ (cm)}$$

**Ví dụ 5:** Một lắc lò xo có độ cứng 100 (N/m) treo thẳng đứng, đầu dưới treo một vật có khối lượng 1 kg tại nơi có gia tốc trọng trường là  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Giữ vật ở vị trí lò xo còn dãn 7 cm rồi cung cấp vật tốc 0,4 m/s theo phương thẳng đứng. Ở vị trí thấp nhất, độ dãn của lò xo dãn là

- A. 5 cm.      B. 25 cm.      C. 15 cm.      D. 10 cm.

#### Hướng dẫn

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{1.10}{100} = 0,1 \text{ (m)} = 10 \text{ (cm)}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_0 = \Delta l - \Delta l_0 = 7 - 10 = -3 \text{ (cm)} \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ (rad/s)} \end{array} \right\} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{9 + \frac{40^2}{10^2}} = 5 \text{ (cm)}$$

*Khi ở vị trí thấp nhất độ dãn của lò xo:  $\Delta l_{\max} = \Delta l_0 + A = 15 \text{ (cm)}$  ⇒ Chọn C.*

**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật treo có khối lượng m. Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng 3 cm rồi truyền cho nó vận tốc 40 cm/s thì nó dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trực của lò xo và khi vật đạt độ cao cực đại, lò xo dãn 5 cm. Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vận tốc cực đại của vật dao động là

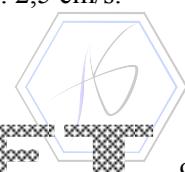
- A. 1,15 m/s.      B. 0,5 m/s.      C. 10 cm/s.      D. 2,5 cm/s.

#### Hướng dẫn

$$\text{Độ dãn của lò xo khi ở vị trí cân bằng: } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$$

**KHANG**

**VIE**



Khi ở độ cao cực đại, độ dãn của lò xo :

$$\Delta l_{\min} = \Delta l_0 - A \Rightarrow 0,05 = \frac{10}{\omega^2} - A \Rightarrow \frac{1}{\omega^2} = 0,1A + 0,005$$

$$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} \Rightarrow A^2 = 0,03^2 + 0,4^2 (0,1A + 0,005) \Rightarrow \begin{cases} A = 0,05m \\ A = -0,034m \end{cases}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{0,1A + 0,005}} = 10(\text{rad/s}) \Rightarrow v_{\max} = \omega A = 0,5(\text{m/s}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật treo có khối lượng m. Vật đang ở vị trí cân bằng, người ta truyền cho nó một vận tốc hướng xuống dưới thì sau thời gian  $\pi/20$  (s), vật dừng lại tức thời lần đầu và khi đó lò xo dãn 20 cm. Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Biết vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biên độ dao động là

- A. 5 cm.      B. 10 cm.      C. 15 cm.      D. 20 cm.

### Hướng dẫn

$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{20} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10(\text{rad/s})$$

$$\text{Độ dãn của lò xo khi ở vị trí cân bằng : } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 0,1(\text{m}) = 10(\text{cm})$$

$$\text{Độ dãn cực đại của lò xo : } \Delta l_{\max} = \Delta l_0 + A \Rightarrow 20 = 10 + A \Rightarrow A = 10(\text{cm})$$

⇒ Chọn B.

$$\text{Chú ý: Từ các công thức } x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2; a = -\omega^2 x \text{ suy ra: } \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2.$$

**Ví dụ 8:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lúc cân bằng lò xo dãn 3,5 cm. Kéo vật nặng xuống dưới vị trí cân bằng khoảng h, rồi thả nhẹ thấy con lắc đang dao động điều hòa. Gia tốc trọng trường  $g = 9,8 (\text{m/s}^2)$ . Tại thời điểm vật có vận tốc 50 cm/s thì có gia tốc 2,3 m/s $^2$ . Tính h.

- A. 3,500 cm.      B. 3,066 cm.      C. 3,099 cm.      D. 6,599 cm.

### Hướng dẫn

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \sqrt{280}$$

$$\frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{\frac{2,3^2}{280^2} + \frac{0,5^2}{280}} \approx 0,03099(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Chú ý: Khi vật có tốc độ bằng không và lò xo không biến dạng thì  $A = \Delta l_0$ :

$$A = \Delta l_0 = \begin{cases} \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \\ \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{\Delta l_0}} \end{cases} \Rightarrow v_{cb} = \omega A$$



$$\left. \begin{array}{l} x = -\frac{a}{\omega^2} \\ x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{g^2}{\omega^4} \\ \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{g^2 \sin^2 \alpha}{\omega^4} \end{cases}$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo thẳng đứng (trùng với trục của lò xo), khi vật ở cách vị trí cân bằng 5 cm thì có tốc độ bằng không và lò xo không biến dạng. Cho  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ của vật khi đi qua vị trí cân bằng là

- A.  $0,7 \text{ m/s}$ .      B.  $7 \text{ m/s}$ .      C.  $7\sqrt{2} \text{ m/s}$ .      D.  $0,7\sqrt{2} \text{ m/s}$ .

#### Hướng dẫn

$$\left. \begin{array}{l} A = \Delta l_0 \\ \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \end{array} \right\} \Rightarrow v_{cb} = \omega A = \sqrt{g \cdot \Delta l_0} = 0,7(\text{m/s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 10:** Con lắc lò xo treo trên mặt phẳng nghiêng với góc nghiêng  $30^\circ$ . Nâng vật lên đến vị trí lò xo không biến dạng và thả không vận tốc ban đầu thì vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo, khi vận tốc của vật là  $1 \text{ m/s}$  thì gia tốc của vật là  $3 \text{ m/s}^2$ . Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Tần số góc bằng

- A.  $2 \text{ rad/s}$ .      B.  $3 \text{ rad/s}$ .      C.  $4 \text{ rad/s}$ .      D.  $5\sqrt{3} \text{ rad/s}$ .

#### Hướng dẫn

$$\left. \begin{array}{l} A = \Delta l_0 = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} \\ \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{g^2 \sin^2 \alpha}{\omega^4} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g^2 \sin^2 \alpha - a^2}{v^2}} = 4(\text{rad/s})$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

*Chú ý: Chiều dài lò xo ở vị trí cân bằng, ở vị trí có- li độ x (chọn chiều trục Ox hướng xuống), ở vị trí cao nhất và ở vị trí thấp nhất:*

$$l_{CB} = l_0 + \Delta l_0$$

$$\left. \begin{array}{l} l = l_{CB} + x \Rightarrow x = l - l_{CB} \\ l_{min} = l_{CB} - A \Rightarrow A = l_{CB} - l_{min} \\ l_{max} = l_{CB} + A \Rightarrow A = l_{max} - l_{CB} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} W_t = \frac{kx^2}{2} \\ W_d = W - W_t = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} \end{cases}$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng (coi gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ ) quả cầu có khối lượng  $120 \text{ g}$ . Chiều dài tự nhiên của lò xo là  $20 \text{ cm}$  và độ cứng  $40 \text{ N/m}$ . Từ vị trí cân bằng, kéo vật thẳng đứng, xuống dưới tối khi lò xo dài  $26,5 \text{ cm}$  rồi buông nhẹ cho nó dao động điều hòa. Động năng của vật lúc lò xo dài  $25 \text{ cm}$  là

- A.  $24,5 \text{ mJ}$ .      B.  $22 \text{ mJ}$ .      C.  $12 \text{ mJ}$ .      D.  $16,5 \text{ mJ}$ .

### Hướng dẫn

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,12 \cdot 10}{40} = 0,03(m)$$

$$l_{cb} = l_0 + \Delta l_0 = 0,23(m)$$

$$A = l_{\max} - l_{cb} = 0,265 - 0,23 = 0,035(m)$$

$$x = l - l_{cb} = 0,25 - 0,23 = 0,02(m)$$

$$W_d = W - W_t = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{40}{2} (0,035^2 - 0,02^2) = 16,5 \cdot 10^{-3} (J) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

*Chú ý : Trường hợp vật ở trên, lúc này khi vật ở VTCB, lò xo bị nén:  $\Delta l_0$*

- Nếu  $A \leq \Delta l_0$  thì trong quá trình dao động lò xo luôn luôn bị nén

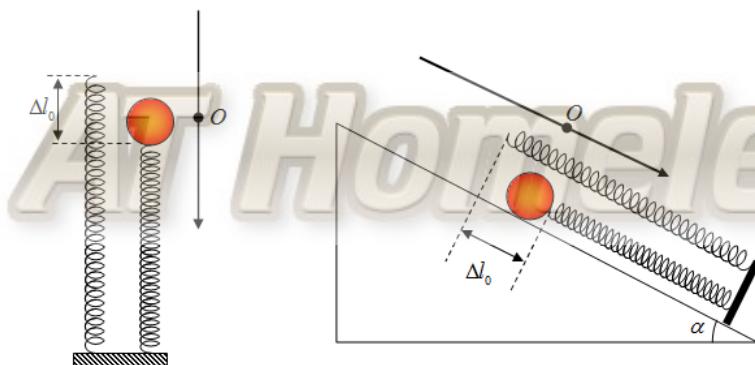
+ nén nhiều nhất:  $(\Delta l_0 + A)$ .

+ nén ít nhất:  $(\Delta l_0 - A)$ .

- Nếu  $A > \Delta l_0$  thì khi ở vị trí

+ thấp nhất lò xo nén nhiều nhất:  $A + \Delta l_0$ .

+ cao nhất lò xo dãn nhiều nhất:  $A - \Delta l_0$ .



$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2}$$

**Ví dụ 12:** Một lò xo đặt thẳng đứng, đầu dưới cố định, đầu trên gắn vật, sao cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ là 5 cm. Lò xo có độ cứng 80 (N/m), vật nặng có khối lượng 200 (g), lấy giá trị trọng trường 10 (m/s²). Độ dãn cực đại của lò xo khi vật dao động là

A. 3 cm.

B. 7,5 cm.

C. 2,5 cm.

D. 8 cm.

### Hướng dẫn

$$\text{Độ nén của lò xo ở vị trí cân bằng: } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{80} = 0,025(m) = 2,5(cm)$$

$$\text{Độ dãn cực đại của lò xo: } A - \Delta l_0 = 2,5(cm) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



**Ví dụ 13:** Con lắc lò xo gồm vật khối lượng 1 kg, lò xo độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  đặt trên mặt phẳng nghiêng góc  $30^\circ$  (đầu dưới lò xo gắn cố định, đầu trên gắn vật). Đưa vật đến vị trí lò xo bị nén 2 cm rồi buông tay không vận tốc đầu thì vật dao động điều hoà. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lực tác dụng do tay tác dụng lên vật ngay trước khi buông tay và động năng cực đại của vật lần lượt là

- A. 5 N và 125 mJ.    B. 2 N và 0,02 J.    C. 3 N và 0,45 J.    D. 3 N và 45 mJ.

### Hướng dẫn

$$\text{Độ nén của lò xo ở vị trí cân bằng: } \Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = 5\text{cm}$$

$$\text{Biên độ: } A = \Delta l_0 - \Delta l = 5 - 2 = 3\text{cm}$$

$$F = kA = 100 \cdot 0,03 = 3\text{N}$$

$$W_{d\max} = W = \frac{kA^2}{2} = \frac{100 \cdot 0,03^2}{2} = 0,045(\text{J}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 14:** Một con lắc lò xo đang cân bằng trên mặt phẳng nghiêng một góc  $37^\circ$  so với phương ngang. Tăng góc nghiêng thêm  $16^\circ$  thì khi cân bằng lò xo dài thêm 2 cm. Bỏ qua ma sát và lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tần số góc dao động riêng của con lắc là

- A. 12,5 rad/s.    B. 9,9 rad/s.    C. 15 rad/s.    D. 5 rad/s.

### Hướng dẫn

$$\text{Độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng:}$$

$$\begin{cases} \Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} \\ \Delta l'_0 = \frac{mg \sin \alpha'}{k} = \frac{g \sin \alpha'}{\omega^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta l'_0 - \Delta l_0 = \frac{g \sin \alpha'}{\omega^2} - \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} \Rightarrow 0,02 = \frac{10(\sin 53^\circ - \sin 37^\circ)}{\omega^2}$$

$$\omega = 9,9 \text{ (rad / s)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

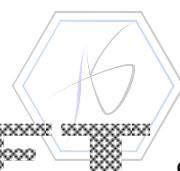
**Ví dụ 15:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có O là điểm trên cùng, M và N là 2 điểm trên lò xo sao cho khi chia biến dạng chúng chia lò xo thành 3 phần bằng nhau có chiều dài mỗi phần là 8 cm ( $ON > OM$ ). Khi vật treo đi qua vị trí cân bằng thì đoạn  $ON = 68/3$  (cm). Gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tần số góc của dao động riêng này là

- A. 2,5 rad/s.    B. 10 rad/s.    C.  $10\sqrt{2}$  rad/s.    D. 5 rad/s.

### Hướng dẫn

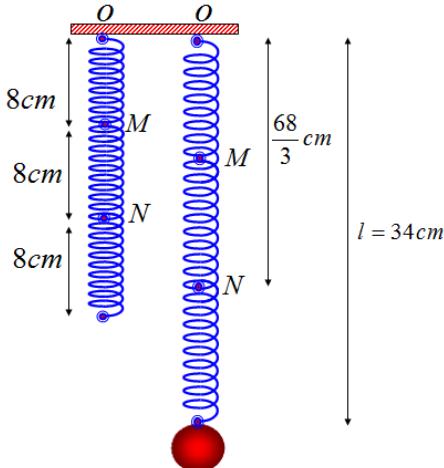
Độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng:

$$\Delta l_0 = 34 - 8 \times 3 = 10(\text{cm}) = 0,1(\text{m}).$$



$$\text{Mà } k\Delta l_0 = mg$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = 10 \text{ (rad / s)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

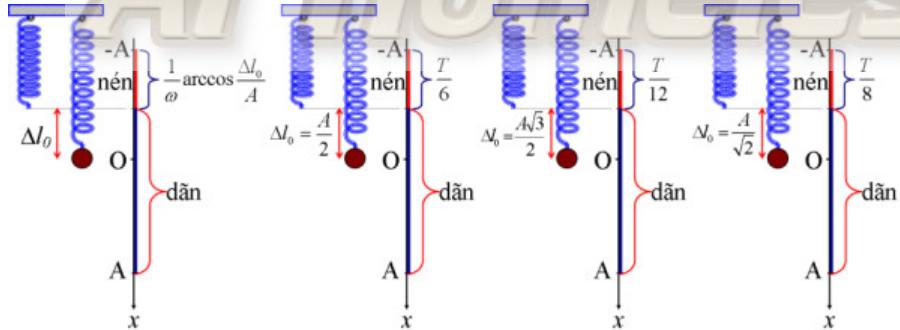


## 2. Bài toán liên quan đến thời gian lò xo nén, dãn

Nếu  $A \leq \Delta l_0$  thì trong quá trình dao động lò xo luôn luân dãn. Vì vậy, ta chỉ xét trường hợp  $A > \Delta l_0$ .

Trong 1 chu kì

$$\begin{cases} \text{thời gian lò xo nén là } t_{nén} = 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = \frac{T}{\pi} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} \\ \text{thời gian lò xo dãn là } t_{dãn} = T - 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = T - \frac{T}{\pi} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} \end{cases}$$



**Kinh nghiệm:** Trong các đề thi hiện hành phổ biến là trường hợp  $\Delta l_0 = A/2$ .

Lúc này, trong 1 chu kì, thời gian lò xo nén là  $T/3$  và thời gian lò xo dãn là  $2T/3$ .

**Ví dụ 1:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, độ cứng 20 (N/m), vật nặng khối lượng 200 (g) dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với biên độ 15 (cm), lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Trong một chu kì, thời gian lò xo nén là

- A. 0,460 s.      B. 0,084 s.      C. 0,168 s.

- D. 0,230 s.



**Hướng dẫn**

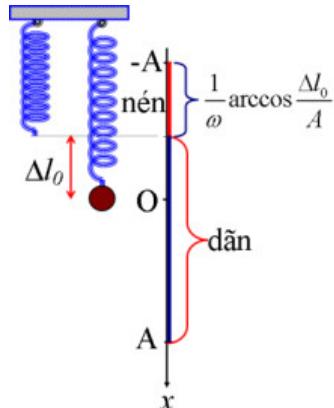
$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{20} = 0,1(m);$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10(\text{rad/s})$$

Trong 1 chu kì thời gian lò xo nén là

$$\begin{aligned} t_{\text{nén}} &= 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} \\ &= 2 \frac{1}{10} \arccos \frac{0,1}{0,15} \approx 0,168(\text{s}) \end{aligned}$$

⇒ Chọn C.



**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, từ vị trí cân bằng kéo vật xuống dưới theo trục của lò xo với vị trí lò xo dãn 7,5 cm rồi thả nhẹ cho nó dao động điều hòa, sau khoảng thời gian ngắn nhất  $\pi/60$  (s) thì gia tốc của vật bằng 0,5 gia tốc ban đầu. Lấy gia tốc trọng trường 10 ( $\text{m/s}^2$ ). Thời gian mà lò xo bị nén trong một chu kì là

- A.  $\pi/20$  (s).      B.  $\pi/60$  (s).      C.  $\pi/30$  (s).      D.  $\pi/15$  (s).

**Hướng dẫn**

Lúc đầu  $x = A$  sau đó gia tốc còn một nửa, tức  $x = 0,5A$ :

$$t_{A \rightarrow 0,5A} = \frac{T}{6} = \frac{\pi}{60} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10}(\text{s})$$

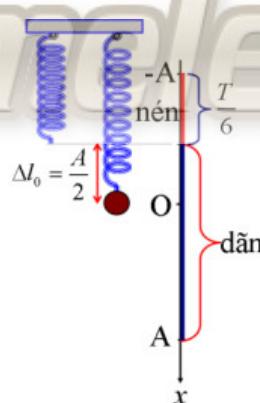
$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 20(\text{rad/s})$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 2,5(\text{cm})$$

$$\Rightarrow A = \Delta l_{\text{max}} - \Delta l_0 = 5(\text{cm})$$

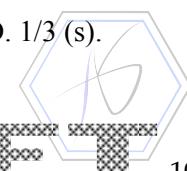
Thời gian lò xo bị nén trong 1 chu kì :

$$t_{\text{nén}} = 2 \frac{T}{6} = \frac{\pi}{30}(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng lò xo có độ cứng 100 N/m, vật dao động có khối lượng 100 g, lấy gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$ . Từ vị trí cân bằng kéo vật xuống một đoạn 1 cm rồi truyền cho vật vận tốc đầu  $10\pi\sqrt{3}$  ( $\text{cm/s}$ ) hướng thẳng đứng thì vật dao động điều hòa. Thời gian lò xo bị nén trong một chu kì là

- A.  $1/15$  (s).      B.  $1/30$  (s).      C.  $1/6$  (s).      D.  $1/3$  (s).



### Hướng dẫn

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 2 \text{ (cm)}$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,01 \text{ (m)} = 1 \text{ (cm)} = \frac{A}{2}$$

$$\text{Thời gian lò xo bị nén trong 1 chu kì : } t_{nén} = 2 \frac{T}{6} = \frac{1}{3} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{15} \text{ (s)}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ nặng  $m = 100 \text{ g}$  dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ  $6 \text{ cm}$ , chu kì  $T = \pi/5 \text{ (s)}$  tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính thời gian trong một chu kì, lực đàn hồi có độ lớn không nhỏ hơn  $1,3 \text{ N}$ .

A. 0,21 s.

B. 0,18 s.

C. 0,15 s.

D. 0,12 s.

### Hướng dẫn

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ (rad/s)} \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 0,1 \text{ (m)} = 10 \text{ (cm)} > A = 6 \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow$  Lò xo luôn dãn.

Khi lực đàn hồi  $1,3 \text{ N}$  thì lò xo dãn một đoạn :

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{F}{m\omega^2} = \frac{1,3}{0,1 \cdot 100} = 0,13 \text{ (m)} \text{ tức là } x = \Delta l - \Delta l_0 = 3 \text{ cm}$$

Trong 1 chu kì, thời gian vật có- lì
 độ  $\geq 3$ :

$$t = 2 \frac{\arccos \frac{x}{A}}{\omega} = 2 \frac{\arccos \frac{3}{6}}{10} = \frac{\pi}{15} \approx 0,21 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 5:** (ĐH-2008) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì và biên độ dao động của con lắc lần lượt là  $0,4 \text{ s}$  và  $8 \text{ cm}$ . Chọn trục  $x$  thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian  $t = 0$  khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy giá trị tự do  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Thời gian ngắn nhất kể từ khi  $t = 0$  đến khi lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

A.  $4/15 \text{ (s)}$ .

B.  $7/30 \text{ (s)}$ .

C.  $3/10 \text{ (s)}$ .

D.  $1/30 \text{ (s)}$ .

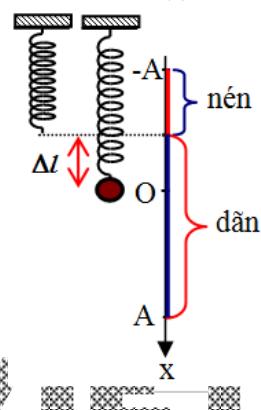
### Hướng dẫn

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2} g = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} = \frac{A}{2}$$

Thời gian từ  $x = 0 \rightarrow x = +A \rightarrow x = 0 \rightarrow x = -\frac{A}{2}$  là :

$$\frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{7}{30} \text{ s}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.



**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng  $m = 100$  g treo vào một lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 25$  N/m. Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn 2 cm, rồi truyền cho nó vận tốc  $10\pi\sqrt{3}$  cm/s theo phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên. Biết vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng đúng trùng với trục của lò xo. Cho  $g = \pi^2 = 10$  m/s<sup>2</sup>. Xác định khoảng thời gian từ lúc bắt đầu dao động đến lúc vật qua vị trí mà lò xo dãn 2 cm lần đầu tiên.

- A. 1/20 (s).      B. 1/60 (s).      C. 1/30 (s).      D. 1/15 (s).

#### Hướng dẫn

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{25}} = 0,4 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi \text{ (rad/s)}$$

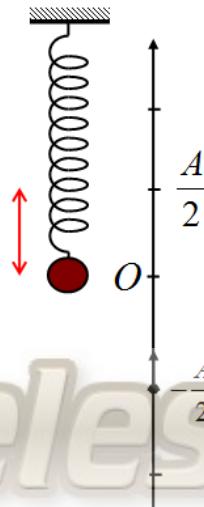
$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{2^2 + \frac{(10\pi\sqrt{3})^2}{(5\pi)^2}} = 4 \text{ cm}$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Lò xo dãn } 2 \text{ cm thì } x = 2 \text{ cm} = \frac{A}{2}$$

$$\text{Thời gian từ } x_0 = -\frac{A}{2} \rightarrow x = 0 \rightarrow x = \frac{A}{2} \text{ là:}$$

$$\frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{1}{15} \text{ s} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Ví dụ 7:** Treo một vật vào một lò xo thì nó dãn 4 cm. Từ vị trí cân bằng, nâng vật theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo bị nén 4 cm và thả nhẹ tại thời điểm  $t = 0$  thì vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng đúng trùng với trục của lò xo. Lấy  $g = \pi^2$  m/s<sup>2</sup>. Hãy xác định thời điểm thứ 147 lò xo có chiều dài tự nhiên.

- A. 29,27 s.      B. 27,29 s.      C. 28,26 s.      D. 26,28 s.

#### Hướng dẫn

$$0,04(\text{m}) = \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} T^2 \Rightarrow T = 0,4(\text{s})$$

$$A = 8 \text{ cm} \Rightarrow \text{Lò xo không biến dạng thì } x = 4 \text{ cm} = \frac{A}{2}$$

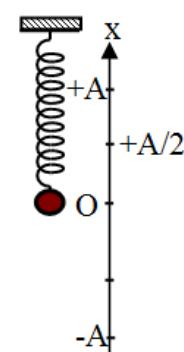
$$\text{Thời gian từ } x_0 = A \rightarrow x = \frac{A}{2} \text{ lần thứ nhất là: } t_1 = \frac{T}{6}$$

$$\text{và lần thứ hai là: } t_2 = \frac{5T}{6}$$

$\Rightarrow$  Lần thứ 147 là:

$$t_{2.73+1} = 73T + t_1 = 73T + \frac{T}{6} = \frac{439T}{6} \approx 29,27(\text{s})$$

$\Rightarrow$  Chọn A.



**Ví dụ 8:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, gồm lò xo độ cứng  $100 \text{ (N/m)}$  và vật nặng khối lượng  $100 \text{ (g)}$ . Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới làm lò xo dãn  $3 \text{ (cm)}$ , rồi truyền cho nó vận tốc  $20\pi\sqrt{3} \text{ (cm/s)}$  hướng lên. Chọn trục toạ độ thẳng đứng hướng xuống, gốc toạ độ là vị trí cân bằng, gốc thời gian lúc truyền vận tốc. Lấy giá trị trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ ;  $\pi^2 = 10$ . Trong khoảng thời gian  $1/3$  chu kì quãng đường vật đi được kể từ thời điểm  $t = 0$  là

- A.  $5,46 \text{ (cm)}$ .      B.  $7,46 \text{ (cm)}$ .      C.  $6,00 \text{ (cm)}$ .      D.  $6,54 \text{ (cm)}$ .

### Hướng dẫn

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_0 &= \frac{mg}{k} = 1 \text{ (cm)} \\ x_0 &= \Delta l - \Delta l_0 = 2 \text{ (cm)} \\ v_0 &= -20\pi\sqrt{3} \text{ (cm/s)} \\ \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\pi \text{ (rad/s)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 4 \text{ (cm)}$$

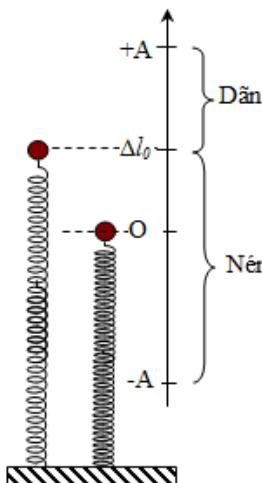
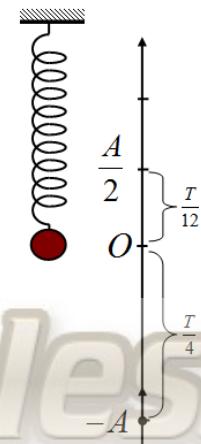
$$S = 0,5A + A = 10 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

*Chú ý: Trường hợp vật ở trên thì ngược lại.*

Nếu  $A \leq \Delta l_0$  thì trong quá trình dao động lò xo luôn luồn.

Vì vậy, ta chỉ xét trường hợp  $A > \Delta l_0$ !

$$\text{Trong 1 chu kì} \left\{ \begin{array}{l} \text{thời gian lò xo dãn là } t_{\text{dãn}} = 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = \frac{T}{\pi} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} \\ \text{thời gian lò xo néo là } t_{\text{néo}} = T - 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = T - \frac{T}{\pi} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} \end{array} \right.$$



**Ví dụ 9:** Một lò xo đặt thẳng đứng, đầu dưới cố định, đầu trên gắn vật, sao cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ

là  $A$ , với chu kỳ  $3$  (s). Độ nén của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là  $A/2$ . Thời gian ngắn nhất kể từ khi vật ở vị trí thấp nhất đến khi lò xo không biến dạng là

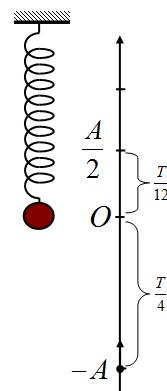
- A. 1 (s)                      B. 1,5 (s)  
C. 0,75 (s)                D. 0,5 (s)

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} x_1 = \Delta l_0 = \frac{A}{2} : Lò xo không biến dạng \\ x_2 = -A : Lò xo nén nhiều nhất \end{cases}$$

Thời gian ngắn nhất đi từ  $x_1 = \frac{A}{2}$  đến  $x_2 = -A$  là

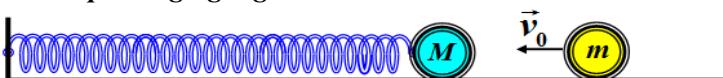
$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T}{3} = 1(s) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN KÍCH THÍCH DAO ĐỘNG

Ta khảo sát các dạng toán sau:

- + Kích thích dao động bằng va chạm
- + Kích thích dao động bằng lực
- 1. Kích thích dao động bằng va chạm
- a. Va chạm theo phương ngang



### Phương pháp giải

- \* Vật m chuyển động với vận tốc  $v_0$  đến va chạm mềm vào vật M đang đứng yên thì

$$\left\{ \begin{array}{l} mv_0 = (m+M)V \Rightarrow V = \frac{mv_0}{m+M} \quad (\text{Vận tốc của hệ ở VTCB}) \\ \text{Nếu sau va chạm cả hai vật dao động điều hòa thì} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} \\ A = \frac{V}{\omega} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

- \* Vật m chuyển động với vận tốc  $v_0$  đến va chạm đàn hồi vào vật M đang đứng yên thì ngay sau va chạm vận tốc của m và M lần lượt là  $v$  và  $V$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} mv_0 = mv + MV \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{2mv_0}{m+M} \quad (\text{Vận tốc của M ở VTCB}) \\ v = \frac{m-M}{m+M}v_0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Nếu sau va chạm M dao động điều hòa thì} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \\ A = \frac{V}{\omega} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo, lò xo có độ cứng 20 (N/m), vật nặng  $M = 100$  (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật  $m = 100$  (g) bắn vào  $M$  theo phương nằm ngang với tốc độ 3 (m/s). Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà theo phương ngang trùng với trục của lò xo với biên độ là

- A. 15 cm      B. 10 cm      C. 4 cm      D. 8 cm

#### Hướng dẫn

$$V = \frac{mv_0}{m+M} = 1,5 \text{ (m/s)} \Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = \frac{V}{\sqrt{\frac{k}{M}}} = 0,15 \text{ (m)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng 40 (N/m), vật nặng  $M = 400$  (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật  $m = 100$  (g) bắn vào  $M$  theo phương nằm ngang với vận tốc 1 (m/s). Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật  $M$  dao động điều hoà theo phương ngang với biên độ là

- A. 5 cm.      B. 10 cm.      C. 4 cm.      D. 8 cm.

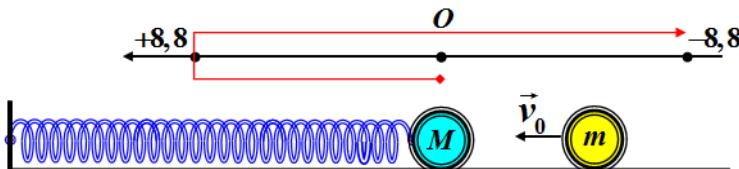
#### Hướng dẫn

$$V = \frac{2mv_0}{m+M} = 0,4 \text{ (m/s)} \Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = \frac{V}{\sqrt{\frac{k}{M}}} = 0,04 \text{ (m)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng 100 (N/m), vật nặng  $M = 300$  (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật  $m = 200$  (g) bắn vào  $M$  theo phương nằm ngang với vận tốc 2 (m/s). Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm, vật  $M$  dao động điều hoà theo phương ngang. Góc tọa độ là điểm cân bằng, góc thời gian là ngay lúc sau va chạm, chiều dương là chiều lúc bắt đầu dao động. Tính khoảng thời gian ngắn nhất vật có li độ  $-8,8$  cm.

- A. 0,25 s.      B. 0,26 s.      C. 0,4 s.      D. 0,09 s.

#### Hướng dẫn



$$V = \frac{2mv_0}{m+M} \Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = \frac{2mv_0}{\omega \sqrt{\frac{k}{M}}} = \frac{2mv_0}{\sqrt{\frac{k}{M}} \cdot \sqrt{\frac{M}{M}}} = \frac{2mv_0}{\sqrt{k}} \approx 0,088 \text{ (m)}$$

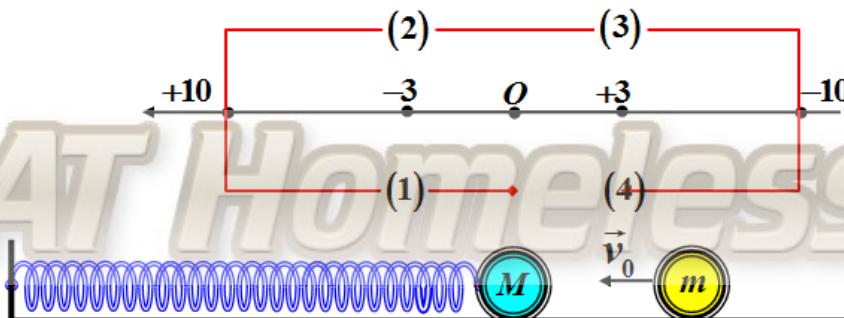
$$\text{Thời gian: } t = \frac{3}{4}T = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{0,3}{100}} \approx 0,26 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo, lò xo có độ cứng  $30 \text{ (N/m)}$ , vật nặng  $M = 200 \text{ (g)}$  có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật  $m = 100 \text{ (g)}$  bắn vào  $M$  theo phương ngang với tốc độ  $3 \text{ (m/s)}$ . Sau va chạm hai vật dính vào nhau và làm cho lò xo nén rồi cùng dao động điều hòa theo phương ngang trùng với trục của lò xo. Góc thời gian là ngay lúc sau va chạm, thời điểm lần thứ 2013 và lần thứ 2015 độ biến dạng của lò xo bằng  $3 \text{ cm}$  lần lượt là

- A.  $316,07 \text{ s}$  và  $316,64 \text{ s}$ .      B.  $316,32 \text{ s}$  và  $316,38 \text{ s}$ .  
 C.  $316,07 \text{ s}$  và  $316,38 \text{ s}$ .      D.  $316,32 \text{ s}$  và  $316,64 \text{ s}$ .

### Hướng dẫn

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = 10 \text{ (rad/s)}; T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5} \text{ (s)}$$



$$V = \frac{mv_0}{m+M} = 1 \text{ (m/s)} \Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = 0,1 \text{ (m)}.$$

Bốn thời điểm đầu tiên độ biến dạng của lò xo bằng  $3 \text{ cm}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{3}{10} \approx 0,03 \text{ (s)} \\ t_2 = \frac{T}{4} + \frac{1}{\omega} \arccos \frac{3}{10} \approx 0,28 \text{ (s)} \\ t_3 = \frac{T}{2} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{3}{10} \approx 0,34 \text{ (s)} \\ t_4 = \frac{3T}{4} + \frac{1}{\omega} \arccos \frac{3}{10} \approx 0,60 \text{ (s)} \end{array} \right.$$

Nhận thấy:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2013}{4} = 503 \text{ dư } 1 \Rightarrow t_{2013} = 503T + t_1 = 316,07 \text{ (s)} \\ \frac{2015}{4} = 503 \text{ dư } 3 \Rightarrow t_{2015} = 503T + t_3 = 316,38 \text{ (s)} \end{array} \right. \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

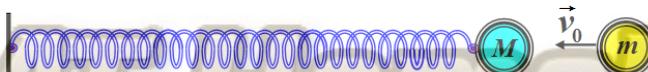
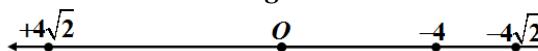
*Chú ý: Nếu con lắc lò xo đang dao động theo phương ngang với biên độ  $A_0$  đúng lúc vật đến vị trí biên ( $x_0 = \pm A_0$ ) thì mới xảy ra va chạm thì*

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Va chạm mềm : } \left\{ \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} \\ V = \frac{mv_0}{m+M} \end{array} \right. \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} \\ \text{Va chạm đàn hồi : } \left\{ \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \\ V = \frac{2mv_0}{m+M} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc lò xo, lò xo có độ cứng  $50 \text{ (N/m)}$ , vật  $M$  có khối lượng  $M = 200 \text{ (g)}$ , dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với biên độ  $4 \text{ (cm)}$ . Giả sử  $M$  đang dao động thì có một vật có khối lượng  $m = 50 \text{ (g)}$  bắn vào  $M$  theo phương ngang với vận tốc  $2\sqrt{2} \text{ (m/s)}$ , giả thiết là va chạm mềm và xảy ra tại thời điểm lò xo có độ dài lớn nhất. Sau va chạm hai vật gắn chặt vào nhau và cùng dao động điều hòa với biên độ là

- A.  $8,2 \text{ cm}$ .      B.  $10 \text{ cm}$ .      C.  $4 \text{ cm}$ .      D.  $4\sqrt{2} \text{ cm}$ .

*Hướng dẫn*

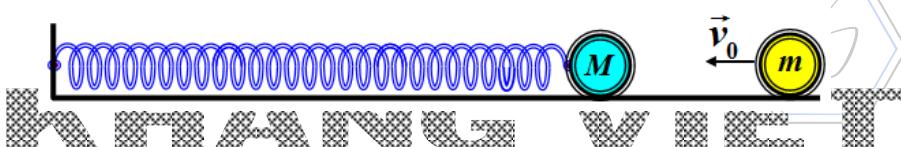
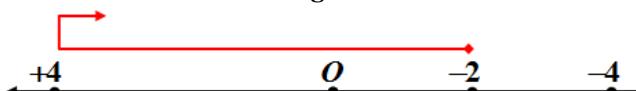


$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = \sqrt{\frac{50}{0,25}} = 10\sqrt{2} \text{ (rad/s)} \\ V = \frac{mv_0}{m+M} = \frac{1}{1+4} 200\sqrt{2} = 40\sqrt{2} \text{ (cm/s)} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_0 = \pm 4 \text{ cm} \\ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)} \end{array} \right. \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kỳ  $T = 2\pi \text{ (s)}$ , quả cầu nhỏ có khối lượng  $M$ . Khi lò xo có độ dài cực đại và vật  $M$  có giá tốc là  $-2 \text{ (cm/s}^2)$  thì một vật có khối lượng  $m$  ( $M = 2m$ ) chuyển động dọc theo trục của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật  $M$ , có xu hướng làm lò xo nén lại. Biết tốc độ chuyển động của vật  $m$  ngay trước lúc va chạm là  $3\sqrt{3} \text{ (cm/s)}$ . Quãng đường mà vật  $M$  đi được từ lúc va chạm đến khi vật  $M$  đổi chiều chuyển động là

- A.  $6 \text{ cm}$ .      B.  $8 \text{ cm}$ .      C.  $4 \text{ cm}$ .      D.  $2 \text{ cm}$ .

*Hướng dẫn*

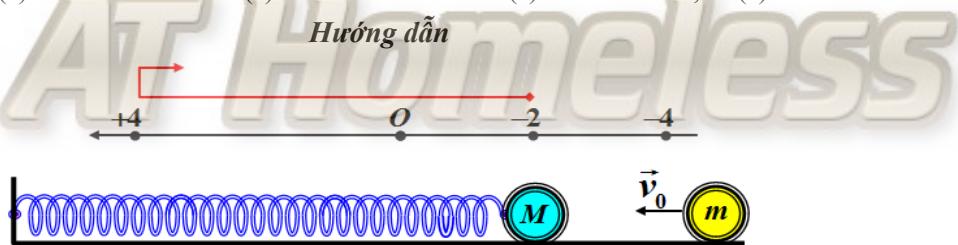


$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} = 1(\text{rad/s}); A_0 = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = 2\text{cm} \\ V = \frac{2m_2 v_0}{m_2 + m_1} = \frac{2.0,5.3\sqrt{3}}{0,5+1} = 2\sqrt{3}(\text{cm/s}) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_0 = -A_0 = -2\text{cm} \\ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{4 + \frac{2^2.3}{1^2}} = 4(\text{cm}) \Rightarrow S = A + A_0 = 6(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.} \end{array} \right.$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kỳ  $T = 2\pi$  (s), quả cầu nhỏ có khối lượng  $M$ . Khi lò xo có độ dài cực đại và vật  $M$  có vận tốc là  $-2$  ( $\text{cm/s}^2$ ) thì một vật có khối lượng  $m$  ( $M = 2m$ ) chuyển động dọc theo trục của lò xo đến va chạm đòn hồi xuyên tâm với vật  $M$ , có xu hướng làm lò xo nén lại. Biết tốc độ chuyển động của vật  $m$  ngay trước lúc va chạm là  $3\sqrt{3}$  ( $\text{cm/s}$ ). Thời gian vật  $M$  đi từ lúc va chạm đến khi vật  $M$  đổi chiều chuyển động là

- A.  $2\pi$  (s).      B.  $\pi$  (s).      C.  $2\pi/3$  (s).      D.  $1,5\pi$  (s).



$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} = 1(\text{rad/s}); A_0 = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = 2\text{cm} \\ V = \frac{2m_2 v_0}{m_2 + m_1} = \frac{2.0,5.3\sqrt{3}}{0,5+1} = 2\sqrt{3}(\text{cm/s}) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_0 = -A_0 = -2\text{cm} \\ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{4 + \frac{2^2.3}{1^2}} = 4(\text{cm}) \Rightarrow t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{2}{4} + \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{3}(\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{array} \right.$$

**Ví dụ 8:** Một con lắc lò xo, vật  $M$  đang dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang, nhăn với biên độ  $A_1$ . Đúng lúc vật  $M$  đang ở vị trí biên thì một vật  $m$  có khối lượng bằng khối lượng vật  $M$ , chuyển động theo phương ngang với vận tốc  $v_0$  bằng vận tốc cực đại của vật  $M$ , đến va chạm với  $M$ . Biết va chạm giữa hai vật là đòn hồi xuyên tâm, sau va chạm vật  $M$  tiếp tục dao động điều hòa với biên độ  $A_2$ . Hết thúc đúng là

- A.  $A_1/A_2 = 0,5\sqrt{2}$ .      B.  $A_1/A_2 = 0,5\sqrt{3}$ .      C.  $A_1/A_2 = 2/3$ .      D.  $A_1/A_2 = 0,5$ .

### Hướng dẫn

**Cách 1:**  $\begin{cases} x_0 = \pm A_1; v_0 = \omega A_1 \\ V = \frac{2mv_0}{m+M} = \omega A_1 \Rightarrow A_2 = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = A_1\sqrt{2} \Rightarrow \text{Chọn A.} \end{cases}$

**Cách 2:** Va chạm tuyệt đối đàn hồi và vì  $m = M$  nên  $m$  truyền toàn bộ động năng cho  $M$

$$\frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow \frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 + \frac{1}{2}kA_1^2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

#### b. Va chạm theo phương thẳng đứng

Phương pháp giải

Tốc độ của  $m$  ngay trước va chạm:  $v_0 = \sqrt{2gh}$

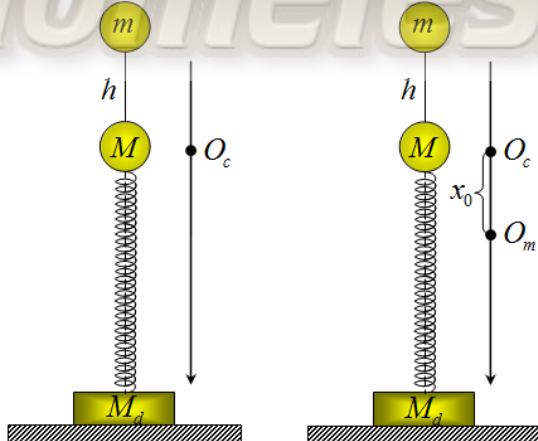
- Nếu va chạm đàn hồi thì vị trí cân bằng không thay đổi

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2mv_0}{m+M} (\text{Vận tốc của } M \text{ ở VTCB}) \\ v = \frac{m-M}{m+M}v_0 \\ \Rightarrow A = \frac{V}{\omega} = \frac{V}{\sqrt{\frac{k}{M}}} \end{cases}$$

- Nếu va chạm mềm thì vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ một đoạn  $x_0 = \frac{mg}{k}$  và vận tốc hệ sau va chạm:  $V = \frac{mv_0}{m+M}$  (vận tốc của vật ở vị trí cách vị trí cân bằng mới một đoạn  $x_0$ ).

Biên độ sau va chạm:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}.$$



**Ví dụ 1:** Một quả cầu khối lượng  $M = 2$  (kg), gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng  $800$  (N/m), đầu dưới của lò xo gắn cố định. Một vật nhỏ có khối lượng  $m = 0,4$  (kg) rơi tự do từ độ cao  $h = 1,8$  (m) xuống va chạm đàn hồi với  $M$ . Lấy giá trị trọng trường  $g = 10$  ( $m/s^2$ ). Sau va chạm, vật  $M$  dao động điều hoà theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biên độ dao động là

A. 15 cm.

B. 3 cm.

C. 10 cm.

D. 12 cm.

**Hướng dẫn**

+ Tốc độ của  $m$  ngay trước va chạm:  $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8} = 6 \text{ (m/s)}$

+ Tốc độ của  $M$  ngay sau va chạm:  $V = \frac{2mv_0}{m+M} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 6}{0,4 + 2} = 2 \text{ (m/s)}$

+ Biên độ dao động:  $A = \frac{V}{\omega} = \frac{V}{\sqrt{\frac{k}{M}}} = 0,1 \text{ (m)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Chú ý:** Nếu đầu dưới của lò xo gắn với  $M_d$  và  $A \leq \Delta l_0$  thì trong quá trình dao động lò xo luôn bị nén tức là lò xo luôn đẩy  $M_d$  nên vật  $M_d$  không bị nhắc lên.

Nếu  $A > \Delta l_0$  muôn  $M_d$  không bị nhắc lên thì lực kéo cực đại của lò xo (khi vật ở vị trí cao nhất lò xo dãn cực đại  $A - \Delta l_0$ ) không lớn hơn trọng lượng của  $M_d$ :

$$F_{\max} = k(A - \Delta l_0) = k \left( A - \frac{Mg}{k} \right) = kA - Mg \leq M_d g$$

**Ví dụ 2:** Một quả cầu khối lượng  $M = 0,2 \text{ (kg)}$ , gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng 20 ( $\text{N/m}$ ), đầu dưới của lò xo gắn với đế có khối lượng  $M_d$ . Một vật nhỏ có khối lượng  $m = 0,1 \text{ (kg)}$  rơi tự do từ độ cao  $h = 0,45 \text{ (m)}$  xuống va chạm đàn hồi với  $M$ . Lấy giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Sau va chạm vật  $M$  dao động điều hoà theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Muốn để không bị nhắc lên thì  $M_d$  không nhỏ hơn

- A. 300 (g).      B. 200 g.      C. 600 (g).      D. 120 (g).

**Hướng dẫn**

+ Tốc độ của  $m$  ngay trước va chạm:  $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,45} = 3 \text{ (m/s)}$

+ Tốc độ của  $M$  ngay sau va chạm:  $V = \frac{2mv_0}{m+M} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 3}{0,1 + 0,2} = 2 \text{ (m/s)}$

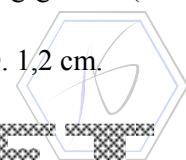
+ Biên độ dao động:  $A = \frac{V}{\omega} = V \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{0,2}{20}} = 0,2 \text{ (m)}$

+ Muốn để không bị nhắc lên thì lực kéo cực đại của lò xo (khi vật ở vị trí cao nhất lò xo bị dãn cực đại  $A - \Delta l_0$ ) không lớn hơn trọng lượng của đế:

$$F_{\max} = k(A - \Delta l_0) = kA - Mg \leq M_d g \Rightarrow M_d \geq \frac{kA}{g} - M = 0,2 \text{ (kg)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 3:** Một vật nhỏ khối lượng  $M = 0,6 \text{ (kg)}$ , gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng 200 ( $\text{N/m}$ ), đầu dưới của lò xo gắn cố định. Một vật nhỏ có khối lượng  $m = 0,2 \text{ (kg)}$  rơi tự do từ độ cao  $h = 0,06 \text{ (m)}$  xuống va chạm mềm với  $M$ . Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Lấy giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Biên độ dao động là

- A. 1,5 cm.      B. 2 cm.      C. 1 cm.      D. 1,2 cm.



### Hướng dẫn

+ Tốc độ của  $m$  ngay trước va chạm:  $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,06} = \sqrt{1,2}$  (m/s)

+ Tốc độ của  $m + M$  ngay sau va chạm:  $V = \frac{mv_0}{m+M} = \frac{\sqrt{1,2}}{4}$  (m/s)

+ Vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ một đoạn:  $x_0 = \frac{mg}{k} = 0,01$  (m)

$$+ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_0^2 + V^2 \cdot \frac{m+M}{k}} = \sqrt{0,01^2 + \frac{1,2}{16} \cdot \frac{0,2+0,6}{200}} = 0,02 \text{ (m)}$$

⇒ Chọn B.

**Ví dụ 4:** Một vật nhỏ khối lượng  $M = 0,9$  (kg), gắn trên một lò xo nhẹ thăng đứng có độ cứng 200 (N/m), đầu dưới của lò xo gắn cố định. Một vật nhỏ có khối lượng  $m = 0,1$  (kg) rơi tự do từ độ cao  $h$  xuống và chạm mềm với  $M$ . Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà theo phương thẳng đứng trùng với trực của lò xo. Lấy giá tốc trọng trường  $g = 10$  (m/s<sup>2</sup>). Để  $m$  không tách rời  $M$  trong suốt quá trình dao động,  $h$  không vượt quá

- A. 1,5 m.      B. 160 cm.      C. 100 cm.      D. 1,2 m.

### Hướng dẫn

+ Tốc độ của  $m$  ngay trước va chạm:  $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{20h}$

+ Tốc độ  $m + M$  ngay sau va chạm:  $V = \frac{mv_0}{m+M} = 0,1\sqrt{20h}$

+ VTCB mới thấp hơn VTCB cũ một đoạn:  $x_0 = \frac{mg}{k} = 0,005$  (m)

$$+ Biết\ độ: A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_0^2 + V^2 \cdot \frac{m+M}{k}} = \sqrt{0,005^2 + 0,2.h \cdot \frac{0,1+0,9}{200}}$$

+ Để  $m$  không tách rời  $M$  thì  $a_{max} = \omega^2 A \leq g \Rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{10(0,1+0,9)}{200}$

⇒  $h \leq 1,6$  (m) ⇒ Chọn B.

Chú ý:

1) Nếu con lắc lò xo đang dao động theo phuong thẳng đứng với biên độ  $A_0$  đúng lúc vật đến vị trí biên ( $x_0 = \pm A_0$ ) thì mới xảy ra va chạm đòn hồi thì

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \\ V = \frac{2mv_0}{m+M} \end{cases} \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}}$$



2) Nếu con lắc lò xo đang dao động theo phương thẳng đứng với biên độ  $A_0$  đúng lúc vật đến vị trí cao nhất thì mới xảy ra va chạm mềm thì ngay sau va chạm vật có li độ so với VTCB mới ( $A_0 + x_0$ ) và có vận tốc  $V = \frac{mv_0}{m+M}$  nên biên độ mới:

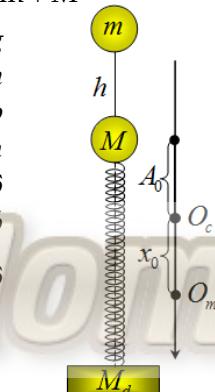
$$A = \sqrt{(A_0 + x_0)^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}.$$

3) Nếu con lắc lò xo đang dao động theo phương thẳng đứng đúng với biên độ  $A_0$  đúng lúc vật đến vị trí thấp nhất thì mới xảy ra va chạm mềm thì ngay sau va chạm vật có li độ so với VTCB mới ( $A_0 - x_0$ ) và có

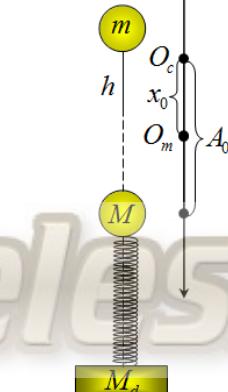
$$\text{vận tốc } V = \frac{mv_0}{m+M} \text{ nên biên độ}$$

$$\text{mới: } A = \sqrt{(A_0 - x_0)^2 + \frac{V^2}{\omega^2}}$$

$$\text{với } \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}.$$



Va chạm mềm



Va chạm mềm

**Ví dụ 5:** Con lắc lò xo có độ cứng 200 N/m treo vật nặng khối lượng  $M = 1$  kg đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 12,5 cm. Khi M xuống đến vị trí thấp nhất thì một vật nhỏ khối lượng  $m = 0,5$  kg bay theo phương thẳng đứng đứng với tốc độ 6 m/s tới va chạm đàn hồi với M. Tính biên độ dao động sau va chạm.

- A. 20 cm.      B. 21,4 cm.      C. 30,9 cm.      D. 22,9 cm.

#### Hướng dẫn

$$\text{Tốc độ } M \text{ ngay sau va chạm: } V = \frac{2mv_0}{m+M} = 400(\text{cm/s})$$

$$\text{Biên độ mới: } A = \sqrt{A_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{A_0^2 + V^2 \cdot \frac{M}{k}} \approx 30,9(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 6:** Con lắc lò xo có độ cứng 200 N/m treo vật nặng khối lượng  $M = 1$  kg đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 12,5 cm. Khi M xuống đến vị trí thấp nhất thì một vật nhỏ khối lượng  $m = 0,5$  kg bay theo phương thẳng đứng đứng với tốc độ 6 m/s tới cắm vào M. Xác định biên độ dao động của hệ hai vật sau va chạm.

- A. 20 cm.      B. 21,4 cm.      C. 30,9 cm.      D. 22,9 cm.

#### Hướng dẫn

$$\text{Tốc độ của hệ } m+M \text{ ngay sau va chạm: } mv_0 = mv + MV \Rightarrow V = \frac{mv_0}{m+M} = 200(\text{cm/s})$$

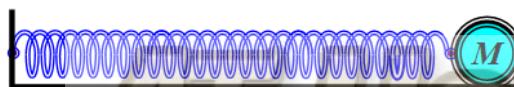
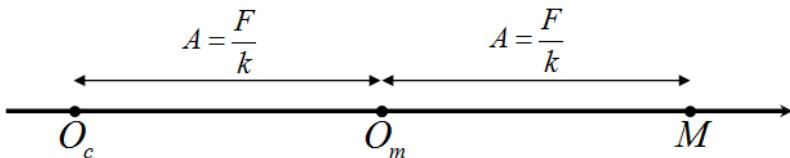
$$VTCB \text{ mới thấp hơn } VTCB \text{ cũ : } x_0 = \frac{mg}{k} = 2,5 \text{ (cm)}$$

$$\text{Biên độ mới : } A = \sqrt{(A_0 - x_0)^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{(A_0 - x_0)^2 + V^2 \cdot \frac{m+M}{k}} = 20 \text{ (cm)}$$

⇒ Chọn A.

## 2. Kích thích dao động bằng lực

*Phương pháp giải*



- \* Nếu tác dụng ngoại lực  $F$  vào vật theo phương trùng với trục của lò xo trong khoảng thời gian  $\Delta t \approx 0$  thì vật sẽ dao động xung quanh VTCB cũ  $O_c$  với biên độ:  $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$
- \* Nếu tác dụng ngoại lực vô cùng chậm trong khoảng thời gian  $\Delta t$  lớn thì vật đứng yên tại vị trí  $O_m$  cách VTCB cũ  $O_c$  một đoạn  $\Delta l_0 = \frac{F}{k}$ .
- \* Nếu thời gian tác dụng  $\Delta t = (2n+1)\frac{T}{2}$  thì quá trình dao động được chia làm hai giai đoạn:
  - + Giai đoạn 1 ( $0 < t < \Delta t$ ): Dao động với biên độ  $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$  xung quanh VTCB mới  $O_m$ .
  - + Giai đoạn 2 ( $t \geq \Delta t$ ): Đúng lúc vật đến M thì ngoại lực thôi tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là  $O_c$  nên biên độ dao động  $A' = 2\Delta l_0 = 2\frac{F}{k}$ .
- \* Nếu thời gian tác dụng  $\Delta t = nT$  thì quá trình dao động được chia làm hai giai đoạn:
  - + Giai đoạn 1 ( $0 < t < \Delta t$ ): Dao động với biên độ  $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$  xung quanh VTCB mới  $O_m$ .
  - + Giai đoạn 2 ( $t \geq \Delta t$ ): Đúng lúc vật đến  $O_c$  với vận tốc bằng không thì ngoại lực thôi tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là  $O_c$  nên vật đứng yên tại đó.

- \* Nếu thời gian tác dụng  $\Delta t = (2n+1)\frac{T}{4}$  thì quá trình dao động được chia làm hai giai đoạn:

Giai đoạn 1 ( $0 < t < \Delta t$ ): Dao động với biên độ  $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$  xung quanh VTCB mới  $O_m$ .

Giai đoạn 2 ( $t \geq \Delta t$ ): Đúng lúc vật đến  $O_m$  với vận tốc bằng  $\omega A$  thì ngoại lực thôii tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là  $O_c$  nên vật có li độ  $A$  và biên độ mới là

$$A' = \sqrt{A^2 + \frac{(\omega A)^2}{\omega^2}} = A\sqrt{2}$$

- \* Nếu thời gian tác dụng  $\Delta t = nT + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$  thì quá trình dao động được chia làm hai giai đoạn:

Giai đoạn 1 ( $0 < t < \Delta t$ ): Dao động với biên độ  $A = \Delta l_0 = \frac{F}{k}$  xung quanh VTCB mới  $O_m$ .

Giai đoạn 2 ( $t \geq \Delta t$ ): Đúng lúc vật có li độ đôi với  $O_m$  là  $A/2$  với vận tốc bằng  $\omega A\sqrt{3}/2$  thì ngoại lực thôii tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là  $O_c$  nên vật có li độ  $A$

$$+ A/2 \text{ và biên độ mới là: } A' = \sqrt{\left(A + \frac{A}{2}\right)^2 + \frac{\left(\frac{\omega A\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\omega^2}} = A\sqrt{3}$$

Quy trình giải nhanh:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$\begin{cases} \Delta t \approx 0 \rightarrow A = \frac{F}{k} \\ \Delta t = (2n+1)\frac{T}{2} \rightarrow A' = 2\frac{F}{k} \\ \Delta t = nT \rightarrow A' = 0 \\ \Delta t = (2n+1)\frac{T}{4} \rightarrow A' = \frac{F}{k}\sqrt{2} \\ \Delta t = nT + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \rightarrow A' = \frac{F}{k}\sqrt{3} \end{cases}$$

Tương tự, cho các trường hợp:  $\Delta t = nT + \frac{T}{4} + \frac{T}{8}$ ;  $\Delta t = nT + \frac{T}{4} + \frac{T}{6}, \dots$

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang một đầu cố định, đầu kia gắn vật nhỏ. Lò xo có độ cứng 200 N/m, vật có khối lượng  $2/\pi^2$  kg. Vật đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì tác dụng vào vật một lực có độ lớn 4 N không đổi trong 0,5 s. Bỏ qua mọi ma sát. Sau khi ngừng tác dụng, vật dao động với biên độ là

A. 2 cm.

B. 2,5 cm.

C. 4 cm.

D. 3 cm.

### Hướng dẫn

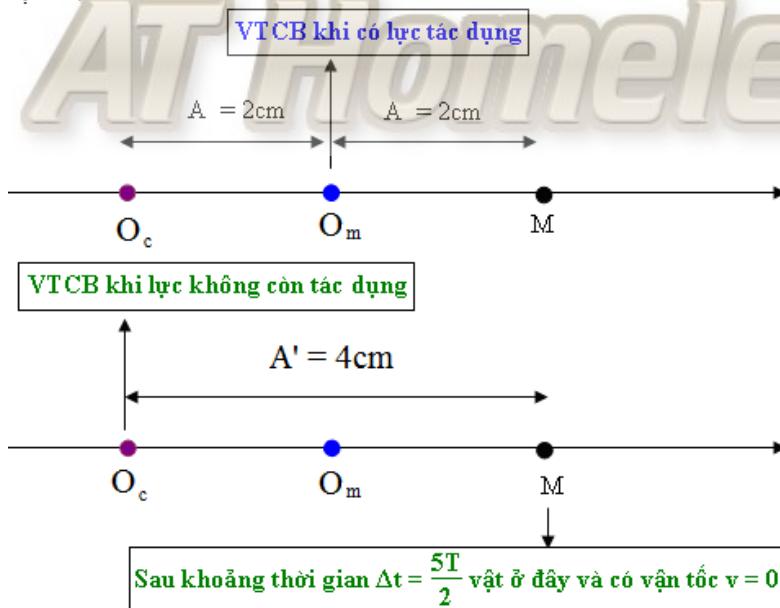
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2(s) \Rightarrow t = 0,5(s) = 5 \frac{T}{2}$$

Quá trình dao động được chia làm hai giai đoạn:

Giai đoạn 1 ( $0 < t < 0,5$  s): Vật dao động với biên độ  $A = \frac{F}{k} = 2(cm)$  xung quanh VTCB mới  $O_m$ .

Giai đoạn 2 ( $t \geq 0,5$  s): Đúng lúc vật đến M (vật có vận tốc bằng 0) thì ngoại lực thôi tác dụng. Lúc này VTCB sẽ là  $O_c$  nên biên độ dao động  $A' = 2 \frac{F}{k} = 4(cm)$

$\Rightarrow$  Chọn A.



Chú ý: Lực tĩnh điện  $\vec{F} = q\vec{E}$   $\begin{cases} q > 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E} \\ q < 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E} \end{cases}$

**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng tích điện  $q = 20 \mu C$  và lò xo có độ cứng  $k = 10 N/m$ . Khi vật đang nằm cân bằng, cách điện, trên mặt bàn ngang nhẵn thì xuất hiện tức thời một điện trường đều  $E = 2,5 \cdot 10^4 V/m$  trong không gian bao quanh có hướng dọc theo trục lò xo. Sau đó con lắc dao động điều hòa với biên độ A dọc theo trục của lò xo. Giá trị A là

- A. 1,5 cm.      B. 1,6 cm.      C. 1,8 cm.      D. 5,0 cm.

### Hướng dẫn

Vì tác dụng tức thời nên hệ dao động xung quanh vị trí cân bằng cũ với biên độ

$$A = \frac{F}{k} = \frac{qE}{k} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 2,5 \cdot 10^4}{10} = 0,05(m) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng  $m$  tích điện  $q$  và lò xo có độ cứng  $k = 10 \text{ N/m}$ . Khi vật đang nằm cân bằng, cách điện, trên mặt bàn ngang nhẵn thì xuất hiện trong thời gian  $\Delta t = 7\pi\sqrt{m/k}$  một điện trường đều  $E = 2,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$  trong không gian bao quanh có hướng dọc theo trục lò xo. Sau đó con lắc dao động điều hòa với biên độ 8 cm dọc theo trục của lò xo. Giá trị  $q$  là

- A.  $16 \mu\text{C}$ .      B.  $25 \mu\text{C}$ .      C.  $32 \mu\text{C}$ .      D.  $20 \mu\text{C}$ .

### Hướng dẫn

$$\Delta t = 7 \frac{T}{2} \rightarrow A' = 2 \frac{F}{k} = 2 \frac{qE}{k} \Rightarrow q = \frac{kA'}{2E} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^4} = 16 \cdot 10^{-6} (\text{C}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng có khối lượng  $m$  tích điện  $q = 8 \mu\text{C}$  và lò xo có độ cứng  $k = 10 \text{ N/m}$ . Khi vật đang ở vị trí cân bằng, thì xuất hiện trong thời gian  $\Delta t = 3,5\pi\sqrt{m/k}$  một điện trường đều  $E = 2,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$  có hướng thẳng đứng lên trên. Biết  $qE = mg$ . Sau đó con lắc dao động điều hòa với biên độ  $A$  dọc theo trục của lò xo. Giá trị  $A$  là

- A. 4 cm.      B.  $2\sqrt{2}$  cm.      C.  $1,8\sqrt{2}$  cm.      D. 2 cm.

### Hướng dẫn

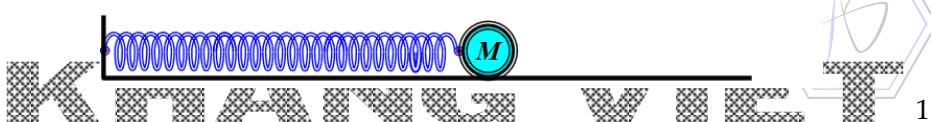
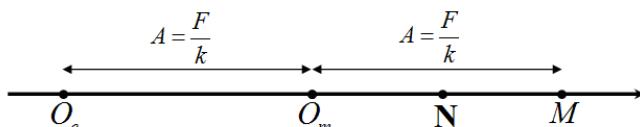
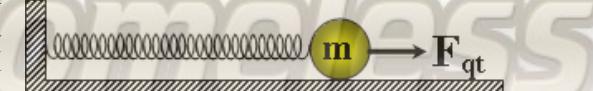
$$\Delta t = 7 \frac{T}{4} \rightarrow A' = \frac{F}{k} \sqrt{2} = \frac{qE\sqrt{2}}{k} = 2\sqrt{2} (\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 5:** (ĐH – 2013): Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 100 g và lò xo có độ cứng 40 N/m được đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Vật nhỏ đang nằm yên ở vị trí cân bằng, tại  $t = 0$ , tác dụng lực  $F = 2 \text{ N}$  lên vật nhỏ (hình vẽ) cho con lắc dao động điều hòa đến thời điểm  $t = \pi/3 \text{ s}$  thì ngừng tác dụng lực  $F$ . Dao động điều hòa của con lắc sau khi không còn lực  $F$  tác dụng có giá trị biên độ gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 9 cm.      B. 7 cm.      C. 5 cm.      D. 11 cm.

### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10} (\text{s}) \Rightarrow t = \frac{\pi}{3} = 3T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \\ x = \frac{A}{2} \Rightarrow \begin{cases} x' = x + A = \frac{3A}{2} \\ v = \frac{\omega A \sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow A' = \sqrt{x'^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = A\sqrt{3} = \frac{F}{k}\sqrt{3} = \frac{2}{40}\sqrt{3} \approx 0,0866 (\text{m}) \end{array} \right.$$



## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI VẬT

Ta khảo sát các bài toán sau:

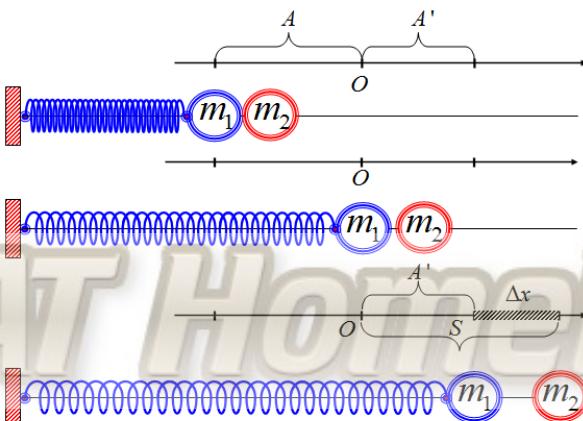
- + Các vật cùng dao động theo phương ngang.
- + Các vật cùng dao động theo phương thẳng đứng.

### 1. Các vật cùng dao động theo phương ngang

#### a. Hai vật tách rời ở vị trí cân bằng

*Phương pháp giải*

- + Giai đoạn 1: Cả hai vật cùng dao động với biên độ  $A$ , tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$  và tốc độ cực đại  $v_0 = \omega A$ .



- + Giai đoạn 2: Nếu đến VTCB  $m_2$  tách ra khỏi  $m_1$  thì

- \*  $m_1$  dao động điều hòa với tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$  và biên độ  $A' = \frac{v_0}{\omega'} = A \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}$  (vì tốc độ cực đại không đổi vẫn là  $v_0$ !).

- \*  $m_2$  chuyển động thẳng đều với vận tốc  $v_0$  và khi  $m_1$  đến vị trí biên dương (lần 1) thì  $m_2$  đi được quãng đường:

$$S = v_0 \frac{T'}{4} = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} A \cdot \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\pi}{2} A \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}.$$

Lúc này khoảng cách hai vật:  $\Delta x = S - A'$ .

**Ví dụ 1:** (ĐH-2011) Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ  $m_1$ . Ban đầu giữ vật  $m_1$  tại vị trí mà lò xo bị nén 8 cm, đặt vật nhỏ  $m_2$  (có khối lượng bằng khối lượng vật  $m_1$ ) trên mặt phẳng nằm ngang và sát với vật  $m_1$ . Buông nhẹ để hai vật bắt đầu chuyển động theo phương của trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì khoảng cách giữa hai vật  $m_1$  và  $m_2$  là

- A. 4,6 cm.      B. 2,3 cm.      C. 5,7 cm.      D. 3,2 cm.

### Hướng dẫn

- + Giai đoạn 1: Cả hai vật cùng dao động với biên độ A, tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$  và tốc độ cực đại  $v_0 = \omega A$ .
- + Giai đoạn 2: Đến VTCB  $m_2$  tách ra khỏi  $m_1$  thì
- \*  $m_1$  dao động điều hòa với tần số góc  $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$  và biên độ  $A' = \frac{v_0}{\omega'} = A \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}$  (vì tốc độ cực đại không đổi vẫn là  $v_0$ !).
- \*  $m_2$  chuyển động thẳng đều với vận tốc  $v_0$  và khi  $m_1$  đến vị trí biên dương (lần 1) thì  $m_2$  đi được quãng đường

$$S = v_0 \frac{T'}{4} = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} A \cdot \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\pi}{2} A \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}.$$

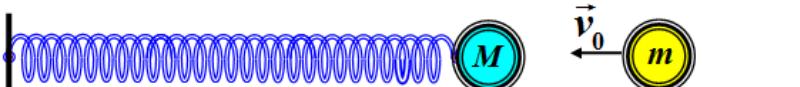
Lúc này khoảng cách hai vật:

$$\Delta x = S - A' = \frac{\pi A}{2} \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} - A \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} \approx 3,2 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng 300 N/m, một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhô M = 3 kg. Vật M đang ở vị trí cân bằng thì vật nhô m = 1 kg chuyển động với vận tốc  $v_0 = 2 \text{ m/s}$  đến va chạm mềm vào nó theo xu hướng làm cho lò xo nén. Biết rằng, khi trở lại vị trí va chạm thì hai vật tự tách ra. Tension độ nén cực đại của lò xo và độ dãn cực đại của lò xo là

- A. 10,8 cm.      B. 11,6 cm.      C. 5,0 cm.      D. 10,0 cm.

### Hướng dẫn



Vận tốc của hệ ngay sau va chạm:  $V = \frac{mv_0}{m+M} = 0,5 \text{ (m/s)}$  (đây chính là tốc độ cực đại của dao động điều hòa).

Sau đó cả hai vật chuyển động về bên trái làm cho lò xo nén cực đại:

$$A = \frac{V}{\omega} = V \sqrt{\frac{M+m}{k}} = 0,5 \sqrt{\frac{3+1}{300}} \approx 0,058 \text{ (m)} = 5,8 \text{ (cm)}$$

Rồi tiếp đó cả hai vật chuyển động về bên phải, đúng lúc về vị trí cân bằng thì vật m tách ra chỉ còn M dao động điều hòa với tốc độ cực đại vẫn là V và độ dãn cực đại của lò xo:  $A' = \frac{V}{\omega'} = V \sqrt{\frac{M}{k}} = 0,5 \sqrt{\frac{3}{300}} = 0,05 \text{ (m)} = 5 \text{ (cm)}$

Tổng độ nén cực đại và độ dãn cực đại của lò xo là  $5,8 + 5 = 10,8$  (cm)

⇒ Chọn A.

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $300 \text{ N/m}$ , một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhô  $M = 3 \text{ kg}$ . Vật  $M$  đang ở vị trí cân bằng thì vật nhỏ  $m = 1 \text{ kg}$  chuyển động với vận tốc  $v_0 = 2 \text{ m/s}$  đến va chạm mềm vào nó theo xu hướng làm cho lò xo nén. Biết rằng, khi trở lại vị trí va chạm thì hai vật tự tách ra. Lúc lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì khoảng cách  $M$  và  $m$  là

- A. 2,85 cm.      B. 5,8 cm.      C. 7,85 cm.      D. 10 cm.

### Hướng dẫn

Vận tốc của hệ ngay sau va chạm:  $V = \frac{mv_0}{m+M} = 0,5 \text{ (m/s)}$  (đây chính là tốc độ cực đại của dao động điều hòa). Sau đó cả hai cùng chuyển động về bên phải rồi

về bên trái và đúng lúc trở về vị trí cân bằng với tốc độ  $V$  thì  $m$  tách ra tiếp theo thi:

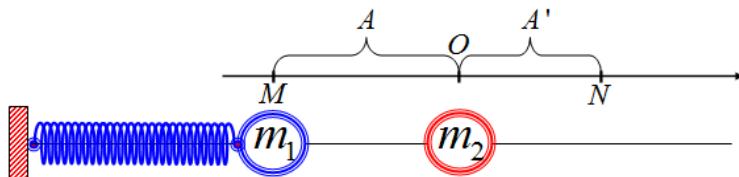
- \*  $M$  dao động điều hòa với tần số góc  $\omega' = \sqrt{\frac{k}{M}}$  và biên độ  $A' = \frac{V}{\omega'} = V \sqrt{\frac{M}{k}} = 0,05 \text{ (m)}$  (vì tốc độ cực đại không đổi vẫn là  $V$ !).
- \*  $m$  chuyển động thẳng đều với vận tốc  $V$  và khi  $M$  đến vị trí biên dương (lần 1) thì  $m$  đi được quãng đường  $S = V \frac{T'}{4} = V \cdot \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} \approx 0,0785 \text{ (m)}$ .

Lúc này khoảng cách hai vật:  $\Delta S = S - A' = 0,0285 \text{ (m)}$  ⇒ Chọn A.

**Ví dụ 4:** Con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  gắn với vật  $m_1 = 100 \text{ g}$ . Ban đầu vật  $m_1$  được giữ tại vị trí lò xo bị nén 4 cm, đặt vật  $m_2 = 300 \text{ g}$  tại vị trí cân bằng O của  $m_1$ . Buông nhẹ  $m_1$  để nó đến va chạm mềm với  $m_2$ , hai vật dính vào nhau, coi các vật là chất điểm, bỏ qua mọi ma sát, lấy  $\pi^2 = 10$ . Quãng đường vật  $m_1$  đi được sau  $121/60 \text{ s}$  kể từ khi buông  $m_1$  là

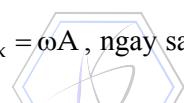
- A. 40,58 cm.      B. 42,58 cm.      C. 38,58 cm.      D. 43,00 cm.

### Hướng dẫn



Từ M đến O chỉ mình  $m_1$  dao động điều hòa với biên độ  $A = 4 \text{ cm}$  và chu kỳ

$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,2 \text{ (s)}$ . Đúng lúc đến O tốc độ của  $m_1$  là  $v_{max} = \omega A$ , ngay sau



va chạm hai vật đính vào nhau và có cùng tốc độ:  $v'_{\max} = \frac{m_1 v_{\max}}{m_1 + m_2}$  và đây cũng chính là tốc độ cực đại của dao động điều hòa của cả hai vật, biên độ dao động mới

$$A' = \frac{v'_{\max}}{\omega'} = \frac{m_1 + m_2}{\omega'} = A \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} = 2(\text{cm})$$

$$\text{Và chu kì dao động mới } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 0,4(\text{s})$$

$$\text{Ta phân tích thời gian: } t = \frac{121}{60} \text{ s} = 0,05 + 1,9 + \frac{1}{15} = \underbrace{\frac{T_1}{4}}_{\tilde{A}} + 19 \underbrace{\frac{T_2}{4}}_{19A'} + \underbrace{\frac{T_2}{6}}_{0,5A'}$$

$$\Rightarrow S = A + 19A' + 0,5A' = 43,00(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 5:** Con lắc lò xo bô trí nằm ngang gồm vật  $M = 400$  g có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng vật  $m = 100$  g bắn vào  $M$  theo phương ngang với tốc độ  $1 \text{ m/s}$ , va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm vật  $M$  dao động điều hòa, chiều dài cực đại và cực tiểu của của lò xo lần lượt là  $28 \text{ cm}$  và  $20 \text{ cm}$ . Khoảng cách giữa 2 vật sau  $1,57 \text{ s}$  từ lúc bắt đầu va chạm là

- A.  $90 \text{ cm}$ .      B.  $92 \text{ cm}$ .      C.  $94 \text{ cm}$ .      D.  $96 \text{ cm}$ .

### Hướng dẫn

Ngay sau va chạm, vận tốc của  $m$  và  $M$  lần lượt là  $v$  và  $V$ :

$$\begin{cases} V = \frac{2mv_0}{m+M} = 0,4 = 40(\text{cm/s}) \\ v = \frac{m-M}{m+M} v_0 = -0,6 = -60(\text{cm/s}) \end{cases}$$

$M$  dao động điều hòa với tốc độ cực đại  $V$  và biên độ

$$A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 4(\text{cm}) \text{ nên } \omega = \frac{V}{A} = 10(\text{rad/s}) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}(\text{s}).$$

$$t = 1,57 \text{ s} \approx 2,5T \begin{cases} M \text{ ở VTCB} \\ m \text{ đi được quãng đường: } S = vt = 60 \cdot 1,57 = 94,2(\text{cm}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{khoảng cách hai vật: } 94,2(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng  $k$  và vật có khối lượng  $m_1$ , dao động điều hòa trên mặt ngang. Khi li độ  $m_1$  là  $2,5 \text{ cm}$  thì vận tốc của nó là  $25\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Khi li độ là  $2,5\sqrt{3} \text{ cm}$  thì vận tốc là  $25 \text{ cm/s}$ . Đúng lúc  $m_1$  qua vị trí cân bằng thì vật  $m_2$  cùng khối lượng chuyển động ngược chiều với vận tốc  $1 \text{ m/s}$  đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với  $m_1$ . Chọn gốc thời gian là lúc va chạm, vào thời điểm mà độ lớn vận tốc của  $m_1$  và  $m_2$  bằng nhau lần thứ nhất thì hai vật cách nhau bao nhiêu?

- A.  $13,9 \text{ cm}$ .      B.  $3,4 \text{ cm}$ .      C.  $10\sqrt{3} \text{ cm}$ .      D.  $5\sqrt{3} \text{ cm}$ .

### Hướng dẫn

$$A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2} \Rightarrow A = 5(\text{cm}); \omega = 10(\text{rad/s}) \Rightarrow v_{01} = \omega A = 50(\text{cm/s})$$

$$\begin{cases} -mv_{01} + mv_{02} = mv_1 + mv_2 \\ \frac{1}{2}mv_{01}^2 + \frac{1}{2}mv_{02}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 100(\text{cm/s}) > 0 \\ v_2 = -50(\text{cm/s}) < 0 \end{cases}$$

Tính từ lúc va chạm, để vận tốc vật 1 giảm 50 cm/s =  $v_1/2$  (li độ lúc này

$$x = -\frac{A' \sqrt{3}}{2} = -\frac{\frac{v_1}{2} \sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ cần thời gian ngắn nhất là } T/6.$$

Còn vật 2 chuyển động thẳng đều (ngược lại) với tốc độ 50 cm/s và sau thời gian  $T/6$  đi được quãng đường:  $S_2 = v_2 \frac{T}{6} = \frac{5\pi}{3}(\text{cm})$ .

Lúc này hai vật cách nhau:  $\Delta S = |x| + S_2 = 5\sqrt{3} + \frac{5\pi}{3} \approx 13,9(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$

**Ví dụ 7:** Một con lắc lò xo gồm lò xo và quả cầu nhỏ m dao động điều hòa trên mặt ngang với biên độ 5 cm và tần số góc 10 rad/s. Đúng lúc quả cầu qua vị trí cân bằng thì một quả cầu nhỏ cùng khối lượng chuyển động ngược chiều với vận tốc 1 m/s đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với quả cầu con lắc. Vào thời điểm mà vận tốc của m bằng 0 lần thứ nhất thì hai quả cầu cách nhau bao nhiêu?

- A. 13,9 cm.      B. 17,85 cm.      C.  $10\sqrt{3}$  cm.      D. 2,1 cm.

### Hướng dẫn

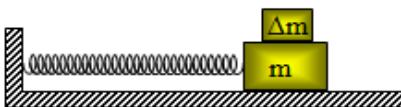
$$v_{01} = \omega A = 50(\text{cm/s}) \begin{cases} -mv_{01} + mv_{02} = mv_1 + mv_2 \\ \frac{1}{2}mv_{01}^2 + \frac{1}{2}mv_{02}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 100(\text{cm/s}) > 0 \\ v_2 = -50(\text{cm/s}) < 0 \end{cases}$$

Thời gian để vận tốc vật 1 = 0 (li độ  $x = -A'$  với  $A' = \frac{v_1}{\omega} = 10\text{cm}$ ) là  $T/4$

Còn vật 2 chuyển động thẳng đều sau thời gian  $T/4$  đi được:  $S_2 = v_2 \frac{T}{4} = \frac{5\pi}{2}\text{ cm}$

$\Rightarrow \Delta S = |x| + S_2 = 10 + \frac{5\pi}{2} \approx 17,85(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$

### b. Cắt bớt vật (đặt thêm vật)



#### Phương pháp giải

- + Cắt bớt vật (đặt thêm vật) lúc tốc độ dao động bằng 0 sao cho không làm thay

$$\text{đổi biên độ: } A' = A \Rightarrow \frac{v'_{\max}}{v_{\max}} = \frac{\omega' A'}{\omega A} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{\frac{k}{m + \Delta m}}} = \sqrt{\frac{m + \Delta m}{m}}$$



- + Cắt bớt vật (đặt thêm vật) lúc tốc độ dao động cực đại sao cho không làm thay đổi tốc độ cực đại:

$$v'_{\max} = v_{\max} \Rightarrow \frac{A'}{A} = \frac{\frac{v'_{\max}}{\omega'}}{\frac{v_{\max}}{\omega}} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m + \Delta m}}}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = \sqrt{\frac{m}{m + \Delta m}}$$

- + Cắt bớt vật (đặt thêm vật) lúc hệ có li độ  $x_1$  (vận tốc  $v_1$ ) sao cho không làm thay đổi vận tốc tức thời:

$$\text{Ngay trước lúc tác động: } A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2} = x_1^2 + v_1^2 \frac{m + \Delta m}{k} \Rightarrow v_1^2 = \frac{k}{m + \Delta m} (A^2 - x_1^2)$$

*Ngay sau lúc tác động:*

$$A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2}} = \sqrt{x_1^2 + \frac{k}{m} (A^2 - x_1^2)} = \sqrt{x_1^2 + (A^2 - x_1^2) \frac{m}{m + \Delta m}}$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo, vật dao động gồm vật nhỏ có khối lượng  $m = 100$  (g) gắn với lò xo và vật  $\Delta m = 300$  g đặt trên m, hệ dao động điều hòa theo phương ngang. Lúc  $t = 0$  hai vật qua vị trí cân bằng với tốc độ 5 (m/s). Sau khi dao động được 1,25 chu kì, vật  $\Delta m$  được lấy ra khỏi hệ. Tốc độ dao động cực đại lúc này là

- A. 5 m/s.      B. 0,5 m/s.      C. 2,5 m/s.      D. 10 m/s.

### Hướng dẫn

Sau khi dao động được 1,25 chu kì, hai vật ở vị trí biên nên biên độ không thay đổi  $A' = A$ .

$$\Rightarrow \frac{v'_{\max}}{v_{\max}} = \frac{\omega' A'}{\omega A} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{\frac{k}{\Delta m + m}}} = \sqrt{\frac{m + \Delta m}{m}} = \sqrt{4} \Rightarrow v'_{\max} = 10 \text{ (m/s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

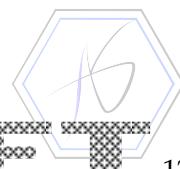
**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng  $m = 100$  (g) dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ 5 cm. Lúc m qua vị trí cân bằng, một vật có khối lượng 800 (g) đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như m đến đính chặt vào nó và cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động lúc này là

- A. 15 cm.      B. 3 cm.      C. 2,5 cm.      D. 12 cm.

### Hướng dẫn

$$\text{Tốc độ cực đại không đổi: } 1 = \frac{v'_{\max}}{v_{\max}} = \frac{\omega' A'}{\omega A} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m + \Delta m}} \cdot A'}{\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A}$$

$$= \sqrt{\frac{m}{m + \Delta m}} \cdot \frac{A'}{A} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \frac{A'}{5} \Rightarrow A' = 15 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo, vật dao động gồm hai vật nhỏ có khối lượng bằng nhau đặt chồng lên nhau cùng dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ 5 cm. Lúc hai vật cách vị trí cân bằng 1 cm, một vật được cắt đi chỉ còn một vật dao động điều hòa. Biên độ dao động lúc này là

- A. 5 cm.      B. 7 cm.      C. 10 cm.      D.  $4\sqrt{3}$  cm.

### Hướng dẫn

$$\text{Ngay trước lúc tác động: } A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2 \frac{m}{k} \Rightarrow v_1^2 = \frac{k}{m} (A^2 - x_1^2)$$

$$\text{Ngay sau lúc tác động: } A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2}} = \sqrt{x_1^2 + v_1^2 \frac{m + \Delta m}{k}}$$

$$\Rightarrow A' = \sqrt{x_1^2 + (A^2 - x_1^2) \frac{m + \Delta m}{m}} = \sqrt{1^2 + (5^2 - 1^2)2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng  $m = 100$  (g) dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ  $2\sqrt{7}$  cm. Lúc m cách vị trí cân bằng 2 cm, một vật có khối lượng 300 (g) nó đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như m đến dính chặt vào nó và cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động lúc này là

- A. 15 cm.      B. 3 cm.      C. 10 cm.      D. 12 cm.

### Hướng dẫn

$$\text{Ngay trước lúc tác động: } A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} \Rightarrow v_1^2 = \omega^2 (A^2 - x_1^2) = \frac{k}{m} (A^2 - x_1^2)$$

$$\text{Ngay sau lúc tác động: } A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2}} = \sqrt{x_1^2 + (A^2 - x_1^2) \frac{m + \Delta m}{m}}$$

$$= \sqrt{2^2 + (4.7 - 2^2) \frac{0,4}{0,1}} = 10 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

*Chú ý: Nếu khi vật m có li độ  $x_1$  và vận tốc  $v_1$ , vật  $m_0$  rời xuồng dính chặt vào nhau thì xem như va chạm mềm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm:*

$$V_1 = \frac{mv_1}{m + m_0}. \text{ Cơ năng của hệ sau đó:}$$

$$W' = \frac{kA'^2}{2} = \frac{(m + m_0)v_{max}^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \frac{(m + m_0)V_1^2}{2}.$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc gồm lò xo có độ cứng  $k = 100$  N/m và vật nặng khối lượng  $m = 5/9$  kg đang dao động điều hòa với biên độ  $A = 2,0$  cm trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn. Tại thời điểm vật m qua vị trí mà động năng bằng thế năng, một vật nhỏ khối lượng  $m_0 = m/2$  rơi thẳng đứng và dính vào m. Khi qua vị trí cân bằng, hệ  $(m + m_0)$  có tốc độ

- A.  $5\sqrt{12}$  cm/s.      B.  $30\sqrt{4}$  cm/s.      C.  $\sqrt{(10/3)}$  cm/s.      D. 20 cm/s.

**Hướng dẫn**

$$\text{Li độ và tốc độ của hệ trước lúc tác động : } \begin{cases} x_1 = \frac{A}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ (cm)} \\ v_1 = \frac{\omega A}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{10} \text{ (cm/s)} \end{cases}$$

$$\text{Tốc độ của hệ sau lúc tác động : } V_1 = \frac{mv_1}{m+m_0} = 4\sqrt{10} \text{ (cm/s)}$$

$$\text{Cơ năng của hệ sau lúc tác động : } W' = \frac{(m+m_0)v_{\max}^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \frac{(m+m_0)V_1^2}{2}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = 20 \text{ (cm/s)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

- Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm vật M có khối lượng 400 g và lò xo có độ cứng 40 N/m đang dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng với biên độ 5 cm. Khi M qua vị trí cân bằng người ta thả nhẹ vật m có khối lượng 100 g lên M (m dính chặt ngay vào M), sau đó hệ m và M dao động với biên độ  
 A.  $2\sqrt{5}$  cm.      B. 4,25 cm.      C.  $3\sqrt{2}$  cm.      D.  $2,5\sqrt{5}$  cm.

**Hướng dẫn**

$$\text{Cách 1: Li độ và tốc độ của hệ trước lúc tác động : } v_{\max} = \omega A = A\sqrt{\frac{k}{M}}$$

$$\text{Tốc độ của hệ sau lúc tác động : } V_{\max} = \frac{Mv_{\max}}{M+m} = \frac{MA\sqrt{\frac{k}{M}}}{M+m}$$

$$\text{Cơ năng của hệ sau lúc tác động : } W' = \frac{kA'^2}{2} = \frac{(M+m)V_{\max}^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{kA^2M}{M+m}$$

$$\Rightarrow A' = A\sqrt{\frac{M}{M+m}} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

$$\text{Cách 2: } Mv_{\max} = (m+M)v'_{\max} \Rightarrow M\omega A = (m+M)\omega'A'$$

$$\Rightarrow M\sqrt{\frac{k}{M}}A = (m+M)\sqrt{\frac{k}{m+M}}A' \Rightarrow A' = A\sqrt{\frac{M}{m+M}} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

- Ví dụ 7:** Con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  gắn với vật  $m_1 = 100 \text{ g}$ . Ban đầu vật  $m_1$  được giữ tại vị trí lò xo bị nén 4 cm, đặt vật  $m_2 = 300 \text{ g}$  tại vị trí cân bằng O của  $m_1$ . Buông nhẹ  $m_1$  để nó đến va chạm mềm với  $m_2$ , hai vật dính vào nhau, coi các vật là chất điểm, bỏ qua mọi ma sát, lấy  $\pi^2 = 10$ . Quãng đường hai vật đi được sau 1,9 s kể từ khi va chạm là  
 A. 40,58 cm.      B. 42,00 cm.      C. 38,58 cm.      D. 38,00 cm.

**Hướng dẫn**

$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow v'_{\max} = \frac{m_1 v_{\max}}{m_1 + m_2} \Rightarrow A' \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \frac{m_1 A \sqrt{\frac{k}{m_1}}}{m_1 + m_2} \Rightarrow A' = 2 \text{ (cm)}$$

KHANG VIET

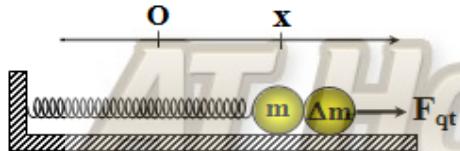
$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 0,4(s)$$

$$t = 1,9(s) = 19 \underbrace{\frac{T_2}{4}}_{19A'} \Rightarrow S = 19A' = 38(cm) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### c. Liên kết giữa hai vật

+ Để hai vật cùng dao động thì lực liên kết không nhỏ hơn lực quán tính cực đại:

$$F_{lk} \geq F_{qt\max} = \Delta m \omega^2 A = \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} A$$



**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m) quả cầu nhỏ bằng sắt có khối lượng  $m = 100$  (g) có thể dao động không ma sát theo phương ngang Ox trùng với trục của lò xo. Gắn vật  $m$  với một nam châm nhỏ có khối lượng  $\Delta m = 300$  (g) để hai vật dính vào nhau cùng dao động điều hòa với biên độ 10 cm. Để  $\Delta m$  luôn gắn với  $m$  thì lực hút (theo phương Ox) giữa chúng không nhỏ hơn

- A. 2,5 N.      B. 4 N.      C. 10 N.      D. 7,5 N.

#### Hướng dẫn

Để hai vật cùng dao động thì lực liên kết không nhỏ hơn lực quán tính cực đại:

$$F_{lk} \geq \Delta m \omega^2 A = \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} A = \frac{0,3 \cdot 100}{0,1 + 0,3} \cdot 0,1 = 7,5(N) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

*Chú ý: Nếu điều kiện  $F_{lk} \geq F_{qt\max} = \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} A$  không được thỏa mãn thì vật  $\Delta m$  sẽ tách ra ở vị trí lần đầu tiên lực quán tính có xu hướng kéo rời (lò xo dãn)*

*và lớn hơn hoặc bằng lực liên kết  $F_{qt} = \Delta m \omega^2 x = \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} x \geq F_{lk}$ . Như vậy, vị trí tách rời chỉ có thể hoặc là vị trí ban đầu hoặc vị trí biên (lò xo đang dãn!).*

**Ví dụ 2:** Một lò xo nhẹ, hệ số đàn hồi 100 (N/m) đặt nằm ngang, một đầu gắn cố định, đầu còn lại gắn với quả cầu nhỏ có khối lượng  $m = 0,5$  (kg) và  $m$  được gắn với một quả cầu giống hệt nó. Hai vật cùng dao động điều hòa theo trục nằm ngang Ox với biên độ 4 (cm) (ban đầu lò xo nén cực đại). Chỗ gắn hai vật sẽ bị bong nếu lực kéo tại đó (hướng theo Ox) đạt đến giá trị 1 (N). Vật  $\Delta m$  có bị tách ra khỏi  $m$  không? Nếu có thì ở vị trí nào?

- A. Vật  $\Delta m$  không bị tách ra khỏi  $m$ .  
 B. Vật  $\Delta m$  bị tách ra khỏi  $m$  ở vị trí lò xo dãn 4 cm.  
 C. Vật  $\Delta m$  bị tách ra khỏi  $m$  ở vị trí lò xo nén 4 cm.  
 D. Vật  $\Delta m$  bị tách ra khỏi  $m$  ở vị trí lò xo dãn 2 cm.



**Hướng dẫn**

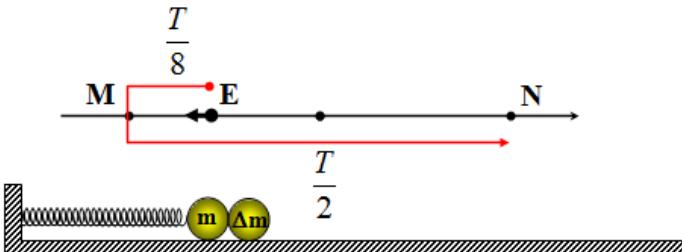
Lúc đầu lò xo nén cực đại, vật m đẩy  $\Delta m$  chuyển động theo chiều dương và hai vật lần đầu tiên dừng lại ở tại N (biên dương, lò xo dãn 4 cm). Sau đó vật m đổi chiều chuyển động, lò xo kéo m, vật m kéo  $\Delta m$ . Lúc này, lực quán tính kéo  $\Delta m$  một lực có độ lớn:

$$F_{qt\max} = \Delta m \omega^2 A = \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} A = \frac{0,5 \cdot 100}{0,5 + 0,5} \cdot 0,04 = 2N > 1N$$

nên  $\Delta m$  bị tách ra tại vị trí này  $\Rightarrow$  Chọn B.

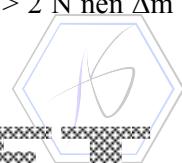
**Ví dụ 3:** Một lò xo có độ cứng 200 N/m được đặt nằm ngang, một đầu được giữ cố định, đầu còn lại được gắn với chất điểm  $m = 1$  kg. Chất diêm được gắn với chất diêm thứ hai  $\Delta m = 1$  kg. Các chất diêm đó có thể dao động không ma sát trên trục Ox nằm ngang. Tại thời điểm ban đầu giữ hai vật ở vị trí lò xo nén 2 cm rồi truyền cho hai chất diêm một vận tốc có độ lớn 20 cm/s có phương trùng với Ox và có chiều làm cho lò xo bị nén thêm. Chỗ gắn hai chất diêm bị bong ra nếu lực kéo tại đó đạt đến 2 N. Chất diêm  $m_2$  bị tách khỏi  $m_1$  ở thời điểm

- A.  $\pi/30$  s.      B.  $\pi/8$  s.      C.  $\pi/10$  s.      D.  $\pi/15$  s.

**Hướng dẫn**

$$\text{Biên độ dao động: } A = \sqrt{x_E^2 + \frac{v_E^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_E^2 + v_E^2 \frac{m + \Delta m}{k}} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)} \left( \Rightarrow x_E = \frac{A}{\sqrt{2}} \right)$$

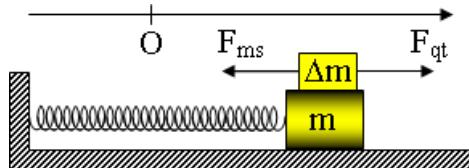
Lúc đầu hai vật cùng chuyển động theo chiều âm từ E đến M mất một thời gian  $T/8$ . Khi đến M, hai vật dừng lại lần 1 và lò xo nén cực đại, vật m đẩy  $\Delta m$  chuyển động theo chiều dương và hai vật dừng lại lần 2 ở tại N (biên dương, lò xo dãn  $2\sqrt{2}$  cm). Sau đó vật m đổi chiều chuyển động, lò xo kéo m, vật m kéo  $\Delta m$ . Lúc này, lực quán tính kéo  $\Delta m$  một lực có độ lớn  $F_{qt\max} = \Delta m \omega^2 A = \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} A = \frac{1.200}{1+1} \cdot 0,02\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$  (N)  $> 2$  N nên  $\Delta m$  bị tách ra tại vị trí này.



Thời gian đi từ E đến M rồi đến N là  $t = \frac{T}{8} + \frac{T}{2} = \frac{5}{8} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}} = \frac{\pi}{8} (s)$

⇒ Chọn B.

*Chú ý: Khi  $\Delta m$  đặt trên  $m$  muôn cho  $\Delta m$  không trượt trên  $m$  thì lực ma sát trượt không nhỏ hơn lực quán tính cực đại tác dụng lên  $\Delta m$ :*



$$F_{msT} \geq F_{qt\max} = \Delta m \omega^2 A = \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} A \Rightarrow \mu \Delta mg \geq \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} A$$

$$\Rightarrow A \leq \frac{\mu g (m + \Delta m)}{k}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $50 \text{ (N/m)}$  vật nhỏ khối lượng  $m = 1 \text{ (kg)}$  đang dao động điều hòa theo phương ngang trùng với trực của lò xo. Đặt nhẹ lên vật  $m$  một vật nhỏ có khối lượng  $\Delta m = 0,25 \text{ (kg)}$  sao cho mặt tiếp xúc giữa chúng là mặt phẳng nằm ngang với hệ số ma sát trượt  $\mu = 0,2$  thì chúng không trượt trên nhau và cùng dao động điều hòa với biên độ  $A$ . Lấy giá trị trọng trường  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Giá trị của  $A$  nhỏ hơn

- A. 3 cm.      B. 4 cm.      C. 5 cm.      D. 6 cm.

### Hướng dẫn

Lực ma sát trượt không nhỏ hơn lực quán tính cực đại :

$$F_{ms} \geq F_{qt\max} = \Delta m \omega^2 A$$

$$\mu \Delta mg \geq \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} A \Rightarrow A \leq \frac{\mu (\Delta m + m) g}{k} = \frac{0,2(0,25+1)10}{50} = 0,05 \text{ (m)}$$

⇒ Chọn C.

**Ví dụ 5:** Một tấm ván nằm ngang trên đó có một vật tiếp xúc phẳng. Tấm ván dao động điều hòa theo phương nằm ngang với biên độ  $10 \text{ cm}$ . Vật trượt trên tấm ván chỉ khi chu kỳ dao động  $T < 1 \text{ s}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$  và  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Hệ số ma sát trượt giữa vật và tấm ván không vượt quá

- A. 0,3.      B. 0,4.      C. 0,2.      D. 0,1.

### Hướng dẫn

Lực ma sát trượt không lớn hơn lực quán tính cực đại :  $F_{msT} \leq F_{qt\max}$

$$\Rightarrow \mu \Delta mg \leq \Delta m \omega^2 A = \Delta m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 A \Rightarrow \mu \leq \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{A}{g} = \left( \frac{2\pi}{1} \right)^2 \frac{0,1}{10} = 0,4 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

*Chú ý: Khi hai vật không trượt trên nhau thì độ lớn lực ma sát nghỉ đúng bằng độ lớn lực tiếp tuyến mà lực tiếp tuyến ở đây chính là lực quán tính  $F_{ac} = \Delta m \omega^2 x$ .*

**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $10 \text{ (N/m)}$  vật nhỏ khối lượng  $m = 100 \text{ (g)}$  đang dao động điều hòa phương ngang trùng với trục của lò xo. Đặt nhẹ lên vật  $m$  một vật nhỏ có khối lượng  $\Delta m = 300 \text{ (g)}$  sao cho mặt tiếp xúc giữa chúng là mặt phẳng nằm ngang với hệ số ma sát trượt  $\mu = 0,1$  thì  $m$  dao động điều hòa với biên độ  $3 \text{ cm}$ . Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Khi hệ cách vị trí cân bằng  $2 \text{ cm}$ , độ lớn lực ma sát tác dụng lên  $\Delta m$  bằng

A.  $0,3 \text{ N.}$ B.  $1,5 \text{ N.}$ C.  $0,15 \text{ N.}$ D.  $0,4 \text{ N.}$ 

### Hướng dẫn

$$F_{\text{msT}} = \mu \Delta m g = 0,1 \cdot 0,3 \cdot 10 = 0,3 \text{ N}$$

$$|F_{\text{msN}}| = \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} |x| = 0,3 \cdot \frac{10}{0,1 + 0,3} \cdot 0,02 = 0,15 \text{ (N)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

## 2. Các vật cùng dao động theo phương thẳng đứng

### a. Cắt bớt vật

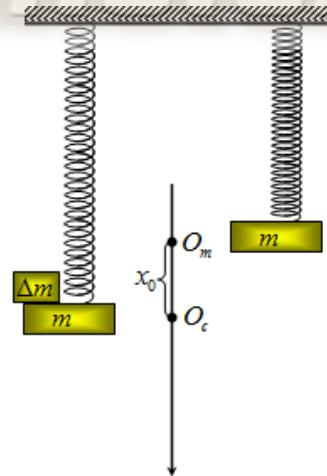
Giả sử lúc đầu hai vật ( $m + \Delta m$ ) gắn vào lò xo cùng dao động theo phương thẳng đứng xung quanh vị trí cân bằng cũ  $O_c$  với biên độ  $A_0$  và với tần số góc

$$\omega^2 = \frac{k}{m + \Delta m}, \text{ sau đó người ta cắt vật}$$

$\Delta m$  thì hệ dao động xung quanh vị trí cân bằng mới  $O_m$  với biên độ  $A$  và tần số góc

$$\omega'^2 = \frac{k}{m}. \text{ Vị trí cân bằng mới cao hơn vị}$$

trí cân bằng cũ một đoạn:  $x_0 = \frac{\Delta m g}{k}$ .

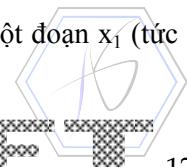


- Nếu ngay trước khi cắt vật  $\Delta m$  hệ ở dưới vị trí cân bằng cũ một đoạn  $x_1$  (tức là cách vị trí cân bằng mới một đoạn  $x_1 + x_0$ ) thì

$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2 \frac{m + \Delta m}{k} \Rightarrow v_1^2 = [A^2 - x_1^2] \frac{k}{m + \Delta m} \\ A'^2 = (x_1 + x_0)^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2} = (x_1 + x_0)^2 + v_1^2 \frac{m}{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' = \sqrt{(x_1 + x_0)^2 + [A^2 - x_1^2] \frac{m}{m + \Delta m}}. \text{ Đặc biệt, nếu } x_1 = A \text{ thì } A' = A + x_0$$

- Nếu ngay trước khi cắt vật  $\Delta m$  hệ ở trên vị trí cân bằng cũ một đoạn  $x_1$  (tức là cách vị trí cân bằng mới một đoạn  $|x_1 - x_0|$ ) thì



$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2 \frac{m + \Delta m}{k} \Rightarrow v_1^2 = [A^2 - x_1^2] \frac{k}{m + \Delta m} \\ A'^2 = (x_1 - x_0)^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = (x_1 - x_0)^2 + v_1^2 \frac{m}{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + [A^2 - x_1^2] \frac{m}{m + \Delta m}}. \text{ Đặc biệt, nếu } x_1 = A \text{ thì } A' = |A - x_0|$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 4 (cm). Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng  $m = 0,3$  (kg) gắn với lò xo và vật nhỏ có khối lượng  $\Delta m = 0,1$  (kg) được đặt trên m. Lấy giá trị trọng trường  $g = 10$  ( $\text{m/s}^2$ ). Lúc hệ hai vật ( $m + \Delta m$ ) ở dưới vị trí cân bằng 2 (cm) thì vật  $\Delta m$  được cắt đi (sao cho không làm thay đổi vận tốc tức thời) và sau đó chỉ mình m dao động điều hòa với biên độ  $A'$ . Tính  $A'$ .

- A. 5 cm.      B. 4,1 cm.      C.  $3\sqrt{2}$  cm.      D. 3,2 cm.

### Hướng dẫn

$$x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = 0,01(\text{m}) = 1(\text{cm}).$$

$$A' = \sqrt{(x_1 + x_0)^2 + [A^2 - x_1^2] \frac{m}{m + \Delta m}} = \sqrt{(2+1)^2 + [4^2 - 2^2] \frac{0,3}{0,4}} = 3\sqrt{2} (\text{cm})$$

⇒ Chọn C.

**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 4 (cm). Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng  $m = 0,3$  (kg) gắn với lò xo và vật nhỏ có khối lượng  $\Delta m = 0,1$  (kg) được đặt trên m. Lấy giá trị trọng trường  $g = 10$  ( $\text{m/s}^2$ ). Lúc hệ hai vật ( $m + \Delta m$ ) ở trên vị trí cân bằng 2 (cm) thì vật  $\Delta m$  được cắt đi (sao cho không làm thay đổi vận tốc tức thời) và sau đó chỉ mình m dao động điều hòa với biên độ  $A'$ . Tính  $A'$ .

- A. 5 cm.      B. 4,1 cm.      C.  $3\sqrt{2}$  cm.      D. 3,2 cm.

### Hướng dẫn

$$x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = 0,01(\text{m}) = 1(\text{cm}).$$

$$A' = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + [A^2 - x_1^2] \frac{m}{m + \Delta m}} = \sqrt{(2-1)^2 + [4^2 - 2^2] \frac{0,3}{0,4}} \approx 3,2 (\text{cm})$$

⇒ Chọn D.

**Ví dụ 3:** Hai vật A, B dán liền nhau  $m_B = 2m_A = 200$  gam, treo vào một lò xo có độ cứng  $k = 50$  N/m, có chiều dài tự nhiên 30 cm. Nâng vật theo phương thẳng đứng lên đến đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên rồi buông nhẹ. Vật dao động điều hoà đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn nhất, vật B bị tách ra. Tính chiều dài ngắn nhất của lò xo.

- A. 26 cm.      B. 24 cm.      C. 30 cm.      D. 22 cm.

### Hướng dẫn

$$A = \Delta l_0 = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = 6(\text{cm}); x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = \frac{m_B g}{k} = 4(\text{cm})$$

$$A' = \sqrt{(x_1 + x_0)^2 + [A^2 - x_1^2] \frac{m}{m + \Delta m}} = A + x_0 = 10(\text{cm})$$

Ở vị trí cân bằng  $O_m$  lò xo dài  $l_{cb} = 30 + 2 = 32 \text{ cm}$ .

Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{\min} = l_{cb} - A' = 22(\text{cm}) \Rightarrow$  Chọn D.

### b. Đặt thêm vật

Giả sử lúc đầu chỉ  $m$  gắn vào lò xo dao động theo phương thẳng đứng xung quanh vị trí cân bằng cũ  $O_c$  với biên độ  $A_0$  và với tần số góc  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ , sau đó

người ta đặt thêm vật  $\Delta m$  (có cùng tốc độ tức thời) thì hệ dao động xung quanh vị trí cân bằng mới  $O_m$  với biên độ  $A$  và tần số góc  $\omega'^2 = \frac{k}{m + \Delta m}$ . Vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ một đoạn:  $x_0 = \frac{Dmg}{k}$ . Ta xét các trường hợp

có thể xảy ra:

- + Nếu ngay trước khi đặt vật  $\Delta m$  hệ ở dưới vị trí cân bằng cũ một đoạn  $x_1$  (tức là cách vị trí cân bằng mới một đoạn  $|x_1 - x_0|$ ) thì

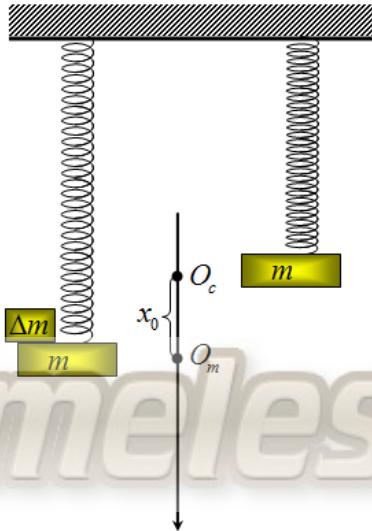
$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2 \frac{m}{k} \Rightarrow v_1^2 = [A^2 - x_1^2] \frac{k}{m} \\ A'^2 = (x_1 - x_0)^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2} = (x_1 - x_0)^2 + v_1^2 \frac{m + \Delta m}{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + [A^2 - x_1^2] \frac{m + \Delta m}{m}}. Đặc biệt, nếu x_1 = A thì A' = |A - x_0|.$$

- + Nếu ngay trước khi đặt vật  $\Delta m$  hệ ở trên vị trí cân bằng cũ một đoạn  $x_1$  (tức là cách vị trí cân bằng mới một đoạn  $x_1 + x_0$ ) thì

$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2 \frac{m}{k} \Rightarrow v_1^2 = [A^2 - x_1^2] \frac{k}{m} \\ A'^2 = (x_1 + x_0)^2 + \frac{v_1^2}{\omega'^2} = (x_1 + x_0)^2 + v_1^2 \frac{m + \Delta m}{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' = \sqrt{(x_1 + x_0)^2 + [A^2 - x_1^2] \frac{m + \Delta m}{m}}. Đặc biệt, nếu x_1 = A thì A' = A + x_0.$$



+ Nếu ngay trước khi cất vật  $\Delta m$  hệ ở trên vị trí cân bằng cũ một đoạn  $x_1$  thì

$$\begin{cases} A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_1^2 + v_1^2 \frac{m + \Delta m}{k} \Rightarrow v_1^2 = [A^2 - x_1^2] \frac{k}{m + \Delta m} \\ A'^2 = (x_1 - x_0)^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = (x_1 - x_0)^2 + v_1^2 \frac{m}{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + [A^2 - x_1^2] \frac{m}{m + \Delta m}}. Đặc biệt, nếu x_1 = A thì A' = |A - x_0|$$

**Ví dụ 1:** Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 4 (cm). Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng  $m = 0,3$  (kg) và lấy gia tốc trọng trường  $g = 10$  ( $m/s^2$ ). Lúc m ở trên vị trí cân bằng 2 (cm), một vật có khối lượng  $\Delta m = 0,1$  (kg) đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như m đến dính chặt vào nó và cùng dao động điều hòa với biên độ  $A'$ . Tính  $A'$ .

- A. 5 cm.      B. 4,1 cm.      C.  $3\sqrt{2}$  cm.      D. 3,2 cm.

*Hướng dẫn*

$$x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{100} = 0,01(m) = 1(cm)$$

$$A' = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (A^2 - x_1^2) \frac{m + \Delta m}{m}} = \sqrt{(2+1)^2 + (4^2 - 2^2) \frac{0,3 + 0,1}{0,3}} = 5(cm)$$

⇒ Chọn A

**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 5 (cm). Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng  $m = 0,1$  (kg) và lấy gia tốc trọng trường  $g = 10$  ( $m/s^2$ ). Lúc m ở dưới vị trí cân bằng 4 (cm), một vật có khối lượng  $\Delta m = 0,1$  (kg) đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như m đến dính chặt vào nó và cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động lúc này là

- A. 5 cm.      B. 6 cm.      C.  $3\sqrt{2}$  cm.      D.  $3\sqrt{3}$  cm.

*Hướng dẫn*

$$x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{100} = 0,01(m) = 1(cm)$$

$$A' = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (A^2 - x_1^2) \frac{m + \Delta m}{m}} = \sqrt{(4-1)^2 + (5^2 - 4^2) \frac{0,1 + 0,1}{0,1}} = 3\sqrt{3}(cm)$$

⇒ Chọn D

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m) có chiều dài tự nhiên 30 cm, vật dao động có khối lượng 100 g và lấy gia tốc trọng trường  $g = 10$  ( $m/s^2$ ). Khi lò xo có chiều dài 29 cm thì vật có tốc độ  $20\pi\sqrt{3}$  cm/s. Khi vật đến vị trí cao nhất, ta đặt nhẹ nhàng lên nó một vật có khối lượng  $\Delta m = 300$  (g) thì cả hai cùng dao động điều hòa. Viết phương trình dao động, chọn trục tọa độ Ox, hướng

thẳng đứng xuống dưới, gốc O trùng với vị trí cân bằng sau khi đặt thêm加重 và gốc thời gian là lúc đặt thêm加重.

A.  $x = 7\cos(10\pi t + \pi)$  (cm).

B.  $x = 4\cos(10\pi t + \pi)$  (cm).

C.  $x = 4\cos(10\pi t + \pi)$  (cm).

D.  $x = 7\cos(5\pi t + \pi)$  (cm).

### Hướng dẫn

Khi ở vị trí cân bằng cân bằng cũ lò xo dài:  $l_{cb} = l_0 + \Delta l_{01} = l_0 + \frac{mg}{k} = 31$  (cm)

$$\Rightarrow x = l - l_{cb} = 2 \text{ (cm)}$$

Biên độ dao động lúc đầu:

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{x^2 + \frac{v^2 \cdot m}{k}} = \sqrt{2^2 + \frac{(20\pi\sqrt{3})^2 \cdot 0,1}{100}} = 4 \text{ (cm)}$$

Vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ:  $x_0 = \frac{\Delta mg}{k} = 3 \text{ (cm)}$

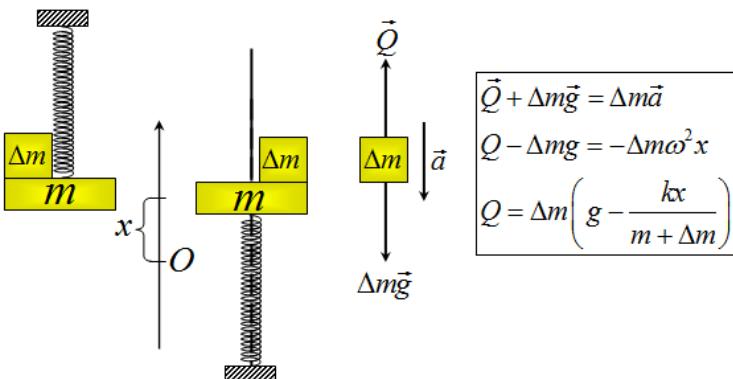
Biên độ dao động:  $A' = A + x_0 = A + \frac{\Delta mg}{k} = 7 \text{ (cm)}$

Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m + \Delta m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1 + 0,3}} = 5\pi \text{ (rad/s)}$

Chọn  $t = 0$  khi  $x = -A$  nên:  $x = A \cos(\omega t + \pi) = 7 \cos(5\pi t + \pi)$  (cm)  $\Rightarrow$  Chọn D.

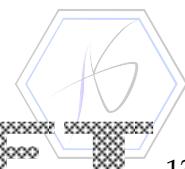
Chú ý:

1) Để  $\Delta m$  luôn nằm trên m thì khi ở vị trí cao nhất độ lớn gia tốc của hệ không vượt quá g:  $g \geq \omega^2 A = \frac{k}{m + \Delta m} A$



2) Khi điều kiện trên được thỏa mãn và khi vật có li độ x thì  $\Delta m$  tác dụng lên m một áp lực N đồng thời m tác dụng  $\Delta m$  một phản lực Q sao cho  $N = Q$ . Viết phương trình định luật II Niu-ton cho vật  $\Delta m$ , ta tìm được:

$$Q = \Delta m \left( g - \frac{kx}{m + \Delta m} \right).$$



**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ có độ cứng  $50 \text{ N/m}$ , vật nhỏ dao động có khối lượng  $m = 0,4 \text{ (kg)}$  và lấy giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Người ta đặt nhẹ nhàng lên m một gia trọng  $\Delta m = 0,05 \text{ (kg)}$  thì cả hai cùng dao động điều hòa với biên độ A. Giá trị A không vượt quá

- A. 9 cm.      B. 8 cm.      C.  $6\sqrt{2} \text{ cm.}$       D.  $3\sqrt{3} \text{ cm.}$

#### Hướng dẫn

$$\text{Tại vị trí cao nhất, giá tốc có độ lớn không lớn hơn } g : g \geq \omega^2 A = \frac{k}{m + \Delta m} A$$

$$\Rightarrow A \leq g \cdot \frac{m + \Delta m}{k} = 10 \cdot \frac{0,4 + 0,05}{50} = 0,09 \text{ (m)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 5:** Một lò xo có độ cứng  $10 \text{ N/m}$  đặt thẳng đứng có đầu dưới gắn cố định, đầu trên gắn vật có khối lượng  $m_1 = 800 \text{ g}$ . Đặt vật có khối lượng  $m_2 = 100 \text{ g}$  nằm trên vật  $m_1$ . Từ vị trí cân bằng cung cấp cho 2 vật vận tốc  $v_0$  để cho hai vật dao động. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Giá trị lớn nhất của  $v_0$  để vật  $m_2$  luôn nằm yên trên vật  $m_1$  trong quá trình dao động là:

- A.  $200 \text{ cm/s.}$       B.  $300\sqrt{2} \text{ cm/s.}$       C.  $300 \text{ cm/s.}$       D.  $500\sqrt{2} \text{ cm/s.}$

#### Hướng dẫn

*Tại vị trí cao nhất, giá tốc có độ lớn không lớn hơn g :*

$$g \geq a_{\max} = \omega^2 A = v_0 \omega = v_0 \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$$

$$\Rightarrow v_0 \leq g \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 10 \sqrt{\frac{0,8 + 0,1}{10}} = 3 \text{ (m/s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ có độ cứng  $50 \text{ N/m}$ , vật nhỏ dao động có khối lượng  $m = 0,4 \text{ (kg)}$  và lấy giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Người ta đặt nhẹ nhàng lên m một gia trọng  $\Delta m = 0,05 \text{ (kg)}$  thì cả hai cùng dao động điều hòa với biên độ 5 cm. Khi vật ở trên vị trí cân bằng 4,5 cm, áp lực của  $\Delta m$  lên m là

- A. 0,4 N.      B. 0,5 N.      C. 0,25 N.      D. 0,8 N.

#### Hướng dẫn

$$Q = \Delta m \left( g - \omega^2 x \right) = \Delta m \left( g - \frac{kx}{m + \Delta m} \right) = 0,05 \left( 10 - \frac{50 \cdot 0,045}{0,4 + 0,05} \right) = 0,25 \text{ (N)}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 7:** Một lò xo nhẹ có độ cứng  $50 \text{ N/m}$ , đầu trên gắn cố định đầu dưới treo quả cầu nhỏ có khối lượng  $m = 1 \text{ kg}$  sao cho vật có thể dao động không ma sát theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Lúc đầu dùng bàn tay đỡ m để lò xo dãn 1 cm. Sau đó cho bàn tay chuyển động thẳng đứng xuống dưới nhanh dần đều với giá tốc  $1 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua mọi ma sát. Lấy giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Khi m rời khỏi tay, nó dao động điều hòa. Biên độ dao động điều hòa là

- A. 8,485 cm.      B. 8,544 cm.      C. 8,557 cm.      D. 1,000 cm.

### Hướng dẫn

- + Ban đầu lò xo dãn  $S_0 = 1$  cm, sau đó hệ bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với giá tốc  $a$  và khi m bắt đầu rời giá đỡ thì hệ đã đi được quãng đường  $S = \frac{at^2}{2}$ , vận tốc của hệ là  $v = at$  ( $t$  là thời gian chuyển động).

Khi vừa rời giá đỡ, m chịu tác dụng của hai lực: trọng lực có độ lớn  $mg$  có hướng xuống và lực đàn hồi có độ lớn  $k(S + S_0)$  có hướng lên. Gia tốc tốc của vật ngay lúc này vẫn là  $a$ :  $a = \frac{mg - k(S + S_0)}{m}$ .

Từ đó suy ra:  $\begin{cases} S = \frac{m(g-a)}{k} - S_0 = \frac{1(10-1)}{50} - 0,01 = 0,17 \text{ (m)} \\ t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,17}{1}} = \sqrt{0,34} \text{ (s)} \end{cases}$

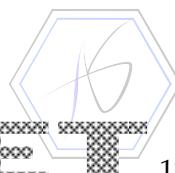
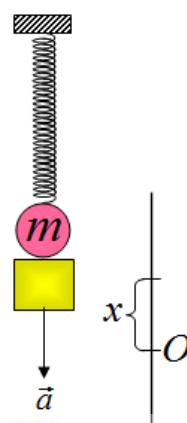
- + Tốc độ và li độ của m khi vừa rời giá đỡ:

$$\begin{cases} v_1 = at = \sqrt{0,34} \text{ (m/s)} \\ x_1 = S + S_0 - \Delta l_0 = S + S_0 - \frac{mg}{k} = 0,02 \text{ (m)} \end{cases}$$

*Biên độ dao động :*

$$A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_1^2 + v_1^2 \frac{m}{k}} = \sqrt{0,02^2 + 0,34 \cdot \frac{1}{50}} \approx 0,08485 \text{ (m)}$$

⇒ Chọn A.



### Chủ đề 3.

## CƠN LẮC ĐƠN

### BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CÔNG THỨC TÍNH $\omega$ , f, T

*Phương pháp giải*

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{D t_1}{n_1}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l+Dl}{g}} = \frac{D t_2}{n_2}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}, T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$T_+ = 2\pi \sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}, T_- = 2\pi \sqrt{\frac{l_1 - l_2}{g}}$$

$$T_+^2 = T_1^2 + T_2^2$$

$$T_-^2 = T_1^2 - T_2^2$$

**Ví dụ 1:** Khi chiều dài dây treo tăng 20% thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc đơn

- A. giảm 9,54%.      B. tăng 20%.      C. tăng 9,54%.      D. giảm 20%.

*Hướng dẫn*

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l+0,2l}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{1,2} = 1,0954 = 1 + 0,0954 = 100\% + 9,54\% \quad \text{P Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn, trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện 12 dao động. Khi giảm độ dài của nó bớt 16cm, trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  như trên, con lắc thực hiện 20 dao động. Tính độ dài ban đầu.

- A. 60 cm.      B. 50 cm.      C. 40 cm.      D. 25 cm.

*Hướng dẫn*

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{Dt}{12}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l-0,16}{g}} = \frac{Dt}{20}$$

$$\sqrt{\frac{l-0,16}{l}} = \frac{12}{20} \quad \text{P } l = 0,25(\text{m}) \quad \text{P Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn, trong khoảng thời gian  $\Delta t = 10$  phút nó thực hiện 299 dao động. Khi giảm độ dài của nó bớt 40 cm, trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  như trên, con lắc thực hiện 386 dao động. Gia tốc rơi tự do tại nơi thí nghiệm là

- A.  $9,80 \text{ m/s}^2$ .      B.  $9,81 \text{ m/s}^2$ .      C.  $9,82 \text{ m/s}^2$ .      D.  $9,83 \text{ m/s}^2$ .

**Hướng dẫn**

$$T_1 = 2p \sqrt{\frac{1}{g}} = \frac{600}{299}$$

$$T_2 = 2p \sqrt{\frac{1 - 0,4}{g}} = \frac{600}{386}$$

$$\Rightarrow T_1^2 - T_2^2 = 4p^2 \cdot \frac{0,4}{g} = 600^2 (299^{-2} - 386^{-2}) \Rightarrow g \approx 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

*Chú ý: Công thức độc lập với thời gian của con lắc đơn có thể suy ra từ công*

$$\text{thực đối với con lắc đơn: } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{w^2} \quad \begin{cases} A = la_{\max} \\ x = s = la \\ w^2 = \frac{g}{l} \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm sợi dây có chiều dài 20 cm treo tại một điểm cố định. Kéo con lắc khỏi phương thẳng đứng một góc bằng 0,1 (rad) về phía bên phải, rồi truyền cho con lắc một tốc độ bằng  $14\sqrt{3}$  (cm/s) theo phương vuông góc với với dây. Coi con lắc dao động điều hòa. Cho gia tốc trọng trường  $9,8$  ( $\text{m/s}^2$ ). Biên độ dài của con lắc là

A. 3,2 cm.

B. 2,8 cm.

C. 4 cm.

D. 6 cm.

**Hướng dẫn**

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{w^2}} = \sqrt{(la)^2 + \frac{v^2 l}{g}} = \sqrt{(0,2,0,1)^2 + \frac{0,14^2 \cdot 3,0,2}{9,8}} = 0,04 \text{ (m)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc 0,1 rad ở một nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vào thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ dài 8 cm và có vận tốc  $20\sqrt{3}$  cm/s. Tốc độ cực đại của vật dao động là:

A. 0,8 m/s.

B. 0,2 m/s.

C. 0,4 m/s.

D. 1 m/s.

**Hướng dẫn**

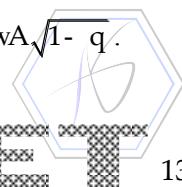
$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{w^2} \Rightarrow (la_{\max})^2 = s^2 + \frac{1 \cdot v^2}{g} \Rightarrow (1,0,1)^2 = 0,08^2 + \frac{1,0,04 \cdot 3}{10} \Rightarrow l = 1,6 \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = wA = \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot la_{\max} = 0,4 \text{ (m/s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

*Chú ý:*

I) Công thức độc lập với thời gian:

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{w^2} \Rightarrow 1 = \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{w^2} \stackrel{|x|}{=} \frac{s^2}{A^2} \stackrel{|s|}{=} \frac{a}{A^2} \stackrel{|a|}{=} q \Rightarrow |v| = wA\sqrt{1 - q}$$



$$2) \text{ Với con lắc đơn lực kéo về cũng được tính } F_{kv} = - mw^2 x \quad \begin{cases} x = s = la \\ w^2 = \frac{g}{l} \end{cases}$$

**Ví dụ 6:** Vật treo của con lắc đơn dao động điều hòa theo cung tròn  $MN$  quanh vị trí cân bằng  $O$ . Gọi  $P$  và  $Q$  lần lượt là trung điểm của  $MO$  và  $NP$ . Biết vật có tốc độ cực đại  $8 \text{ m/s}$ , tìm tốc độ của vật khi đi qua  $Q$ ?

- A.  $6 \text{ m/s.}$       B.  $5,29 \text{ m/s.}$       C.  $3,46 \text{ m/s.}$       D.  $8 \text{ m/s.}$

#### Hướng dẫn

$$1 = \frac{\cancel{w}x\frac{\dot{\theta}^2}{\cancel{A}\dot{\theta}} + \cancel{w}v\frac{\dot{\theta}^2}{\cancel{wA}\dot{\theta}}}{3/4} \stackrel{|x|}{=} \frac{q}{3/4} \stackrel{q=3}{=} \frac{3}{4} \stackrel{3/4}{=} |v| = wA\sqrt{1-q} = \frac{wA\sqrt{7}}{4} = \frac{8\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 5,29(\text{m/s})$$

Đáp án: B.

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng  $100 \text{ (g)}$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $0,1 \text{ rad}$  rồi thả nhẹ. Khi vật qua vị trí có tốc độ bằng nửa tốc độ cực đại thì lực kéo về có độ lớn là

- A.  $0,087 \text{ N.}$       B.  $0,1 \text{ N.}$       C.  $0,025 \text{ N.}$       D.  $0,05 \text{ N.}$

#### Hướng dẫn

$$v = \frac{v_{\max}}{2} \quad a = \frac{a_{\max}\sqrt{3}}{2} \quad |F_{kv}| = m \frac{g}{l} a l = mg \frac{a_{\max}\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 0,087(\text{N})$$

Đáp án: A.

**Ví dụ 8:** Một con lắc đơn dao động nhỏ xung quanh vị trí cân bằng, chọn trục  $Ox$  nằm ngang gốc  $O$  trùng với vị trí cân bằng chiều dương hướng từ trái sang phải. Ở thời điểm ban đầu vật ở bên trái vị trí cân bằng và dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $0,01 \text{ rad}$ , vật được truyền tốc độ  $\pi \text{ cm/s}$  với chiều từ phải sang trái. Biết năng lượng dao động của con lắc là  $0,1 \text{ (mJ)}$ , khối lượng của vật là  $100 \text{ g}$ , lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Viết phương trình dao động của vật

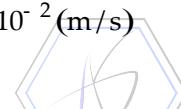
- A.  $s = \sqrt{2} \cos(\pi t + 3\pi/4) \text{ cm}$       B.  $s = \sqrt{2} \cos(\pi t - \pi/4) \text{ cm}$   
 C.  $s = 4\cos(2\pi t + 3\pi/4) \text{ cm}$       D.  $s = 4\cos(2\pi t - \pi/4) \text{ cm}$

#### Hướng dẫn

$$W = \frac{mgl}{2} a^2 + \frac{mv^2}{2} \quad 10^{-4} = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot 1}{2} 0,01^2 + \frac{0,1 \cdot 0,0314^2}{2} \Rightarrow 1(m)$$

$$p \quad w = \sqrt{\frac{g}{l}} = p$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s = A \cos(pt + j) \\ v = s' = -pA \sin(pt + j) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} s(0) = A \cos j = -la = -0,01(\text{m}) \\ v(0) = -pA \sin j = -3,14 \cdot 10^{-2}(\text{m/s}) \end{array} \right.$$

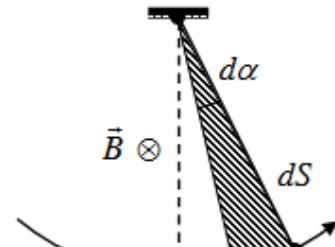


$$\begin{aligned} p \cdot j &= \frac{3p}{4} \\ p \cdot s &= 0,01\sqrt{2} \cos \theta + \frac{3p \cdot \theta}{4} (m) \\ A &= 0,01\sqrt{2} (m) \end{aligned}$$

**Chú ý:** Nếu con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ, dao động điều hoà trong một từ trường đều mà cảm ứng từ có hướng vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc thì trong dây dẫn xuất hiện một suât điện cảm ứng:

$$e = -\frac{dF}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{B \frac{da}{dt} pl^2}{2} = -\frac{Bl^2}{2} \frac{da}{dt}$$

$$e = \frac{Bl^2 w a_{\max}}{2} \sin(wt + j)$$



**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ dài 1 m, dao động điều hoà với biên độ góc 0,2 rad trong một từ trường đều mà cảm ứng từ có hướng vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc và có độ lớn 1 T. lấy gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Tính suât điện động cực đại xuất hiện trên thanh treo con lắc

A. 0,45 V.      B. 0,63 V.      C. 0,32 V.      D. 0,22 V.

### Hướng dẫn

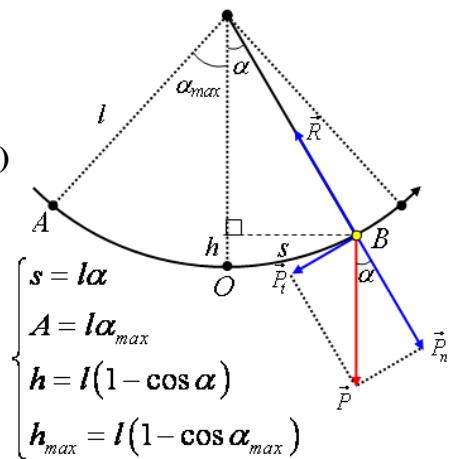
$$E_0 = \frac{Bl^2 w a_{\max}}{2} = \frac{1}{2} Bl^2 \sqrt{\frac{g}{1}} a_{\max} \gg 0,32(V) \text{ Chọn C.}$$

## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN NĂNG LƯỢNG DAO ĐỘNG

*Phương pháp giải*

- + Khi không có ma sát, cơ năng bảo toàn, bằng tổng thế năng và động năng, bằng thế năng cực đại, bằng động năng cực đại:

$$\begin{aligned} W &= mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{mv^2}{2} \\ &= mgl(1 - \cos \alpha_{\max}) \\ &= \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad W_t = mgh = mgl(1 - \cos \alpha) \\ &\quad W_d = \frac{mv^2}{2} \end{aligned}$$



- + Khi con lắc đơn dao động bé thì  $(1 - \cos\alpha) = 2\sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow 2\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{2\alpha} = \frac{\alpha^2}{2}$  nên cơ năng dao động:

$$W = \frac{mgl}{2}a^2 + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{mgl}{2}a_{max}^2 = \frac{mw^2A^2}{2} = \frac{mgA^2}{2l}$$

$$W_t = \frac{mgl}{2}a^2$$

$$W_d = \frac{mv^2}{2}$$

$$a_{max} = \frac{A}{l}$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m khối lượng 100 g dao động trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lấy mốc thê năng ở vị trí cân bằng. Bỏ qua mọi ma sát. Khi sợi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $30^\circ$  thì tốc độ của vật nặng là 0,3 m/s. Cơ năng của con lắc đơn là  
 A.  $1 - 0,5\sqrt{3}$ .      B. 0,13 J.      C. 0,14 J.      D. 0,5 J.

#### Hướng dẫn

$$W = mgl(1 - \cos\alpha) + \frac{mv^2}{2} = 0,1 \cdot 10 \cdot 1 \left(1 - \cos 30^\circ\right) + \frac{0,1 \cdot 0,3^2}{2} \Rightarrow 0,14 \text{ (J)}$$

⇒ Chọn C.

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 400 (g) và sợi dây treo không dãn có trọng lượng không đáng kể, chiều dài 0,1 (m) được treo thẳng đứng ở điểm A. Biết con lắc đơn dao động điều hoà, tại vị trí có li độ góc 0,075 (rad) thì có vận tốc  $0,075\sqrt{3}$  (m/s). Cho giá trị trọng trường  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Tính cơ năng dao động.

- A. 4,7 mJ.      B. 4,4 mJ.      C. 4,5 mJ.      D. 4,8 mJ.

#### Hướng dẫn

$$W = \frac{mgl}{2}a^2 + \frac{mv^2}{2} = \frac{0,4 \cdot 10 \cdot 0,1}{2} \cdot 0,075^2 + \frac{0,4 \cdot (0,075\sqrt{3})^2}{2} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

⇒ Chọn C.

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng 1 kg, độ dài dây treo 2 m, góc lệch cực đại của dây so với đường thẳng đứng 0,175 rad. Chọn mốc thê năng trọng trường ngang với vị trí thấp nhất,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Cơ năng và tốc độ của vật nặng khi nó ở vị trí thấp nhất lần lượt là

- A. 2 J và 2 m/s.      B. 0,30 J và 0,77 m/s.  
 C. 0,30 J và 7,7 m/s.      D. 3 J và 7,7 m/s.

#### Hướng dẫn

$$W = \frac{mgl}{2}a_{max}^2 = \frac{1 \cdot 9,8 \cdot 2}{2} \cdot 0,175^2 = 0,30 \text{ (J)}$$

⇒ Chọn B.

$$v_{max} = wA = \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot la_{max} = 0,77 \text{ (m/s)}$$



**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn có khối lượng 2 kg và có độ dài 4 m, dao động điều hòa ở nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Cơ năng dao động của con lắc là 0,2205 J. Biên độ góc của con lắc bằng

- A. 0,75 rad.      B.  $4,3^\circ$ .      C. 0,3 rad.      D.  $0,075^\circ$ .

### Hướng dẫn

$$W = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 \Rightarrow a_{\max} = \sqrt{\frac{2W}{mgl}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2205}{2 \cdot 9,84}} = 0,075 \text{ (rad)} : 4,3^\circ \text{ P Chọn B.}$$

$$W_d = \frac{mv^2}{2}$$

$$\text{Chú ý: } W_t = \frac{mgl}{2} a^2$$

$$W_d + W_t = W = \frac{mw^2 A^2}{2} = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 = \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

$$W_d = \frac{mv^2}{2}$$

$$\text{Cho v P } W_t = W - W_d$$

$$W_t = \frac{mgl}{2} a^2$$

$$\text{Cho a P } W_d = W - W_t$$

$$W_t = \frac{n}{n+1} W \Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{n}{n+1}} a_{\max}$$

$$W_t = nW \Rightarrow W_d = \frac{1}{n+1} W \Rightarrow v = \pm \sqrt{\frac{1}{n+1}} \cdot v_{\max}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn gồm một viên bi nhỏ khối lượng 100 (g) được treo ở đầu một sợi dây dài 1,57 (m) tại địa điểm có gia tốc trọng trường  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $0,1$  (rad) rồi thả cho nó dao động điều hòa không có vận tốc ban đầu. Tính động năng viên bi khi góc lệch của nó là  $0,05$  (rad).

- A.  $W_d = 0,00195 \text{ J.}$       B.  $W_d = 0,00585 \text{ J.}$   
 C.  $W_d = 0,00591 \text{ J.}$       D.  $W_d = 0,00577 \text{ J.}$

### Hướng dẫn

$$W_d = W - W = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 - \frac{mgl}{2} a^2 \Rightarrow 0,00577(\text{J}) \text{ P Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** (CĐ-2011) Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$ . Lấy mốc thê năng ở vị trí cân bằng. Ở vị trí con lắc có động năng bằng thê năng thì biên độ góc của nó bằng

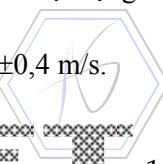
- A.  $\pm \alpha_0 / \sqrt{3}$ .      B.  $\pm \alpha_0 / 2$ .      C.  $\pm \alpha_0 / \sqrt{2}$ .      D.  $\pm \alpha_0 / 3$ .

### Hướng dẫn

$$W_t = W_d = \frac{W}{2} \Rightarrow \frac{mga^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{mga_0^2}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{a_0}{\sqrt{2}} \text{ P Chọn C.}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo bằng 40 cm, dao động với biên độ góc  $0,1$  rad tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vận tốc của vật nặng ở vị trí thê năng bằng ba lần động năng là

- A.  $\pm 0,3 \text{ m/s.}$       B.  $\pm 0,2 \text{ m/s.}$       C.  $\pm 0,1 \text{ m/s.}$       D.  $\pm 0,4 \text{ m/s.}$

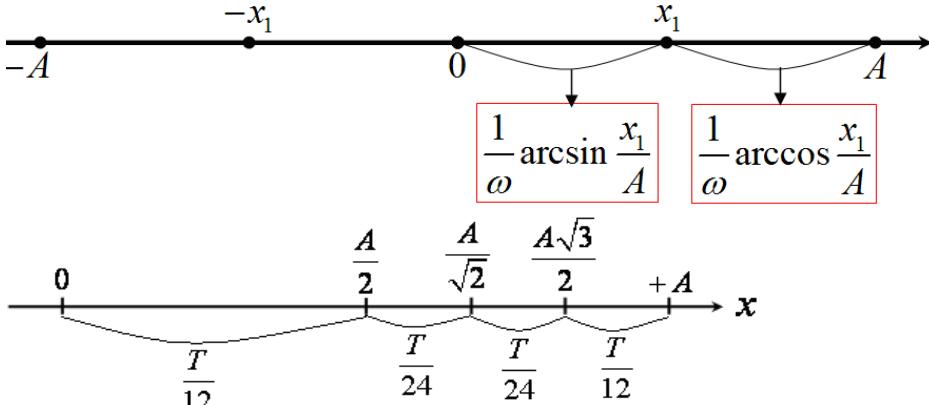


### Hướng dẫn

$$W_t = 3W_d \quad W_d = \frac{W}{4} \quad \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{mgl a_{\max}^2}{2} \quad v = \pm \frac{a_{\max}}{2} \sqrt{gl} = \pm 0,1(m/s)$$

P Chọn C.

Chú ý: Nhớ lại khoảng thời gian trong dao động điều hòa



**Ví dụ 8:** (CĐ-2011) Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 1 m dao động điều hòa với biên độ góc  $\pi/20$  rad tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ góc  $\pi\sqrt{3}/40$  rad là

A.  $1/3$  s.

B.  $1/2$  s.

C.  $3$  s.

D.  $3\sqrt{2}$  s.

### Hướng dẫn

$$\frac{a_1}{a_2} = 0 \quad a_2 = \frac{a_{\max}\sqrt{3}}{4} \quad t = \frac{1}{6}T = \frac{1}{6}2p\sqrt{\frac{1}{g}} = \frac{1}{6}2p\sqrt{\frac{1}{10}} \Rightarrow \frac{1}{3}(\text{s}) \quad \text{P Chọn A.}$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,86 \text{ m/s}^2$ . Tốc của vật khi qua vị trí cân bằng là  $6,28 \text{ cm/s}$  và thời gian đi từ vị trí cân bằng đến vị trí có li độ góc bằng nửa biên độ góc là  $1/6$  s. Chiều dài của dây treo con lắc và biên độ dài lần lượt là

A.  $0,8 \text{ m}$  và  $0,1 \text{ m}$ .

B.  $0,2 \text{ m}$  và  $0,1 \text{ m}$ .

C.  $1 \text{ m}$  và  $2 \text{ cm}$ .

D.  $1 \text{ m}$  và  $1,5 \text{ m}$ .

### Hướng dẫn

Thời gian ngắn nhất đi từ  $a = 0$  đến  $a = 0,5a_{\max}$  là

$$\frac{T}{12} = \frac{1}{6} \quad T = 2(\text{s}) = 2p\sqrt{\frac{1}{g}} \quad 1(\text{m})$$

$$v_{\max} = wA = \frac{2p}{T} A \quad 6,28 = \frac{2p}{2} A \quad A \Rightarrow 2(\text{cm}) \quad \text{P Chọn C.}$$

Chú ý:

- Chuyển động đi từ hai biên về VTCB là chuyển động nhanh dần.



- Chuyển động đi từ VTCB ra 2 biên là chuyển động chậm dần.

**Ví dụ 10:** (ĐH-2010) Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_{\max}$  nhỏ. Lấy mốc thê năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thê năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

- A.  $-\alpha_{\max}/\sqrt{3}$ .      B.  $\alpha_{\max}/\sqrt{2}$ .      C.  $-\alpha_{\max}/\sqrt{2}$ .      D.  $\alpha_{\max}/\sqrt{3}$ .

### Hướng dẫn

Đi theo chiều dương về vị trí cân bằng  $\Rightarrow a < 0$

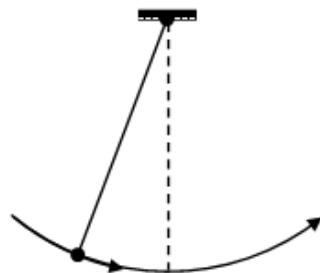
$$W_t = W_d = \frac{1}{2}W \quad \text{p} \quad a = \pm \frac{a_{\max}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{p} \quad a = -\frac{a_{\max}}{\sqrt{2}} \quad \text{p} \quad \text{Chọn C.}$$

Chú ý: Nếu con lắc đơn đang dao động điều hòa đúng lúc đi qua vị trí cân bằng nếu làm thay đổi chiều dài thì cơ năng không đổi:

$$W = W' = \frac{mw^2 A^2}{2} = \frac{mgA^2}{2l} = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2$$

$$W' = \frac{mw'^2 A'^2}{2} = \frac{mga'^2}{2l'} = \frac{mgl'}{2} a'^2_{\max}$$



**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn lí tưởng đang dao động điều hòa, khi đi qua vị trí cân bằng thì điểm I của sợi dây được giữ lại và sau đó nó tiếp tục dao động điều hòa với chiều dài sợi dây chỉ bằng một phần tư lúc đầu thì

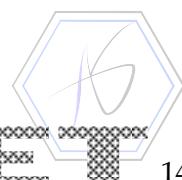
- A. biên độ góc dao động sau đó gấp đôi biên độ góc ban đầu.  
 B. biên độ góc dao động sau đó gấp bốn lần biên độ góc ban đầu.  
 C. biên độ dài dao động sau đó gấp đôi biên độ dài ban đầu.  
 D. cơ năng dao động sau đó chỉ bằng một nửa cơ năng ban đầu.

### Hướng dẫn

$$W = W' = \frac{mgA'^2}{2l'} = \frac{mgA^2}{2l} \quad \text{p} \quad A' = A \sqrt{\frac{l'}{l}} = \frac{A}{2}$$

$$\frac{mgl'}{2} a'^2_{\max} = \frac{mgl}{2} a^2_{\max} \quad \text{p} \quad a'^2_{\max} = a^2_{\max} \sqrt{\frac{l'}{l}} = 2a^2_{\max}$$

$$\text{p} \quad \text{Chọn A.}$$



## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VẬN TỐC CỦA VẬT, LỰC CĂNG SƠI DÂY, GIA TỐC

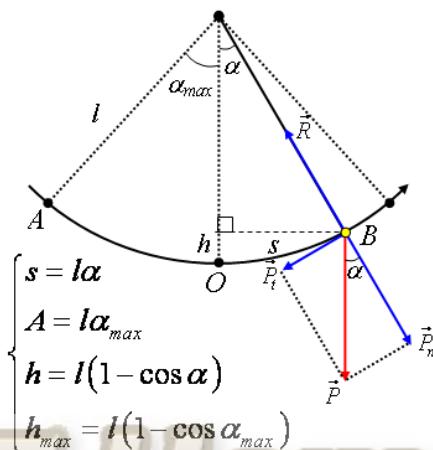
*Phương pháp giải*

+ Từ công thức tính cơ năng:

$$W = mgl(1 - \cos\alpha) + \frac{mv^2}{2} = mgl(1 - \cos\alpha_{max}) + \frac{mv_{max}^2}{2} \text{ suy ra:}$$

$$v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_{max}) \quad v = \pm \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_{max})}$$

$$v_{max}^2 = 2gl(1 - \cos\alpha_{max}) \quad v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_{max})}$$



Nếu  $\alpha_{max}$  nhỏ thì

$$\begin{aligned} (\cos\alpha - \cos\alpha_{max}) &\gg \frac{1}{2}(a_{max}^2 - a^2) \\ (1 - \cos\alpha_{max}) &\gg \frac{1}{2}a_{max}^2 \end{aligned}$$

nên

$$\begin{aligned} v^2 &= gl(a_{max}^2 - a^2) \\ v_{max}^2 &= gla_{max}^2 = wA \end{aligned}$$

+ Lực đóng vai trò lực hướng tâm:

$$R - mg \cos\alpha = F_{ht} = \frac{mv^2}{l} = \frac{m}{l} 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_{max})$$

$$\Rightarrow R = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{max})$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 100 cm, vật có khối lượng 50 g dao động ở nơi có giá tốc trọng trường  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  với biên độ góc  $30^\circ$ . Khi li độ góc là  $8^\circ$  thì tốc độ của vật và lực căng sợi dây là

- A. 1,65 m/s và 0,71 N.  
 B. 1,56 m/s và 0,61 N.  
 C. 1,56 m/s và 0,71 N.  
 D. 1,65 m/s và 0,61 N.

*Hướng dẫn*

$$|v| = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_{max})} = \sqrt{2.9,81.1(\cos 8^\circ - \cos 30^\circ)} \gg 1,56(\text{m/s})$$

$$R = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{max}) = 0,05.9,81(3\cos 8^\circ - 2\cos 30^\circ) \gg 0,61(\text{N})$$

Chọn B.

**Ví dụ 2:** Con lắc đơn chiều dài 1 m dao động nhỏ với chu kì 1,5 s và biên độ góc là 0,05 rad. Độ lớn vận tốc khi vật có li độ góc 0,04 rad là

- A.  $9\pi$  cm/s.      B.  $3\pi$  cm/s.      C.  $4\pi$  cm/s.      D.  $4\pi/3$  cm/s.

**Hướng dẫn**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

$$v^2 = gl(a_{max}^2 - a^2) = \frac{4\pi^2 l^2}{T^2} (a_{max}^2 - a^2) \quad |v| \approx 0,04\pi \text{ m/s} \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ, khối lượng 0,05 kg treo vào đầu một sợi dây dài 1 m, ở nơi có gia tốc trọng trường  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua ma sát. Con lắc dao động theo phương thẳng đứng với góc lệch cực đại so với phương thẳng đứng là  $30^\circ$ . Tốc độ của vật và lực căng dây khi qua vị trí cân bằng là

- A.  $1,62 \text{ m/s}$  và  $0,62 \text{ N}$ .      C.  $2,63 \text{ m/s}$  và  $0,62 \text{ N}$ .  
 B.  $4,12 \text{ m/s}$  và  $1,34 \text{ N}$ .      D.  $0,412 \text{ m/s}$  và  $13,4 \text{ N}$ .

**Hướng dẫn**

$$v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_{max})} = 1,62 \text{ m/s}$$

$$R_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_{max}) = 0,05 \cdot 9,81 \cdot (3 - 2\cos 30^\circ) = 0,62 \text{ N} \quad \text{P Chọn A.}$$

*Chú ý: Tại vị trí biên ( $\alpha = \pm\alpha_{max}$ ) lực căng sợi dây có độ lớn cực tiểu ( $R_{min} = mg\cos\alpha_{max}$ ). Tại vị trí cân bằng ( $\alpha = 0$ ) lực căng sợi dây có độ lớn cực đại ( $R_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_{max})$ ).*

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng 400 g, tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Kích thích cho con lắc dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Biết súc căng dây khi con lắc ở vị trí biên là 0,99 N. Xác định lực căng dây treo khi vật qua vị trí cân bằng là

- A.  $10,02 \text{ N}$ .      B.  $9,78 \text{ N}$ .      C.  $11,2 \text{ N}$ .      D.  $8,888 \text{ N}$ .

**Hướng dẫn**

$$R_{min} = mg(3\cos\alpha_{max} - 2\cos\alpha_{max}) = 0,99 \quad \cos\alpha_{max} = \frac{0,99}{0,4 \cdot 9,8}$$

$$R_{max} = mg(3\cos 0^\circ - 2\cos\alpha_{max}) = 0,4 \cdot 9,8 \cdot 3 - 2 \cdot \frac{0,99}{0,4 \cdot 9,8} = 9,78 \text{ N}$$

P Chọn B.

*Chú ý: Nếu sợi dây chỉ chịu được lực kéo tối đa  $F_0$  thì điều kiện để sợi dây không đứt là  $R_{max} \leq F_0$ .*

**Ví dụ 5:** Treo một vật trọng lượng 10 N vào một đầu sợi dây nhẹ, không co dãn rồi kéo vật khỏi phương thẳng đứng một góc  $\alpha_{max}$  và thả nhẹ cho vật dao động. Biết dây treo chỉ chịu được kéo tối đa 20 N. Để dây không bị đứt thì  $\alpha_{max}$  không thể vượt quá

- A.  $15^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .



### Hướng dẫn

$$R_{\max} = mg(3 - 2 \cos a_{\max}) \leq F_0 \leq 10.(3 - 2 \cos a_{\max}) \leq 20(N) \Rightarrow a_{\max} \leq 60^\circ$$

P Chọn D.

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m được thả không vận tốc đầu từ vị trí có li độ góc  $60^\circ$ . Để tốc độ của vật bằng một nửa vận tốc cực đại thì li độ góc của con lắc là

- A.  $51,3^\circ$ .      B.  $26,3$  rad.      C.  $0,9^\circ$ .      D.  $40,7^\circ$ .

### Hướng dẫn

$$0,5 = \frac{|v|}{v_{\max}} = \frac{\sqrt{2gl(\cos a - \cos a_{\max})}}{\sqrt{2gl(1 - \cos a_{\max})}} = \sqrt{\frac{\cos a - \cos 60^\circ}{1 - \cos 60^\circ}}$$

$$\Rightarrow \cos a = 0,625 \Rightarrow a \approx 51,3^\circ \text{ P Chọn A.}$$

Chú ý:

- 1) Nếu con lắc đơn đứng yên ở vị trí cân bằng thì lực căng sợi dây cùng độ lớn và ngược hướng với trọng lực. Nghĩa là chúng cân bằng nhau.
- 2) Nếu con lắc dao động đi qua vị trí cân bằng thì tại thời điểm này lực căng ngược hướng với trọng lực nhưng có độ lớn lớn hơn trọng lực:

$$R_{\max} = mg(3 - 2 \cos a_{\max}) > mg.$$

Hai lực này không cân bằng và hợp lực của chúng hướng theo  $\frac{1}{R_{\max}}$ .

$$F_{hl} = R_{\max} + mg \quad \begin{cases} \text{hướng theo } \frac{1}{R_{\max}} \\ F_{ht} = R_{\max} - mg = mg(2 - 2 \cos a_{\max}) \end{cases}$$

- 3) Ở các vị trí không phải là vị trí cân bằng thì trọng lực và lực căng sợi dây không ngược hướng nhau nên không cân bằng nhau. Tức là nếu con lắc đơn đang dao động thì không có vị trí nào lực căng sợi dây cân bằng với trọng lực  $F_{hl} = R + mg \neq 0$ .

Tuy nhiên, sẽ tồn tại hai vị trí để  $R = mg$  hay

$$mg(3 \cos a - 2 \cos a_{\max}) = mg \Rightarrow \cos a = \frac{1 + 2 \cos a_{\max}}{3}.$$

**Ví dụ 7:** (ĐH-2008) Phát biểu nào sau đây là SAI khi nói về dao động của con lắc đơn (bỏ qua lực cản)?

- A. Khi vật nặng ở vị trí biên, cơ năng của con lắc bằng thế năng của nó.  
 B. Chuyển động của con lắc từ vị trí biên về vị trí cân bằng là nhanh dần.  
 C. Khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, thì trọng lực tác dụng lên nó cân bằng với lực căng của dây.  
 D. Với dao động nhỏ thì dao động của con lắc là dao động điều hòa.

### Hướng dẫn

Khi con lắc đơn đang dao động thì không có vị trí nào lực căng sợi dây cân bằng với trọng lực  $F_{hl} = R + mg \neq 0 \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 8:** Xét một con lắc đơn dao động tại một nơi nhất định (bỏ qua lực cản). Khi lực căng của sợi dây có giá trị bằng độ lớn trọng lực tác dụng lên con lắc thì lúc đó A. lực căng sợi dây cân bằng với trọng lực.

- B. vận tốc của vật dao động cực tiêu.
  - C. lực căng sợi dây không phải hướng thẳng đứng.
  - D. động năng của vật dao động bằng nửa giá trị cực đại.

## *Hướng dẫn*

Khi lực căng của sợi dây có giá trị bằng độ lớn trọng lực tác dụng lên con lắc thì

$$mg(3\cos a - 2\cos a_{\max}) = mg \hat{U} \cos a = \frac{1+2\cos a_{\max}}{3} \cdot 1 \text{ Pa} \cdot 0$$

⇒ Chọn C.

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với phương trình:  $s = 2\sqrt{2} \cos(7t)$  (cm) (t đo bằng giây), tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Tỉ số giữa lực căng dây và trọng lực tác dụng lên quả cầu ở vị trí cao nhất là

- A. 1.05.      B. 0.999997.      C. 0.990017.      D. 1.02.

## *Hướng dẫn*

$$a_{\max} = \frac{A}{1} = \frac{Aw^2}{g} = \frac{0,02\sqrt{2} \cdot 49}{9,8}$$

$$R = mg(3\cos a - 2\cos a_{\max})^{3/4} \quad \text{với } \cos a_{\max} \approx 0,990017$$

P Chon C.

**Ví dụ 10:** (ĐH-2011) Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g$ . Biết lực căng dây lớn nhất bằng 1,02 lần lực căng dây nhỏ nhất. Giá trị của  $\alpha_0$  là

- A.  $6,6^0$ .      B.  $3,3^0$ .      C.  $5,6^0$ .      D.  $9,6^0$ .

## *Hướng dẫn*

$$R = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{max}) \quad \frac{R_{max}}{R_{min}} = \frac{mg(3\cos 0^\circ - 2\cos\alpha_{max})}{mg(3\cos\alpha_{max} - 2\cos\alpha_{max})}$$

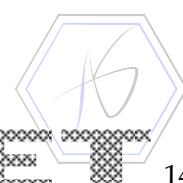
$$p \frac{3 - 2 \cos a_{\max}}{\cos a_{\max}} = 1,02 p \quad a_{\max} = 6,6^0 \quad p \quad Chon A.$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $43,2$  cm, vật có khối lượng  $m$  dao động ở nơi có gia tốc trọng trường  $10\text{ m/s}^2$ . Biết độ lớn lực căng sợi dây cực đại  $R_{\max}$  gấp  $4$  lần độ lớn lực căng sợi dây cực tiểu  $R_{\min}$ . Khi lực căng sợi dây bằng  $2$  lần  $R_{\min}$  thì tốc độ của vật là

- A. 1 m/s.      B. 1,2 m/s.      C. 1,6 m/s.      D. 2 m/s.

## *Hướng dẫn*

$$4 = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{mg(3\cos 0 - 2\cos a_{\max})}{mg(3\cos a_{\max} - 2\cos a_{\max})} \Rightarrow \cos a_{\max} = \frac{1}{2}$$



$$2 = \frac{R}{R_{\min}} = \frac{mg(3\cos a - 2\cos a_{\max})}{mg(3\cos a_{\max} - 2\cos a_{\max})} \quad P \cos a = \frac{2}{3}$$

$$|v| = \sqrt{2gl(\cos a - \cos a_{\max})} = 12(m/s) \quad Chọn B.$$

**Ví dụ 12:** Con lắc đơn dao động không ma sát, vật dao động nặng 100 g. Cho gia tốc trọng trường bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật dao động qua vị trí cân bằng thì lực tổng hợp tác dụng lên vật có độ lớn 1,4 N. Tính li độ góc cực đại của con lắc?

- A. 0,64 rad.      B. 36,86 rad.      C. 1,27 rad.      D. 72,54 rad.

### Hướng dẫn

$$R = mg(3\cos a - 2\cos a_{\max}) \quad R_{cb} = mg(3 - 2\cos a_{\max})$$

$$P F_{hl} = R_{cb} - mg = 2mg(1 - \cos a_{\max})$$

$$\hat{U} 2.0.1.10(1 - \cos a_{\max}) = 1,4(N) \quad P a_{\max} \rightarrow 1,27(\text{rad}) \quad Chọn C.$$

**Ví dụ 13:** Một con lắc đơn có dây treo dài 0,4 m và khối lượng vật nặng là 200 g. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; bỏ qua ma sát. Kéo con lắc để dây treo lệch góc  $60^\circ$  so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ. Lúc lực căng của dây treo bằng 4 N thì tốc độ của vật là:

- A.  $\sqrt{2} \text{ m/s.}$       B.  $2\sqrt{2} \text{ m/s.}$       C. 5 m/s.      D. 2 m/s.

### Hướng dẫn

$$R = mg(3\cos a - 2\cos a_{\max}) \quad P \cos a = \frac{R}{3mg} + \frac{2}{3}\cos a_{\max}$$

$$|v| = \sqrt{2gl(\cos a - \cos a_{\max})} = \sqrt{2gl \left[ \frac{R}{3mg} + \frac{2}{3}\cos a_{\max} - \cos a_{\max} \right]} = 2(m/s)$$

P Chọn D.

**Ví dụ 14:** Con lắc đơn dao động không ma sát, sợi dây dài 30 cm, vật dao động nặng 100 g. Cho gia tốc trọng trường bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật dao động qua vị trí cân bằng thì lực tổng hợp tác dụng lên vật có độ lớn 1 N. Tính tốc độ của vật dao động khi lực căng dây có độ lớn gấp đôi độ lớn cực tiểu của nó?

- A. 0,5 m/s.      B. 1 m/s.      C. 1,4 m/s.      D. 2 m/s.

### Hướng dẫn

$$v = \sqrt{2gl(\cos a - \cos a_{\max})}$$

$$R = mg(3\cos a - 2\cos a_{\max})$$

$$R_{cb} = mg(3 - 2\cos a_0) \quad R_{cb} - mg = 2mg(1 - \cos a_{\max}) = 1(N)$$

$$P \cos a_{\max} = 0,5$$

$$R_{\min} = mg(3\cos a_{\max} - 2\cos a_{\max}) = mg \cos a_{\max}$$

$$R = 2R_{\min} \quad P \cos a = \frac{4}{3} \cos a_{\max} = \frac{2}{3} \quad P v = \sqrt{2.10.0,3 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{3} - 0,5 \cdot \frac{1}{\frac{2}{3}}} = 1(m/s)$$

P Chọn B.



**Ví dụ 15:** Một con lắc đơn gồm vật nặng khối lượng 100 g, dao động điều hoà với chu kì 2 s. Khi vật đi qua vị trí cân bằng lực căng của sợi dây là 1,0025 N. Chọn mốc thê năng ở vị trí cân bằng, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi^2 = 10$ . Cơ năng dao động của vật là

- A.  $25 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .      B.  $25 \cdot 10^4 \text{ J}$ .  
 C.  $125 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ .      D.  $125 \cdot 10^4 \text{ J}$ .

### Hướng dẫn

$$R = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow 1,0025 = 0,1 \cdot 10(3\cos 0^\circ - 2\cos\alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} = 0,05 \text{ (rad)}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2(s) \Rightarrow l = 1(\text{m})$$

$$\Rightarrow W = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 = 125 \cdot 10^{-5} (\text{J}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Chú ý: Nếu khi qua vị trí cân bằng sợi dây vướng đinh thì độ lớn lực căng sợi dây trước và sau khi vướng lần lượt là

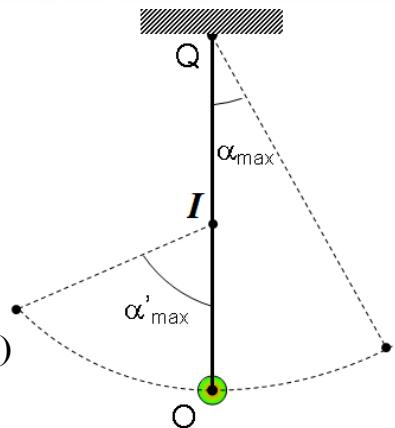
$$R = mg(3 - 2\cos\alpha_{\max})$$

$$R' = mg(3 - 2\cos'\alpha_{\max})$$

Để tìm biên độ góc sau khi vướng đinh ta áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$W = mgl(1 - \cos\alpha_{\max}) = mgl'(1 - \cos'\alpha_{\max})$$

$$\Rightarrow \cos'\alpha_{\max} = 1 - \frac{1}{l'}(1 - \cos\alpha_{\max})$$



**Ví dụ 16:** Một con lắc đơn sợi dây dài 1 m, vật nặng có khối lượng 0,2 kg, được treo vào điểm Q và O là vị trí cân bằng của con lắc. Kéo vật đến vị trí dây treo lệch so với vị trí cân bằng góc  $60^\circ$  rồi thả không vận tốc ban đầu, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Gắn một chiếc đinh vào điểm I trên đoạn QO ( $OI = 2IQ$ ), sao cho khi qua vị trí cân bằng dây bị vướng đinh. Lực căng của dây treo ngay trước và sau khi vướng đinh là

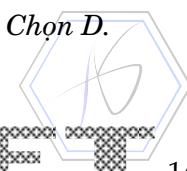
- A. 4 N và 4 N.      B. 6 N và 8 N.      C. 4 N và 6 N.      D. 4 N và 5 N.

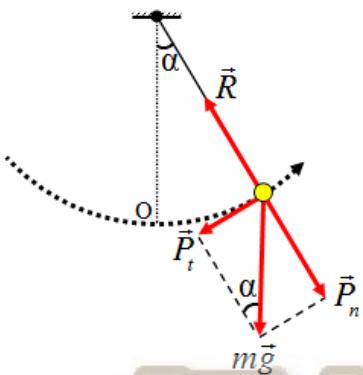
### Hướng dẫn

$$\cos'\alpha_{\max} = 1 - \frac{1}{l'}(1 - \cos\alpha_{\max}) = 1 - \frac{3}{2}(1 - \cos 60^\circ) = 0,25$$

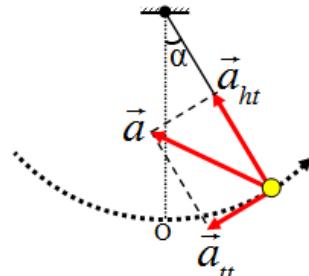
$$\Rightarrow R = mg(3 - 2\cos\alpha_{\max}) = 0,2 \cdot 10(3 - 2\cos 60^\circ) = 4(\text{N}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

$$R' = mg(3 - 2\cos'\alpha_{\max}) = 0,2 \cdot 10(3 - 2 \cdot 0,25) = 5(\text{N})$$





$$\begin{cases} P_t = mg \sin \alpha \\ P_n = mg \cos \alpha \\ v^2 = 2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{max}) \end{cases}$$



$$\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \Rightarrow a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2}$$

$$\begin{cases} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha \\ a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{max}) \end{cases}$$

*Chú ý: Dao động của con lắc lò xo là chuyển động tịnh tiến nên nó chỉ có gia tốc tiếp tuyến. Dao động của con lắc đơn vừa có gia tốc tiếp tuyến vừa có gia tốc pháp tuyến (gia tốc hướng tâm) nên gia tốc toàn phần là tổng hợp của hai gia tốc nói trên:*

$$a = a_{tt} + a_{ht} \quad \text{p} \quad a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2}$$

$$a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha$$

$$a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{max})$$

$$\text{Nếu } \alpha_{max} \text{ nhỏ thì } \frac{(\cos \alpha - \cos \alpha_{max})}{\sin \alpha} \gg 1 \Rightarrow a_{tt} = ga$$

$$\frac{1}{2}(a_{max}^2 - a^2) \text{ nên } a_{ht} = g(a_{max}^2 - a^2)$$

**Ví dụ 17:** (ĐH-2012) Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn có chiều dài 1 m, dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Trong quá trình dao động, cơ năng của con lắc được bảo toàn. Tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$ , gia tốc của vật nặng của con lắc có độ lớn là  
A.  $1232 \text{ cm/s}^2$ .      B.  $500 \text{ cm/s}^2$ .      C.  $732 \text{ cm/s}^2$ .      D.  $887 \text{ cm/s}^2$ .

### Hướng dẫn

$$a = a_{tt} + a_{ht} \quad \left| \begin{array}{l} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha = 5 \\ a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{max}) \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha = 5 \\ a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{max}) = 10(\sqrt{3} - 1) \end{array} \right.$$

$$\text{p} \quad a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2} \gg 8,87 \text{ (m/s}^2\text{)} \text{ p Chọn D.}$$



**Ví dụ 18:** Con lắc đơn gồm vật có khối lượng 200 g và dây dài 100 cm đang dao động điều hòa. Biết gia tốc của vật nặng ở vị trí biên có độ lớn gấp 10 lần độ lớn gia tốc của nó khi qua vị trí cân bằng. Biên độ cong là

- A. 10 cm.      B. 5 cm.      C.  $10\sqrt{2}$  cm.      D.  $5\sqrt{2}$  cm.

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \vec{a}_{tp} &= \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \\ \vec{a}_{tp} &= \vec{a}_{tt} + \frac{\vec{a}_{ht}}{r} = \frac{\vec{a}_{tt}}{r} + \vec{a}_{ht} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Tại vị trí biên: } v = 0 \Rightarrow a_{ht} = 0 \Rightarrow a_{tp} = a_{tt} = ga_{max}}$$

$$\boxed{\text{Tại vị trí cân bằng: } a = 0 \Rightarrow a_{tt} = 0 \Rightarrow a_{tp} = a_{ht} = ga_{max}^2}$$

$$\boxed{P \cdot 10 = \frac{(a_{tp})_{vcb}}{(a_{tp})_{vcb}} = \frac{ga_{max}}{ga_{max}^2} \Rightarrow a_{max} = 0,1 \Rightarrow A = la_{max} = 10(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn A.}}$$

**Ví dụ 19:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tại vị trí dây treo hợp phương thẳng đứng góc 0,014 rad thì gia tốc góc có độ lớn là

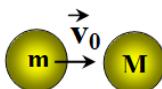
- A.  $0,1 \text{ rad/s}^2$ .      B.  $0,0989 \text{ rad/s}^2$ .      C.  $0,14 \text{ rad/s}^2$ .      D.  $0,17 \text{ rad/s}^2$ .

### Hướng dẫn

$$|g| = \left| \frac{\vec{a}_{tt}}{r} \right| = \frac{g}{1} a = \frac{10}{1} \cdot 0,01 = 0,1 (\text{rad/s}^2) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VẬT LẮC ĐƠN

*Phương pháp giải*



### Đang đứng yên

Vật  $m$  chuyển động vận tốc  $\vec{v}_0$  đến va chạm với vật  $M$ . Gọi  $\vec{v}, \vec{V}$  là vận tốc của  $m$  và  $M$  ngay sau va chạm.

- Nếu va chạm mềm:  $v = V$  nên:  $mv_0 = (m+M)V \Rightarrow V = \frac{mv_0}{(m+M)}$

- Nếu va chạm đàn hồi:  $\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m+M}v_0 \\ v = \frac{m-M}{m+M}v_0 \end{cases}$

## 1) VẬT VA CHẠM VỚI CON LẮC TẠI VỊ TRÍ CÂN BẰNG

Nếu con lắc đơn đang đứng yên tại vị trí cân bằng thì vật m chuyển động với vận tốc  $v_0$  đến va chạm vào nó.

- + Nếu va chạm mềm thì tốc độ của con lắc ngay sau va chạm (tại VTCB) là

$$V = \frac{mv_0}{(m+M)}$$

- + Nếu va chạm đàn hồi thì tốc độ của con lắc ngay sau va chạm (tại VTCB) là

$$V = \frac{2mv_0}{(m+M)}$$

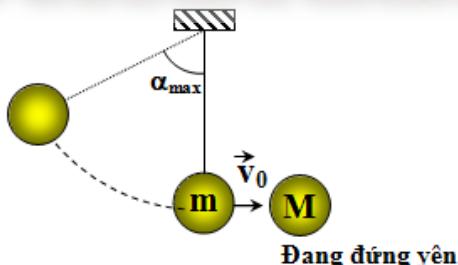
V cũng chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va chạm nên  $V = v_{\max}$  với  $v_{\max}$

tính bằng  $\dot{v}_{\max} = \sqrt{2gh_{\max}} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$  với  $A = la_{\max}$   
 $\dot{v}_{\max} = wA$  (Đạo động bé)  $w = \sqrt{\frac{g}{l}} = 2pf = \frac{2\pi}{T}$

- + Cơ năng sau va chạm (VC):

$$VC \text{ mềm : } W' = W_{d\max} = \frac{(m+M)V^2}{2}$$

$$VC \text{ đàn hồi : } W' = W_{d\max} = \frac{MV^2}{2}$$



Đang đứng yên

## 2) CON LẮC VA CHẠM VỚI VẬT TẠI VỊ TRÍ CÂN BẰNG

Con lắc đơn đang dao động đúng lúc nó đi qua VTCB (có tốc độ cực đại  $v_0 = v_{\max}$ ) thì nó va chạm với vật M đang đứng yên.

Trong đó  $\dot{v}_{\max} = \sqrt{2gh_{\max}} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$   
 $\dot{v}_{\max} = wA$  (Đạo động bé)

- + Nếu va chạm mềm thì  $V = \frac{mv_{\max}}{(m+M)}$  chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va

chạm:  $V = \frac{mv_{\max}}{(m+M)} = v'^{\max}$   $\dot{v}'_{\max} = \sqrt{2gh'_{\max}} = \sqrt{2gl(1 - \cos '\alpha_{\max})}$   
 $\dot{v}'_{\max} = wA'$  (Đạo động bé)

- + Nếu va chạm đàn hồi thì  $|v'| = \left| \frac{m-M}{m+M} v_{\max} \right|$  chính là tốc độ cực đại của con lắc sau va chạm:



$$|v| = \left| \frac{m - M}{m + M} v_{max} \right| = v'_{max} \quad \begin{cases} v'_{max} = \sqrt{2gh'_{max}} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha'_{max})} \\ v'_{max} = wA' \text{ (Đạo động bé)} \end{cases}$$

+ Cơ năng sau va chạm:

$$VC \text{ mềm : } W' = W_{dmax} = \frac{(m + M)V^2}{2}$$

$$VC \text{ đàn hồi : } W' = W_{dmax} = \frac{mv^2}{2}$$

**Ví dụ 1:** Một viên đạn khói lượng 1 kg bay theo phương ngang với tốc độ 10 m/s đến găm vào một quả cầu bằng gỗ khói lượng 1 kg được treo bằng một sợi dây nhẹ, mềm và không dãn dài 2 m. Kết quả là làm cho sợi dây bị lệch đi một góc tối đa so với phương thẳng đứng là  $\alpha_{max}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Hãy xác định  $\alpha_{max}$ .

A.  $63^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $68^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

*Hướng dẫn*

$$V = \frac{mv_0}{(m + M)} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_{max})} \quad \text{P } 5 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2(1 - \cos\alpha_{max})}$$

P  $a_{max} \gg 68^\circ$  P Chọn C.

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn gồm quả cầu A nặng 200 g. Con lắc đang đứng yên tại vị trí cân bằng thì bị một viên đạn có khói lượng 300 g bay ngang với tốc độ 400 cm/s đến va chạm vào A, sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng chuyển động. Lấy giá trị trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , bỏ qua mọi ma sát. Tìm chiều cao cực đại của A so với vị trí cân bằng?

- A. 28,8 (cm).      B. 10 (cm).      C. 12,5 (cm).      D. 7,5 (cm).

*Hướng dẫn*

$$V = \frac{mv_0}{(m + M)} = \sqrt{2gh_{max}} \quad \text{P } \frac{0,3 \cdot 4}{0,3 + 0,2} = \sqrt{20 \cdot h_{max}} \quad \text{P } h_{max} = 0,288(\text{m})$$

P Chọn A.

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm vật nhỏ dao động có khói lượng 50 (g) đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khói lượng gấp đôi nó chuyển động theo phương ngang với tốc độ  $v_0$  đến va chạm mềm với nó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau cùng dao động điều hòa với biên độ dài 2,5 (cm) và chu kỳ  $\pi$  (s).

Giá trị  $v_0$  là

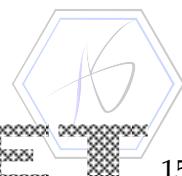
- A. 5 cm/s.      B. 10 cm/s.      C. 12 cm/s.      D. 7,5 cm/s.

*Hướng dẫn*

$$V = \frac{mv_0}{(m + M)} = \frac{100 \cdot v_0}{100 + 50} = \frac{2v_0}{3}$$

V cũng là tốc độ cực đại của dao động điều hòa :

$$V = wA \quad \frac{2v_0}{3} = \frac{2p}{T} \quad A \quad p \quad v_0 = 7,5(\text{cm/s}) \quad \text{P Chọn D.}$$



**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm vật nhỏ dao động có khối lượng  $M$  đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng bằng nó chuyển động the phuong ngang với tốc độ  $20\pi$  (cm/s) đến va chạm đàn hồi với nó. Sau va chạm con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc là  $\alpha_{\max}$  và chu kỳ 1 (s). Lấy gia tốc trọng trường  $\pi^2$  (m/s<sup>2</sup>). Giá trị  $\alpha_{\max}$  là

- A. 0,05 rad.      B. 0,4 rad.      C. 0,1 rad.      D. 0,12 rad.

#### Hướng dẫn

$$V = \frac{2m}{m+M} v_0 = 0,2p \text{ (m/s). Đây chính là tốc độ cực đại của dao động}$$

$$v_{\max} = wA = \frac{2p}{T} \cdot 1 \cdot a_{\max} = \frac{2p}{T} \cdot \frac{T^2 g}{4p^2} \cdot a_{\max} = \frac{T g a_{\max}}{2p} \text{ nên } n$$

$$0,2p = \frac{1 \cdot p^2 a_{\max}}{2p} \Leftrightarrow a_{\max} = 0,4 \text{ (rad)} \Leftrightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu khối lượng  $m_1 = 0,5$  kg, được treo vào một sợi dây không co dãn, khối lượng không đáng kể, có chiều dài  $l = 1$  m. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản của không khí. Cho  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Một vật nhỏ có khối lượng  $m_2 = 0,5$  kg bay với vận tốc  $v_2 = \sqrt{10}$  m/s theo phuong nằm ngang va chạm đàn hồi xuyên tâm vào quả cầu  $m_1$  đang đứng yên ở vị trí cân bằng. Vận tốc qua vị trí cân bằng, độ cao và biên độ góc của  $m_1$  sau va chạm là

- A.  $v = 1$  m/s,  $h = 0,5$  m,  $\alpha_{\max} = 60^\circ$ .      B.  $v = 2$  m/s,  $h = 0,2$  m,  $\alpha_{\max} = 37^\circ$ .  
C.  $v = \sqrt{10}$  m/s,  $h = 0,5$  m,  $\alpha_{\max} = 60^\circ$ .      D.  $v = \sqrt{10}$  m/s,  $h = 0,5$  m,  $\alpha_{\max} = 45^\circ$ .

#### Hướng dẫn

$$V = \frac{2m_2}{m_2 + m_1} v_2 = \sqrt{10} \text{ (m/s)}$$

$$\text{Mặt khác } V = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} \text{ nên } \sqrt{10} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1(1 - \cos \alpha_{\max})}$$

$$\Leftrightarrow a_{\max} = 60^\circ$$

$$h_{\max} = l(1 - \cos \alpha_{\max}) = 0,5 \text{ (m)} \Leftrightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn gồm, vật nhỏ dao động có khối lượng  $m$ , dao động với biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng 3 (kg) đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động với biên độ góc  $\alpha'_{\max}$ . Nếu  $\cos \alpha_{\max} = 0,2$  và  $\cos \alpha'_{\max} = 0,8$  thì giá trị  $m$  là

- A. 0,3 kg.      B. 9 kg.      C. 1 kg.      D. 3 kg.

#### Hướng dẫn

Tốc độ  $m$  ngay trước lúc va chạm :  $v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$ .

Tốc độ  $m$  ngay sau lúc va chạm mềm:  $V = \frac{mv_{\max}}{(m+M)}$ . Đây cũng chính là tốc độ

cực đại của con lắc sau va chạm  $V = \frac{mv_{\max}}{(m+M)} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha'_{\max})}$ .

$$\text{P } \frac{V}{v_0} = \frac{m}{m+M} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha_{\max}}{1 + \cos \alpha_{\max}}} \text{ P } \frac{m}{m+3} = \sqrt{\frac{1 - 0,8}{1 + 0,2}} \text{ P } m = 3(\text{kg}) \text{ P Chọn D.}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài A. Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng bằng nó đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với biên độ dài A'. Chọn kết luận đúng.

- A. A' = A  $\sqrt{2}$ .      B. A' = A/ $\sqrt{2}$ .      C. A' = 2A.      D. A' = 0,5A.

### Hướng dẫn

Tổng động lượng trước va chạm bằng tổng động lượng sau va chạm :

$$mv_{\max} = (m+M)V; \quad \frac{V_{\max}}{V} = \frac{wA}{wA'} \text{ P } \frac{A'}{A} = \frac{V}{V_{\max}} = \frac{m}{m+M} = 0,5 \text{ P Chọn D.}$$

**Ví dụ 8:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với cơ năng W. Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng, nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng bằng nó đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với cơ năng W'. Chọn kết luận đúng.

- A. W' = W $\sqrt{2}$ .      B. W' = W/ $\sqrt{2}$ .      C. W' = 2W.      D. W' = 0,5W.

### Hướng dẫn

Tổng động lượng trước và sau va chạm bằng nhau :  $mv_0 = (m+M)V$

$$\begin{aligned} \text{Trước VC: } W &= \frac{mv_0^2}{2} \\ \text{Sau VC: } W' &= \frac{(m+M)V^2}{2} \end{aligned} \text{ P } \frac{W'}{W} = \frac{m+M}{m} \frac{V^2}{V_0^2} = \frac{m}{m+M} = 0,5 \text{ P Chọn D.}$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn gồm sợi dây dài 90 (cm), vật nhỏ dao động có khối lượng 200 (g), dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm dàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 100 (g) đang nằm yên ở đó. Lấy gia tốc trọng trường 10 ( $\text{m/s}^2$ ). Tốc độ vật dao động của con lắc ngay sau va chạm là

- A. 300 (cm/s).      B. 125 (cm/s).      C. 100 (cm/s).      D. 75 (cm/s).

### Hướng dẫn

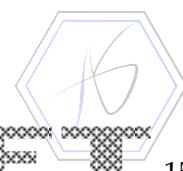
Tốc độ con lắc ngay trước va chạm :

$$v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,9(1 - \cos 60^\circ)} = 3(\text{m/s})$$

Theo định luật bảo toàn động lượng và năng lượng :

$$\begin{aligned} mv_0 &= (m+M)V \\ 0,5mv_0^2 &= 0,5mv_{cb}^2 + 0,5MV^2 \end{aligned} \text{ P } \begin{aligned} V &= \frac{2m}{m+M}v_0 \\ v_{cb} &= \frac{m-M}{m+M}v_0 \end{aligned}$$

$$\text{P } |v_{cb}| = \left| \frac{m-M}{m+M}v_0 \right| = \left| \frac{0,2 - 0,1}{0,2 + 0,1} \cdot 3 \right| = 1(\text{m/s}) \text{ P Chọn C.}$$



**Ví dụ 10:** Một con lắc đơn gồm sợi dây dài 100 (cm), vật nhỏ dao động có khối lượng 100 (g), dao động với biên độ góc  $30^0$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 50 (g) đang nằm yên ở đó. Lấy gia tốc trọng trường  $9,8\text{ (m/s}^2)$ . Li độ góc cực đại con lắc sau va chạm là

- A.  $18^0$ .      B.  $15^0$ .      C.  $9,9^0$ .      D.  $11,5^0$ .

### Hướng dẫn

Cơ năng của con lắc trước va chạm :

$$W = mgl(1 - \cos \alpha_{\max}) = \frac{mv_0^2}{2} \quad 9,8 \cdot 1 \cdot (1 - \cos 30^0) = \frac{v_0^2}{2} \quad v_0 = 1,62\text{ (m/s)}$$

$$\begin{aligned} mv_0 &= (m + M)V \\ 0,5mv_0^2 &= 0,5mv_{cb}^2 + 0,5MV^2 \quad \left| \begin{array}{l} V = \frac{2m}{m + M}v_0 \\ v_{cb} = \frac{m - M}{m + M}v_0 \\ \left| v_{cb} \right| = \left| \frac{m - M}{m + M}v_0 \right| = 0,54\text{ (m/s)} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cơ năng của con lắc sau va chạm : } W &= mgl(1 - \cos \alpha'_{\max}) = \frac{mv_{cb}^2}{2} \\ 9,8 \cdot 1 \cdot (1 - \cos \alpha'_{\max}) &= \frac{0,54^2}{2} \quad \left| \begin{array}{l} \alpha'_{\max} \approx 9,9^0 \quad \text{Chọn C.} \end{array} \right. \end{aligned}$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn gồm vật dao động có khối lượng 400 (g), dao động điều hòa với biên độ dài 8 cm. Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật nhỏ có khối lượng 100 (g) đang nằm yên ở đó. Nếu sau va chạm con lắc vẫn dao động điều hòa thì biên độ dài bây giờ là

- A. 3,6 cm.      B. 2,4 cm.      C. 4,8 cm.      D. 7,5 cm.

### Hướng dẫn

Tốc độ dao động cực đại trước va chạm :  $v_0 = wA$

$$\begin{aligned} mv_0 &= (m + M)V \\ 0,5mv_0^2 &= 0,5mv_{cb}^2 + 0,5MV^2 \quad \left| \begin{array}{l} V = \frac{2m}{m + M}v_0 \\ v_{cb} = \frac{m - M}{m + M}v_0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Tốc độ cực đại của vật dao động sau va chạm :  $|v_{cb}| = wA'$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{A'}{A} = \frac{|v_{cb}|}{v_0} = \frac{|m - M|}{m + M} = 0,6 \\ A' = 4,8\text{ (cm)} \quad \text{Chọn C.} \end{array} \right.$$



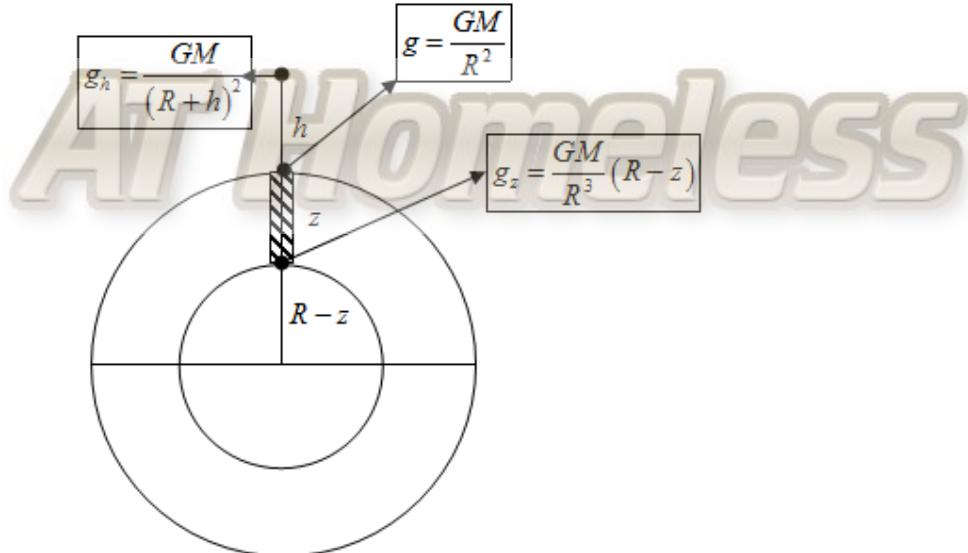
## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐEN THAY ĐỔI CHU KÌ

*Phương pháp giải*

### 1) CHU KÌ THAY ĐỔI LỚN

- + Con lắc đưa lên cao:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l'}{g_h}}}{2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g_h}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM}{(R+h)^2}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{1 + \frac{h}{R}}$$



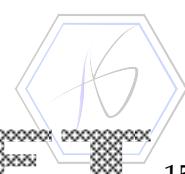
- + Con lắc đưa xuống sâu:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l'}{g_z}}}{2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g_z}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM(R-z)}{R^3}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{R}{R-z}}$$

- + Con lắc đưa lên Thiên Thề:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l'}{g'}}}{2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM}{R'^2}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{M}{M'} \cdot \frac{R'}{R}}$$

- + Con lắc đơn di chuyển trên Trái Đất:  $\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l'}{g'}}}{2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}}$



**Ví dụ 1:** Người ta đưa một con lắc lên tới độ cao  $h = 0,1R$  ( $R$  là bán kính của Trái Đất). Để chu kì không đổi phải thay đổi chiều dài của con lắc như thế nào

- A. Giảm 17%.      B. Tăng 21%.      C. Giảm 21%.      D. Tăng 17%.

### Hướng dẫn

$$1 = \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} + \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{l'}{l} = 0,83 = 1 - 0,17 = 100\% - 17\% \text{ P Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn khi dao động trên mặt đất, chu kì dao động 2,4 s. Đem con lắc lên Mặt Trăng mà không thay đổi chiều dài thì chu kỳ dao động của nó là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng, bán kính Trái Đất bằng 3,7 lần bán kính Mặt Trăng.

- A. 5,8 s.      B. 4,8 s.      C. 3,8 s.      D. 2,8 s.

### Hướng dẫn

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}}}{2\pi \sqrt{\frac{1}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{GM}{R^2}} = \sqrt{\frac{M}{M'} \cdot \frac{R'}{R}} = 9 \cdot \frac{1}{3,7} \text{ P } T' = 5,8(\text{s}) \text{ P Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn khi dao động trên mặt đất tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,819 \text{ m/s}^2$  chu kì dao động 2 (s). Đưa con lắc đơn đến nơi khác có gia tốc trọng trường  $9,793 \text{ m/s}^2$  muôn chu kì không đổi phải thay đổi chiều dài của con lắc như thế nào?

- A. Giảm 0,3%.      B. Tăng 0,5%.      C. Giảm 0,5%.      D. Tăng 0,3%.

### Hướng dẫn

$$1 = \frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}}}{2\pi \sqrt{\frac{1}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \text{ P } \frac{l'}{l} = \frac{g'}{g} = \frac{9,793}{9,819} \Rightarrow 0,997 = 100\% - 0,3\% \text{ P Chọn A.}$$

## 2) CHU KÌ THAY ĐỔI NHỎ

Công thức gần đúng:  $(1+u)^a \gg 1+au$  với  $u \ll 1$ .

$$\sqrt{\frac{1+Dl}{1}} = \sqrt{1} + \frac{Dl}{1} \frac{1}{2} \gg 1 + \frac{1}{2} \frac{Dl}{1}$$

$$\sqrt{\frac{g}{g+Dg}} = \sqrt{1} + \frac{Dg}{g} \frac{1}{2} \gg 1 - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g}$$

$$\sqrt{\frac{1+a t^0}{1+a t^0}} = (1+a t^0)^{\frac{1}{2}} (1+a t^0)^{-\frac{1}{2}} \gg 1 + \frac{1}{2} a t^0 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} a t^0 \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} a (t^0 - t^0)$$

$$\sqrt{\frac{R}{R+z}} = \sqrt{1} - \frac{z}{R} \frac{1}{2} \gg 1 + \frac{1}{2} \frac{z}{R}$$



- + Chu kì thay đổi do thay đổi  $l$  và  $g$ :

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{l'/g'}}{2\pi\sqrt{l/g}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{l+Dl}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g+Dg}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} \frac{Dl}{l} - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g}$$

- + Chu kì thay đổi do chỉ nhiệt độ thay đổi:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+a t'^0}{1+a t^0}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} a (t'^0 - t^0)$$

- + Chu kì thay đổi do cả nhiệt độ và vị trí địa lí thay đổi:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+a t'^0}{1+a t^0}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g+Dg}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} a (t'^0 - t^0) - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g}$$

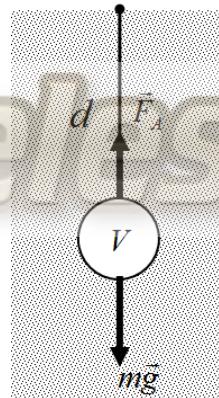
- + Chu kì thay đổi do đưa lên độ cao  $h$  và nhiệt độ cũng thay đổi:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+a t'^0}{1+a t^0}} \cdot \sqrt{\frac{GM/R^2}{GM/(R+h)^2}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} a (t'^0 - t^0) + \frac{h}{R}$$

- + Chu kì thay đổi do lực Acsimet.

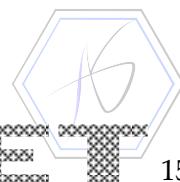
Quả nặng có thể tích  $V$  khi đặt chìm trong chất lỏng hoặc chất khí có khối lượng riêng  $d$  luôn luôn chịu tác dụng của lực dây Acsimet  $F_A = dVg$  (giá trị nhỏ !!). Lực đó gây ra cho vật gia tốc  $\vec{a}$ , có hướng ngược với hướng của  $\vec{g}$  và có độ lớn  $a = \frac{dVg}{m} = \frac{dVg}{DV} = \frac{dg}{D}$  (Với  $D$  là khối lượng riêng của chất làm quả nặng).

Lúc này vai trò của gia tốc trọng trường tác dụng lên vật được thay bằng gia tốc trọng trường hiệu dụng  $\vec{g}'$  có hướng cùng hướng với  $\vec{g}$  và có độ lớn  $g' = g - a = g - \frac{dg}{D}$ .



$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{\alpha}{\alpha_1} \cdot \frac{d \ddot{\theta}^{\frac{1}{2}}}{D \ddot{\theta}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} \frac{d}{D}$$

- + Nếu ngoại lực  $F$  gây ra một gia tốc nhỏ  $a = \frac{F}{m}$  thì cũng được coi là một nguyên nhân dẫn đến sự thay đổi nhỏ của chu kỳ, và gọi chung là sự thay đổi chu kỳ nhỏ theo gia tốc và có:  $\frac{\alpha D T \ddot{\theta}}{T \ddot{\theta}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pm a}{g}$  (lấy dấu - khi ngoại lực cùng hướng với trọng lực và ngược lại thì dấu +).



### “TỔNG HỢP” TẤT CẢ CÁC NGUYÊN NHÂN:

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{1}{2} \frac{Dl}{l} - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g} + \frac{1}{2} a (t'^0 - t^0) + \frac{h}{R} + \frac{d}{2D} \frac{Dl}{Dg} = l' - 1$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn dao động nhở với chu kì  $2,015$  (s). Nếu tăng chiều dài  $0,2\%$  và giảm giá tốc trọng trường  $0,2\%$  thì chu kì dao động bằng bao nhiêu?

- A.  $2,016$  (s).      B.  $2,019$  (s).      C.  $2,020$  (s).      D.  $2,018$  (s).

#### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \frac{T'}{T} &= \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+Dl}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g+Dg}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} \frac{Dl}{l} - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g} \\ &= 1 + \frac{1}{2} 0,002 - \frac{1}{2} (-0,002) \Rightarrow T' \approx 2,019 \text{ (s)} \end{aligned}$$

**Chọn B.**

**Ví dụ 2:** Ở  $23^\circ\text{C}$  tại mặt đất, một con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi đưa con lắc lên cao  $960$  m thì chu kì vẫn là  $T$ . Cho biết hệ số nở dài của thanh treo con lắc là  $2 \cdot 10^{-5}$  ( $1/\text{K}^0$ ), bán kính Trái Đất là  $6400$  km. Nhiệt độ ở độ cao này là bao nhiêu?

- A.  $6^\circ\text{C}$ .      B.  $0^\circ\text{C}$ .      C.  $8^\circ\text{C}$ .      D.  $4^\circ\text{C}$ .

#### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \frac{T'}{T} &= \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+a t'^0}{1+a t^0}} \cdot \sqrt{\frac{GM/R^2}{GM/(R+h)^2}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} a (t'^0 - t^0) + \frac{h}{R} = 1 \\ &\Rightarrow t'^0 = 8^\circ\text{C} \end{aligned}$$

**Chọn C.**

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn, quả cầu làm bằng chất có khối lượng riêng  $D$ , dao động điều hòa trong chân không. Nếu đưa ra không khí (không khí có khối lượng riêng  $d = D/500$ ) thì chu kì dao động điều hòa tăng hay giảm bao nhiêu phần trăm? Bỏ qua mọi ma sát.

- A. giảm  $0,1\%$ .      B. tăng  $0,1\%$ .      C. tăng  $0,5\%$ .      D. giảm  $0,5\%$ .

#### Hướng dẫn

$$\frac{T'}{T} = \frac{2p \sqrt{\frac{1}{g'}}}{2p \sqrt{\frac{1}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g-d \cdot \frac{D}{D}}} \Rightarrow 1 + \frac{d}{2D} \frac{T'-T}{T} = \frac{d}{2D} = 0,001 = 0,1\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn với vật nặng có khối lượng riêng là  $D$ , dao động điều hòa trong nước với chu kì  $T$ . Biết khối lượng riêng của nước là  $D_n = D/2$ . Khi đưa ra ngoài không khí, chu kì dao động là

- A.  $T$ .      B.  $0,5T$ .      C.  $T\sqrt{2}$ .      D.  $0,5T\sqrt{2}$ .

#### Hướng dẫn

$$g_n = g - \frac{F_A}{m} = g - \frac{D_n V g}{VD} = 0,5g \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2p \sqrt{\frac{1}{g}}}{2p \sqrt{\frac{1}{g_n}}} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Cho một con lắc đơn treo ở đầu một sợi dây mảnh dài bằng kim loại, vật nặng làm bằng chất có khối lượng riêng  $D = 8 \text{ (g/cm}^3)$ . Khi dao động nhỏ trong bình chân không đặt trên mặt đất thì chu kỳ dao động là  $T$ . Cho con lắc đơn dao động trong bình chứa một chất khí có khối lượng riêng  $0,002 \text{ (g/cm}^3)$ , đồng thời đưa bình lên độ cao  $h$  so với mặt đất. Ở trên đó nhiệt độ thấp hơn so với mặt đất là  $20^\circ\text{C}$  thì thấy chu kỳ dao động vẫn là  $T$ . Biết hệ số nở dài của dây treo là  $2,32 \cdot 10^{-5} \text{ (K}^{-1})$ . Coi Trái Đất hình cầu, bán kính 6400 (km). Xác định  $h$ .

- A. 9,6 km.      B. 0,96 km.      C. 0,48 km.      D. 0,68 km.

#### Hướng dẫn

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{h}{R} + \frac{d}{2D} \Rightarrow 1 = 1 + \frac{h}{6400} + \frac{0,002}{2,8} \Rightarrow h = 0,68 \text{ (km)} \quad \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn tạo bởi một quả cầu kim loại khối lượng 10 (g) buộc vào một sợi dây mảnh cách điện, sợi dây có hệ số nở dài  $2 \cdot 10^{-5} \text{ (K}^{-1})$ , dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ (m/s}^2)$ , trong điện trường đều hướng thẳng đứng từ trên xuống có độ lớn 9800 (V/m). Nếu tăng nhiệt độ  $10^\circ\text{C}$  và truyền điện tích  $q$  cho quả cầu thì chu kỳ dao động của con lắc không đổi. Điện lượng của quả cầu là

- A. 20 (nC).      B. 2 (nC).      C. -20 (nC).      D. -2 (nC).

#### Hướng dẫn

$$1 = \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1'}{1}} \cdot \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{1 + a t'^0}{1 + a t^0}} \cdot \sqrt{\frac{g + Dg}{g}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} a (t'^0 - t^0) - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g}$$

$$\Rightarrow Dg = g \cdot a (t'^0 - t^0) = 2,98 \cdot 10^{-4} > 0$$

$$\text{Gia tốc tăng } \Rightarrow q > 0 \quad a = \frac{qE}{m} = Dg$$

$$\Rightarrow q = \frac{m \cdot Dg}{E} = \frac{10^{-2} \cdot 2,98 \cdot 10^{-4}}{9,8 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ (C)} \quad \text{Chọn B.}$$

### 3) ĐỒNG HỒ QUẢ LẮC

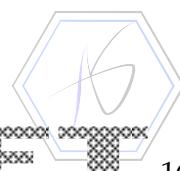
Gọi  $T$ ,  $T'$  lần lượt là chu kỳ của đồng hồ đúng và chu kỳ của đồng hồ sai. Giả sử hai đồng hồ bắt đầu hoạt động cùng một lúc và đến một thời điểm số chỉ của chúng lần lượt là  $t$  và  $t'$ . Theo nguyên tắc cấu tạo của đồng hồ quả lắc thì:  $tT = t'T'$ .

- + Khi đồng hồ chạy sai chỉ  $t'$  (s) thì đồng hồ chạy đúng chỉ:

$$t = t' \cdot \frac{T'}{T} = t' \cdot \sqrt{\frac{1'}{1}} \cdot \sqrt{\frac{g'}{g}}$$

- + Khi đồng hồ chạy đúng chỉ  $t$  (s) thì đồng hồ chạy sai chỉ:

$$t' = t \cdot \frac{T}{T'} = t \cdot \sqrt{\frac{1}{1'}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}}$$



**Ví dụ 1:** Hai đồng hồ quả lắc, đồng hồ chạy đúng có chu kỳ  $T = 2$  s và đồng hồ chạy sai có chu kỳ  $T' = 2,002$  s. Nếu đồng hồ chạy sai chỉ 24 h thì đồng hồ chạy đúng chỉ:

- A. 24 giờ 1 phút 26,4 giây.      B. 24 giờ 2 phút 26,4 giây.  
C. 23 giờ 47 phút 19,4 giây.      D. 23 giờ 44 phút 5 giây.

### Hướng dẫn

$$t = t' \cdot \frac{T'}{T} = 24 \cdot \frac{2,002}{2} \Rightarrow 24^{\text{h}} 26,4'' \text{ P Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Hai đồng hồ quả lắc, đồng hồ chạy đúng có chu kỳ  $T = 2$  s và đồng hồ chạy sai có chu kỳ  $T' = 2,002$  s. Nếu đồng hồ chạy đúng chỉ 24 h thì đồng hồ chạy sai chỉ:

- A. 23 giờ 48 phút 26,4 giây.      B. 23 giờ 49 phút 26,4 giây.  
C. 23 giờ 47 phút 19,4 giây.      D. 23 giờ 58 phút 33,7 giây.

### Hướng dẫn

$$t' = t \cdot \frac{T}{T'} = 24 \cdot \frac{2}{2,002} \Rightarrow 23^{\text{h}} 58'33,7'' \text{ P Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Người ta đưa một đồng hồ quả lắc từ Trái Đất lên Mặt Trăng mà không điều chỉnh lại. Cho biết gia tốc rơi tự do trên Mặt Trăng bằng  $\frac{1}{6}$  gia tốc rơi tự do trên Trái Đất. Theo đồng hồ này (trên Mặt Trăng) thì thời gian Trái Đất tự quay một vòng là

- A.  $24\sqrt{6}$  h.      B. 4 h.      C. 144 h.      D.  $4\sqrt{6}$  h.

### Hướng dẫn

$$t'T' = tT \text{ P } t' = t \cdot \frac{T}{T'} = 24 \sqrt{\frac{g'}{g}} = 24 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6}(\text{h}) \text{ P Chọn D.}$$

Chú ý:

1) Khi đồng hồ chạy đúng chỉ  $t_{\text{đồng hồ đúng}} = t$  thì đồng hồ chạy sai chỉ thời gian:  $t_{\text{đồng hồ sai}} = t \cdot \frac{T}{T'}$ . Độ chênh lệch:

$$\Delta t = t_{\text{đồng hồ đúng}} - t_{\text{đồng hồ sai}} = t - t \cdot \frac{T}{T'} = t \left( 1 - \frac{T}{T'} \right)$$

$\left| \begin{array}{l} > 0 : \text{Đồng sai chạy chậm.} \\ < 0 : \text{Đồng sai chạy nhanh.} \end{array} \right.$

2) Khi đồng hồ chạy sai chỉ  $t_{\text{đồng hồ sai}} = t'$  thì đồng hồ chạy đúng chỉ thời gian:

$$t_{\text{đồng hồ đúng}} = t' \cdot \frac{T'}{T}. \text{ Độ chênh lệch:}$$

$$\Delta t = t_{\text{đồng hồ đúng}} - t_{\text{đồng hồ sai}} = t' \frac{T'}{T} - t' = t' \left( \frac{T'}{T} - 1 \right)$$

$\left| \begin{array}{l} > 0 : \text{Đồng sai chạy chậm.} \\ < 0 : \text{Đồng sai chạy nhanh.} \end{array} \right.$



**Ví dụ 4:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi chiều dài thanh treo  $43,29\text{ m}$ . Nếu chiều dài thanh treo là  $43,11$  thì sau  $1200$  phút (theo đồng hồ chuẩn) nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

- A. chậm 2,5026 phút.  
B. nhanh 2,5026 phút.  
C. chậm 2,4974 phút.  
D. nhanh 2,4974 phút.

## *Hướng dẫn*

$$Dt = t_{\text{cl}}^{\text{ex}} - \frac{T_{\text{ö}}}{T'_{\text{ö}}} = t_{\text{cl}}^{\text{ex}} - \sqrt{\frac{1_{\text{ö}}}{1'_{\text{ö}}}} = 1200 t_{\text{cl}}^{\text{ex}} - \sqrt{\frac{43,29_{\text{ö}}}{43,11_{\text{ö}}}} = 2,5026(\text{min}) < 0 \text{ b Chon B.}$$

**Ví dụ 5:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ khi chiều dài thanh treo 43,29 m. Nếu chiều dài thanh treo là 43,11; số chỉ của nó tăng 1200 phút thì so với đồng hồ chuẩn nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?



## *Hướng dẫn*

$$Dt = t' \frac{\bar{x}^T}{\bar{c}} - \frac{1}{\bar{\theta}} = t' \sqrt{\frac{\bar{I}'}{1}} - \frac{1}{\bar{\theta}} = 1200 \sqrt{\frac{43,11}{43,29}} - \frac{1}{\bar{\theta}} \approx 2,4974(\min) < 0 \text{ p Chon D.}$$

**Ví dụ 6:** Một dòng hò quả lắc chạy đúng khi ở độ cao 9,6 km so với Mặt Đất. Nếu đưa xuống giếng sâu 640 m thì trong khoảng thời gian Mặt Trăng quay 1 vòng (655,68h), nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu? Xem chiều dài không đổi. Biết bán kính Trái Đất là  $R = 6400$  km.

- A. chậm 61 phút.      B. nhanh 61 phút.  
C. chậm 57 phút.      D. nhanh 57 phút.

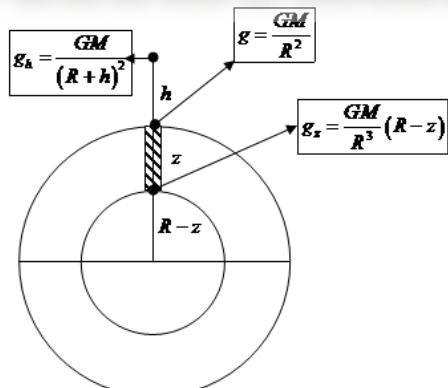
## **Hướng dẫn**

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^3}(R - z)}{\frac{GM}{(R + h)^2}}} = \sqrt{\frac{(R - z)(R + h)^2}{R^3}}$$

Khi đồng hồ chạy đúng chỉ

$$t_{\text{dhd}} = t = 655,68 \text{h}$$

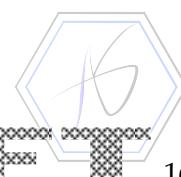
thì đồng hồ chạy sai chỉ:



$$t_{\text{dhs}} = t \frac{T_{\text{dhd}}}{T_{\text{dhs}}} = t \frac{T}{T'} t_{\text{dhs}} = 655,68 \cdot \sqrt{\frac{(6400 - 0,64)(6400 + 9,6)^2}{6400^3}} \gg 656,63 \text{h}$$

Đồng hồ chạy sai nhanh hơn đồng hồ chạy đúng :

656,63h - 655,68h = 0,95h » 57(phut) þ Chon D.



**Ví dụ 7:** Một đồng hồ quả lắc coi như một con lắc đơn với dây treo và vật nặng có khối lượng riêng là  $8,5 \cdot 10^3 \text{ g/cm}^3$ . Giả sử đồng hồ chạy đúng trong chân không với chu kì 2 s thì trong khí quyển đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu sau khi số chỉ của nó tăng thêm  $24^\circ\text{C}$ ? Biết khối lượng riêng của không khí trong khí quyển là  $1,25 \text{ g/cm}^3$ .

- A. nhanh 3,2 s      B. chậm 3,2 s      C. chậm 6,35 s.      D. nhanh 6,35 s.

### Hướng dẫn

$$Dt = t - t' = t \cdot \frac{\alpha T'}{T} - 1 = t \cdot \frac{r}{2D} = 86400 \cdot \frac{1,25}{2,85 \cdot 10^3} \Rightarrow 6,35(s) > 0 \text{ P Chọn C.}$$

Chú ý: Có thể vận dụng công thức:

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{1}{2} \frac{Dl}{1} - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g} + \frac{1}{2} a Dt^0 + \frac{h}{R} + \frac{r}{2D}.$$

**Ví dụ 8:** Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ. Nếu chiều dài giảm 0,02% và gia tốc trọng trường tăng 0,01% thì khi số chỉ của nó tăng thêm 1 tuần, so với đồng hồ chuẩn nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

- A. Chạy chậm 80,7 s.      B. Chạy nhanh 80,7 s.  
C. Chạy chậm 90,72 s.      D. Chạy nhanh 90,72 s.

### Hướng dẫn

$$Dt = t \cdot \frac{\alpha T'}{T} - 1 = t \cdot \frac{\alpha_1}{2} \frac{Dl}{l} - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g} = \\ = 7.86400 \cdot \frac{0,02}{100} - \frac{1 + 0,01 \cdot 0}{2 \cdot 100} = 90,72(s) < 0 \text{ P Chọn D.}$$

Chú ý:

Khi đồng đang chạy sai muôn cho nó chạy đúng thì phải thay đổi chiều dài sao cho:

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{1}{2} \frac{Dl}{l} - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g} + \frac{1}{2} a Dt^0 + \frac{h}{R} + \frac{r}{2D} = 1 \text{ P} \quad \begin{cases} \frac{Dl}{l} > 0 \text{ P tăng} \\ \frac{Dl}{l} < 0 \text{ P giảm} \end{cases}$$

Nếu cứ sau mỗi ngày đêm đồng hồ chạy nhanh  $b$  (s) thì cần phải tăng chiều dài sao cho:  $\frac{1}{2} \frac{Dl}{l} + \frac{b(s)}{24.3600(s)} = 0 \text{ P} \quad \frac{Dl}{l} = ??$

Nếu cứ sau mỗi ngày đêm đồng hồ chạy chậm  $b$  (s) thì cần phải giảm chiều dài sao cho:  $\frac{1}{2} \frac{Dl}{l} + \frac{b(s)}{24.3600(s)} = 0 \text{ P} \quad \frac{Dl}{l} = ??$

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), tại một nơi có gia tốc trọng trường là  $9,819 \text{ m/s}^2$ . Dùng con lắc nói trên để điều khiển đồng hồ quả lắc, ở  $0^\circ$  đồng hồ chạy đúng giờ. Hệ số nở dài của dây treo  $0,0000232 (\text{K}^{-1})$ . Đưa về nơi có gia tốc

roi tự do là  $9,793 \text{ m/s}^2$  và nhiệt độ  $30^\circ\text{C}$ . Để đồng hồ chạy đúng thì phải tăng hay giảm chiều dài bao nhiêu?

- A. Giảm 3,344 mm.  
B. Tăng 3,344 mm.  
C. Giảm 3,345 mm.  
D. Tăng 3,345 mm.

### Hướng dẫn

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{1}{2} \frac{Dl}{l} - \frac{1}{2} \frac{Dg}{g} + \frac{1}{2} a D t^0 = 1 \quad Dl = l \frac{\frac{Dg}{g} - a D t^0}{\frac{1}{2}}$$

$$Dl = 1000 \frac{\frac{9,793}{g} - \frac{9,819}{g}}{\frac{1}{2}} = 2,32 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \frac{\ddot{o}}{\theta} = -3,344(\text{mm}) < 0 \text{ l} \quad \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 10:** Một đồng hồ quả lắc được xem như con lắc đơn mỗi ngày chạy nhanh  $86,4$  (s). Phải điều chỉnh chiều dài của dây treo như thế nào để đồng hồ chạy đúng?

- A. Tăng 0,2%.  
B. Giảm 0,2%.  
C. Tăng 0,4%.  
D. Giảm 0,4%.

### Hướng dẫn

$$\frac{1}{2} \frac{Dl}{l} + \frac{6,485}{24,3600} \frac{\ddot{o}}{\theta} = 0 \text{ l} \quad \frac{Dl}{l} = +0,02\% \text{ l} \quad \text{Chọn A.}$$

## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN DAO ĐỘNG CON LẮC ĐƠN CÓ THÊM TRƯỜNG LỰC

### Phương pháp giải

- + Khi chưa có  $\vec{F}$  dao động của con lắc đơn bị chi phối bởi trọng lực  $\vec{P}$ :
- Tại VTCB, phương của dây treo song song với phương  $\vec{P}$  (hay  $\vec{g}$ ).
- Chu kì dao động:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ .
- + Khi có thêm  $\vec{F}$  dao động của con lắc đơn bị chi phối bởi trọng lực hiệu dụng (còn gọi là trọng lực biều kiến):  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$ .  $\vec{P}'$  có vai trò như  $\vec{P}$ . Gia tốc trọng trường hiệu dụng (biểu kiến):  $\vec{g}' = \frac{\vec{P}'}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$ . Lúc này:
- Tại VTCB, phương của dây treo song song với phương  $\vec{P}'$  (hay  $\vec{g}'$ ).
- Chu kì dao động:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$ .

Vì  $\vec{P}$  (hay  $\vec{g}$ ) có hướng thẳng đứng trên xuống nên để thực hiện các phép cộng

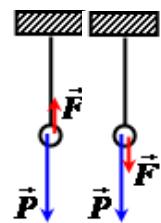
các véc tơ  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$  hay  $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$  ta phân biệt các trường hợp:  $\vec{F}$  hướng

thẳng đứng, hướng ngang và hướng xiên. Cần lưu ý  $\vec{P}'$  (hay  $\vec{g}'$ ) có phương trùng với sợi dây và có chiều sao cho nó luôn có xu hướng kéo căng sợi dây!

+ Khi  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$$

3/4 xuô̄ng 3/4 ®  $g' = g + \frac{\vec{F}}{m}$   
3/4 lê̄n và  $g > \frac{\vec{F}}{m}$  ®  $g' = g - \frac{\vec{F}}{m}$

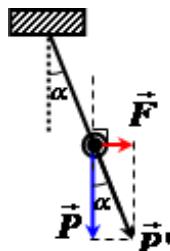


+ Khi  $\vec{F}$  hướng ngang

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$$

3/4 hú̄ng ngang 3/4 ®  $\tan \alpha = \frac{F}{P}$   

$$g' = \sqrt{g^2 + \frac{F^2}{m^2}} = \frac{g}{\cos \alpha}$$

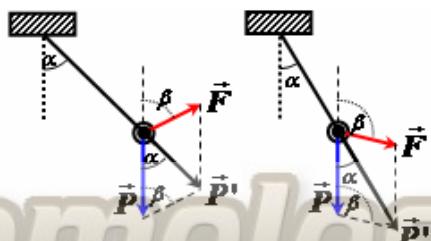


+ Khi  $\vec{F}$  hướng xiên

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$$

3/4 hú̄ng xiên 3/4 ®  $g' = \sqrt{g^2 + \frac{F^2}{m^2} - 2g \frac{F}{m} \cos b}$   

$$\frac{P'}{\sin b} = \frac{F}{\sin a} \quad \sin a = \frac{F}{mg'} \sin b$$



Ta xét các loại lực  $\vec{F}$  phô biến:

- \* Lực điện trường:  $\vec{F} = q\vec{E}$ , độ lớn  $F = |q|E$  (Nếu  $q > 0 \Rightarrow \vec{F} \parallel \vec{E}$ ; còn nếu  $q < 0 \Rightarrow \vec{F} \parallel -\vec{E}$ )
- \* Lực đẩy Ácsimét:  $F_A$  luôn thẳng đứng hướng lên và có độ lớn  $F_A = \rho g V$ . Trong đó:  $\rho$  là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí,  $g$  là gia tốc rơi tự do và  $V$  là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hay chất khí đó.
- \* Lực quán tính:  $\vec{F} = -ma$ , độ lớn  $F = ma$  ( $\vec{F} \parallel -\vec{a}$ )

Ta xét chi tiết các trường hợp nói trên:

- 1) Khi  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng xuống thì  $\vec{P}'$  cũng có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn  $P' = P + F$  nên  $g' = g + F/m$ . Khi  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng lên mà  $F < P$  thì  $\vec{P}'$  có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn  $P' = P - F$  nên  $g' = g - F/m$ . Còn khi  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng lên mà  $F > P$  thì  $\vec{P}'$  có hướng thẳng đứng lên và độ lớn  $P' = F - P$  nên  $g' = F/m - g$ .

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có vật nhỏ bằng sắt nặng  $m = 10$  g đang dao động điều hòa. Đặt trên con lắc một nam châm thì vị trí cân bằng không thay đổi. Biết lực hút của nam châm tác dụng lên vật dao động của con lắc là  $0,02$  N. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Chu kì dao động bé tăng hay giảm bao nhiêu phần trăm so với lúc đầu?

- A. tăng 11,8%      B. giảm 11,8%      C. tăng 8,7%      D. giảm 8,7%

**Hướng dẫn**

Vì nam châm luôn hút sắt nên  $\vec{F}$  hướng thẳng đứng lên mà  $F < P$  thì  $\vec{P}'$  có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn  $P' = P - F$  nên  $g' = g - F/m = 8 \text{ (m/s}^2)$

$$\text{p } \frac{T'}{T} = \frac{2p\sqrt{\frac{1}{g'}}}{2p\sqrt{\frac{1}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{10}{8}} = 1 + 0,118 = 100\% + 11,8\% \text{ p Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn có vật nhỏ bằng sắt nặng  $m = 10 \text{ g}$  đang dao động điều hòa. Đặt dưới con lắc một nam châm thì vị trí cân bằng không thay đổi nhưng chu kì dao động bé của nó thay đổi  $0,1\%$  so với khi không có nam châm. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lực hút của nam châm tác dụng lên vật dao động của con lắc là

- A.  $2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ .      B.  $2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ .      C.  $0,2 \text{ N}$ .      D.  $0,02 \text{ N}$ .

**Hướng dẫn**

$$r' = \frac{F + mg}{m} = g + \frac{F}{m} \quad \text{vì } F \ll mg \quad \text{vì } g' = g + \frac{F}{m} \quad \text{p } T' = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{g}}} \quad T' = T - 0,1\%T = 0,99T$$

$$\frac{1}{0,99} = \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{1 + \frac{F}{mg}} \Rightarrow 1 + \frac{F}{2 \cdot 0,01 \cdot 10} \text{ p } F \approx 2 \cdot 10^{-3} (\text{N}) \text{ p Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn dao động điều hòa tại một nơi nhất định với chu kì  $T$ . Nếu tại đó có thêm trường ngoại lực không đổi có hướng thẳng đứng từ trên xuống thì chu kì dao động nhỏ của con lắc là  $1,15 \text{ s}$ . Nếu đổi chiều ngoại lực thì chu kì dao động  $1,99 \text{ s}$ . Tính  $T$ .

- A.  $0,58 \text{ s}$ .      B.  $1,41 \text{ s}$ .      C.  $1,15 \text{ s}$ .      D.  $1,99 \text{ s}$ .

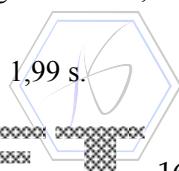
**Hướng dẫn**

$$T = 2p\sqrt{\frac{1}{g}}; T_1 = 2p\sqrt{\frac{1}{g + \frac{F}{m}}}; T_2 = 2p\sqrt{\frac{1}{g - \frac{F}{m}}}$$

$$\text{p } \frac{2}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \text{ p } T = \frac{T_1 T_2 \sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \Rightarrow 1,41(\text{s}) \text{ p Chọn B.}$$

**Ví dụ 4:** (ĐH-2010) Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $50 \text{ cm}$  và vật nhỏ có khối lượng  $0,01 \text{ kg}$  mang điện tích  $q = +5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hòa trong điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $E = 10^4 \text{ V/m}$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi = 3,14$ . Chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A.  $0,58 \text{ s}$ .      B.  $1,40 \text{ s}$ .      C.  $1,15 \text{ s}$ .      D.  $1,99 \text{ s}$ .



### Hướng dẫn

Vì  $q > 0$  nên lực điện trường tác dụng lên vật:  $\vec{F} = q\vec{E}$  cùng hướng với  $\vec{E}$ , tức là  $\vec{F}$  cùng hướng với  $\vec{P}$ . Do đó,  $\vec{P}'$  cũng có hướng thẳng đứng xuống và độ lớn  $P' = P + F$  nên  $g' = g + F/m$  hay

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15(m/s^2) \quad P' = 2p \sqrt{\frac{1}{g'}} \approx 1,15(s)P \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Có ba con lắc đơn cùng chiều dài cùng khối lượng cùng được treo trong điện trường đều có hướng thẳng đứng. Con lắc thứ nhất và thứ hai tích điện  $q_1$  và  $q_2$ , con lắc thứ ba không tích điện (sao cho  $|qE| < mg$ ). Chu kì dao động nhỏ của chúng lần lượt là  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  sao cho  $T_1 = T_3/3$ ,  $T_2 = 5T_3/3$ . Tỉ số  $q_1/q_2$  là

- A. -12,5.      B. -8.      C. 12,5.      D. 8.

### Hướng dẫn

Vì  $T_1 < T_3$  nên gia tốc tăng và vì  $T_2 > T_3$  nên gia tốc giảm !

$$\begin{aligned} T_1 &= 2p \sqrt{\frac{1}{g + \frac{|q_1|E}{m}}} \\ T_2 &= 2p \sqrt{\frac{1}{g - \frac{|q_2|E}{m}}} \\ T_3 &= 2p \sqrt{\frac{1}{g}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} 3 &= \frac{T_3}{T_1} = \sqrt{1 + \frac{|q_1|E}{mg}} \quad \frac{|q_1|E}{mg} = 8 \\ 0,6 &= \frac{T_3}{T_2} = \sqrt{1 - \frac{|q_2|E}{mg}} \quad \frac{|q_2|E}{mg} = 0,64 \end{aligned}$$

$$P \quad \frac{|q_1|}{|q_2|} = 12,5 \quad P \quad \frac{q_1}{q_2} = -12,5 \quad \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn, khối lượng vật nặng tích điện  $Q$ , treo trong một điện trường đều có phương thẳng đứng. Tỉ số chu kì dao động nhỏ khi điện trường hướng lên và hướng xuống là  $7/6$ . Điện tích  $Q$  là điện tích

- A. dương.      B. âm.  
C. dương hoặc âm.      D. có dấu không thể xác định được.

### Hướng dẫn

$$\text{Vì } \frac{T_E^-}{T_{E^-}} = \frac{7}{6} > 1 \quad P \quad T_E^- > T_{E^-} \quad P \quad g_{E^-}^r < g_{E^-}^r \quad P \quad \begin{cases} g_{E^-}^r = g - \frac{QE}{m} \\ g_{E^-}^r = g + \frac{QE}{m} \end{cases} \quad P \quad Q > 0 \quad P \quad \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn, khối lượng vật nặng  $m = 100$  g, treo trong một điện trường đều hướng thẳng đứng xuống dưới, có độ lớn  $E = 9800$  V/m. Khi chưa tích điện cho quả nặng, chu kì dao động nhỏ của con lắc là 2 s, tại nơi có gia tốc

trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Truyền cho quả nặng điện tích  $q > 0$  thì chu kỳ dao động nhỏ của nó thay đổi 0,002 s. Giá trị  $q$  bằng

- A.  $0,2 \mu\text{C}$ .      B.  $3 \mu\text{C}$ .      C.  $0,3 \mu\text{C}$ .      D.  $2 \mu\text{C}$ .

### Hướng dẫn

$$g' = \frac{\frac{F + mg}{m}}{g} = g + \frac{F}{m}$$

$$\Rightarrow T' = T - 0,002 = 1,998(\text{s})$$

$$\frac{2}{1,998} = \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{1 + \frac{qE}{mg}} \Rightarrow 1 + \frac{qE}{2mg} \approx 0,2 \cdot 10^{-6} (\text{C})$$

Chọn A.

**Ví dụ 8:** Một con lắc đơn quả cầu có khối lượng  $m$ , đang dao động điều hòa trên Trái Đất trong vùng không gian có thêm lực  $F$  có hướng thẳng đứng từ trên xuống. Nếu khối lượng  $m$  tăng thì chu kỳ dao động nhỏ

- A. không thay đổi.      B. tăng.  
C. giảm.      D. có thể tăng hoặc giảm.

### Hướng dẫn

$$g' = \frac{\frac{F + mg}{m}}{g} = g + \frac{F}{m}$$

Từ công thức này ta nhận thấy khi  $m$  tăng thì  $T$  tăng  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn có chu kỳ dao động nhỏ 2 (s) khi dao động trong chân không. Quả lắc làm bằng hợp kim khối lượng riêng  $8670 \text{ g/dm}^3$ . Tính chu kỳ dao động nhỏ của con lắc khi dao động trong không khí; khi quả lắc chịu tác dụng của sức dây Acsimet, khối lượng riêng của không khí là  $1,3 \text{ g/dm}^3$ . Bỏ qua mọi ma sát.

- A.  $2,00024 \text{ s}$ .      B.  $2,00015 \text{ s}$ .      C.  $2,00012 \text{ s}$ .      D.  $2,00013 \text{ s}$ .

### Hướng dẫn

Quả lắc chịu thêm lực dây Acsimet  $F_A$  có hướng thẳng đứng lên và có độ lớn  $F_A = \rho g V$ . Trong đó:  $\rho$  là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí,  $g$  là gia tốc rơi tự do và  $V$  là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hay chất khí đó. Lúc này, gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$$g' = g - \frac{F_A}{m} = g - \frac{\rho g V}{m} = g - \frac{\rho g D}{D} g \quad (\text{với } D \text{ là khối lượng riêng của chất làm quả lắc})$$

$$\Rightarrow T' = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{g'}}} = \sqrt{1 - \frac{\rho}{D}} \Rightarrow 1 + \frac{\rho}{2D} \Rightarrow T' = \sqrt{1 + \frac{\rho}{2D}} = \sqrt{1 + \frac{1,3}{2 \cdot 8670}} = 2,00015(\text{s})$$

Chọn B.

**Chú ý:** Khi con lắc đơn đang dao động mà lực  $\vec{F}$  có hướng thẳng đứng bắt đầu tác dụng thì cơ năng thay đổi hay không còn phụ thuộc vào li độ lúc tác dụng:

- + Nếu lúc tác động con lắc qua VTCB ( $\alpha = 0$ ) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại ( $v'_{max} = v_{max}$ ) nên không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.
- + Nếu lúc tác động con lắc qua VT biên ( $\alpha = \pm \alpha_{max}$ ) thì không làm thay đổi biên độ góc ( $\alpha'_{max} = \alpha_{max}$ ) nên tỉ số cơ năng bằng tỉ số thể năng cực đại và bằng tỉ số già tốc.
- + Nếu lúc tác động con lắc qua li độ góc  $\alpha = \pm \alpha_{max}/n$  thì độ biến thiên thể năng lúc này đúng bằng độ biến thiên cơ năng.

$$*a = 0 \Leftrightarrow \frac{W'}{W} = 1 \Rightarrow v'_{max} = v_{max}$$

$$*a = \pm a_{max} \Leftrightarrow \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g} \Rightarrow a'_{max} = a_{max}$$

$$g' = g \pm \frac{F}{m} \quad *a = \frac{a_{max}}{n} \Leftrightarrow DW_t = \frac{m(g' - g)l}{2} a^2 = \frac{m(g' - g)l}{2n^2} a_{max}^2 = \frac{1}{n^2} \frac{g}{g} - \frac{1}{\frac{l}{\theta}} W$$

$$W' = W + DW_t \Leftrightarrow \frac{mg'l}{2} a'_{max}^2 = \frac{mgl}{2} a_{max}^2 + \frac{m(g' - g)l}{2n^2} a_{max}^2$$

$$\boxed{b} a_{max} = ?$$

**Ví dụ 10:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = 5 \mu C$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường. Khi con lắc có li độ bằng 0, tác dụng điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $10^4$  V/m và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Biên độ góc của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 33,3%.      B. tăng 33,3%.      C. tăng 50%.      D. giảm 50%.

### Hướng dẫn

Khi con lắc đơn có thêm lực  $F = qE$  có hướng thẳng đứng xuống dưới thì gia tốc trọng trường hiệu dụng cũng có hướng thẳng đứng xuống dưới và có độ lớn:

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15 \text{ m/s}^2$$

Vì lúc tác động con lắc qua VTCB ( $\alpha = 0$ ) nên không làm thay đổi tốc độ cực đại ( $v'_{max} = v_{max}$ ) và không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.

$$1 = \frac{W'}{W} = \frac{\frac{mg'l}{2} a'_{max}^2}{\frac{mgl}{2} a_{max}^2} = \frac{15 a'_{max}^2}{10 a_{max}^2} \Rightarrow \frac{a'_{max}}{a_{max}} = 1 - 0,333 = 100\% - 33,3\%$$

$\boxed{b}$  Chọn A.

**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhô có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = 5 \mu C$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường. Khi con lắc có vận tốc bằng 0, tác

dụng điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $10^4 \text{ V/m}$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 20%.      B. tăng 20%.      C. tăng 50%.      D. giảm 50%.

### Hướng dẫn

Khi con lắc đơn có thêm lực  $\vec{F} = q\vec{E}$  có hướng thẳng đứng xuống dưới thì gia tốc trọng trường hiệu dụng cũng có hướng thẳng đứng xuống dưới và có độ lớn:

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 10 + \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0,01} = 15 (\text{m/s}^2).$$

Vì lúc tác động con lắc qua VT biên ( $\alpha = \pm \alpha_{\max}$ ) nên không làm thay đổi biên độ góc ( $\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$ ) vì vậy tỉ số cơ năng bằng tỉ số thế năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc.

$$\frac{W'}{W} = \frac{W_t'}{W_t} = \frac{g'}{g} = \frac{g + \frac{qE}{m}}{g} = 100\% + 50\% \text{ P Chọn C.}$$

**Ví dụ 12:** Một con lắc đơn vật nhỏ có khối lượng  $m$  mang điện tích  $q > 0$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường có biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi con lắc có li độ góc  $0,5\alpha_{\max}$ , tác dụng điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $E$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Biết  $qE = mg$ . Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 25%.      B. tăng 25%.      C. tăng 50%.      D. giảm 50%.

### Hướng dẫn

$$g' = g + \frac{qE}{m} = 2g \text{ P } g' - g = g$$

$$W = \frac{mg^2}{2} a_{\max}^2$$

$$a = \frac{a_{\max}}{2} \text{ P } DW_t = \frac{m(g' - g)l}{2} a^2 = \frac{mgl}{2 \cdot 2^2} a_{\max}^2 = \frac{1}{4} W$$

$$W' = W + DW_t = \frac{3}{4} W \text{ P } \frac{W'}{W} = 1,25 = 100\% + 25\% \text{ P Chọn B.}$$

**Chú ý:** Trong công thức tính vận tốc:

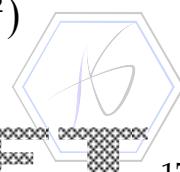
$$v^2 = 2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})^{\frac{3}{4}} \xrightarrow{\frac{3}{4} \max \leq \frac{1}{4}} v^2 = gl(a_{\max}^2 - a^2)$$

$$v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})^{\frac{3}{4}}} \xrightarrow{\frac{3}{4} \max \leq \frac{1}{4}} v_{\max} = \sqrt{gl} a_{\max}$$

lúc này ta thay  $g$  bằng  $g'$ :

$$v^2 = 2g'l(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})^{\frac{3}{4}} \xrightarrow{\frac{3}{4} \max \leq \frac{1}{4}} v^2 = g'l(a_{\max}^2 - a^2)$$

$$v_{\max} = \sqrt{2g'l(1 - \cos \alpha_{\max})^{\frac{3}{4}}} \xrightarrow{\frac{3}{4} \max \leq \frac{1}{4}} v_{\max} = \sqrt{g'l} a_{\max}$$



**Ví dụ 13:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 g, tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc  $54^\circ$  rồi thả nhẹ. Tính tốc độ cực đại của vật.

- A. 0,417 m/s.      B. 0,496 m/s.      C. 2,871 m/s.      D. 0,248 m/s.

### Hướng dẫn

$$g' = g + \frac{F}{m} = 20$$

$$v_{\max} = \sqrt{2g' \cdot l(1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 20 \cdot 0,5 \cdot (1 - \cos 54^\circ)} \approx 2,871 \text{ (m/s)}$$

⇒ Chọn C.

**Chú ý:** Khi con lắc treo trên vật chuyển động biến đổi đều với gia tốc  $\frac{a}{t}$  (Chuyển động nhanh dần đều  $\frac{t}{a} - \frac{a}{v}$  và chuyển động chậm dần đều  $\frac{t}{a} - \frac{a}{v}$ ) theo phương thẳng đứng thì nó chịu thêm lực quán tính:  $F = -ma$ , độ lớn  $F = ma$  ( $F = -a$ ) nên gia tốc trọng trường hiệu dụng:  $\frac{r}{g'} = \frac{r}{g} + \frac{F}{m} = \frac{r}{g} - \frac{a}{m}$

Xét  $a < g$    
 ↑ a hướng xuống ⇒  $\frac{r}{g'} = g - a$  ⇒  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g-a}}$    
 ↑ a hướng lên ⇒  $\frac{r}{g'} = g + a$  ⇒  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g+a}}$

**Ví dụ 14:** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng một nửa gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T'$  bằng

- A.  $2T$ .      B.  $T/2$ .      C.  $T/\sqrt{2}$ .      D.  $T \cdot \sqrt{2}$ .

### Hướng dẫn

$$\frac{r}{a} \text{ hướng xuống} \Rightarrow g' = g - 0,5g \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow T' = T\sqrt{2}$$

⇒ Chọn D.

**Ví dụ 15:** (ĐH-2011) Một con lắc đơn được treo vào trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2,52 s. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 3,15 s. Khi thang máy đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A. 2,96 s.      B. 2,84 s.      C. 2,61 s.      D. 2,78 s.



### Hướng dẫn

Khi đứng yên:  $T = 2p \sqrt{\frac{1}{g}}$

Đi lên nhanh dần đều (<sup>r</sup>a hướng lên):  $T_1 = 2p \sqrt{\frac{1}{g+a}}$

Đi lên chậm dần đều (<sup>r</sup>a hướng xuống):  $T_2 = 2p \sqrt{\frac{1}{g-a}}$

Ta rút ra hệ thức:  $\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = \frac{2}{T^2}$   $\Rightarrow T = \sqrt{2} \sqrt{\frac{T_1 T_2}{T_1^2 + T_2^2}} \approx 2,78(s)$  Chọn D.

**Ví dụ 16:** Một con lắc đơn treo vào trần một thang máy, khi thang máy có gia tốc không đổi  $a$  thì chu kì con lắc tăng 8,46% so với chu kì của nó khi thang máy đứng yên,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Xác định chiều và độ lớn gia tốc  $a$ .

- A. hướng lên trên và độ lớn là  $1,5 \text{ m/s}^2$ .
- B. hướng lên trên và có độ lớn là  $2 \text{ m/s}^2$ .
- C. hướng xuống dưới và có độ lớn là  $2 \text{ m/s}^2$ .
- D. hướng xuống dưới và có độ lớn là  $1,5 \text{ m/s}^2$ .

### Hướng dẫn

Phương pháp chung, biểu diễn  $g'$  theo  $g$ :

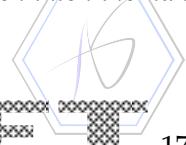
• Nếu  $g' > g$  thì viết:  $g' = g + Dg$   $\Rightarrow$  <sup>r</sup>a hướng lên và  $a = Dg$

• Nếu  $g' < g$  thì viết:  $g' = g - Dg$   $\Rightarrow$  <sup>r</sup>a hướng xuống và  $a = Dg$

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow 1,0846 = \sqrt{\frac{10}{g'}} \Rightarrow g' = 8,5 = g - 1,5 \Rightarrow \begin{cases} \text{a hướng xuống} \\ a = 1,5(m/s^2) \end{cases} \text{ Chọn D.}$$

Chú ý: Khi con lắc đơn đang dao động mà thay máy bắt đầu chuyển động biến đổi đều theo phương thẳng đứng ( $g' = g \pm a$ ) thì cơ năng thay đổi hay không còn phụ thuộc vào li độ lúc tác dụng:

- + Nếu lúc tác động con lắc qua VTCB ( $\alpha = 0$ ) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại ( $v'_{max} = v_{max}$ ) nên không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.
- + Nếu lúc tác động con lắc qua VT biên ( $\alpha = \pm \alpha_{max}$ ) thì không làm thay đổi biên độ góc ( $\alpha'_{max} = \alpha_{max}$ ) nên tỉ số cơ năng bằng tỉ số thé năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc.
- + Nếu lúc tác động con lắc qua li độ góc  $\alpha = \pm \alpha_{max}/n$  thì biên thiên thé năng lúc này đúng bằng độ biên thiên cơ năng.



$$\boxed{\begin{aligned} *a = 0 \quad & \frac{W'}{W} = 1 \quad v'_{\max} = v_{\max} \\ *a = \pm a_{\max} \quad & \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g} \quad a'_{\max} = a_{\max} \\ *a = \frac{a_{\max}}{n} \quad & DW_t = \frac{m(g' - g)l}{2} a^2 = \frac{m(g' - g)l}{2n^2} a_{\max}^2 = \frac{1}{n^2} \frac{g'}{g} - \frac{1}{\theta} W \\ W' = W + DW_t \quad & \frac{mg' l}{2} a_{\max}^2 = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 + \frac{m(g' - g)l}{2n^2} a_{\max}^2 \end{aligned}}$$

**Ví dụ 17:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  với năng lượng dao động 150 mJ. Thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Biết thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng 0. Con lắc sẽ tiếp tục dao động trong thang máy với năng lượng

- A. 144 mJ.      B. 188 mJ.      C. 112 mJ.      D. 150 mJ.

#### Hướng dẫn

Lúc con lắc có  $v = 0$  (ở vị trí biên), thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$  ( $g' = g + a = 12,3 \text{ m/s}^2$ ) thì không làm thay đổi biên độ góc ( $\alpha'_{\max} = \alpha_{\max}$ ) nên tỉ số cơ năng bằng tỉ số thé năng cực đại và bằng tỉ số gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$$\frac{W'}{W} = \frac{W_t'}{W_t} = \frac{g'}{g} \quad W' = 150 \cdot \frac{12,3}{9,8} \Rightarrow 188(\text{mJ}) \quad \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 18:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  với năng lượng dao động 150 mJ. Thang máy bắt đầu chuyển động chậm dần đều lên trên với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Biết thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có li độ bằng nửa li độ cực đại. Con lắc sẽ tiếp tục dao động trong thang máy với năng lượng

- A. 140,4 mJ.      B. 188 mJ.      C. 112 mJ.      D. 159,6 mJ.

#### Hướng dẫn

$$g' = g - a = 7,3(\text{m/s}^2)$$

$$DW_t = \frac{mDgl}{2} a^2 = \frac{m(g' - g)l}{2} a_{\max}^2 = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 \frac{g'}{g} - \frac{1}{\theta^2} = - \frac{25}{392} W$$

$$W' = W + DW_t = 150 - \frac{25}{392} \cdot 150 \Rightarrow 140,4(\text{mJ}) \quad \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 19:** Con lắc đơn treo ở trần một thang máy, đang dao động điều hoà. Khi con lắc về đúng tới vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên thì

- A. biên độ dao động giảm.      B. biên độ dao động không thay đổi.  
C. lực căng dây giảm.      D. biên độ dao động tăng.

### Hướng dẫn

Lúc con lắc qua VTCB ( $\alpha = 0$ ) thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên ( $g' = g + a > g$ ) thì không làm thay đổi tốc độ cực đại ( $v'_{\max} = v_{\max}$ ) nên không làm thay đổi động năng cực đại, tức là không làm thay đổi cơ năng dao động.

$$\frac{mg' l}{2} a'_{\max}^2 = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2 \quad \text{vì } a'_{\max} = a_{\max} \sqrt{\frac{g}{g'}} < a_{\max} \quad \text{Chọn A.}$$

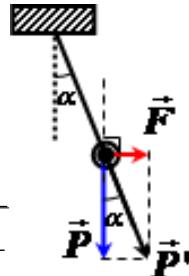
### 2) Khi F hướng ngang

$$r' = \frac{r}{g} + \frac{F}{m} \quad \text{hình ảnh minh họa}$$

$$\tan \alpha = \frac{F}{P}$$

$$P' = \frac{P}{\cos \alpha} = \sqrt{P^2 + F^2}$$

$$P' g' = \frac{P'}{m} = \frac{g}{\cos \alpha} = \sqrt{g^2 + \frac{F^2}{m^2}}$$



**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện buông vào một sợi dây mảnh cách điện dài 1,4 (m). Con lắc được treo trong điện trường đều của một tụ điện phẳng có các bản đặt thẳng đứng, tại nơi có  $g = 9,8 (\text{m/s}^2)$ . Khi vật ở vị trí cân bằng sợi dây lệch  $30^\circ$  so với phương thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Xác định chu kì dao động bé của con lắc đơn.

- A. 2,24 s.      B. 2,35 s.      C. 2,21 s.      D. 4,32 s.

### Hướng dẫn

$$g' = \frac{g}{\cos \alpha} \quad \text{vì } T' = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,4 \cos 30^\circ}{9,8}} = 2,21(\text{s}) \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện dương khối lượng  $\sqrt{3}$  (g) buông vào một sợi dây mảnh cách điện. Con lắc được treo trong điện trường đều của một tụ điện phẳng có các bản đặt thẳng đứng với cường độ điện trường  $10000 (\text{V/m})$ , tại nơi có  $g = 9,8 (\text{m/s}^2)$ . Khi vật ở vị trí cân bằng sợi dây lệch  $30^\circ$  so với phương thẳng đứng. Xác định điện tích của quả cầu.

- A. 0,98  $\mu\text{C}$ .      B. 0,97  $\mu\text{C}$ .      C. 0,89  $\mu\text{C}$ .      D. 0,72  $\mu\text{C}$ .

### Hướng dẫn

$$F = P \tan \alpha \quad qE = mg \tan \alpha \quad q = \frac{mg \tan \alpha}{E} \rightarrow 0,98 \cdot 10^{-6} (\text{C}) \quad \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ 2 s. Quả cầu của con lắc có khối lượng 100 g tích điện dương  $\sqrt{3} \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Người ta treo con lắc trong điện trường đều có cường độ  $10^5 \text{ V/m}$  và có phương nằm ngang. Lấy giá trị trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kì dao động nhỏ của con lắc trong điện trường là

- A. 0,98 s.      B. 1,00 s.      C. 1,41 s.      D. 2,12 s.

### Hướng dẫn

$$g' = \sqrt{g^2 + \frac{\alpha q E \dot{\phi}^2}{m \dot{\theta}}} \quad \text{b} \quad \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\alpha q E \dot{\phi}^2}{mg \dot{\theta}}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{b} \quad T' = 1,41(s) \quad \text{b} \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $l$ , quả nặng có khối lượng  $m$  và mang điện tích dương  $q$  dao động điều hòa tại nơi có giá tốc trọng trường  $g$ . Khi không có điện trường con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T_0$ . Nếu cho con lắc dao động điều hòa trong điện trường giữa hai bản tụ điện phẳng có véc to cường độ điện trường  $E$  ( $qE \ll mg$ ) nằm ngang thì chu kì dao động của con lắc là

- A.  $T = T_0(1+qE/(mg))$ .  
 B.  $T = T_0(1+0,5qE/(mg))$ .  
 C.  $T = T_0(1-0,5qE/(mg))$ .  
 D.  $T = T_0(1-qE/(mg))$ .

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} g' &= \sqrt{g^2 + \frac{\alpha q E \dot{\phi}^2}{m \dot{\theta}}} \quad \text{b} \quad \frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\alpha q E \dot{\phi}^2}{mg \dot{\theta}}}} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{\alpha q E \dot{\phi}^2}{mg \dot{\theta}}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{qE \alpha \dot{\phi}}{mg \dot{\theta}} - \frac{qE \dot{\phi}}{mg \dot{\theta}}} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} \frac{qE \alpha \dot{\phi}}{mg \dot{\theta}} - \frac{1}{2} \frac{qE \dot{\phi}}{mg \dot{\theta}} \\ &\Rightarrow 1 - \frac{qE \dot{\phi}}{2mg \dot{\theta}} \quad \text{b} \quad \text{Chọn C.} \end{aligned}$$

Chú ý: Đối với trường hợp tụ điện phẳng, cường độ điện trường hướng từ bản dương sang bản âm và có độ lớn:

$$E = \frac{U}{d}, \text{ với } U \text{ là hiệu điện thế giữa hai}$$

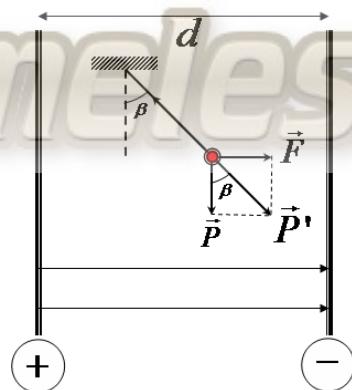
bản tụ và  $d$  là khoảng cách giữa hai bản tụ.

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn dài 25 cm, hòn bi có nặng 10 g và mang điện tích  $q = 10^{-4} \text{ C}$ . Treo con lắc vào giữa hai bản kim loại thẳng đứng, song song, cách nhau 22 cm. Đặt vào hai bản hiệu điện thế một chiều 88 V. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kì dao động nhỏ của nó là

- A.  $T = 0,983 \text{ s.}$       B.  $T = 0,389 \text{ s.}$       C.  $T = 0,659 \text{ s.}$       D.  $T = 0,957 \text{ s.}$

### Hướng dẫn

Lực tĩnh điện có phương ngang, có chiều từ bản âm sang bản dương và có độ lớn  $F = qE = \frac{qU}{d}$ .



$$g' = \sqrt{g^2 + \frac{\alpha F \dot{\theta}^2}{m \ddot{\theta}}} = \sqrt{g^2 + \frac{\alpha q U \dot{\theta}^2}{m d \ddot{\theta}}} = 2\sqrt{29} \text{ m/s} \quad T' = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}} = 0,957(\text{s}) \text{ s} \quad \text{Chọn D.}$$

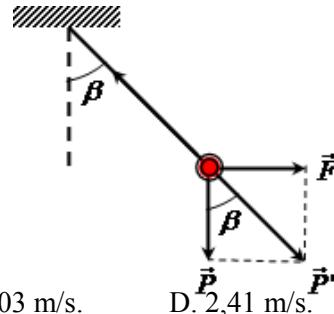
Chú ý: Để tính vận tốc của vật, trước tiên xác định  $g'$ , xác định vị trí cân bằng, rồi từ đó xác định  $\alpha$ ,  $a_{\max}$  và áp dụng các công thức:

$$v^2 = 2g' l (\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})^{3/4} \xrightarrow{\alpha \approx \alpha_{\max}} v^2 = g' l (a_{\max}^2 - a^2)$$

$$v_{\max} = \sqrt{2g' l (1 - \cos \alpha_{\max})^{3/4}} \xrightarrow{\alpha \approx \alpha_{\max}} v_{\max} = \sqrt{g' l} a_{\max}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 g, tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng ngang từ trái sang phải. Lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng góc  $54^\circ$  rồi thả nhẹ. Tính tốc độ cực đại của vật.

- A. 0,42 m/s.      B. 0,35 m/s.      C. 2,03 m/s.      D. 2,41 m/s.



#### Hướng dẫn

$$\tan \beta = \frac{F}{P} = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \text{ rad} \quad \beta = 45^\circ$$

$$g' = \sqrt{g^2 + \frac{\alpha F \dot{\theta}^2}{m \ddot{\theta}}} = \sqrt{10^2 + \frac{\alpha 1 \cdot \dot{\theta}^2}{0,1 \ddot{\theta}}} = 10\sqrt{2} \text{ (m/s}^2)$$

Khi ở VTCB phương dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng một góc  $\beta = 45^\circ$  nên biên độ góc:  $a_{\max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$ .

Vận tốc cực đại:

$$v_{\max} = \sqrt{2g' l (1 - \cos a_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10\sqrt{2} \cdot 0,5 \cdot (1 - \cos 9^\circ)} \approx 0,42 \text{ (m/s)} \quad \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn dây treo có chiều dài 0,5 m, quả cầu có khối lượng 100 g, tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng ngang từ trái sang phải. Lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Kéo con lắc sang phải và lệch so với phương thẳng đứng đúng góc  $54^\circ$  rồi thả nhẹ. Tính tốc độ của vật khi sợi dây sang phải và lệch so với phương thẳng đứng đúng góc  $40^\circ$ .

- A. 0,42 m/s.      B. 0,35 m/s.      C. 2,03 m/s.      D. 2,41 m/s.

#### Hướng dẫn

Tính toán tương tự ví dụ trên. Khi ở VTCB phương dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng đúng một góc  $\beta = 45^\circ$  nên biên độ góc:

$$a_{\max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ \text{ và biên độ góc } a = 45^\circ - 40^\circ = 5^\circ.$$

Tốc độ của vật khi sợi dây sang phải và lệch so với phương thẳng đứng đúng góc  $40^\circ$ :



$$v = \sqrt{2g' \cdot l(\cos\alpha - \cos\alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,5 \cdot (\cos 5^\circ - \cos 9^\circ)} \approx 0,35 \text{ (m/s)}$$

P Chọn B.

**Ví dụ 8:** (ĐH-2012) Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài 1 m và vật nhỏ có khối lượng 100 g mang điện tích  $2 \cdot 10^{-5}$  C. Treo con lắc đơn này trong điện trường đều với vectơ cường độ điện trường hướng theo phương ngang và có độ lớn  $5 \cdot 10^4$  V/m. Trong mặt phẳng thẳng đứng đứng đi qua điểm treo và song song với vectơ cường độ điện trường, kéo vật nhỏ theo chiều của vectơ cường độ điện trường sao cho dây treo hợp với vectơ gia tốc trong trường một góc  $54^\circ$  rồi buông nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Trong quá trình dao động, tốc độ cực đại của vật nhỏ là

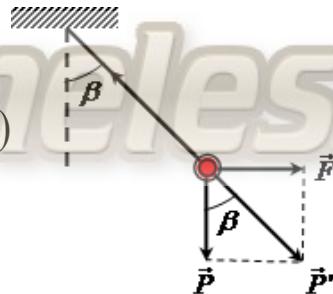
- A. 0,59 m/s.      B. 3,41 m/s.      C. 2,87 m/s.      D. 0,50 m/s.

### Hướng dẫn

Lực tĩnh điện có phương ngang, có độ lớn  $F = qE = 1 \text{ (N)}$ .

$$\tan b = \frac{F}{P} = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \Rightarrow b = 45^\circ$$

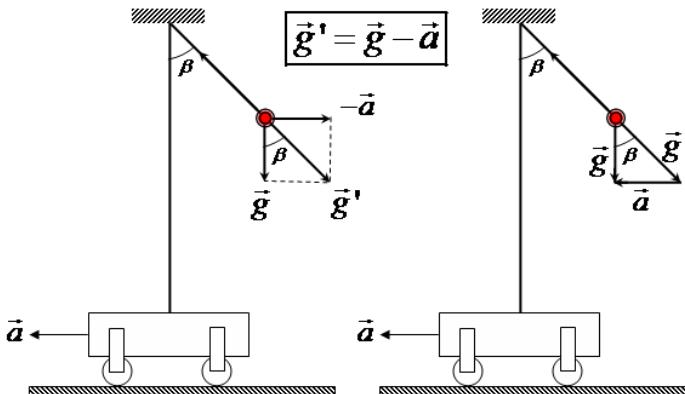
$$g' = \sqrt{g^2 + \frac{qE^2}{m}} = \sqrt{10^2 + \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot (5 \cdot 10^4)^2}{0,1}} = 10\sqrt{2} \text{ (m/s}^2)$$



Khi ở VTCB phương dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng đứng một góc  $\beta = 45^\circ$  nên biên độ góc:  $a_{\max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$ .

Tốc độ cực đại:

$$v_{\max} = \sqrt{2g'l(1 - \cos a_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 \cdot (1 - \cos 9^\circ)} \approx 0,59 \text{ (m/s)}$$



Chú ý: Khi con lắc treo trên vật chuyển động biến đổi đều với gia tốc  $\frac{a}{v}$  (Chuyển động nhanh dần đều  $a - v$  và chuyển động chậm dần đều  $a - \frac{v}{v}$ ) theo phương nằm ngang thì nó chịu thêm lực quán tính:  $F = -ma$ , độ lớn  $F = ma \left( \frac{1}{F} - \frac{1}{v} \right)$  nên gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$r' = g + \frac{F}{m} = g - \frac{r}{a}$ . Khi ở VTCB, phương dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\beta$  và độ lớn giá tốc trọng trường hiệu dụng  $g' > g$ .

$$\tan b = \frac{a}{g}$$

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2} = \frac{g}{\cos b} > g$$

**Ví dụ 9:** (CĐ-2010) Treo con lắc đơn vào trần một ôtô tại nơi có giá tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi ôtô đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2 s. Nếu ôtô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang với giá tốc  $2 \text{ m/s}^2$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng

- A. 2,02 s.      B. 1,82 s.      C. 1,98 s.      D. 2,00 s.

#### Hướng dẫn

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{g'}}}}{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{g}}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{9,8}{9,8^2 + 2^2}} \Rightarrow T' \approx 1,98(\text{s}) \text{ Chọn C.}$$

**Ví dụ 10:** Treo con lắc đơn vào trần một ôtô tại nơi có giá tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi ôtô chuyển động thẳng đều thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 1,5 s. Nếu ôtô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang thì khi ở vị trí cân bằng phương của dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $15^\circ$ . Giá tốc của xe và chu kì dao động điều hòa của con lắc khi xe chuyển động nhanh dần đều lần lượt bằng

- A.  $2,6 \text{ m/s}^2$  và 1,47 s.      B.  $1,2 \text{ m/s}^2$  và 1,37 s.  
C.  $1,5 \text{ m/s}^2$  và 1,27 s.      D.  $2,5 \text{ m/s}^2$  và 1,17 s.

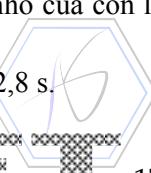
#### Hướng dẫn

$$a = g \tan b = 9,8 \tan 15^\circ \approx 2,6 (\text{m/s}^2)$$

$$\frac{T'}{T} = \frac{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{g'}}}}{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{g}}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\cos 15^\circ} \Rightarrow T' \approx 1,47(\text{s}) \text{ Chọn A.}$$

**Ví dụ 11:** Một ô tô khởi hành trên đường nằm ngang đạt tốc độ  $25 \text{ m/s}$  sau khi chạy nhanh dần đều được quãng đường 125 m. Trần ô tô treo con lắc đơn dài 1,5 m. Cho giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn là

- A. 2,2 s.      B. 1,6 s.      C. 2,4 s.      D. 2,8 s.



### Hướng dẫn

$$v^2 - v_0^2 = 2aS \quad 25^2 - 0 = 2.a.125 \quad a = 2,5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2} \quad T' = 2p \sqrt{\frac{1}{g'}} = 2p \sqrt{\frac{1}{\sqrt{10^2 + 2,5^2}}} \quad T \gg 2,4(\text{s}) \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn được treo vào trần của một xe ô tô đang chuyển động theo phương ngang. Chu kì dao động điều hòa của con lắc đơn trong trường hợp xe chuyển thẳng đều là  $T_1$ , khi xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a$  là  $T_2$  và khi xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a$  là  $T_3$ . Biểu thức nào sau đây đúng?

- A.  $T_2 = T_1 = T_3$ .      B.  $T_2 < T_1 < T_3$ .    C.  $T_2 = T_3 < T_1$ .    D.  $T_2 > T_1 > T_3$ .

### Hướng dẫn

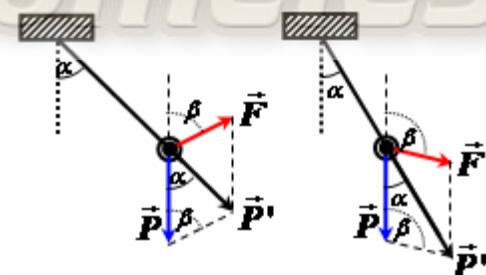
$$T_1 = 2p \sqrt{\frac{1}{g}}; T_2 = 2p \sqrt{\frac{1}{\sqrt{g^2 + a^2}}}; T_3 = 2p \sqrt{\frac{1}{\sqrt{g^2 + a^2}}} \quad T_3 = T_2 < T_1 \quad \text{Chọn C.}$$

### 3) Khi $\vec{F}$ hướng xiên

$$\vec{r}' = \vec{r} + \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{hướng xiên} \quad \text{B.}$$

$$g' = \sqrt{g^2 + \frac{aF\dot{\theta}^2}{m\dot{\theta}}} - 2g \frac{F}{m} \cos b$$

$$\frac{P'}{\sin b} = \frac{F}{\sin a} \quad \text{B.} \quad \sin a = \frac{F}{mg'} \sin b$$



**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn gồm dây dài 1 m vật nặng 100 g dao động điều hòa tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn 1 N có hướng hợp với hướng của trọng lực một góc  $120^\circ$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi ở vị trí cân bằng sợi dây hợp với phương thẳng đứng đúng một góc

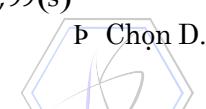
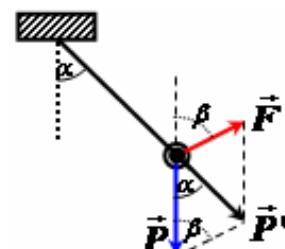
- A.  $30^\circ$  và chu kì dao động của con lắc đơn là 1,99 s.  
 B.  $60^\circ$  và chu kì dao động của con lắc đơn là 1,41 s.  
 C.  $30^\circ$  và chu kì dao động của con lắc đơn là 1,41 s.  
 D.  $60^\circ$  và chu kì dao động của con lắc đơn là 1,99 s.

### Hướng dẫn

$$\vec{r}' = \vec{r} + \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{hướng xiên} \quad \text{B.}$$

$$g' = \sqrt{g^2 + \frac{aF\dot{\theta}^2}{m\dot{\theta}}} - 2g \frac{F}{m} \cos b = 10 \text{ (m/s}^2\text{)} \quad T' = 2p \sqrt{\frac{1}{g'}} \gg 1,99(\text{s})$$

$$\frac{P'}{\sin b} = \frac{F}{\sin a} \quad \text{B.} \quad \sin a = \frac{F}{mg'} \sin b = \frac{1}{0,1.10} \sin 60^\circ \quad a = 60^\circ$$



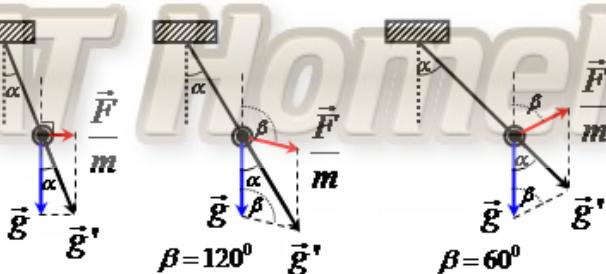
**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì T tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn F có hướng ngang. Nếu quay phương ngoại lực một góc  $30^0$  thì chu kì dao động bằng 1,987 s hoặc 1,147 s. Tính T.

- A. 1,567 s.      B. 1,405 s.      C. 1,329 s.      D. 1,510 s.

### Hướng dẫn

Khi  $\vec{F}$  có phương nằm ngang thì chu kì dao động:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\sqrt{g^2 + \frac{\alpha F \omega^2}{m}}}}$$



Khi  $\vec{F}$  quay xuống một góc  $30^0$ , quay lên một góc  $30^0$  thì chu kì dao động lần lượt là:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\sqrt{g^2 + \frac{\alpha F \omega^2}{m}} - 2g \frac{F}{m} \cos 120^0}};$$

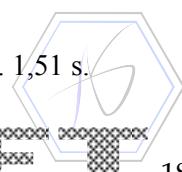
$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\sqrt{g^2 + \frac{\alpha F \omega^2}{m}} - 2g \frac{F}{m} \cos 60^0}}$$

Từ đó rút ra hệ thức liên hệ:

$$\frac{1}{T_1^4} + \frac{1}{T_2^4} = 2 \frac{1}{T^4} \Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{T_1^4 + T_2^4}} \Rightarrow 1,329(s) \text{ Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm quả cầu tích điện dương  $100 \mu\text{C}$ , khối lượng  $100 \text{ g}$  buộc vào một sợi dây mảnh cách điện dài  $1,5 \text{ m}$ . Con lắc được treo trong điện trường đều  $10 \text{ kV/m}$  của một tụ điện phẳng có các bản đặt nghiêng so với phương thẳng đứng dưới góc  $30^0$  (bản trên tích điện dương), tại nơi có  $g = 9,8 \text{ (m/s}^2)$ . Chu kì dao động nhỏ của con lắc trong điện trường là

- A. 0,938 s.      B. 1,99 s.      C. 1,849 s.      D. 1,51 s.



### Hướng dẫn

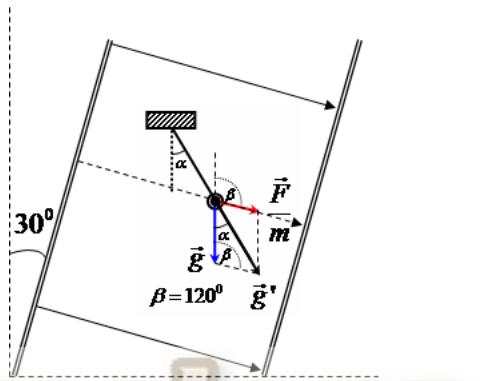
$$F = qE = 100 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^3 = 1(N)$$

$$\begin{aligned} g' &= \sqrt{g^2 + \frac{\alpha F}{m} - 2g \frac{F}{m} \cos b} \\ &= \sqrt{10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10^2 \cos 120^\circ} = 10\sqrt{3} \text{ (m/s}^2\text{)} \end{aligned}$$

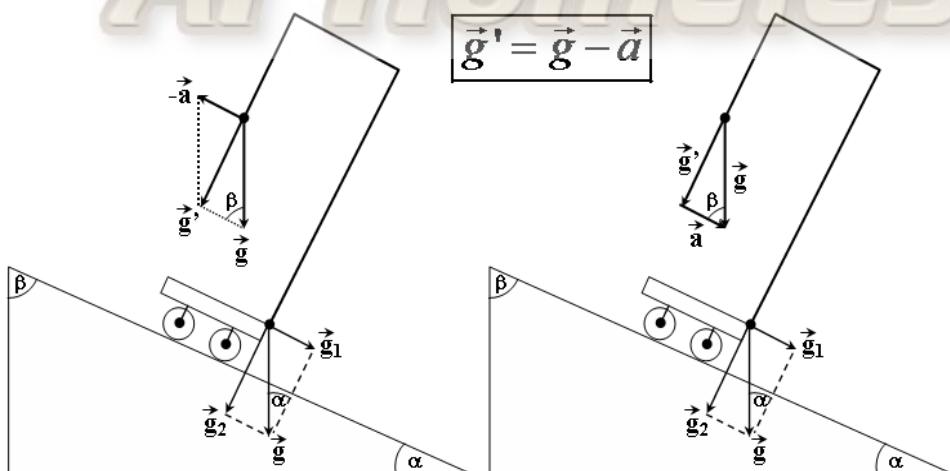
$$P T' = 2p \sqrt{\frac{1}{g'}} \gg 1,849(s) P \text{ Chọn C.}$$

Chú ý: Nếu vật trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng thì chuyển động của nó

là chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a = g_1 = g \sin \alpha$ .



$$\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}$$



Khi con lắc đơn treo trên vật này thì tại vị trí cân bằng, phương của sợi dây vuông góc với mặt phẳng nghiêng và có độ lớn  $g' = g_2 = g \cos \alpha$ .

**Ví dụ 4:** Một toa xe trượt không ma sát trên một đường dốc xuống dưới, góc nghiêng của dốc so với mặt phẳng nằm ngang là  $45^\circ$ . Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Treo lên trần toa xe một con lắc đơn gồm dây treo chiều dài 1,5 (m) nối với một quả cầu nhỏ. Trong thời gian xe trượt xuống, chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn là

- A. 2,89 s.      B. 2,05 s.      C. 2,135 s.      D. 1,61 s.

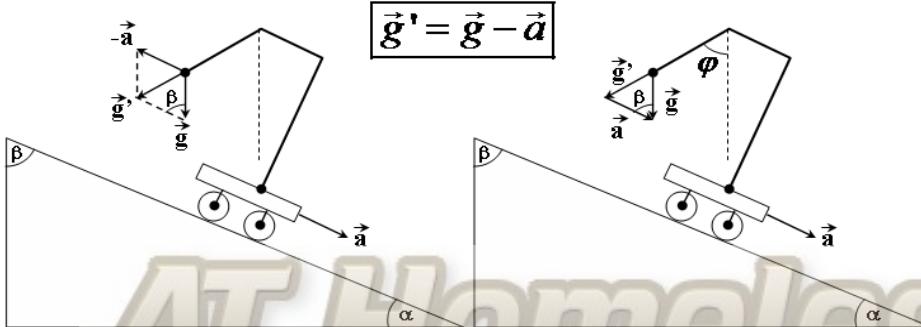
### Hướng dẫn

$$a = g_1 \quad P \quad g' = g_2 = g \cos \alpha$$

$$T' = 2p \sqrt{\frac{1}{g'}} = 2p \sqrt{\frac{1}{g \cos \alpha}} = 2p \sqrt{\frac{1,5}{10 \cos 45^\circ}} \gg 2,89(\text{s}) P \text{ Chọn A.}$$



**Chú ý:** Khi con lắc đơn treo trên vật chuyển động nhanh dần đều xuống dốc thì  
gia tốc trọng trường hiệu dụng  $g' = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga \cos \beta}$  và khi ở vị trí cân  
bằng sợi dây hợp với phương thẳng đứng một góc  $\varphi$  sao cho:  $\frac{a}{\sin \beta} = \frac{g'}{\sin \varphi}$



**Ví dụ 5:** Một xe xuống dốc nhanh dần đều gia tốc  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ , lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Trong xe có một con lắc đơn, khối lượng vật nặng là 200 g. Dây treo dài 1 m, dốc nghiêng  $30^\circ$  so với mặt phẳng nằm ngang. Tìm chu kỳ dao động nhỏ của con lắc?

- A. 1,6 s.      B. 1,9 s.      C. 2,03 s.      D. 1,61 s.

#### Hướng dẫn

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga \cos \beta} = \sqrt{9,8^2 + 0,5^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 0,5 \cos 60^\circ} \Rightarrow 9,56 (\text{m/s}^2)$$

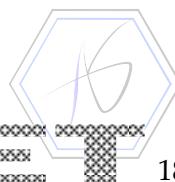
$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{9,56}} \Rightarrow 2,03 (\text{s}) \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn treo vào trần toa xe, lúc xe đứng yên thì nó dao động nhỏ với chu kỳ T. Cho xe chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$ : nếu xe đi xuống dốc thì nó dao động nhỏ với chu kỳ  $T_1$  và nếu xe đi lên dốc thì nó dao động nhỏ với chu kỳ  $T_2$ . Kết luận đúng?

- A.  $T_1 = T_2 > T$ .      B.  $T_1 = T_2 = T$ .      C.  $T_1 < T < T_2$ .      D.  $T_1 > T > T_2$ .

#### Hướng dẫn

Khi xe chuyển động thẳng đều lên trên hay xuống dưới thì  $a = 0$  nên  $g' = g$ . Do đó:  $T_1 = T_2 = T \Rightarrow$  Chọn B.



## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HỆ CON LẮC VÀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT SAU KHI DÂY ĐÚT

*Phương pháp giải*

### 1) Hệ con lắc thay đổi

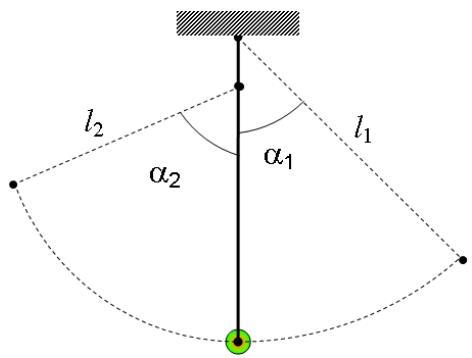
\* Con lắc vướng định

$$T_1 = 2p \sqrt{\frac{l_1}{g}}, \quad T_2 = 2p \sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$W_2 = W_1 \Rightarrow \frac{mgA_1^2}{2l_1} = \frac{mgA_2^2}{2l_2}$$

$$p \frac{mgl_2}{2} a_2^2 = \frac{mgl_1}{2} a_1^2$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$



\* Con lắc đơn va chạm đàn hồi với con lắc lò xo ( $m_1 = m_2$ )

$$\frac{mgl}{2} a_{\max}^2 = \frac{kA^2}{2}$$

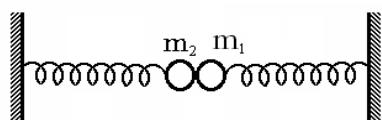
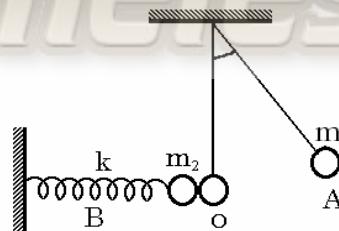
$$T_1 = 2p \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T_2 = 2p \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\frac{k_2 A_2^2}{2} = \frac{k_1 A_1^2}{2}$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

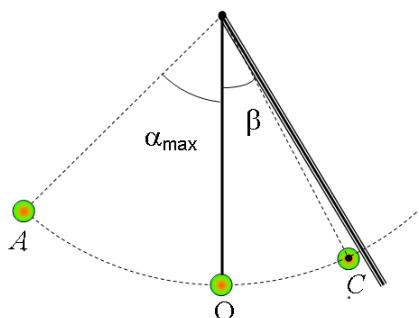


\* Con lắc đơn va chạm với mặt phẳng

$$T_1 = 2p \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + 2t_{OC}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + 2 \frac{1}{w} \arcsin \frac{b}{a_{\max}}$$



**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 m dao động tại nơi có  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ .

Biết rằng khi vật qua vị trí cân bằng, dây treo vướng vào một cái định nằm cách điểm treo một khoảng 75 cm. Chu kì dao động nhỏ của hệ đó là

- A.  $1 + 0,5\sqrt{3}$  (s).      B. 3 (s).      C.  $2 + \sqrt{3}$  (s).      D. 1,5 (s).

### Hướng dẫn

Đạo động của con lắc gồm hai nửa một nửa là con lắc có chu kì  $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}$  ;

một nửa là con lắc có chu kì  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}$  nên chu kì dao động của hệ:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} + 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}} = 1,5(s)\text{P} \quad \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Chiều dài con lắc đơn 1 m. Phía dưới điểm treo O trên phương thẳng đứng có một chiếc đinh đóng vào điểm O' cách O một khoảng OO' = 50 cm. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng đúng một góc  $\alpha = 3^\circ$  rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát. Biên độ cong trước và sau khi vướng đinh là

- A. 5,2 mm và 3,7 mm.      B. 3,0 cm và 2,1 cm.  
 C. 5,2 cm và 3,7 cm.      D. 5,27 cm và 3,76 cm.

### Hướng dẫn

Biên độ cong ban đầu:  $A_1 = l_1 a_{\max 1} = 100 \cdot \frac{3\pi}{180} \Rightarrow 5,2(\text{cm})$

Đạo động của con lắc gồm hai nửa một nửa là con lắc có chiều dài  $l_1$  và biên độ dài  $A_1$  một nửa là con lắc có chiều dài  $l_2$  và biên độ dài  $A_2$ . Vì cơ năng bảo toàn nên:

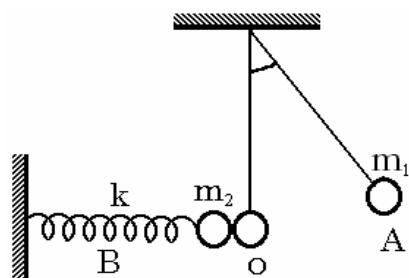
$$W_2 = W_1 \Rightarrow \frac{mg}{2l_1} A_1^2 = \frac{mg}{2l_2} A_2^2 \Rightarrow A_2 = A_1 \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow 3,7(\text{cm})\text{P} \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc chỉ có thể dao động theo phương nằm ngang trùng với trục của lò xo, lò xo có độ cứng 100 N/m và quả cầu nhỏ dao động có khối lượng  $m_1 = 100 \text{ g}$ . Con lắc đơn gồm sợi dây dài  $l = 25 \text{ cm}$  và quả cầu dao động  $m_2$  giống hệt  $m_1$ . Ban đầu hệ ở vị trí cân bằng phương dây treo thẳng đứng lò xo không biến dạng và hai vật  $m_1$  và  $m_2$  tiếp xúc nhau. Kéo  $m_1$  sao cho sợi dây lệch một góc nhỏ rồi buông nhẹ, biết khi qua vị trí cân bằng  $m_1$  va chạm đàn hồi xuyên tâm với  $m_2$ . Bỏ qua mọi ma sát, lấy  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kì dao động của cơ hệ là

- A. 1,02 s.      B. 0,60 s.      C. 1,20 s.      D. 0,81 s.

### Hướng dẫn

Giả sử ban đầu kéo  $m_1$  đến A rồi thả nhẹ, đến O nó đạt tốc độ cực đại sau đó nó va chạm đàn hồi với  $m_2$ . Vì va chạm tuyệt đối đàn hồi và hai vật giống hệt nhau nên sau va chạm  $m_1$  đứng yên tại O và truyền toàn bộ vận tốc cho  $m_2$  làm cho  $m_2$  chuyển động chậm dần làm cho lò xo nén



dần. Đến B m<sub>2</sub> dừng lại tức thời, sau đó, m<sub>2</sub> chuyển động về phía O, khi đến O nó đạt tốc độ cực đại, gấp m<sub>1</sub> đang đứng yên tại đó và truyền toàn bộ vận tốc cho m<sub>1</sub> làm cho m<sub>1</sub> chuyển động đến A. Cứ như vậy, hệ dao động gồm hai nửa quá trình của hai con lắc. Do đó, chu kì dao động của hệ:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \cdot 2p \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,6(s)P \text{ Chọn B.}$$

**Ví dụ 4:** Một quả cầu nhỏ có khối lượng 1 kg được khoan một lỗ nhỏ đi qua tâm rồi được xâu vừa khít vào một thanh nhỏ cứng thẳng đặt nằm ngang sao cho nó có thể chuyển động không ma sát dọc theo thanh. Lúc đầu quả cầu đặt nằm giữa thanh, lấy hai lò xo nhẹ có độ cứng lần lượt 100 N/m và 250 N/m mỗi lò xo có một đầu chạm nhẹ với một phía của quả cầu và đầu còn lại của các lò xo gắn cố định với mỗi đầu của thanh sao cho hai lò xo không biến dạng và trực lò xo trùng với thanh. Đẩy m<sub>1</sub> sao cho lò xo nén một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ, chu kì dao động của cơ hệ là

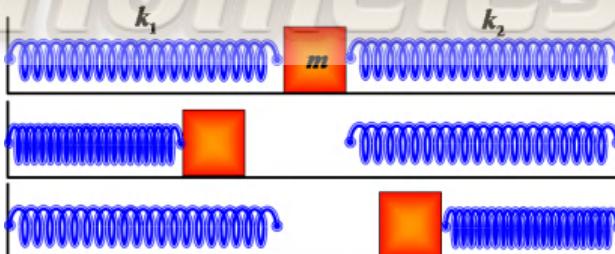
- A. 0,16π s.      B. 0,6π s.      C. 0,51 s.      D. 0,47 s.

#### Hướng dẫn

Khi m chuyển động về bên trái thì m chỉ liên kết với k<sub>1</sub> nên chu kì

$$\text{dao động } T_1 = 2p \sqrt{\frac{m}{k_1}};$$

còn khi m chuyển động



về bên phải m chỉ liên kết với k<sub>2</sub> nên chu kì dao động T<sub>2</sub> = 2p  $\sqrt{\frac{m}{k_2}}$ . Do đó, chu kì dao động của hệ:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \cdot 2p \sqrt{\frac{m}{k_1}} + 2p \sqrt{\frac{m}{k_2}} = p \sqrt{\frac{1}{100}} + \sqrt{\frac{1}{250}} = 0,51(s)P \text{ Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), khối lượng m. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 (rad) và thả cho dao động không vận tốc đầu. Khi chuyển động qua vị trí cân bằng và sang phía bên kia con lắc va chạm đàm hồi với mặt phẳng cố định đi qua điểm treo, góc nghiêng của mặt phẳng và phương thẳng đứng là 0,05 √2 (rad). Lấy gia tốc trọng trường g = π<sup>2</sup> = 9,85 (m/s<sup>2</sup>), bỏ qua ma sát. Chu kì dao động của con lắc là

- A. 1,5 s.      B. 1,33 s.      C. 1,25 s.      D. 1,83 s.

#### Hướng dẫn

$$\text{Chu kì con lắc đơn: } T_1 = 2p \sqrt{\frac{1}{g}} = 2(s)$$

Thời gian ngắn nhất đi từ O đến C:

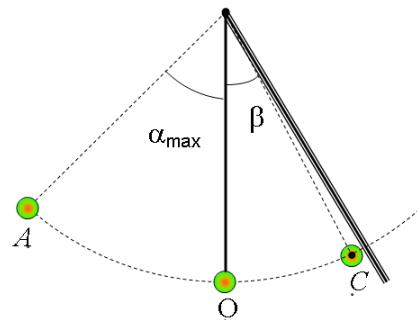


$$\begin{aligned} t_{OC} &= \frac{1}{w} \arcsin \frac{b}{a_{\max}} \\ &= \frac{1}{p} \arcsin \frac{0,05\sqrt{2}}{0,1} = 0,25(s) \end{aligned}$$

Chu kì dao động của hệ:

$$\begin{aligned} T &= t_{AO} + t_{OC} + t_{CO} + t_{OA} \\ &= \frac{T_1}{2} + 2t_{OC} = 1,5(s) \end{aligned}$$

Þ Chọn A.



## 2) Chuyển động của vật sau khi dây đứt

### I) Đứt khi vật đi qua vị trí cân bằng

Tốc độ quả cầu khi dây đứt :

$$v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})}$$

Phương trình chuyển động :

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0,5gt^2 \end{cases}$$

Khi chạm đất :

$$\begin{cases} y_C = h \quad 0,5gt^2 = h \quad t_C = \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{cases}$$

$$x_C = v_0 t_C$$

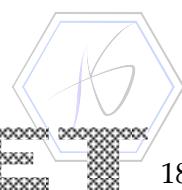
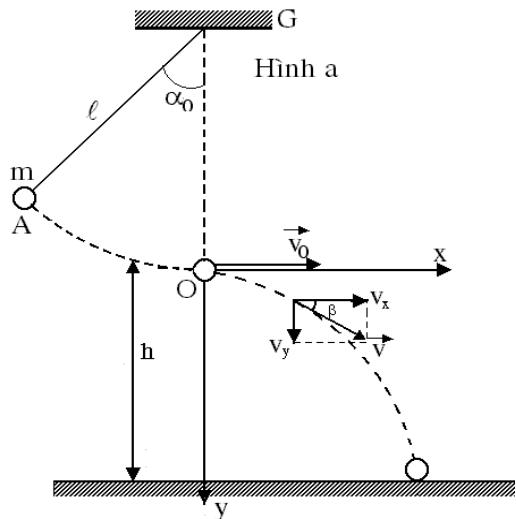
Các thành phần vận tốc :

$$v_x = x' = (v_0 t)' = v_0$$

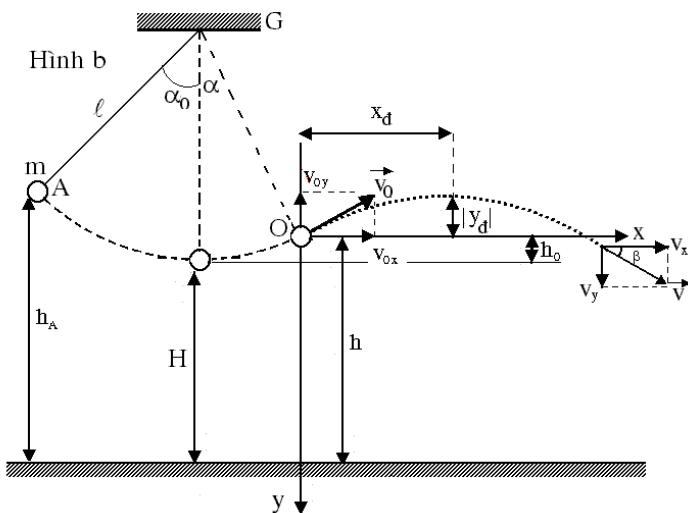
$$v_y = y' = (0,5gt^2)' = gt$$

$$\begin{cases} \tan b = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0} \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$



2) Dứt khi vật đi lên qua vị trí có li độ góc  $\alpha$



Cơ năng lúc đầu:  $W_0 = mgH = mgl(1 - \cos\alpha_{\max})$

Tốc độ quả cầu khi dây đứt:  $v_0 = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_{\max})}$

Sau khi dây đứt vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích vec tơ vận tốc ban đầu:

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \quad \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ \\ v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ \end{cases} \quad v_y = v_{0y} - gt \quad v_y = 0 \text{ khi lên đến vị cao nhất.}$$

Cơ năng tại vị trí bất kì bằng cơ năng tại vị trí cao nhất bằng cơ năng lúc đầu:

$$W = mgh + \frac{mv_{0x}^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} = mgh_{\max} + \frac{mv_{0x}^2}{2} = W_0 = mgH = mgl(1 - \cos\alpha_{\max})$$

**Ví dụ 1:** Một quả cầu A có kích thước nhỏ và có khối lượng  $m = 50 \text{ (g)}$ , được treo dưới một sợi dây mảnh, không dãn có chiều dài  $l = 6,4 \text{ (m)}$ , ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng  $h = 0,8 \text{ (m)}$ . Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng đúng một góc  $60^\circ$ , rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường và lấy giá tốc trọng lượng  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Nếu khi qua O dây bị đứt thì vận tốc của quả cầu khi chạm đất có phuong hợp với mặt phẳng ngang một góc

- A.  $38,6^\circ$ .      B.  $28,6^\circ$ .      C.  $36,6^\circ$ .      D.  $26,6^\circ$ .

**Hướng dẫn**

Tốc độ quả cầu khi dây đứt:  $v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_{\max})} = 8 \text{ (m/s)}$

Phương trình chuyển động:  $\begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0,5gt^2 \end{cases}$



$$\text{Khi chạm đất : } y_C = h \Rightarrow 0,5gt^2 = h \Rightarrow t_C = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = 0,4(\text{s})$$

$$\text{Các thành phần vận tốc :} \begin{cases} v_x = x' = (v_0 t)' = v_0 \\ v_y = y' = (0,5gt^2)' = gt \end{cases} \Rightarrow \tan b = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}$$

$$\text{Tại vị trí chạm đất : } \tan b_C = \frac{gt}{v_0} = \frac{10 \cdot 0,4}{8} \Rightarrow b_C \approx 26,6^\circ \text{ Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Một quả cầu A có kích thước nhỏ và có khối lượng  $m = 50 \text{ (g)}$ , được treo dưới một sợi dây mảnh, không dãn có chiều dài  $l = 6,4 \text{ (m)}$ , ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng  $h = 0,8 \text{ (m)}$ . Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng một góc  $60^\circ$ , rồi buông nhẹ cho nó chuyển động. Bỏ qua lực cản môi trường và lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Nếu khi qua O dây bị đứt thì vận tốc của quả cầu khi chạm đất có độ lớn

- A.  $6 \text{ m/s.}$       B.  $4\sqrt{3} \text{ m/s.}$       C.  $4 \text{ m/s.}$       D.  $4\sqrt{5} \text{ m/s.}$

### Hướng dẫn

$$\text{Tốc độ quả cầu khi dây đứt : } v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} = 8(\text{m/s})$$

$$\text{Phương trình chuyển động :} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0,5gt^2 \end{cases}$$

$$\text{Khi chạm đất : } y_C = h \Rightarrow 0,5gt^2 = h \Rightarrow t_C = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = 0,4(\text{s})$$

Các thành phần vận tốc :

$$\begin{cases} v_x = x' = (v_0 t)' = v_0 \\ v_y = y' = (0,5gt^2)' = gt \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0)^2 + (gt)^2}$$

$$\text{Khi chạm đất : } v = \sqrt{(v_0)^2 + (gt_C)^2} = \sqrt{(8)^2 + (10 \cdot 0,4)^2} = 4\sqrt{5} \text{ (m/s)} \text{ Chọn D.}$$

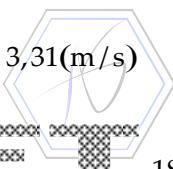
**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dãn có chiều dài  $1,5 \text{ (m)}$ . Kéo quả cầu lên cao đến vị trí cân bằng O một góc  $60^\circ$  rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Bỏ qua ma sát và lấy gia tốc trọng trường là  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Khi quả cầu đi lên đến vị trí có li độ góc  $30^\circ$  thì dây bị tuột ra rồi sau đó quả cầu chuyển đến độ cao cực đại so với O là

- A.  $0,32 \text{ m.}$       B.  $0,14 \text{ m.}$       C.  $0,34 \text{ m.}$       D.  $0,75 \text{ m.}$

### Hướng dẫn

$$\text{Cơ năng lúc đầu : } W_0 = mgH = mgl(1 - \cos \alpha_{\max})$$

$$\text{Tốc độ quả cầu khi dây đứt : } v_0 = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = 3,31(\text{m/s})$$



Sau khi dây đứt vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích vécтор vận tốc ban đầu:  $\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}$

$$v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ = 2,86 \text{ m/s} \quad \text{Thành phần vận tốc này được bảo toàn}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ = 1,655 \text{ m/s} \quad v_y = v_{0y} - gt \quad v_y = 0 \text{ khi lên đến vị cao nhất.}$$

Tại vị trí cao nhất cơ năng bằng cơ năng lúc đầu :

$$W_{cn} = mgh + \frac{mv_{0x}^2}{2} = W_0 = mgl(1 - \cos \alpha_{max})$$

$$10.h + \frac{2,86^2}{2} = 10.1,5.(1 - \cos 60^\circ) \quad h \approx 0,34(\text{m}) \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dãn. Lúc đầu người ta giữ quả cầu ở độ cao so với vị trí cân bằng O là H rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Khi quả cầu đi lên đến vị trí có tốc độ bằng nửa tốc độ cực đại thì dây bị tuột ra rồi sau đó quả cầu chuyển đến độ cao cực đại so với O là h. Nếu bỏ qua mọi ma sát thì

- A.  $h = H$ .      B.  $h > H$ .      C.  $h < H$ .      D.  $H < h < 2H$

### Hướng dẫn

Cơ năng luôn được bảo toàn. Sau khi dây đứt tại độ cao cực đại vẫn còn động năng và thế năng, còn khi dây chưa đứt tại độ cao cực đại chỉ có thế năng. Vì vậy thế năng cực đại sau khi dây đứt nhỏ hơn thế năng cực đại trước khi dây đứt, nghĩa là  $h < H \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dãn có chiều dài 2,5 (m). Kéo quả cầu lệch ra khỏi vị trí cân bằng O một góc  $60^\circ$  rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Chọn mốc thế năng ở vị trí cân bằng, bỏ qua ma sát và lấy giá trị trọng trường là  $10 (\text{m/s}^2)$ . Khi quả cầu đi lên đến vị trí có li độ góc  $45^\circ$  thì dây bị tuột ra. Sau khi dây tuột, tính góc hợp bởi vecto vận tốc của quả cầu so với phương ngang khi thế năng của nó bằng không.

- A.  $38,8^\circ$ .      B.  $48,6^\circ$ .      C.  $42,4^\circ$ .      D.  $62,9^\circ$ .



### Hướng dẫn

Cơ năng lúc đầu :  $W_0 = mgH = mgl(1 - \cos\alpha_{max})$

Tốc độ quả cầu khi dây đứt :  $v_0 = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_{max})} = 3,22 \text{ m/s}$

Sau khi dây đứt vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích vec tơ vận tốc ban đầu:  $\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}$

$v_{0x} = v_0 \cos 45^\circ = 2,28 \text{ m/s}$  p Thành phần vận tốc này được bảo toàn

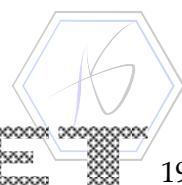
$v_{0y} = v_0 \sin 45^\circ = 2,28 \text{ m/s}$

Tại vị trí thể năng triệt tiêu, cơ năng bằng cơ năng lúc đầu :

$$\frac{mv_{0x}^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} = mgl(1 - \cos\alpha_{max}) \quad \frac{2,28^2}{2} + \frac{v_y^2}{2} = 10,2,5.(1 - \cos 60^\circ)$$

p  $v_y \approx 4,45 \text{ m/s}$

$$p \tan b = \frac{v_y}{v_x} = \frac{4,45}{2,28} \quad p \quad b \approx 62,9^\circ \quad p \quad \text{Chọn D.}$$



## Chương 4.

# ĐAO ĐỘNG TẮT DÀN. ĐAO ĐỘNG DUY TRÌ. ĐAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC. CỘNG HƯỚNG

## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HIỆN TƯỢNG CỘNG HƯỚNG

*Phương pháp giải*

Hiện tượng cộng hướng xảy ra khi chu kì dao động cuồng bức bằng chu kì dao

$$T_{cb} = \frac{DS}{v} = \frac{2p}{w_{cb}}$$

động riêng:  $T_{cb} = T_0$

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2p}{w_0} = 2p\sqrt{\frac{m}{k}} = 2p\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Đổi đơn vị:

$$1(\text{km/h}) = \frac{1}{3,6}(\text{m/s})$$
$$1(\text{m/s}) = 3,6(\text{km/h})$$

**Ví dụ 1:** Một hành khách dùng dây cao su treo một chiếc ba lô lên trần toa tàu, ngay phía trên một trục bánh xe của toa tàu. Khối lượng của ba lô 16 (kg), hệ số cứng của dây cao su 900 (N/m), chiều dài mỗi thanh ray là 12,5 (m), ở chỗ nối hai thanh ray có một khe nhỏ. Hồi tàu chạy với tốc độ bao nhiêu thì ba lô dao động mạnh nhất?

- A. 13 m/s.      B. 14 m/s.      C. 15 m/s.      D. 16 m/s.

*Hướng dẫn*

$$T_{cb} = T_0 \Leftrightarrow \frac{DS}{v} = 2p\sqrt{\frac{m}{k}} \Leftrightarrow \frac{12,5}{v} = 2p\sqrt{\frac{16}{900}} \Leftrightarrow v = 15(\text{m/s}) \text{ Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn dài 0,3 m được treo vào trần của một toa xe lửa. Con lắc bị kích động mỗi khi bánh xe của toa xe gặp chỗ nối nhau của các đoạn đường ray. Biết chiều dài mỗi thanh ray là 12,5 (m) và lấy gia tốc trọng trường 9,8 m/s<sup>2</sup>. Hồi tàu chạy với tốc độ bao nhiêu thì biên độ của con lắc lớn nhất?

- A. 60 km/h.      B. 11,4 km/h.      C. 41 km/h.      D. 12,5 km/h.

*Hướng dẫn*

$$T_{cb} = T_0 \Leftrightarrow \frac{DS}{v} = 2p\sqrt{\frac{l}{g}} \Leftrightarrow \frac{12,5}{v} = 2p\sqrt{\frac{0,3}{9,8}} \Leftrightarrow v = 11,4(\text{m/s}) = 41(\text{km/h})$$

Chọn C.

**Ví dụ 3:** Một người đèo hai thùng nước ở phía sau xe đạp và đạp xe trên con đường lát bê tông. Cứ cách 3 m, trên đường lại có một rãnh nhỏ. Đổi với người đó tốc độ nào là không có lợi? Cho biết chu kì dao động riêng của nước trong thùng là 0,6 s.

- A. 13 m/s.      B. 14 m/s.      C. 5 m/s.      D. 6 m/s.

### Hướng dẫn

Khi chu kì dao động riêng của nước bằng chu kì dao động cưỡng bức thì nước trong thùng dao động mạnh nhất (dễ té ra ngoài nhất! nên không có lợi).

$$T_{cb} = T_0 \cdot \frac{DS}{v} = T \cdot \frac{DS}{T} = 5(m/s) \cdot 1 \text{ s} \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Một hệ gồm hai lò xo ghép nối tiếp có độ cứng lần lượt là  $k_1$  và  $k_2 = 400 \text{ N/m}$  một đầu lò xo gắn với vật nặng dao động có khối lượng  $m = 2 \text{ kg}$ , treo đầu còn lại của hệ lò xo lên trần xe tàu lửa. Con lắc bị kích động mỗi khi bánh xe của toa xe gặp chỗ nối nhau của các đoạn đường ray. Biết chiều dài mỗi thanh ray là  $12,5 \text{ (m)}$ . Biết vật dao động mạnh nhất lúc tàu đạt tốc độ  $45 \text{ km/h}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Giá trị  $k_1$  là

- A.  $100 \text{ N/m}$ .      B.  $50 \text{ N/m}$ .      C.  $200 \text{ N/m}$ .      D.  $400 \text{ N/m}$ .

### Hướng dẫn

*Chú ý: Độ cứng tương đương của hệ lò xo ghép song song và ghép nối tiếp lần lượt là:*

$$\begin{cases} k = k_1 + k_2 + \dots \\ \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots \end{cases}$$

$$T_{cb} = T_0 \cdot \frac{DS}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 k_2}} \cdot \frac{12,5}{12,5} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{400 \cdot k_1}} \cdot \frac{1}{1} \text{ s} \quad k_1 = 100(\text{N/m})$$

Đáp án: Chọn A.

**Ví dụ 5:** Một lò xo nhẹ một đầu lò xo gắn với vật nặng dao động có khối lượng  $m$ , treo đầu còn lại lò xo lên trần xe tàu lửa. Con lắc bị kích động mỗi khi bánh xe của toa xe gặp chỗ nối nhau của các đoạn đường ray (các chỗ nối cách đều nhau). Con lắc dao động mạnh nhất khi tàu có tốc độ  $v$ . Nếu tăng khối lượng vật dao động của con lắc lò xo thêm  $0,45 \text{ kg}$  thì con lắc dao động mạnh nhất khi tốc độ của tàu là  $0,8v$ . Giá trị  $m$  là

- A.  $0,8 \text{ kg}$ .      B.  $0,45 \text{ kg}$ .      C.  $0,48 \text{ kg}$ .      D.  $3,5 \text{ kg}$ .

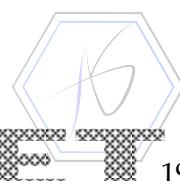
### Hướng dẫn

Điều kiện cộng hưởng đối với con lắc lò xo:

$$T_{cb} = T_0 \cdot \frac{DS}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\begin{cases} \frac{DS}{v_1} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \\ \frac{DS}{v_2} = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} \end{cases} \quad \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \quad 0,8 = \sqrt{\frac{m}{m + 0,45}} \quad m = 0,8(\text{kg})$$

Đáp án: Chọn A.



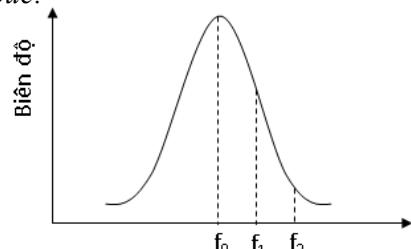
*Chú ý: Để so sánh biên độ dao động cường bức:*

- + Xác định vị trí cộng hưởng:

$$w_0 = \frac{2p}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

- + Vẽ đường cong biểu diễn sự phụ thuộc biên độ dao động cường bức vào tần số dao động cường bức.

- + So sánh biên độ và lưu ý: càng gần vị trí cộng hưởng biên độ càng lớn, càng xa vị trí cộng hưởng biên độ càng bé.



**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ khối lượng  $m = 250$  g và lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $100$  N/m. Con lắc dao động cường bức theo phương trình với trục của lò xo dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn  $F = F_0 \cos \omega t$  (N). Khi thay đổi  $\omega$  thì biên độ dao động của viên bi thay đổi. Khi  $\omega$  lần lượt là  $10$  rad/s và  $15$  rad/s thì biên độ dao động của viên bi tương ứng là  $A_1$  và  $A_2$ . So sánh  $A_1$  và  $A_2$ .

- A.  $A_1 = 1,5A_2$ .      B.  $A_1 = A_2$ .      C.  $A_1 < A_2$ .      D.  $A_1 > A_2$ .

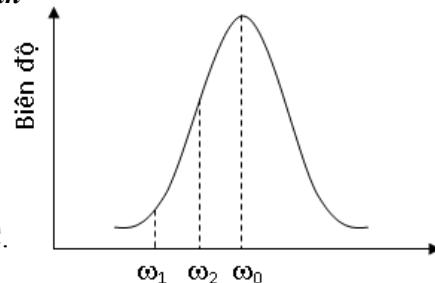
### Hướng dẫn

Tại vị trí cộng hưởng:

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,25}} = 20(\text{rad/s}).$$

Vì  $\omega_1$  xa vị trí cộng hưởng hơn

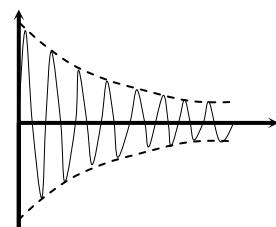
$\omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2 < \omega_0$ ) nên  $A_1 < A_2 \Rightarrow$  Chọn C.



## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN DAO ĐỘNG TẮT DÀN CỦA CON LẮC LÒ XO

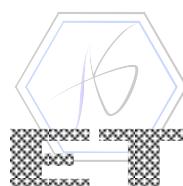
*Phương pháp giải:*

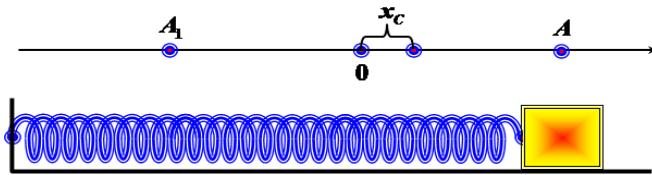
Ta chỉ xét trường hợp ma sát nhỏ (đo động tắt dần chậm). Ta xét bài toán dưới hai góc độ: Khảo sát gần đúng và khảo sát chi tiết.



### I. KHẢO SÁT GẦN ĐÚNG

Lúc đầu cơ năng dao động là  $W$  ( $W = \frac{kA^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2}$ ), do ma sát nên cơ năng giảm dần và cuối cùng nó dừng lại ở li độ  $x_C$  rất gần vị trí cân bằng ( $W_C = \frac{kx_C^2}{2} \gg 0$ ).





Gọi  $S$  là tổng quãng đường đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn, theo định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng thì độ giãm cơ năng ( $W - W_C$ ) đúng bằng công của lực ma sát ( $A_{ms} = F_{ms}S$ ).

$$W - \underbrace{W_C}_{> 0} = F_{ms}S \quad \text{Þ} \quad S = \frac{W}{F_{ms}}$$

( $F_{ms} = \mu mg$  (nếu dao động phuong ngang),  $F_{ms} = \mu mg \cos \alpha$  (nếu dao động phuong xiên góc  $\alpha$ ) với  $\mu$  là hệ số ma sát).

**Ví dụ 1:** Một vật khối lượng 100 (g) gắn với một lò xo có độ cứng 100 N/m, vật chỉ dao động được trên trục Ox nằm ngang trùng với trục của lò xo. Ban đầu, kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 8 (cm) rồi truyền cho vật vận tốc 60 cm/s hướng theo phuong Ox. Trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng một lực cản không đổi 0,02 N. Tổng chiều dài quãng đường mà vật đi được từ lúc bắt đầu dao động cho tới lúc dừng lại.

- A. 15,6 m.      B. 9,16 m.      C. 16,9 m.      D. 15 m.

**Hướng dẫn**

$$S = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{\frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2}}{F_C} = \frac{\frac{100.0,08^2}{2} + 0,1.0,6^2}{2.0,02} = 16,9(\text{m}) \quad \text{Þ} \quad \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Một vật nhỏ đang dao động điều hòa dọc theo một trục nằm trên mặt phẳng ngang trên đệm không khí có li độ  $x = 2\sqrt{2} \cos(10\pi t + \pi/2)$  cm (t đo bằng giây). Lấy giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Nếu tại thời điểm  $t = 0$ , đệm không khí ngừng hoạt động, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng là 0,1 thì vật sẽ đi thêm được tổng quãng đường là bao nhiêu?

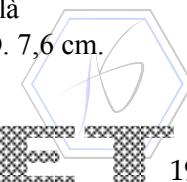
- A. 15 cm.      B. 16 cm.      C. 18 cm.      D. 40 cm.

**Hướng dẫn**

$$S = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{\frac{mw^2A^2}{2}}{mmg} = \frac{w^2A^2}{2.ng} = \frac{(10\pi)^2(0,02\sqrt{2})^2}{2.0,1.p^2} = 0,4(\text{m}) \quad \text{Þ} \quad \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo có độ cứng 62,5 N/m, vật nặng có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$  dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $A$  rồi thả nhẹ. Quãng đường mà vật đã đi cho đến khi dừng hẳn là 2,4 m. Giá trị của  $A$  là

- A. 8 cm.      B. 10 cm.      C. 8,8 cm.      D. 7,6 cm.



### Hướng dẫn

$$W = F_{ms}S \rightarrow \frac{kA^2}{2} = nmgs \rightarrow \frac{62,5A^2}{2} = 0,1.0,1.10.2,4 \rightarrow A \approx 0,088(m)$$

P Chọn C.

#### Chú ý:

- + Phần trăm cơ năng của con lắc bị mất đi trong một dao động toàn phần:

$$\frac{DW}{W} = \frac{W - W'}{W} = \frac{\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2}}{\frac{kA^2}{2}} = \frac{(A + A')(A - A')}{A^2} \Rightarrow \frac{2ADA}{A^2} = 2 \cdot \frac{DA}{A}$$

(với  $\frac{DA}{A}$  là phần trăm biên độ bị giảm sau một dao động toàn phần).

- + Phần trăm biên độ bị giảm sau n chu kì:  $h_{na} = \frac{A - A_n}{A}$ .

- + Phần trăm biên độ còn lại sau n chu kì:  $\frac{A_n}{A} = 1 - h_{na}$ .

- + Phần trăm cơ năng còn lại sau n chu kì:  $h_{nw} = \frac{W_n}{W} = \frac{\alpha A_n \frac{G^2}{\theta}}{\alpha A \frac{G^2}{\theta}}$ .

- + Phần trăm cơ năng bị mất (chuyển thành nhiệt) sau n chu kì:  $\frac{W - W_n}{W} = 1 - h_{nw}$ .

- + Phần cơ năng còn lại sau n chu kì:  $W_n = h_{nw}W$  và phần đã bị mất tương ứng:  $DW_n = (1 - h_{nw})W$ .

**Ví dụ 4:** Một con lắc dao động tắt dần trong môi trường với lực ma sát rất nhỏ. Cứ sau mỗi chu kì, phần năng lượng của con lắc bị mất đi 8%. Trong một dao động toàn phần biên độ giảm đi bao nhiêu phần trăm?

- A.  $2\sqrt{2}\%$ .      B. 4%.      C. 6%.      D. 1,6%.

### Hướng dẫn

$$\frac{DW}{W} = \frac{W - W'}{W} = \frac{\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2}}{\frac{kA^2}{2}} = \frac{(A + A')(A - A')}{A^2} \Rightarrow \frac{2ADA}{A^2} = \frac{2DA}{A} = 8\%$$

P  $\frac{DA}{A} = 4\%$  P Chọn B.

**Ví dụ 5:** Một con lắc lò xo đang dao động tắt dần, sau ba chu kì đầu tiên biên độ của nó giảm đi 10%. Phần trăm cơ năng còn lại sau khoảng thời gian đó là:

- A. 6,3%.      B. 81%.      C. 19%.      D. 27%.



**Hướng dẫn**

$$\frac{A - A_3}{A} = 10\% \quad \frac{A_3}{A} = 90\%$$

$$\frac{W_3}{W} = \frac{\alpha A_3 \dot{\vartheta}^2}{A \dot{\vartheta}} = 0,9^2 = 0,81 = 81\% \quad \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo đang dao động tắt dần, cơ năng ban đầu của nó là 5 J. Sau ba chu kì kể từ lúc bắt đầu dao động thì biên độ của nó giảm đi 18%. Phần cơ năng của con lắc chuyển hoá thành nhiệt năng tính trung bình trong mỗi chu kì dao động của nó là:

- A. 0,365 J.      B. 0,546 J.      C. 0,600 J.      D. 0,445 J.

**Hướng dẫn**

$$\frac{W'}{W} = \frac{\alpha A' \dot{\vartheta}^2}{A \dot{\vartheta}} = (100\% - 18\%)^2 = 0,82^2 \quad W' = 3,362(J)$$

$$\frac{DW}{3} = \frac{5 - 3,362}{3} = 0,546(J) \quad \text{Chọn B.}$$

*Chú ý:*

- + Ta chỉ xét dao động tắt dần chậm nên độ giảm biên độ sau một chu kì rất nhỏ:  
 $\Delta A = A - A' \Rightarrow A + A' \approx 2A.$
- + Độ giảm cơ năng sau một chu kì bằng công của lực ma sát thực hiện trong chu kì đó:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = F_{ms} \cdot 4A \hat{=} \frac{k}{2}(A + A')(A - A') = F_{ms} \cdot 4A \quad DA \gg \frac{4F_{ms}}{k} \tilde{=} A$$

$$+ \text{Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì: } DA = \frac{4F_{ms}}{k}.$$

$$+ \text{Độ giảm biên độ sau nửa chu kì: } \frac{DA}{2} = \frac{2F_{ms}}{k}.$$

$$+ \text{Biên độ dao động còn lại sau } n \text{ chu kì: } A_n = A - n\Delta A$$

$$+ \text{Tổng số dao động thực hiện được: } N = \frac{A}{DA}.$$

$$+ \text{Thời gian dao động: } Dt = N.T.$$

**Ví dụ 7:** Con lắc lò xo dao động theo phương ngang, lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m, vật nhỏ dao động có khối lượng 100 g, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,01. Tính độ giảm biên độ mỗi lần vật qua vị trí cân bằng.

- A. 0,04 mm.      B. 0,02 mm.      C. 0,4 mm.      D. 0,2 mm.

**Hướng dẫn**

Độ giảm cơ năng sau một chu kì bằng công của lực ma sát thực hiện trong chu kì đó:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = F_{ms} \cdot 4A \Rightarrow \frac{k}{2}(A + A')(A - A') = F_{ms} \cdot 4A \Rightarrow \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4nmg}{k}$$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB là:

$$\frac{DA}{2} \Rightarrow \frac{2nm}{k} = \frac{2.0,01.0,1.10}{100} = 0,2 \cdot 10^{-3} (m) \text{ P Chọn D.}$$

**Ví dụ 8:** Một vật khối lượng 100 (g) nối với một lò xo có độ cứng 80 (N/m). Đầu còn lại của lò xo gắn cố định, sao cho vật có thể dao động trên mặt phẳng nằm ngang. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng đoạn 3 cm và truyền cho nó vận tốc  $80\sqrt{2}$  cm/s. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Khi hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là 0,05. Biên độ dao động của vật sau 5 chu kì dao động là

- A. 2 cm.      B. 2,75 cm.      C. 4,5 cm.      D. 3,75 cm.

### Hướng dẫn

Biên độ dao động lúc đầu:  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{w^2}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{mv_0^2}{k}} = 0,05(m)$

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:

$$DA = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4nm}{k} = \frac{4.0,05.0,1.10}{80} = 0,0025(m) = 0,25(cm).$$

Biên độ dao động của vật sau 5 chu kì dao động là :

$$A_5 = A - 5.DA = 5 - 5.0,25 = 3,75(cm) \text{ P Chọn D.}$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc lò xo, vật nặng có khối lượng 100 (g), lò xo có độ cứng 100 N/m, dao động trên mặt phẳng ngang với biên độ ban đầu 10 (cm). Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,1. Số dao động thực hiện được kể từ lúc dao động cho đến lúc dừng lại là

- A. 25.      B. 50.      C. 30.      D. 20.

### Hướng dẫn

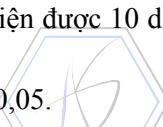
Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $DA = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4nm}{k}$

Tổng số dao động thực hiện được:

$$N = \frac{A}{DA} = \frac{kA}{4nm} = \frac{100.0,1}{4.0,1.0,1.10} = 25 \text{ P Chọn A.}$$

**Ví dụ 10:** Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng 200 g, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng 80 N/m; đặt trên mặt sàn nằm ngang. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng đoạn 3 cm và truyền cho nó vận tốc 80 cm/s. Cho  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Do có lực ma sát nên vật dao động tắt dần, sau khi thực hiện được 10 dao động vật dừng lại. Hệ số ma sát giữa vật và sàn là

- A. 0,04.      B. 0,15.      C. 0,10.      D. 0,05.



**Hướng dẫn**

Biên độ dao động lúc đầu:  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{w^2}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{mv_0^2}{k}} = 0,05(m)$

Tổng số dao động thực hiện được:

$$N = \frac{A}{DA} = \frac{kA}{4nmg} \quad m = \frac{kA}{4Nm} = \frac{80.0,05}{4.10.0,2.10} = 0,05 \quad \text{P Chọn D.}$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ , một đầu cố định, một đầu gắn vật nặng khối lượng  $m = 0,5 \text{ kg}$ . Ban đầu kéo vật theo phương thẳng đứng khỏi vị trí cân bằng 5 cm rồi buông nhẹ cho vật dao động. Trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng của lực cản có độ lớn bằng  $1/100$  trọng lực tác dụng lên vật. Coi biên độ của vật giảm đều trong từng chu kì, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Số lần vật qua vị trí cân bằng kể từ khi thả vật đến khi nó dừng hẳn là bao nhiêu?

- A. 25.                    B. 50.                    C. 30.                    D. 20.

**Hướng dẫn**

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $DA = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4.0,01.mg}{k}$

Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{DA} = \frac{kA}{4F_{ms}} = \frac{100.0,05}{4.0,01.0,5.10} = 25$

Tổng số lần đi qua vị trí cân bằng:  $25.2 = 50 \quad \text{P Chọn B.}$

**Ví dụ 12:** Một con lắc lò xo, vật nặng có khối lượng 100 (g), lò xo có độ cứng 100 N/m, dao động trên mặt phẳng ngang với biên độ ban đầu 10 (cm). Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,1. Tìm thời gian từ lúc dao động cho đến lúc dừng lại.

- A. 5 s.                    B. 3 s.                    C. 6 s.                    D. 4 s.

**Hướng dẫn**

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $DA = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4mng}{k}$

Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{DA} = \frac{kA}{4mng}$

Thời gian dao động:

$$Dt = NT = \frac{kA}{4mng} . 2p \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{pA}{2ng} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{p.0,1}{2.0,1.10} \sqrt{\frac{100}{0,1}} \Rightarrow 5(s) \quad \text{P Chọn A.}$$

**Ví dụ 13:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có hệ số đàn hồi 60 (N/m) và quả cầu có khối lượng 60 (g), dao động trong một chảo lồng với biên độ ban đầu 12 (cm). Trong quá trình dao động con lắc luôn chịu tác dụng của một lực cản có độ lớn

không đổi. Khoảng thời gian từ lúc dao động cho đến khi dừng hẳn là 20 s. Độ lớn lực cản là

- A. 0,002 N.      B. 0,003 N.      C. 0,018 N.      D. 0,005 N.

### Hướng dẫn

Độ giảm biên độ sau một chu kì :  $DA = \frac{4F_{ms}}{k}$

Tổng số dao động thực hiện được :  $N = \frac{A}{DA} = \frac{kA}{4F_{ms}}$

Thời gian dao động:  $Dt = N.T = \frac{kA}{4F_{ms}} \cdot 2p \sqrt{\frac{m}{k}}$

$\Rightarrow F_{ms} = \frac{kA}{4Dt} \cdot 2p \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{60,0,12}{4,20} \cdot 2p \sqrt{\frac{0,06}{60}} \approx 0,018(N)$  Chọn C.

Chú ý: *Tổng quãng đường và tổng thời gian từ lúc bắt đầu dao động cho đến*

khi dừng hẳn lần lượt là:

$$S = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{kA^2}{2 \cdot F_{ms}}$$

$$Dt = NT = \frac{A}{DA} \cdot T = \frac{kA}{4F_{ms}} \cdot \frac{2p}{w}$$

Do đó, tốc độ trung bình trong cả quá trình dao động là:  $|\bar{v}| = \frac{S}{Dt} = \frac{wA}{p}$

**Ví dụ 14:** Một vật nhỏ nói với một lò xo nhẹ, hệ dao động trên mặt phẳng ngang.

Từ vị trí cân bằng truyền cho vật vận tốc ban đầu 2 (m/s) theo phương ngang thì vật dao động tắt dần. Tốc độ trung bình trong suốt quá trình vật dao động là

- A. 72,8 m/s.      B. 54,3 m/s.      C. 63,7 cm/s.      D. 34,6 m/s.

### Hướng dẫn

Tốc độ trung bình trong cả quá trình dao động tắt dần:

$$|\bar{v}| = \frac{wA}{p} = \frac{200}{p} = 63,7(\text{cm/s})$$
 Chọn C.

**Ví dụ 15:** Một vật nhỏ dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhờ đệm từ trường với tốc độ trung bình trong một chu kì là v. Đúng thời điểm  $t = 0$ , tốc độ của vật bằng 0 thì đệm từ trường bị mất do ma sát trượt nhỏ nên vật dao động tắt dần chậm cho đến khi dừng hẳn. Tốc độ trung bình của vật từ lúc  $t = 0$  đến khi dừng hẳn là 100 (cm/s). Giá trị v bằng

- A. 0,25 m/s.      B. 200 cm/s.      C. 100 cm/s.      D. 0,5 m/s.

### Hướng dẫn

Tốc TB sau một chu kì của dao động điều hòa là :  $\bar{v}_T = \frac{2}{p} wA$

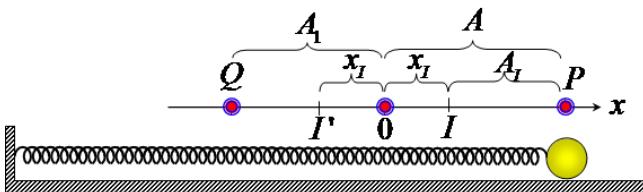
Tốc TB trong cả quá trình của dao động tắt dần là :  $\bar{v}_{td} = \frac{1}{p} wA$

$\Rightarrow \bar{v}_T = 2\bar{v}_{td} = 200(\text{cm/s})$  Chọn B.

## II. KHẢO SÁT CHI TIẾT

### 1) DAO ĐỘNG THEO PHƯƠNG NGANG

**Bài toán tổng quát:** Cho cơ hệ như hình vẽ, lúc đầu giữ vật ở P rồi thả nhẹ thì vật dao động tắt dần. Tìm vị trí vật đạt tốc độ cực đại và giá trị vận tốc cực đại.



#### Cách 1:

Ngay sau khi bắt đầu dao động lực kéo về có độ lớn cực đại ( $F_{\max} = kA$ ) lớn hơn lực ma sát trượt ( $F_{ms} = \mu mg$ ) nên合力  $(F_{hl} = F_{kv} - F_{ms})$  hướng về O làm cho vật chuyển động nhanh dần về O. Trong quá trình này, độ lớn lực kéo về giảm dần trong khi độ lớn lực ma sát trượt không thay đổi nên độ lớn合力 giảm dần. Đến vị trí I, lực kéo về cân bằng với lực ma sát trượt nên và vật đạt tốc độ cực đại tại điểm này.

$$\text{Ta có: } kx_I = F_{ms} \Rightarrow x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m \cdot g}{k}$$

$$\text{Quãng đường đi được: } A_I = A - x_I$$

Để tìm tốc độ cực đại tại I, ta áp dụng định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng. Độ giáng cơ năng đúng bằng công của lực ma sát:

$$W_P - W_Q = F_{ms} A_I$$

$$\hat{U} \frac{kA^2}{2} - \frac{kx_I^2}{2} - \frac{mv_I^2}{2} = kx_I(A - x_I)$$

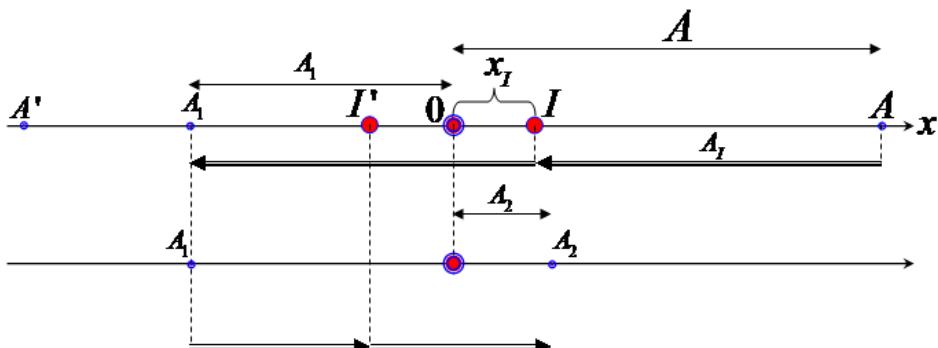
$$\hat{U} \frac{k}{m}(A^2 - 2Ax_I + x_I^2) = v_I^2$$

$$\Rightarrow v_I = \sqrt{\frac{k}{m}(A - x_I)} = wA_I$$

“Méo” nhớ nhanh, khi vật bắt đầu xuất phát từ P thì có thể xem I là tâm dao động tức thời và biên độ là  $A_I$  nên tốc độ cực đại:  $v_I = \omega A_I$ . Tương tự, khi vật xuất phát từ Q thì I' là tâm dao động tức thời. Để tính  $x_I$  ta nhớ: “Độ lớn lực kéo về = Độ lớn lực ma sát trượt”.

#### Cách 2:

Khi không có ma sát, vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng O. Khi có thêm lực ma sát thì có thể xem lực ma sát làm thay đổi vị trí cân bằng.



Xét quá trình chuyển động từ A sang A', lực ma sát có hướng ngược lại nên nó làm dịch vị trí cân bằng đến I sao cho:  $x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m\text{mg}}{k}$ , biên độ  $A_I = A - x_I$  nên

tốc độ cực đại tại I là  $v_I = wA_I$ . Sau đó nó chuyển động chậm dần và dừng lại ở điểm  $A_1$  đối xứng với A qua I. Do đó, lì độ cực đại so với O là  $A_1 = A_I - x_I = A - 2x_I$ .

Quá trình chuyển động từ  $A_1$  sang A thì vị trí cân bằng dịch đến  $I'$ , biên độ  $A_{I'} = A_1 - x_I$  và tốc độ cực đại tại  $I'$  là  $v_{I'} = wA_{I'}$ . Sau đó nó chuyển động chậm dần và dừng lại ở điểm  $A_2$  đối xứng với  $A_1$  qua  $I'$ . Do đó, lì độ cực đại so với O là  $A_2 = A_{I'} - x_I = A_1 - 2x_I = A - 2.2x_I$ . Khảo sát quá trình tiếp theo hoàn toàn tương tự.

Như vậy, cứ sau mỗi nửa chu kì (sau mỗi lần qua O) biên độ so với O giảm đi

$$\begin{aligned} A_1 &= A - DA_{1/2} \\ A_2 &= A - 2DA_{1/2} \\ A_3 &= A - 3DA_{1/2} \\ &\dots \\ A_n &= A - n.DA_{1/2} \end{aligned}$$

một lượng  $DA_{1/2} = 2x_I = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2m\text{mg}}{k}$

Quãng đường đi được sau thời gian  $\frac{T}{2}, 2.\frac{T}{2}, \dots, N.\frac{T}{2}$  lần lượt là:

$$t = \frac{T}{2} \text{ là : } S = A + A_1$$

$$t = 2 \cdot \frac{T}{2} \text{ là : } S = A + 2A_1 + A_2$$

$$t = 3 \cdot \frac{T}{2} \text{ là : } S = A + 2A_1 + 2A_2 + A_3$$

...

$$t = n \cdot \frac{T}{2} \text{ là : } S = A + 2A_1 + 2A_2 + \dots + 2A_{n-1} + A_n$$



**Chú ý:** Ta có thể chứng minh khi có lực ma sát thì tâm dao động bị dịch chuyển theo hướng của lực ma sát một đoạn  $\frac{F_{ms}}{k}$  như sau:

$$r = \frac{F + F_{ms}}{m} \quad p \quad x'' = -\frac{k}{m} \ddot{x} - \frac{F_{ms}}{k} \frac{\ddot{y}}{\ddot{x}^{3/4}} \quad \begin{matrix} y = x - \frac{F_{ms}}{k} \\ w = \sqrt{\ddot{x}} \end{matrix} \quad y'' = -w^2 y$$

$$p \quad [y = A_I \cos(\omega t + j)]$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 2 \text{ N/m}$ , khối lượng  $m = 80 \text{ g}$  dao động tắt dần trên mặt phẳng nằm ngang do ma sát, hệ số ma sát  $\mu = 0,1$ . Ban đầu kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ. Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Thé năng của vật ở vị trí mà tại đó vật có vận tốc lớn nhất là

- A. 0,16 mJ.      B. 0,16 J.      C. 1,6 J.      D. 1,6 mJ.

#### Hướng dẫn

$$kx_I = mmg \quad p \quad x_I = \frac{m \cdot 10 \cdot 0,08 \cdot 10}{2} = 0,04 \text{ (m)}.$$

$$\text{Thé năng đàn hồi của lò xo ở } I : W_t = \frac{kx_I^2}{2} = \frac{2 \cdot 0,04^2}{2} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ (J)} \quad p \quad \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** (ĐH-2010) Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

- A.  $10\sqrt{30} \text{ cm/s.}$       B.  $20\sqrt{6} \text{ cm/s.}$       C.  $40\sqrt{2} \text{ cm/s.}$       D.  $40\sqrt{3} \text{ cm/s.}$

#### Hướng dẫn

$$kx_I = F_{ms} \quad p \quad x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m \cdot 10 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,02 \text{ (m)} = 2 \text{ (cm)}$$

$$A_I = A - x_I = 10 - 2 = 8 \text{ (cm)}$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{0,02}} = 5\sqrt{2} \text{ (rad/s)} \Rightarrow v_I = wA_I = 40\sqrt{2} \text{ (cm/s)} \quad p \quad \text{Chọn C.}$$

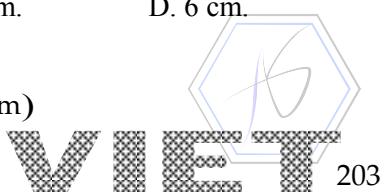
**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 10 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén một đoạn A rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là 60 cm/s. Tính A.

- A.  $4\sqrt{3} \text{ cm.}$       B.  $4\sqrt{6} \text{ cm.}$       C. 7 cm.      D. 6 cm.

#### Hướng dẫn

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m \cdot 10 \cdot 0,1 \cdot 10}{10} = 0,01 \text{ (m)} = 1 \text{ (cm)}$$

**KHANG VIET**



$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10(\text{rad/s})$$

$$v_I = wA_I \quad A_I = \frac{v_I}{w} = 6(\text{cm}) \quad A = x_I + A_I = 7(\text{cm}) \quad \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:**

$$\text{Tại } I \text{ thì lực hồi phục cân bằng với lực cản: } kx_I = F_C \quad x_I = \frac{F_C}{k}$$

$$\text{Gọi } A_1 \text{ là li độ cực đại sau khi qua VTCB lần 1: } \frac{kA_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - F_C(A + A_1)$$

$$(A + A_1)(A - A_1) - \frac{2F_C}{k}(A + A_1) = 0 \quad (A - A_1) - \frac{2F_C}{k} = 0$$

$$\Rightarrow A_1 = A - \frac{2F_C}{k} = A - 2x_I$$

$$\text{Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB: } DA_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = 2x_I$$

$$\text{Li độ cực đại sau khi qua VTCB lần } n: A_n = A - nDA_{1/2}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị dãn 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Li độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng lần 1 là

- A. 2 cm.      B. 6 cm.      C.  $4\sqrt{2}$  cm.      D.  $4\sqrt{3}$  cm.

#### Hướng dẫn

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:

$$DA_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2nmg}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,04(\text{m}) = 4(\text{cm})$$

Li độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng lần 1:

$$A_1 = A - DA_{1/2} = 10 - 4 = 6(\text{cm}) \quad \text{Chọn B.}$$

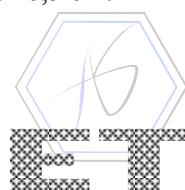
**Ví dụ 5:** Lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và chiều dài tự nhiên 30cm, một đầu cố định, một đầu gắn với một khúc gỗ nhỏ nặng 1 kg. Hệ được đặt trên mặt bàn nằm ngang, hệ số ma sát giữa khúc gỗ và mặt bàn là 0,1. Gia tốc trọng trường lấy bằng 10 m/s<sup>2</sup>. Kéo khúc gỗ trên mặt bàn để lò xo dài 40 cm rồi thả nhẹ cho khúc gỗ dao động. Chiều dài ngắn nhất của lò xo trong quá trình khúc gỗ dao động là

- A. 22 cm.      B. 26 cm.      C. 27,6 cm.      D. 26,5 cm.

#### Hướng dẫn

Biên độ dao động lúc đầu:  $A = l_{\max} - l_0 = 10(\text{cm}) = 0,1(\text{m})$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:



$$DA_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2nm\bar{g}}{k} = \frac{2.0.1.1.10}{100} = 0,02(m) = 2(cm)$$

Lý độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng lần 1:

$$A_1 = A - DA_{1/2} = 10 - 2 = 8(cm)$$

Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{\min} = l_{cb} - A' = 30 - 8 = 22(cm)$  Chọn B.

**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng ngang, gồm vật nhỏ khối lượng 40 (g) và lò xo có độ cứng 20 (N/m). Vật chỉ có thể dao động theo phương Ox nằm ngang trùng với trực của lò xo. Khi vật ở O lò xo không biến dạng. Hệ số ma sát trượt giữa mặt phẳng ngang và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật để lò xo bị nén 8 cm rồi buông nhẹ. Lấy giá trị trọng trường  $g = 10 (m/s^2)$ . Lý độ cực đại của vật sau lần thứ 3 vật đi qua O là

- A. 7,6 cm.      B. 8 cm.      C. 7,2 cm.      D. 6,8 cm.

### Hướng dẫn

*Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB :*

$$DA_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{nm\bar{g}}{k} = 2 \cdot \frac{0,1 \cdot 0,04 \cdot 10}{20} = 0,004(m) = 0,4(cm)$$

Lý độ cực đại sau khi qua O lần 1:  $A_1 = A - DA_{1/2} = 7,6(cm)$

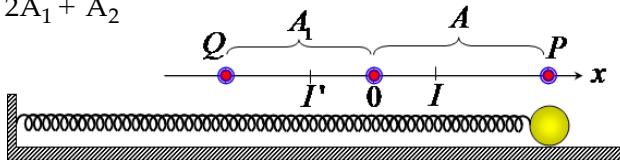
Lý độ cực đại sau khi qua O lần 2:  $A_2 = A - 2DA_{1/2} = 7,2(cm)$

Lý độ cực đại sau khi qua O lần 3:  $A_3 = A - 3DA_{1/2} = 6,8(cm)$  Chọn D.

*Chú ý: Nếu lúc đầu vật ở P thì quãng đường đi được sau thời gian:*

$$t = \frac{T}{2} \text{ là : } S = A + A_1$$

$$t = 2 \cdot \frac{T}{2} \text{ là : } S = A + 2A_1 + A_2$$



$$t = 3 \cdot \frac{T}{2} \text{ là : } S = A + 2A_1 + 2A_2 + A_3$$

...

$$t = n \cdot \frac{T}{2} \text{ là : } S = A + 2A_1 + 2A_2 + \dots + 2A_{n-1} + A_n$$

**Ví dụ 7:** Con lắc lò xo nằm ngang có độ cứng 100 N/m, vật dao động có khối lượng 400 g. Kéo để lò xo dãn một đoạn 4 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động. Biết hệ số ma sát giữa vật và sàn là  $\mu = 5 \cdot 10^{-3}$ . Xem chu kì dao động không thay đổi và vật chỉ dao động theo phương ngang trùng với trực của lò xo, lấy  $g = 10 m/s^2$ . Quãng đường vật đi được trong 2 chu kì đầu tiên là

- A. 31,36 cm.      B. 23,64 cm.      C. 20,4 cm.      D. 23,28 cm.

### Hướng dẫn

$$\text{Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì: } DA_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2nm\bar{g}}{k} = 0,04(\text{cm})$$

Biên độ còn lại sau lần 1, 2, 3, 4 đi qua VTCB:

$$A_1 = A - DA_{1/2} = 3,96(\text{cm})$$

$$A_2 = A - 2DA_{1/2} = 3,92(\text{cm})$$

$$A_3 = A - 3DA_{1/2} = 3,88(\text{cm})$$

$$A_4 = A - 4DA_{1/2} = 3,84(\text{cm})$$

Vì lúc đầu vật ở vị trí biên thì quãng đường đi được sau thời gian  $t = 4T/2$  là:

$$S = A + 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + A_4 = 31,36(\text{cm})$$

*Chú ý: Lúc đầu vật ở P đến I gia tốc đổi chiều lần thứ 1, sau đó đến Q rồi quay lại I' gia tốc đổi chiều lần thứ 2... Do đó, quãng đường đi được sau khi gia tốc đổi chiều lần thứ 1, thứ 2, thứ 3,...thứ n lần lượt là:*

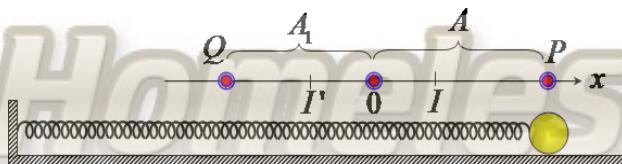
$$S_1 = A - x_I$$

$$S_2 = A + 2A_1 - x_I$$

$$S_3 = A + 2A_1 + 2A_2 - x_I$$

...

$$S_n = A + 2A_1 + 2A_2 + \dots + 2A_{n-1} - x_I$$



**Ví dụ 8:** Con lắc lò xo nằm ngang có độ cứng 100 N/m, vật dao động có khối lượng 400 g. Kéo để lò xo dãn một đoạn 4 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động. Biết hệ số ma sát giữa vật và sàn là  $\mu = 5 \cdot 10^{-3}$ . Xem chu kì dao động không thay đổi và vật chỉ dao động theo phương ngang trùng với trục của lò xo, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính quãng đường đi được từ lúc thả vật đến lúc vecto gia tốc của vật đổi chiều lần thứ 5.

- A. 31,36 cm.      B. 23,64 cm.      C. 35,18 cm.      D. 23,28 cm.

### Hướng dẫn

$$x_I = \frac{F_C}{k} = \frac{nm\bar{g}}{k} = 0,02(\text{cm})$$

$$DA_{1/2} = 2 \cdot \frac{F_C}{k} = 2 \cdot \frac{nm\bar{g}}{k} = 0,04(\text{cm})$$

Ta thực hiện các phép tính cơ bản

$$A_1 = A - DA_{1/2} = 3,96(\text{cm})$$

$$A_2 = A - 2DA_{1/2} = 3,92(\text{cm})$$

$$A_3 = A - 3DA_{1/2} = 3,88(\text{cm})$$

$$A_4 = A - 4DA_{1/2} = 3,84(\text{cm})$$

Lúc đầu vật ở P đến I gia tốc đổi chiều lần thứ 1, đến Q rồi quay lại I' gia tốc đổi chiều lần thứ 2, đến P rồi quay về I gia tốc đổi chiều lần 3, đến Q rồi quay lại I' gia tốc đổi chiều lần thứ 4, đến P rồi quay về I gia tốc đổi chiều lần 5:

$$S_5 = A + 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + 2A_4 - x_I = 35,18(\text{cm}) \quad \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Gọi  $n_0$ ,  $n$ ,  $\Delta t$  và  $x_c$  lần lượt tổng số lần đi qua O, tổng số nửa chu kỳ thực hiện được, tổng thời gian từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn và khoảng cách từ vị trí dừng lại đến O. Giả sử lúc đầu vật ở vị trí biên dương  $+A$  (lò xo dãn cực đại) mà cứ mỗi lần đi qua VTCB biên độ giảm một lượng  $\Delta A_{1/2}$  nên muốn xác định  $n_0$ ,  $n$  và  $\Delta t$  ta dựa vào tỉ số  $\frac{A}{\Delta A_{1/2}} = p, q$ .

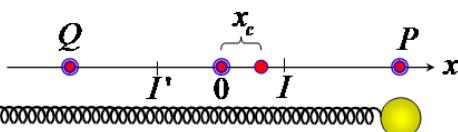
1)  $n_0 = p$ . Vì lúc đầu lò xo dãn nên

    \$\left\{ \begin{array}{l} \text{nếu } n\_0 \text{ là số nguyên lẻ} \Rightarrow \text{lần cuối qua O lò xo nén} \\ \text{nếu } n\_0 \text{ là số nguyên chẵn} \Rightarrow \text{lần cuối qua O lò xo dãn} \end{array} \right.

2) Để tìm  $n$  ta xét các trường hợp có thể xảy ra:

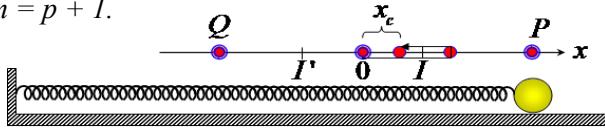
- \* nếu  $q \leq 5$  thì lần cuối đi qua O vật ở trong đoạn  $I'I$  và dừng luôn tại đó nên  $n = p$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta t = n \frac{T}{2} \\ x_c = |A - n \Delta A_{1/2}| \end{array} \right.$$



- \* nếu  $q > 5$  thì lần cuối đi qua O vật ở ngoài đoạn  $I'I$  và vật chuyển động quay ngược lại thêm thời gian  $T/2$  lại rồi mới dừng nên  $n = p + 1$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta t = n \frac{T}{2} \\ x_c = |A - n \Delta A_{1/2}| \end{array} \right.$$

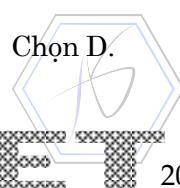


**Ví dụ 9:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 160 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo dãn 4,99 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Từ lúc dao động cho đến khi dừng hẳn vật qua vị trí lò xo không biến dạng là

- A. 198 lần.      B. 199 lần.      C. 398 lần.      D. 399 lần.

### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta A_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{nm\cancel{g}}{k} = 2 \frac{0,01 \cdot 0,1 \cdot 10}{160} = 1,25 \cdot 10^{-4} (\text{m}) = 0,0125 (\text{cm}) \\ \frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{4,99}{0,0125} = 399,2 \quad \text{Tổng số lần qua O : } n_0 = 399 \quad \text{Chọn D.} \end{array} \right.$$



**Ví dụ 10:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng  $0,02\text{ kg}$  và lò xo có độ cứng  $1\text{ N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là  $0,1$ . Khi lò xo không biến dạng vật ở  $O$ . Đưa vật đến vị trí lò xo bị nén  $10\text{ cm}$  rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Vật nhỏ của con lắc sẽ dừng tại vị trí

- A. trùng với vị trí O. B. cách O đoạn 0,1 cm.  
C. cách O đoạn 1 cm. D. cách O đoạn 2 cm.

## *Hướng dẫn*

$$DA_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{m g}{k} = 2 \frac{0,1,0,02,10}{1} = 0,04(m)$$

$$X\acute{e}t : \frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{0,1}{0,04} = 2,5 \text{ b} \quad n = n_0 = 2$$

Khi dùng lai vật cách O là:  $x_c = A - nDA_{1/2} = 0,1 - 2,0,04 = 0,02(m)$

P Chon D.

**Ví dụ 11:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $200 \text{ N/m}$ , vật nặng có khối lượng  $m = 200 \text{ g}$  dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,02$ , lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật khỏi vị trí cân bằng dọc theo trục của lò xo để nó dãn một đoạn  $10,5 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ. Khi vật dừng lại lò xo

- A. bi nén 0,2 mm. B. bi dãn 0,2 mm. C. bi nén 1 mm. D. bi dãn 1 mm.

## Hướng dẫn

$$DA_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{m g}{k} = 2 \frac{0,02 \cdot 0,210}{10} = 0,0004(m) = 0,04(cm)$$

$$\frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{10,5}{0,04} = 262,5 \text{ p} \quad \begin{cases} n_0 = 262 \text{ là số chẵn p lần cuối qua O lò xo dãn} \\ (\text{vì lúc đầu lò xo dãn}) \\ n = 262 \end{cases}$$

$$x_c = |A - nDA_{1/2}| = |10,5 - 262,0,04| = 0,02 \text{ (cm)} \quad \text{Chon B.}$$

**Ví dụ 12:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng  $0,1\text{ kg}$  và lò xo có độ cứng  $100\text{ N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là  $0,1$ . Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị dãn  $7,32\text{ cm}$  rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Khi vật dừng lại thì lò xo



### *Hướng dẫn*

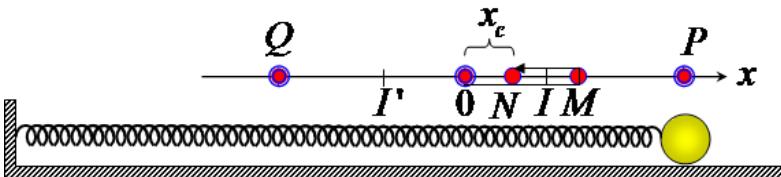
$$DA_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{nm g}{k} = 2 \frac{0,1,0,1,10}{100} = 0,002(m) = 0,2(cm)$$



$$\frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{7,32}{0,2} = 36,6 \text{ p} \quad \left\{ \begin{array}{l} n_0 = 36 \text{ là số chấn p lần cuối qua } O \text{ lò xo nén} \\ (vì lúc đầu lò xo dãn) \\ n = 37 \end{array} \right.$$

$$x_c = |A - nDA_{1/2}| = |7,32 - 37 \cdot 0,2| = 0,08(\text{cm}) \text{ p Lò xo dãn } 0,08(\text{cm})$$

p Chọn D.



### Giải thích thêm:

Sau 36 lần qua O vật đến vị trí biên M cách O một đoạn  $A_{36} = A - 36 \cdot DA_{1/2} = 7,32 - 36 \cdot 0,2 = 0,12$  (cm), tức là cách tâm dao động I một đoạn  $IM = OM - OI = 0,12 - 0,1 = 0,02$  (cm). Sau đó nó chuyển động sang điểm N đối xứng với M qua điểm I, tức  $IN = IM = 0,02$  (cm) và dừng lại tại N. Do đó,  $ON = OI - IN = 0,1 - 0,02 = 0,08$  (cm), tức là khi dừng lại lò xo dãn  $0,08$  (cm) và lúc này vật cách vị trí ban đầu một đoạn  $NP = OP - ON = 7,32 - 0,08 = 7,24$  (cm).

**Ví dụ 13:** Khảo sát dao động tắt dần của một con lắc lò xo nằm ngang. Biết độ cứng của lò xo là  $500 \text{ N/m}$  và vật nhỏ có khối lượng  $50 \text{ g}$ . Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng ngang bằng  $0,15$ . Ban đầu kéo vật để lò xo dãn một đoạn  $1,21 \text{ cm}$  so với độ dài tự nhiên rồi thả nhẹ. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vị trí vật dừng hẳn cách vị trí ban đầu đoạn

- A.  $1,01 \text{ cm}$ .      B.  $1,20 \text{ cm}$ .      C.  $1,18 \text{ cm}$ .      D.  $0,08 \text{ cm}$ .

### Hướng dẫn

$$DA_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{mmg}{k} = 2 \frac{0,15 \cdot 0,05 \cdot 10}{500} = 0,0003(\text{m}) = 0,03(\text{cm})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Xét : \frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{1,21}{0,03} = 40,33 \text{ p} \quad \left( \begin{array}{l} n_0 = 40 \text{ là số chấn p lần cuối qua } O \text{ lò xo dãn} \\ (vì lúc đầu lò xo dãn) \\ n = 40 \end{array} \right) \end{array} \right.$$

$$x_c = |A - nDA_{1/2}| = |1,21 - 40 \cdot 0,03| = 0,01(\text{cm}), \text{ khi dừng lại lò xo dãn } 0,01(\text{cm})$$

tức cách VT đầu :  $1,21 - 0,01 = 1,2(\text{cm})$  p Chọn B.

**Ví dụ 14:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng  $260 \text{ g}$  và lò xo có độ cứng  $1,3 \text{ N/cm}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát giữa giá đỡ và vật nhỏ là  $0,12$ . Ban đầu kéo vật để lò xo nén một đoạn  $120 \text{ mm}$  rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Vị trí vật dừng hẳn cách vị trí ban đầu đoạn

- A. 117,696 mm.      B. 122,304 mm.      C. 122,400 mm.      D. 117,600 mm.

### Hướng dẫn

$$DA_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{m mg}{k} = 2 \frac{0,12.0,26.9,8}{130} = 4,704 \cdot 10^{-3} (\text{m}) = 4,704 (\text{mm})$$

Xét:  $\frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{120}{4,704} = 25,51$

$n_0 = 25$ là số lẻ $\Rightarrow$ lần cuối qua O lò xo dãn
$(vì lúc đầu lò xo nén)$
$n = 26$

$$x_c = |A - n DA_{1/2}| = |120 - 26.4,704| = 2,304 (\text{mm}),$$

khi dừng lại lò xo dãn 2,304 (mm)

tức cách VT đầu:  $120 + 2,304 = 122,304 (\text{mm})$  Chọn B.

**Chú ý:** Khi dừng lại nếu lò xo dãn thì lực đàn hồi là lực kéo, ngược lại thì lực đàn hồi là lực đẩy và độ lớn lực đàn hồi khi vật dừng lại là  $F = k|x_c|$ .

**Ví dụ 15:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 10 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 7 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật dừng lại nó bị lò xo

- A. kéo một lực 0,2 N.      B. đẩy một lực 0,2 N.  
C. đẩy một lực 0,1 N.      D. kéo một lực 0,1 N.

### Hướng dẫn

$$DA_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{m mg}{k} = 2 \frac{0,1.0,1.10}{10} = 0,02 (\text{m})$$

$\frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{0,07}{0,02} = 3,5$

$n_0 = 3$ là số lẻ $\Rightarrow$ lần cuối qua O lò xo dãn
$(vì lúc đầu lò xo nén)$
$n = 3$

$$x_c = |A - n DA_{1/2}| = |0,07 - 3.0,02| = 0,01 (\text{m}) \Rightarrow \text{lò xo dãn } 0,01 (\text{m})$$

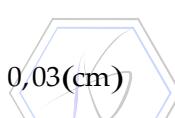
Lực đàn hồi là lực kéo:  $F = k|x_c| = 0,1 (\text{N})$  Chọn D.

**Ví dụ 16:** Khảo sát dao động tắt dần của một con lắc lò xo nằm ngang. Biết độ cứng của lò xo là 500 N/m và vật nhỏ có khối lượng 50 g. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng ngang bằng 0,15. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật để lò xo dãn một đoạn 1 cm so với độ dài tự nhiên rồi thả nhẹ. Tính thời gian dao động.

- A. 1,04 s.      B. 1,05 s.      C. 1,98 s.      D. 1,08 s.

### Hướng dẫn

$$DA_{1/2} = 2x_I = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{m mg}{k} = 2 \frac{0,15.0,05.10}{500} = 0,0003 (\text{m}) = 0,03 (\text{cm})$$



Xét:  $\frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{1}{0,03} = 33,33$  P Tổng số lần qua O là 33 và sau đó dùng lại luôn

Thời gian dao động:  $t = n \frac{T}{2} = n \frac{1}{2} 2p \sqrt{\frac{m}{k}} = 33 \cdot \frac{1}{2} 2p \sqrt{\frac{0,05}{500}} \approx 1,04(s)$  Chọn A.

**Ví dụ 17:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 100 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 7,32 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính thời gian dao động.

### Hướng dẫn

**Cách 1:** Khảo sát chi tiết.

$$DA_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{nm\bar{g}}{k} = 2 \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{100} = 0,002(\text{m}) = 0,2(\text{cm})$$

$$\frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{7,32}{0,2} = 36,6 \text{ P} \quad \begin{array}{l} \uparrow n_0 = 36 \\ \downarrow n = 37 \end{array}$$

Thời gian dao động:  $Dt = n \frac{T}{2} = n \frac{1}{2} 2p \sqrt{\frac{m}{k}} = 37 \cdot \frac{1}{2} 2p \sqrt{\frac{0,1}{100}} \approx 3,676(\text{s})$

**Cách 2:** Khảo sát gần đúng.

Độ giám biên độ sau mỗi chu kì:

$$DA = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4nm\bar{g}}{k} = \frac{4 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{100} = 0,004(\text{m})$$

Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{DA} = \frac{0,0732}{0,004} = 18,3$

Thời gian dao động:  $Dt = NT = N \cdot 2p \sqrt{\frac{m}{k}} = 18,3 \cdot 2p \sqrt{\frac{0,1}{100}} \approx 3,636(\text{s})$

*Bình luận: Giải theo cách 1 cho kết quả chính xác hơn cách 2. Kinh nghiệm khi gặp bài toán trắc nghiệm mà số liệu ở các phương án gần nhau thì phải giải theo cách 1, còn nếu số liệu đó lệch xa nhau thì có thể làm theo cả hai cách!*

**Ví dụ 18:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 100 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 7,32 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính thời gian dao động.

- A. 3,577 s.      B. 3,676 s.      C. 3,576 s.      D. 3,636 s.

### Hướng dẫn

Vì số liệu ở các phương án gần nhau nên ta giải theo cách 1  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 19:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 100 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo.

Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 7,32 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính thời gian dao động.

- A. 8 s.      B. 9 s.      C. 4 s.      D. 6 s.

### *Hướng dẫn*

Vì số liệu ở các phương án lệch xa nhau nên ta có thể giải theo cả hai cách  
⇒ Chọn C.

**Chú ý:** Để tìm chính xác tổng quãng được đi được ta dựa vào định lí “Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát”  $\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_c^2}{2} = F_C S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_c^2}{DA_{1/2}}$ .

**Ví dụ 20:** Con lắc lò xo nằm ngang có  $k/m = 100 (\text{s}^{-2})$ , hệ số ma sát trượt bằng hệ số ma sát nghỉ và bằng 0,1. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 12 cm rồi buông nhẹ. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 72 cm.      B. 144 cm.      C. 7,2 cm.      D. 14,4 cm.

### *Hướng dẫn*

$$DA_{1/2} = 2x_I = 2 \frac{F_C}{k} = 2mg \frac{m}{k} = 2.0,1.10 \frac{1}{100} = 0,02(\text{m})$$

$$\frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{0,12}{0,02} = 6 \Rightarrow n = 6$$

Khi dừng lại vật cách O:  $x_{cc} = |A - nDA_{1/2}| = |12 - 6.2| = 0 \text{ cm}$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_{cc}^2}{2} = F_C S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_{cc}^2}{DA_{1/2}} = \frac{0,12^2 - 0}{0,02} = 0,72(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 21:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 160 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 4,99 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 19,92 m.      B. 20 m.      C. 19,97 m.      D. 14,4 m.

### *Hướng dẫn*

**Cách 1: Giải chính xác.**

$$DA_{1/2} = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{mng}{k} = 2 \frac{0,01.0,1.10}{160} = 1,25 \cdot 10^{-4}(\text{m})$$

$$\frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{0,0499}{1,25 \cdot 10^{-4}} = 399,2 \Rightarrow n = 399$$



Khi dùng lại vật cách O :

$$x_c = |A - nDA_{1/2}| = |0,0499 - 399 \cdot 1,25 \cdot 10^{-4}| = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_c^2}{2} = F_C S p \quad S = \frac{A^2 - x_c^2}{DA_{1/2}} = \frac{0,0499^2 - (2,5 \cdot 10^{-5})^2}{1,25 \cdot 10^{-4}} = 19,92(\text{m})$$

p Chọn A.

### Cách 2: Giải gần đúng.

Ở phần trước ta giải gần đúng (xem  $x_c = 0$ ) nên:

$$\frac{kA^2}{2} - 0 = F_C S p \quad S = \frac{\frac{kA^2}{2}}{mmg} = \frac{160 \cdot 0,0499^2}{0,01 \cdot 0,1 \cdot 10} = 19,92(\text{m}) \quad \text{p Chọn A.}$$

Kết quả này trùng với cách 1! Từ đó có thể rút ra kinh nghiệm, đối với bài toán trắc nghiệm mà số liệu ở các phương án gần nhau thì phải giải theo cách 1, còn nếu số liệu đó lệch xa nhau thì nên làm theo cách 2 (vì nó đơn giản hơn cách 1).

**Ví dụ 22:** Một con lắc lò xo mà vật nhỏ dao động được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật dao động là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo dãn một đoạn A rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần và vật đạt tốc độ cực đại  $40\sqrt{2}$  (cm/s) lần 1 khi lò xo dãn 2 (cm). Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 25 cm.      B. 24 cm.      C. 23 cm.      D. 24,4 cm.

### Hướng dẫn

$$x_I = \frac{mmg}{k} p \quad w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg}{x_I}} = \sqrt{\frac{0,1 \cdot 10}{0,02}} = 5\sqrt{2}(\text{rad/s})$$

$$v_I = wA_I \quad A_I = \frac{v_I}{w} = 8(\text{cm}) \quad A = x_I + A_I = 10(\text{cm})$$

Vì số liệu ở các phương án gần nhau nên ta giải theo cách 1.

$$DA_{1/2} = 2x_I = 4(\text{cm})$$

$$\frac{A}{DA_{1/2}} = \frac{10}{4} = 2,5 \quad p \quad n = 2$$

$$\text{Khi dùng lại vật cách O : } x_c = |A - nDA_{1/2}| = |10 - 2 \cdot 4| = 2(\text{cm})$$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kx_c^2}{2} = F_C S p \quad S = \frac{A^2 - x_c^2}{DA_{1/2}} = \frac{10^2 - 2^2}{4} = 24(\text{cm}) \quad \text{p Chọn B.}$$

**Ví dụ 23:** Một con lắc lò xo mà vật nhỏ dao động được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo dãn một đoạn 18 (cm) rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần và vận tốc của vật đổi chiều lần đầu

tiên sau khi nó đi được quãng đường 35,7 (cm). Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 1225 cm.      B. 1620 cm.      C. 1190 cm.      D. 1080 cm.

### Hướng dẫn

$$S = A + A_{\frac{1}{2}} = A + A - \Delta A_{\frac{1}{2}} \Rightarrow \Delta A_{\frac{1}{2}} = 2A - S = 0,3(\text{cm})$$

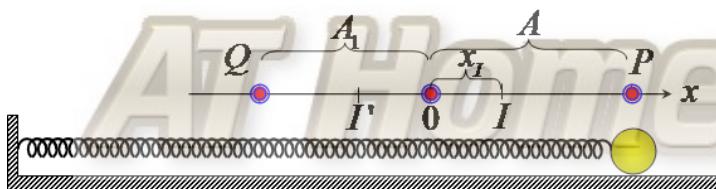
Vì số liệu ở các phương án lệch xa nhau nên ta có thể giải nhanh theo cách 2 (xem  $x_c \approx 0$ ).

$$\frac{kA^2}{2} - 0 = F_C S \quad S = \frac{A^2}{2F_C} = \frac{A^2}{D A_{\frac{1}{2}}} = \frac{18^2}{0,3} = 1080(\text{cm}) \quad \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Giả sử lúc đầu vật ở  $P$ , để tính tốc độ tại  $O$  thì có thể làm theo các cách sau:

**Cách 1:** Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát:  $W_P - W_O = A_{ms}$  hay:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = F_{ms} A$$



**Cách 2:** Xem  $I$  là tâm dao động và biên độ  $A_I = A - x_I$  nên tốc độ tại  $O$ :

$$v_0 = \omega \sqrt{A_I^2 - x_I^2}.$$

Tương tự, ta sẽ tìm được tốc độ tại các điểm khác.

**Ví dụ 24:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $100 \text{ N/m}$ , vật nặng có khối lượng  $m = 400 \text{ g}$  dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật khỏi vị trí cân bằng O dọc theo trục của lò xo để nó dãn một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ. Tính tốc độ của vật khi nó đi qua O lần thứ nhất tính từ lúc buông vật.

- A. 95 (cm/s).      B. 139 (cm/s).      C. 152 (cm/s).      D. 145 (cm/s).

### Hướng dẫn

**Cách 1:** Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát:  $W_P - W_O = A_{ms}$  hay:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = F_{ms} A \quad \hat{U} \quad \frac{100 \cdot 0,1^2}{2} - \frac{0,4 \cdot v_0^2}{2} = 0,1 \cdot 0,4 \cdot 10 \cdot 0,1 \quad \text{b} \quad v_0 \gg 1,52(\text{m/s})$$

Chọn C.

**Cách 2:** Xem  $I$  là tâm dao động và biên độ  $A_I = A - x_I$ , tốc độ tại  $O$ :

$$v_0 = \omega \sqrt{A_I^2 - x_I^2}$$



$$x_I = \frac{m \cdot m \cdot g}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,4 \cdot 10}{100} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ (m)} = 0,4 \text{ (cm)}$$

$$A_I = A - x_I = 10 - 0,4 = 9,6 \text{ (cm)}$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 5\sqrt{10} \text{ (rad/s)}$$

$$\text{P } v_0 = 5\sqrt{10} \sqrt{9,6^2 - 0,4^2} \approx 152 \text{ (cm/s)}$$

**Ví dụ 25:** Một con lắc lò xo có độ cứng 100 N/m, vật nặng có khối lượng  $m = 400$  g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật khỏi vị trí cân bằng O dọc theo trục của lò xo để nó dãn một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ. Tính tốc độ của vật khi nó đi qua O lần thứ 4 tính từ lúc buông vật.

- A. 114 (cm/s).      B. 139 (cm/s).      C. 152 (cm/s).      D. 126 (cm/s).

### Hướng dẫn

$$DA_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2m \cdot g}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,4 \cdot 10}{100} = 0,008 \text{ (m)} = 0,8 \text{ (cm)}$$

Sau khi qua O lần 3, biên độ còn lại:  $A_3 = A - 3DA_{1/2} = 10 - 3 \cdot 0,8 = 7,6 \text{ (cm)}$

Khi qua O lần 4 cơ năng còn lại :

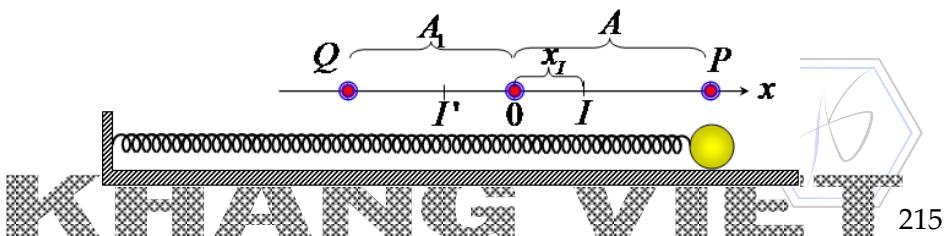
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kA_3^2}{2} - m \cdot g \cdot A_3 \quad \text{P } v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{A_3^2 - DA_{1/2} \cdot A_3}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{100}{0,4}} \sqrt{7,6^2 - 0,8 \cdot 7,6} \approx 114 \text{ (cm/s)} \quad \text{P Chọn A.}$$

**Bình luận:** Đến đây, các bạn tự mình rút ra quy trình giải nhanh và công thức giải nhanh với loại bài toán tìm tốc độ khi đi qua O lần thứ n! Với bài toán tìm tốc độ ở các điểm khác điểm O thì nên giải theo cách 2 và chú ý rằng, khi đi từ P đến Q thì I là tâm dao động còn khi đi từ Q đến P thì I' là tâm dao động.

**Ví dụ 26:** Một con lắc lò xo có độ cứng 10 N/m, vật nặng có khối lượng 100 g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi lò xo không biến dạng vật ở điểm O. Kéo vật khỏi O dọc theo trục của lò xo để nó dãn một đoạn A rồi thả nhẹ, lần đầu tiên đến điểm I tốc độ của vật đạt cực đại và giá trị đó bằng 60 (cm/s). Tốc độ của vật khi nó đi qua I lần thứ 2 và thứ 3 lần lượt là

- A.  $20\sqrt{3}$  cm/s và 20 cm/s.      B.  $20\sqrt{2}$  cm/s và 20 cm/s.  
C. 20 cm/s và 10 cm/s.      D. 40 cm/s và 20 cm/s.



### Hướng dẫn

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{nmg}{k} = \frac{0,1.0,1.10}{10} = 0,01(m) = 1(cm)$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10(rad/s)$$

Lần 1 qua I thì I là tâm dao động với biên độ so với I:  $A_{II} = \frac{v_1}{w} = \frac{60}{10} = 6(cm)$

$$\Rightarrow A = A_{II} + x_I = 7(cm).$$

Khi đến Q thì biên độ so với O là  $A_1 = A - 2x_I = 5(cm)$ .

Tiếp theo I' là tâm dao động và biên độ so với I' là  $A_{I'} = A_1 - x_I = 4(cm)$  nên lần 2 đi qua I, tốc độ của vật:

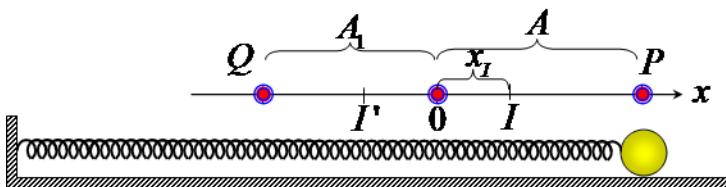
$$v_2 = w\sqrt{A_{I'}^2 - I'^2} = 10\sqrt{4^2 - 2^2} = 20\sqrt{3}(cm/s).$$

Tiếp đến vật dừng lại ở điểm cách O một khoảng  $A_2 = A - 2.2x_I = 3(cm)$ , tức là cách I một khoảng  $A_{I2} = A_2 - x_I = 2(cm)$  và lúc này I là tâm dao động nên lần thứ 3 đi qua I nó có tốc độ:  $v_3 = \omega A_{I2} = 10.2 = 20(cm/s) \Rightarrow$  Chọn A.

*Chú ý: Giá sử lúc đầu vật ở O ta truyền cho nó một vận tốc để đến được tối đa là điểm. Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát:  $W_O - W_P = A_{ms}$  hay:*

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = F_{ms}A$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{k\ddot{x}A^2}{m} + \frac{2F_{ms}}{k}A\frac{\ddot{\theta}}{\dot{\theta}} = w^2(A^2 + DA_{1/2}A) \quad A^2 + DA_{1/2}A - \frac{v_0^2}{w^2} = 0$$



**Ví dụ 27:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,2 kg và lò xo có độ cứng 40 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu 1 m/s thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đòn hồi của lò xo. Lấy  $g = 10 m/s^2$ . Độ biến dạng cực đại của lò xo trong quá trình dao động bằng

- A. 9,9 cm.      B. 10,0 cm.      C. 8,8 cm.      D. 7,0 cm.

### Hướng dẫn

Tại vị trí có- lì
độ cực đại lần 1, tốc độ triệt tiêu và cơ năng còn lại :



$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - nmgA \Rightarrow 20A^2 + 0,02A - 0,1 = 0 \quad A \approx 0,070(m) \quad \text{Chon A.}$$

**Ví dụ 28:** Một lò xo có độ cứng  $20 \text{ N/m}$ , một đầu gắn vào điểm J cố định, đầu còn lại gắn vào vật nhỏ khối lượng  $0,2 \text{ kg}$  sao cho nó có thể dao động trên giá đỡ nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là  $0,01$ . Từ vị trí lò xo không bị biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu  $1 \text{ m/s}$  (theo hướng làm cho lò xo nén) thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lực đẩy cực đại và lực kéo cực đại của lò xo tác dụng lên điểm J trong quá trình dao động lần lượt là



## *Hướng dẫn*

Tai vị trí lò xo nén cực đai lần 1, tốc độ triệt tiêu và cơ năng còn lại :

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - m g A \Rightarrow 10A^2 + 0,02A - 0,1 = 0 \Rightarrow A \approx 0,099(m)$$

$$\text{P} \cdot F_{\text{nen max}} = kA = 1,98(\text{N})$$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua O là:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2.0, 01.0, 2.10}{20} = 0,002(m)$$

Độ dãn cực đại của lò xo là:

$$A_1 = A - DA_{1/2} = 0,099 - 0,002 = 0,097 \text{ (m)} \quad F_{\text{keomax}} = kA_1 = 1,94 \text{ (N)}$$

P Chọn A.

**Ví dụ 29:** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm lò xo có hệ số cứng  $40 \text{ N/m}$  và quả cầu nhỏ A có khối lượng  $100 \text{ g}$  đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Dùng một quả cầu B (giống hệt quả cầu A) bắn vào quả cầu A với vận tốc có độ lớn  $1 \text{ m/s}$  dọc theo trục lò xo, va chạm giữa hai quả cầu là đòn hồi xuyên tâm. Hệ số ma sát trượt giữa A và mặt phẳng đỡ là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Sau va chạm thì quả cầu A có biên độ dao động lớn nhất là

- A. 5 cm.      B. 4,756 cm.      C. 4,525 cm.      D. 3,759 cm.

## *Hướng dẫn*

Vì va chạm đàn hồi và  $m = M$  nên  $n : V = v_0$

$$\frac{mv_0^2}{2} - mngA = \frac{kA^2}{2} \ln \frac{0,11^2}{2} - 0,1,0,1,10.A = \frac{40.A^2}{2} \ln A = 0,04756(m)$$

P Chọn B.

**Ví dụ 30:** Con lắc lò xo đặt nằm ngang, ban đầu là xo chưa bị biến dạng, vật có khối lượng  $m_1 = 0,5$  kg lò xo có độ cứng  $k = 20$  N/m. Một vật có khối lượng  $m_2 = 0,5$  kg chuyển động dọc theo trục của lò xo với tốc độ  $0,2\sqrt{22}$  m/s đến và

chạm mềm với vật  $m_1$ , sau va chạm lò xo bị nén lại. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là 0,1 lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ cực đại của vật sau lần nén thứ nhất là

- A. 0,071 m/s.      B.  $10\sqrt{30}$  cm/s.      C.  $10\sqrt{3}$  cm/s.      D. 30 cm/s.

### Hướng dẫn

Vì va chạm mềm nên tốc độ của hai vật ngay sau va chạm:

$$V = \frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2} = 0,1\sqrt{22} (\text{m/s})$$

$$\frac{(m_1 + m_2)V^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = m(m_1 + m_2)gA \quad \frac{1.0,1^2.22}{2} - \frac{20.A^2}{2} = 0,1.1.10.A$$

$$\Rightarrow A = 0,066(\text{m})$$

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m(m_1 + m_2)g}{k} = \frac{0,1.1.10}{20} = 0,05(\text{m})$$

$$\Rightarrow v_I = wA_I = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}(A - x_I) \approx 0,071(\text{m/s}) \quad \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 31:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$  và quả cầu nhỏ A có khối lượng 200 g đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Quả cầu B có khối lượng 50 g bắn vào quả cầu A dọc theo trực lò xo với tốc độ 4 m/s lúc  $t = 0$ ; va chạm giữa hai quả cầu là va chạm mềm và dính chặt vào nhau. Hệ số ma sát giữa vật và mặt ngang là 0,01; lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tốc độ của hệ lúc gia tốc đổi chiều lần 3 kể từ  $t = 0$  là

- A. 75 cm/s.      B. 80 cm/s.      C. 77 cm/s.      D. 79 cm/s.

### Hướng dẫn

Vì va chạm mềm nên tốc độ của hai vật ngay sau va chạm:

$$V = \frac{m_B v_0}{m_A + m_B} = 0,8(\text{m/s})$$

$$\frac{(m_A + m_B)V^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = m(m_A + m_B)gA$$

$$\Rightarrow \frac{0,25.0,8^2}{2} - \frac{100.A^2}{2} = 0,01.0,25.10.A \quad \Rightarrow A = 0,03975(\text{m})$$

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{m(m_A + m_B)g}{k} = \frac{0,01.0,25.10}{100} = 2,5 \cdot 10^{-4}(\text{m})$$

$$\Rightarrow A_2 = A - 2.2x_I = 0,03875(\text{m})$$

$$\Rightarrow v_I = wA_I = \sqrt{\frac{k}{m_A + m_B}}(A_2 - x_I) = 0,77(\text{m/s}) \quad \text{Chọn A.}$$



*Chú ý: Giả sử lúc đầu vật ở vị trí biên, muốn tìm tốc độ hoặc tốc độ cực đại sau thời điểm  $t_0$  thì ta phân tích  $t_0 = n\frac{T}{2} + Dt$  hoặc  $t_0 = n\frac{T}{2} + \frac{T}{4} + Dt$ . Từ đó tìm biên độ so với tâm dao động ở lần cuối đi qua O và tốc độ ở điểm cần tìm.*

**Ví dụ 32:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $\pi^2$  N/m, vật nặng 1 kg dao động tắt dần chậm từ thời điểm  $t = 0$  đúng lúc vật có li độ cực đại là 10 cm. Trong quá trình dao động, lực cản tác dụng vào vật có độ lớn không đổi  $0,001\pi^2$  N. Tính tốc độ lớn nhất của vật sau thời điểm  $t = 21,4$  s.

- A.  $8,1\pi$  cm/s.      B.  $5,7\pi$  cm/s.      C.  $5,6\pi$  cm/s.      D.  $5,5\pi$  cm/s.

### Hướng dẫn

Tần số góc và chu kì:

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = p \text{ (rad/s)}; T = \frac{2\pi}{w} = 2(s).$$

Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì:

$$DA_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2 \cdot 0,001p^2}{p^2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ (m)} = 0,2 \text{ (cm)}$$

*Phân tích:*  $t = 21,4 \text{ (s)} = 21 + 0,4 = 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{5}$ . Sau  $21 \cdot \frac{T}{2}$  vật đến điểm biên với

tâm dao động I' và cách O là  $A_{21} = A - 21\Delta A_{1/2} = 10 - 21 \cdot 0,2 = 5,8 \text{ cm}$ , tức là biên độ so với I' là  $A_I = A_{21} - x_I = 5,8 - 0,1 = 5,7 \text{ cm}$ . Thời gian  $T/5 < T/4$  nên vật chưa vượt qua tâm dao động I' nên tốc độ cực đại sau thời điểm 21,4 s chính là tốc độ qua I' ở thời điểm  $t = 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{4}$ :

$$v_{\max} = w(A_{21} - x_I) = p(5,8 - 0,1) = 5,7p \text{ (cm/s)} \rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Bình luận:** Tốc độ cực đại sau thời điểm  $t = 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{4}$  thì phải tính ở nửa chu

kì tiếp theo:  $v_{\max} = w(A_{22} - x_I) = p(5,6 - 0,1) = 5,5p \text{ (cm/s)}$ .

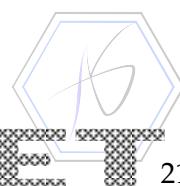
**Ví dụ 33:** Một con lắc lò xo có độ cứng 1 N/m, vật nặng dao động tắt dần chậm với chu kì 2 (s) từ thời điểm  $t = 0$  đúng lúc vật có li độ cực đại là 10 cm. Trong quá trình dao động, lực cản tác dụng vào vật có độ lớn không đổi 0,001 N. Tính tốc độ lớn nhất của vật sau thời điểm  $t = 9,2$  s.

- A.  $8,1\pi$  (cm/s).      B.  $5,5\pi$  (cm/s).      C.  $5,6\pi$  (cm/s).      D.  $7,8\pi$  (cm/s).

### Hướng dẫn

$$x_I = \frac{F_C}{k} = \frac{0,001}{1} = 10^{-3} \text{ (m)} = 0,1 \text{ (cm)}$$

$$DA_{1/2} = 2x_I = \frac{2F_C}{k} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ (m)} = 0,2 \text{ (cm)}$$



$$t = 9,2(s) = 9 + 0,2 = 9 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{10}$$

Lúc này vật qua VTCB 9 lần và đang chuyển động đến tâm dao động I'.

Li độ cực đại sau khi qua VTCB lần n = 9:  $A_9 = 10 - 9 \cdot 0,2 = 8,2(\text{cm})$

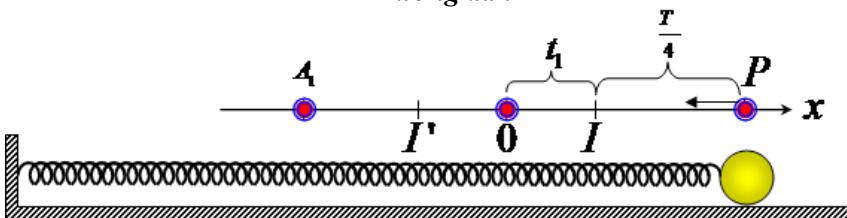
$$\text{Tốc độ cực đại: } v_{\max} = \frac{2p}{T} (A_9 - x_I) = \frac{2p}{2} (8,2 - 0,1) = 8,1p(\text{m/s}) \quad \text{Chọn A.}$$

Chú ý: Để tìm li độ hoặc thời gian chuyển động ta phải xác định được tâm dao động tức thời và biên độ so với tâm dao động.

**Ví dụ 34:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng m = 100 g, lò xo có độ cứng k = 10 N/m, hệ số ma sát giữa vật m và mặt phẳng ngang là 0,1. Kéo dài con lắc đến vị trí dãn 5 cm rồi thả nhẹ. Tính khoảng thời gian từ lúc dao động đến khi lò xo không biến dạng lần đầu tiên. Lấy g = 10 m/s<sup>2</sup>.

- A. 0,1571 s.      B. 10,4476 s.      C. 0,1835 s.      D. 0,1823 s.

### Hướng dẫn



Khi vật đi từ P về O, lực ma sát hướng ngược lại nên tâm dao động dịch chuyển từ O đến I sao cho:

$$OI = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{mmg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{10} = 0,01(\text{m}) = 1(\text{cm}).$$

Biên độ so với I là  $A_I = OP - OI = 4 (\text{cm})$ .

$$\text{Chu kỳ và tần số góc: } T = 2p\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{p}{5}(\text{s}); w = \frac{2p}{T} = 10(\text{rad/s})$$

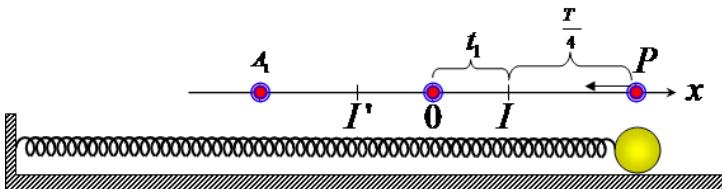
Thời gian đi từ P đến O:

$$t = \frac{T}{4} + \frac{1}{w} \arcsin \frac{IO}{IP} = \frac{p}{20} + \frac{1}{10} \arcsin \frac{1}{4} \Rightarrow 0,1823(\text{s}) \quad \text{Chọn D.}$$

**Bình luận:** Với phương pháp này ta có thể tính được các khoảng thời gian khác, chẳng hạn thời gian đi từ P đến điểm I' là:  $t = \frac{T}{4} + \frac{1}{w} \arcsin \frac{II'}{IP}$ .

**Ví dụ 35:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng m = 100 g, lò xo có độ cứng k = 10 N/m, hệ số ma sát giữa vật m và mặt phẳng ngang là 0,1. Kéo dài con lắc đến vị trí dãn 5 cm rồi thả nhẹ. Tính khoảng thời gian từ lúc dao động đến khi lò xo nén 1 cm lần đầu tiên. Lấy g = 10 m/s<sup>2</sup>.

- A. 0,1571 s.      B. 0,2094 s.      C. 0,1835 s.      D. 0,1823 s.

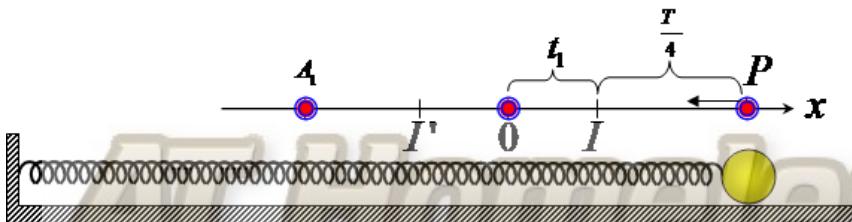
**Hướng dẫn**

Thời gian đi từ P đến điểm I' là:

$$t = \frac{T}{4} + \frac{1}{w} \arcsin \frac{II'}{IP} = \frac{\pi}{20} + \frac{1}{10} \arcsin \frac{2}{4} \approx 0,2094(s) \text{ Chọn B.}$$

**Ví dụ 36:** Một con lắc lò xo có độ cứng k dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhờ đệm từ trường với tần số góc  $10\pi$  rad/s và biên độ 0,06 m. Đúng thời điểm  $t = 0$ , đệm cực đại thì đệm từ trường bị mất và vật dao động tắt dần với độ giảm biên độ sau nửa chu kì là 0,02 m. Tìm tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian từ lúc  $t = 0$  đến lúc lò xo không biến dạng lần thứ nhất

- A. 120 cm/s.      B. 53,6 cm/s.      C. 107 cm/s.      D. 122,7 cm/s.

**Hướng dẫn**

$$\text{Khoảng cách: } OI = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{DA_{1/2}}{2} = 0,01(m)$$

Thời gian ngắn nhất vật đi từ P đến điểm O là

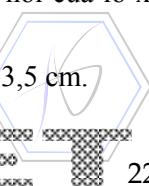
$$t = \frac{T}{4} + \frac{1}{w} \arcsin \frac{IO}{IP} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10p} \arcsin \frac{0,01}{0,06 - 0,01} \approx 0,056(s)$$

Tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó:

$$v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{OP}{t} = \frac{0,06}{0,056} \approx 1,07(m/s) \text{ Chọn C.}$$

**Ví dụ 37:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 4 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng (vật ở vị trí O), truyền cho vật vận tốc ban đầu  $0,1\pi$  m/s theo chiều dương của trục tọa độ thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy  $\pi^2 = 10$ ;  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Tìm li độ của vật tại thời điểm  $t = 1,4$  s.

- A. 1,454 cm.      B. -1,454 cm.      C. 3,5 cm.      D. -3,5 cm.



### Hướng dẫn

Tại vị trí có li độ cực đại lần 1 tốc độ triệt tiêu và cơ năng còn lại :

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mngA \Rightarrow 2A^2 + 0,1A - 0,05 = 0 \Rightarrow A \approx 0,135(m) = 13,5(cm)$$

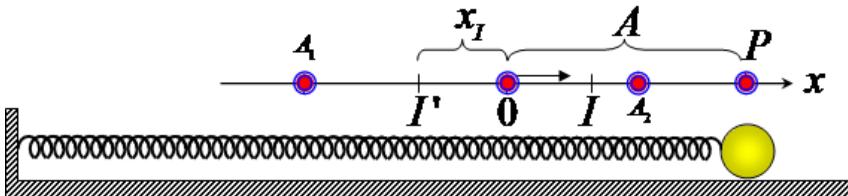
$$x_I = \frac{nmg}{k} = 0,025(m) = 2,5(cm) \Rightarrow DA_{1/2} = 2x_I = 5(cm)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \approx 1(s) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \text{ (rad/s)}$$

Khi chuyển động từ O đến P thì I' là tâm dao động nên biên độ là I'P và thời gian đi từ O đến P tính theo công thức:

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{I'P}{I'P} = \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{2,5}{2,5 + 13,5} \approx 0,225(s).$$

Ta phân tích:  $t = 1,4(s) = 0,225 + 2.0,5 + 0,175 = t_{OP} + 2 \cdot \frac{T}{2} + 0,175(s)$



Ở thời điểm  $t = t_{OP} + 2 \cdot \frac{T}{2}$  vật dừng lại tạm thời tại A<sub>2</sub> và biên độ còn lại so với O là A<sub>2</sub> = A - 2ΔA<sub>1/2</sub> = 13,5 - 2,5 = 3,5 (cm), lúc này tâm dao động là I và biên độ so với I là A<sub>2I</sub> = 3,5 - 2,5 = 1 (cm). Từ điểm này sau thời gian 0,175 (s) vật có li độ so với I là A<sub>2I</sub> cos  $\frac{2\pi}{T} \cdot 0,175 = 1 \cdot \cos \frac{2\pi}{1} \cdot 0,175 \approx 0,454(cm)$ , tức là nó có li độ so với O là 1 + 0,454 = 1,454 (cm)  $\Rightarrow$  Chọn A.

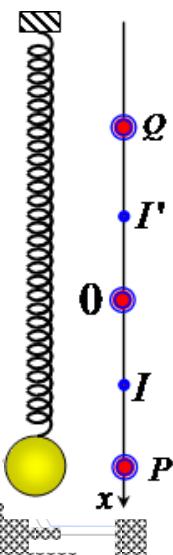
## 2) DAO ĐỘNG THEO PHƯƠNG THẲNG ĐÚNG

**Bài toán tổng quát:** Cho cơ hệ như hình vẽ, lúc đầu kéo vật ra khỏi vị trí O một đoạn A rồi thả nhẹ thì vật dao động tắt dần. Tìm vị trí vật đạt tốc độ cực đại và giá trị vận tốc cực đại.

Lập luận tương tự như trường hợp vật dao động theo phương ngang.

Nếu vật đi từ P về Q thì tâm dao động là I ngược lại thì tâm dao động là I' sao cho:  $x_I = OI = OI' = \frac{F_C}{k}$ .

Để tìm tốc độ cực đại ta phải xác định lúc đó tâm dao động là I hay I' và biên độ so với tâm rồi áp dụng:  $v_{max} = \omega A_I$  hoặc  $v_{max} = \omega A_{I'}$ .



Độ giảm biên độ so với O sau mỗi lần đi qua O là  $DA_{1/2} = 2x_I = \frac{2F_C}{k}$  nên

biên độ còn lại sau lần 1, lần 2,..., lần n lần lượt là:

$$\begin{aligned} A_1 &= A - DA_{1/2} \\ A_2 &= A - 2.DA_{1/2} \\ A_3 &= A - 3.DA_{1/2} \\ &\dots \\ A_n &= A - n.DA_{1/2} \end{aligned}$$

**Ví dụ 38:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $50 \text{ N/m}$ , đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ . Gọi O là vị trí cân bằng của vật. Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc  $20 \text{ cm/s}$  hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc độ lớn  $F_C = 0,005 \text{ N}$ . Vật có tốc độ lớn nhất ở vị trí

- A. trên O là  $0,1 \text{ mm}$ .      B. dưới O là  $0,1 \text{ mm}$ .  
 C. tại O.      D. trên O là  $0,05 \text{ mm}$ .

### Hướng dẫn

Lúc đầu, vật chuyển động chậm dần lên trên và dừng lại tạm thời ở vị trí cao nhất Q. Sau đó vật chuyển động nhanh dần xuống dưới, lúc này I' là tâm dao động nên vật đạt tốc độ cực đại tại I' (trên O):

$$OI = OI' = \frac{F_C}{k} = \frac{0,005}{50} = 10^{-4} (\text{m}) = 0,1 (\text{mm}) \quad \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 39:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $k = 10 \text{ N/m}$ , đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ . Đưa vật tới vị trí lò xo nén  $2 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng  $F_C = 0,01 \text{ N}$ . Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Vật có tốc độ lớn nhất là

- A.  $990 \text{ cm/s}$ .      B.  $119 \text{ cm/s}$ .      C.  $120 \text{ cm/s}$ .      D.  $100 \text{ cm/s}$ .

### Hướng dẫn

$$Dl_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{10} = 0,1 (\text{m}) = 10 (\text{cm})$$

$$A = Dl_0 + 2 = 12 (\text{cm})$$

$$x_{I'} = \frac{F_C}{k} = \frac{0,01}{100} = 0,001 (\text{m}) = 0,1 (\text{cm})$$

$$v_{\max} = wA_{I'} = \sqrt{\frac{k}{m}}(A - x_{I'}) = \sqrt{\frac{10}{0,1}}(12 - 0,1) = 11,9 (\text{cm/s}) \quad \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 40:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $k = 10 \text{ N/m}$ , đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ . Đưa vật lên trên vị trí cân bằng O một đoạn  $8 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi

và băng  $F_C = 0,01 \text{ N}$ . Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Li độ cực đại của vật sau khi đi qua O lần 2 là

- A. 9,8 cm.      B. 6 cm.      C. 7,8 cm.      D. 7,6 cm.

### Hướng dẫn

$$DA_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2 \cdot 0,01}{10} = 0,002(\text{m}) = 0,2(\text{cm})$$

$$A_2 = A - 2DA_{1/2} = 8 - 2 \cdot 0,2 = 7,6(\text{cm}) \quad \text{P Chọn D.}$$

**Ví dụ 41:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $50 \text{ N/m}$ , đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $100 \text{ g}$ . Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc  $20\sqrt{15} \text{ cm/s}$  hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng  $F_C = 0,1 \text{ N}$ . Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Li độ cực đại của vật là

- A. 4,0 cm.      B. 2,8 cm.      C. 3,9 cm.      D. 1,9 cm.

### Hướng dẫn

Tại vị trí ban đầu E, vật có li độ và vận tốc:

$$x_0 = Dl_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{50} = 0,02(\text{m})$$

$$v_0 = 20\sqrt{15}(\text{cm}) = 0,2\sqrt{15}(\text{m})$$

Vì độ gián cơ năng đúng bằng công của lực ma sát nên:  $W_E - W_A = A_{ms}$  hay

$$\frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} - \frac{kA^2}{2} = F_C(A - x_0)$$

$$p \frac{50 \cdot 0,02^2}{2} + \frac{0,1 \cdot (0,2\sqrt{15})^2}{2} - \frac{50 \cdot A^2}{2} = 0,1(A - 0,02)$$

$$p A = 0,039(\text{m}) \quad \text{P Chọn C.}$$

**Ví dụ 42:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $50 \text{ N/m}$ , đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $100 \text{ g}$ . Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc  $20\sqrt{15} \text{ cm/s}$  hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng  $F_C = 0,1 \text{ N}$ . Lấy gia tốc rơi tự do  $10 \text{ m/s}^2$ . Vật có tốc độ lớn nhất là

- A. 0,845 m/s.      B. 0,805 m/s.      C. 0,586 m/s.      D. 0,827 m/s.

### Hướng dẫn

Từ ví dụ trên (41) tính được  $A = 0,039 \text{ m}$ .

$$x_I = \frac{F_C}{k} = \frac{0,1}{50} = 0,003(\text{m})$$

$$v_{max} = wA_I = \sqrt{\frac{k}{m}}(A - x_I) = \sqrt{\frac{50}{0,1}}(0,039 - 0,003) = 0,805(\text{m/s}) \quad \text{P Chọn B.}$$

## BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN DAO ĐỘNG TẮT DẦN CỦA CON LẮC ĐƠN

*Phương pháp giải*

Ta chỉ xét dao động tắt dần chậm và khảo sát gần đúng (xem khi dừng lại vật ở vị trí cân bằng).

$$S = \frac{W}{F_c}$$

$$DA = \frac{4F_c}{k}.$$

$$N = \frac{A}{DA}$$

$$Dt = NT$$

$$k = mw^2 = \frac{mg}{l}$$

$$A = la_{\max}$$

$$W = \frac{mw^2 A^2}{2} = \frac{mgA^2}{2l} = \frac{mgl}{2} a_{\max}^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có chiều dài 0,5 (m), quả cầu nhỏ có khối lượng 200 (g), dao động tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 m/s<sup>2</sup>, với biên độ góc 0,12 (rad). Trong quá trình dao động, con lắc luôn chịu tác dụng của lực ma sát nhỏ có độ lớn không đổi 0,002 (N) thì nó sẽ dao động tắt dần. Tính tổng quãng đường quả cầu đi được từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn.

- A. 3,528 m.      B. 3,828 m.      C. 2,528 m.      D. 2,828 m.

### *Hướng dẫn*

Từ định lý biến thiên động năng suy ra, cơ năng ban đầu bằng tổng công của lực ma sát.

$$W = F_{ms} \cdot S \Rightarrow S = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{\frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2}{F_{ms}} = \frac{0,2.9,8.0,5}{2.0,002}.0,12^2 = 3,528(m) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

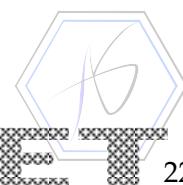
**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 m/s<sup>2</sup>. Ban đầu, con lắc có li độ góc cực đại 0,1 (rad), trong quá trình dao động, con lắc luôn chịu tác dụng của lực ma sát có độ lớn 0,001 trọng lượng vật dao động thì nó sẽ dao động tắt dần. Hãy tìm số lần con lắc qua vị trí cân bằng kể từ lúc buông tay cho đến lúc dừng hẳn.

- A. 25.      B. 50.      C. 100.      D. 15.

### *Hướng dẫn*

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{A}{\frac{4F_c}{k}} = \frac{\frac{mg}{l} l \alpha_{\max}}{\frac{4F_c}{k}} = \frac{mg \alpha_{\max}}{4F_c} = \frac{1000.0,1}{4} = 25 \\ \end{array} \right.$$

Số lần qua vị trí cân bằng là  $25.2 = 50 \Rightarrow \text{Chọn A.}$



**Ví dụ 3:** Một con lắc đồng hồ được coi như một con lắc đơn có chu kì dao động 2 (s); vật nặng có khối lượng 1 (kg), tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 (m/s<sup>2</sup>). Biên độ góc dao động lúc đầu là 5°. Nếu có một lực cản không đổi 0,0213 (N) thì nó chỉ dao động được một thời gian bao nhiêu?

- A. 34,2 s.      B. 38,9 s.      C. 20 s.      D. 25,6 s.

### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{A}{\frac{4F_{ms}}{k}} = \frac{kA}{4F_{ms}} = \frac{m\omega^2 \cdot l\alpha_{\max}}{4F_{ms}} = \frac{mg\alpha_{\max}}{4F_{ms}} = \frac{1,9 \cdot 8 \cdot \frac{5\pi}{180}}{4 \cdot 0,0213} \approx 10 \end{array} \right.$$

Thời gian dao động:  $\Delta t = N \cdot T = 10 \cdot 2 = 20(s) \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm dây mảnh dài  $l$  có gắn vật nặng nhỏ khối lượng  $m$ . Kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 (rad) rồi thả cho nó dao động tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Trong quá trình dao động con lắc chịu tác dụng của lực cản có độ lớn  $F_C$  không đổi và luôn ngược chiều chuyển động của con lắc. Tìm độ giảm biên độ góc  $\Delta\alpha$  của con lắc sau mỗi chu kì dao động. Con lắc thực hiện số dao động  $N$  bằng bao nhiêu thì dừng? Cho biết  $F_C = mg \cdot 10^{-3}$  (N).

- A.  $\Delta\alpha = 0,004$  rad,  $N = 25$ .      C.  $\Delta\alpha = 0,001$  rad,  $N = 100$ .  
 B.  $\Delta\alpha = 0,002$  rad,  $N = 50$ .      D.  $\Delta\alpha = 0,004$  rad,  $N = 50$ .

### Hướng dẫn

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $\left\{ \begin{array}{l} \Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4F_{ms}}{m\omega^2} \\ \Delta\alpha = \frac{\Delta A}{l} = \frac{4F_{ms}}{lm\omega^2} = \frac{4F_{ms}}{mg} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)} \end{array} \right.$

Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{\alpha_{\max}}{\Delta\alpha} = \frac{0,1}{4 \cdot 10^{-3}} = 25 \Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:** Biên độ dao động còn lại sau  $n$  chu kì:  $A_n = A - n\Delta A$

$$\Leftrightarrow \alpha_n = \alpha_{\max} - n\Delta\alpha.$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn dao động tắt dần chậm, cứ sau mỗi chu kì biên độ giảm 100 lần so với biên độ lúc đầu. Ban đầu biên độ góc của con lắc là 6°. Đến dao động lần thứ 75 thì biên độ góc còn lại là

- A. 2°.      B. 3,6°.      C. 1,5°.      D. 3°.

### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta\alpha}{\alpha_{\max}} = 0,01 \Rightarrow \Delta\alpha = 0,06^\circ \\ \alpha_n = \alpha_{\max} - n\Delta\alpha = 6^\circ - 75 \cdot 0,06^\circ = 1,5^\circ \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{array} \right.$$



**Ví dụ 6:** Một con lắc đơn dao động tắt dần chậm, cứ sau mỗi chu kì cơ năng giảm 300 lần so với cơ năng lượng lúc đầu. Ban đầu biên độ góc của con lắc là  $9^\circ$ . Hỏi đến dao động lần thứ bao nhiêu thì biên độ góc chỉ còn  $3^\circ$ .

- A. 400.      B. 600.      C. 250.      D. 200.

### Hướng dẫn

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2}}{\frac{kA^2}{2}} = \frac{(A + A')(A - A')}{A^2} \approx \frac{2A\Delta A}{A^2} = \frac{2\Delta A}{A} = \frac{2\Delta\alpha}{\alpha_{max}} = \frac{1}{300}$$

$$\Rightarrow \Delta\alpha = 0,015^\circ \Rightarrow \alpha_n = \alpha_{max} - n\Delta\alpha \Rightarrow 3^\circ = 9^\circ - n \cdot 0,015^\circ \Rightarrow n = 400 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Cho một con lắc đơn dao động trong môi trường không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc  $0,08$  rad rồi thả nhẹ. Biết lực cản của không khí tác dụng lên con lắc là không đổi và bằng  $10^{-3}$  lần trọng lượng của vật. Coi biên độ giảm đều trong từng chu kì. Biên độ góc của con lắc còn lại sau 10 dao động toàn phần là

- A. 0,02 rad.      B. 0,08 rad.      C. 0,04 rad.      D. 0,06 rad.

### Hướng dẫn

Độ giảm cơ năng sau một chu kì bằng công của lực ma sát thực hiện trong chu kì đó:

$$\begin{aligned} \frac{mgl\alpha_{max}^2}{2} - \frac{mgl\alpha'^2_{max}}{2} &= F_{ms} \cdot 4l\alpha_{max} \\ \Leftrightarrow \frac{mg}{2} \underbrace{(\alpha_{max} - \alpha'_{max})}_{\Delta\alpha} \cdot \underbrace{(\alpha_{max} + \alpha'_{max})}_{\approx 2\alpha_{max}} &= F_{ms} \cdot 4\alpha_{max} \Rightarrow \Delta\alpha = \frac{4F_{ms}}{mg} = 0,004 \end{aligned}$$

$$\text{Biên độ còn lại sau 10 chu kì: } \alpha_{10} = \alpha_{max} - 10\Delta\alpha = 0,04 \text{ (rad)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

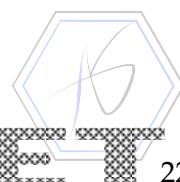
**Ví dụ 8:** Một vật dao động tắt dần chậm. Cứ sau mỗi chu kì biên độ dao động giảm 3% so với biên độ của chu kì ngay trước đó. Hỏi sau  $n$  chu kì cơ năng còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc đầu?

- A.  $(0,97)^n \cdot 100\%$ .      B.  $(0,97)^{2n} \cdot 100\%$ .      C.  $(0,97 \cdot n) \cdot 100\%$ .      D.  $(0,97)^{2+n} \cdot 100\%$ .

### Hướng dẫn

Sau mỗi chu kì biên độ còn lại = 97% biên độ trước đó:

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 = 0,97A \\ A_2 = 0,97A_1 = 0,97^2 A \\ \dots \\ A_n = 0,97^n A \end{cases} \Rightarrow \frac{W_n}{W} = \frac{\frac{m\omega^2 A_n^2}{2}}{\frac{m\omega^2 A^2}{2}} = \left( \frac{A_n}{A} \right)^2 = 0,97^{2n} \cdot 100\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Chú ý:** Nếu cơ năng lúc đầu là  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{mgl}{2} \alpha_{max}^2$  và con lắc chỉ thực hiện được thời gian  $\Delta t$  (hay được  $N = \frac{\Delta t}{T}$  dao động) thì

- \* độ hao hụt cơ năng trung bình sau mỗi chu kì là  $\Delta W = \frac{W}{N}$
- \* công suất hao phí trung bình là  $P_{hp} = \frac{W}{\Delta t}$  (muốn duy trì dao động thì công suất cần cung cấp đúng bằng công suất hao phí).

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn có chiều dài 0,992 (m), quả cầu nhỏ có khối lượng 25 (g). Cho nó dao động tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 m/s<sup>2</sup> với biên độ góc 4<sup>0</sup>, trong môi trường có lực cản tác dụng. Biết con lắc đơn chỉ dao động được 50 (s) thì ngừng hẳn. Gọi  $\Delta W$  và  $P_{hp}$  lần lượt là độ hao hụt cơ năng trung bình sau một chu kì và công suất hao phí trung bình trong quá trình dao động. Lựa chọn các phương án đúng.

A.  $\Delta W = 20 \mu J$ .      B.  $P_{hp} = 10 \mu W$ .      C.  $P_{hp} = 12 \mu W$ .      D.  $\Delta W = 24 \mu J$ .

*Hướng dẫn*

$$\left\{ \begin{array}{l} W = \frac{mgl}{2} \alpha_{max}^2 = \frac{0,025 \cdot 9,8 \cdot 0,992}{2} \cdot \left( \frac{4}{180} \pi \right)^2 \approx 5,9 \cdot 10^{-4} (J) \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,992}{9,8}} \approx 2(s) \end{array} \right. \Rightarrow N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{50}{2} = 25$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta W = \frac{W}{N} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{25} \approx 24 \cdot 10^{-6} (J) \\ P_{hp} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{5,9 \cdot 10^{-4}}{50} \approx 12 \cdot 10^{-6} (W) = 12 (\mu W) \end{array} \right. \Rightarrow \text{Chọn C, D.}$$

**Ví dụ 10:** Một con lắc đồng hồ được coi như một con lắc đơn dao động tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 (m/s<sup>2</sup>); vật nặng có khối lượng 1 (kg), sợi dây dài 1 (m) và biên độ góc lúc đầu là 10<sup>0</sup>. Do chịu tác dụng của một lực cản không đổi nên nó chỉ dao động được 500 (s). Phải cung cấp năng lượng là bao nhiêu để duy trì dao động với biên độ 10<sup>0</sup> trong một tuần. Xét các trường hợp: quá trình cung cấp liên tục và quá trình cung cấp chỉ diễn ra trong thời gian ngắn sau mỗi nửa chu kì.

*Hướng dẫn*

$$\left\{ \begin{array}{l} W = \frac{mgl}{2} \alpha_{max}^2 = \frac{1 \cdot 9,8 \cdot 1}{2} \cdot \left( \frac{10\pi}{180} \right)^2 = 0,14926 (J) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Công suất hao phí : } P_{hp} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{0,14926}{500} = 2,985 \cdot 10^{-4} (W) \end{array} \right.$$



- \* **Trường hợp 1:** quá trình cung cấp là liên tục thì công suất cần cung cấp đúng bằng công suất hao phí. Do đó, năng lượng có ích cần cung cấp:

$$A_{\text{có\_ich}} = P_{\text{cung\_cấp}} \cdot t = P_{\text{hao\_phi}} \cdot t = \frac{W}{\Delta t} \cdot t = \frac{0,14926}{500} \cdot 7.86400 \approx 180,5(J)$$

- \* **Trường hợp 2:** quá trình cung cấp chỉ diễn ra trong thời gian ngắn sau mỗi nửa chu kì thì năng lượng cần cung cấp sau mỗi nửa chu kì đúng bằng công của lực ma sát thực hiện trong nửa chu kì đó:  $\Delta W_{1/2} = F_{ms} \cdot 2A$ . Do đó, năng lượng có ích cần cung cấp:

$$A_{\text{có\_ich}} = \Delta W_{1/2} \times \text{Số_nửa_chu_kì} = \Delta W_{1/2} \cdot \frac{t}{0,5T} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } \Delta t = NT = \frac{A}{\Delta A} T = \frac{kA}{4F_{ms}} T = \frac{\frac{2}{2}}{F_{ms} \cdot 2A} T = \frac{W}{\Delta W_{1/2}} T \Rightarrow \Delta W_{1/2} = \frac{W}{\Delta t} T \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1): } A_{\text{có\_ich}} = \frac{W}{\Delta t} T \cdot \frac{t}{0,5T} = 2 \frac{W}{\Delta t} t \approx 361(J)$$

**Chú ý:** Nếu sau n chu kì biên độ góc giảm từ  $\alpha_1$  xuống  $\alpha_2$  thì công suất hao phí

$$\text{trung bình là } P_{hp} = \frac{W_1 - W_2}{\Delta t} = \frac{\frac{mgl}{2} \alpha_1^2 - \frac{mgl}{2} \alpha_2^2}{n.T}.$$

- Ví dụ 11:** Một con lắc đơn có vật dao động nặng 0,9 kg, chiều dài dây treo 1 m dao động với biên độ góc  $5,5^\circ$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ (m/s}^2)$ . Do có lực cản nhỏ nên sau 8 dao động biên độ góc còn lại là  $4,5^\circ$ . Hỏi để duy trì dao động với biên độ  $5,5^\circ$  cần phải cung cấp cho nó năng lượng với công suất bao nhiêu? Biết rằng, quá trình cung cấp liên tục.

- A. 836,6 mW.      B. 48  $\mu$ W.      C. 836,6  $\mu$ W.      D. 48 mW.

### Hướng dẫn

$$\Delta t = 8T = 8 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 16\pi \sqrt{\frac{1}{9,8}} \approx 16,057(s)$$

$$\Delta W = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 - \frac{mgl}{2} \alpha'^2_{\max} = \frac{0,9 \cdot 9,8 \cdot 1}{2} \left( \left( \frac{5,5\pi}{180} \right)^2 - \left( \frac{4,5\pi}{180} \right)^2 \right) \approx 13,434 \cdot 10^{-3}(J)$$

$$P_{\text{cung\_cấp}} = P_{\text{hao\_phi}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = 836,6 \cdot 10^{-6}(W) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Chú ý:

- \* Năng lượng có ích cần cung cấp sau thời gian t là  $A_{\text{có\_ich}} = P_{\text{cung\_cấp}} t$ .
- \* Nếu hiệu suất của quá trình cung cấp là  $H$  thì năng lượng toàn phần cần cung cấp là  $A_{\text{toàn\_phần}} = \frac{A_{\text{có\_ich}}}{H} = \frac{P_{\text{cung\_cấp}} t}{H}$ .

- \* Nếu dùng nguồn điện một chiều có suất điện động  $E$  và điện lượng  $Q$  để cung cấp thì năng lượng toàn phần cần cung cấp là  $A_{\text{tổn phần}} = EQ \Leftrightarrow \frac{P_{\text{cung cấp}} t}{H} = EQ$ .

**Ví dụ 12:** Một con lắc đơn có dao động nhỏ tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 (\text{m/s}^2)$  với dây dài  $1 (\text{m})$ , quả cầu nhỏ có khối lượng  $80 (\text{g})$ . Cho nó dao động với biên độ góc  $0,15 (\text{rad})$  trong môi trường có lực cản tác dụng thì nó chỉ dao động được  $200 (\text{s})$  thì ngừng hẳn. Duy trì dao động bằng cách dùng một hệ thống lên giây cót sao cho nó chạy được trong một tuần lễ với biên độ góc  $0,15 (\text{rad})$ . Tính công cần thiết để lên giây cót. Biết  $80\%$  năng lượng dùng để thăng lực ma sát do hệ thống các bánh răng cưa. Biết quá trình cung cấp liên tục.

- A. 183 J.                    B. 133 (J).                    C. 33 J.                    D. 193 J.

#### Hướng dẫn

$$W = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 = \frac{0,08 \cdot 9,8 \cdot 1}{2} \cdot 0,15^2 = 8,82 \cdot 10^{-3} (\text{J})$$

$$\text{Công suất hao phí: } P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{8,82 \cdot 10^{-3} (\text{J})}{200 (\text{s})} = 4,41 \cdot 10^{-5} (\text{W})$$

$$\text{Năng lượng cần bổ sung sau một tuần: } 4,41 \cdot 10^{-5} \cdot 7.86400 = 26,67168 (\text{J})$$

$$\text{Vì chỉ có } 20\% \text{ có ích nên công toàn phần: } \frac{100}{20} \cdot 26,67168 \approx 133 (\text{J}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 13:** Một con lắc đơn có vật dao động nặng  $0,1 \text{ kg}$ , dao động với biên độ góc  $6^\circ$  và chu kì  $2 (\text{s})$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 (\text{m/s}^2)$ . Do có lực cản nhỏ nên sau 4 dao động biên độ góc còn lại là  $5^\circ$ . Duy trì dao động bằng cách dùng một hệ thống lên giây cót sao cho nó chạy được trong một tuần lễ với biên độ góc  $6^\circ$ . Biết  $85\%$  năng lượng được dùng để thăng lực ma sát do hệ thống các bánh răng cưa. Tính công cần thiết để lên giây cót. Biết rằng quá trình cung cấp liên tục.

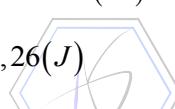
- A. 504 J.                    B. 822 J.                    C. 252 J.                    D. 193 J.

#### Hướng dẫn

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9,8 \cdot 2^2}{4\pi^2} \approx 0,993 (\text{m})$$

$$P_{hp} = \frac{\frac{mgl}{2} (\alpha_1^2 - \alpha_2^2)}{4 \cdot T} = \frac{\frac{0,1 \cdot 9,8 \cdot 0,993}{2} \left( \left( \frac{6\pi}{180} \right)^2 - \left( \frac{5\pi}{180} \right)^2 \right)}{4 \cdot 2} = 2,038 \cdot 10^{-4} (\text{W})$$

$$\text{Năng lượng cần bổ sung sau một tuần: } A_{cc} = 7.86400 \cdot P_{hp} = 123,26 (\text{J})$$



Vì chỉ có 20% có ích nên công toàn phần:  $A_{tp} = \frac{A_{cc}}{0,15} \approx 822(J) \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 14:** Một con lắc đồng hồ được coi như một con lắc đơn dao động tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 (\text{m/s}^2)$ ; vật nặng có khối lượng 1 (kg), sợi dây dài 1 (m) và biên độ góc lắc đầu là  $0,1 (\text{rad})$ . Do chịu tác dụng của một lực cản không đổi nên nó chỉ dao động được 140 (s). Người ta dùng nguồn một chiều có suất điện động 3 (V) điện trở trong không đáng kể để bổ sung năng lượng cho con lắc với hiệu suất 25%. Pin có điện lượng ban đầu 10000 (C). Hỏi đồng hồ chạy được thời gian bao lâu thì lại phải thay pin? Xét các trường hợp: quá trình cung cấp liên tục và quá trình cung cấp chỉ diễn ra trong thời gian ngắn sau mỗi nửa chu kì.

### Hướng dẫn

- \* **Trường hợp 1:** Quá trình cung cấp liên tục.

$$W = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 = \frac{1.9.8.1}{2}.0,1^2 = 0,049(J)$$

Tổng năng lượng cung cấp có ích sau thời gian t:  $A_{\text{có\_ích}} = P_{\text{có\_ích}}t = \frac{W}{\Delta t}t$

Tổng năng lượng cung cấp toàn phần sau thời gian t:

$$A_{\text{tổn\_phần}} = \frac{A_{\text{có\_ích}}}{H} = \frac{1}{H} \frac{W}{\Delta t} t \quad (1)$$

Mặt khác:  $A_{tp} = EQ \quad (2)$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{1}{H} \frac{W}{\Delta t} t = EQ$$

$$\Rightarrow t = \frac{H \Delta t EQ}{W} = \frac{0,25.140.3.10000}{0,049} (s) \times \frac{1(\text{ngày})}{86400(s)} \approx 248(\text{ngày})$$

- \* **Trường hợp 2:** Quá trình cung cấp chỉ diễn ra trong thời gian ngắn sau mỗi nửa chu kì thì năng lượng cần cung cấp sau mỗi nửa chu kì đúng bằng công của lực ma sát thực hiện trong nửa chu kì đó:  $\Delta W_{1/2} = F_{ms}.2A$ . Do đó, năng lượng có ích cần cung cấp:

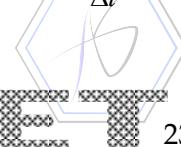
$$A_{\text{có\_ích}} = \Delta W_{1/2} \times \text{Số_nửa_chu_kì} = \Delta W_{1/2} \cdot \frac{t}{0,5T} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } \Delta t = NT = \frac{A}{\Delta A} T = \frac{kA}{4F_{ms}} T = \frac{2}{F_{ms}.2A} T = \frac{W}{\Delta W_{1/2}} T \Rightarrow \Delta W_{1/2} = \frac{W}{\Delta t} T \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1): } A_{\text{có\_ích}} = \frac{W}{\Delta t} T \cdot \frac{t}{0,5T} = 2 \frac{W}{\Delta t} t$$

**KHANG**

**VIEET**



Tổng năng lượng cung cấp toàn phần sau thời gian t:

$$A_{\text{tổng}} = \frac{A_{\text{công}}}{H} = 2 \frac{1}{H} \frac{W}{\Delta t} t \quad \text{Mặt khác: } A_{\text{tổng}} = EQ \text{ nên: } 2 \frac{1}{H} \frac{W}{\Delta t} t = EQ$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{2} \frac{H \Delta t EQ}{W} = \frac{1}{2} \frac{0,25 \cdot 140 \cdot 3 \cdot 10000}{0,049} (s) \times \frac{1(\text{ngày})}{86400(s)} \approx 124(\text{ngày})$$

**Ví dụ 15:** Một con lắc đồng hồ được coi như một con lắc đơn, dao động tại nơi có  $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ . Biên độ góc dao động lúc đầu là  $5^\circ$ . Do chịu tác dụng của một lực cản không đổi  $F_c = 0,012 \text{ (N)}$  nên nó dao động tắt dần với chu kì 2 s. Người ta dùng một pin có suất điện động 3 V điện trở trong không đáng kể để bỗ sung năng lượng cho con lắc với hiệu suất của quá trình bỗ sung là 25%. Biết cứ sau 90 ngày thì lại phải thay pin mới. Tính điện lượng ban đầu của pin. Biết rằng quá trình cung cấp liên tục.

- A.  $2.10^4 \text{ (C)}$ .      B.  $10875 \text{ (C)}$ .      C.  $10861 \text{ (C)}$ .      D.  $10^4 \text{ (C)}$ .

### Hướng dẫn

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2^2}{4\pi^2} = 1(m) \Rightarrow A = l\alpha_{\max} = 1 \cdot \frac{5\pi}{180} \approx 0,0873(m).$$

$$\text{Thời gian dao động tắt dần: } \Delta t = NT = \frac{A}{\Delta A} T = \frac{kA}{4F_c} T.$$

$$\text{Cơ năng ban đầu: } W = \frac{1}{2} kA^2.$$

Công suất hao phí trung bình:

$$P_{hp} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{2F_c \cdot A}{T} = \frac{2 \cdot 0,012 \cdot 0,0873}{2} = 1,0476 \cdot 10^{-3} (W).$$

Công suất cần cung cấp phải bằng công suất hao phí nên công có ích cần cung cấp sau 90 ngày:  $A_{cc} = P_{cc} t = 1,0476 \cdot 10^{-3} \cdot 90 \cdot 86400 = 8146,1376(J)$ .

Vì hiệu suất của quá trình bỗ sung là 25% nên năng lượng toàn phần của pin là:

$$A_{tp} = \frac{A_{cc}}{H} = \frac{8146,1376}{0,25} = 32584,5504(J).$$

$$\text{Mặt khác: } A_{tp} = QE \Rightarrow Q = \frac{A_{tp}}{E} = \frac{32584,5504}{3} \approx 10861(C) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



## Chủ đề 5.

### **TỔNG HỢP CÁC DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA**

#### **BÀI TOÁN THUẬN TRONG TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA**

**Nội dung bài toán:** Cho biết các phương trình dao động thành phần, yêu cầu tìm dao động tổng hợp.

##### **Phương pháp giải**

Tổng hợp hai hay nhiều dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số là một dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số.

**Cách 1.** Phương pháp áp dụng trực tiếp công thức tính A và  $\tan\phi$

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + j_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + j_2) \end{cases} \quad \text{P} \quad \boxed{x = A \cos(\omega t + j)}$$

$$\begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(j_2 - j_1)} \\ \tan j = \frac{A_1 \sin j_1 + A_2 \sin j_2}{A_1 \cos j_1 + A_2 \cos j_2} \end{cases}$$

- \* Nếu một dạng hàm cos, một dạng hàm sin thì đổi:

$$\sin(\omega t + a) = \cos \omega t + a - \frac{p \cdot \ddot{\phi}}{2\ddot{\theta}}$$

- \* Nếu hai dao động cùng pha  $j_2 - j_1 = k2p \quad \text{P} \quad A_{\max} = A_1 + A_2$
- \* Nếu hai dao động thành phần ngược pha  
 $j_2 - j_1 = (2k+1)p \quad \text{P} \quad A_{\min} = |A_1 - A_2|$
- \* Nếu hai dao động thành phần vuông pha  
 $j_2 - j_1 = (2k+1)\frac{p}{2} \quad \text{P} \quad A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

**Cách 2.** Phương pháp cộng các hàm lượng giác

$$x = x_1 + x_2 + \dots$$

$$x = A_1 \cos(\omega t + j_1) + A_2 \cos(\omega t + j_2) + \dots$$

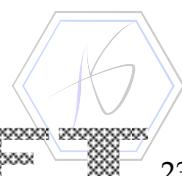
$$x = \cos \omega t (A_1 \cos j_1 + A_2 \cos j_2 + \dots) - \sin \omega t (A_1 \sin j_1 + A_2 \sin j_2 + \dots)$$

$$\text{P} \quad x = A \cos(\omega t + j)$$

**Cách 3.** Phương pháp cộng số phức.

$$x = x_1 + x_2 + \dots$$

$$x = A_1 \text{Đj}_1 + A_2 \text{Đj}_2 + \dots$$



### Kinh nghiệm:

1) Khi cần tổng hợp hai dao động điều hòa có thể dùng một trong ba cách trên.

Khi cần tổng hợp ba dao động điều hòa trở lên thì nên dùng cách 2 hoặc cách 3.

2) Phương pháp cộng số pharc chỉ áp dụng trong trường hợp các số liệu tương minh hoặc biên độ của chúng có dạng nhân cùng với một số,

$$A_1 = \sqrt{2}a$$

Ví dụ:  $A_2 = \sqrt{3}a$  p chọn a = 1 .

$$A_3 = \sqrt{5}a$$

3) Trường hợp chưa biết một đại lượng nào đó thì nên dùng phương pháp vector quay hoặc cộng hàm lượng giác. Trường hợp hai dao động thành phần cùng biên độ thì nên dùng phương pháp lượng giác.

**Ví dụ 1:** Một vật thực hiện hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số:  $x_1 = 4\cos(\omega t + 30^\circ)$  cm,  $x_2 = 8\cos(\omega t + 90^\circ)$  cm (với  $\omega$  đo bằng rad/s và t đo bằng giây). Dao động tổng hợp có biên độ là

- A. 6,93 cm.      B. 10,58 cm.      C. 4,36 cm.      D. 11,87 cm.

### Hướng dẫn

Bài toán đơn giản nên ta dùng cách 1:  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(j_2 - j_1)}$

$$A = \sqrt{4^2 + 8^2 + 2 \cdot 4 \cdot 8 \cos(90^\circ - 30^\circ)} \approx 4,36 \text{ (cm)} \text{ p Chọn C.}$$

Nếu hiểu nhầm  $30^\circ$  rad và  $90^\circ$  rad là  $30^\circ$  và  $90^\circ$  thì sẽ dẫn đến kết quả sai.

**Ví dụ 2:** (ĐH-2008) Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ và có các pha ban đầu là  $\pi/3$  và  $-\pi/6$  (phương trình dạng cos). Pha ban đầu của dao động tổng hợp hai dao động trên bằng

- A.  $-\pi/2$ .      B.  $\pi/4$ .      C.  $\pi/6$ .      D.  $\pi/12$ .

### Hướng dẫn

$$\tan j = \frac{A_1 \sin j_1 + A_2 \sin j_2}{A_1 \cos j_1 + A_2 \cos j_2} = \frac{a \sin \frac{\pi}{3} + a \sin -\frac{\pi}{6}}{a \cos \frac{\pi}{3} + a \cos -\frac{\pi}{6}} \text{ p } j = \frac{\pi}{12} \text{ p Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình:  $x_1 = \sqrt{3} \cos(\omega t + \pi/2)$  cm,  $x_2 = \cos(\omega t + \pi)$  cm. Phương trình dao động tổng hợp là

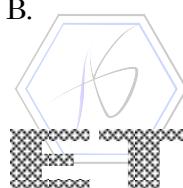
- A.  $x = 2\cos(\omega t - \pi/3)$  cm.      B.  $x = 2\cos(\omega t + 2\pi/3)$  cm.  
C.  $x = 2\cos(\omega t + 5\pi/6)$  cm.      D.  $x = 2\cos(\omega t - \pi/6)$  cm.

### Hướng dẫn

$$x = \sqrt{3}D \frac{p}{2} + 1Dp = 2D \frac{2p}{3} \text{ p } x = 2 \cos \frac{\pi}{3} \omega t + \frac{2p \frac{\pi}{3}}{3} (\text{cm}) \text{ p Chọn B.}$$

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

Shift MODE 4 (Để chọn đơn vị góc là radian)



**[MODE] 2 (Để chọn chế độ tính toán với số phức)**

$\sqrt{3}$  [Shift] [(-)  $\frac{p}{2}$ ]  $\oplus$  1 [Shift] [(-) p]

(Màn hình máy tính sẽ hiện thị  $\sqrt{3}D\frac{p}{2} + 1Dp$ )

[Shift] [2] [3] [=]

Màn hình sẽ hiện kết quả:  $2D\frac{2}{3}p$

Nghĩa là biên độ  $A = 2$  cm và pha ban đầu  $j = \frac{2p}{3}$  nên ta sẽ chọn B.

**Chú ý:** Để thực hiện phép tính về số phức, bấm: **[MODE] 2** màn hình xuất hiện **CMPLEX**

Muốn biểu diễn số phức dạng  $A\angle\varphi$ , bấm **SHIFT** [2] [3] [=]

Muốn biểu diễn số phức dạng:  $a + bi$ , bấm **SHIFT** [2] [4] [=]

Để nhập ký tự  $\angle$  bấm: **SHIFT** [(-)]

Khi nhập các số liệu thì phải thống nhất được đơn vị đo góc là độ hay radian

Nếu chọn đơn vị đo là độ (D), bấm: **SHIFT** [MODE] [3] màn hình hiển thị chữ D

Nếu chọn đơn vị đo là Rad (R), bấm: **SHIFT** [MODE] [4] màn hình hiển thị chữ R

**Ví dụ 4:** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình:  $x_1 = 2\sin(\pi t - 5\pi/6)$  cm,  $x_2 = \cos(\pi t + \pi/6)$  cm. Phương trình dao động tổng hợp

$$A. x = \sqrt{5} \cos(\pi t + 1,63) \text{ cm.}$$

$$B. x = \cos(\pi t - 5\pi/6) \text{ cm.}$$

$$C. x = \cos(\pi t - \pi/6) \text{ cm.}$$

$$D. x = \sqrt{5} \cos(\pi t - 1,51) \text{ cm.}$$

**Hướng dẫn**

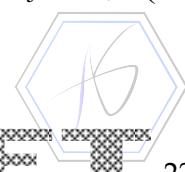
$$\begin{aligned} x_1 &= 2\sin\frac{\pi}{6}t - \frac{5p\frac{\pi}{6}}{6\frac{\pi}{6}} = 2\cos\frac{\pi}{6}t - \frac{4p\frac{\pi}{6}}{3\frac{\pi}{6}} \text{ cm} \\ \text{Đổi hàm sin về hàm cos} \quad x_2 &= \cos\frac{\pi}{6}t + \frac{p\frac{\pi}{6}}{6\frac{\pi}{6}} \text{ cm} \end{aligned}$$

**Cách 1:**

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(j_2 - j_1)} = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2.2.1 \cos\frac{\pi}{6} - \frac{-4p\frac{\pi}{6}}{3\frac{\pi}{6}}} = \sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\tan j = \frac{A_1 \sin j_1 + A_2 \sin j_2}{A_1 \cos j_1 + A_2 \cos j_2} = \frac{2\sin\frac{-4p}{3} + 1.\sin\frac{p}{6}}{2\cos\frac{-4p}{3} + 1.\cos\frac{p}{6}} = -8 - 5\sqrt{3} \text{ p } j = -1,51 \text{ (rad)}$$

¶ Chọn D.



**Cách 2:**

$$x = x_1 + x_2 = 2 \sin \frac{\pi}{6} \text{pt} - \frac{5p \frac{\pi}{6}}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \text{pt} + \frac{p \frac{\pi}{6}}{6}$$

$$x = 2 \sin \text{pt} \cos \frac{5p}{6} - 2 \cos \text{pt} \sin \frac{5p}{6} + \cos \text{pt} \cos \frac{p}{6} - \sin \text{pt} \sin \frac{p}{6}$$

$$x = \cos \text{pt} \frac{-2 + \sqrt{3}}{\frac{144424448}{1442448}} - \sin \text{pt} \frac{1 + 2\sqrt{3}}{\frac{1442448}{1442448}} = \sqrt{5} \cos(\text{pt} - 1,51) \text{(cm)} \quad \text{P Chọn D.}$$

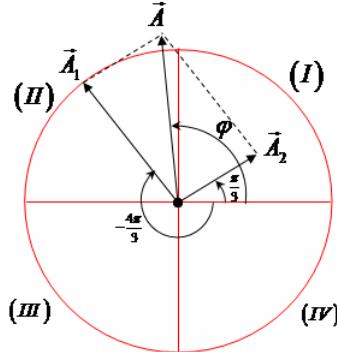
**Cách 3:**

$$x = x_1 + x_2 = 2D - \frac{4p}{3} + 1D \frac{p}{6} = \sqrt{5}D 1,63 \quad \text{P} \quad x = \sqrt{5} \cos(\text{pt} + 1,63) \text{(cm)}$$

P Chọn A.

**Bình luận :** Đáp án đúng là A! Vậy cách 1 và cách 2 sai ở đâu? Ta dễ thấy, véc tơ tổng  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  nằm ở góc phần tư thứ III vì vậy không thể lấy  $\varphi = -1,51$  rad!  
Sai lầm ở chỗ, phương trình có hai nghiệm :

$$\tan j = -8 - 5\sqrt{3} \quad \text{P} \quad j = -1,51 \text{ (rad)} \\ j = p - 1,51 \approx 1,63 \text{ (rad)}$$



Ta phải chọn nghiệm 1,63 rad để cho véc tơ tổng “bị kẹp” bởi hai véc tơ thành phần. Qua đó ta thấy máy tính không “dính những bẫy” thông thường giống như con người! Đây chính là một trong những lợi thế của cách 3.

**Ví dụ 5:** Cho hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số, biên độ lần lượt là a và  $a\sqrt{3}$  và pha ban đầu tương ứng là  $\varphi_1 = 2\pi/3$ ;  $\varphi_2 = \pi/6$ . Pha ban đầu của dao động tổng hợp là:

- A.  $\pi/2$       B.  $\pi/3$       C.  $-\pi/2$       D.  $2\pi/3$

### Hướng dẫn

Muốn sử dụng máy tính ta chọn  $a = 1$  và thực hiện như sau :

$$x = x_1 + x_2 = 1D \frac{2p}{3} + \sqrt{3}D \frac{p}{6} = 2D \frac{1}{3}p \quad x = 2 \cos \frac{\pi}{6} \text{pt} + \frac{p \frac{\pi}{6}}{3} \text{(cm)} \quad \text{P Chọn B.}$$

**Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:**

Shift MODE 4 (Để chọn đơn vị góc là radian)

MODE 2 (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

1 Shift  $(-)$   $\frac{2p}{3}$   $\pm$   $\sqrt{3}$  Shift  $(-)$   $\frac{p}{6}$

(Màn hình máy tính sẽ hiện thị  $1D \frac{2p}{3} + \sqrt{3}D \frac{p}{6}$ )

Shift 2 3  $\pm$



Màn hình sẽ hiện kết quả:  $2\frac{1}{3}p$

Nghĩa là biên độ  $A = 2a$  và pha ban đầu  $j = \frac{p}{3}$  nên ta sẽ chọn B.

**Dùng máy tính Casio fx 570 – MS, bấm như sau:**

[SHTFT] [MODE] [3] [=] (Để cài đặt ban đầu, đơn vị đo góc là độ).

[MODE] [2] (Để cài đặt tính toán với số phức).

$$[1] [\text{SHIFT}] [(-)] [120] + [\sqrt{ }] [3] [\text{SHIFT}] [(-)] [30] \quad \begin{cases} \text{Bấm } [\text{SHIFT}] + [=] \text{ sẽ được } A = 2 \\ \text{Bấm } [\text{SHIFT}] [=] \text{ sẽ được } j = 60 \end{cases}$$

Nghĩa là biên độ  $A = 2$  cm và pha ban đầu  $j = 60^\circ$  nên ta sẽ chọn B.

**Chú ý:** Nếu hai dao động thành phần có cùng biên độ thì ta nên dùng phương pháp lượng giác:

$$x = a \cos(wt + j_1) + a \cos(wt + j_2) = 2a \cos \frac{j_1 - j_2}{2} \cos \frac{\omega t}{2} + \frac{j_1 + j_2}{2} \frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}}$$

**Ví dụ 6:** Phương trình dao động tổng hợp của 2 dao động thành phần cùng phương cùng tần số:  $x_1 = 4\cos(100t)$  (cm);  $x_2 = 4\cos(100t + \pi/2)$  (cm) là

- A.  $x = 4\cos(100t + \pi/4)$  cm.      B.  $x = 4\sqrt{2} \cdot \cos(100t + \pi/8)$  cm.  
 C.  $x = 4\sqrt{2} \cdot \cos(100t + \pi/4)$  cm.      D.  $x = 4\cos(100t + 3\pi/4)$  cm.

### Hướng dẫn

$$x = x_1 + x_2 = 2.4 \cdot \cos \frac{p}{4} \cdot \cos \frac{\omega t}{100} + \frac{p \dot{\theta}}{4 \dot{\theta}} = 4\sqrt{2} \cos \frac{\omega t}{100} + \frac{p \dot{\theta}}{4 \dot{\theta}} \text{ (cm)} \quad \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 7:** Biên độ dao động tổng hợp của ba dao động  $x_1 = 4\sqrt{2} \cos 4\pi t$  (cm),

$x_2 = 4\cos(4\pi t + 0,75\pi)$  (cm) và  $x_3 = 3\cos(4\pi t + 0,25\pi)$  (cm) là

- A. 7 cm.      B.  $8\sqrt{2}$  cm.      C. 8 cm.      D.  $7\sqrt{2}$  cm.

### Hướng dẫn

**Cách 1:** Phương pháp cộng các hàm lượng giác

$$x = x_1 + x_2 + \dots$$

$$x = \cos \omega t (A_1 \cos j_1 + A_2 \cos j_2 + \dots) - \sin \omega t (A_1 \sin j_1 + A_2 \sin j_2 + \dots)$$

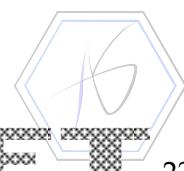
$$x = \cos 4\pi t \left( \frac{3p}{4} \sqrt{2} \cos 0 + 4 \cos \frac{3p}{4} + 3 \cos \frac{p \dot{\theta}}{4 \dot{\theta}} \right) - \sin 4\pi t \left( \frac{3p}{4} \sqrt{2} \sin 0 + 4 \sin \frac{3p}{4} + 3 \sin \frac{p \dot{\theta}}{4 \dot{\theta}} \right)$$

$$x = 3,5\sqrt{2} \cos 5t - 3,5\sqrt{2} \sin 5t = 7 \cdot \cos \frac{\omega t}{4} + \frac{p \dot{\theta}}{4 \dot{\theta}} \text{ (cm)} \quad A = 7 \text{ (cm)} \quad \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:** Phương pháp cộng số phức

$$x = x_1 + x_2 + \dots = A_1 Dj_1 + A_2 Dj_2 + \dots$$

$$x = 4\sqrt{2}D0 + 4D \frac{3p}{4} + 3D \frac{p}{4} = 7D \frac{1}{4}p \quad \text{Chọn A.}$$



**Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:**

**Shift MODE 4** (Để chọn đơn vị góc là radian)

**MODE 2** (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

$$4\sqrt{2} \text{ Shift } (-) 0 + 4 \text{ Shift } (-) \frac{3p}{4} + 3 \text{ Shift } (-) \frac{p}{4}$$

(Màn hình máy tính sẽ hiện thị  $4\sqrt{2}+4D\frac{3p}{4}+3D\frac{p}{4}$ )

**Shift 2 3 =**

Màn hình sẽ hiện kết quả:  $7D\frac{1}{4}p$

Nghĩa là biên độ  $A = 7$  cm và pha ban đầu  $j = \frac{p}{4}$  nên ta sẽ chọn A.

(Pha ban đầu bằng 0 thì chỉ cần nhập  $4\sqrt{2} + 4D\frac{3p}{4} + 3D\frac{p}{4}$  vẫn được kết quả

núi trên).

**Dùng máy tính Casio fx 570 – MS, bấm như sau:**

**SHTFT MODE 3 =** (Để cài đặt ban đầu, đơn vị đo góc là độ).

**MODE 2** (Để cài đặt tính toán với số phức).

$$[4] \sqrt{2} + [4] \text{ SHIFT } (-) [135] + [3] \text{ SHIFT } (-) [45]$$

Bấm **SHIFT + =** sẽ được  $A = 7$

Bấm **SHIFT =** sẽ được  $j = 45$

Nghĩa là biên độ  $A = 7$  cm và pha ban đầu  $j = 45^\circ$  nên ta sẽ chọn A.

**Ví dụ 8:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng pha cùng tần số có phương trình lần lượt là  $x_1 = 5\cos(2\pi t + \varphi)$  cm;  $x_2 = 3\cos(2\pi t - \pi)$  cm;  $x_3 = 4\cos(2\pi t - 5\pi/6)$  cm, với  $0 < \varphi < \pi/2$  và  $\tan\varphi = 4/3$ . Phương trình dao động tổng hợp là

$$A. x = 4\sqrt{3} \cos(2\pi t + 5\pi/6) \text{ cm.} \quad B. x = 3\sqrt{3} \cos(2\pi t - 2\pi/3) \text{ cm.}$$

$$C. x = 4\cos(2\pi t + 5\pi/6) \text{ cm.} \quad D. x = 3\cos(2\pi t - 5\pi/6) \text{ cm.}$$

**Hướng dẫn**

$$5\text{Darctan}\frac{4}{3} + 3D - p + 4D\frac{-5p}{6} = 4D\frac{5p}{6} \text{ P Chọn A.}$$

$$5 \text{ Shift } (-) \text{ Shift } \tan \frac{4}{3} + 4 \text{ Shift } (-) - p + 3 \text{ Shift } (-) \frac{-5p}{6}$$

**Shift 2 3 =**

Màn hình sẽ hiện kết quả:  $4D\frac{5}{6}p$

**Ví dụ 9:** Vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phong có phong trình  $x_1 = 8\cos(20t - \pi/3)$  cm và  $x_2 = 3\cos(20t + \pi/3)$  cm (với t đo bằng giây). Tính gia tốc

cực đại, tốc độ cực đại và vận tốc của vật khi nó ở vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm.

### Hướng dẫn

Biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1A_2 \cos(j_2 - j_1)} = \sqrt{64 + 9 + 2.8.3.\cos\frac{2\pi}{3}} = 7(\text{cm})$$

Gia tốc cực đại và tốc độ cực đại:

$$\begin{cases} a_{\max} = w^2 A = 20^2.7 = 2800(\text{cm/s}^2) \\ v_{\max} = wA = 20.7 = 140(\text{cm/s}) \end{cases}$$

Vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm, tức là vị trí đó cách vị trí cân bằng  $|x| = 7 - 2 = 5(\text{cm})$ .

Vận tốc tính theo công thức:  $v = \pm w\sqrt{A^2 - x^2} = \pm 20\sqrt{7^2 - 5^2} = \pm 40\sqrt{6}(\text{cm/s})$

**Ví dụ 10:** Một vật có khối lượng 0,5 kg thực hiện đồng thời ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình:  $x_1 = 2\sqrt{3} \cos(10t + \pi/3)$  cm;  $x_2 = 4\cos(10t + \pi/6)$  cm;  $x_3 = 8\cos(10t - \pi/2)$  cm (với t đo bằng s). Tính cơ năng dao động và độ lớn gia tốc của vật ở vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm.

### Hướng dẫn

Tổng hợp theo phương pháp cộng số phức:

$$2\sqrt{3}e^{\frac{p}{3}} + 4e^{\frac{p}{6}} + 8e^{-\frac{p}{2}} \stackrel{\text{shift } 2.3}{=} 6e^{-\frac{1}{6}p}.$$

Biên độ dao động tổng hợp là 6 cm nên cơ năng dao động :

$$W = \frac{1}{2}mw^2A^2 = \frac{1}{2}0,5 \cdot 10^2 \cdot 0,06^2 = 0,09(\text{J})$$

Vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm, tức là vị trí đó cách vị trí cân bằng  $|x| = 6 - 2 = 4(\text{cm})$ .

Độ lớn gia tốc của vật tính theo công thức:  $|a| = w^2|x| = 10^2 \cdot 4 = 400(\text{cm/s}^2)$ .

**Ví dụ 11:** Một vật tham gia đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số và vuông pha với nhau. Nếu chỉ tham gia dao động thứ nhất thì vật đạt vận tốc cực đại là  $v_1$ . Nếu chỉ tham gia dao động thứ hai thì vật đạt vận tốc cực đại là  $v_2$ . Nếu tham gia đồng thời 2 dao động thì vận tốc cực đại là

- A.  $0,5(v_1 + v_2)$ .      B.  $(v_1 + v_2)$ .      C.  $(v_1^2 + v_2^2)^{0,5}$ .      D.  $0,5(v_1^2 + v_2^2)^{0,5}$ .

### Hướng dẫn

Vì hai dao động vuông pha nên biên độ dao động tổng hợp:  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Vận tốc cực đại của vật:  $v = wA = \sqrt{(wA_1)^2 + (wA_2)^2} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$  Chọn C.

**Ví dụ 12:** (CĐ–2011) Một vật nhỏ có chuyển động là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương trình là  $x_1 = A_1 \cos \omega t$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \pi/2)$ . Gọi E là cơ năng của vật. Khối lượng của vật bằng

- A.  $\frac{E}{w^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$ .    B.  $\frac{2E}{w^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$ .    C.  $\frac{E}{w^2 (A_1^2 + A_2^2)}$ .    D.  $\frac{2E}{w^2 (A_1^2 + A_2^2)}$ .

### Hướng dẫn

Vì hai dao động vuông pha nên biên độ dao động tổng hợp:  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Cơ năng dao động của vật:  $E = \frac{mw^2 A^2}{2}$      $m = \frac{2E}{w^2 (A_1^2 + A_2^2)}$  Chọn D.

Chú ý: 1) Lực kéo về cực đại:  $F_{\max} = kA = mw^2 A$

2) Lực đàn hồi cực đại:  $F_{dh\max} = k|Dl_0 + A|$

$$\begin{aligned} Dl_0 &= \frac{mg}{k} \\ \text{Trong đó, } Dl_0 &\text{ là độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng: } Dl_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k}. \end{aligned}$$

**Ví dụ 13:** Con lắc lò xo gồm vật nhỏ nặng 1 kg thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa theo phương ngang, theo các phương trình:  $x_1 = 5 \cos \pi t$  (cm) và  $x_2 = 5 \sin \pi t$  (cm) (Góc tọa độ trùng với vị trí cân bằng, t đo bằng giây, lấy  $\pi^2 = 10$ ). Lực cực đại mà lò xo tác dụng lên vật là

- A.  $50\sqrt{2}$  N.    B.  $0,5\sqrt{2}$  N.    C.  $25\sqrt{2}$  N.    D.  $0,25\sqrt{2}$  N.

### Hướng dẫn

$$x_1 = 5 \cos \pi t$$

$$x_2 = 5 \sin \pi t = 5 \cos \left( \pi t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$k = mw^2 = 10 \text{ N/m}$$

$$\text{P } A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(j_2 - j_1)} = 0,05\sqrt{2} (\text{m})$$

$$\text{P } F_{\max} = k(Dl_0 + A) = 10(0 + 0,05\sqrt{2}) = 0,5\sqrt{2} (\text{N}) \text{ P Chọn B.}$$

**Ví dụ 14:** Con lắc lò xo gồm vật nhỏ nặng 1 kg thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, theo các phương trình:

$x_1 = 5\sqrt{2} \cos 10t$  (cm) và  $x_2 = 5\sqrt{2} \sin 10t$  (cm) (Góc tọa độ trùng với vị trí cân bằng, t đo bằng giây và lấy giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). Lực cực đại mà lò xo tác dụng lên vật là

- A. 10 N.    B. 20 N.    C. 25 N.    D. 0,25 N.



### Hướng dẫn

$$x_1 = 5\sqrt{2} \cos 10t$$

$$x_2 = 5\sqrt{2} \sin 10t = 5\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2} \sin \theta$$

$$k = mw^2 = 100(\text{N/m}) \quad Dl_0 = \frac{mg}{k} = 0,1(\text{m})$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(j_2 - j_1)} = 10(\text{cm}) = 0,1(\text{m})$$

$$F_{\max} = k(Dl_0 + A) = 100(0,1 + 0,1) = 20(\text{N}) \quad \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Giả sử ở thời điểm nào đó  $x = \frac{A}{n}$  và đang tăng (giảm) để tính giá trị  $x_1$

và  $x_2$  có thể: Dùng phương pháp vectơ quay; Giải phương trình lượng giác.

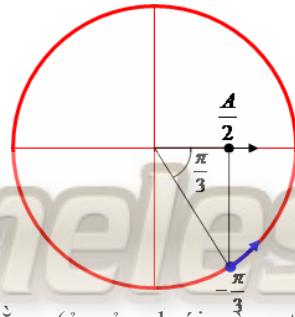
**Ví dụ 15:** Hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình  $x_1 = 6\cos(10t + \pi/6)$  (cm) và  $x_2 = 6\cos(10t + 5\pi/6)$  (cm). Tại thời điểm li độ dao động tổng hợp là 3 cm và đang tăng thì li độ của dao động thứ hai là bao nhiêu?

- A. 10 cm.      B. 9 cm.  
C. 6 cm.      D. -3 cm.

### Hướng dẫn

Phương trình dao động tổng hợp:

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = 6\cos \frac{p}{6} + 6\cos \frac{5p}{6} = 6\cos \frac{p}{2} \\ &= 6\cos \frac{\pi}{2} + \frac{5p}{6} \text{ cm} \end{aligned}$$



Vì  $x = 3$  cm và đang tăng nên pha dao động bằng (ở nửa dưới vong tròn)

$$10t + \frac{p}{2} = -\frac{p}{3} \quad \text{p} \quad 10t = -\frac{5p}{6}$$

$$x_2 = 6\cos \frac{\pi}{2} + \frac{5p}{6} = 6\cos \frac{\pi}{6} + \frac{5p}{6} = 6(\text{cm}) \quad \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:**

1) Hai thời điểm cùng pha cách nhau một khoảng thời gian  $kT$

$$t_2 - t_1 = kT \quad \text{Dj} = k2p \quad x_{t_1} = x_{t_2}$$

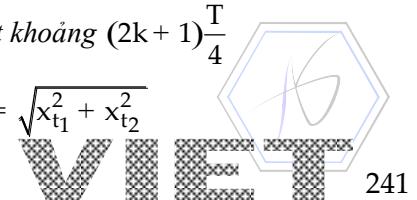
2) Hai thời điểm ngược pha nhau cách nhau một khoảng  $(2k+1)\frac{T}{2}$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow x_{t_1} = -x_{t_2}$$

3) Hai thời điểm vuông pha nhau cách nhau một khoảng  $(2k+1)\frac{T}{4}$

$$t_2 - t_1 = (2k+1)\frac{T}{4} \quad \text{Dj} = (2k+1)\frac{p}{2} \quad A = \sqrt{x_{t_1}^2 + x_{t_2}^2}$$

KHANG



**Ví dụ 16:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng pha cùng tần số có phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(2\pi t + 2\pi/3)$  (cm),  $x_2 = A_2 \cos(2\pi t)$  (cm),  $x_3 = A_3 \cos(2\pi t - 2\pi/3)$  (cm). Tại thời điểm  $t_1$  các giá trị li độ  $x_1(t_1) = -10$  cm,  $x_2(t_1) = 40$  cm,  $x_3(t_1) = -20$  cm. Thời điểm  $t_2 = t_1 + T/4$  các giá trị li độ  $x_1(t_2) = -10\sqrt{3}$  cm,  $x_2(t_2) = 0$  cm,  $x_3(t_2) = 20\sqrt{3}$  cm. Tìm phương trình của dao động tổng hợp?

- A.  $x = 30 \cos(2\pi t + \pi/3)$  cm.      B.  $x = 20 \cos(2\pi t - \pi/3)$  cm.  
 C.  $x_2 = 40 \cos(2\pi t + \pi/3)$  cm.      D.  $x = 20\sqrt{2} \cos(2\pi t - \pi/3)$  cm.

### Hướng dẫn

Hai thời điểm  $t_2$  và  $t_1$  vuông pha nên biên độ tính theo công thức:

$$A = \sqrt{x_{t_1}^2 + x_{t_2}^2}$$

$$\text{Với } A_1 = \sqrt{x_{1(t_1)}^2 + x_{1(t_2)}^2} = 20(\text{cm}); A_2 = \sqrt{x_{2(t_1)}^2 + x_{2(t_2)}^2} = 40(\text{cm});$$

$$A_3 = \sqrt{x_{3(t_1)}^2 + x_{3(t_2)}^2} = 40(\text{cm})$$

Tổng hợp theo phương pháp cộng số phức:

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = A_1 \mathbf{Dj}_1 + A_2 \mathbf{Dj}_2 + A_3 \mathbf{Dj}_3$$

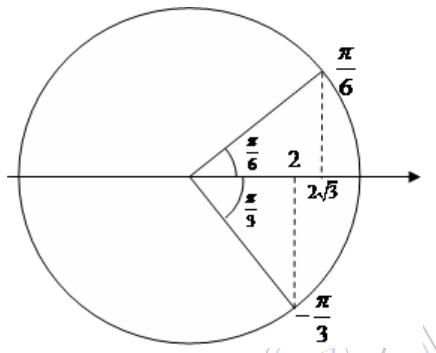
$$20 \frac{2p}{3} + 40 + 40 \frac{-2p}{3} = 20 \frac{-p}{3} \Rightarrow x = 20 \cos \frac{\pi}{3} 2pt - \frac{p\pi}{3} (\text{cm})$$

Đáp án: B.

*Chú ý: Nếu bài toán cho biết trạng thái của hai dao động thành phần ở cùng một thời điểm nào đó, yêu cầu tìm trạng thái của dao động tổng hợp thì có thể làm theo hai cách (vòng tròn lượng giác và giải phương trình lượng giác).*

**Ví dụ 17:** Hai dao động điều hòa (1) và (2) cùng phương, cùng tần số và cùng biên độ 4 cm. Tại một thời điểm nào đó, dao động (1) có li độ  $2\sqrt{3}$  cm, đang chuyển động ngược chiều dương, còn dao động (2) có li độ 2 cm theo chiều dương. Lúc đó, dao động tổng hợp của hai dao động trên có li độ bao nhiêu và đang chuyển động theo chiều nào?

- A.  $x = 8$  cm và chuyển động ngược chiều dương.  
 B.  $x = 5,46$  cm và chuyển động ngược chiều dương.  
 C.  $x = 5,46$  cm và chuyển động theo chiều dương.  
 D.  $x = 8$  cm và chuyển động theo chiều dương.



### Hướng dẫn

**Cách 1:** Chọn thời điểm khảo sát là thời điểm ban đầu  $t = 0$  thì phương trình dao

$$\begin{cases} x_1 = 4 \cos \frac{\pi}{6} \omega t + \frac{p \ddot{\theta}}{6 \ddot{\theta}} \\ x_2 = 4 \cos \frac{\pi}{3} \omega t - \frac{p \ddot{\theta}}{3 \ddot{\theta}} \end{cases}$$

động của các chất điểm lần lượt là:

$$\begin{cases} x_1 = 4 \cos \frac{\pi}{6} \omega t + \frac{p \ddot{\theta}}{6 \ddot{\theta}} \\ x_2 = 4 \cos \frac{\pi}{3} \omega t - \frac{p \ddot{\theta}}{3 \ddot{\theta}} \end{cases}$$

Phương trình dao động tổng hợp (bằng phương pháp cộng các hàm lượng giác):

$$x = x_1 + x_2$$

$$= 4 \cos \frac{\pi}{6} \omega t + \frac{p \ddot{\theta}}{6 \ddot{\theta}} + 4 \cos \frac{\pi}{3} \omega t - \frac{p \ddot{\theta}}{3 \ddot{\theta}}$$

$$x = 2.4 \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{6} \omega t - \frac{p \ddot{\theta}}{12 \ddot{\theta}}$$

$$x = 4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{6} \omega t - \frac{p \ddot{\theta}}{12 \ddot{\theta}} (\text{cm}). \text{ Tại thời điểm ban đầu li độ tổng hợp } x_0 = x_{01} + x_{02}$$

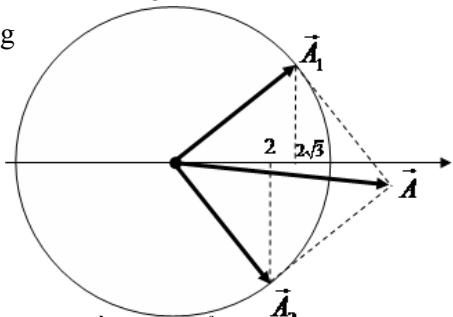
$$= 2\sqrt{3} + 2 \approx 5,46 \text{ cm. Pha ban đầu của dao động tổng hợp } -\frac{p}{12} \text{ thuộc góc phàn}$$

tư thứ IV nên vật đang chuyển động theo chiều dương  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Cách 2:**

$$\text{Li độ tổng hợp: } x = x_1 + x_2 = 2\sqrt{3} + 2 \approx 5,46 \text{ cm.}$$

Véc tơ tổng hợp  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  nằm ở góc phàn tư thứ IV nên hình chiếu chuyển động theo chiều dương.



## BÀI TOÁN NGƯỢC VÀ “BIẾN TƯỚNG” TRONG TỔNG HỢP DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

### 1. Bài toán ngược trong tổng hợp dao động điều hòa

**Nội dung bài toán:** Cho biết các đại lượng trong dao động tổng hợp, yêu cầu tìm một số đại lượng trong các phương trình dao động thành phần.

*Phương pháp giải*

$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1 = A \angle \varphi - A_1 \angle \varphi_1 \\ x = x_1 + x_2 + x_3 \Rightarrow x_3 = x - x_1 - x_2 = A \angle \varphi - A_1 \angle \varphi_1 - A_2 \angle \varphi_2 \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** (ĐH-2010) Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phuong, cùng tần số có phương trình li độ  $x = 3\cos(\pi t - 5\pi/6)$  (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ  $x_1 = 5\cos(\pi t + \pi/6)$  (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là



- A.  $x_2 = 8\cos(\pi t + \pi/6)$  (cm).      B.  $x_2 = 2\cos(\pi t + \pi/6)$  (cm).  
 C.  $x_2 = 2\cos(\pi t - 5\pi/6)$  (cm).      D.  $x_2 = 8\cos(\pi t - 5\pi/6)$  (cm).

### Hướng dẫn

Từ công thức  $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x_2 = x - x_1 = 3\angle -\frac{5\pi}{6} - 5\angle \frac{\pi}{6} = 8\angle -\frac{5\pi}{6}$  ⇒ Chọn D.

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

**Shift MODE 4** (Để chọn đơn vị góc là radian)

**MODE 2** (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

3 Shift  $\boxed{-}$   $\frac{-5\pi}{6}$   $\boxed{-}$  5 Shift  $\boxed{-}$   $\frac{\pi}{6}$  (Màn hình máy tính sẽ hiển thị

$$3\angle -\frac{5\pi}{6} - 5\angle \frac{\pi}{6})$$

Shift  $\boxed{2}\boxed{3}\boxed{E}$

Màn hình sẽ hiện kết quả:  $8\angle -\frac{5\pi}{6}$

Nghĩa là biên độ  $A_2 = 8$  cm và pha ban đầu  $\varphi_2 = -\frac{5\pi}{6}$  nên ta sẽ chọn D.

**Ví dụ 2:** Ba dao động điều hòa cùng phương:  $x_1 = 10\cos(10t + \pi/2)$  (cm),  $x_2 = 12\cos(10t + \pi/6)$  (cm) và  $x_3 = A_3\cos(10t + \varphi_3)$  (cm). Biết dao động tổng hợp của ba dao động trên có phương trình là  $x = 6\sqrt{3} \cos 10t$  (cm). Giá trị  $A_3$  và  $\varphi_3$  lần lượt là

- A. 16 cm và  $\varphi_3 = -\pi/2$ .      B. 15 cm và  $\varphi_3 = -\pi/2$ .  
 C. 10 cm và  $\varphi_3 = -\pi/3$ .      D. 18 cm và  $\varphi_3 = \pi/2$ .

### Hướng dẫn

$x = x_1 + x_2 + x_3 \Rightarrow x_3 = x - x_1 - x_2 = 6\sqrt{3} - 10\angle \frac{\pi}{2} - 12\angle \frac{\pi}{6} = 16\angle -\frac{1}{2}\pi$

⇒ Chọn A.

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

**Shift MODE 4** (Để chọn đơn vị góc là radian)

**MODE 2** (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

$6\sqrt{3} \boxed{-} 10 \text{Shift } \boxed{-} \frac{\pi}{2} \boxed{-} 12 \text{Shift } \boxed{-} \frac{\pi}{6}$

(Màn hình máy tính sẽ hiển thị  $6\sqrt{3} - 10\angle \frac{\pi}{2} - 12\angle \frac{\pi}{6}$ )

Shift  $\boxed{2}\boxed{3}\boxed{E}$



Màn hình sẽ hiện kết quả:  $16\angle -\frac{1}{2}\pi$

Nghĩa là biên độ  $A_3 = 16 \text{ cm}$  và pha ban đầu  $\varphi_3 = -\frac{1}{2}\pi$  nên ta sẽ chọn A.

**Chú ý:** Để tính biên độ thành phần ta dựa vào hệ thức:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad \begin{cases} v_{max} = \omega A \\ a_{max} = \omega^2 A \\ W = 0,5.m\omega^2 A^2 \end{cases}$$

**Ví dụ 3:** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có dạng  $x_1 = 4\cos(10t - \pi/3) \text{ cm}$  và  $x_2 = A_2\cos(10t + \pi) \text{ cm}$ . Biết rằng vận tốc cực đại của vật bằng  $0,2\sqrt{7} \text{ m/s}$ . Xác định biên độ  $A_2$ .

- A. 4 cm.      B. 5 cm.      C. 6 cm.      D. 3 cm.

#### Hướng dẫn

Biên độ dao động tổng hợp:  $A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{20\sqrt{7}}{10} = 2\sqrt{7} \text{ (cm)}$ .

Mặt khác:  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\Rightarrow 4.7 = 16 + A_2^2 - 4A_2 \Rightarrow A_2 = 6 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Một vật có khối lượng 0,2 (kg) tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số và có dạng như sau:  $x_1 = 6\cos(15t + \pi/3) \text{ (cm)}$ ;  $x_2 = a\cos(15t + \pi) \text{ (cm)}$ , với t đo bằng giây. Biết cơ năng dao động của vật là 0,06075 (J). Tính a.

- A. 3 cm.      B. 1 cm.      C. 4 cm.      D. 6 cm.

#### Hướng dẫn

Biên độ được tính từ công thức:

$$W = \frac{m\omega^2 A}{2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = 0,03\sqrt{3} \text{ (m)} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Mặt khác:  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\Rightarrow 9.3 = 36 + a^2 + 2.6.a.\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow a = 3 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc lò xo tham gia đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số góc  $5\sqrt{2}$  (rad/s), có độ lệch pha bằng  $2\pi/3$  và biên độ lần lượt là  $A_1 = 4 \text{ cm}$  và  $A_2$ . Biết độ lớn vận tốc của vật tại thời điểm động năng của vật bằng 2 lần thê năng là  $20 \text{ cm/s}$ . Biên độ  $A_2$  bằng

- A. 4 cm.      B. 6 cm.      C.  $2\sqrt{3} \text{ cm.}$

- D. 2 cm.

### Hướng dẫn

$$\text{Khi } W_d = 2W_t \Rightarrow \begin{cases} W_t = \frac{1}{3}W \\ W_d = \frac{2}{3}W \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{3}}\omega A \Rightarrow 20 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 5\sqrt{2}A \Rightarrow A = 2\sqrt{3} \text{ (cm)} \end{cases}$$

Mặt khác:  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

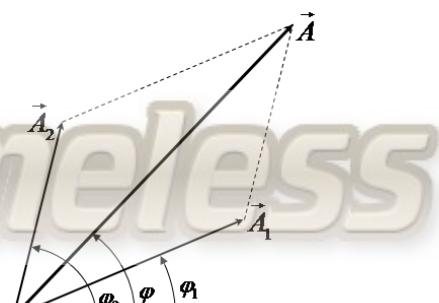
$$\Rightarrow 4.3 = 4^2 + A_2^2 + 2.4A_2\cos\frac{2\pi}{3} \Rightarrow A_2 = 2 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Khi liên qua đến độ lệch pha ( $\varphi_2 - \varphi_1$ ) hoặc ( $\varphi - \varphi_1$ ) hoặc ( $\varphi - \varphi_2$ ) ta dựa

$$\text{vào hệ thức vec tơ: } \begin{cases} \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \\ \vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2 \text{ và bình phương} \\ \vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1 \end{cases}$$

vô hướng hai véc

$$\begin{cases} * \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \\ * \vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2 \Rightarrow A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2\cos(\varphi - \varphi_2) \\ * \vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1 \Rightarrow A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1\cos(\varphi - \varphi_1) \end{cases}$$



**Ví dụ 6:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số 4 Hz và cùng biên độ 2 cm. Khi qua vị trí động năng của vật bằng 3 lần thế năng vật đạt tốc độ  $24\pi$  (cm/s). Độ lệch pha giữa hai dao động thành phần bằng

- A.  $\pi/6$ .      B.  $\pi/2$ .      C.  $\pi/3$ .      D.  $2\pi/3$ .

### Hướng dẫn

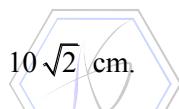
$$\text{Khi } W_d = 3W_t \Rightarrow \begin{cases} W_t = \frac{1}{4}W \\ W_d = \frac{3}{4}W \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}}\omega A \Rightarrow 24\pi = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 8\pi A \Rightarrow A = 2\sqrt{3} \text{ (cm)} \end{cases}$$

Mặt khác:  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\Rightarrow 12 = 2^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cos\Delta\varphi \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 7:** Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số. Biên độ của dao động thứ nhất là  $4\sqrt{3}$  cm và biên độ dao động tổng hợp bằng 4 cm. Dao động tổng hợp trễ pha  $\pi/3$  so với dao động thứ hai. Biên độ của dao động thứ hai là

- A. 4 cm.      B. 8 cm.      C.  $10\sqrt{3}$  cm.      D.  $10\sqrt{2}$  cm.



## *Hướng dẫn*

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \Rightarrow \vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2 \Rightarrow A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2 \cos(\varphi - \varphi_2)$$

$$\Rightarrow 16.3 = 16 + A_2^2 - 2.4.A_2 \cdot \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} A_2 = 8 \text{ (cm)} \\ A_2 = -4 \text{ (cm)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 8:** Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình:  $x_1 = 4\cos(\omega t + \pi/3)$  cm,  $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$  cm. Phương trình dao động tổng hợp  $x = 2\cos(\omega t + \varphi)$  cm. Biết  $\varphi - \varphi_2 = \pi/2$ . Cặp giá trị nào của  $A_2$  và  $\varphi$  sau đây là **đúng**?

- A.  $3\sqrt{3}$  cm và 0.  
 B.  $2\sqrt{3}$  cm và  $\pi/4$ .  
 C.  $3\sqrt{3}$  cm và  $\pi/2$ .  
 D.  $2\sqrt{3}$  cm và 0.

## *Hướng dẫn*

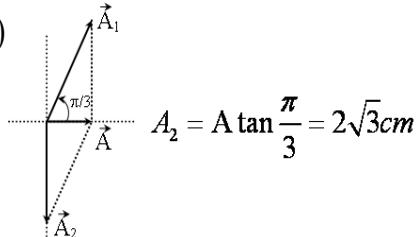
$$\int \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \Rightarrow \vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2 \Rightarrow A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2 \cos(\varphi - \varphi_2)$$

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \Rightarrow \vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1 \Rightarrow A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1)$$

$$\left| 16 = 4 + A_2^2 - 2 \cdot 4 \cdot A_2 \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow A_2 = 2\sqrt{3} \text{ (cm)} \right.$$

$$12 = 4 + 16 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Ví dụ 9:** Hai dao động cùng phương lần lượt có phương trình  $x_1 = A_1 \cos(\pi t - \pi/2)$  (cm) và  $x_2 = 6 \cos(\pi t + \varphi)$  (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình  $x = A \cos(\omega t - \pi/6)$  (cm). A có thể bằng

- A. 9 cm.      B. 6 cm.      C. 12 cm.      D. 18 cm.

## Hướng dẫn

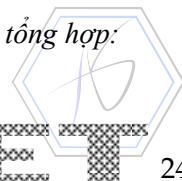
Vì chưa biết pha ban đầu của  $x_2$  nên từ  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  ta viết lại  $\vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1$  rồi bình phương vô hướng hai vế:  $A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2\vec{A}\vec{A}_1$

$$\Rightarrow A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow A_1^2 - AA_1 + (A^2 - 36) = 0$$

Vì cần tìm điều kiện của A nên ta xem phương trình trên là phương trình bậc 2 đối với ẩn  $A_1$ . Điều kiện để phương trình này có nghiệm là:

$$\Delta = A^2 - 4(A^2 - 36) \geq 0 \Rightarrow 0 < A \leq 4\sqrt{3} \approx 6,9 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Nếu hai dao động cùng biên độ thì phương trình dao động tổng hợp:



$$x = x_1 + x_2 = a \cos(\omega t + \varphi_1) + a \cos(\omega t + \varphi_2) = 2a \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

Nếu cho biết phương trình dao động tổng hợp  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  thì ta đổi

chiếu suy ra:  $\begin{cases} \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \varphi \\ \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = ? \\ \varphi_2 = ? \end{cases}$

**Ví dụ 10:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương:  $x_1 = 2\cos(4t + \varphi_1)$  (cm);  $x_2 = 2\cos(4t + \varphi_2)$  (cm) với  $0 \leq \varphi_2 - \varphi_1 \leq \pi$ . Biết phương trình dao động tổng hợp  $x = 2\cos(4t + \pi/6)$  (cm). Hãy xác định  $\varphi_1$ .

- A.  $\pi/6$ .      B.  $-\pi/6$ .      C.  $\pi/2$ .      D. 0.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 = 4 \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \cos \left(4t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right) \\ \text{Đổi chiếu với: } x = 2 \cos \left(4t + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \xrightarrow[0 \leq \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} < \frac{\pi}{2}]{} \begin{cases} \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \frac{\pi}{6} \\ \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 11:** Một vật tham gia đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương:  $x_1 = 2\cos\omega t$  (cm),  $x_2 = 2\cos(\omega t + \varphi_2)$  (cm) và  $x_3 = 2\cos(\omega t + \varphi_3)$  (cm) với  $\varphi_3 \neq \varphi_2$  và  $0 \leq \varphi_3, \varphi_2 \leq \pi$ . Dao động tổng hợp của  $x_1$  và  $x_2$  có biên độ là 2 cm, dao động tổng hợp của  $x_1$  và  $x_3$  có biên độ là  $2\sqrt{3}$  cm. Độ lệch pha giữa hai dao động  $x_2$  và  $x_3$  là

- A.  $5\pi/6$ .      B.  $\pi/3$ .      C.  $\pi/2$ .      D.  $2\pi/3$ .

### Hướng dẫn

$$x_{12} = x_1 + x_2 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\varphi_2}{2}}_2 \cdot \cos \left(4t + \frac{\varphi_2}{2}\right) \Rightarrow \cos \frac{\varphi_2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$x_{13} = x_1 + x_3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\varphi_3}{2}}_{2\sqrt{3}} \cdot \cos \left(4t + \frac{\varphi_3}{2}\right) \Rightarrow \cos \frac{\varphi_3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_3 = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Chú ý:** Khi cho biết  $A$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  tìm điều kiện để  $A_1 \max$  hoặc  $A_2 \max$  ta viết lại hệ

$$\text{thực: } A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow \begin{cases} A^2 = \underbrace{(A_2 - xA_1)^2}_{0} + yA_1^2 \Rightarrow A_1 = \max \\ A^2 = \underbrace{(A_1 - xA_2)^2}_{0} + yA_2^2 \Rightarrow A_2 = \max \end{cases}$$

**Ví dụ 12:** Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình  $x_1 = A_1\cos(\omega t - \pi/6)$  (cm) và  $x_2 = A_2\cos(\omega t + \pi/2)$  (cm) (t do bằng giây). Dao động tổng hợp có phương trình  $x = \sqrt{3}\cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Trong số các giá trị hợp lý của  $A_1$  và  $A_2$  tìm giá trị của  $A_1$  và  $\varphi$  để  $A_2$  có giá trị cực đại.

A.  $A_1 = \sqrt{3}$  cm,  $\varphi = \pi/3$ .

B.  $A_1 = 1$  cm,  $\varphi = \pi/3$ .

C.  $A_1 = 1$  cm,  $\varphi = \pi/6$ .

D.  $A_1 = \sqrt{3}$  cm,  $\varphi = \pi/6$ .

### Hướng dẫn

#### Cách 1:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow 3 = A_1^2 + A_2^2 - A_1A_2 = \underbrace{\left(A_1 - \frac{A_2}{2}\right)^2}_{0} + \underbrace{\frac{3A_2^2}{4}}_{\max}$$

$$\begin{cases} A_{2\max} = 2 \text{ (cm)} \\ A_1 - \frac{A_2}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow A_1 = 1 \text{ (cm)}.$$

Phương pháp cộng số phức:  $x = x_1 + x_2 = A_1\angle\varphi_1 + A_2\angle\varphi_2$

$$1\angle -\frac{\pi}{6} + 2\angle \frac{\pi}{2} = \sqrt{3}\angle \frac{1}{3}\pi \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

**Shift MODE 4** (Để chọn đơn vị góc là radian)

**MODE 2** (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

$$1 \text{ [Shift]} [\text{-}] \frac{\pi}{6} \text{ [+] } 2 \text{ [Shift]} [\text{-}] \frac{\pi}{2}$$

(Màn hình máy tính sẽ hiển thị  $1\angle -\frac{\pi}{6} + 2\angle \frac{\pi}{2}$ )

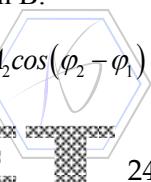
**Shift 2 3 =**

Màn hình sẽ hiện kết quả:  $\sqrt{3}\angle \frac{1}{3}\pi$ .

Nghĩa là biên độ  $A = \sqrt{3}$  cm và pha ban đầu  $\varphi = \frac{\pi}{3}$  nên ta sẽ chọn B.

**Cách 2:** Ta coi phương trình bậc 2 đối với  $A_1$ :  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$A_1^2 - A_1A_2 + (A_2^2 - 3) = 0$$



Để phương trình có nghiệm thì  $\Delta = A_2^2 - 4(A_2^2 - 3) \geq 0 \Rightarrow A_2 \leq 2\text{ (cm)}$

$$\Rightarrow A_{2max} = 2\text{ (cm)} \Rightarrow A_1 = 1\text{ (cm)} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{3} \\ \varphi = \frac{4\pi}{3} \end{cases}$$

**Ví dụ 13:** Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương  $x_1 = a \cos(\omega t + \pi/3)$  (cm) và  $x_2 = b \cos(\omega t - \pi/2)$  (cm) (t đo bằng giây). Biết phương trình dao động tổng hợp là  $x = 8 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Biên độ dao động b có giá trị cực đại khi  $\varphi$  bằng

- A.  $-\pi/3$ .      B.  $-\pi/6$ .      C.  $\pi/6$ .      D.  $5\pi/6$ .

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

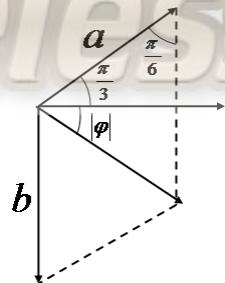
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow 8^2 = a^2 + b^2 - \sqrt{3}ab = \frac{b^2}{4} + \left( \frac{\sqrt{3}b}{2} - a \right)^2$$

$$\begin{cases} b_{max} = 16\text{ cm} \\ \frac{\sqrt{3}b}{2} - a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 8\sqrt{3}\text{ cm} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{6} \\ \varphi = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

**Cách 2:** Áp dụng định lý hàm số sin ta có

$$\frac{8}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{b}{\sin \left( \frac{\pi}{3} + \varphi \right)} \Rightarrow b = 8 \frac{\sin \left( \frac{\pi}{3} + \varphi \right)}{\sin \frac{\pi}{6}}$$

b đạt cực đại khi  $\sin \left( \frac{\pi}{3} + \varphi \right) = 1 \Rightarrow |\varphi| = \frac{\pi}{6}$  lấy dấu trừ.



**Ví dụ 14:** (ĐH-2012) Hai dao động cùng phương lần lượt có phương trình  $x_1 = A_1 \cos(\pi t + \pi/6)$  (cm) và  $x_2 = 6 \cos(\pi t - \pi/2)$  (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Thay đổi  $A_1$  cho đến khi biên độ A đạt giá trị cực tiểu thì  $\varphi$  bằng

- A.  $-\pi/6$ .      B.  $-\pi/3$ .      C.  $\pi$ .      D. 0.

### Hướng dẫn

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = A_1^2 + 6^2 - 6A_1 = \underbrace{(A_1 - 3)^2}_{0} + 27 \Rightarrow A_1 = 3\text{ (cm)}$$

Phương pháp cộng số phức:  $x = x_1 + x_2 = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2$

$$3\angle \frac{\pi}{6} + 6\angle -\frac{\pi}{2} = 3\sqrt{3}\angle -\frac{1}{3}\pi \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 15:** (ĐH-2014) Cho hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + 0,35)$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - 1,57)$  (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình là  $x = 20 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Giá trị cực đại của  $(A_1 + A_2)$  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

- A. 25 cm.      B. 20 cm.      C. 40 cm.      D. 35 cm.

### Hướng dẫn

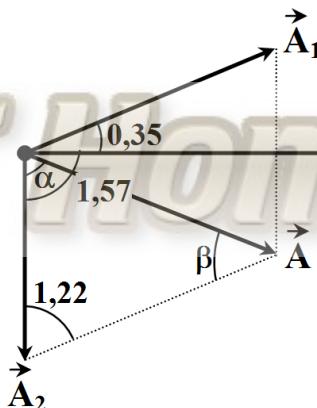
Áp dụng định lý hàm số sin:

$$\frac{A}{\sin 1,22} = \frac{A_1}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} = \frac{A_1 + A_2}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{A_1 + A_2}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

$$\Rightarrow A_1 + A_2 = \frac{A}{\sin 1,22} \cdot 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\Rightarrow A_1 + A_2 = \frac{20}{\sin 1,22} \cdot 2 \sin \frac{\pi - 1,22}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\Rightarrow A_1 + A_2 = 34,912 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \max = 34,912 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

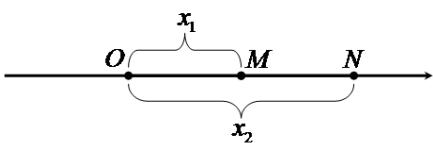


## 2. “Biến tướng” trong tổng hợp dao động điều hòa

Về mặt toán học, thực chất của tổng hợp các dao động điều hòa là cộng các hàm sin, hàm cos (cộng các véc tơ hay cộng các số phức). Vì  $-\sin(\omega t + \varphi) = \sin(\omega t + \varphi + \pi)$  và  $-\cos(\omega t + \varphi) = \cos(\omega t + \varphi + \pi)$  nên trừ các hàm sin, cos có thể xem như đó là “biến tướng” của tổng hợp dao động.

Giả sử hai chất diêm M, N dao động điều hòa trên cùng một trục Ox cùng vị trí cân bằng O và cùng tần số với phương trình lần lượt:

bằng  $O$  và cùng tần số với phương trình lần lượt:



$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

**KHANG VIET**

**VIE**

Tổng đại số  $\overline{OM} + \overline{ON}$  là: 
$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \\ x = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 = A \angle \varphi \Rightarrow |x|_{max} = A \end{cases}$$

Khoảng cách đại số  $\overline{MN}$  là: 
$$\begin{cases} \Delta x = x_2 - x_1 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) - A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ \Delta x = A_2 \angle \varphi_2 - A_1 \angle \varphi_1 = b \angle \varphi \Rightarrow |\Delta x|_{max} = b \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Hai điểm  $M$  và  $N$  cùng dao động điều hòa trên một trục  $x$  quanh điểm  $O$  với cùng tần số góc  $\omega$ . Biên độ của  $M$  là  $A\sqrt{3}$ , của  $N$  là  $A$ . Dao động của  $M$  chậm pha hơn một góc  $\pi/2$  so với dao động của  $N$ . Nhận xét nào sau đây là đúng:

- A. Độ dài đại số  $MN$  biến đổi điều hòa với tần số góc  $\omega$ , biên độ  $2A$  và vuông pha với dao động của  $M$ .
- B. Khoảng cách  $MN$  biến đổi điều hòa với tần số góc  $2\omega$ , biên độ  $A\sqrt{3}$ .
- C. Khoảng cách  $MN$  biến đổi điều hòa với tần số góc  $\omega$ , biên độ  $2A$  và lệch pha  $5\pi/6$  với dao động của  $M$ .
- D. Độ dài đại số  $MN$  biến đổi điều hòa với tần số góc  $2\omega$ , biên độ  $A\sqrt{3}$  và vuông pha với dao động của  $N$ .

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} x_2 = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ x_1 = A\sqrt{3} \cos \omega t \end{cases} \Rightarrow \overline{MN} = x_2 - x_1 = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - A\sqrt{3} \cos \omega t$$

Để dùng máy tính cầm tay chọn  $A = 1$ :  $1 \angle \frac{\pi}{2} - \sqrt{3} = 2 \angle \frac{5}{6}\pi \Rightarrow$  Chọn C.

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

**Shift MODE [4] (Để chọn đơn vị góc là radian)**

**MODE [2] (Để chọn chế độ tính toán với số phức)**

1 Shift [(-)]  $\frac{\pi}{2}$  [-]  $\sqrt{3}$

(Màn hình máy tính sẽ hiển thị  $1 \angle \frac{\pi}{2} - \sqrt{3}$ )

Shift [23] [ ]

Màn hình sẽ hiện kết quả:  $2 \angle \frac{5}{6}\pi$

Nghĩa là biên độ  $2A$  và pha ban đầu  $\frac{5\pi}{6}$  nên ta sẽ chọn C.



**Ví dụ 2:** Hai chất điểm M, N dao động điều hòa trên trục Ox, quanh điểm O, cùng biên độ A, cùng tần số, lệch pha góc  $\varphi$ . Khoảng cách MN

- A. bằng  $2A\cos\varphi$ .  
 B. giảm dần từ  $2A$  về 0.  
 C. tăng dần từ 0 đến giá trị  $2A$ .  
 D. biến thiên tuần hoàn theo thời gian.

### Hướng dẫn

$\begin{cases} x_2 = A \cos(\omega t + \varphi) \\ x_1 = A \cos \omega t \end{cases}$ . Với bài toán này thì không thể dùng máy tính được nên ta

dùng phương pháp trừ các hàm lượng giác:

$$\overline{MN} = x_2 - x_1 = A \cos(\omega t + \varphi) - A \cos \omega t = -2A \sin \frac{\varphi}{2} \sin \left( \omega t + \frac{\varphi}{2} \right) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Bình luận:** Khoảng cách MN cực tiểu bằng 0 khi  $\sin \left( \omega t + \frac{\varphi}{2} \right) = 0$  và cực đại bằng

$$\left| 2A \sin \frac{\varphi}{2} \right| \text{ khi } \sin \left( \omega t + \frac{\varphi}{2} \right) = \pm 1 \text{ nên } 0 \leq MN \leq \left| 2A \sin \frac{\varphi}{2} \right|.$$

**Ví dụ 3:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox, coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là:  $x_1 = 4 \cos(4t + \pi/3)$  cm và  $x_2 = 4\sqrt{2} \cos(4t + \pi/12)$  cm. Trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là

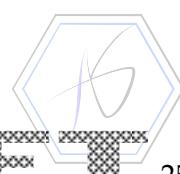
- A. 4 cm.  
 B.  $4(\sqrt{2} - 1)$  cm.  
 C.  $4(\sqrt{2} + 1)$  cm.  
 D. 6 cm.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \Delta x = x_2 - x_1 = 4\sqrt{2} \cos \left( 4t + \frac{\pi}{12} \right) - 4 \cos \left( 4t + \frac{\pi}{3} \right) \\ \Delta x = 4\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{12} - 4 \angle \frac{\pi}{3} = 4 \angle \frac{-\pi}{6} \Rightarrow |\Delta x|_{\max} = 4 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.} \end{cases}$$

**Chú ý:** Để tìm các thời điểm cách nhau một khoảng b thì hoặc giải phương trình  $|\Delta x| = b$  hoặc dùng vòng tròn lượng giác để tìm bốn thời điểm đầu tiên  $t_1, t_2, t_3, t_4$ . Các thời điểm khác xác định như sau:

$$n = \frac{\text{số lần}}{4} \begin{cases} \text{đu 1} \rightarrow t = nT + t_2 \\ \text{đu 2} \rightarrow t = nT + t_2 \\ \text{đu 3} \rightarrow t = nT + t_3 \\ \text{đu 4} \rightarrow t = nT + t_4 \end{cases}$$



**Ví dụ 4:** Hai chất điểm M và N dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox (O là vị trí cân bằng của chúng), coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của chúng lần lượt là:  $x_1 = 10\cos(4\pi t + \pi/3)$  cm và  $x_2 = 10\sqrt{2} \cos(4\pi t + \pi/12)$  cm. Hai chất điểm cách nhau 5 cm ở thời điểm đầu tiên và thời điểm lần thứ 2014 kể từ lúc  $t = 0$  lần lượt là

A.  $11/24$  s và  $2015/8$  s.      B.  $3/8$  s và  $6041/24$  s.  
 C.  $1/8$  s và  $6041/24$  s.      D.  $5/24$  s và  $2015/8$  s.

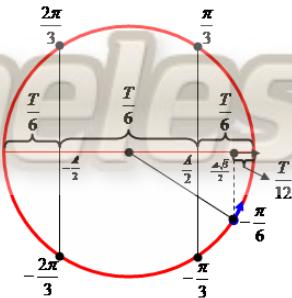
### Hướng dẫn

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(s); \Delta x = x_2 - x_1 = 10\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{12}\right) - 10\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(cm)$$

$$\Delta x = 10\sqrt{2}\angle\frac{\pi}{12} - 10\angle\frac{\pi}{3} = 10\angle\frac{-\pi}{6} \Rightarrow \Delta x = 10\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(cm)$$

Hai chất điểm cách nhau 5 cm thì  $|\Delta x| = 5(cm)$ . Để tìm các thời điểm để  $|\Delta x| = 5(cm)$  ta dùng vòng tròn lượng giác. Thời điểm lần 1, lần 2, lần 3 và lần 4 lần lượt là:

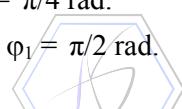
$$\begin{cases} t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{1}{8}(s) \\ t_2 = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{5}{24}(s) \\ t_3 = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{3}{8}(s) \\ t_4 = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{11}{24}(s) \end{cases}$$



$$\text{Ta xét } \frac{2014}{4} = 503 \text{ dư } 2 \Rightarrow t = 503T + t_2 = 503 \cdot 0,5 + \frac{5}{24} = \frac{6041}{24}(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Ba con lắc lò xo 1, 2, 3 đặt thẳng đứng cách đều nhau theo thứ tự 1, 2, 3. Vị trí cân bằng của ba vật dao động cùng nằm trên một đường thẳng. Chọn trục Ox có phương thẳng đứng, gốc tọa độ ở vị trí cân bằng thì phương trình dao động lần lượt là  $x_1 = A_1\cos(20t + \varphi_1)$  (cm),  $x_2 = 5\cos(20t + \pi/6)$  (cm) và  $x_3 = 10\sqrt{3}\cos(20t - \pi/3)$  (cm). Để ba vật dao động của ba con lắc luôn nằm trên một đường thẳng thì

- A.  $A_1 = 20$  cm và  $\varphi_1 = \pi/2$  rad.      B.  $A_1 = 20$  cm và  $\varphi_1 = \pi/4$  rad.  
 C.  $A_1 = 20\sqrt{3}$  cm và  $\varphi_1 = \pi/4$  rad.      D.  $A_1 = 20\sqrt{3}$  cm và  $\varphi_1 = \pi/2$  rad.



### Hướng dẫn

Vì vật (2) cách đều vật (1) và (3) ( $x_2$  là đường trung bình của hình thang) nên ta có:

$$x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2} \Rightarrow x_1 = 2x_2 - x_3$$

$$\Rightarrow x_1 = 10 \cos\left(20t + \frac{\pi}{6}\right) - 10\sqrt{3} \cos\left(20t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\text{Chuyển sang dạng phức: } 10\angle\frac{\pi}{6} - 10\sqrt{3}\angle\frac{-\pi}{3} = 20\angle\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = 20 \cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

**Shift MODE 4**

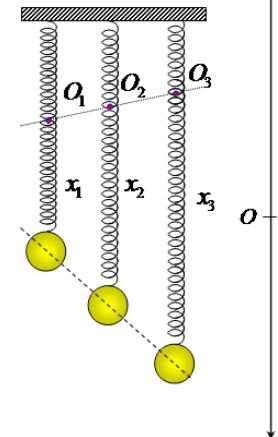
**MODE 2**

10 **Shift** **(-)**  $\frac{\pi}{6}$  **–** 10 $\sqrt{3}$  **Shift** **(-)**  $-\frac{\pi}{3}$

**Shift** **2** **3** **–**

Hiện kết quả  $20\angle\frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

**Bình luận:** Bài toán này cũng là một kiểu biến tướng của tổng hợp dao động. Khi cho hai trong 3 dao động  $x_1$ ,  $x_2$  và  $x_3$  tìm được dao động còn lại.



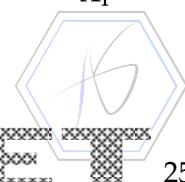
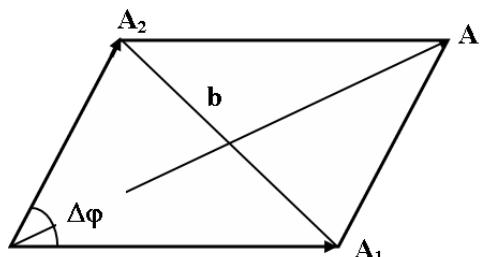
3. Hai chất điểm dao động điều hòa trên 2 đường thẳng song song hoặc trong hai mặt phẳng song song có cùng vị trí cân bằng là ở gốc tọa độ

Nếu hai dao động điều hòa lệch pha nhau  $\Delta\phi$ :  $x_1 = A_1 \cos\omega t$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \Delta\phi)$  thì tổng li độ  $x = x_2 + x_1 = A_2 \cos(\omega t + \Delta\phi) + A_1 \cos\omega t$  và hiệu li độ  $\Delta x = x_2 - x_1 = A_2 \cos(\omega t + \Delta\phi) + A_1 \cos(\omega t + \pi)$ .

Gọi A và b lần lượt là biên độ dao động tổng hợp và khoảng cách cực đại giữa hai chất điểm thì:

$$\begin{cases} A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos\Delta\phi \\ B^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos\Delta\phi \end{cases}$$

(trên hình vẽ A và b là hai đường chéo của hình bình hành!). Khi biết một số đại lượng trong số các đại lượng A, B,  $A_1$ ,  $A_2$  và  $\Delta\phi$  thì sẽ tính được đại lượng còn lại.



**Ví dụ 1:** Hai chất điểm M và N, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M và N lần lượt là  $A_1$  và  $A_2$  ( $A_1 > A_2$ ). Biên độ dao động tổng hợp của hai chất điểm là 7 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phuong Ox là  $\sqrt{97}$  cm. Độ lệch pha của hai dao động là  $2\pi/3$ . Giá trị  $A_1$  và  $A_2$  lần lượt là

- A. 10 cm và 3 cm.    B. 10 cm và 8 cm.    C. 8 cm và 3 cm.    D. 8 cm và 6 cm.

**Hướng dẫn**

$$\begin{aligned} \text{Áp dụng các công thức: } & \begin{cases} A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \\ B^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} 49 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi}{3} \\ 97 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 8 \text{ (cm)} \\ A_2 = 3 \text{ (cm)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 49 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi}{3} \\ 97 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 8 \text{ (cm)} \\ A_2 = 3 \text{ (cm)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M và N đều là 6 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phuong Ox là 6 cm. Độ lệch pha của hai dao động là

- A.  $3\pi/4$ .    B.  $2\pi/3$ .    C.  $\pi/3$ .    D.  $\pi/2$ .

**Hướng dẫn**

**Cách 1:** Áp dụng:  $B^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi$

$$6^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos \Delta\varphi \Rightarrow \cos \Delta\varphi = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

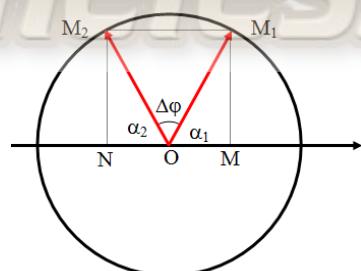
**Cách 2:** Khoảng cách hai chất điểm lớn nhất khi  $M_1M_2 \parallel MN$  và tứ giác  $MM_1M_2N$  là hình chữ nhật.

$$\Rightarrow M_1M_2 = MN = 6 \text{ (cm)} = OM_1 = OM_2 \Rightarrow \Delta OM_1M_2 \text{ đều} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Quy trình giải nhanh:**

Khi cho biết biên độ dao động tổng hợp của hai chất điểm dao động là  $A$  thì độ

$$\text{lệch pha giữa hai dao động thành phần là: } \cos \Delta\varphi = \frac{A^2 - A_1^2 - A_2^2}{2A_1A_2}$$



Khi cho biết khoảng cách cực đại giữa hai chất điểm là  $B$  thì độ lệch pha giữa hai dao động thành phần là:  $\cos \Delta\varphi = \frac{A_1^2 + A_2^2 - B^2}{2A_1A_2}$

Nếu  $\Delta\varphi = \pi/2$  (hai dao động vuông pha) thì  $B = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = A$ .

Nếu  $\Delta\varphi > \pi/2$  thì  $B > \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$  và  $B > A$ .

Nếu  $\Delta\varphi < \pi/2$  thì  $B < \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$  và  $B < A$ .

**Ví dụ 3:** Hai con lắc lò xo giống hệt nhau dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang, dọc theo hai đường thẳng song song cạnh nhau và song song với trục Ox. Biên độ của con lắc 1 là  $A_1 = 4$  cm, con lắc 2 là  $A_2 = 4\sqrt{3}$  cm. Con lắc 2 dao động sớm pha hơn con lắc 1 và trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật dọc theo trục Ox là 4 cm. Khi động năng của con lắc 1 cực đại thì động năng con lắc thứ 2 bằng

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| A. 1/4 giá trị cực đại. | B. 3/4 giá trị cực đại. |
| C. 2/3 giá trị cực đại. | D. 1/2 giá trị cực đại. |

### Hướng dẫn

Cách 1: Khoảng cách giữa hai chất điểm lớn nhất khi  $M_1M_2 \parallel MN$  và tứ giác  $MM_1M_2N$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow M_1M_2 = MN = 4(cm)$

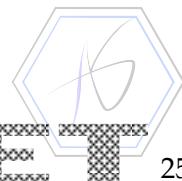
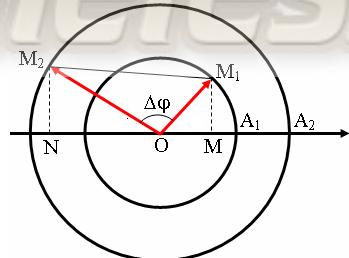
$$\Rightarrow \cos \Delta\varphi = \frac{(OM_1)^2 + (OM_2)^2 - (M_1M_2)^2}{2 \cdot OM_1 \cdot OM_2} = \frac{(4)^2 + (4\sqrt{3})^2 - (4)^2}{2 \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$$

Ta chọn: 
$$\begin{cases} x_1 = 4 \sin \omega t (cm) \\ x_2 = 4\sqrt{3} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right) (cm) \end{cases}$$

Chọn  $t = 0$  thì  $x_1 = 0$  và  $W_{d1} = \max$ , còn  $x_2 = A_2/2$  nên thê năng con lắc 2 bằng  $1/4$  cơ năng của nó và động năng bằng  $3/4$  cơ năng của nó  $\Rightarrow$  Chọn B.

Cách 2: Áp dụng công thức:  $\cos \Delta\varphi = \frac{A_1^2 + A_2^2 - B^2}{2A_1A_2}$

$$\Rightarrow \cos \Delta\varphi = \frac{(4)^2 + (4\sqrt{3})^2 - (4)^2}{2 \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{6}.$$



$$\begin{cases} x_1 = 4 \sin \omega t \text{ (cm)} \\ x_2 = 4\sqrt{3} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ (cm)} \end{cases}$$

Ta có thể chọn: Chọn  $t = 0$  thì  $x_1 = 0$  và  $W_{d1} = \max$ ,

còn  $x_2 = A_2/2$  nên thé năng con lắc 2 bằng  $1/4$  cơ năng của nó và động năng bằng  $3/4$  cơ năng của nó  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 4:** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M và N đều là 6 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phuong Ox là 6 cm. Mốc thé năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng gấp ba lần thé năng, tỉ số động năng của M và thé năng của N là

- A. 4 hoặc  $4/3$ .      B. 3 hoặc  $4/3$ .      C. 3 hoặc  $3/4$ .      D. 4 hoặc  $4/3$ .

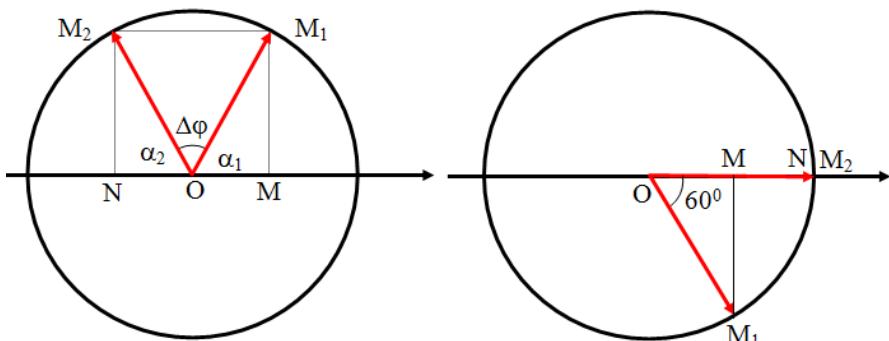
#### Hướng dẫn

Cách 1: Khoảng cách hai chất điểm lớn nhất khi  $M_1M_2 \parallel MN$  và tứ giác  $MM_1M_2N$  là hình chữ nhật

$$\Rightarrow M_1M_2 = MN = 6 \text{ (cm)} = OM_1 = OM_2 \Rightarrow \Delta OM_1M_2 \text{ đều} \Rightarrow \Delta\phi = \frac{\pi}{3}$$

$$W_{dM} = 3W_{tM} \Rightarrow \begin{cases} W_{tM} = \frac{1}{4}W_M \Rightarrow OM = \frac{A_1}{2} \Rightarrow \alpha_1 = 60^\circ \\ W_{dM} = \frac{3}{4}W_M \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 = 60^\circ \Rightarrow W_{tN} = \frac{1}{3}W_{dN} = \frac{1}{4}W_N \\ \alpha_2 = 0^\circ \Rightarrow W_{tN} = W_N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{W_{dM}}{W_{tN}} = \frac{\frac{3}{4}W_M}{\frac{1}{4}W_N} = 3 \\ \frac{W_{dM}}{W_{tN}} = \frac{\frac{3}{4}W_M}{W_N} = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



Cách 2: Áp dụng công thức:  $\cos \Delta\varphi = \frac{A_1^2 + A_2^2 - B^2}{2A_1A_2} = \frac{6^2 + 6^2 - 6^2}{2.6.6} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3}. Ta có thể chọn: \begin{cases} x_1 = 6 \cos \omega t (cm) \\ x_2 = 6 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) (cm) \end{cases}$$

Vì khối lượng, tần số góc và biên độ của các dao động thành phần bằng nhau nên cơ năng bằng nhau và bằng  $W_r = \pm 2\pi/3$ . Do đó,  $x_2 = \pm A_2$  hoặc  $x_2 = \pm A_2/2$ ; tức là  $W_{d2} = \max = W$  hoặc  $W_{d2} = W/4$ .

Vì vậy,  $W_{d1}/W_{d2} = 3/4$  hoặc  $W_{d1}/W_{d2} = 3 \Rightarrow$  Chọn C.

Khi  $W_{d1} = 3W_{d2} = 3W/4$  thì  $x_1 = \pm A_1/2$  nên  $\omega t = \pm\pi/3$  hoặc  $\omega t$

**Chú ý:** Khi hai dao động vuông pha nhau thì

1) Khoảng cách cực đại giữa hai chất điểm bằng biên độ dao động tổng hợp:

$$b = A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

2) Ở một thời điểm nào đó, dao động này có thể năng bằng động năng thì dao động kia cũng vậy nên tỉ số động năng bằng tần số động năng và bằng tỉ số cơ năng.

**Ví dụ 5:** (ĐH-2012) Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Môc tần số động tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng tần số động năng của M và động năng của N là

A. 4/3.

B. 3/4.

C. 9/16.

D. 16/9.

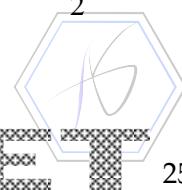
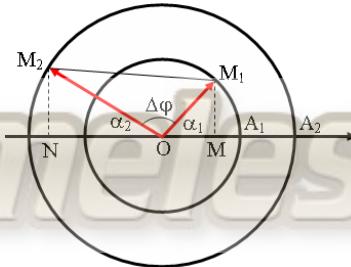
### Hướng dẫn

Cách 1: Khoảng cách giữa hai chất điểm lớn nhất khi  $M_1M_2 \parallel MN$  và tứ giác  $MM_1M_2N$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow M_1M_2 = MN = 10(cm)$

$$\Rightarrow \cos \Delta\varphi = \frac{(OM_1)^2 + (OM_2)^2 - (M_1M_2)^2}{2 \cdot OM_1 \cdot OM_2} = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$W_{tM} = W_{dM} = \frac{W_M}{2} \Rightarrow OM = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow W_{tN} = W_{dN} = \frac{W_N}{2}$$

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{0,5W_M}{0,5W_N} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow$$
 Chọn C.



*Cách 2 :* Khoảng cách giữa hai chất điểm ở thời điểm bất kì :

$$\underbrace{6\cos(\omega t + \varphi_1)}_{x_M} - \underbrace{8\cos(\omega t + \varphi_2)}_{x_N} = \underbrace{10\cos(\omega t + \varphi_{12})}_{\Delta x}$$

Vì  $6^2 + 8^2 = 10^2$  nên  $x_M$  vuông pha với  $x_N$ . Do đó:  $\frac{x_M^2}{A_1^2} + \frac{x_N^2}{A_2^2} = 1$ .

Khi  $W_{tM} = W_{dM} = \frac{W}{2} = \frac{m\omega^2 A_1^2}{4}$  thì  $x_M = \pm A_1 \sqrt{2}$  từ đó suy ra:  $x_N = \pm A_2 \sqrt{2}$ , hay

$$W_{tN} = W_{dN} = \frac{W_N}{2} = \frac{m\omega^2 A_2^2}{4}.$$

Tỉ số động năng của M và động năng của N là:  $\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = \frac{9}{16}$

*Cách 3 :* Áp dụng công thức:  $\cos \Delta\varphi = \frac{A_1^2 + A_2^2 - B^2}{2A_1 A_2} = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ . Hai dao

động này vuông pha. Ở một thời điểm nào đó, dao động này có thể năng bằng động năng thì dao động kia cũng vậy nên tỉ số động năng bằng tỉ số thế năng và

bằng tỉ số cơ năng:  $\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{W_1}{W_2} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 6:** (CĐ-2012) Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau.

Phương trình dao động của các vật lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos \omega t$  (cm) và  $x_2 = A_2 \sin \omega t$  (cm). Biết  $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$  ( $cm^2$ ). Tại thời điểm t, vật thứ nhất đi qua vị trí có- li độ  $x_1 = 3$  cm với vận tốc  $v_1 = -18$  cm/s. Khi đó vật thứ hai có tốc độ bằng

- A.  $24\sqrt{3}$  cm/s.      B.  $8\sqrt{3}$  cm/s.      C. 8 cm/s.      D. 24 cm/s.

### Hướng dẫn

$$64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2 \Rightarrow 64 \cdot 3^2 + 36x_2^2 = 48^2 \Rightarrow |x_2| = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{Đạo hàm hai vế phương trình: } 64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2 \Rightarrow 128x_1v_1 + 72x_2v_2 = 0$$

$$\Rightarrow |v_2| = \left| \frac{16x_1v_1}{9x_2} \right| = 8\sqrt{3} \text{ (cm/s)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Bình luận:** Từ phương trình:

$$ax_1^2 + bx_2^2 = c \Rightarrow \begin{cases} ax_1^2 + bx_2^2 = c \\ 2ax_1x'_1 + 2bx_2x'_2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Cho } x_1, v_1} \begin{cases} |x_2| = ? \\ |v_2| = ? \end{cases}$$

**Ví dụ 7:** Hai chất điểm dao động điều hòa, cùng phương cùng cùng tần số với li độ lần lượt là  $x_1$  và  $x_2$ . Li độ của hai chất điểm thỏa mãn điều kiện:

$1,5x_1^2 + 2x_2^2 = 18$  ( $cm^2$ ). Tính biên độ dao động tổng hợp của hai dao động trên.

- A. 5 cm.      B. 2 cm.      C. 4 cm.      D.  $\sqrt{21}$  cm.

**Hướng dẫn**

Từ  $1,5x_1^2 + 2x_2^2 = 18 \text{ (cm}^2\text{)} \Rightarrow \left(\frac{x_1}{\sqrt{12}}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{3}\right)^2 = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 \perp x_2 \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \\ A_1 = \sqrt{12} \text{ (cm)}; A_2 = 3 \text{ (cm)} \end{cases} \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{12 + 9} = \sqrt{21} \text{ (cm)}$$

**Ví dụ 8:** Ba chất điểm dao động điều hòa, cùng phương, cùng biên độ A, cùng vị trí cân bằng là gốc tọa độ nhưng tần số khác nhau. Biết rằng, tại mọi thời điểm li độ và vận tốc của các chất điểm liên hệ với nhau bằng biểu thức  $\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = \frac{x_3}{v_3}$ . Tại thời điểm t, chất điểm 3 cách vị trí cân bằng là 3 cm thì đúng lúc này, hai chất điểm còn lại nằm đối xứng nhau qua gốc tọa độ và chúng cách nhau 4 cm. Giá trị A gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 3,2 cm.      B. 3,5 cm.      C. 4,5 cm.      D. 5,4 cm.

**Hướng dẫn**

Đạo hàm theo thời gian hai về hệ thức  $\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = \frac{x_3}{v_3}$  ta được:

$$\begin{aligned} & \frac{x'_1 v_1 - x_1 v'_1}{v_1^2} + \frac{x'_2 v_2 - x_2 v'_2}{v_2^2} = \frac{x'_3 v_3 - x_3 v'_3}{v_3^2} \text{ thay } \begin{cases} x'v = v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \\ xv' = x.a = -\omega^2 x^2 \end{cases} \\ & \Rightarrow \frac{\omega_1^2(A^2 - x_1^2) + \omega_1^2 x_1^2}{\omega_1^2(A^2 - x_1^2)} + \frac{\omega_2^2(A^2 - x_2^2) + \omega_2^2 x_2^2}{\omega_2^2(A^2 - x_2^2)} = \frac{\omega_3^2(A^2 - x_3^2) + \omega_3^2 x_3^2}{\omega_3^2(A^2 - x_3^2)} \\ & \Rightarrow \frac{1}{A^2 - x_1^2} + \frac{1}{A^2 - x_2^2} = \frac{1}{A^2 - x_3^2} \xrightarrow{x_2^2 = x_1^2 = 2^2, x_3^2 = 3^2} \frac{1}{A^2 - 4} + \frac{1}{A^2 - 4} = \frac{1}{A^2 - 9} \\ & \Rightarrow A = \sqrt{14} = 3,74 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B.} \end{aligned}$$

**Ví dụ 9:** Ba chất điểm dao động điều hòa, cùng phương, cùng biên độ A, cùng vị trí cân bằng là gốc tọa độ nhưng tần số góc lần lượt là  $\omega$ ,  $2\omega$  và  $3\omega$ . Biết rằng, tại mọi thời điểm li độ và vận tốc của các chất điểm liên hệ với nhau bằng biểu

thức  $\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = \frac{x_3}{v_3}$ . Tại thời điểm t, tốc độ của các chất điểm theo đúng thứ tự

lần lượt là 10 cm/s, 15 cm/s và  $v_0$ . Giá trị  $v_0$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 16 cm/s.      B. 19 cm/s.      C. 45 cm/s.      D. 54 cm/s.

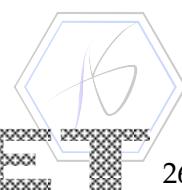
**Hướng dẫn**

Đạo hàm theo thời gian hai về hệ thức  $\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = \frac{x_3}{v_3}$  ta được:

$$\frac{x'_1 v_1 - x_1 v'_1}{v_1^2} + \frac{x'_2 v_2 - x_2 v'_2}{v_2^2} = \frac{x'_3 v_3 - x_3 v'_3}{v_3^2}$$

KHANG VIET

VIE



thay  $\begin{cases} x'v = v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \\ xv' = x.a = -\omega^2x^2 = -\omega^2\left(A^2 + \frac{v^2}{\omega^2}\right) = -\omega^2A^2 + v^2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{v_1^2 + \omega_1^2 A^2 - v_1^2}{v_1^2} + \frac{v_2^2 + \omega_2^2 A^2 - v_2^2}{v_2^2} = \frac{v_3^2 + \omega_3^2 A^2 - v_3^2}{v_3^2} \Rightarrow \frac{\omega_1^2}{v_1^2} + \frac{\omega_2^2}{v_2^2} = \frac{\omega_3^2}{v_3^2}$$

$$\frac{1}{10^2} + \frac{4}{15^2} = \frac{9}{v_3^2} \Rightarrow |v_3| = 18 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục  $Ox$ , cạnh nhau, cùng tần số và vị trí cân bằng ở góc tọa độ.

Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ  $x_0$ , chúng chuyển động ngược chiều nhau thì

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) > 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = ? \Rightarrow \Delta\varphi = |(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1)| = ?$$

$$\begin{cases} x_1 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) < 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = ?$$

hoặc

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) < 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = ? \Rightarrow \Delta\varphi = |(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1)| = ?$$

$$\begin{cases} x_1 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) > 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = ?$$

Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ  $x_0$ , chúng chuyển động cùng chiều dương thì

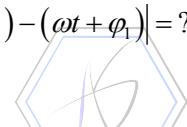
$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) > 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = ? \Rightarrow \Delta\varphi = |(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1)| = ?$$

$$\begin{cases} x_1 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) > 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = ?$$

Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ  $x_0$ , chúng chuyển động cùng chiều âm thì

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) < 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = ? \Rightarrow \Delta\varphi = |(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1)| = ?$$

$$\begin{cases} x_1 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = x_0 \\ v_1 = -\omega A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) < 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = ?$$



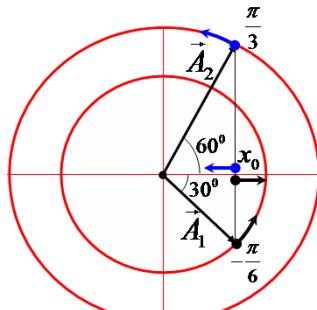
**Ví dụ 10:** Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục  $Ox$ , cạnh nhau, cùng tần số và biên độ của chất điểm thứ nhất là  $A/\sqrt{3}$  còn của chất điểm thứ hai là  $A$ . Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ  $+A/2$ , chúng chuyển động ngược chiều nhau. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

A.  $2\pi/3$ .B.  $\pi/3$ .C.  $\pi$ .D.  $\pi/2$ .**Hướng dẫn**

$$\text{Cách 1: } \begin{cases} x_1 = \frac{A}{\sqrt{3}} \cos(\omega t + \varphi_1) = \frac{A}{2} \\ v_1 = -\frac{\omega A}{\sqrt{3}} \sin(\omega t + \varphi_1) > 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_1) = -\frac{\pi}{6}$$

$$\begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t + \varphi_2) = \frac{A}{2} \\ v_1 = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_2) < 0 \end{cases} \Rightarrow (\omega t + \varphi_2) = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

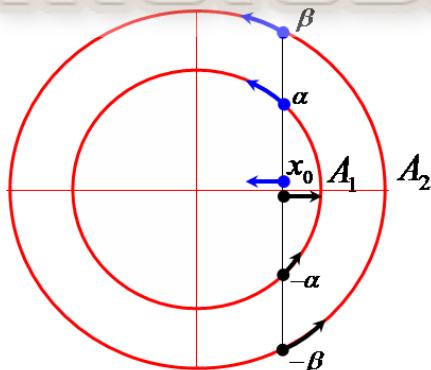


Cách 2: Dùng vòng tròn lượng giác:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Cách 2 được gọi là phương pháp dùng VTLG kép.

- + Ta vẽ hai vòng tròn đồng tâm với bán kính lần lượt bằng biên độ của các dao động thành phần (nếu bán kính bằng nhau thì hai đường tròn trùng nhau).
- + Tại li độ gặp nhau ta vẽ đường thẳng vuông góc với trục  $x$  sẽ cắt mỗi vòng tròn tại hai điểm với  $\alpha = \arccos \frac{x_0}{A_1}$  và  $\beta = \arccos \frac{x_0}{A_2}$ .



Nếu khi gặp nhau hai chất điểm chuyển động cùng chiều (một ở nửa trên vòng tròn và một ở nửa dưới) thì độ lệch pha bằng  $\Delta\varphi = |\beta + \alpha|$  còn nếu chuyển động cùng chiều (cùng ở nửa trên hoặc cùng ở nửa dưới vòng tròn) thì  $\Delta\varphi = |\beta - \alpha|$ .



**Ví dụ 11:** Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục  $Ox$ , cạnh nhau, cùng tần số và biên độ của chất điểm thứ nhất là 4 cm còn của chất điểm thứ hai là 14,928 cm. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ 3,864 cm, chúng chuyển động cùng chiều nhau. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

- A.  $2\pi/3$ .      B.  $\pi/3$ .      C.  $\pi$ .      D.  $\pi/2$ .

### Hướng dẫn

Khi gặp nhau hai chất điểm chuyển động cùng chiều nên độ lệch pha:

$$\Delta\phi = |\beta - \alpha| = \left| \arccos \frac{3,864}{14,928} - \arccos \frac{3,864}{4} \right| \approx 1,047 \approx \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

## 4. Hiện tượng trùng phùng và gặp nhau

Giả sử hai con lắc bắt đầu dao động từ thời điểm  $t = 0$ . Sau khoảng thời gian  $\Delta t$  con lắc 1 thực hiện đúng  $n_1$  dao động, con lắc 2 thực hiện đúng  $n_2$  dao động:

$$\Delta t = n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \text{phân số tối giản} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = a.n \\ n_2 = b.n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = aT_1 = bT_2, \Delta t_{\min} = a.T_1 = b.T_2 \text{ khi } n=1$$

**Ví dụ 1:** Hai con lắc đơn có chiều dài lằn lượt là 64 cm và 81 cm dao động nhỏ trong hai mặt phẳng song song. Lấy gia tốc trọng trường bằng  $\pi^2 \text{ m/s}^2$ . Hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều lúc  $t = 0$ . Xác định thời điểm gần nhất mà hiện tượng trên tái diễn.

- A. 14,4 s.      B. 16 s.      C. 28,8 s.      D. 7,2 s.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} = 1,6(s) \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}} = 1,8(s) \end{cases} \Rightarrow \Delta t = n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1,8}{1,6} = \frac{9}{8} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 9n \\ n_2 = 8n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 14,4n \Rightarrow \Delta t_{\min} = 14,4(s) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Hai con lắc đơn có chiều dài lằn lượt là 64 cm và 81 cm dao động nhỏ trong hai mặt phẳng song song. Lấy gia tốc trọng trường bằng  $\pi^2 \text{ m/s}^2$ . Hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều lúc  $t = 0$ . Gọi  $t_1$  và  $t_2$  lằn lượt là thời điểm gần nhất mà cùng đi qua vị trí cân bằng cùng chiều và cùng qua vị trí cân bằng ngược chiều. Giá  $t_1$  và  $t_2$  lằn lượt là

- A. 14,4 s và 7,2 s.      B. 7,2 s và 14,4 s.      C. 28,8 s và 7,2 s.      D. 7,2 s và 28,8 s.

### Hướng dẫn

Gọi  $t$  là các thời điểm mà hai vật dao động cùng qua vị trí cân bằng.

$t = n_1 \cdot \frac{T_1}{2} = n_2 \cdot \frac{T_2}{2} = 0,8n_1 = 0,9n_2 (s)$  (với  $n_1$  và  $n_2$  là các số nguyên dương).

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{0,9}{0,8} = \frac{9}{8} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 9n \\ n_2 = 8n \end{cases} \Rightarrow t = 0,8 \cdot 9n = 0,9 \cdot 8n = 7,2n (s) \text{ (với } n = 1; 2; 3\dots\text{)}.$$

Khi n chẵn thì cả hai chất điểm cùng qua vị trí cân bằng cùng chiều nhau, còn n lẻ thì hai chất điểm cùng qua vị trí cân bằng ngược chiều nhau.

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 7,2 \cdot 2 = 14,4(s) \\ t_2 = 7,2 \cdot 1 = 7,2(s) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 64 cm và 81 cm dao động nhỏ trong hai mặt phẳng song song. Lấy gia tốc trọng trường bằng  $\pi^2 \text{ m/s}^2$ . Hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều lúc  $t = 0$ . Đến thời điểm  $t = 110 \text{ s}$  thì số lần mà cả hai vật dao động cùng đi qua vị trí cân bằng nhưng ngược chiều nhau là

- A. 7 lần.                  B. 8 lần.                  C. 15 lần.                  D. 14 lần.

#### Hướng dẫn

Gọi  $t$  là các thời điểm mà hai vật dao động cùng qua vị trí cân bằng:

$t = n_1 \cdot \frac{T_1}{2} = n_2 \cdot \frac{T_2}{2} = 0,8n_1 = 0,9n_2 (s)$  (với  $n_1$  và  $n_2$  là các số nguyên dương).

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{0,9}{0,8} = \frac{9}{8} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 9n \\ n_2 = 8n \end{cases} \Rightarrow t = 0,8 \cdot 9n = 0,9 \cdot 8n = 7,2n (s) \text{ (với } n = 1; 2; 3\dots\text{)}.$$

Khi n chẵn thì cả hai chất điểm cùng qua vị trí cân bằng cùng chiều nhau, còn n lẻ thì hai chất điểm cùng qua vị trí cân bằng ngược chiều nhau.

Từ điều kiện  $0 < t \leq 110 \text{ s} \Rightarrow 0 < n \leq 15,28 \Rightarrow n = 1; 2; \dots; 15 \Rightarrow$  Trong có có 8 giá trị lẻ của  $n \Rightarrow$  Chọn B.

**Chú ý:** Hai dao động điều hòa cùng phương Ox cùng biên độ và cùng vị trí cân bằng O với phương trình lần lượt là:  $x_1 = A \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ ,  $x_2 = A \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ . Để tìm các thời điểm gặp nhau có thể: giải phương trình  $x_1 = x_2$  hoặc dùng vòng tròn lượng giác.

Khi giải phương trình  $x_1 = x_2$  ta được hai họ nghiệm:

$$\begin{cases} (\omega_2 t + \varphi_2) + (\omega_1 t + \varphi_1) = k \cdot 2\pi \\ (\omega_2 t + \varphi_2) - (\omega_1 t + \varphi_1) = l \cdot 2\pi \end{cases} \quad (\text{nếu } \omega_2 > \omega_1)$$

$$\text{hoặc} \quad \begin{cases} (\omega_1 t + \varphi_1) + (\omega_2 t + \varphi_2) = k \cdot 2\pi \\ (\omega_1 t + \varphi_1) - (\omega_2 t + \varphi_2) = l \cdot 2\pi \end{cases} \quad (\text{nếu } \omega_2 < \omega_1)$$

Trong đó,  $k$  và  $l$  là các số nguyên sao cho  $t > 0$ . Thời điểm lần đầu tiên ứng với giá trị  $t > 0$  và nhỏ nhất (thông thường ứng với  $k, l = 0$  hoặc  $1$ !).

**Ví dụ 4:** Tại thời điểm ban đầu, hai chất điểm cùng đi qua gốc O theo chiều dương, thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có cùng biên độ nhưng có tần số góc lần lượt là  $5\pi/6$  rad/s và  $2,5\pi$  rad/s. Thời điểm đầu tiên, thời điểm lần thứ 2013, thời điểm lần thứ 2014 và thời điểm lần thứ 2015 hai chất điểm đó gặp nhau lần lượt là bao nhiêu?

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} & \text{Cách 1: Phương trình dao động của các chất điểm: } \\ & \left. \begin{array}{l} x_1 = A \cos \left( \frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right) \\ x_2 = A \cos \left( 2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) \end{array} \right\} \end{aligned}$$

Để tìm các thời điểm gặp nhau ta giải phương trình  $x_1 = x_2$  hay:

$$\cos \left( 2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) = \cos \left( \frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} & \text{Phương trình này có hai họ nghiệm: } \\ & \left. \begin{array}{l} \left( 2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) = - \left( \frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right) + k.2\pi \\ \left( 2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) = + \left( \frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right) + l.2\pi \end{array} \right\} \quad (\text{trong}) \end{aligned}$$

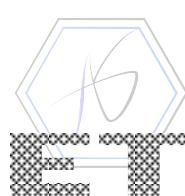
đó,  $k$  và  $l$  là các số nguyên sao cho  $t > 0$ ).

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 0,3 + k.0,6(s) & (k = 0,1,2,\dots) \\ t = l.1,2(s) & (l = 1,2,\dots) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Lần 1: } t_1 = 0,3 + 0,0,6 = 0,3(s) \quad \text{khi } k = 0 \\ \text{Lần 2: } t_2 = 0,3 + 1,0,6 = 0,9(s) \quad \text{khi } k = 1 \\ \text{Lần 3: } t_3 = 1,2.1 = 1,2(s) \quad \text{khi } l = 1 \\ \text{Lần 4: } t_4 = 0,3 + 2,0,6 = 1,5(s) \quad \text{khi } k = 2 \\ \text{Lần 5: } t_5 = 0,3 + 3,0,6 = 2,1(s) \quad \text{khi } k = 3 \\ \text{Lần 6: } t_6 = 1,2.2 = 2,4(s) \quad \text{khi } l = 2 \\ \dots \end{cases}$$

$$\text{Lần } 3n: t_{3n} = 1,2n(s) \quad \text{khi } l = n \quad \begin{cases} \text{Lần } 3n+1: t_{3n+1} = t_{3n} + 0,3(s) \\ \text{Lần } 3n+2: t_{3n+2} = t_{3n} + 0,9(s) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Lần 2013} = 3.671: t_{3.671} = 1,2.671 = 805,2(s) \\ \text{Lần 2014} = 3.671 + 1: t_{2014} = t_{2013} + 0,3 = 805,5(s) \\ \text{Lần 2015} = 3.671 + 2: t_{2015} = t_{2013} + 0,9 = 806,1(s) \end{cases}$$



⇒ Chọn A.

*Cách 2:* Viết phương trình dạng sin:  $\begin{cases} x_1 = A \sin \frac{5\pi t}{6} \\ x_2 = A \sin 2,5\pi t \end{cases}$ . Giải phương trình  $x_1 = x_2$  hay  $\sin 2,5\pi t = \sin \frac{5\pi t}{6}$  ta được hai họ nghiệm:

$$\begin{cases} 2,5\pi t = \pi - \frac{5\pi t}{6} + k \cdot 2\pi \\ 2,5\pi t = \frac{5\pi t}{6} + l \cdot 2\pi \end{cases}.$$

Từ đó suy ra:  $\begin{cases} t = 0,3 + k \cdot 0,6(s) \quad (k = 0,1,2,\dots) \\ t = l \cdot 1,2(s) \quad (l = 1,2,\dots) \end{cases}$

*Cách 3:* Dùng vòng tròn lượng giác biểu diễn các dao động điều hòa dưới dạng

hàm cos:  $\begin{cases} x_1 = A \cos \left( \frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right) \\ x_2 = A \cos \left( 2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$

Hai chất điểm gặp nhau khi tổng số pha hoặc hiệu số pha bằng một số nguyên lần  $2\pi$ :

$$\begin{cases} \left( 2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) + \left( \frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right) = k \cdot 2\pi \\ \left( 2,5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) - \left( \frac{5\pi t}{6} - \frac{\pi}{2} \right) = l \cdot 2\pi \end{cases}$$

Tùy đó suy ra:  $\begin{cases} t = 0,3 + k \cdot 0,6(s) \quad (k = 0,1,2,\dots) \\ t = l \cdot 1,2(s) \quad (l = 1,2,\dots) \end{cases}$

### Kinh nghiệm:

Nếu  $\omega_2 > \omega_1$  giải hai phương trình:  $\begin{cases} (\omega_2 t + \varphi_2) + (\omega_1 t + \varphi_1) = k \cdot 2\pi \\ (\omega_2 t + \varphi_2) - (\omega_1 t + \varphi_1) = l \cdot 2\pi \end{cases}$

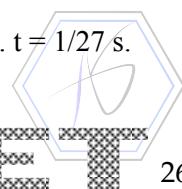
Nếu  $\omega_1 > \omega_2$  giải hai phương trình:  $\begin{cases} (\omega_1 t + \varphi_1) + (\omega_2 t + \varphi_2) = k \cdot 2\pi \\ (\omega_1 t + \varphi_1) - (\omega_2 t + \varphi_2) = l \cdot 2\pi \end{cases}$

**Ví dụ 5:** Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox (O là vị trí cân bằng) có cùng biên độ A nhưng có tần số lần lượt là  $f_1 = 3$  Hz và  $f_2 = 6$  Hz. Lúc đầu, cả hai chất điểm đều qua li độ  $A/2$  theo chiều âm. Thời điểm lần đầu tiên các chất điểm đó gặp nhau là

- A.  $t = 2/27$  s.      B.  $t = 1/3$  s.      C.  $t = 1/9$  s.      D.  $t = 1/27$  s.

**Hướng dẫn**

$$\omega_1 = 2f_1 = 6\pi \text{ (rad/s)}; \omega_2 = 2f_2 = 12\pi \text{ (rad/s)}$$



Phương trình dao động của các chất điểm: 
$$\begin{cases} x_1 = A \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \\ x_2 = A \cos\left(12\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Giải các phương trình: 
$$\begin{cases} \left(12\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + \left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = k \cdot 2\pi \\ \left(12\pi t + \frac{\pi}{3}\right) - \left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = l \cdot 2\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = -\frac{1}{27} + k \cdot \frac{1}{9}(s) \quad (t > 0 \Rightarrow k = 1, 2, 3, \dots) \\ t = l \cdot \frac{1}{3}(s) \quad (t > 0 \Rightarrow l = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

Lần 1:  $t = -\frac{1}{27} + 1 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{27}(s)$  khi  $k = 1$ .

**Chú ý:** Nếu  $\varphi_1 = \varphi_2 = -\alpha$  (với  $0 < \alpha < \pi/2$ ) thì lần đầu tiên là ứng với:  
 $(\omega_2 t - \alpha) + (\omega_1 t - \alpha) = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{2\alpha}{\omega_2 + \omega_1} \begin{cases} \text{Xuất phát cùng chiều dương tại } x = 0 \text{ thì } \alpha = \frac{\pi}{2} \\ \text{Xuất phát cùng chiều dương tại } x = \pm \frac{A}{2} \text{ thì } \alpha = \frac{\pi}{3} \\ \text{Xuất phát cùng chiều dương tại } x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} \text{ thì } \alpha = \frac{\pi}{4} \\ \text{Xuất phát cùng chiều dương tại } x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ thì } \alpha = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

**Ví dụ 6:** (ĐH – 2013): Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 81 cm và 64 cm được treo ở trần một căn phòng. Khi các vật nhỏ của hai con lắc đang ở vị trí cân bằng, đồng thời truyền cho chúng các vận tốc cùng hướng sao cho hai con lắc dao động điều hòa với cùng biên độ góc, trong hai mặt phẳng song song với nhau. Gọi  $\Delta t$  là khoảng thời gian ngắn nhất kể từ lúc truyền vận tốc đến lúc hai dây treo song song nhau. Giá trị  $\Delta t$  gần giá trị nào nhất sau đây:

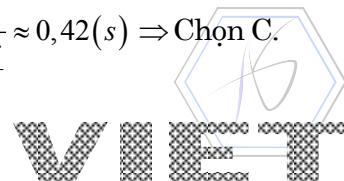
- A. 2,36 s.      B. 8,12 s.      C. 0,45 s.      D. 7,20 s.

### Hướng dẫn

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l_1}} = \frac{10\pi}{9} \text{ (rad/s)}; \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l_2}} = \frac{10\pi}{8} \text{ (rad/s)}$$

Cách 1: Vì  $|\alpha| = \frac{\pi}{2}$  nên  $t = \frac{2|\alpha|}{\omega_2 + \omega_1} = \frac{\pi}{\frac{10\pi}{9} + \frac{10\pi}{8}} \approx 0,42(s) \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Cách 2: Hai sợi dây song song thì  $x_1 = x_2$  hay:



$$A \sin \omega_2 t = A \sin \omega_1 t \Rightarrow \omega_2 t = \pi - \omega_1 t \Rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_2 + \omega_1} \approx 0,42(s)$$

**Chú ý:** Nếu  $(\omega_2 + \omega_1)$  là bội số của  $(\omega_2 - \omega_1)$  hoặc  $\omega_2$  hoặc  $\omega_1$  thì có thể xảy ra hai họ nghiệm nhập thành một họ nghiệm.

**Ví dụ 7:** Hai chất diêm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox (O là vị trí cân bằng) có cùng biên độ A nhưng có tần số lần lượt là  $f_1 = 3$  Hz và  $f_2 = 6$  Hz. Lúc đầu, cả hai chất diêm đều qua li độ  $A/2$  nhưng chất diêm 1 theo chiều âm chất diêm 2 theo chiều dương. Tìm các thời điểm hai chất diêm gặp nhau. Tìm tỉ số vận tốc của chất diêm 1 và chất diêm 2 khi gặp nhau lần thứ 26.

### Hướng dẫn

Phương trình dao động của các chất diêm: 
$$\begin{cases} x_1 = A \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \\ x_2 = A \cos\left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Giải phương trình  $x_1 = x_2$  hay  $\cos\left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

$$\left(\left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right) - \left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\right) = k \cdot 2\pi \Rightarrow t = \frac{1}{9} + k \frac{3}{9}(s) (t > 0 \Rightarrow k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\left(\left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right) + \left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\right) = l \cdot 2\pi \Rightarrow t = l \frac{1}{9}(s) (t > 0 \Rightarrow l = 1, 2, 3, \dots)$$

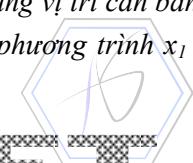
Họ nghiệm thứ 1 nằm trong họ nghiệm thứ 2 nên có thể viết nhập lại thành một

họ nghiệm:  $t = \frac{n}{9}(s)$  
$$\begin{cases} Lần 1: t_1 = \frac{1}{9}(s) \text{ khi } n = 1 \\ Lần 2: t_2 = \frac{2}{9}(s) \text{ khi } n = 2 \\ \dots \\ Lần 26: t_{25} = \frac{26}{9}(s) \text{ khi } n = 26 \end{cases}$$

Tỉ số vận tốc của chất diêm 1 và chất diêm 2 khi gặp nhau lần thứ 26:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{x'_1}{x'_2} = \frac{-6\pi A \sin\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)}{-12\pi A \sin\left(12\pi t - \frac{\pi}{3}\right)} \xrightarrow{t = \frac{26}{9}(s)} \frac{v_1}{v_2} = -\frac{1}{2}$$

**Chú ý:** Nếu hai dao động điều hòa cùng phương cùng biên độ, cùng vị trí cân bằng và cùng tần số  $x_1 = A \cos(\omega t + \varphi_1)$ ,  $x_2 = A \cos(\omega t + \varphi_2)$  thì phương trình  $x_1 = x_2$  chỉ có một họ nghiệm:  $(\omega t + \varphi_1) + (\omega t + \varphi_2) = k \cdot 2\pi$ .



$$\text{Lúc đó: } \frac{v_1}{v_2} = \frac{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_1)}{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_2)} = \frac{-\omega A \sin(\omega t + \varphi_1)}{-\omega A \sin[k.2\pi - (\omega t + \varphi_1)]} = -1.$$

Trong một chu kì chúng gặp nhau 2 lần và trong  $n$  chu kì gặp nhau  $2n$  lần.

**Ví dụ 8:** Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình lần lượt là  $x_1 = A \cos(\pi t + \pi/2)$  và  $x_2 = A \cos(\pi t + \pi/6)$ . Tìm thời điểm lần 2013 hai chất điểm đó gặp nhau và tính tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 khi đó.

A.  $t = 0,3$  s và  $v_1/v_2 = 2$ .

B.  $t = 2/3$  s và  $v_1/v_2 = -1$ .

C.  $t = 0,4$  s và  $v_1/v_2 = -1$ .

D.  $t = 2/3$  s và  $v_1/v_2 = -2$ .

### Hướng dẫn

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \left( \pi t + \frac{\pi}{2} \right) + \left( \pi t + \frac{\pi}{6} \right) = k.2\pi \Rightarrow t = -\frac{2}{3} + 2k (k=1,2,3\dots)$$

$$\text{Lần thứ 2013 ứng với } k = 2013 \text{ nên } t_{2013} = -\frac{2}{3} + 2.2013 = \frac{12076}{3} (s)$$

Tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2:  $\frac{v_1}{v_2} = -1 \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 9:** Hai chất điểm dao động điều hoà dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục  $Ox$ , cạnh nhau, với cùng biên độ nhưng tần số lần lượt là 3 (Hz) và 6 (Hz). Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi gặp nhau tỉ số tốc độ của chất điểm thứ nhất với tốc độ của chất điểm thứ hai là

A. 3:2.

B. 2:3.

C. 1:2.

D. 2:1.

### Hướng dẫn

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1 \sqrt{A^2 - x_1^2}}{\omega_2 \sqrt{A^2 - x_2^2}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 10:** Hai chất điểm cùng thực hiện dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình lần lượt là  $x_1 = A \cos 4\pi t$  và  $x_2 = 0,5A \cos 4\pi t$ . Tìm thời điểm đầu tiên hai chất điểm đó gặp nhau và tính tỉ số vận tốc của vật 1 và của vật 2 khi đó.

A.  $t = 0,125$  s và  $v_1/v_2 = 2$ .

B.  $t = 0,2$  s và  $v_1/v_2 = -1$ .

C.  $t = 0,4$  s và  $v_1/v_2 = -1$ .

D.  $t = 0,5$  s và  $v_1/v_2 = -2$ .

### Hướng dẫn

$$x_1 = x_2 \Rightarrow A \cos 4\pi t = 0,5A \cos 4\pi t \Rightarrow \cos 4\pi t = 0 \Rightarrow 4\pi t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_{\min} = \frac{1}{8} (s)$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{-\omega A \sin 4\pi t}{-\omega 0,5A \sin 4\pi t} = 2 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Chú ý:** Giả sử ở thời điểm  $t_0$ , hai con lắc có chu kỳ bằng nhau gặp nhau ở li độ  $x_1$ , sau nữa chu kỳ thì li độ của chúng đều đổi dấu, tức là sẽ gặp nhau ở li độ  $-x_1$ . Do đó:

- \* Khoảng thời gian hai lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là  $\frac{T}{2}$
- \* Khoảng thời gian  $n$  lần liên tiếp hai con lắc gặp nhau là  $\Delta t = (n-1)\frac{T}{2}$

**Ví dụ 11:** Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 10 (g), độ cứng lò xo  $100\pi^2$  N/m dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa ba lần hai vật nặng gặp nhau liên tiếp là

- A. 0,03 s.      B. 0,02 s.      C. 0,04 s.      D. 0,01 s.

#### Hướng dẫn

$$\text{Khoảng thời gian } 3 \text{ lần liên tiếp: } (3-1)\frac{T}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,02(s) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Hai con lắc có chu kỳ xấp xỉ nhau  $T_1$  và  $T_2$  ( $\text{giả sử } T_2 < T_1$ ) bắt đầu dao động từ một thời điểm  $t = 0$ , sau khi con lắc thứ hai thực hiện một dao động thì con lắc thứ nhất còn “lát” nữa mới được một dao động. Sẽ tồn tại một khoảng thời gian  $\Delta t$  để con lắc thứ hai hơn con lắc thứ nhất đúng một dao động:  $\frac{\Delta t}{T_2} - \frac{\Delta t}{T_1} = 1$

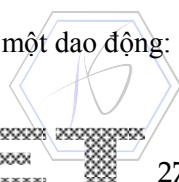
$$\Leftrightarrow \frac{\Delta t}{T_{be}} - \frac{\Delta t}{T_{lon}} = 1 \Rightarrow \Delta t = \frac{T_{lon} \cdot T_{be}}{T_{lon} - T_{be}}$$

**Ví dụ 12:** Một con lắc đơn A dao động nhỏ với  $T_A$  trước mặt một con lắc đồng hồ gõ giây B với chu kỳ  $T_B = 2$  (s). Con lắc B dao động nhanh hơn con lắc A một chút ( $T_A > T_B$ ) nên có những lần hai con lắc chuyển động cùng chiều và trùng với nhau tại vị trí cân bằng của chúng (gọi là những lần trùng phùng). Quan sát cho thấy hai lần trùng phùng kế tiếp cách nhau 60 (s). Chu kỳ dao động của con lắc đơn A là

- A. 2,066 s.      B. 2,169 s.      C. 2,069 s.      D. 2,079 s.

#### Hướng dẫn

Sau khoảng thời gian  $\Delta t = 60$  (s) con lắc B hơn con lắc A đúng một dao động:



$$\frac{\Delta t}{T_B} - \frac{\Delta t}{T_A} = 1 \Rightarrow \frac{60}{2} - \frac{60}{T_A} = 1 \Rightarrow T_A = 2,069 \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 13:** Hai con lắc đơn giống hệt nhau, sợi dây mảnh dài bằng kim loại, vật nặng có khối lượng riêng  $D$ . Con lắc thứ nhất dao động nhỏ trong bình chân không thì chu kì dao động là  $T_0$ , con lắc thứ hai dao động trong bình chứa một chất khí có khối lượng riêng rất nhỏ  $\rho = \varepsilon D$ . Hai con lắc đơn bắt đầu dao động cùng một thời điểm  $t = 0$ , đến thời điểm  $t_0$  thì con lắc thứ nhất thực hiện được hơn con lắc thứ hai đúng 1 dao động. Chọn phương án **đúng**.

- A.  $\varepsilon t_0 = 4T_0$ .      B.  $2\varepsilon t_0 = T_0$ .      C.  $\varepsilon t_0 = T_0$ .      D.  $\varepsilon t_0 = 2T_0$ .

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_0}} \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_0 - \frac{\rho g_0}{D}}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_0}{T} = \sqrt{1 - \varepsilon} \approx \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

Sau khoảng thời gian  $t_0$  con lắc 1 hơn con lắc 2 đúng một dao động:

$$\frac{t_0}{T_0} - \frac{t_0}{T} = 1 \Rightarrow \frac{t_0}{T_0} - \frac{t_0}{T_0} \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) = 1 \Rightarrow t_0 = \frac{2T_0}{\varepsilon} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

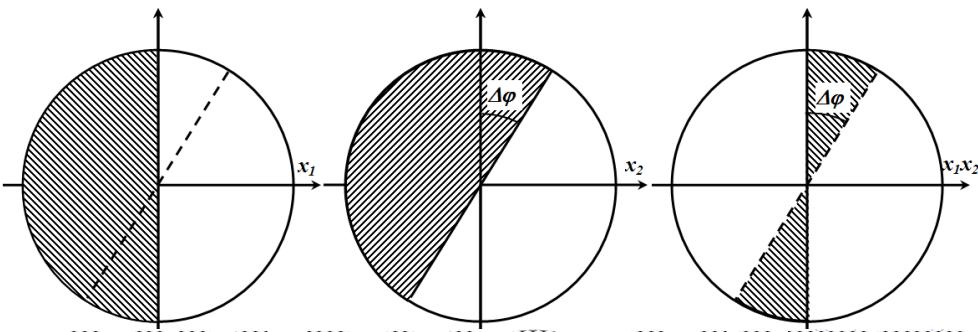
**Ví dụ 14:** Cho hai chất điểm dao động điều hòa cùng phương, cùng chu kì  $T = 2$  s. Khi chất điểm thứ nhất có vận tốc cực đại thì chất điểm thứ 2 đang đi qua vị trí có li độ bằng nửa giá trị cực đại theo chiều dương. Tìm khoảng thời gian trong một chu kì để  $x_1 x_2 < 0$  (với  $x_1$  và  $x_2$  lần lượt là li độ của vật 1 và vật 2).

- A. 1/3 s.      B. 2/3.      C. 0,5 s.      D. 0,6 s.

### Hướng dẫn

Ta xét bài toán tổng quát:  $\begin{cases} x_1 = A_1 \cos \omega t \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi) \end{cases}$

Đáy của  $x_1$ ,  $x_2$  và  $x_1 x_2$  được biểu diễn như trên hình vẽ.



Phần gạch chéo là phần âm và không gạch chéo là phần dương. Khoảng thời gian trong một chu kì để  $x_1x_2 < 0$  (ứng với góc quét  $2\Delta\varphi$ ) là:  $t_{<0} = 2 \frac{\Delta\varphi}{\omega}$

Áp dụng cho bài toán:

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = A_2 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$$

Khoảng thời gian trong một chu kì để  $x_1x_2 < 0$  là:

$$t_{<0} = 2 \frac{\Delta\varphi}{\omega} = 2 \frac{\pi / 6}{\pi} = \frac{1}{3}(s) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

# AT Homeless

## CÁC CÂU HỎI ĐỊNH TÍNH DAO ĐỘNG CƠ HỌC

**Câu 1(ĐH 2008):** Cơ năng của một vật dao động điều hòa

- A. biến thiên tuần hoàn theo thời gian với chu kì bằng một nửa chu kì dao động của vật.
- B. tăng gấp đôi khi biên độ dao động của vật tăng gấp đôi.
- C. bằng động năng của vật khi vật tới vị trí cân bằng.
- D. biến thiên tuần hoàn theo thời gian với chu kì bằng chu kì dao động của vật.

**Câu 2:** Chọn phát biểu sai? Biên độ của dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số

- A. phụ thuộc vào độ lệch pha của hai dao động thành phần.
- B. phụ thuộc vào tần số của hai dao động thành phần.
- C. lớn nhất khi hai dao động thành phần cùng pha.
- D. nhỏ nhất khi hai dao động thành phần ngược pha.

**Câu 3:** Chọn phát biểu sai. Trong dao động điều hòa của một vật

- A. Li độ và vận tốc của vật luôn biến thiên điều hòa cùng tần số và vuông pha với nhau.
- B. Li độ và lực kéo về luôn biến thiên điều hòa cùng tần số và ngược pha với nhau.
- C. Véc tơ gia tốc của vật luôn hướng về vị trí cân bằng.
- D. Véc tơ vận tốc của vật luôn hướng về vị trí cân bằng.

**Câu 4:** Chọn đáp án sai khi nói về dao động cơ điều hoà với biên độ A?

- A. Khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên thì độ lớn của gia tốc tăng.
- B. Khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên thì chiều của vận tốc ngược với chiều của gia tốc.
- C. Quãng đường vật đi được trong một phần tư chu kì dao động là A.
- D. Khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng thì chiều của vận tốc cùng với chiều của gia tốc.

**Câu 5:** Chọn câu đúng. Động năng của dao động điều hoà biến đổi theo thời gian

- A. Theo một hàm dạng sin
- B. Tuần hoàn với chu kì T
- C. Tuần hoàn với chu kì  $T/2$
- D. Không đổi

**Câu 6:** Chọn phát biểu đúng khi vật dao động điều hòa.

- A. Véc tơ vận tốc  $\vec{v}$ , vectơ gia tốc  $\vec{a}$  của vật là các vectơ không đổi.
- B. Véc tơ vận tốc  $\vec{v}$  và vectơ gia tốc  $\vec{a}$  đổi chiều khi vật qua vị trí cân bằng.
- C. Véc tơ vận tốc  $\vec{v}$  và vectơ gia tốc  $\vec{a}$  cùng chiều chuyển động của vật.
- D. Véc tơ vận tốc  $\vec{v}$  hướng cùng chiều chuyển động, vectơ gia tốc  $\vec{a}$  hướng về vị trí cân bằng.

**Câu 7:** Chọn câu phát biểu sai về dao động điều hòa?

- A. Pha dao động xác định trạng thái dao động của vật ở thời điểm đang xét.
- B. Pha ban đầu là pha dao động tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ .
- C. Pha ban đầu phụ thuộc vào các đặc tính của hệ dao động.
- D. Biên độ phụ thuộc vào cách kích thích dao động.

**Câu 8:** Chọn phát biểu sai.

- A. Dao động điều hòa là dao động được mô tả bằng một định luật dạng sin (hoặc cosin) theo thời gian,  $x = A\cos(\omega t + \phi)$ , trong đó  $A$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  là những hằng số.
- B. Dao động điều hòa có thể được coi như hình chiếu của một chuyển động tròn đều xuống một đường thẳng nằm trong mặt phẳng quỹ đạo.
- C. Dao động điều hòa có thể được biểu diễn bằng một vectơ không đổi.
- D. Khi một vật dao động điều hòa thì vật đó cũng dao động tuần hoàn.

**Câu 9:** Chọn câu phát biểu sai về dao động điều hòa

- A. Khi vật qua vị trí cân bằng thì lực kéo về có giá trị lớn nhất vì vận tốc của vật lúc đó lớn nhất.
- B. Véc tơ gia tốc của vật đổi chiều khi vật chuyển động qua vị trí cân bằng.
- C. Khi vật dao động qua vị trí cân bằng thì động năng của vật lớn nhất.
- D. Lực kéo về trong dao động cơ điều hòa luôn hướng về vị trí cân bằng có độ lớn tỷ lệ bậc nhất với li độ  $x$  của vật.

**Câu 10:** Chọn phương án sai khi nói về dao động điều hòa :

- A. Thời gian dao động đi từ vị trí cân bằng ra biên bằng thời gian đi ngược lại.
- B. Thời gian đi qua vị trí cân bằng 2 lần liên tiếp là 1 chu kì.
- C. Tại mỗi li độ có 2 giá trị của vận tốc.
- D. Khi gia tốc đổi dấu thì vận tốc có độ lớn cực đại.

**Câu 11:** Chọn câu sai khi nói về chất diêm dao động điều hòa:

- A. Khi chuyển động về vị trí cân bằng thì chất diêm chuyển động nhanh dần đều.
- B. Khi qua vị trí cân bằng, vận tốc của chất diêm có độ lớn cực đại.
- C. Khi vật ở vị trí biên, li độ của chất diêm có độ lớn cực đại.
- D. Khi qua vị trí cân bằng, gia tốc của chất diêm bằng không.

**Câu 12:** Chọn phương án sai khi nói về vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox ( $O$  là vị trí cân bằng), với biên độ  $A$  và chu kì  $T$ .

- A. Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có biên đến vị trí mà tại đó động năng bằng một nửa giá trị cực đại là  $T/8$ .
- B. Để đi được quãng đường  $A$  cần thời gian tối thiểu là  $T/6$ .
- C. Quãng đường đi được tối thiểu trong khoảng thời gian  $T/3$  là  $A$ .
- D. Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ cực đại đến vị trí mà tại đó vật đi theo chiều dương đồng thời lực kéo về có độ lớn bằng nửa giá trị cực đại là  $T/6$ .

**Câu 13:** Chọn phương án sai. Trong một chu kỳ T của dao động điều hòa, khoảng thời gian mà

- A. tốc độ tăng dần là  $T/2$ .
  - B. vận tốc và gia tốc cùng chiều là  $T/2$ .
  - C. tốc độ nhỏ hơn một nửa tốc độ cực đại là  $T/3$ .
  - D. động năng nhỏ hơn một nửa cơ năng là  $T/4$ .

**Câu 14:** Chọn đáp án sai khi nói về dao động cơ điều hoà với biên độ A?

- A. Khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên thì độ lớn của gia tốc tăng.
  - B. Khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên thì chiều của vận tốc ngược với chiều của gia tốc.
  - C. Quãng đường vật đi được trong một phần tư chu kì dao động là A.
  - D. Khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng thì chiều của vận tốc cùng với chiều của gia tốc.

**Câu 15:** Chọn câu sai. Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox, gốc O trùng với vị trí cân bằng của vật. Vào thời điểm  $t$  vật đi qua điểm M có vận tốc  $v = -20 \text{ cm/s}$  và gia tốc  $a = -2 \text{ m/s}^2$ . Vào thời điểm đó vật



**Câu 16:** Dao động điều hòa, nhận xét nào sau đây là sai.

- A. Dao động có phương trình tuân theo qui luật hàm sin hoặc cosin đối với thời gian.
  - B. Có chu kì riêng phụ thuộc vào đặc tính của hệ dao động
  - C. Có cơ năng là không đổi và tỉ lệ với bình phương biên độ
  - D. Cơ năng dao động không phụ thuộc cách kích thích ban đầu.

**Câu 17:** Dao động điều hòa của con lắc lò xo đổi chiều khi hợp lực tác dụng

- A. bằng không. B. có độ lớn cực đại.  
C. có độ lớn cực tiểu. D. đổi chiều.

**Câu 18:** Dao động cơ học đổi chiều khi:

- A. Hợp lực tác dụng có độ lớn cực tiểu.
  - B. Hợp lực tác dụng có độ lớn cực đại.
  - C. Hợp lực tác dụng bằng không.
  - D. Hợp lực tác dụng đổi chiều.

**Câu 19:** Điều nào sau đây là sai khi nói về năng lượng trong dao động điều hòa

- A. Khi vật ở vị trí biên thì thế năng của hệ lớn nhất
  - B. Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì động năng của hệ lớn nhất.
  - C. Khi vật chuyển động về vị trí cân bằng thì thế năng của hệ giảm còn động năng của hệ tăng lên



D. Khi động năng của hệ tăng lên bao nhiêu lần thì thế năng của hệ giảm đi bấy nhiêu lần và ngược lại

**Câu 20:** Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc cực đại của một vật dao động điều hoà vào biên độ dao động của vật là

- A. đường elip.
- B. đoạn thẳng đi qua gốc toạ độ.
- C. đường parabol.
- D. đường sin.

**Câu 21:** Đồ thị biểu diễn sự thay đổi của vận tốc theo li độ trong dao động điều hòa có hình dạng là:

- A. Đường hypebol.
- B. Đường elíp.
- C. Đường parabol.
- D. Đường tròn

**Câu 22:** Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của bình phương vận tốc theo li độ trong dao động điều hoà có hình dạng nào sau đây?

- A. Đường elip.
- B. Một phần đường hypebol.
- C. Đường tròn.
- D. Một phần đường parabol.

**Câu 23:** Đồ thị biểu diễn sự thay đổi của gia tốc theo li độ trong dao động điều hòa có hình dạng là:

- A. Đoạn thẳng.
- B. Đường elíp.
- C. Đường thẳng.
- D. Đường tròn.

**Câu 24:** Gia tốc của chất điểm dao động điều hoà bằng 0 khi

- A. lực kéo về có độ lớn cực đại.
- B. li độ cực tiểu.
- C. vận tốc cực đại và cực tiểu.
- D. vận tốc bằng không.

**Câu 25:** Hai vật dao động điều hòa cùng tần số và ngược pha. Kết luận nào sau đây là đúng

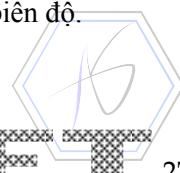
- A. li độ của mỗi dao động ngược pha với vận tốc của nó
- B. li độ của hai dao động luôn trái dấu và cùng độ lớn
- C. nếu hai dao động có cùng biên độ thì khoảng cách giữa chúng bằng không
- D. Li độ của vật này cùng pha với gia tốc của vật kia

**Câu 26:** Hai dây cao su vô cùng nhẹ, có độ dài tự nhiên bằng nhau và bằng  $l_0$ , co hệ số đàn hồi khi dãn bằng nhau. Một chất điểm m được gắn với mỗi đầu của dây, các đầu còn lại được kéo căng theo phương ngang cho đến khi mỗi dây có chiều dài l. Tim biên độ dao động cực đại của m để dao động đó là dao động điều hoà. Biết rằng dây cao su không tác dụng lên m khi nó bị chùng.

- A.  $(l-l_0)/2$ .
- B.  $2(l-l_0)$ .
- C.  $l_0$ .
- D.  $(l-l_0)$ .

**Câu 27(CĐ 2010):** Khi một vật dao động điều hòa thì

- A. lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.
- B. gia tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.
- C. lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn tỉ lệ với bình phương biên độ.
- D. vận tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.



**Câu 28(CĐ 2012):** Khi một vật dao động điều hòa, chuyển động của vật từ vị trí biên về vị trí cân bằng là chuyển động



**Câu 29:** Kết luận nào dưới đây là đúng với dao động điều hòa?

- A. Li độ và vận tốc trong dao động điều hòa luôn ngược pha với nhau.
  - B. Li độ và gia tốc trong dao động điều hòa luôn ngược pha với nhau.
  - C. Vận tốc và gia tốc trong dao động điều hòa luôn cùng pha với nhau.
  - D. Vận tốc và gia tốc trong dao động điều hòa luôn ngược pha với nhau.

**Câu 30:** Khi chất điểm

- A. qua vị trí cân bằng thì vận tốc và gia tốc có độ lớn cực đại.
  - B. qua vị trí cân bằng thì vận tốc cực đại và gia tốc cực tiêu.
  - C. đến vị trí biên thì vận tốc triệt tiêu và gia tốc có độ lớn cực đại.
  - D. đến vị trí biên âm thì vận tốc và gia tốc có tri số âm.

**Câu 31(CD 2009):** Khi nói về năng lượng của một vật dao động điều hòa, phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. Cứ mỗi chu kì dao động của vật, có bốn thời điểm thé năng bằng động năng.
  - B. Thé năng của vật đạt cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.
  - C. Động năng của vật đạt cực đại khi vật ở vị trí biên.
  - D. Thé năng và động năng của vật biến thiên cùng tần số với tần số của lắc.

**Câu 32(CĐ 2012):** Khi nói về một vật đang dao động điều hòa, phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Véc tơ gia tốc của vật đổi chiều khi vật có li độ cực đại.
  - B. Véc tơ vận tốc và vectơ gia tốc của vật cùng chiều nhau khi vật chuyển động về phía vị trí cân bằng.
  - C. Véc tơ gia tốc của vật luôn hướng ra xa vị trí cân bằng.
  - D. Véc tơ vận tốc và vectơ gia tốc của vật cùng chiều nhau khi vật chuyển động ra xa vị trí cân bằng.

**Câu 33 (ĐH 2011):** Khi nói về một vật dao động điều hòa, phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. Lực kéo về tác dụng lên vật biến thiên điều hòa theo thời gian.
  - B. Động năng của vật biến thiên tuần hoàn theo thời gian.
  - C. Vận tốc của vật biến thiên điều hòa theo thời gian.
  - D. Cơ năng của vật biến thiên tuần hoàn theo thời gian.

**Câu 34:** Khi vẽ đồ thị sự phụ thuộc vào biên độ của vận tốc cực đại của một vật dao động điều hoà thì đồ thị là



**Câu 35:** Khi một vật dao động điều hòa thì vectơ vận tốc

- A. luôn đổi chiều khi đi qua gốc tọa độ.
- B. luôn cùng chiều với vectơ gia tốc.
- C. luôn đổi chiều khi vật chuyển động đến vị trí biên.
- D. luôn ngược chiều với vectơ gia tốc.

**Câu 36(DH 2010):** Lực kéo về tác dụng lên một chất điểm dao động điều hòa có độ lớn

- A. tỉ lệ với độ lớn của li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.
- B. tỉ lệ với bình phương biên độ.
- C. không đổi nhưng hướng thay đổi.
- D. và hướng không đổi.

**Câu 37:** Lực gây ra dao động điều hòa (lực hồi phục) không có tính chất nào sau đây?

- A. Biến thiên điều hòa cùng tần số với tần số riêng của hệ.
- B. Có giá trị cực đại khi vật đi qua VTCB.
- C. Luôn hướng về vị trí cân bằng.
- D. Bị triệt tiêu khi vật qua VTCB.

**Câu 38(CĐ 2012):** Một vật dao động điều hòa với biên độ A và tốc độ cực đại  $v_{max}$ . Tần số góc của vật dao động là

- A.  $\frac{v_{max}}{A}$ .
- B.  $\frac{v_{max}}{\pi A}$ .
- C.  $\frac{v_{max}}{2\pi A}$ .
- D.  $\frac{v_{max}}{2A}$ .

**Câu 39(DH 2009):** Một vật dao động điều hòa theo một trục cố định (mốc thê nǎng ở vị trí cân bằng) thì

- A. động năng của vật cực đại khi gia tốc của vật có độ lớn cực đại.
- B. khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên, vận tốc và gia tốc của vật luôn cùng dấu.
- C. khi ở vị trí cân bằng, thê nǎng của vật bằng cơ năng.
- D. thê nǎng của vật cực đại khi vật ở vị trí biên.

**Câu 40:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . tại thời

điểm pha của dao động là  $\frac{3\pi}{4}$  thì

- A. vật có vận tốc và gia tốc cùng hướng theo chiều dương của trục tọa độ.
- B. vật có vận tốc và gia tốc cùng hướng ngược chiều dương của trục tọa độ.
- C. vật chuyển động theo chiều dương với gia tốc hướng ngược chiều dương của trục.
- D. vật chuyển động ngược chiều dương với gia tốc hướng theo chiều dương của trục.

**Câu 41:** Một vật dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng. Vị trí nào của vật trên quỹ đạo thì véc tơ gia tốc đổi chiều?

- A. Tại hai điểm biên của quỹ đạo.

- B. Tại vị trí vận tốc bằng không.
- C. Vị trí cân bằng.
- D. Tại vị trí lực tác dụng lên vật đạt cực đại.

**Câu 42:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A. Khi thế năng bằng n lần động năng thì li độ của vật là:

- A.  $x = \pm A/\sqrt{1 + 1/n}$ .
- B.  $x = \pm A/\sqrt{1 + n}$ .
- C.  $x = A/\sqrt{1 + n}$ .
- D.  $x = A/\sqrt{1 + 1/n}$ .

**Câu 43:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng tần số f thì chuyển động của vật

- A. là một dao động điều hòa tần số  $2f$ .
- B. là một dao động điều hòa tần số  $f$ .
- C. có thể không phải là một dao động điều hòa.
- D. luôn là một dao động điều hòa tần số  $f/2$ .

**Câu 44 :** (TN-2007) Một vật nhỏ dao động điều hòa trên trục Ox theo phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Vận tốc của vật có biểu thức là

- A.  $v = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$ .
- B.  $v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$ .
- C.  $v = -A\sin(\omega t + \varphi)$ .
- D.  $v = \omega A\sin(\omega t + \varphi)$ .

**Câu 45:** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa xung quanh điểm O với biên độ

A và chu kỳ T. Khoảng cách từ vật tới điểm O sau khoảng thời gian bằng  $\frac{T}{8}$  kể từ thời điểm di qua O là

- A.  $\frac{A}{4}$ .
- B.  $\frac{A}{8}$ .
- C.  $\frac{A}{2\sqrt{2}}$ .
- D.  $\frac{A}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 46(DH 2009):** Một vật dao động điều hòa có phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ .

Gọi v và a lần lượt là vận tốc và giá tốc của vật. Hệ thức đúng là :

- A.  $\frac{v^2}{\omega^4} + \frac{a^2}{\omega^2} = A^2$ .
- B.  $\frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^2} = A^2$ .
- C.  $\frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^4} = A^2$ .
- D.  $\frac{\omega^2}{v^2} + \frac{a^2}{\omega^4} = A^2$ .

**Câu 47(DH 2012):** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Vectơ giá tốc của chất điểm có

- A. độ lớn cực đại ở vị trí biên, chiều luôn hướng ra biên.
- B. độ lớn cực tiểu khi qua vị trí cân bằng luôn cùng chiều với vectơ vận tốc.
- C. độ lớn không đổi, chiều luôn hướng về vị trí cân bằng.
- D. độ lớn tỉ lệ với độ lớn của li độ, chiều luôn hướng về vị trí cân bằng.

**Câu 48(CĐ 2008):** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình  $x = Asin\omega t$ . Nếu chọn gốc toạ độ O tại vị trí cân bằng của vật thì gốc thời gian  $t = 0$  là lúc vật

- A. ở vị trí li độ cực đại thuộc phần dương của trục Ox.
- B. qua vị trí cân bằng O ngược chiều dương của trục Ox.
- C. ở vị trí li độ cực đại thuộc phần âm của trục Ox.
- D. qua vị trí cân bằng O theo chiều dương của trục Ox.

**Câu 49:** (ĐH-2012) Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Gọi  $v_{tb}$  là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì,  $v$  là tốc độ tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà  $v \geq 0,25\pi v_{tb}$  là:

- A. T/3.
- B. 2T/3.
- C. T/6.
- D. T/2.

**Câu 50:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian hai lần liên tiếp thế năng triệt tiêu là

- A. T/2
- B. T
- C. T/4
- D. T/3

**Câu 51:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật có tốc độ nhỏ hơn  $0,5\sqrt{3}$  tốc độ cực đại là

- A. 2T/3.
- B. T/16.
- C. T/6.
- D. T/12.

**Câu 52:** Một chất điểm dao động điều hòa (dạng hàm cos) có chu kì T, biên độ A. Tốc độ trung bình của chất điểm khi pha của dao động biến thiên từ  $-2\pi/3$  đến  $+\pi/3$  bằng

- A. 3A/T.
- B. 4A/T.
- C. 3,6A/T.
- D. 2A/T.

**Câu 53:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian hai lần liên tiếp thế năng cực đại là

- A. T/2
- B. T
- C. T/4
- D. T/3

**Câu 54:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian hai lần liên tiếp thế năng cực đại là

- A. T/2.
- B. T.
- C. T/4.
- D. T/3.

**Câu 55:** Một chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox, với chu kì T, biên độ A, với O là vị trí cân bằng. Nếu lúc đầu vật có li  $x = x_0 = \pm A$  thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ? Chọn phương án đúng.

- A. T/2
- B. T
- C. T/4
- D. T/3

**Câu 56:** Một chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox, với chu kì T, biên độ A, với O là vị trí cân bằng. Nếu lúc đầu vật có li  $x = x_0$  (với  $0 < |x_0| < A$ ) thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ? Chọn phương án đúng.

- A. T/2
- B. T
- C. T/4
- D. T/3

**Câu 57:** Một chất điểm dao động điều hòa có chu kì T. Nếu chọn gốc thời gian lúc có li độ cực đại thì trong một chu kì đầu tiên vận tốc có độ lớn cực đại vào các thời điểm

- A. T/6 và T/4.
- B. T/4 và 3T/4.
- C. T/4 và T/2.
- D. 3T/4 và T/1

**Câu 58:** Một chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox, với chu kỳ T với O là vị trí cân bằng. Nếu lúc đầu vật có li độ  $x = x_0 = 0$  thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ? Chọn phương án đúng.

- A.  $T/2$       B.  $T$       C.  $T/4$       D.  $T/3$

**Câu 59:** Một chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox, xung quanh vị trí cân bằng O với chu kỳ 1 s. Tại thời điểm  $t = 0$  s chất điểm ở li độ  $x = 2$  cm và đang chuyển động ra xa vị trí cân bằng. Tại thời điểm  $t = 2,5$  s chất điểm ở vị trí có li độ

- A.  $x = -2$  cm và đang hướng ra xa vị trí cân bằng.  
B.  $x = +2$  cm và đang hướng ra xa vị trí cân bằng.  
C.  $x = 2$  cm và đang hướng về vị trí cân bằng.  
D.  $x = -2$  cm và đang hướng về vị trí cân bằng.

**Câu 60:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với chu kỳ T và biên độ A. Vị trí cân bằng của chất điểm trùng với gốc tọa độ. Trong khoảng thời gian  $\Delta t$  ( $0 < \Delta t \leq T/2$ ), quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất mà vật có thể đi được lần lượt là  $S_{\max}$  và  $S_{\min}$ . Lựa chọn phương án đúng.

- A.  $S_{\max} = 2A\sin(\pi\Delta t/T)$ ;  $S_{\min} = 2A\cos(\pi\Delta t/T)$ .  
B.  $S_{\max} = 2A\sin(\pi\Delta t/T)$ ;  $S_{\min} = 2A - 2A\cos(\pi\Delta t/T)$ .  
C.  $S_{\max} = 2A\sin(2\pi\Delta t/T)$ ;  $S_{\min} = 2A\cos(2\pi\Delta t/T)$ .  
D.  $S_{\max} = 2A\sin(2\pi\Delta t/T)$ ;  $S_{\min} = 2A - 2A\cos(2\pi\Delta t/T)$ .

**Câu 61:** Một chất điểm dao động điều hòa thì

- A. lực hồi phục tác dụng vào nó mỗi chu kỳ đổi chiều hai lần.  
B. quỹ đạo chuyển động của nó là một đường hình sin.  
C. li độ của nó tỉ lệ với thời gian dao động.  
D. quỹ đạo chuyển động của nó là một đoạn thẳng.

**Câu 62:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có độ lớn gia tốc lớn hơn  $1/\sqrt{2}$  gia tốc cực đại là

- A.  $T/3$ .      B.  $2T/3$ .      C.  $T/6$ .      D.  $T/2$ .

**Câu 63:** (ĐH-2010) Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T.

Trong khoảng thời gian ngắn nhất khi đi từ vị trí biên có li độ  $x = A$  đến vị trí  $x = -A/2$ , chất điểm có tốc độ trung bình là

- A.  $6A/T$ .      B.  $4,5A/T$ .      C.  $1,5A/T$ .      D.  $4A/T$ .

**Câu 64:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A, ở thời điểm  $t = 0$  vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Các thời điểm gần nhất vật có li độ  $+A/2$  và  $-A/2$  lần lượt là  $t_1$  và  $t_2$ . Tính tỉ số tốc độ trung bình trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = t_1$  và từ  $t = 0$  đến  $t = t_2$ .

- A.  $-1,4$ .      B.  $-7$ .      C.  $7$ .      D.  $1,4$ .

**Câu 65:** Một dao động điều hòa có chu kì dao động là T và biên độ là A. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x_0 > 0$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí cân bằng gấp ba thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí biên  $x = +A$ . Chọn phương án đúng.

- A.  $x_0 = 0,924A$ .      B.  $x_0 = 0,5A\sqrt{3}$ .    C.  $x_0 = 0,5A\sqrt{2}$ .   D.  $x_0 = 0,021A$ .

**Câu 66:** Một dao động điều hòa có chu kì dao động là T và biên độ là A. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x_0$ , bắt kể vật đi theo hướng nào thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $\Delta t$  nhất định vật lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ. Chọn phương án đúng.

- A.  $x_0 = \pm 0,25A$       B.  $x_0 = \pm 0,5A\sqrt{3}$     C.  $x_0 = \pm 0,5A\sqrt{2}$    D.  $x_0 = \pm 0,5A$

**Câu 67:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A và chu kì T. Thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường có độ dài  $9A$  là

- A.  $13T/6$ .      B.  $13T/3$ .      C.  $T/6$ .      D.  $T/4$ .

**Câu 68:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kì T. Gọi  $v_1$  và  $v_2$  lần lượt là tốc độ trung bình nhỏ nhất của vật thực hiện được trong khoảng thời gian  $T/3$  và tốc độ trung bình lớn nhất của vật thực hiện được trong khoảng thời gian  $T/6$ . Tính tỉ số  $v_1/v_2$ .

- A. 1.      B. 0,5.      C. 2.      D. 3.

**Câu 69:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 3\cos(2\pi t - \pi/3)$ , trong đó x tính bằng xentimét (cm) và t tính bằng giây (s). Góc thời gian đã được chọn lúc vật qua vị trí có li độ

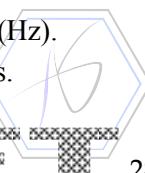
- A.  $x = -1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương của trục Ox.  
 B.  $x = 1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương của trục Ox.  
 C.  $x = 1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều âm của trục Ox.  
 D.  $x = -1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều âm của trục Ox.

**Câu 70:** Một vật dao động điều hòa phải mất 0,025 (s) để đi từ điểm có vận tốc bằng không tới điểm tiếp theo cũng có vận tốc bằng 0, hai điểm cách nhau 10 (cm). Chọn phương án đúng

- A. Chu kì dao động là 0,025 (s).  
 B. Tần số dao động là 10 (Hz).  
 C. Biên độ dao động là 10 (cm).  
 D. Vận tốc cực đại của vật là  $2\pi$  (m/s).

**Câu 71:** Một vật dao động điều hòa phải mất 0,025 (s) để đi từ điểm có vận tốc bằng không tới điểm tiếp theo cũng có vận tốc bằng không và hai điểm đó cách nhau 10 (cm).

- A. Chu kì dao động là 0,025 (s).      B. Tần số dao động là 20 (Hz).  
 C. Biên độ dao động là 10 (cm).      D. Tốc độ cực đại là 2 m/s.



**Câu 72:** Một vật dao động điều hòa trên trục Ox. Gọi  $t_1$  và  $t_2$  lần lượt là khoảng thời gian ngắn nhất và dài nhất để vật đi được quãng đường bằng biên độ. Tỉ số  $t_1/t_2$  bằng

- A. 2.                    B.  $1/2$ .                    C.  $1/3$ .                    D.  $0,5\sqrt{2}$ .

**Câu 73:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A, ở thời điểm  $t = 0$  vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Các thời điểm gần nhất vật có li độ  $+A/2$  và  $-A/2$  lần lượt là  $t_1$  và  $t_2$ . Tính tỉ số vận tốc trung bình trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = t_1$  và từ  $t = 0$  đến  $t = t_2$ .

- A.  $-1,4$ .                    B.  $-7$ .                    C. 7.                    D.  $1,4$ .

**Câu 74:** Một vật dao động điều hòa với chu kì T. Thời gian ngắn nhất kể từ lúc có vận tốc bằng không đến lúc vật có gia tốc có độ lớn bằng một nửa giá trị cực đại lần thứ 3 là

- A.  $7T/6$ .                    B.  $2T/3$ .                    C.  $T/2$ .                    D.  $4T/3$ .

**Câu 75:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 8\cos(4\pi t + \pi/4)$  cm (t đo bằng giây). Biết ở thời điểm  $t_0$  vật chuyển động theo chiều dương qua li độ  $x = 4$  cm. Sau thời điểm đó  $1/24$  (s) thì vật có li độ

- A.  $x = 4\sqrt{3}$  cm và chuyển động theo chiều dương.  
B.  $x = 0$  và chuyển động theo chiều âm.  
C.  $x = 0$  và chuyển động theo chiều dương.  
D.  $x = 4\sqrt{3}$  cm và chuyển động theo chiều âm.

**Câu 76:** Một vật dao động điều hòa với biên độ A, tần số góc  $\omega$ . Khi thế năng bằng n lần động năng thì vận tốc của vật là:

- A.  $v = \pm\omega A/\sqrt{(1+n)}$ .                    B.  $v = \pm\omega A/\sqrt{(1+n)}$ .  
C.  $v = \omega A/\sqrt{(1+n)}$ .                    D.  $v = \omega A/\sqrt{(1+1/n)}$

**Câu 77:** Một vật dao động điều hòa với tần số 2 Hz. Điều khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Động năng và thế năng của vật đều biến thiên với chu kì bằng 1,0 s.  
B. Động năng và thế năng của vật bằng nhau sau những khoảng thời gian bằng 0,125 s.  
C. Động năng và thế năng của vật đều biến thiên với chu kỳ bằng 0,5 s.  
D. Động năng và thế năng của vật luôn không đổi.

**Câu 78:** Một dao động điều hòa theo thời gian có phương trình  $x = Asin(\omega t + \phi)$  thì động năng và thế năng cũng dao động tuần hoàn với tần số:

- A.  $\omega' = \omega$                     B.  $\omega' = 2\omega$                     C.  $\omega' = \omega/2$                     D.  $\omega' = 4\omega$

**Câu 79:** Một vật nhỏ đang dao động điều hòa dọc theo trục Ox ( $O$  là vị trí cân bằng) với biên độ A, với chu kì T. Chọn phương án sai. Quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian

- A.  $T/4$  kể từ khi vật ở vị trí cân bằng là A.
- B.  $T/4$  kể từ khi vật ở vị trí mà tốc độ dao động triệt tiêu là A.
- C.  $T/2$  là  $2A$ .
- D.  $T/4$  không thể lớn hơn A.

**Câu 80:** Một vật có phương trình dao động là  $x = A \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ . Tại thời điểm

$t = 1s$  thì

- A. động năng của vật đạt cực đại.
- B. động năng của vật đang tăng lên.
- C. động năng của vật đạt cực tiểu.
- D. động năng của vật đang giảm xuống.

**Câu 81:** Mối liên hệ giữa độ lớn li độ x, độ lớn vận tốc v và tần số góc  $\omega$  của một dao động điều hòa khi thế năng và động năng của hệ bằng nhau là :

- A.  $\omega = x/v$
- B.  $\omega = x.v$
- C.  $v = \omega.x$
- D.  $x = v.\omega$

**Câu 82:** Pha của vật dao động điều hòa hàm cos là  $\pi/2$  (rad) khi

- A. vận tốc cực đại.
- B. thế năng cực đại.
- C. li độ cực đại.
- D. động năng bằng thế năng.

**Câu 83:** Phát biểu nào sau đây **không đúng** khi nói về dao động điều hoà của chất diêm?

- A. Biên độ dao động của chất diêm là đại lượng không đổi.
- B. Động năng của chất diêm biến đổi tuần hoàn theo thời gian.
- C. Tốc độ của chất diêm tỉ lệ thuận với li độ của nó.
- D. Độ lớn của hợp lực tác dụng vào chất diêm tỉ lệ thuận với li độ của chất diêm.

**Câu 84:** Phát biểu nào sau đây về động năng và thế năng trong dao động điều hoà là **không đúng**?

- A. Động năng đạt giá trị cực đại khi vật chuyển động qua vị trí cân bằng.
- B. Động năng đạt giá trị cực tiểu khi vật ở một trong hai vị trí biên.
- C. Thế năng đạt giá trị cực đại khi vận tốc của vật đạt giá trị cực tiểu.
- D. Thế năng đạt giá trị cực tiểu khi gia tốc của vật đạt giá trị cực tiểu.

**Câu 85:** Phát biểu nào sau đây **không đúng** khi nói về năng lượng của vật dao động điều hoà. Năng lượng của vật dao động điều hoà

- A. tỉ lệ với biên độ dao động.
- B. bằng với thế năng của vật khi vật ở vị trí biên.
- C. bằng động năng của vật khi vật có li độ triệt tiêu.
- D. tỉ lệ nghịch với bình phương của chu kì dao động.

**Câu 86:** Phát biểu nào sau đây **không đúng**? Gia tốc của một vật dao động điều hoà

- A. luôn hướng về vị trí cân bằng.
- B. có độ lớn tỉ lệ với độ lớn li độ của vật.



- C. luôn ngược pha với li độ của vật.
- D. có giá trị nhỏ nhất khi vật đổi chiều chuyển động.

**Câu 87:** Phát biểu nào sau đây **không đúng** khi nói về dao động cơ học?

- A. Dao động tự do có chu kì chỉ phụ thuộc vào đặc tính của hệ.
- B. Dao động cường bức có chu kì bằng chu kì của lực cường bức.
- C. Dao động duy trì có biên độ không đổi theo thời gian.
- D. Dao động tắt dần là dao động có chu kì giảm dần theo thời gian.

**Câu 88(CĐ 2007):** Phát biểu nào sau đây là **sai** khi nói về dao động cơ học?

- A. Hiện tượng cộng hưởng (sự cộng hưởng) xảy ra khi tần số của ngoại lực điều hòa bằng tần số dao động riêng của hệ.
- B. Biên độ dao động cường bức của một hệ cơ học khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng (sự cộng hưởng) không phụ thuộc vào lực cản của môi trường.
- C. Tần số dao động cường bức của một hệ cơ học bằng tần số của ngoại lực điều hòa tác dụng lên hệ ấy.
- D. Tần số dao động tự do của một hệ cơ học là tần số dao động riêng của hệ ấy.

**Câu 89:** Phương trình động lực học của một vật dao động điều hòa là  $x'' + bx = 0$ .

Chu kì dao động của nó sẽ là

- A.  $\frac{2\pi}{\sqrt{b}}$ .
- B.  $\sqrt{\frac{2\pi}{b}}$ .
- C.  $\frac{b}{2\pi}$ .
- D.  $\frac{2\pi}{b}$ .

**Câu 90:** Phương trình gia tốc của một vật dao động điều hòa có dạng  $a = 20\pi \sin(4\pi t - \pi/2)$ , với  $a$  đo bằng  $\text{cm/s}^2$  và  $t$  đo bằng s. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Vận tốc của vật dao động lúc  $t = 0,0625$  s là  $-2,5\sqrt{2} \text{ cm/s}$ .
- B. Li độ dao động cực đại 5 cm.
- C. chu kì dao động là 1 s.
- D. tốc độ cực đại là  $20\pi \text{ cm/s}$ .

**Câu 91:** Trong quá trình dao động điều hòa của con lắc đơn, nhận định nào sau đây là sai?

- A. Khi quả nặng ở điểm giới hạn, lực căng dây treo có độ lớn nhỏ hơn trọng lượng của vật.
- B. Khi góc hợp bởi phương dây treo và phương thẳng đứng giảm, tốc độ của quả nặng tăng.
- C. Chu kì dao động bé của con lắc không phụ thuộc vào biên độ dao động của nó.
- D. Độ lớn của lực căng dây treo con lắc luôn nhỏ hơn trọng lượng của vật.

**Câu 92:** Trong dao động điều hòa, mối quan hệ giữa li độ, vận tốc và gia tốc là:

- A. Vận tốc và li độ luôn cùng chiều.
- B. Vận tốc và gia tốc luôn trái chiều.
- C. Gia tốc và li độ luôn trái dấu.
- D. Gia tốc và li độ luôn cùng dấu.

**Câu 93:** Trong dao động điều hoà thì li độ, vận tốc và gia tốc là ba đại lượng biến đổi như những hàm cosin của thời gian

- A. Có cùng biên độ.
- B. Có cùng pha.
- C. Có cùng tần số góc.
- D. Có cùng pha ban đầu.

**Câu 94:** Trong dao động điều hoà, vận tốc biến đổi

- A. cùng pha với gia tốc.
- B. ngược pha với gia tốc.
- C. sớm pha  $\pi/2$  so với li độ.
- D. trễ pha  $\pi/2$  so với li độ.

**Câu 95:** Trong dao động điều hoà, gia tốc biến đổi

- A. sớm pha  $\pi/4$  so với li độ.
- B. ngược pha với li độ.
- C. sớm pha  $\pi/2$  so với li độ.
- D. trễ pha  $\pi/2$  so với li độ.

**Câu 96:** Trong dao động điều hoà, gia tốc biến đổi

- A. cùng pha với vận tốc.
- B. ngược pha với vận tốc.
- C. sớm pha  $\pi/2$  so với vận tốc.
- D. trễ pha  $\pi/2$  so với vận tốc.

**Câu 97:** Trong dao động điều hoà, giá trị gia tốc của vật:

- A. Tăng khi giá trị vận tốc tăng.
- B. Không thay đổi.
- C. Giảm khi giá trị vận tốc tăng.
- D. Tăng hay giảm tùy thuộc vào giá trị vận tốc ban đầu của vật.

**Câu 98:** Trong dao động điều hoà, phát biểu nào sau đây là sai. Cứ sau một khoảng thời gian một chu kì thì

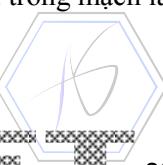
- A. vật lại trở về vị trí ban đầu.
- B. vận tốc của vật lại trở về giá trị ban đầu.
- C. động năng của vật lại trở về giá trị ban đầu.
- D. biên độ vật lại trở về giá trị ban đầu.

**Câu 99:** Tìm kết luận sai khi nói về dao động điều hòa của một chất điểm trên một đoạn thẳng nào đó.

- A. Trong mỗi chu kì dao động thì thời gian tốc độ của vật giảm dần bằng một nửa chu kì dao động.
- B. Lực hồi phục (hợp lực tác dụng vào vật) có độ lớn tăng dần khi tốc độ của vật giảm dần.
- C. Trong một chu kì dao động có 2 lần động năng bằng một nửa cơ năng dao động.
- D. Tốc độ của vật giảm dần khi vật chuyển động từ vị trí cân bằng ra phía bên.

**Câu 100:** Tụ điện có điện dung C, được tích điện đến điện tích cực đại Qmax rồi nối hai bản tụ với cuộn dây có độ tự cảm L thì dòng điện cực đại trong mạch là

$$A. I_{\max} = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot Q_{\max}. \quad B. I_{\max} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \cdot Q_{\max}.$$



C.  $I_{\max} = \sqrt{LC} \cdot Q_{\max}$ .

D.  $I_{\max} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot Q_{\max}$ .

**Câu 101:** Trong một mạch dao động điều hòa, khi điện tích của tụ có độ lớn cực đại thì điều nào sau đây là không đúng?

- A. Tú trùm trong lòng cuộn cảm bằng 0.
- B. Cường độ dòng điện trong mạch đạt giá trị cực đại.
- C. Năng lượng điện trong tụ đạt giá trị cực đại.
- D. Năng lượng điện trùm trong tụ bằng năng lượng điện từ của mạch.

**Câu 102:** Vật dao động điều hòa với chu kì 0,9 (s). Tại một thời điểm vật có động năng bằng thế năng thì sau thời điểm đó 0,0375 (s) động năng của vật

- A. bằng ba lần thế năng hoặc một phần ba thế năng.
- B. bằng hai lần thế năng.
- C. bằng bốn lần thế năng hoặc một phần tư thế năng.
- D. bằng một nửa thế năng.

**Câu 103:** Vật dao động điều hòa với tần số 2,5 Hz. Tại một thời điểm vật có động năng bằng một nửa cơ năng thì sau thời điểm đó 0,05s động năng của vật

- A. có thế năng bằng không hoặc bằng cơ năng.
- B. bằng hai lần thế năng.
- C. bằng thế năng.
- D. bằng một nửa thế năng.

**Câu 104:** Vật đang dao động điều hòa với biên độ A dọc theo đường thẳng. Một điểm M nằm cố định trên đường thẳng đó, phía ngoài khoảng chuyển động của vật, tại thời điểm t thì vật xa điểm M nhất, sau đó một khoảng thời gian ngắn nhất là  $\Delta t$  thì vật gần điểm M nhất. Vật cách vị trí cân bằng một khoảng 0,5A vào thời điểm gần nhất là

- A.  $t + \Delta t/3$ .
- B.  $t + \Delta t/6$ .
- C.  $0,5(t + \Delta t)$ .
- D.  $0,5t + 0,25\Delta t$ .

**Câu 105:** Vận tốc của chất điểm dao động điều hòa có độ lớn cực đại khi:

- A. Li độ có độ lớn cực đại.
- B. Gia tốc có độ lớn cực đại.
- C. Li độ bằng không.
- D. Pha cực đại.

**Câu 106:** Vận tốc của chất điểm dao động điều hòa có độ lớn cực đại khi

- A. gia tốc của chất điểm có độ lớn cực đại.
- B. gia tốc có độ lớn cực đại.
- C. chất điểm đi qua vị trí cân bằng.
- D. lực kéo về có độ lớn cực đại.

**Câu 107:** Biết gia tốc trọng trường là g. Một đồng hồ quả lắc treo trên trần của một chiếc thang máy, khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc a thì chu kì dao động của con lắc đơn là

A.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g - \frac{a}{2}}}$ .

B.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g + a}}$ .

C.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g - a}}$ .

D.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{1(g-a)}{g^2}}$ .

**Câu 108:** Con lắc đơn dao động nhỏ trong một điện trường đều có phuong thẳng đứng hướng xuống, vật nặng có điện tích dương; biên độ A và chu kỳ dao động T. Vào thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng thì đột ngột tắt điện trường. Chu kỳ của con lắc khi đó thay đổi như thế nào? Bỏ qua mọi lực cản.

- A. Chu kỳ tăng hoặc giảm còn tuỳ thuộc quả nặng đi theo chiều nào.
- B. Chu kỳ giảm.
- C. Chu kỳ không đổi.
- D. Chu kỳ tăng.

**Câu 109:** Chọn câu sai khi nói về tần số dao động điều hoà của con lắc đơn?

- A. Tần số không đổi khi khói lượng con lắc thay đổi.
- B. Tần số tăng khi nhiệt độ giảm.
- C. Tần số giảm khi biên độ giảm.
- D. Tần số giảm khi đưa con lắc lên cao.

**Câu 110:** Con lắc đơn treo ở trần một thang máy, đang dao động điều hòa. Khi con lắc về đúng tới vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên thì

- |                           |                                     |
|---------------------------|-------------------------------------|
| A. biên độ dao động giảm. | B. biên độ dao động không thay đổi. |
| C. lực căng dây giảm.     | D. biên độ dao động tăng.           |

**Câu 111:** Con lắc đơn dao động nhỏ trong một điện trường đều có phuong thẳng đứng hướng xuống, vật nặng có điện tích dương; biên độ A và chu kỳ dao động T. Vào thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng thì đột ngột tắt điện trường. Chu kỳ và biên độ của con lắc khi đó thay đổi như thế nào? Bỏ qua mọi lực cản.

- |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| A. Chu kỳ tăng; biên độ giảm. | B. Chu kỳ giảm; biên độ giảm. |
| C. Chu kỳ giảm; biên độ tăng. | D. Chu kỳ tăng; biên độ tăng. |

**Câu 112:** Con lắc đơn được treo trong điện trường đều có cường độ không đổi và hướng thẳng đứng. Cho vật tích điện Q thì thấy tỉ số giữa chu kỳ dao động nhỏ khi điện trường hướng lên hoặc hướng xuống là  $T_1/T_2 = 7/6$ . Điện tích Q là điện tích

- |                   |                                    |
|-------------------|------------------------------------|
| A. dương.         | B. âm.                             |
| C. dương hoặc âm. | D. có dấu không thể xác định được. |

**Câu 113:** Con lắc đơn được treo trong điện trường đều có cường độ không đổi và hướng thẳng đứng. Cho vật tích điện Q thì thấy tỉ số giữa chu kỳ dao động nhỏ khi điện trường hướng lên và khi hướng xuống là  $T_1/T_2 = 9/11$ . Điện tích Q là điện tích

**Câu 114:** Con lắc đơn được treo ở tràn một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc  $a = \frac{g}{2}$  thì con lắc dao động với chu kì  $T'$  bằng

- A.  $T\sqrt{2}$ .      B.  $T\sqrt{3}$ .      C.  $\frac{T}{2}$ .      D.  $\frac{T}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 115:** Con lắc đơn được treo ở trần một ô tô. Khi ô tô đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì T. Khi ô tô chuyển động nhanh dần đều theo phương ngang với gia tốc có độ lớn  $a = \frac{g}{2}$  thì con lắc dao động với chu kì bằng

- A.  $0,5T$ .      B.  $T\sqrt{3}$ .      C.  $\frac{T}{\sqrt{2}}$ .      D.  $0,95T$ .

**Câu 116:** Chu kỳ dao động điều hoà của con lắc đơn không phụ thuộc vào

- A. khối lượng quả nặng.
- B. gia tốc trọng trường.
- C. chiều dài dây treo.
- D. vĩ độ địa lý.

Câu 117: Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn phụ thuộc:

- A. Khối lượng của con lắc.
  - B. Trọng lượng của con lắc.
  - C. Tỉ số của trọng lượng và khối lượng của con lắc.
  - D. Khối lượng riêng của con lắc.

**Câu 118:** Đồng hồ quả lắc đặt trên mặt đất chạy đúng với chu kì  $T_0$ , nếu đưa đồng hồ xuống độ sâu  $h'$  so với mặt đất và giữ cho nhiệt độ không đổi thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm một lượng bao nhiêu sau khoảng thời gian?

- A. Chạy nhanh t  $\frac{h}{R}$ .  
 C. Chạy chậm t  $\frac{h}{R}$ .  
 C. Chạy nhanh t  $\frac{h}{2R}$ .  
 D. Chạy chậm t  $\frac{h}{2R}$ .

**Câu 119:** Hai con lắc làm bằng hai hòn bi có cùng chất liệu, kích thước và hình dạng bên ngoài, có khối lượng  $m_1 = 2m_2$  treo vào hai sợi dây có chiều dài bằng nhau. Hai con lắc cùng dao động trong một môi trường với- li độ góc ban đầu nhỏ và như nhau, vận tốc ban đầu bằng không.

- A. thời gian dao động tắt dần của hai con lắc là nhau do cơ năng ban đầu bằng nhau.

B. thời gian dao động tắt dần của  $m_1$  nhỏ hơn  $m_2$  là 2 lần.

C. thời gian dao động tắt dần của hai con lắc là không nhau do cơ năng ban đầu khác nhau.

D. thời gian dao động tắt dần của  $m_2$  nhỏ hơn  $m_1$  là 2 lần.

**Câu 120:** Hai con lắc đơn có cùng độ dài, cùng biên độ dao động nhưng khối lượng lần lượt  $m_1$  và  $m_2$ . Nếu  $m_1 = 2m_2$  thì chu kì và cơ năng dao động của chúng liên hệ như sau:

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| A. $T_1 = 2T_2$ ; $W_1 = W_2$ . | B. $T_2 = 2T_1$ ; $W_1 = W_2$ . |
| C. $T_1 = T_2$ ; $W_1 > W_2$ .  | D. $T_1 = T_2$ ; $W_1 < W_2$ .  |

**Câu 121(CĐ 2007):** Khi đưa một con lắc đơn lên cao theo phương thẳng đứng (coi chiều dài của con lắc không đổi) thì tần số dao động điều hoà của nó sẽ

- A. giảm vì gia tốc trọng trường giảm theo độ cao.
- B. tăng vì chu kì dao động điều hoà của nó giảm.
- C. tăng vì tần số dao động điều hoà của nó tỉ lệ nghịch với gia tốc trọng trường.
- D. không đổi vì chu kì dao động điều hoà của nó không phụ thuộc vào gia tốc trọng trường

**Câu 122:** Kết luận nào sau đây sai? Một con lắc đơn đang dao động xung quanh một điểm treo cố định, khi chuyển động qua vị trí cân bằng

- |                        |                           |
|------------------------|---------------------------|
| A. tốc độ cực đại.     | B. li độ bằng 0.          |
| C. gia tốc bằng không. | D. lực căng dây lớn nhất. |

**Câu 123:** Khi con lắc đơn dao động điều hòa qua vị trí cân bằng thì

- A. lực căng dây có độ lớn cực đại và lớn hơn trọng lượng của vật.
- B. lực căng dây có độ lớn cực tiểu và nhỏ hơn trọng lượng của vật.
- C. lực căng dây có độ lớn cực đại và bằng trọng lượng của vật.
- D. lực căng dây có độ lớn cực tiểu và bằng trọng lượng của vật.

**Câu 124:** Khi đưa một con lắc đơn từ xích đạo đến địa cực (lạnh đi và gia tốc trọng trường tăng lên) thì chu kì dao động của con lắc đơn sẽ

- A. tăng lên khi g tăng theo tỉ lệ lớn hơn tỉ lệ giảm nhiệt độ và ngược lại.
- B. tăng lên.
- C. giảm đi khi g tăng theo tỉ lệ lớn hơn tỉ lệ giảm nhiệt độ và ngược lại.
- D. giảm đi.

**Câu 125:** Lực phục hồi để tạo ra dao động của con lắc đơn là

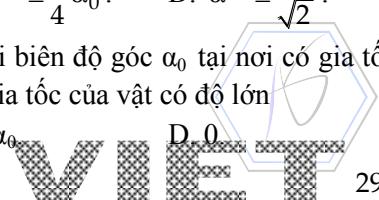
- A. sức căng của dây treo.
- B. hợp của trọng lực và sức căng của dây treo vật nặng.
- C. thành phần của trọng lực vuông góc với dây treo.
- D. hợp của sức căng dây treo và thành phần trọng lực theo phương dây treo.

**Câu 126:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$ . Con lắc có thể năng bằng động năng của nó khi vật ở vị trí có li độ góc là

- |                                                  |                                          |                                          |                                               |
|--------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| A. $\alpha = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}} \alpha_0$ . | B. $\alpha = \pm \frac{1}{2} \alpha_0$ . | C. $\alpha = \pm \frac{1}{4} \alpha_0$ . | D. $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$ . |
|--------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|

**Câu 127:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  tại nơi có gia tốc trọng trường là g. Khi đi qua vị trí thấp nhất, gia tốc của vật có độ lớn

- |       |                      |             |       |
|-------|----------------------|-------------|-------|
| A. g. | B. $g(\alpha_0)^2$ . | C. $ga_0$ . | D. 0. |
|-------|----------------------|-------------|-------|



**Câu 128:** Một con lắc đơn dao động nhỏ với chu kì  $T_0$ . Cho quả cầu con lắc tích điện dương và dao động nhỏ trong điện trường có đường súc hướng xuống thẳng đứng, chu kì con lắc khi đó so với  $T_0$  như thế nào?

- A. Nhỏ hơn  $T_0$ .  
B. Lớn hơn  $T_0$ .  
C. Không xác định được.  
D. Bằng  $T_0$ .

**Câu 129:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l$ , dao động điều hòa tại một nơi có gia tốc rơi tự do  $g$ , với biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi vật đi qua vị trí có li độ dài  $s$ , nó có vận tốc là  $v$ . Khi đó, ta có biểu thức:

- A.  $g\alpha_{\max}^2 l^2 - v^2 l - g \cdot s^2 = 0$ .  
B.  $g\alpha_{\max}^2 l^2 - v^2 l + g \cdot s^2 = 0$ .  
C.  $g\alpha_{\max}^2 l^2 + v^2 l - g \cdot s^2 = 0$ .  
D.  $\alpha_{\max}^2 l^2 - v^2 l + g \cdot s^2 = 0$ .

**Câu 130:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l$ , dao động điều hòa tại một nơi có gia tốc rơi tự do  $g$  với biên độ góc  $\alpha_0$ . Lúc vật đi qua vị trí có li độ góc  $\alpha$ , nó có vận tốc là  $v$ . Biểu thức nào sau đây đúng?

- A.  $\frac{v^2}{gl} = \alpha_0^2 - \alpha^2$ .  
B.  $\alpha^2 = \alpha_0^2 - glv^2$ .  
C.  $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$ .  
D.  $\alpha^2 = \alpha_0^2 - \frac{v^2 g}{l}$ .

**Câu 131:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài  $A$ . Khi nó đi qua vị trí cân bằng thì điểm I của sợi dây được giữ lại và sau đó nó tiếp tục dao động điều hòa với chiều dài sợi dây chỉ bằng  $1/3$  lúc đầu. Biên độ dao động sau đó là

- A.  $0,5A$ .  
B.  $A\sqrt{2}$ .  
C.  $A/\sqrt{3}$ .  
D.  $0,25A$ .

**Câu 132:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ dài  $A$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng bằng nó đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với biên độ dài  $A'$ . Chọn kết luận đúng.

- A.  $A' = A\sqrt{2}$ .  
B.  $A' = A/\sqrt{2}$ .  
C.  $A' = 2A$ .  
D.  $A' = 0,5A$ .

**Câu 133:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với cơ năng  $W$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng bằng nó đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với cơ năng  $W'$ . Chọn kết luận đúng.

- A.  $W' = W\sqrt{2}$ .  
B.  $W' = W/\sqrt{2}$ .  
C.  $W' = 2W$ .  
D.  $W' = 0,5W$ .

**Câu 134:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với chu kì  $T$  và biên độ dài  $A$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ khác đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với chu kì  $T'$  và biên độ dài  $A'$ . Chọn kết luận đúng.

- A.  $A' = A$ ,  $T' = T$ .  
B.  $A' \neq A$ ,  $T' = T$ .  
C.  $A' = A$ ,  $T' \neq T$ .  
D.  $A' \neq A$ ,  $T' \neq T$ .

**Câu 135:** Một con lắc đơn dao động điều hòa tại một nơi nhất định với chu kì T. Nếu tại đó có thêm ngoại lực có hướng thẳng đứng từ trên xuống, có độ lớn bằng 3 lần trọng lực thì chu kì dao động nhỏ của con lắc là

- A. 2T.                    B. T/2.                    C. T/3.                    D. 3T.

**Câu 136:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $l$ , quả nặng có khối lượng  $m$  và mang điện tích dương  $q$  dao động điều hòa tại nơi có giá tốc trọng trường  $g$ . Khi không có điện trường con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T_0$ . Nếu cho con lắc dao động điều hòa trong điện trường giữa hai bản tụ điện phẳng có véc tơ cường độ điện trường  $E$  ( $qE \ll mg$ ) nằm ngang thì chu kì dao động của con lắc là

- A.  $T = T_0(1 + qE/(mg))$ .                    B.  $T = T_0(1 + 0,5qE/(mg))$ .  
C.  $T = T_0(1 - 0,5qE/(mg))$ .                    D.  $T = T_0(1 - qE/(mg))$ .

**Câu 137:** Một con lắc đơn dao động tại một nơi nhất định (bỏ qua lực cản). Lực căng của sợi dây có giá trị lớn nhất khi vật nặng qua vị trí

- A. mà tại đó thế năng bằng động năng.  
B. vận tốc của nó bằng 0.  
C. cân bằng.  
D. mà lực kéo về có độ lớn cực đại.

**Câu 138:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì dao động  $T$ . Nếu tại điểm A là trung điểm của đoạn OB người ta đóng một cái đinh để chặn một bên của dây thì chu kì dao động  $T'$  mới của con lắc là

- A.  $T' = T$ .                    B.  $T' = T\left(\frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}\right)$ .  
C.  $T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$ .                    D.  $T' = \frac{T}{2}$

**Câu 139(CĐ 2007):** Một con lắc đơn gồm sợi dây có khối lượng không đáng kể, không dãn, có chiều dài  $l$  và viên bi nhỏ có khối lượng  $m$ . Kích thích cho con lắc dao động điều hòa ở nơi có giá tốc trọng trường  $g$ . Nếu chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng của viên bi thì thế năng của con lắc này ở li độ góc  $\alpha$  có biểu thức là

- A.  $mg l (1 - \cos\alpha)$ .                    B.  $mg l (1 - \sin\alpha)$ .  
C.  $mg l (3 - 2\cos\alpha)$ .                    D.  $mg l (1 + \cos\alpha)$ .

**Câu 140:** Một sợi dây mảnh có chiều dài  $l$  đang treo một vật có khối lượng  $m$  đã tích điện  $q$  ( $q < 0$ ), trong một điện trường đều có véc tơ cường độ điện trường  $E$  nằm ngang, hướng sang phải thì

- A. khi cân bằng, dây treo lệch sang phải so với phương thẳng đứng.  
B. chu kì dao động bé của vật treo không phụ thuộc vào khối lượng vật treo.  
C. khi cân bằng, dây treo lệch sang trái so với phương thẳng đứng một góc  $\alpha$  có  $\tan\alpha = mg / |qeE|$ .  
D. chu kì dao động bé của vật treo phụ thuộc vào khối lượng vật treo.

**Câu 141:** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì T. Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng 0,75 gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì T' bằng

- A.  $2T$ .      B.  $T/2$ .      C.  $T/\sqrt{2}$ .      D.  $T\sqrt{2}$ .

**Câu 142:** Một con lắc đơn treo vào trần một thang máy. Thang máy đứng yên và con lắc đang dao động điều hòa. Khi con lắc về đúng tới vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần lên trên thì

- A. lực căng dây giảm.      B. biên độ dao động không thay đổi.  
C. biên độ dao động giảm.      D. biên độ dao động tăng.

**Câu 143:** Một con lắc đơn treo vào một thang máy thẳng đứng, khi thang máy đứng yên thì con lắc dao động với chu kì 1s, khi thang máy chuyển động thì con lắc dao động với chu kỳ 0,96 s. Thang máy chuyển động

- A. nhanh dần đều đi lên.      B. nhanh dần đều đi xuống.  
C. chậm dần đều đi lên.      D. thẳng đều.

**Câu 144:** Một con lắc đơn có chu kì dao động biên độ góc nhỏ T. Treo con lắc vào trần xe đang chuyển động theo phương ngang thì khi ở vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$ . Chu kì dao động nhỏ của con lắc trong xe là

- A.  $T\sqrt{\cos\alpha}$ .      B.  $T\sqrt{\sin\alpha}$ .      C.  $T\sqrt{\tan\alpha}$ .      D.  $T\sqrt{\cot\alpha}$ .

**Câu 145:** Một con lắc đơn treo vào trần toa xe, lúc xe đứng yên thì nó dao động nhỏ với chu kì T. Cho xe chuyển động thẳng đều lên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$ , thì nó dao động nhỏ với chu kì là

- A.  $T' = T\cos\alpha$ .      B.  $T' = T$ .      C.  $T' = T\sin\alpha$ .      D.  $T' = T\tan\alpha$ .

**Câu 146:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dãn. Lúc đầu người ta giữ quả cầu ở độ cao so với vị trí cân bằng O là H rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Khi quả cầu đi lên đến vị trí có tốc độ bằng nửa tốc độ cực đại thì dây bị tuột ra rồi sau đó quả cầu chuyển đến độ cao cực đại so với O là h. Nếu bỏ qua mọi ma sát thì

- A.  $h = H$ .      B.  $h > H$ .      C.  $h < H$ .      D.  $H < h < 2H$

**Câu 147:** Một con lắc đơn lí tưởng đang dao động điều hòa, khi đi qua vị trí cân bằng thì điểm I của sợi dây được giữ lại và sau đó nó tiếp tục dao động điều hòa với chiều dài sợi dây chỉ bằng một phần tư lúc đầu thì

- A. biên độ góc dao động sau đó gấp đôi biên độ góc ban đầu.  
B. biên độ góc dao động sau đó gấp bốn lần biên độ góc ban đầu.  
C. biên độ dài dao động sau đó gấp đôi biên độ dài ban đầu.  
D. cơ năng dao động sau đó chỉ bằng một nửa cơ năng ban đầu.



**Câu 148:** Một con lắc đơn quả cầu có khối lượng  $m$ , đang dao động điều hòa trên Trái Đất trong vùng không gian có thêm lực  $F$  có hướng thẳng đứng từ trên xuống. Nếu khối lượng  $m$  tăng thì chu kì dao động nhỏ

- A. không thay đổi.
- B. tăng.
- C. giảm.
- D. có thể tăng hoặc giảm.

**Câu 149:** Một con lắc đơn, quả cầu mang điện dương được đặt vào điện trường đều. Trong trường hợp nào sau đây chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn lớn hơn chu kì dao động nhỏ của nó khi không có điện trường?

- A. Điện trường có phương thẳng đứng, chiều hướng xuống.
- B. Điện trường có phương thẳng đứng, chiều hướng lên.
- C. Điện trường có phương ngang, chiều từ trái sang phải.
- D. Điện trường có phương ngang, chiều từ trái sang phải.

**Câu 150:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa trong mặt phẳng thẳng đứng ở trong trường trọng lực thì

- A. không tồn tại vị trí để trọng lực tác dụng lên vật nặng và lực căng của dây có độ lớn bằng nhau.
- B. không tồn tại vị trí để trọng lực tác dụng lên vật nặng và lực căng của dây cân bằng nhau.
- C. khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, trọng lực tác dụng lên nó cân bằng với lực căng của dây.
- D. khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, lực căng của dây có độ lớn cực tiểu.

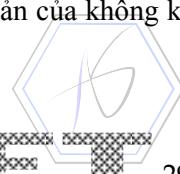
**Câu 151:** Một con lắc đơn đang thực hiện dao động nhỏ, thì

- A. khi đi qua vị trí cân bằng lực căng của sợi dây có độ lớn bằng trọng lượng của vật.
- B. gia tốc của vật luôn vuông góc với sợi dây.
- C. khi đi qua vị trí cân bằng gia tốc của vật triệt tiêu.
- D. tại hai vị trí biên, gia tốc của vật tiếp tuyến với quỹ đạo chuyển động.

**Câu 152:** Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ được treo vào đầu dưới của một sợi dây không dẫn, đầu trên của sợi dây được buộc cố định. Bỏ qua ma sát và lực cản của không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc  $0,1$  rad rồi thả nhẹ. Tỉ số giữa độ lớn gia tốc của vật tại vị trí cân bằng và độ lớn gia tốc tại vị trí biên bằng

- A. 0,1.
- B. 0.
- C. 10.
- D. 5,73.

**Câu 153:** Một con lắc đơn có quả lắc làm bằng hợp kim có khối lượng riêng  $D$ . Khi đặt trong chân không con lắc đơn có chu kì dao động bé là  $T$ . Khi đặt con lắc đơn trong không khí có khối lượng riêng  $D'$ , bỏ qua lực cản của không khí so với lực dây Acsimet, chu kì dao động của con lắc đơn là



A.  $T' = T \sqrt{\frac{D}{D - D'}}$ .

B.  $T' = T \sqrt{\frac{D}{D + D'}}$ .

C.  $T' = T \sqrt{\frac{D + D'}{D}}$ .

D.  $T' = T \sqrt{\frac{D - D'}{D}}$ .

**Câu 154:** Một con lắc đơn được treo vào trần một ô tô đang chuyển động trên mặt đường nằm ngang. Thấy rằng

- Khi xe đang chuyển động thẳng đều thì chu kỳ dao động là  $T_1$ .
- Khi xe đang chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a$  thì chu kỳ dao động là  $T_2$ .
- Khi xe đang chuyển động thẳng chậm dần đều với gia tốc  $a$  thì chu kỳ dao động là  $T_3$ .

Biểu thức nào sau đây đúng?

- A.  $T_2 < T_1 < T_3$ .      B.  $T_2 = T_1 = T_3$ .      C.  $T_2 = T_3 > T_1$ .      D.  $T_2 = T_3 < T_1$ .

**Câu 155:** Một con lắc đơn treo vào trần toa xe, lúc xe đứng yên thì nó dao động nhỏ với chu kỳ  $T$ . Cho xe chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$ : nếu xe đi xuống dốc thì nó dao động nhỏ với chu kỳ  $T_1$  và nếu xe đi lên dốc thì nó dao động nhỏ với chu kỳ  $T_2$ . Kết luận đúng?

- A.  $T_1 = T_2 > T$ .      B.  $T_1 = T_2 = T$ .      C.  $T_1 < T < T_2$ .      D.  $T_1 > T > T_2$ .

**Câu 156:** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ trên mặt đất, hỏi ở độ cao  $h$  và sau khoảng thời gian  $t$  đồng hồ chạy nhanh (hay chậm) và sai một lượng thời gian bằng bao nhiêu?

A. Nhanh,  $\Delta\tau = t \cdot \frac{h}{R}$ .

B. Nhanh,  $\Delta\tau = t \cdot \frac{2h}{R}$ .

C. Chậm,  $\Delta\tau = t \cdot \frac{2h}{R}$ .

D. Chậm,  $\Delta\tau = t \cdot \frac{h}{R}$ .

**Câu 157(DH 2008):** Phát biểu nào sau đây là **sai** khi nói về dao động của con lắc đơn (bỏ qua lực cản của môi trường)?

- A. Khi vật nặng ở vị trí biên, cơ năng của con lắc bằng thế năng của nó.
- B. Chuyển động của con lắc từ vị trí biên về vị trí cân bằng là nhanh dần.
- C. Khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, thì trọng lực tác dụng lên nó cân bằng với lực căng của dây.
- D. Với dao động nhỏ thì dao động của con lắc là dao động điều hòa.

**Câu 158:** Phát biểu nào sau đây đúng khi nói về dao động của một con lắc đơn trong trường hợp bỏ qua lực cản?

- A. Khi vật nặng ở vị trí biên, cơ năng của con lắc bằng thế năng của nó.
- B. Chuyển động của con lắc từ vị trí biên về vị trí cân bằng là chậm dần.
- C. Dao động của con lắc là dao động điều hòa.
- D. Khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng thì hợp lực tác dụng lên vật bằng 0.

**Câu 159:** Phát biểu nào sau đây về con lắc đơn đang thực hiện dao động nhỏ là đúng :

- A. tại hai vị trí biên, gia tốc của vật tiếp tuyến với quỹ đạo chuyển động.
- B. khi đi qua vị trí cân bằng, lực căng của sợi dây có độ lớn bằng trọng lượng của vật.
- C. gia tốc của vật luôn vuông góc với sợi dây.
- D. khi đi qua vị trí cân bằng gia tốc của vật triệt tiêu.

**Câu 160:** Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về dao động điều hòa của con lắc đơn (gồm quả cầu nhỏ liên kết với sợi dây không dãn) dao động tại một nơi nhất định trên Trái Đất?

- A. Khi đưa con lắc đơn đó lên Mặt Trăng mà không thay đổi chiều dài thì chu kì dao động của nó giảm.
- B. Nếu có thêm ngoại lực không đổi có cùng hướng với trọng lực luôn tác dụng lên quả cầu thì chu kì dao động phụ thuộc khối lượng của quả cầu.
- C. Khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, thì trọng lực tác dụng lên nó cân bằng với lực căng của dây.
- D. Trong quá trình dao động của quả cầu, không tồn tại vị trí mà tại đó độ lớn lực căng sợi dây bằng độ lớn của trọng lực.

**Câu 161:** Quả nặng của đồng hồ quả lắc có khối lượng  $m$  và chiều dài dây treo quả lắc là  $l$ , được đặt trong điện trường đều  $\vec{E}$  có các đường sức hướng từ dưới lên trên. Nếu cho quả cầu tích điện dương với điện tích  $q$  thì chu kì dao động nhỏ của con lắc là

$$A. T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}}.$$

$$B. T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g - \frac{qE}{m}}}.$$

$$C. T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g - \frac{qE}{m}}}.$$

$$D. T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g + \frac{qE}{m}}}.$$

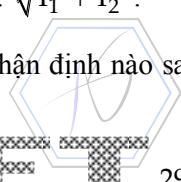
**Câu 162(CĐ 2012):** Tại một vị trí trên Trái Đất, con lắc đơn có chiều dài  $\ell_1$  dao động điều hòa với chu kì  $T_1$ ; con lắc đơn có chiều dài  $\ell_2$  ( $\ell_2 < \ell_1$ ) dao động điều hòa với chu kì  $T_2$ . Cũng tại vị trí đó, con lắc đơn có chiều dài  $\ell_1 - \ell_2$  dao động điều hòa với chu kì là

$$A. \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}. \quad B. \sqrt{T_1^2 - T_2^2}. \quad C. \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}. \quad D. \sqrt{T_1^2 + T_2^2}.$$

**Câu 163:** Trong quá trình dao động điều hòa của con lắc đơn. Nhận định nào sau đây là sai?

KHANG

VIEET



- A. Khi quả nặng ở điểm giới hạn, lực căng dây treo có độ lớn của nhỏ hơn trọng lượng của vật.
- B. Độ lớn của lực căng dây treo con lắc luôn lớn hơn trọng lượng vật.
- C. Chu kì dao động của con lắc không phụ thuộc vào biên độ dao động của nó.
- D. Khi góc hợp bởi phương dây treo con lắc và phương thẳng đứng giảm, tốc độ của quả nặng sẽ tăng.

**Câu 164:** Trong dao động điều hòa của con lắc đơn, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Lực kéo về phụ thuộc vào khối lượng của vật nặng.
- B. Lực kéo về phụ thuộc vào chiều dài của con lắc.
- C. Tần số góc của vật phụ thuộc vào khối lượng của vật.
- D. Gia tốc của vật phụ thuộc vào khối lượng của vật.

**Câu 165:** Tại cùng một nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , hai con lắc đơn chiều dài dài lần lượt là  $l_1$  và  $l_2$ , có chu kì dao động riêng lần lượt là  $T_1$  và  $T_2$ , chu kì dao động riêng của con lắc thứ ba có chiều dài bằng tích chiều dài của hai con lắc nói trên là

$$A. T = \frac{T_1}{T_2}. \quad B. T = \frac{\sqrt{g}T_1}{2\pi T_2}. \quad C. T = \frac{\sqrt{g}T_1 T_2}{2\pi}. \quad D. T = T_1 \cdot T_2.$$

**Câu 166:** Tại cùng một vị trí địa lí, nếu chiều dài của con lắc đơn giảm đi 4 lần thì tần số dao động của nó

- A. tăng 2 lần.      B. tăng 4 lần.      C. giảm 4 lần.      D. giảm 2 lần.

**Câu 167(DH 2010):** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  nhỏ. Lấy mốc thê năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có độ năng bằng thê năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

$$A. \frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}. \quad B. \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}. \quad C. \frac{\pi}{2} \quad D. \frac{-\alpha_0}{\sqrt{3}}.$$

**Câu 168(CĐ 2009):** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$ . Biết khối lượng vật nhỏ của con lắc là  $m$ , chiều dài dây treo là  $\ell$ , mốc thê năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của con lắc là

$$A. \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2. \quad B. mg\ell\alpha_0^2. \quad C. \frac{1}{4}mg\ell\alpha_0^2. \quad D. 2mg\ell\alpha_0^2.$$

**Câu 169:** Tại một nơi xác định, chu kì dao động điều hòa của con lắc đơn tỉ lệ thuận với

- A. gia tốc trọng trường.      B. chiều dài con lắc.
- C. căn bậc hai chiều dài con lắc.      D. căn bậc hai gia tốc trọng trường.

**Câu 170:** Tích điện cho quả cầu khối lượng  $m$  của một con lắc đơn điện tích  $Q$  rồi kích thích cho con lắc đơn dao động điều hòa trong điện trường đều cường độ  $E$ , gia tốc trọng trường  $g$  (sao cho  $|QE| < mg$ ). Để chu kì dao động của con lắc trong điện trường tăng so với khi không có điện trường thì

- A. điện trường hướng thẳng đứng từ dưới lên và  $Q > 0$ .
- B. điện trường hướng nằm ngang và  $Q < 0$ .
- C. điện trường hướng thẳng đứng từ dưới lên và  $Q < 0$ .
- D. điện trường hướng nằm ngang và  $Q > 0$ .

**Câu 171:** Tích điện cho quả cầu khối lượng  $m$  của một con lắc đơn điện tích  $Q$  rồi kích thích cho con lắc đơn dao động điều hoà trong điện trường đều cường độ  $E$ , gia tốc trọng trường  $g$  (sao cho  $|QE| < mg$ ). Để chu kì dao động của con lắc trong điện trường giảm so với khi không có điện trường thì

- A. điện trường hướng thẳng đứng từ dưới lên và  $Q > 0$ .
- B. điện trường hướng nằm ngang và  $Q \neq 0$ .
- C. điện trường hướng thẳng đứng từ trên xuống và  $Q < 0$ .
- D. điện trường hướng nằm ngang và  $Q = 0$ .

**Câu 172:** Tìm kết luận sai.

Một con lắc đơn có chiều dài  $l$  đang dao động điều hoà. Khi con lắc qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định hẳn điểm chính giữa của dây. Sau đó

- A. lực căng của dây treo lúc qua vị trí cân bằng tăng lên.
- B. năng lượng dao động của con lắc giữ nguyên giá trị cũ.
- C. dao động của con lắc có thể không phải là điều hoà.
- D. chu kì dao động giảm đi hai lần.

**Câu 173:** Trong quá trình hoạt động của mình, nếu nhiệt độ của môi trường là  $t_1$ , mỗi ngày đồng hồ quả lắc sẽ chạy nhanh  $\Delta\tau$ , còn nếu nhiệt độ của môi trường là  $t_2$ , mỗi ngày đồng hồ sẽ chạy chậm  $3\Delta\tau$ . Đồng hồ trên đã được thiết kế để chạy đúng giờ ở

- A.  $\frac{(3t_1 + t_2)}{4}$
- B.  $\frac{(t_1 + t_2)}{2}$
- C.  $\frac{(2t_1 + t_2)}{3}$
- D.  $2t_2 - t_1$

**Câu 174:** Xét một con lắc đơn dao động tại một nơi nhất định (bỏ qua lực cản).

Khi lực căng của sợi dây có giá trị bằng độ lớn trọng lực tác dụng lên con lắc thì lúc đó

- A. lực căng sợi dây cân bằng với trọng lực.
- B. vận tốc của vật dao động cực tiểu.
- C. lực căng sợi dây không phải hướng thẳng đứng.
- D. động năng của vật dao động bằng nửa giá trị cực đại

**Câu 175:** Con lắc lò xo dao động điều hoà với phương trình:  $x = A\cos(\omega t)$  cm (t đo bằng giây). Khoảng thời gian hai lần liên tiếp thé nắn bằng động năng là

- A.  $\pi/\omega$
- B.  $0,5\pi/\omega$
- C.  $0,25\pi/\omega$
- D.  $\pi/(6\omega)$

**Câu 176:** Con lắc lò xo treo ở trần một xe lăn, đang thực hiện dao động điều hoà.

Cho xe lăn chuyển động xuông một dốc nhẵn, nghiêng góc  $\alpha$  so với phương ngang, bỏ qua mọi lực cản thì

- A. con lắc tham gia đồng thời vào 2 dao động.
- B. chu kì không đổi và con lắc dao động theo phương thẳng đứng.
- C. chu kì không đổi và con lắc dao động theo phương nghiêng góc  $2\alpha$  so với phương thẳng đứng.
- D. chu kì không đổi và con lắc dao động theo phương vuông góc với mặt dốc.

**Câu 177:** Con lắc lò xo có độ cứng  $k$ , đầu trên cố định, đầu dưới gắn vật có khối lượng  $m$  dao động điều hòa theo phương thẳng đứng ở nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Khi vật ở vị trí cân bằng, độ dãn của lò xo là  $\Delta l$ . Chu kì dao động của con lắc được tính bằng biểu thức

$$A. T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}} \quad B. T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} \quad C. T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}} \quad D. T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$$

**Câu 178:** Con lắc lò xo có độ cứng  $k$ , đầu trên cố định, đầu dưới gắn vật có khối lượng  $m$  dao động điều hòa theo phương hợp với mặt phẳng ngang một góc  $\alpha$  ở nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Khi vật ở vị trí cân bằng, độ dãn của lò xo là  $\Delta l$ . Chu kì dao động của con lắc được tính bằng biểu thức

$$A. T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}} \quad B. T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} \quad C. T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g \sin \alpha}} \quad D. T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{\Delta l}}$$

**Câu 179:** Con lắc lò xo gồm vật nặng treo dưới lò xo dài, có chu kì dao động là  $T$ .

Nếu lò xo bị cắt bớt  $\frac{2}{3}$  chiều dài thì chu kì dao động của con lắc mới là:

$$A. 3T. \quad B. 2T. \quad C. \frac{T}{3}. \quad D. \frac{T}{\sqrt{3}}.$$

**Câu 180:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, tại vị trí cân bằng lò xo dãn một đoạn là  $\Delta l_0$ . Kích thích để quả nặng dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì  $T$ . Thời gian lò xo bị nén trong một chu kì là  $\frac{T}{4}$ . Biên độ dao động của vật bằng

$$A. \frac{3}{\sqrt{2}} \Delta l_0. \quad B. \sqrt{2} \Delta l_0. \quad C. \frac{3}{2} \Delta l_0. \quad D. 2 \Delta l_0$$

**Câu 181:** Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ  $A$ . Đúng lúc con lắc qua vị trí lò xo dãn nhiều nhất, người ta cố định một điểm chính giữa của lò xo, kết quả làm con lắc dao động điều hòa với biên độ  $A'$ . Hãy lập tỉ lệ giữa biên độ  $A$  và biên độ  $A'$ .

$$A. 2/\sqrt{2}. \quad B. \sqrt{(8/3)}. \quad C. \sqrt{(3/8)}. \quad D. 2.$$

**Câu 182:** Con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m$  gắn vào lò xo có độ cứng  $k$  đặt nằm ngang dao động điều hòa, mốc thê năng ở vị trí cân bằng, khi thê năng bằng  $1/3$  độ dãn năng thì lực đàn hồi tác dụng lên vật có độ lớn bằng

- A. một nửa lực đàn hồi cực đại.  
 B.  $\frac{1}{3}$  lực đàn hồi cực đại.  
 C.  $\frac{1}{4}$  lực đàn hồi cực đại.  
 D.  $\frac{2}{3}$  lực đàn hồi cực đại.

**Câu 183(TN-2008):** Chọn phương án sai. Biên độ của một con lắc lò xo thẳng đứng dao động điều hòa bằng

- A. hai lần quãng đường của vật đi được trong  $\frac{1}{12}$  chu kì khi vật xuất phát từ vị trí cân bằng.  
 B. nửa quãng đường của vật đi được trong nửa chu kì khi vật xuất phát từ vị trí bất kì.  
 C. quãng đường của vật đi được trong  $\frac{1}{4}$  chu kì khi vật xuất phát từ vị trí cân bằng hoặc vị trí biên.  
 D. hai lần quãng đường của vật đi được trong  $\frac{1}{8}$  chu kì khi vật xuất phát từ vị trí biên.

**Câu 184:** Chọn phương án sai. Một con lắc lò xo có độ cứng là k treo thẳng đứng, đầu trên cố định, đầu dưới gắn vật. Gọi độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là  $\Delta l_0$ . Cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ là A ( $A > \Delta l_0$ ). Trong quá trình dao động, lò xo

- A. bị nén cực đại một lượng là  $A - \Delta l_0$ .  
 B. bị dãn cực đại một lượng là  $A + \Delta l_0$ .  
 C. không biến dạng khi vật ở vị trí cân bằng.  
 D. có lúc bị nén có lúc bị dãn có lúc không biến dạng.

**Câu 185:** Chọn phương án sai. Một con lắc lò xo có độ cứng là k treo thẳng đứng, đầu trên cố định, đầu dưới gắn vật. Gọi độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là  $\Delta l_0$ . Cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ là A ( $A < \Delta l_0$ ). Trong quá trình dao động, lò xo

- A. bị dãn cực tiểu một lượng là  $\Delta l_0 - A$ .  
 B. bị dãn cực đại một lượng là  $A + \Delta l_0$ .  
 C. lực tác dụng của lò xo lên giá treo là lực kéo.  
 D. có lúc bị nén có lúc bị dãn có lúc không biến dạng.

**Câu 186:** Chọn phương án sai. Một lò xo có độ cứng là k treo trên mặt phẳng nghiêng, đầu trên cố định, đầu dưới gắn vật có khối lượng m. Gọi độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là  $\Delta l$ . Cho con lắc dao động điều hòa theo mặt phẳng nghiêng với biên độ là A tại nơi có gia tốc trọng trường g.

- A. Lực đàn hồi của lò xo có độ lớn nhỏ nhất trong quá trình dao động bằng 0 nếu  $A > \Delta l$ .  
 B. Lực đàn hồi của lò xo có độ lớn nhỏ nhất trong quá trình dao động bằng  $k(\Delta l - A)$  nếu  $A < \Delta l$ .  
 C. Lực đàn hồi của lò xo có độ lớn lớn nhất trong quá trình dao động bằng  $k(\Delta l + A)$ .  
 D. Góc giữa mặt phẳng nghiêng và mặt phẳng ngang  $\alpha$  tính theo công thức  $mg = kA \sin \alpha$ .

**Câu 187:** Điều nào sau đây là đúng khi nói về sự biến đổi năng lượng của con lắc lò xo

- A. Tăng  $16/9$  lần khi tần số góc  $\omega$  tăng 5 lần và biên độ A giảm 3 lần.
- B. Giảm 4 lần khi tần số dao động f tăng 2 lần và biên độ A giảm 3 lần.
- C. Giảm  $9/4$  lần khi tần số góc  $\omega$  tăng lên 3 lần và biên độ A giảm 2 lần.
- D. Tăng 16 lần khi tần số dao động f và biên độ A tăng lên 2 lần.

**Câu 188:** Điều nào sau đây là sai khi nói về năng lượng trong dao động điều hòa của con lắc lò xo :

- A. Động năng và thế năng biến thiên tuần hoàn theo thời gian với chu kì bằng một nửa của chu kì dao động.
- B. Động năng cực đại bằng thế năng cực đại và bằng với cơ năng.
- C. Động năng và thế năng biến thiên theo thời gian với tần số bằng với tần số dao động
- D. Cơ năng tỉ lệ với bình phương biên độ dao động và độ cứng của lò xo

**Câu 189:** Hai vật  $m_1$  và  $m_2$  được nối với nhau bằng một sợi chỉ, và chúng được treo bởi một lò xo có độ cứng k (lò xo nối với  $m_1$ ). Khi hai vật đang ở vị trí cân bằng người ta đứt đứt sợi chỉ sao cho vật  $m_2$  rơi xuống thì vật  $m_1$  sẽ dao động điều hòa với biên độ

$$A. \frac{m_2 g}{k} . \quad B. \frac{(m_1 + m_2)g}{k} . \quad C. \frac{m_1 g}{k} . \quad D. \frac{|m_1 - m_2|g}{k} .$$

**Câu 190:** Hai vật A và B lần lượt có khối lượng là  $2m$  và  $m$  được nối với nhau và treo vào một lò xo thẳng đứng bằng các sợi dây mảnh, không dãn, g là gia tốc rơi tự do. Khi hệ đang đứng yên ở vị trí cân bằng, người ta cắt đứt dây nối hai vật. Gia tốc của A và B ngay sau khi dây đứt lần lượt là

$$A. \frac{g}{2}; \frac{g}{2} . \quad B. g; \frac{g}{2} . \quad C. \frac{g}{2}; g . \quad D. g; g .$$

**Câu 191:** Khi một vật khối lượng m được treo vào một lò xo có độ dài tự nhiên  $l_0$  thì lò xo có độ dài là l. Kéo vật xuống phía dưới một đoạn nhỏ a rồi thả ra cho vật dao động điều hòa. Chu kì dao động của vật là

$$A. T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g}} . \quad B. T = 2\pi \sqrt{\frac{l-l_0}{g}} .$$

$$C. T = 2\pi \sqrt{\frac{l-l_0}{ga}} . \quad D. T = 2\pi \sqrt{\frac{l-a}{g}} .$$

**Câu 192:** Một vật khối lượng M được treo trên trần nhà bằng sợi dây nhẹ không dãn tại nơi có gia tốc trọng trường là g. Phía dưới vật M có gắn một lò xo nhẹ có độ cứng k, đầu còn lại của lò xo gắn vật nhỏ khối lượng m. Biên độ dao động thẳng đứng của m tối đa bằng bao nhiêu thì dây treo chưa bị chùng?

$$A. (mg + M)/k . \quad B. (M + m)g/k . \quad C. (Mg + m)/k . \quad D. (M + 2m)g/k .$$

**Câu 193(CĐ 2008):** Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ có khối lượng  $m$  và lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $k$ , dao động điều hòa theo phuong thẳng đứng tại nơi có gia tốc rơi tự do là  $g$ . Khi viên bi ở vị trí cân bằng, lò xo dãn một đoạn  $\Delta l$ . Chu kì dao động điều hòa của con lắc này là

- A.  $2\pi\sqrt{(g/\Delta l)}$ .      B.  $2\pi\sqrt{(\Delta l/g)}$ .      C.  $(1/2\pi)\sqrt{(m/k)}$ .      D.  $(1/2\pi)\sqrt{(k/m)}$ .

**Câu 194:** Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$ , dao động điều hòa. Nếu tăng độ cứng  $k$  lên 2 lần và giảm khối lượng  $m$  đi 8 lần thì tần số dao động của vật sẽ

- A. giảm 4 lần      B. tăng 2 lần      C. tăng 4 lần      D. giảm 2 lần

**Câu 195:** Một con lắc lò xo gồm một lò xo khối lượng không đáng kể, một đầu cố định và một đầu gắn với một viên bi nhỏ. Con lắc này đang dao động điều hòa theo phuong nằm ngang. Lực đàn hồi của lò xo tác dụng lên viên bi luôn hướng

- A. theo chiều chuyển động của viên bi.      B. theo chiều dương quy ước.  
C. theo chiều âm quy ước.      D. về vị trí cân bằng của viên bi.

**Câu 196:** Một lò xo có độ cứng  $k$  treo một vật có khối lượng  $M$ . Khi hệ đang cân bằng, ta đặt nhẹ nhàng lên vật treo một vật khối lượng  $m$  thì chúng bắt đầu dao động điều hòa. Nhận xét nào sau đây không đúng?

- A. Biên độ dao động của hệ 2 vật là  $mg/k$ .  
B. Sau thời điểm xuất phát bằng một số nguyên lần chu kỳ, nếu nhấc  $m$  khỏi  $M$  thì dao động tắt hẳn luôn.  
C. Nhấc vật  $m$  khỏi  $M$  tại thời điểm chúng ở độ cao cực đại thì vật  $M$  vẫn tiếp tục dao động.  
D. Tần số góc của dao động này là  $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$ .

**Câu 197:** Một lò xo có độ cứng  $k$ , treo vào một điểm cố định, đầu dưới buộc với một sợi dây và đầu còn lại của sợi dây buộc với vật nhỏ khối lượng  $m$ . Kích thích vật  $m$  để cho nó dao động điều hòa theo phuong thẳng đứng với biên độ  $A$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Trong quá trình dao động lực căng sợi dây lớn nhất là

- A.  $mg + kA$ .      B.  $mg - kA$ .      C.  $mg + 2kA$ .      D.  $kA - mg$ .

**Câu 198:** Một con lắc lò xo bô trí theo phuong thẳng đứng. Đầu trên cố định, đầu dưới móc vật nặng, gọi  $\Delta l_0$  là độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Biểu thức nào sau đây **không** đúng?

- A.  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$ .      B.  $\omega^2 = \frac{g}{\Delta l_0}$ .      C.  $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$       D.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$

**Câu 199:** Một con lắc lò xo bô trí nằm ngang. Vật đang dao động điều hòa với chu kì  $T$ , biên độ  $A$ , khi vật đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định điểm

chính giữ của lò xo lại. Bắt đầu từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hòa với biên độ mới là

- A.  $2A$ .      B.  $\frac{A}{2}$ .      C.  $\frac{A}{\sqrt{2}}$ .      D.  $A\sqrt{2}$ .

**Câu 200:** Một con lắc lò xo có giá treo cố định, dao động điều hòa trên phương thẳng đứng thì độ lớn lực tác dụng của hệ dao động lên giá treo bằng

- A. độ lớn hợp lực của lực đàn hồi lò xo và trọng lượng của vật treo.  
 B. độ lớn trọng lực tác dụng lên vật treo.  
 C. độ lớn của lực đàn hồi lò xo.  
 D. trung bình cộng của trọng lượng vật treo và lực đàn hồi lò xo.

**Câu 201:** Một lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0$ , độ cứng  $k_0$ . Cắt lò xo này thành hai lò xo có chiều dài  $l_1, l_2$  thì độ cứng tương ứng của chúng là  $k_1, k_2$ . Biểu thức nào sau đây cho biết giá trị của  $k_1, k_2$ ?

- A.  $k_1 = \frac{k_0 l_1}{l_0}; k_2 = \frac{k_0 l_2}{l_0}$ .      B.  $k_1 = \frac{k_0}{l_0 - l_1}; k_2 = \frac{k_0}{l_0 - l_2}$ .  
 C.  $k_1 = \frac{k_0 l_0}{l_1}; k_2 = \frac{k_0 l_0}{l_2}$ .      D.  $k_1 = \frac{l_1 l_0}{k_0}; k_2 = \frac{l_2 l_0}{k_0}$

**Câu 202:** Một con lắc lò xo bỗn trí nằm ngang. Vật đang dao động điều hòa với chu kì  $T$ , biên độ  $A$ , khi vật đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định một điểm trên lò xo sao cho phần lò xo không tham gia vào sự dao động của vật bằng  $\frac{2}{3}$  chiều dài lò xo ban đầu. Kể từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hòa với biên độ mới bằng

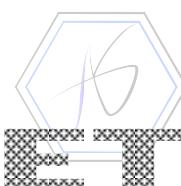
- A.  $3A$ .      B.  $\frac{A}{2}$ .      C.  $\frac{A}{\sqrt{2}}$ .      D.  $\frac{A}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 203:** Một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng  $k$ . Một đầu giữ cố định, đầu còn lại gắn vật nhỏ có khối lượng  $m$ , vật dao động điều hòa với biên độ  $A$ . Vào thời điểm động năng bằng 3 lần thế năng của lò xo, độ lớn vận tốc của vật được tính theo biểu thức.

- A.  $v = A\sqrt{\frac{k}{4m}}$ .      B.  $v = A\sqrt{\frac{k}{8m}}$ .      C.  $v = A\sqrt{\frac{k}{2m}}$ .      D.  $v = A\sqrt{\frac{3k}{4m}}$

**Câu 204:** Một lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $k$ , một đầu gắn vật nhỏ có khối lượng  $m$ , đầu còn lại được gắn vào một điểm cố định J sao cho vật dao động điều hòa theo phương ngang. Trong quá trình dao động, chiều dài cực đại và chiều dài cực tiểu của lò xo lần lượt là 40 cm và 30 cm. Chọn phương án sai.

- A. Chiều dài tự nhiên của lò xo là 35 cm.  
 B. Biên độ dao động là 5 cm.  
 C. Lực mà lò xo tác dụng lên điểm J luôn là lực kéo.  
 D. Độ biến dạng của lò xo luôn bằng độ lớn của li độ.



**Câu 205:** Một con lắc lò xo nằm ngang, vật nhỏ khối lượng  $m$  đang dao động điều hòa với biên độ  $A$ . Khi vật đang ở li độ  $x = A$ , người ta nhẹ nhàng thả lên  $m$  một vật khác cùng khối lượng và hai vật dính chặt vào nhau. Biên độ dao động mới của con lắc là

- A.  $\frac{A}{\sqrt{2}}$ .      B.  $A$ .      C.  $A\sqrt{2}$ .      D.  $\frac{A}{2}$ .

**Câu 206:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì  $T$  thì khoảng thời gian hai lần liên tiếp động năng của vật bằng thế năng lò xo là

- A.  $T$       B.  $T/2$       C.  $T/4$       D.  $T/8$

**Câu 207:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số góc  $\omega$  tại vị trí có gia tốc trọng trường  $g$ . Khi qua vị trí cân bằng lò xo dãn:

- A.  $\omega/g$       B.  $\omega^2/g$       C.  $g/\omega^2$       D.  $g/\omega$

**Câu 208:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang. Tại thời điểm ban đầu lò xo nén cực đại một đoạn  $A$  và đến thời điểm gần nhất vật qua vị trí cân bằng, người ta thả nhẹ vật có khối lượng bằng khối lượng vật dao động sao cho chúng dính lại với nhau. Tìm quãng đường vật đi được cho đến khi lò xo dãn nhiều nhất tính từ thời điểm ban đầu.

- A.  $1,7A$ .      B.  $2A$ .      C.  $1,5A$ .      D.  $2,5A$ .

**Câu 209:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng  $m$  dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ  $A$ . Khi vật đang ở li độ cực đại, người ta đặt nhẹ nhàng trên  $m$  một vật khác cùng khối lượng và hai vật dính chặt vào nhau. Biên độ dao động mới là

- A.  $A$ .      B.  $A/\sqrt{2}$ .      C.  $A\sqrt{2}$ .      D.  $0,5A$ .

**Câu 210:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hòa với biên độ  $A$  và tần số  $f$ . Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo lại. Bắt đầu từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hòa với

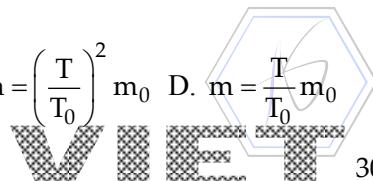
- A. biên độ là  $A/\sqrt{2}$  và tần số  $f\sqrt{2}$ .      B. biên độ là  $A/\sqrt{2}$  và tần số  $f/\sqrt{2}$ .  
C. biên độ là  $A\sqrt{2}$  và tần số  $f/\sqrt{2}$ .      D. biên độ là  $A\sqrt{2}$  và tần số  $f\sqrt{2}$ .

**Câu 211:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình  $x = Asin\omega t$  và có cơ năng là  $E$ . Động năng của vật tại thời điểm  $t$  là

- A.  $E_d = (E/2)\cos^2\omega t$ .      B.  $E_d = Esin^2\omega t$ .  
C.  $E_d = Ecos^2\omega t$ .      D.  $E_d = (E/4)\sin^2\omega t$ .

**Câu 212:** Mặc một vật khối lượng  $m_0$  đã biết vào một lò xo rồi kích thích cho hệ dao động, ta đo được chu kì dao động là  $T_0$ . Nếu bỏ vật nặng ra khỏi lò xo, thay vào đó là vật nặng có khối lượng  $m$  chưa biết thì ta được con lắc mới có chu kì dao động là  $T$ . khối lượng  $m$  tính theo  $m_0$  là

- A.  $m = \sqrt{\frac{T}{T_0}}m_0$ .      B.  $m = \frac{T_0}{T}m_0$ .      C.  $m = \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 m_0$       D.  $m = \frac{T}{T_0}m_0$



**Câu 213:** Mắc một vật khối lượng  $m_0$  đã biết vào một lò xo rồi kích thích cho hệ dao động ta đo được chu kì dao động là  $T_0$ . Bây giờ mắc thêm vào lò xo vật nặng có khối lượng  $m$  chưa biết thì ta được con lắc mới có chu kì dao động là  $T$ . khối lượng  $m$  được tính bằng

A.  $m = \left[ \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 - 1 \right] m_0$ .

B.  $m = \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 \right] m_0$

C.  $m = \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 m_0$ .

D.  $m = \left[ \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 - 1 \right] m_0$ .

**Câu 214:** Năng lượng của con lắc lò xo gắn với quả nặng  $m$  thì tỉ lệ với bình phương :

- A. Tần số góc  $\omega$  và biên độ dao động.
- B. Biên độ dao động và độ cứng lò xo.
- C. Biên độ dao động và khối lượng  $m$ .
- D. Tần số góc  $\omega$  và khối lượng  $m$ .

**Câu 215:** Ở vị trí nào thì động năng của con lắc có giá trị gấp  $n$  lần thế năng?

A.  $x = \frac{A}{n}$ .      B.  $x = \frac{A}{n+1}$ .      C.  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$ .      D.  $x = \pm \frac{A}{n+1}$ .

**Câu 216:** Phát biểu nào sau đây sau đây là không đúng với con lắc lò xo ngang trên mặt sàn không ma sát?

- A. Chuyển động của vật là dao động điều hòa.
- B. Chuyển động của vật là chuyển động tuần hoàn.
- C. Chuyển động của vật là chuyển động thẳng.
- D. Chuyển động của vật là chuyển động biến đổi đều.

**Câu 217:** Trong con lắc lò xo

- A. thế năng và động năng của vật nặng biến đổi theo định luật sin đổi với thời gian (biến đổi điều hòa).
- B. thế năng và động năng của vật nặng biến đổi tuần hoàn với chu kì gấp đôi chu kì của con lắc lò xo.
- C. thế năng của vật nặng có giá trị cực đại chỉ khi li độ của vật cực đại.
- D. động năng của vật nặng có giá trị cực đại chỉ khi vật đi qua vị trí cân bằng.

**Câu 218:** Trong dao động điều hoà của con lắc lò xo, phát biểu nào sau đây là **không** đúng?

- A. Lực kéo về phụ thuộc vào độ cứng của lò xo.
- B. Lực kéo về phụ thuộc vào khối lượng của vật nặng.
- C. Gia tốc của vật phụ thuộc vào khối lượng của vật.
- D. Tần số góc của vật phụ thuộc vào khối lượng của vật.

**Câu 219:** Trong dao động điều hoà của con lắc lò xo thẳng đứng thì

- A. hợp lực tác dụng lên vật có độ lớn bằng nhau, khi vật ở vị trí lò xo có chiều dài ngắn nhất hoặc dài nhất.

- B. lực đàn hồi luôn luôn cùng chiều với chiều chuyển động khi vật đi về vị trí cân bằng  
 C. với mọi giá trị của biên độ, lực đàn hồi luôn ngược chiều với trọng lực  
 D. lực đàn hồi đổi chiều tác dụng khi vận tốc bằng không

**Câu 220(ĐH 2012):** Tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g$ , một con lắc lò xo treo thẳng đứng đang dao động đều hòa. Biết tại vị trí cân bằng của vật độ dãn của lò xo là  $\Delta l$ . Chu kì dao động của con lắc này là

- A.  $2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$ .      B.  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$ .      C.  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$ .      D.  $2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$ .

**Câu 221:** Vật nhỏ của một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang, mốc thê năng tại vị trí cân bằng. Khi gia tốc của vật có độ lớn bằng một nửa độ lớn gia tốc cực đại thì tỉ số giữa động năng và thê năng của vật là

- A. 3.      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D. 2.

**Câu 222:** Vật nặng trong con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Nếu lò xo bị cắt bớt một nửa thì chu kì dao động của con lắc mới là

- A.  $T$       b.  $2T$ .      C.  $\frac{T}{2}$ .      D.  $\frac{T}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 223:** Vật nhỏ khối lượng  $m$ , khi mắc với lò xo có độ cứng  $k_1$  thì nó dao động với chu kì  $T_1$ . Khi mắc với lò xo có độ cứng  $k_2$  thì lò xo dao động với chu kì  $T_2$ . Nếu mắc lò xo  $k_1$  nối tiếp  $k_2$  rồi gắn vật  $m$  vào thì chu kì dao động của vật là

- A.  $T = T_1 + T_2$ .      B.  $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$ .      C.  $T = \sqrt{T_1^2 - T_2^2}$ .      D.  $T = \sqrt{T_2^2 - T_1^2}$

**Câu 224:** Vật nhỏ khối lượng  $m$ , khi mắc với lò xo có độ cứng  $k_1$  thì nó dao động với chu kì  $T_1$ . Khi mắc với lò xo có độ cứng  $k_2$  thì nó dao động với chu kì  $T_2$ . Nếu mắc lò xo  $k_1$  song song  $k_2$  rồi gắn vật  $m$  vào thì chu kì dao động của vật được tính theo biểu thức

- A.  $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$ .      B.  $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}$       C.  $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$       D.  $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$

**Câu 225:** Chọn phát biểu **sai** khi nói về dao động riêng không tắt dần trong mạch dao động.

- A. Năng lượng của mạch dao động riêng gồm năng lượng điện trường tập trung ở tụ điện và năng lượng từ trường tập trung ở cuộn cảm.  
 B. Năng lượng của mạch dao động riêng tại mỗi thời điểm đều bằng năng lượng điện trường cực đại hoặc năng lượng từ trường cực đại.  
 C. Tại mọi thời điểm, năng lượng của mạch dao động riêng đều bằng nhau.  
 D. Trong quá trình dao động riêng, năng lượng điện trường giảm bao nhiêu lần thì năng lượng từ trường tăng đúng bấy nhiêu lần.

**Câu 226:** Chọn câu trả lời sai

- A. Khi có cộng hưởng, biên độ dao động đạt cực đại.
- B. Dao động tự do có tần số bằng tần số riêng.
- C. Trong thực tế mọi dao động là dao động tắt dần.
- D. Sự cộng hưởng luôn có hại trong khoa học, kỹ thuật và đời sống.

**Câu 227:** Có ba con lắc đơn treo cạnh nhau cùng chiều dài, ba vật bằng sắt, nhôm và gỗ (có khối lượng riêng: sắt > nhôm > gỗ) cùng kích thước và được phủ mặt ngoài một lớp sơn để lực cản như nhau. Kéo 3 vật sao cho 3 sợi dây lệch một góc nhô nhau rồi đồng thời buông nhẹ thì

- A. con lắc bằng gỗ dừng lại sau cùng.
- B. cả 3 con lắc dừng lại một lúc.
- C. con lắc bằng sắt dừng lại sau cùng.
- D. con lắc bằng nhôm dừng lại sau cùng.

**Câu 228:** Dao động tắt dần

- A. là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian.
- B. là dao động chỉ trong môi trường có ma sát nhót.
- C. là dao động chỉ trong môi trường có ma sát nhót nhỏ.
- D. là dao động chỉ trong môi trường có ma sát lớn.

**Câu 229:** Dao động duy trì là dao động tắt dần mà người ta đã

- A. làm mất lực cản của môi trường đối với vật chuyển động.
- B. tác dụng ngoại lực biến đổi điều hòa theo thời gian vào vật dao động.
- C. tác dụng ngoại lực vào vật dao động cùng chiều với chuyển động trong một phần của từng chu kỳ.
- D. kích thích lại dao động sau khi dao động bị tắt hẳn.

**Câu 230:** Hai con lắc làm bằng hai hòn bi có bán kính bằng nhau, treo trên hai sợi dây có cùng độ dài. Khối lượng của hai hòn bi khác nhau. Hai con lắc cùng dao động trong một môi trường với li độ ban đầu như nhau và vận tốc ban đầu đều bằng 0 thì

- A. con lắc nặng tắt nhanh hơn hay con lắc nhẹ tắt nhanh hơn còn phụ thuộc vào tốc độ ban đầu.
- B. hai con lắc tắt cùng một lúc.
- C. con lắc nhẹ tắt nhanh hơn.
- D. con lắc nặng tắt nhanh hơn.

**Câu 231(ĐH 2012):** Một vật dao động tắt dần có các đại lượng nào sau đây giảm liên tục theo thời gian?

- A. Biên độ và tốc độ.
- B. Li độ và tốc độ.
- C. Biên độ và gia tốc
- D. Biên độ và cơ năng.



**Câu 232:** Một con lắc lò xo, dao động tắt dần chậm theo phương ngang do lực ma sát nhỏ. Khi vật dao động dừng lại thì lúc này

- A. lò xo không biến dạng.
- B. lò xo bị nén.
- C. lò xo bị dãn.
- D. lực đàn hồi của lò xo có thể không triệt tiêu.

**Câu 233:** Một con lắc lò xo, dao động tắt dần trong môi trường với lực ma sát nhỏ, với biên độ lúc đầu là A. Quan sát cho thấy, tổng quãng đường mà vật đi được từ lúc dao động cho đến khi dừng hẳn là S. Nếu biên độ dao động ban đầu là 2A thì tổng quãng đường mà vật đi được từ lúc dao động cho đến khi dừng hẳn là

- A.  $S\sqrt{2}$ .
- B. 4S.
- C. 2S.
- D.  $S/2$ .

**Câu 234:** Một con lắc lò xo, dao động tắt dần trong môi trường với lực ma sát nhỏ, với cơ năng lúc đầu là W. Quan sát cho thấy, tổng quãng đường mà vật đi được từ lúc dao động cho đến khi dừng hẳn là S. Độ lớn lực cản bằng

- A. W.S.
- B. W/S.
- C. 2W.S.
- D. 2W/S.

**Câu 235:** Một con lắc lò xo, dao động tắt dần chậm theo phương ngang do lực ma sát nhỏ. Khi vật dao động dừng lại thì lúc này

- A. lò xo không biến dạng.
- B. lò xo bị nén.
- C. lò xo bị dãn.
- D. lực đàn hồi của lò xo có thể không triệt tiêu.

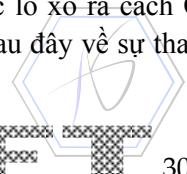
**Câu 236(DH 2010):** Một vật dao động tắt dần có các đại lượng giảm liên tục theo thời gian là

- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| A. biên độ và gia tốc.    | B. li độ và tốc độ.   |
| C. biên độ và năng lượng. | D. biên độ và tốc độ. |

**Câu 237:** Một vật khối lượng m gắn với một lò xo có độ cứng k, dao động trên mặt phẳng ngang có ma sát không đổi với biên độ ban đầu A, tại nơi có gia tốc trọng trường là g. Tổng quãng đường vật đi được và tổng thời gian từ lúc bắt đầu dao động cho tới lúc dừng lại lần lượt là S và Δt. Nếu chỉ có k tăng 4 lần thì

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| A. S tăng gấp đôi.  | B. S giảm một nửa.  |
| C. Δt tăng gấp bốn. | D. Δt tăng gấp hai. |

**Câu 238:** Một lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 40 \text{ N/m}$ , chiều dài tự nhiên 50 cm, một đầu gắn cố định tại B, một đầu gắn với vật có khối lượng  $m = 0,5 \text{ kg}$ . Vật dao động có ma sát trên mặt phẳng nằm ngang với hệ số ma sát trượt  $\mu = 0,1$ . Ban đầu vật ở O và lò xo không biến dạng. Kéo vật theo phương của trục lò xo ra cách O một đoạn 5 cm và thả tự do. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Nhận xét nào sau đây về sự thay đổi vị trí của vật trong quá trình chuyển động là đúng:



- A. Dao động của vật là tắt dần, điểm dừng lại cuối cùng của vật tại O.
- B. Dao động của vật là tắt dần, khoảng cách gần nhất giữa vật và B là 45 cm.
- C. Dao động của vật là tắt dần, điểm dừng lại cuối cùng của vật ở cách O xa nhất là 1,25 cm.
- D. Dao động của vật là tắt dần, khoảng cách giữa vật và B biến thiên tuần hoàn và tăng dần.

**Câu 239 (ĐH 2007):** Nhận định nào sau đây **sai** khi nói về dao động cơ học tắt dần?

- A. Dao động tắt dần có động năng giảm dần còn thế năng biến thiên điều hòa.
- B. Dao động tắt dần là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian.
- C. Lực ma sát càng lớn thì dao động tắt càng nhanh.
- D. Trong dao động tắt dần, cơ năng giảm dần theo thời gian.

**Câu 240:** Nhận định nào sau đây là **sai** khi nói về dao động cơ tắt dần?

- A. Lực ma sát càng lớn thì dao động tắt dần càng nhanh.
- B. Dao động tắt dần có biên độ giảm dần theo thời gian.
- C. Trong dao động cơ tắt dần, cơ năng giảm theo thời gian.
- D. Động năng giảm dần còn thế năng thì biến thiên điều hòa.

**Câu 241(CĐ 2009):** Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về dao động tắt dần?

- A. Dao động tắt dần có biên độ giảm dần theo thời gian.
- B. Cơ năng của vật dao động tắt dần không đổi theo thời gian.
- C. Lực cản môi trường tác dụng lên vật luôn sinh công dương.
- D. Dao động tắt dần là dao động chỉ chịu tác dụng của nội lực.

**Câu 242:** Trong các đại lượng không thay đổi theo thời gian trong dao động tắt dần có

- A. động năng.      B. cơ năng.      C. biên độ.      D. tần số.

**Câu 243:** Biên độ dao động cưỡng bức không thay đổi khi thay đổi

- A. Biên độ của ngoại lực tuần hoàn.
- B. tần số của ngoại lực tuần hoàn.
- C. pha ban đầu của ngoại lực tuần hoàn.
- D. lực ma sát của môi trường.

**Câu 244:** Chọn phương án sai khi nói về dao động cưỡng bức.

- A. Dao động cưỡng bức là điều hoà (có dạng sin).
- B. Tần số góc của dao động cưỡng bức bằng tần số góc  $\Omega$  của ngoại lực.
- C. Biên độ của dao động cưỡng bức tỉ lệ thuận với biên độ  $F_0$  của ngoại lực
- D. Biên độ của dao động cưỡng bức không phụ thuộc vào tần số góc  $\Omega$  của ngoại lực.

**Câu 245:** Chọn phương án sai khi nói về dao động cưỡng bức. Biên độ dao động cưỡng bức

- A. phụ thuộc vào biên độ của ngoại lực.
- B. phụ thuộc vào tần số của ngoại lực.

- C. không phụ thuộc lực ma sát.
- D. phụ thuộc vào ma sát.

**Câu 246:** Chọn phương án sai.

- A. Dao động cưỡng bức khi cộng hưởng có tần số bằng tần số dao động riêng.
- B. Dao động duy trì có tần số bằng tần số riêng của hệ dao động.
- C. Dao động cưỡng bức xảy ra trong hệ dưới tác dụng của ngoại lực không độc lập đối với hệ.
- D. Dao động duy trì là dao động riêng của hệ được bù thêm năng lượng do một lực điều khiển bởi chính dao động ấy qua một cơ cấu nào đó.

**Câu 247:** Chọn phương án sai. Sau khi tác dụng ngoại lực tuần hoàn lên hệ dao động đang ở trạng thái cân bằng thì ở giai đoạn ổn định

- A. giá trị cực đại của li độ không thay đổi.
- B. kéo dài cho đến khi ngoại lực điều hoà thôi tác dụng.
- C. biên độ không phụ thuộc lực ma sát.
- D. dao động của vật gọi là dao động cưỡng bức.

**Câu 248:** Chọn phương án sai. Khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng thì

- A. biên độ A của dao động cưỡng bức đạt giá trị cực đại.
- B. tần số của ngoại lực bằng tần số riêng  $\omega_0$  của hệ dao động tắt dần.
- C. hệ sẽ dao động với tần số bằng tần số dao động riêng.
- D. lúc này nếu ngoại lực thôi tác dụng thì hệ tiếp tục dao động điều hoà.

**Câu 249:** Chọn câu sai khi nói về dao động cưỡng bức

- A. Dao động với biên độ thay đổi theo thời gian.
- B. Dao động điều hòa.
- C. Dao động với tần số bằng tần số của ngoại lực.
- D. Dao động với biên độ không đổi.

**Câu 250:** Chọn phát biểu đúng?

- A. Trong dao động cưỡng bức thì tần số dao động bằng tần số dao động riêng.
- B. Trong đời sống và kĩ thuật, dao động tắt dần luôn có hại.
- C. Trong đời sống và kĩ thuật, dao động cộng hưởng luôn có lợi.
- D. Trong dao động cưỡng bức thì tần số dao động là tần số của ngoại lực và biên độ dao động phụ thuộc vào sự quan hệ giữa tần số của ngoại lực và tần số riêng của con lắc.

**Câu 251:** (CĐ-2008) Chọn phát biểu đúng?

- A. Đối với cùng một hệ dao động thì ngoại lực trong dao động duy trì và trong dao động cưỡng bức cộng hưởng khác nhau ở tần số.
- B. Đối với cùng một hệ dao động thì ngoại lực trong dao động duy trì và trong dao động cưỡng bức cộng hưởng khác nhau ở lực ma sát.

- C. Đối với cùng một hệ dao động thì ngoại lực trong dao động duy trì và trong dao động cưỡng bức cộng hưởng khác nhau ở môi trường dao động.
- D. Đối với cùng một hệ dao động thì ngoại lực trong dao động duy trì và trong dao động cưỡng bức cộng hưởng khác nhau ở chỗ ngoại lực trong dao động cưỡng bức độc lập đối với hệ dao động, còn ngoại lực trong dao động duy trì được điều khiển bởi một cơ cấu liên kết với hệ dao động.

**Câu 252:** Dao động cưỡng bức là dao động xảy ra dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn có tần số

- A. bằng tần số của dao động tự do.
- B. bất kì.
- C. bằng 2 tần số của dao động tự do.
- D. bằng nửa tần số của dao động tự do.

**Câu 253:** Dao động duy trì là dao động xảy ra dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn có tần số

- A. bằng tần số của dao động tự do.
- B. bất kì.
- C. bằng 2 tần số của dao động tự do.
- D. bằng nửa tần số của dao động tự do.

**Câu 254:** Điều nào sau đây là đúng khi nói về dao động cưỡng bức?

- A. Biên độ dao động cưỡng bức giảm dần theo quy luật hàm số mũ đối với thời gian.
- B. Tần số góc của dao động cưỡng bức luôn giữ giá trị tần số góc riêng của hệ.
- C. Dao động cưỡng bức là dao động được duy trì nhờ tác dụng của ngoại lực tuần hoàn.
- D. Dao động cưỡng bức có chu kỳ bằng chu kỳ riêng của hệ.

**Câu 255:** Để duy trì hoạt động cho một cơ hệ mà không làm thay đổi chu kỳ riêng của nó ta phải

- A. tác dụng vào vật dao động một ngoại lực không đổi theo thời gian.
- B. tác dụng vào vật dao động một ngoại lực biến thiên tuần hoàn theo thời gian.
- C. làm nhẵn, bôi trơn để giảm ma sát.
- D. tác dụng ngoại lực vào vật dao động cùng chiều với chuyển động trong một phần của từng chu kỳ.

**Câu 256:** Hiện tượng cộng hưởng thể hiện càng rõ nét khi

- A. tần số của lực cưỡng bức lớn.
- B. độ nhớt của môi trường càng lớn.
- C. độ nhớt của môi trường càng nhỏ.
- D. biên độ của lực cưỡng bức nhỏ.

**Câu 257(ĐH 2007):** Khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng cơ thì vật tiếp tục dao động

- A. với tần số bằng tần số dao động riêng.
- B. mà không chịu ngoại lực tác dụng.

- C. với tần số lớn hơn tần số dao động riêng.  
D. với tần số nhỏ hơn tần số dao động riêng.

**Câu 258:** Khi nói về dao động cưỡng bức, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Dao động của con lắc đồng hồ là dao động cưỡng bức.  
B. Biên độ của dao động cưỡng bức luôn nhỏ hơn biên độ của lực cưỡng bức.  
C. Dao động cưỡng bức có biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.  
D. Dao động cưỡng bức có tần số nhỏ hơn hoặc lớn hơn tần số của ngoại lực cưỡng bức.

**Câu 259(CĐ 2008):** Khi nói về một hệ dao động cưỡng bức ở giai đoạn ổn định, phát biểu nào dưới đây là sai?

- A. Tần số của hệ dao động cưỡng bức bằng tần số của ngoại lực cưỡng bức.  
B. Tần số của hệ dao động cưỡng bức luôn bằng tần số dao động riêng của hệ.  
C. Biên độ của hệ dao động cưỡng bức phụ thuộc vào tần số của ngoại lực cưỡng bức.  
D. Biên độ của hệ dao động cưỡng bức phụ thuộc biên độ của ngoại lực cưỡng bức.

**Câu 260(DH 2009):** Khi nói về dao động cưỡng bức, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Dao động của con lắc đồng hồ là dao động cưỡng bức.  
B. Biên độ của dao động cưỡng bức là biên độ của lực cưỡng bức.  
C. Dao động cưỡng bức có biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.  
D. Dao động cưỡng bức có tần số nhỏ hơn tần số của lực cưỡng bức.

**Câu 261:** Khi nói về dao động cơ cưỡng bức, phát biểu nào sau đây là sai?

- A. Tần số của dao động cưỡng bức bằng tần số của lực cưỡng bức.  
B. Biên độ của dao động cưỡng bức càng lớn khi tần số của lực cưỡng bức càng gần tần số riêng của hệ dao động.  
C. Tần số của dao động cưỡng bức lớn hơn tần số của lực cưỡng bức.  
D. Biên độ của dao động cưỡng bức phụ thuộc vào biên độ của lực cưỡng bức

**Câu 262:** Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ khối lượng  $m = 250 \text{ g}$  và lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $100 \text{ N/m}$ . Con lắc dao động cưỡng bức theo phương trình với trục của lò xo dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn  $F = F_0 \cos \omega t$  (N). Khi thay đổi  $\omega$  thì biên độ dao động của viên bi thay đổi. Khi  $\omega$  lần lượt là  $10 \text{ rad/s}$  và  $15 \text{ rad/s}$  thì biên độ dao động của viên bi tương ứng là  $A_1$  và  $A_2$ . So sánh  $A_1$  và  $A_2$ .

- A.  $A_1 = 1,5A_2$ .      B.  $A_1 = A_2$ .      C.  $A_1 < A_2$ .      D.  $A_1 > A_2$ .

**Câu 263:** Một hệ cơ học có tần số dao động riêng là  $10 \text{ Hz}$  ban đầu dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực biến thiên điều hoà  $F_1 = F_0 \cos(20\pi t) +$

$\pi/12$ ) (N) (t đo bằng giây). Nếu ta thay ngoại lực cưỡng bức  $F_1$  bằng ngoại lực cưỡng bức  $F_2 = F_0 \cos(40\pi t + \pi/6)$  (N) (t đo bằng giây) thì biên độ dao động cưỡng bức của hệ

- A. sẽ không đổi vì biên độ của lực không đổi.
- B. sẽ giảm vì mất cộng hưởng.
- C. sẽ tăng vì tần số biến thiên của lực tăng.
- D. sẽ giảm vì pha ban đầu của lực giảm.

**Câu 264(CĐ 2012):** Một vật dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực  $F = F_0 \cos \pi f t$  (với  $F_0$  và  $f$  không đổi,  $t$  tính bằng s). Tần số dao động cưỡng bức của vật là

- A.  $f$ .
- B.  $\pi f$ .
- C.  $2\pi f$ .
- D.  $0,5f$ .

**Câu 265:** Ngoại lực tuần hoàn có tần số  $f$  tác dụng vào một hệ thống có tần số riêng  $f_0$  ( $f < f_0$ ). Phát biểu nào sau đây là đúng khi đã có dao động ổn định?

- A. Biên độ dao động của hệ chỉ phụ thuộc vào tần số  $f$ , không phụ thuộc biên độ của ngoại lực.
- B. Với cùng biên độ của ngoại lực và  $f_1 < f_2 < f_3$  thì khi  $f = f_1$  biên độ dao động của hệ sẽ nhỏ hơn khi  $f = f_2$ .
- C. Chu kì dao động của hệ nhỏ hơn chu kì dao động riêng.
- D. Tần số dao động của hệ có giá trị nằm trong khoảng từ  $f$  đến  $f_0$ .

**Câu 266:** Nhận xét nào sau đây là **không** đúng?

- A. Dao động tắt dần càng nhanh nếu lực cản của môi trường càng lớn.
- B. Dao động duy trì có chu kì bằng chu kì dao động riêng của con lắc.
- C. Dao động cưỡng bức có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.
- D. Biên độ của dao động cưỡng bức không phụ thuộc vào tần số lực cưỡng bức.

**Câu 267:** Phát biểu nào sau đây là **không** đúng?

- A. Biên độ dao động cưỡng bức phụ thuộc vào quan hệ giữa tần số của ngoại lực và tần số riêng của hệ dao động.
- B. Biên độ của dao động cưỡng bức phụ thuộc vào biên độ của ngoại lực.
- C. Tần số của dao động duy trì là tần số riêng của hệ dao động.
- D. Tần số của dao động cưỡng bức là tần số riêng của hệ dao động.

**Câu 268:** Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về sự cộng hưởng của một hệ dao động cơ?

- A. Điều kiện để có cộng hưởng là tần số của ngoại lực cưỡng bức bằng tần số riêng của hệ dao động.
- B. Lực cản càng nhỏ, hiện tượng cộng hưởng xảy ra càng rõ.
- C. Khi có cộng hưởng, biên độ dao động cưỡng bức đạt giá trị cực đại.
- D. Một trong những ứng dụng của hiện tượng cộng hưởng là chế tạo bộ phận giảm xóc của ôtô.

**Câu 269:** Sau khi tác dụng ngoại lực tuần hoàn lên hệ dao động đang ở trạng thái cân bằng thì ở giai đoạn chuyển tiếp

- A. dao động của hệ chưa ổn định, biên độ tăng dần.
- B. dao động của hệ ổn định, biên độ tăng dần.
- C. dao động của hệ chưa ổn định, biên độ giảm dần.
- D. dao động của hệ ổn định, biên độ giảm dần.

**Câu 270:** Sau khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng nếu

- A. giảm độ lớn lực ma sát thì chu kỳ tăng.
- B. tăng độ lớn lực ma sát thì biên độ giảm.
- C. giảm độ lớn lực ma sát thì tần số tăng.
- D. tăng độ lớn lực ma sát thì biên độ tăng.

**Câu 271:** Xét vật nặng khối lượng  $m$  trong con lắc lò xo độ cứng  $k$ , đặt trong một môi trường có ma sát nhót nhở. Vật nặng đứng yên ở vị trí cân bằng, ta tác dụng lên vật một ngoại lực  $F$  biến đổi điều hòa theo thời gian  $F = F_0 \cos \Omega t$ . Chuyển động của vật dưới tác dụng của ngoại lực nói trên bao gồm

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| A. một giai đoạn. | B. hai giai đoạn. |
| C. ba giai đoạn.  | D. bốn giai đoạn. |

**Câu 272:** Dao động của con lắc trong đồng hồ quả lắc là dao động thuộc loại dao động

- A. tự do.
- B. cưỡng bức.
- C. tắt dần.
- D. duy trì.

**Câu 273:** Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ và có các pha ban đầu là  $\frac{\pi}{3}$  và  $-\frac{\pi}{6}$ . Pha ban đầu của dao động tổng hợp hai dao động trên bằng

- A.  $-\frac{\pi}{2}$ .
- B.  $\frac{\pi}{4}$ .
- C.  $\frac{\pi}{6}$ .
- D.  $\frac{\pi}{12}$ .

**Câu 274:** Độ lệch pha giữa 2 dao động cùng tần số là  $\Delta\varphi = 5\pi$ , hai dao động này là :

- A. Cùng pha
- B. Ngược pha
- C. Vuông pha
- D. Sớm pha  $5\pi$

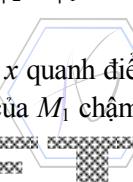
**Câu 275:** Hai dao động điều hòa:  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Biên độ dao động tổng hợp của chúng đạt cực đại khi:

- A.  $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi$ .
- B.  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$ .
- C.  $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi/2$ .
- D.  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/4$ .

**Câu 276:** Hai dao động điều hòa:  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Biên độ dao động tổng hợp của chúng đạt cực tiểu khi:

- A.  $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi$ .
- B.  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$ .
- C.  $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi/2$ .
- D.  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/4$ .

**Câu 277:** Hai điểm  $M_1$  và  $M_2$  cùng dao động điều hòa trên một trục  $x$  quanh điểm  $O$  với cùng tần số  $f$ . Biên độ của  $M_1$  là  $A$ , của  $M_2$  là  $2A$ . Dao động của  $M_1$  chậm pha



hơn một góc  $\varphi = \pi/3$  so với dao động của  $M_2$ . Dao động tổng hợp của  $M_1$  và  $M_2$  ( $OM_1 + OM_2$ ) có biên độ là

- A.  $A\sqrt{7}$       B.  $A\sqrt{3}$       C.  $A\sqrt{5}$       D.  $2A$

**Câu 278:** Hai điểm  $M_1$  và  $M_2$  cùng dao động điều hòa trên một trục  $x$  quanh điểm O với cùng tần số  $f$ . Biên độ của  $M_1$  là  $A$ , của  $M_2$  là  $2A$ . Dao động của  $M_1$  chậm pha hơn một góc  $\varphi = \pi/3$  so với dao động của  $M_2$ . Nhận xét nào sau đây là đúng:

- A. Độ dài đại số  $M_1M_2$  biến đổi điều hòa với tần số  $f$ , biên độ  $A\sqrt{3}$  và vuông pha với dao động của  $M_1$ .  
 B. Khoảng cách  $M_1M_2$  biến đổi điều hòa với tần số  $2f$ , biên độ  $A\sqrt{3}$ .  
 C. Khoảng cách  $M_1M_2$  biến đổi tuần hoàn với tần số  $f$  nhưng không điều hòa, biên độ  $A\sqrt{3}$ .  
 D. Độ dài đại số  $M_1M_2$  biến đổi điều hòa với tần số  $2f$ , biên độ  $A\sqrt{3}$  và vuông pha với dao động của  $M_2$ .

**Câu 279:** Hai chất điểm M, N dao động điều hòa trên trục Ox, quanh điểm O, cùng biên độ A, cùng tần số, lệch pha góc  $\varphi$ . Khoảng cách MN

- A. bằng  $2A\cos\varphi$ .      B. giảm dần từ  $2A$  về 0.  
 C. tăng dần từ 0 đến giá trị  $2A$ .      D. biến thiên tuần hoàn theo thời gian.

**Câu 280:** Hai chất điểm dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục  $Ox$ , cạnh nhau, cùng tần số và biên độ của chất điểm thứ nhất là  $A/\sqrt{3}$  còn của chất điểm thứ hai là A. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Khi hai chất điểm gặp nhau ở tọa độ  $+A/2$ , chúng chuyển động ngược chiều nhau. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

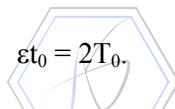
- A.  $2\pi/3$       B.  $\pi/3$       C.  $\pi$       D.  $\pi/2$

**Câu 281:** Hai chất điểm dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng cùng song song với trục  $Ox$ , cạnh nhau, với cùng biên độ và tần số. Vị trí cân bằng của chúng xem như trùng nhau ở gốc tọa độ. Biết rằng khi đi ngang qua nhau, hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau và đều có độ lớn của li độ bằng một nửa biên độ. Hiệu pha của hai dao động này có thể là giá trị nào sau đây:

- A.  $\pi/2$       B.  $\pi/3$       C.  $\pi$       D.  $2\pi/3$

**Câu 282:** Hai con lắc đơn giống hệt nhau, sợi dây mảnh dài bằng kim loại, vật nặng có khối lượng riêng  $D$ . Con lắc thứ nhất dao động nhỏ trong bình chân không thì chu kỳ dao động là  $T_0$ , con lắc thứ hai dao động trong bình chứa một chất khí có khối lượng riêng rất nhỏ  $\rho = \varepsilon D$ . Hai con lắc đơn bắt đầu dao động cùng một thời điểm  $t = 0$ , đến thời điểm  $t_0$  thì con lắc thứ nhất thực hiện được hơn con lắc thứ hai đúng 1 dao động. Chọn phương án đúng.

- A.  $\varepsilon t_0 = 4T_0$ .      B.  $2\varepsilon t_0 = T_0$ .      C.  $\varepsilon t_0 = T_0$ .      D.  $\varepsilon t_0 = 2T_0$ .



**Câu 283:** Khi tổng hợp hai dao động cùng phương, cùng tần số và khác pha ban đầu thì thấy dao động tổng hợp cùng pha với dao động thứ nhất. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hai dao động vuông pha.
- B. Hai dao động lệch pha nhau 120 độ.
- C. Hai dao động có cùng biên độ.
- D. Biên độ của dao động thứ nhất lớn hơn biên độ của dao động thứ hai.

**Câu 284:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng tần số f thì chuyển động của vật

- A. là một dao động điều hòa tần số 2f.
- B. là một dao động điều hòa tần số f.
- C. có thể không phải là một dao động điều hòa
- D. luôn là một dao động điều hòa tần số f/2.

**Câu 285:** Một vật tham gia đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số:  $x_1 = 5\cos(4t + 3\pi)$  cm,  $x_2 = 3\cos(4t)$  cm. Chọn phương án đúng:

- |                             |                                   |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| A. Dao động 2 sớm pha hơn 1 | B. Hai dao động cùng pha          |
| C. Hai dao động ngược pha   | D. Biên độ dao động tổng hợp 8 cm |

**Câu 286:** Một vật tham gia đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số:  $x_1 = 5\cos(4t + \varphi_1)$  cm,  $x_2 = 3\cos(4t + \varphi_2)$  cm. Biên độ dao động tổng hợp thoả mãn:

- |                                              |                                              |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| A. $2 \text{ cm} \leq A \leq 4 \text{ cm}$ . | B. $5 \text{ cm} \leq A \leq 8 \text{ cm}$ . |
| C. $3 \text{ cm} \leq A \leq 5 \text{ cm}$ . | D. $2 \text{ cm} \leq A \leq 8 \text{ cm}$ . |

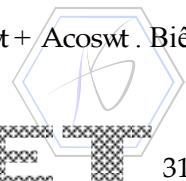
**Câu 287:** Một vật tham gia đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số và vuông pha với nhau. Nếu chỉ tham gia dao động thứ nhất thì vật đạt vận tốc cực đại là  $v_1$ . Nếu chỉ tham gia dao động thứ hai thì vật đạt vận tốc cực đại là  $v_2$ . Nếu tham gia đồng thời 2 dao động thì vận tốc cực đại là

- |                              |                               |
|------------------------------|-------------------------------|
| A. $0,5(v_1 + v_2)$ .        | B. $(v_1 + v_2)$ .            |
| C. $(v_1^2 + v_2^2)^{0,5}$ . | D. $0,5(v_1^2 + v_2^2)^{0,5}$ |

**Câu 288:** (CD-2011) Một vật nhỏ có chuyển động là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương trình là  $x_1 = A_1\cos\omega t$  và  $x_2 = A_2\cos(\omega t + \pi/2)$ . Gọi E là cơ năng của vật. Khối lượng của vật bằng

- |                                                |                                                 |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| A. $\frac{E}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$ . | B. $\frac{2E}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$ . |
| C. $\frac{E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$ .      | D. $\frac{2E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$ .      |

**Câu 289:** Phương trình dao động của một vật có dạng  $x = A\sin\omega t + A\cos\omega t$ . Biên độ dao động của vật là



- A.  $\frac{A}{2}$ .      B.  $2A$ .      C.  $A\sqrt{2}$ .      D.  $A\sqrt{3}$ .

**Câu 290:** Toạ độ của một chất điểm chuyên động trên trục  $Ox$  phụ thuộc vào thời gian theo phương trình:  $x = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$ , trong đó  $A_1, A_2, \omega$  là các hằng số đã biết. Chất điểm

- A. dao động điều hòa với tần số góc  $\omega$ , biên độ  $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ , pha ban đầu  $\varphi$  (dạng cos) với  $\tan \varphi = -A_1/A_2$ .
- B. dao động điều hòa với tần số góc  $\omega$ , biên độ  $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ , pha ban đầu  $\varphi$  (dạng cos) với  $\tan \varphi = -A_2/A_1$ .
- C. không dao động điều hòa, chỉ chuyên động tuần hoàn với chu kỳ  $T = 2\pi/\omega$ .
- D. dao động điều hòa nhưng không xác định được tần số, biên độ và pha ban đầu.

**Câu 291:** Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ  $a$  là một dao động có biên độ  $a\sqrt{2}$  thì 2 dao động thành phần có độ lệch pha là:

- A.  $\pi/2$       B.  $\pi/4$       C.  $0$       D.  $\pi$

**Câu 292:** Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ  $a$  là một dao động có biên độ cũng bằng  $a$  thì 2 dao động thành phần có độ lệch pha là:

- A.  $\pi/2$       B.  $\pi/4$       C.  $\pi/3$       D.  $2\pi/3$

**Câu 293:** Vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương cùng tần số theo phương trình  $x = 4 \sin(\pi t + \alpha)$  (cm) và  $x_2 = 4\sqrt{3} \cos(\pi t)$  (cm). Biên độ dao động tổng hợp đạt giá trị lớn nhất khi

- A.  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .      B.  $\alpha = 0$ .      C.  $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ .      D.  $\alpha = \pi$ .



**DÁP ÁN**

1C	2B	3D	4C	5C	6D	7C	8C	9A	10B
11A	12D	13D	14C	15C	16D	17B	18B	19D	20B
21B	22D	23A	24C	25D	26D	27D	28C	29B	30C
31A	32B	33D	34C	35C	36D	37B	38A	39D	40D
41C	42A	43C	44B	45D	46C	47D	48D	49B	50A
51A	52B	53A	54A	55A	56C	57B	58A	59D	60B
61A	62D	63B	64D	65A	66C	67A	68B	69B	70D
71B	72B	73B	74B	75A	76B	77B	78B	79D	80D
81C	82A	83C	84D	85A	86D	87D	88B	89A	90A
91D	92C	93C	94C	95B	96C	97C	98D	99C	100B
101B	102A	103A	104A	105C	106C	107B	108D	109	110A
111D	112B	113A	114A	115D	116A	117C	118D	119C	120A
121A	122C	123D	124D	125C	126D	127B	128A	129A	130A
131C	132D	133D	134B	135B	136C	137C	138B	139A	140D
141A	142C	143A	144B	145B	146C	147A	148B	149B	150B
151D	152A	153A	154A	155B	156D	157C	158A	159A	160B
161A	162B	163B	164A	165C	166A	167C	168A	169C	170A
171B	172D	173A	174C	175B	176A	177C	178C	179D	180B
181D	182A	183D	184C	185D	186D	187D	188C	189A	190B
191B	192B	193B	194C	195D	196C	197A	198D	199C	200C
201C	202D	203D	204C	205B	206C	207C	208A	209A	210A
211C	212C	213D	214A	215C	216D	217D	218B	219A	220D
221A	222D	223B	224D	225D	226D	227C	228A	229C	230C
231D	232D	233D	234B	235D	236C	237D	238A	239A	240D
241A	242D	243C	244D	245C	246C	247C	248D	249A	250D
251D	252B	253A	254C	255D	256C	257A	258A	259B	260C
261C	262C	263B	264D	265B	266D	267D	268D	269A	270B
271B	272D	273D	274B	275B	276A	277A	278A	279D	280D
281D	282D	283D	284C	285C	286D	287C	288D	289C	290B
291A	292D	293A							

## CÁC CÂU HỎI ĐỊNH LUỢNG DAO ĐỘNG CƠ HỌC

**Câu 1:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:

$x = 6\cos(4\pi t - \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 13/6$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 37/12$  (s) là

- A. 34,5 cm.      B. 45 cm.      C. 69 cm.      D. 21 cm.

$$\text{HD: } \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(\text{s}) \\ \bar{S} = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \cdot 2A = \frac{37/12 - 13/6}{0,5} \cdot 4A = \frac{22}{3} A = \frac{22}{3} \cdot 6 = 44 \text{cm} \Rightarrow \text{Chọn B} \\ \Delta A_{\max} = 0,4A = 2,4 \text{cm} \end{cases}$$

**Câu 2:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ A và chu kì T. Trong khoảng thời gian  $T/3$  chất điểm không thể đi được quãng đường bằng

- A. 1,6A.      B. 1,7A.      C. 1,5A.      D. 1,8A.

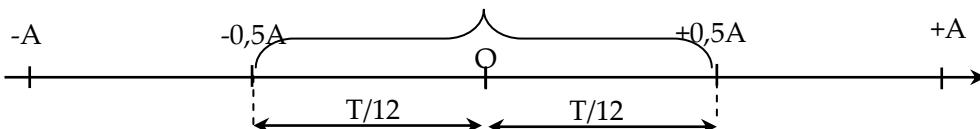
$$\text{HD: } \Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = 2A \sin \frac{\pi}{3} = A\sqrt{3} \approx 1,73A \\ S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A \left(1 - \cos \frac{\pi}{3}\right) = A \end{cases}$$

$$\Rightarrow A \leq S \leq 1,73A$$

**Câu 3:** Một vật dao động điều hòa với biên độ 4 cm, cứ sau một khoảng thời gian  $1/4$  giây thì động năng lại bằng thế năng. Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian  $1/6$  giây là

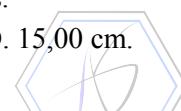
- A. 8 cm.      B. 6 cm.      C. 2 cm.      D. 4 cm.

$$\text{HD: } \begin{cases} \frac{T}{4} = 0,25(\text{s}) \Rightarrow T = 1(\text{s}). \text{Để đi được quãng đường lớn nhất trong thời gian} \\ \frac{1}{6}(\text{s}) = \frac{T}{6} \text{ thì vật phải đi xung quanh VTCB} \Rightarrow S = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} = A = 4\text{cm} \end{cases}$$

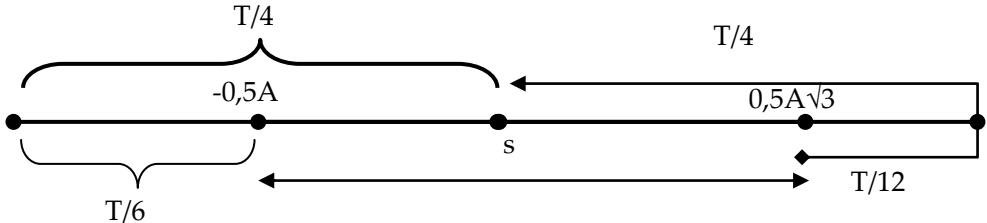


**Câu 4:** Một vật dao động điều hòa lúc  $t = 0$ , nó đi qua điểm M trên quỹ đạo và lần đầu tiên đến vị trí cân bằng hết  $1/3$  chu kì. Trong  $5/12$  chu kì tiếp theo vật đi được 15 cm. Vật đi tiếp một đoạn s nữa thì về M đủ một chu kì. Tìm s.

- A. 13,66 cm.      B. 10,00 cm.      C. 12,00 cm.      D. 15,00 cm.



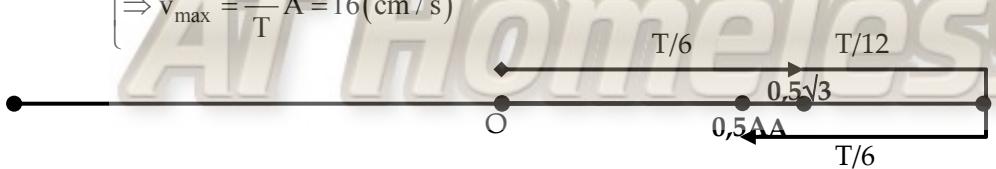
$$\text{HD: } \begin{cases} \frac{T}{3} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \\ \frac{5T}{12} = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} \Rightarrow 1,5A = 15 \Rightarrow A = 10 \text{ (cm)} \end{cases} \Rightarrow s = \frac{A}{2} + \frac{A\sqrt{3}}{2} \approx 13,66 \text{ (cm)}$$



**Câu 5:** Một vật dao động điều hòa trên trục 0x quanh vị trí cân bằng là gốc 0. Ban đầu vật đi qua vị trí cân bằng, ở thời điểm  $t_1 = \pi/6$  (s) thì vật vẫn chưa đổi chiều và động năng của vật giảm đi 4 lần so với lúc đầu. Từ lúc ban đầu đến thời điểm  $t_2 = 5\pi/12$  (s) vật đi được quãng đường 12 cm. Tốc độ ban đầu của vật là

- A. 16 cm/s.      B. 16 m/s.      C. 8 cm/s.      D. 24 cm/s.

$$\text{HD: } \begin{cases} W_d = \frac{W_{\max}}{4} \Rightarrow v = \frac{\omega A}{2} \Rightarrow x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ \frac{T}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{5\pi}{12} = \frac{5T}{12} = \frac{T}{12} = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} \Rightarrow 1,5A = 12 \Rightarrow A = 8 \text{ (cm)} \\ \Rightarrow v_{\max} = \frac{2\pi}{T} A = 16 \text{ (cm/s)} \end{cases}$$



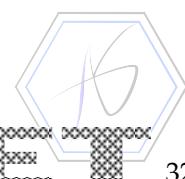
**Câu 6:** Một tấm ván nặng ngang trên đó có một vật tiếp xúc phẳng. Tấm ván dao động điều hòa theo phương nằm ngang với biên độ 10 cm. Vật trượt trên tấm ván chỉ khi chu kỳ dao động  $T < 1$  s. Lấy  $\pi^2 = 10$  và  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính hệ số ma sát trượt giữa vật và tấm ván không vượt quá

- A. 0,3.      B. 0,4.      C. 0,2.      D. 0,1.

HD: *Lực ma sát trượt ≤ lực quán tính cực đại :*

$$F_{ms} = \mu \Delta mg \leq F_{qt\ max} = \Delta m \omega^2 A = \Delta m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 A$$

$$\mu \leq \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{A}{g} = \left( \frac{2\pi}{1} \right)^2 \frac{0,1}{10} = 0,4$$



**Câu 7:** Một chất điểm đang dao động điều hoà trên một đoạn thẳng. Trên đoạn thẳng đó có bảy điểm theo đúng thứ tự  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$  và  $M_7$  với  $M_4$  là vị trí cân bằng. Biết cứ  $0,05$  s thì chất điểm lại đi qua các điểm  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$  và  $M_7$ . Tốc độ của nó lúc đi qua điểm  $M_3$  là  $20\pi$  cm/s. Biên độ A bằng

- A. 4 cm.      B. 6 cm.      C. 12 cm.      D.  $4\sqrt{3}$  cm.

$$\text{HD: } \begin{cases} \frac{T}{12} = 0,05 \Rightarrow T = 0,6 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{10\pi}{3} \text{ (rad / s)} \\ |x| = \frac{A}{2} \Rightarrow |v| = \frac{\omega A \sqrt{3}}{2} \Rightarrow 20\pi = \frac{\frac{10\pi}{3} A \sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 4\sqrt{3} \text{ (cm)} \end{cases}$$

**Câu 8:** Xét con lắc dao động điều hòa với tần số góc dao động là  $\omega = 10\pi$  (rad/s).

Tại thời điểm  $t = 0,1$  (s), vật nằm tại li độ  $x = +2$  cm và có tốc độ  $0,2\pi$  (m/s) hướng về phía vị trí cân bằng. Hỏi tại thời điểm  $t = 0,05$  (s), vật đang ở li độ và có vận tốc bằng bao nhiêu?

- A.  $x = +2$  cm;  $v = +0,2\pi$  m/s.      B.  $x = -2$  cm;  $v = -0,2\pi$  m/s.  
 C.  $x = -2$  cm;  $v = +0,2\pi$  m/s.      D.  $x = +2$  cm;  $v = -0,2\pi$  m/s.

$$\text{HD: } \begin{cases} x = A \cos 10\pi t_1 = 2 \text{ (cm)} \\ v = -10\pi A \sin 10\pi t_1 = -20\pi \text{ (cm / s)} \Rightarrow A \sin \pi t_1 = 2 \\ t = t_1 - 0,05 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} x = A \cos 10\pi(t_1 - 0,05) = A \sin \pi t_1 = 2 \text{ (cm)} \\ v = -10\pi A \sin 10\pi(t_1 - 0,05) = 10\pi A \cos 10\pi t_1 = 20\pi \text{ (cm / s)} \end{cases} \end{cases}$$

**Câu 9:** Một chất điểm đang dao động điều hoà theo phương trình  $x = 10\cos(5\pi t - \pi/3)$  (cm) (t tính bằng s). Sau khoảng thời gian 4,2 s kể từ  $t = 0$  chất điểm qua vị trí có li độ  $-5$  cm theo chiều dương bao nhiêu lần?

- A. 20 lần.      B. 10 lần.      C. 21 lần.      D. 11 lần.

$$\text{HD: } \begin{cases} x = 10 \cos \left( 5\pi t - \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow \Phi = 5\pi t - \frac{\pi}{3} \\ \text{Vị trí bắt đầu: } \Phi_{(0)} = -\frac{\pi}{3}. \\ \text{Góc quét thêm: } \Delta\varphi = \omega\Delta t = 21\pi = \underbrace{10,2\pi}_{10 \text{ vòng có } 10 \text{ lần}} + \underbrace{\frac{\pi}{3}}_{\text{có } 0 \text{ lần}} \\ \Rightarrow \text{Qua vị trí } x = -5 \text{ cm theo chiều dương là } 10 \text{ lần.} \end{cases}$$

**Câu 10:** Vật đang dao động điều hoà với biên độ A dọc theo đường thẳng. Một điểm M nằm cố định trên đường thẳng đó, phía ngoài khoảng chuyển động của vật, tại thời điểm t thì vật gần điểm M nhất, sau đó một khoảng thời gian ngắn nhất là  $\Delta t$  thì vật xa điểm M nhất. Vật cách vị trí cân bằng một khoảng  $A/\sqrt{2}$  vào thời điểm gần nhất là

A.  $t + \Delta t/3$ .B.  $t + \Delta t/6$ .C.  $t + \Delta t/4$ .D.  $0,5t + 0,25\Delta t$ .

HD:

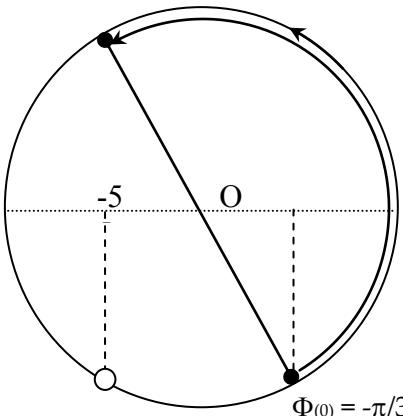
$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 2\Delta t.$$

*Thời gian ngắn nhất đi*

$$\text{từ } x = A \text{ đến } x = \frac{A}{\sqrt{2}} \text{ là } \frac{T}{8}$$

*⇒ Thời điểm gần nhất vật*

$$\text{cách VTCB } \frac{A}{\sqrt{2}} \text{ là } t + \frac{T}{8} = t + \frac{\Delta t}{4}$$



**Câu 11:** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa với  $A = 4 \text{ cm}$ . Xét trong cùng khoảng thời gian  $3,2 \text{ s}$  thấy quãng đường dài nhất mà vật đi được là  $18 \text{ cm}$ . Nếu xét trong cùng khoảng thời gian  $2,3 \text{ s}$  thì quãng đường ngắn nhất vật đi được là bao nhiêu?

- A.  $17,8 \text{ (cm)}$ .      B.  $14,2 \text{ (cm)}$ .      C.  $17,5 \text{ (cm)}$ .      D.  $10,9 \text{ (cm)}$ .

$$\text{HD: } S'_{\max} = 18\text{cm} = 16\text{cm} + 2\text{cm} = \frac{2.2A}{T} + \frac{A/2}{2 \cdot \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow T + 2 \cdot \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{1}{4} = 3,2 \Rightarrow T = 2,96\text{s}$$

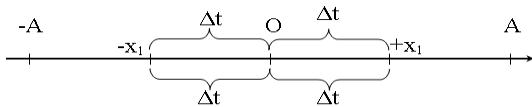
$$t = 2,3\text{s} = \frac{T}{2} + \underbrace{\frac{0,28T}{2A}}_{2A\left(1-\cos\frac{2\pi}{T}\frac{0,28T}{2}\right)} \Rightarrow S'_{\min} = 2A + 2A\left(1 - \cos\frac{2\pi}{T}0,14T\right) \approx 10,9\text{cm}$$

**Câu 12:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $10 \text{ cm}$ . Biết trong một chu kỳ khoảng thời gian để tốc độ dao động không nhỏ hơn  $\pi \text{ (m/s)}$  là  $1/15 \text{ (s)}$ . Tính tần số dao động của vật.

- A.  $6,48 \text{ Hz}$ .      B.  $39,95 \text{ Hz}$ .      C.  $6,25 \text{ Hz}$ .      D.  $6,36 \text{ Hz}$ .

HD:

$$\begin{aligned} &\text{Để tốc độ lớn hơn } |v_1| = \pi \text{ m/s thì vật phải ở trong khoảng } x = -x_1 \text{ đến } x = +x_1 \\ &\left\{ \begin{array}{l} x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow \left(\frac{x_1}{A}\right)^2 + \frac{100\pi^2}{\omega^2} = 1 \\ 4 \frac{\arcsin \frac{x_1}{A}}{\omega} = \frac{1}{15} \Rightarrow \arcsin \frac{x_1}{A} = \frac{\omega}{60} \Rightarrow \frac{x_1}{A} = \sin \frac{\omega}{60} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \frac{\omega}{60} + \frac{100\pi^2}{\omega^2} = 1 \\ \Rightarrow \omega = 39,95 \text{ (rad/s)} \\ f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 6,36 \text{ (Hz)} \end{cases} \end{aligned}$$



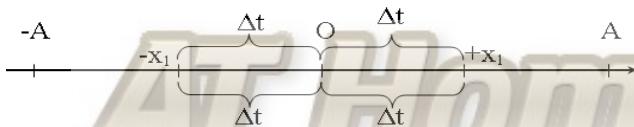
**Câu 13:** Một vật dao động có phương trình li độ  $x = 4\cos(4\pi t/3 + 5\pi/6)$  (cm, s).

Tính từ lúc  $t = 0$  vật đi qua li độ  $x = 2\sqrt{3}$  cm lần thứ 2012 vào thời điểm nào?

- A.  $t = 1508,5$  s.      B.  $t = 1509,625$  s.  
C.  $t = 1508,625$  s.      D.  $t = 1510,125$  s.

$$\text{HD: } T = \frac{2\pi}{\omega} = 1,5(\text{s})$$

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \cos\left(\frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2\pi \Rightarrow t_2 = 1(\text{s}) \\ \frac{4\pi t}{3} + \frac{5\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi \Rightarrow t_1 = 0,75(\text{s}) \end{cases} \\ t_{2012} = t_{2,1005+2} = 1005T + t_2 = 1005 \cdot 1,5 + 1 = 1508,5(\text{s}) \end{cases}$$

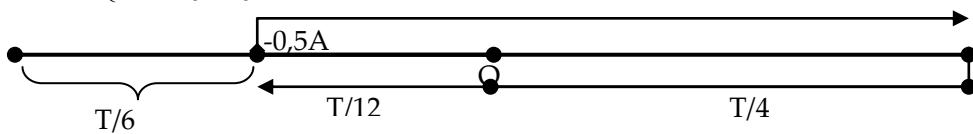


**Câu 14:** Một vật dao động điều hòa từ điểm M trên quỹ đạo đi 8 (cm) thì đến biên.

Trong  $1/3$  chu kì tiếp theo đi được 8 cm. Vật đi thêm 0,5 (s) thì đủ một chu kì. Tính chu kì và biên độ dao động.

- A. 12 cm, 2 s.      B.  $16/3$  cm, 1,5 s.      C.  $16/3$  cm, 2 s.      D. 12 cm, 1,5 s.

$$\text{HD: } \begin{cases} \frac{T}{3} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow 1,5A = 8 \Rightarrow A = \frac{16}{3}(\text{cm}) \\ 0,5 = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} \Rightarrow T = 1,5(\text{s}) \end{cases}$$

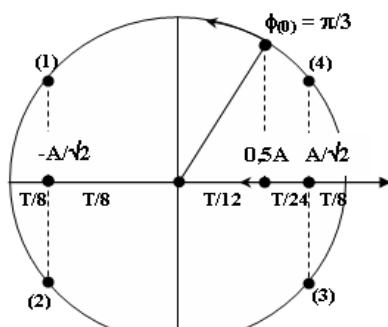


**Câu 15:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4\cos(2\pi t + \pi/3)$  cm. Xác định thời điểm thứ 2012 vật có động năng bằng thế năng.

- A. 502,58 s.      B. 502,71 s.      C. 502,96 s.      D. 502,33 s.



$$\left\{ \begin{array}{l} W_t = W_d = \frac{1}{2}W \Rightarrow |x| = \frac{A}{\sqrt{2}} \\ \frac{2012}{4} = 502 + 4 \\ HD: \Rightarrow t_4 = \frac{T}{12} + \frac{3T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{23}{24}(s) \\ \Rightarrow t_{2012} = t_4 \underbrace{\frac{502+4}{n}}_{t_1} = nT + t_4 \\ = 502.1 + \frac{23}{24} \approx 502,96(s) \end{array} \right.$$



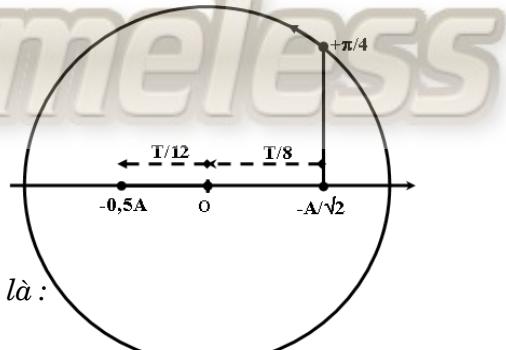
**Câu 16:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 6\cos(2\pi t + \pi/4)$ , trong đó  $x$  tính bằng xentimét (cm) và  $t$  tính bằng giây (s). Chi xét các thời điểm chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = -3$  cm theo chiều âm. Thời điểm lần thứ 10 là

A.  $t = 245/24$  s.    B.  $t = 221/24$  s.  
 C.  $t = 229/24$  s.    D.  $t = 253/24$  s.

$$HD: T = \frac{2\pi}{\omega} = 1(s).$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Lần 1 đến x = -3 \text{ cm theo chiều âm là:} \\ t_{01} = \frac{T}{8} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{24} = \frac{5}{24}(s) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Lần 10 vật đến x = -3 \text{ cm theo chiều âm là:} \\ t = t_{01} + 9T = \frac{5}{24} + 9.1 = \frac{221}{24}(s) \end{array} \right.$$

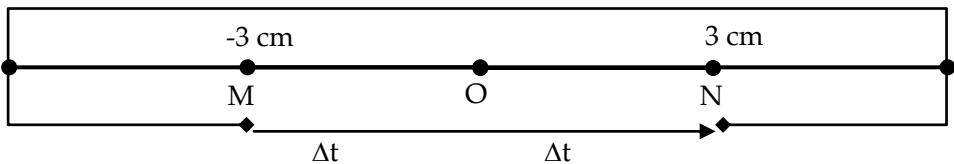


**Câu 17:** Một vật dao động điều hòa trong 0,8 chu kì đầu tiên đi từ điểm M có li độ  $x_1 = -3$  cm đến điểm N có li độ  $x_2 = 3$  cm. Tìm biên độ dao động.

- A. 6 cm.    B. 273,6 cm.    C. 9 cm.    D. 5,1 cm.

HD:

$$\Delta t = \frac{1}{2}(T - 0,8T) = 0,1T \Rightarrow x_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} \Delta t \Rightarrow -3 = A \sin \frac{2\pi}{T} 0,1T \Rightarrow A = 5,1(\text{cm})$$



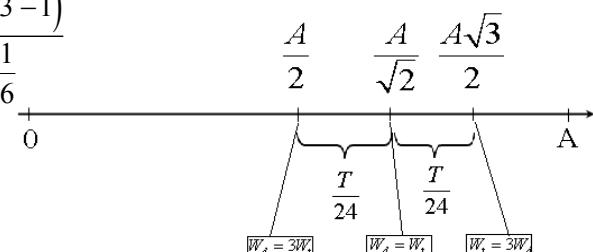
**Câu 18(DH-2011):** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với biên độ 10 cm, chu kì 2 s. Mốc thê năng ở vị trí cân bằng. Tốc độ trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thê năng đến vị trí có động năng bằng 1 lần thê năng là

- A. 26,12 cm/s.      B. 7,32 cm/s.      C. 14,64 cm/s.      D. 21,96 cm/s.

HD :

$$|v|_{tb} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A}{2}}{\frac{T}{24} + \frac{T}{24}} = \frac{5(\sqrt{3}-1)}{\frac{1}{6}}$$

$$\approx 21,96 \text{ (cm/s)}$$



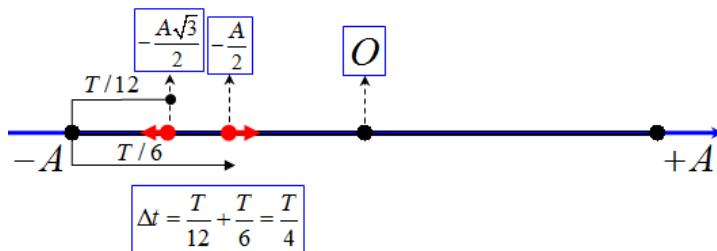
**Câu 19 (CD 2012):** Con lắc lò xo gồm một vật nhỏ có khối lượng 250 g và lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 4 cm. Khoảng thời gian ngắn nhất để vận tốc của vật có giá trị từ  $-40 \text{ cm/s}$  đến  $40\sqrt{3} \text{ cm/s}$  là

- A.  $\frac{\pi}{40} \text{ s.}$       B.  $\frac{\pi}{120} \text{ s.}$       C.  $\frac{\pi}{20} \text{ s.}$       D.  $\frac{\pi}{60} \text{ s.}$

HD :  $v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A = 80 \text{ (cm/s)}$   $\Rightarrow$

$$\begin{cases} v_1 = -\frac{v_{\max}}{2} \left( \Leftrightarrow x_1 = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \right) \\ v_2 = \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \left( \Leftrightarrow x_2 = \pm \frac{A}{2} \right) \end{cases}$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{40} \text{ (s)}$$

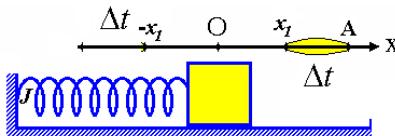


**Câu 20:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với năng lượng dao động 1 J và lực đàn hồi cực đại là 10 N. Gọi J là đầu cõi định của lò xo. Khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp điểm J chịu tác dụng của lực kéo  $5\sqrt{3}$  N là 0,1 s. Tính tốc độ dao động cực đại.

- A. 83,62 cm/s.      B. 209,44 cm/s.      C. 156,52 cm/s.      D. 125,66 cm/s.



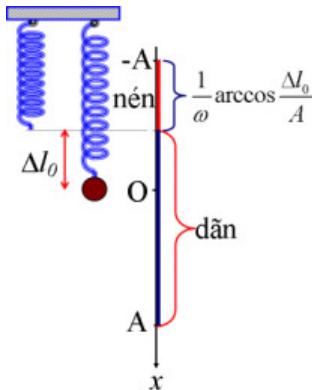
$$\text{HD : } \left\{ \begin{array}{l} \frac{x_1}{A} = \frac{F_1}{F_{\max}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12} \Rightarrow 0,1 = 2\Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow T = 0,6(\text{s}) \\ \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{10\pi}{3} \\ W = \frac{kA^2}{2} = 1 \\ F_{\max} = kA = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow A = 0,2(\text{m}) = 20(\text{cm}) \Rightarrow v_{\max} = \omega A \approx 209,44(\text{cm / s})$$



**Câu 21:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, độ cứng 20 (N/m), vật nặng khói lượng 200 (g) dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 15 (cm), lấy  $g = 10(\text{m/s}^2)$ . Trong một chu kỳ, thời gian lò xo nén là

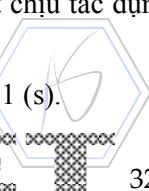
- A. 0,460 s.      B. 0,084 s.      C. 0,168 s.      D. 0,230 s.

$$\text{HD : } \left\{ \begin{array}{l} \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{20} = 0,1(\text{m}); \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10(\text{rad / s}) \\ \text{Trong 1 chu kỳ thời gian lò xo nén là} \\ t_{\text{nén}} = 2 \frac{1}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A} = 2 \frac{1}{10} \arccos \frac{0,1}{0,15} \approx 0,168(\text{s}) \end{array} \right.$$



**Câu 22:** Một con lắc lò xo dao động theo phương ngang. Lực đàn hồi cực đại tác dụng vào vật là 12 N. Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp vật chịu tác dụng của lực kéo lò xo  $6\sqrt{3}$  N là 0,1 (s). Chu kỳ dao động của vật là

- A. 0,4 (s).      B. 0,3 (s).      C. 0,6 (s).      D. 0,1 (s).

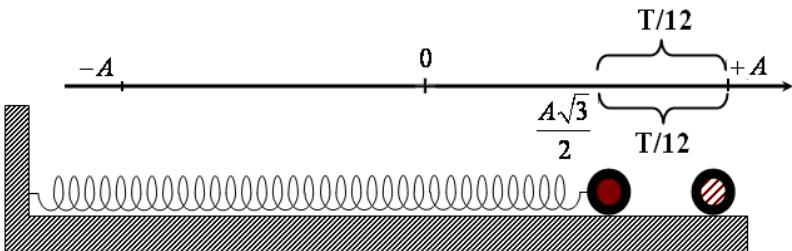


$$\left\{ \begin{array}{l} F = k|x| \\ F_{\max} = kA \end{array} \Rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{F}{F_{\max}} = \frac{|x|}{A} \Rightarrow |x| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \right.$$

Vì lực kéo nén lò xo lúc đó bị dãn  $\Rightarrow$  Vật đi xung quanh vị trí biên

HD:  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  đến  $x = A$  rồi đến  $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ .

Thời gian đi sẽ là:  $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = 0,1 \Rightarrow T = 0,6(s)$



**Câu 23:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, gồm lò xo độ cứng  $100 \text{ N/m}$  và vật nặng khôi lượng  $100 \text{ g}$ . Giữ vật theo phương thẳng đứng làm lò xo dãn  $3 \text{ cm}$ , rồi truyền cho nó vận tốc  $20\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$  hướng lên. Lấy  $\pi^2 = 10$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Trong  $1/4$  chu kỳ kể từ lúc bắt đầu chuyển động quãng đường vật đi được là

- A. 5,46 (cm).    B. 4,00 (cm).    C. 4,58 (cm).    D. 2,54 (cm).

$$HD : \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\pi(\text{rad / s}); \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 1(\text{cm}).$$

Chọn gốc tọa độ tại VTCB,  
chiều dương hướng lên thi

$$\left\{ x_{(0)} = -|\Delta l - \Delta l_0| = -2 \text{cm} \right.$$

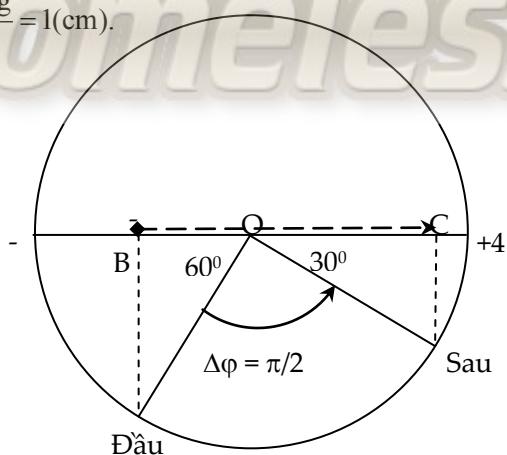
$$\left\{ \begin{array}{l} v_{(0)} = +20\pi\sqrt{3}\text{cm / s} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 4(\text{cm})$$

$$\Delta\phi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \{ S = BO + OC$$

$$= 4\cos 60^\circ + 4\cos 30^\circ \approx 5.46\text{cm}$$



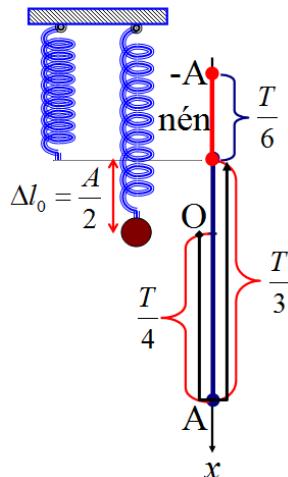
**Câu 24(ĐH 2008):** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì và biên độ dao động của con lắc lần lượt là 0,4 s và 8 cm. Chọn trục  $x$  thẳng đứng chiều dương hướng xuống,

gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian  $t = 0$  khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy giá tốc rơi tự do  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Thời gian ngắn nhất kể từ khi  $t = 0$  đến khi lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

- A.  $\frac{4}{15} \text{ s}$ .      B.  $\frac{7}{30} \text{ s}$ .  
 C.  $\frac{3}{10} \text{ s}$ .      D.  $\frac{1}{30} \text{ s}$ .

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2} g = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} = A \\ \text{Thời gian từ } x = 0 \rightarrow x = +A \rightarrow x = 0 \\ \rightarrow x = -\frac{A}{2} \text{ là : } \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{7T}{12} = \frac{7}{30} \text{ s} \end{array} \right.$$



**Câu 25(DH 2012):** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với cung năng dao động là  $1 \text{ J}$  và lực đàn hồi cực đại là  $10 \text{ N}$ . Mốc thời gian ngắn nhất tại vị trí cân bằng. Gọi Q là đầu cố định của lò xo, khoảng thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp Q chịu tác dụng lực kéo của lò xo có độ lớn  $5\sqrt{3} \text{ N}$  là  $0,1 \text{ s}$ . Quãng đường lớn nhất mà vật nhỏ của con lắc đi được trong  $0,4 \text{ s}$  là

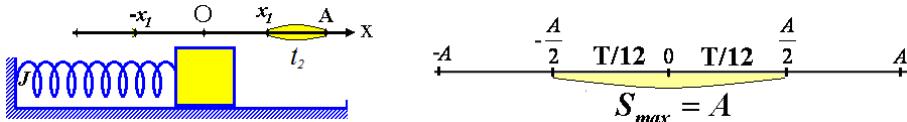
- A.  $40 \text{ cm}$ .      B.  $60 \text{ cm}$ .      C.  $80 \text{ cm}$ .      D.  $115 \text{ cm}$

$$\text{HD: } \frac{x_1}{A} = \frac{F_1}{F_{\max}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{12}$$

Trong một  $T$ , thời gian lực kéo lớn hơn  $1 \text{ N}$  là  $0,1 = 2t_2 = \frac{T}{6} \Rightarrow T = 0,6 \text{ (s)}$

$$\left. \begin{array}{l} W = \frac{kA^2}{2} = 1 \\ F_{\max} = kA = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow A = 0,2 \text{ (m)} = 20 \text{ (cm)} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t = 0,4 \text{ (s)} = \frac{2T}{3} = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} \\ S'_{\max} = 3A = 60 \text{ (cm)} \end{array} \right. \quad \begin{matrix} \frac{T}{2} \\ \frac{T}{6} \\ \xrightarrow[2A]{S_{\max}=A} \end{matrix}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.



**Câu 26:** Hai vật A và B có cùng khối lượng  $1 \text{ kg}$  và có kích thước nhỏ được nối với nhau bởi sợi dây mảnh nhẹ dài  $10 \text{ cm}$ , hai vật được treo vào lò xo có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  tại nơi có giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Khi hệ vật và lò xo đang ở vị trí cân bằng người ta đứt sợi dây nối hai vật và vật B sẽ rơi tự do còn

vật A sẽ dao động điều hòa. Lần đầu tiên vật A lên đến vị trí cao nhất thì khoảng cách giữa hai vật bằng bao nhiêu? Biết rằng độ cao đủ lớn.

- A. 70 cm.      B. 50 cm.      C. 80 cm.      D. 20 cm.

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Vật A : } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5} s; A = \frac{mg}{k} = 0,1m \xrightarrow{\text{Khi nó ở vt cao nhất}} t = \frac{T}{2} = 0,1\pi s; \\ S_A = 2A = 0,2m \\ \text{Vật B : } S_B = \frac{gt^2}{2} = \frac{10.(0,1\pi)^2}{2} = 0,5m \\ \Rightarrow \text{Khoảng cách 2 vật : } S_A + S_B + l = 0,8m \end{array} \right.$$

**Câu 27(DH 2012):** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phuong Ox là 10 cm. Mốc thể năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thể năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

- A.  $\frac{4}{3}$ .      B.  $\frac{3}{4}$ .      C.  $\frac{9}{16}$ .      D.  $\frac{16}{9}$ .

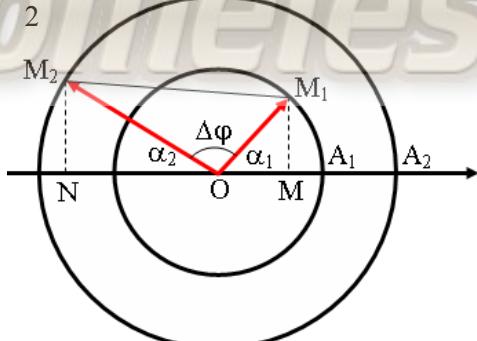
$$\text{HD : } M_1M_2 = MN = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$W_{tM} = W_{dM} = \frac{W_M}{2} \Rightarrow OM = \frac{A_1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow W_{tN} = W_{dN} = \frac{W_N}{2}$$

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{0,5W_M}{0,5W_N} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = \frac{9}{16}$$



**Câu 28:** Hai chất điểm M và N dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox (O là vị trí cân bằng của chúng), coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của chúng lần lượt là:  $x_1 = 10\cos(4\pi t + \pi/3)$  cm và  $x_2 = 10\sqrt{2}\cos(4\pi t + \pi/12)$  cm. Hai chất điểm cách nhau 5 cm ở thời điểm lần thứ 2011 kể từ lúc  $t = 0$  là

- A.  $2011/8$  s.      B.  $6035/24$  s.      C.  $2009/8$  s.      D.  $6029/24$  s.



HD:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x = x_2 - x_1 = 10\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{12}\right) - 10 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \\ \text{Chuyển sang dạng phức: } \Delta x = 10\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{12} - 10 \angle \frac{\pi}{3} = 10 \angle \frac{-\pi}{6} \\ \Rightarrow \Delta x = 10 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = \pm 5 \\ \Rightarrow \begin{cases} \left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{8}(s) \\ \left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{3} + 2\pi \Rightarrow t_4 = \frac{11}{24}(s) \\ \left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{24}(s) \\ \left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi \Rightarrow t_3 = \frac{3}{8}(s) \end{cases} \\ \Rightarrow t_{2011} = t_{4.502+3} = 502T + t_3 = 502.0,5 + \frac{3}{8} = \frac{2011}{8}s \end{array} \right.$$

**Câu 29: (CĐ 2012):** Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos \omega t$  (cm) và  $x_2 = A_2 \sin \omega t$  (cm). Biết  $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$  (cm $^2$ ). Tại thời điểm t, vật thứ nhất đi qua vị trí có li độ  $x_1 = 3$  cm với vận tốc  $v_1 = -18$  cm/s. Khi đó vật thứ hai có tốc độ bằng

- A.  $24\sqrt{3}$  cm/s.      B. 24 cm/s.      C. 8 cm/s.      D.  $8\sqrt{3}$  cm/s.

$$64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2 \Rightarrow 64.3^2 + 36x_2^2 = 48^2 \Rightarrow |x_2| = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Đạo hàm hai về phương trình:

$$\begin{aligned} \text{HD: } & 64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2 \Rightarrow 128x_1v_1 + 72x_2v_2 = 0 \\ & \Rightarrow |v_2| = \left| \frac{16x_1v_1}{9x_2} \right| = 8\sqrt{3} \text{ (cm/s)} \end{aligned}$$

**Câu 30:** Hai con lắc lò xo giống nhau cùng có khối lượng vật nặng  $m = 10$  g, độ cứng lò xo là  $k = \pi^2$  N/cm, dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở cùng gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ hai lớn gấp ba lần biên độ của con lắc thứ nhất. Biết rằng lúc hai vật gặp nhau chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa hai lần hai vật nặng gặp nhau liên tiếp là

- A. 0,02 (s).      B. 0,04 (s).      C. 0,03 (s).      D. 0,01 (s).

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Giả sử chúng gặp nhau ở li độ } x_1, \text{ con lắc 1 đi về bên trái và con lắc 2 đi} \\ \text{về bên phải. Sau một nửa chu kì thì chúng lại gặp nhau ở li độ } -x_1, \\ \text{tiếp theo nửa chu kì gặp nhau ở li độ } +x_1. \text{ Như vậy, khoảng thời gian} \\ 2 \text{lần gặp nhau liên tiếp là } (2-1) \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,01(s) \end{array} \right.$$

**Câu 31:** Con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa với biên độ A, dọc theo phương trùng với trục của lò xo. Khi vật nặng chuyển động qua vị trí cân bằng thì giữ cố định điểm I trên lò xo cách điểm cố định của lò xo một đoạn bằng b thì sau đó vật sẽ tiếp tục dao động điều hòa với biên độ bằng  $0,5A\sqrt{3}$ . Chiều dài lò xo lúc đầu là

- A. 4b/3.      B. 4b.      C. 2b.      D. 3b.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cơ năng dao động không thay đổi nên : } \frac{k_1 A_1^2}{2} = \frac{k A^2}{2} \Rightarrow k_1 = \frac{4k}{3} \\ \text{Độ cứng của lò xo còn lại : } k_1 l_1 = k l \Rightarrow l_1 = \frac{3l}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} = b \Rightarrow l = 4b \end{array} \right.$$

**Câu 32:** Một con lắc lò xo, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng 100 (N/m), vật nặng M = 300 (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật m = 200 (g) bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc 2 (m/s). Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật M dao động điều hòa theo phương ngang. Góc tọa độ là điểm cân bằng, góc thời gian là ngay lúc sau va chạm, chiều dương là chiều lúc bắt đầu dao động. Tính khoảng thời gian ngắn nhất vật có li độ -8,8cm.

- A. 0,25 s.      B. 0,26 s.      C. 0,4 s.      D. 0,09 s.

$$\left\{ \begin{array}{l} mv_0 = mv + MV \\ 0,5.mv_0^2 = 0,5.mv^2 + 0,5.MV^2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow V = \frac{2m}{m+M} v_0 = \omega A = \sqrt{\frac{k}{M}} A \Rightarrow \frac{2.0,2}{0,2+0,3} 2 = \sqrt{\frac{100}{0,3}} A$$

$$\Rightarrow A = 0,088(m)$$

$$\text{Thời gian : } t = \frac{3}{4} T = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{0,3}{100}} \approx 0,26(s)$$

**Câu 33:** Hai vật nhỏ có khối lượng  $m_1 = 180$  g và  $m_2 = 320$  g được gắn vào hai đầu của một lò xo nhẹ có độ cứng 50 N/m. Một sợi dây nhẹ không co dãn buộc vào vật  $m_2$  rồi treo vào một điểm cố định sao cho vật  $m_1$  có thể dao động không ma sát theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Lấy giá tốc trọng trường

$10 \text{ m/s}^2$ . Muốn sợi dây luôn luôn được kéo căng thì biên độ dao động của vật  $m_1$  phải nhỏ hơn

- A. 12 cm.      B. 6,4 cm.      C. 10 cm.      D. 3,6 cm.

$$\text{HD: } F = k(A - \Delta l_0) = kA - m_1 g \leq m_2 g \Rightarrow A \leq \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = 0,1(m)$$

**Câu 34:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng người ta kéo vật ra 8 cm rồi thả nhẹ, khi vật cách vị trí cân bằng 4 cm thì người ta giữ cố định một phần ba chiều dài của lò xo. Tính biên độ dao động mới của vật

- A.  $\sqrt{22}$  cm.      B. 4 cm.      C. 6,3 cm.      D.  $2\sqrt{7}$  cm.

$$\text{HD: } k' = 1,5k$$

$$x = 4\text{cm} = \frac{A}{2} \Rightarrow W_t = W. \text{ Phần phần thế năng bị nhốt là } \frac{1}{3}\frac{1}{4}W.$$

Do đó, cơ năng còn lại :

$$W' = W - \frac{1}{12}W = \frac{11}{12}W \Rightarrow \frac{k'A'^2}{2} = \frac{11}{12} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{11}{12}} \sqrt{\frac{k}{k'}} A \approx 6,3\text{cm}$$

**Câu 35:** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang một đầu cố định, đầu kia gắn vật nhỏ. Lò xo có độ cứng  $200 \text{ N/m}$ , vật có khối lượng  $2/\pi^2 \text{ kg}$ . Vật đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì tác dụng vào vật một lực có độ lớn  $8 \text{ N}$  không đổi trong  $0,5 \text{ s}$ . Bỏ qua mọi ma sát. Sau khi ngừng tác dụng, vật dao động với biên độ là

- A. 2 cm.      B. 2,5 cm.      C. 4 cm.      D. 8 cm.

$$\text{HD: } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2(\text{s}) \Rightarrow t = 0,5(\text{s}) = 5\frac{T}{2}$$

$$+ Khi chịu tác dụng F = 8 \text{ N thì sẽ dao động với biên độ } A = \frac{F}{k} = 4 \text{ cm}$$

quanh VTCB  $O_1$  cách  $O$  4 cm

$$+ Thời gian tác dụng t = 5\frac{T}{2} \Rightarrow khi lực ngừng tác dụng vật ở VT cách VT$$

lò xo không biến dạng 8 (cm) và có  $v = 0$

$\Rightarrow$  ngừng tác dụng lực biên độ là 8 m

**Câu 36:** Một con lắc lò xo có khối lượng  $m$  dao động điều hòa trên mặt ngang. Khi li độ của con lắc là  $2,5 \text{ cm}$  thì vận tốc của nó là  $25\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Khi li độ là  $2,5\sqrt{3} \text{ cm}$  thì vận tốc là  $25 \text{ cm/s}$ . Đúng lúc quả cầu qua vị trí cân bằng thì một quả cầu nhỏ cùng khối lượng chuyển động ngược chiều với vận tốc  $1 \text{ m/s}$  đến và chạm đòn hồi xuyen tâm với quả cầu con lắc. Chọn gốc thời gian là lúc va chạm, vào

thời điểm mà độ lớn vận tốc của hai quả cầu bằng nhau lần thứ nhất thì hai quả cầu cách nhau bao nhiêu?

- A. 13,9 cm.      B. 3,4 cm.      C.  $10\sqrt{3}$  cm.      D.  $5\sqrt{3}$  cm.

$$HD: A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2} \Rightarrow A = 5\text{cm}; \omega = 10\text{rad/s} \Rightarrow v_{01} = \omega A = 50\text{cm/s}$$

$$\begin{cases} -mv_{01} + mv_{02} = mv_1 + mv_2 \\ \frac{1}{2}mv_{01}^2 + \frac{1}{2}mv_{02}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 100\text{cm/s} > 0 \\ v_2 = -50\text{cm/s} < 0 \end{cases}$$

Thời gian để vận tốc vật 1 còn 50 cm (li độ x =  $-\frac{A'\sqrt{3}}{2}$  với  $A' = \frac{v_1}{\omega} = 10\text{cm}$ ) là  $T/6$

Còn vật 2 chuyển động thẳng đều sau thời gian  $T/6$  đi được:  $S_2 = v_2 \frac{T}{6} = \frac{5\pi}{3}\text{cm}$

$$\Rightarrow \Delta S = |x| + S_2 = \frac{10\sqrt{3}}{2} + \frac{5\pi}{3} \approx 13,9\text{cm}$$

**Câu 37:** Hai vật A, B dán liền nhau có khối lượng lần lượt là  $m_B = 2m_A = 200\text{ gam}$ , treo vào một lò xo có độ cứng  $k = 50\text{ N/m}$ . Nâng vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên 30 cm rồi buông nhẹ. Vật dao động điều hòa đến vị trí mà lực đàn hồi lò xo có độ lớn lớn nhất, vật B tách ra. Tính chiều dài ngắn nhất của lò xo

- A. 22 cm.      B. 12 cm.      C. 24 cm.      D. 20 cm.

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Vị trí cân bằng cũ lò xo dán: } \Delta l_0 = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = \frac{0,3 \cdot 10}{50} = 0,06(\text{m}) \\ \text{Vị trí cân bằng mới lò xo dán: } l'_0 = \frac{m_A g}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{50} = 0,02(\text{m}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Biên độ dao động lúc đầu: } A = \Delta l_0 = 0,06(\text{m}) \\ \text{Vị trí cân bằng mới cao hơn vị trí cân bằng cũ: } x_0 = \Delta l_0 - \Delta l'_0 = 0,04(\text{m}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Biên độ dao động sau: } A' = A + x_0 = 0,06 + 0,04 = 0,1(\text{m}) \\ \text{Chiều dài ngắn nhất của lò xo: } \end{array} \right.$$

$$l_{\min} = l'_{cb} - A' = l_0 + \Delta l'_0 - A' = 30 + 2 - 10 = 22(\text{cm})$$

**Câu 38:** Một quả cầu khối lượng  $M = 2\text{ (kg)}$ , gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng 800 ( $\text{N/m}$ ), đầu dưới của lò xo gắn với đế có khối lượng  $M_d$ . Một vật nhỏ có khối lượng  $m = 0,4\text{ (kg)}$  rơi tự do từ độ cao  $h = 1,8\text{ (m)}$  xuống và chạm đàm hồi với  $M$ . Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10\text{ (m/s}^2)$ . Sau va chạm vật  $M$  dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Muốn để không bị nhảy lên thì  $M_d$  không nhỏ hơn

A. 5 (kg).

B. 2 (kg).

C. 6 (kg).

D. 10 (kg).

HD :

+Tốc độ của m ngay trước va chạm :  $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8} = 6(\text{m/s})$

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ mv_0^2 = mv^2 + MV^2 \end{cases} \Rightarrow V = \frac{2m}{m+M} v_0 = \frac{2 \cdot 0,4}{0,4+2} \cdot 6 = 2(\text{m/s})$$

$$+Biên\ độ\ dao\ động : V = \omega A = \sqrt{\frac{k}{M}} \cdot A \Rightarrow A = V \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{800}} = 0,1\text{m}$$

+Muốn để không bị nhắc lên thì lực kéo cực đại của lò xo (khi vật ở vị trí cao nhất lò xo bị dãn cực đại  $A - \Delta l_0$ ) không lớn hơn trọng lượng của đế :

$$F_{\max} = k(A - \Delta l_0) = k\left(A - \frac{Mg}{k}\right) = kA - Mg \leq M_d g$$

$$\Rightarrow M_d \geq \frac{kA}{g} - M = \frac{800 \cdot 0,1}{10} - 2 = 6(\text{kg})$$

**Câu 39:** Một lò xo có khối lượng không đáng kể, hệ số đàn hồi  $k = 100 \text{ N/m}$  được đặt nằm ngang, một đầu được giữ cố định, đầu còn lại được gắn với chất điểm  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ . Chất điểm  $m_1$  được gắn với chất điểm thứ hai  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ . Các chất điểm đó có thể dao động không ma sát trên trục Ox nằm ngang (góc O ở vị trí cân bằng của hai vật) hướng từ điểm cố định giữ lò xo về phía các chất điểm  $m_1, m_2$ . Tại thời điểm ban đầu giữ hai vật ở vị trí lò xo nén 2 cm rồi buông nhẹ. Bỏ qua sức cản của môi trường. Hệ dao động điều hòa. Góc thời gian chọn khi buông vật. Chỗ gắn hai chất điểm bị bong ra nếu lực kéo tại đó đạt đến 1 N. Thời điểm mà  $m_2$  bị tách khỏi  $m_1$  là

A.  $\pi/30 \text{ s}$ .B.  $\pi/8 \text{ s}$ .C.  $\pi/10 \text{ s}$ .D.  $\pi/15 \text{ s}$ .

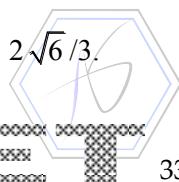
HD :  $A = 2\text{cm}$ . Lần đầu tiên lực quán tính có xu hướng kéo rời

(lò xo dãn 2 cm (dãn nhiều nhất)) có độ lớn :

$$F_{qt\ max} = m_2 \omega^2 A = m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} A = \frac{0,5 \cdot 100}{0,5 + 0,5} \cdot 0,02 = 1\text{N} = F_{lk}$$

$$\Rightarrow \text{Vật bị tách ra ở vị trí này} \Rightarrow t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

**Câu 40:** Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ A. Đúng lúc con lắc qua vị trí có động năng bằng thế năng và đang dãn thì người ta cố định một điểm chính giữa của lò xo, kết quả làm con lắc dao động điều hòa với biên độ A'. Hãy lập tỉ lệ giữa biên độ A và biên độ A'.

A.  $2/\sqrt{2} \text{ cm}$ .B.  $\sqrt{8/3}$ .C.  $\sqrt{3/8}$ .D.  $2\sqrt{6}/3$ .

$$HD: k' = 2k$$

$$W_t = W_d = \frac{1}{2} W$$

Phần thế năng này chia đều cho 2 nửa, phần thế năng bị nhốt là  $\frac{1}{4} W$ .

Do đó, cơ năng còn lại :

$$W' = W - \frac{1}{4} W = \frac{3}{4} W \Rightarrow \frac{k'A'^2}{2} = \frac{3}{4} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \frac{A}{A'} = \sqrt{\frac{4}{3}} \sqrt{\frac{k'}{k}} A = \frac{2\sqrt{6}}{3} cm$$

**Câu 41:** Một con lắc lò xo, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng 100 (N/m), vật nặng M = 300 (g) có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật m = 200 (g) bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc 2 (m/s). Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật M dao động điều hòa theo phương ngang. Gốc tọa độ là điểm cân bằng, gốc thời gian là ngay lúc sau va chạm, chiều dương là chiều lùc bắt đầu dao động. Tính khoảng thời gian ngắn nhất vật có li độ -8,8cm.

- A. 0,25 s.      B. 0,26 s.      C. 0,4 s.      D. 0,09 s.

$$HD: \begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ 0,5.mv_0^2 = 0,5.mv^2 + 0,5.MV^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = \frac{2m}{m+M} v_0 = \omega A = \sqrt{\frac{k}{M}} A \Rightarrow \frac{2,0,2}{0,2+0,3} 2 = \sqrt{\frac{100}{0,3}} A \Rightarrow A = 0,088(m)$$

$$Thời gian : t = \frac{3}{4} T = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{0,3}{100}} \approx 0,26(s)$$

**Câu 42:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương trình  $x = Acos(\omega t + \varphi)$  cm (t đo bằng giây). Vật có khối lượng 500 g, cơ năng của con lắc bằng 0,01 (J). Lấy mốc thời gian khi vật có vận tốc 0,1 m/s và gia tốc là -1 m/s<sup>2</sup>. Pha ban đầu của dao động là

- A.  $7\pi/6$ .      B.  $-\pi/3$ .      C.  $\pi/6$ .      D.  $-\pi/6$ .

$$HD: \begin{cases} W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{2W}{m}} = 0,2(m/s) \\ \begin{cases} v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} -0,2 \sin \varphi = 0,1 \\ -\omega \cdot 0,2 \cos \varphi = -1 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} \end{cases}$$

**Câu 43:** Một lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng m = 100 (g) dao động điều hòa theo phương ngang. Lúc t = 0 vật qua vị trí cân bằng với tốc độ 5 (m/s). Sau khi dao động được 1,25 chu kỳ, đặt nhẹ lên m một vật có khối lượng 300 (g) để hai vật dính vào nhau cùng dao động điều hòa. Tốc độ dao động cực đại lúc này là

- A. 5 m/s.      B. 0,5 m/s.      C. 2,5 m/s.      D. 0,25 m/s.

HD :

$$\text{Biên độ không đổi : } A' = A \Rightarrow \frac{v'_{\max}}{v_{\max}} = \frac{\omega' A'}{\omega A} = \sqrt{\frac{k}{\Delta m + m}} = \sqrt{\frac{m}{m + \Delta m}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow v'_{\max} = 2,5 \text{ m/s}$$

**Câu 441:** Một vật khối lượng 100 (g) nối với một lò xo có độ cứng 100 (N/m). Đầu còn lại của lò xo gắn cố định, sao cho vật có thể dao động trên mặt phẳng nằm ngang. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 8 (cm) rồi buông nhẹ. Lấy giá tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Khi hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là 0,2. Biên độ dao động của vật sau 5 chu kỳ dao động là

- A. 2 cm.      B. 6 cm.      C. 5 cm.      D. 4 cm.

$$\text{HD: } \frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = \mu mg \cdot 4A \Rightarrow \frac{k}{2} \underbrace{(A - A')}_{\Delta A} \underbrace{(A + A')}_{\approx 2A} = \mu mg \cdot 4A$$

$$\Rightarrow \Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4 \cdot 0,2 \cdot 0,1 \cdot 10}{100} = 0,008 \text{ m} = 0,8 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_5 = A - 5 \cdot \Delta A = 8 - 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ cm}$$

**Câu 45:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng k = 100 N/m và vật nặng m = 100 g. Vật dao động trên mặt phẳng ngang với hệ số ma sát 0,2. Kéo vật lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn 3 cm và thả nhẹ. Lấy g = 10 m/s<sup>2</sup>. Tìm tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian từ lúc thả đến lúc lò xo không biến dạng lần thứ nhất

- A. 2,5 cm/s.      B. 53,6 cm/s.      C. 58 cm/s.      D. 2,7 cm/s.

$$\text{HD: } x = \left( A_0 - \frac{F_{ms}}{k} \right) \cos \omega t + \frac{F_{ms}}{k} = 0,028 \cos 10\sqrt{10}t + 0,002$$

Giải pt : x = 0

$$\Rightarrow t = \frac{1}{10\sqrt{10}} \arccos \left( -\frac{0,002}{0,028} \right) \approx 0,052 \text{ (s)} \Rightarrow v_{tb} = \frac{s}{t} = \frac{0,03}{0,052} \approx 0,58 \text{ (m/s)}$$

**Câu 46:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trực của lò xo. Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m) có chiều dài tự nhiên 30 cm, vật dao động có khối lượng 100 g và lấy giá tốc trọng trường g = 10 (m/s<sup>2</sup>). Khi lò xo có chiều dài 29 cm thì vật có tốc độ  $20\pi\sqrt{3}$  cm/s. Khi vật đến vị trí cao nhất, ta đặt nhẹ nhàng lên nó một gia trọng  $\Delta m = 300$  (g) thì cả hai cùng dao động điều hòa. Viết phương trình dao động, chọn trực tọa độ Ox hướng thẳng đứng xuống dưới, gốc O trùng với vị trí cân bằng sau khi đặt thêm gia trọng và gốc thời gian là lúc đặt thêm gia trọng.

- A.  $x = 7\cos(10\pi t + \pi)$  (cm).      B.  $x = 4\cos(10\pi t + \pi)$  (cm).  
 C.  $x = 4\cos(10\pi t + \pi)$  (cm).      D.  $x = 7\cos(5\pi t + \pi)$  (cm).

Khi ở vị trí cân bằng cân bằng cũ lò xo dài :

$$l_{cb} = l_0 + \Delta l_{01} = l_0 + \frac{mg}{k} = 0,31(m) \Rightarrow x = l - l_{cb} = 0,02(m)$$

HD : Biến độ dao động lúc đầu :

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{x^2 + \frac{v^2 \cdot m}{k}} = \sqrt{0,02^2 + \frac{(0,2\pi\sqrt{3})^2 \cdot 0,1}{100}} = 0,04(m)$$

Vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ :

$$x_0 = \Delta l_{02} - \Delta l_{01} = \frac{(m + \Delta m)g}{k} - \frac{mg}{k} = \frac{\Delta mg}{k}$$

Biến độ dao động :  $A' = A + x_0 = A + \frac{\Delta mg}{k} = 0,04 + \frac{0,3 \cdot 10}{100} = 0,07(m)$

Tần số góc :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m + \Delta m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1 + 0,3}} = 5\pi(\text{rad/s})$

Chọn  $t = 0$  khi  $x = -A$  nên :  $x = A \cos(\omega t + \pi) = 7 \cos(5\pi t + \pi)$  (cm)

**Câu 47:** Một con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng 1 kg và một lò xo nhẹ đâm cứng 100 N/m. Đặt con lắc trên mặt phẳng nằm nghiêng góc  $60^\circ$  so với mặt phẳng nằm ngang. Từ từ vị trí cân bằng kéo vật ra 5 cm rồi thả nhẹ không có vận tốc đầu. Do có ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng nên sau 10 dao động vật dừng lại. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là

- A. 0,025.      B. 0,015.      C. 0,0125.      D. 0,3.

HD :  $\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = \mu mg \cdot 4A \Rightarrow \frac{k}{2} \underbrace{(A - A')}_{\Delta A} \underbrace{(A + A')}_{\approx 2A} = \mu mg \cos 60^\circ \cdot 4A$

$$\Rightarrow \Delta A = \frac{4\mu mg \cos 60^\circ}{k} = \frac{4 \cdot 0,2 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 0,5}{100} = 0,2\mu \Rightarrow A_{10} = A - 10 \cdot \Delta A$$

$$\Rightarrow 0 = 0,05 - 10 \cdot 0,2\mu \Rightarrow \mu = 0,025$$

**Câu 48:** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m) quả cầu nhỏ bằng sắt có khối lượng  $m = 100$  (g) có thể dao động không ma sát theo phương ngang Ox trùng với trục của lò xo. Gắn vật m với một nam châm nhỏ có khối lượng  $\Delta m = 300$  (g) để hai vật dính vào nhau cùng dao động điều hòa với biên độ 10 cm. Để  $\Delta m$  luôn gắn với m thì lực hút (theo phương Ox) giữa chúng không nhỏ hơn

- A. 2,5 N.      B. 4 N.      C. 10 N.      D. 7,5 N.

HD : Lực từ không nhỏ hơn lực quán tính cực đại :

$$\begin{aligned} F_{lk} &\geq \Delta m \omega^2 A = \Delta m \frac{k}{m + \Delta m} A \\ &= \frac{0,3 \cdot 100}{0,1 + 0,3} \cdot 0,1 = 7,5 \text{N} \end{aligned}$$

**Câu 49:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng ngang, gồm vật nhỏ khối lượng 40 (g) và lò xo có độ cứng 20 (N/m). Vật chỉ có thể dao động theo phương Ox nằm ngang trùng với trục của lò xo. Khi vật ở O lò xo không biến dạng. Hệ số ma sát trượt giữa mặt phẳng ngang và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật để lò xo bị nén 8 cm rồi buông nhẹ. Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Li độ cực đại của vật sau lần thứ 3 vật đi qua O là

- A. 7,6 cm.      B. 8 cm.      C. 7,2 cm.      D. 6,8 cm.

$$\text{HD : } + F_{hp} = F_{ms} \Rightarrow kx_I = \mu mg$$

$$\Rightarrow x_I = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,04 \cdot 10}{20} = 0,002(\text{m}) = 0,2(\text{cm})$$

+ Li độ cực đại sau khi qua O lần 1 :

$$\frac{kA_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - F_C(A + A_1)$$

$$\Rightarrow A_1 = A - 2x_I = 7,6(\text{cm})$$

+ Li độ cực đại sau khi qua O lần 2 :

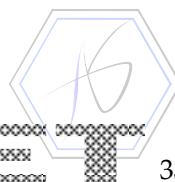
$$A_2 = A - 2x_I = 7,2(\text{cm})$$

+ Li độ cực đại sau khi qua O lần 3 :

$$A_3 = A - 3x_I = 6,8(\text{cm})$$

**Câu 50:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 5 (cm). Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 (N/m), vật nhỏ dao động có khối lượng 0,1 (kg) và lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Lúc m ở dưới vị trí cân bằng 3 (cm), một vật có khối lượng  $\Delta m = 0,3 \text{ (kg)}$  đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như m đến dính chặt vào nó và cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động lúc này là

- A. 5 cm.      B. 8 cm.      C.  $6\sqrt{2}$  cm.      D.  $3\sqrt{3}$  cm.



HD :

+ *Tốc độ của hệ lúc tác động :*

$$A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \omega^2 (A^2 - x_1^2) = \frac{k}{m} (A^2 - x_1^2)$$

+ *Vị trí cân bằng mới thấp hơn vị trí cân bằng cũ :*

$$\begin{aligned} x_0 &= \Delta l_{02} - \Delta l_{01} \\ &= \frac{(m + \Delta m)g}{k} - \frac{mg}{k} = \frac{\Delta mg}{k} \end{aligned}$$

+ *Biên độ dao động sau :*

$$A' = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}}$$

$$= \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + \frac{k}{m} (A^2 - x_1^2) \frac{m + \Delta m}{k}}$$

$$A' = \sqrt{\left(x_1 - \frac{\Delta mg}{k}\right)^2 + (A^2 - x_1^2) \frac{m + \Delta m}{m}}$$

$$= \sqrt{\left(0,03 - \frac{0,3 \cdot 10}{100}\right)^2 + (0,05^2 - 0,03^2) \frac{0,1 + 0,3}{0,1}} = 0,08(m)$$

**Câu 51:** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang một đầu cố định, đầu kia gắn vật nhỏ. Lò xo có độ cứng  $200 \text{ N/m}$ , vật có khối lượng  $2/\pi^2 \text{ kg}$ . Vật đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì tác dụng vào vật một lực có độ lớn  $4 \text{ N}$  không đổi trong  $0,5 \text{ s}$ . Bỏ qua mọi ma sát. Sau khi ngừng tác dụng, vật dao động với biên độ là

- A. 2 cm.      B. 2,5 cm.      C. 4 cm.      D. 3 cm.

$$HD : T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2(s)$$

$$\Rightarrow t = 0,5(s) = 5 \frac{T}{2}$$

+ *Khi vật chịu tác dụng của lực  $F = 4N$  thì sẽ dao động*

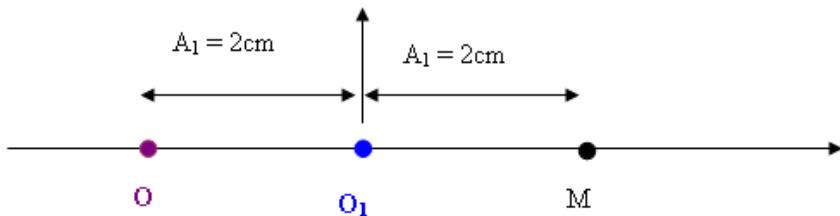
với biên độ  $A = F / k = 2\text{cm}$  quanh VTCB  $O_1$  cách  $O$  2 cm

+ *Thời gian tác dụng lực  $t = 5T / 2 \Rightarrow$  khi lực ngừng tác dụng vật ở VTB cách VT lò xo không biến dạng 4 (cm) và có  $v = 0$*

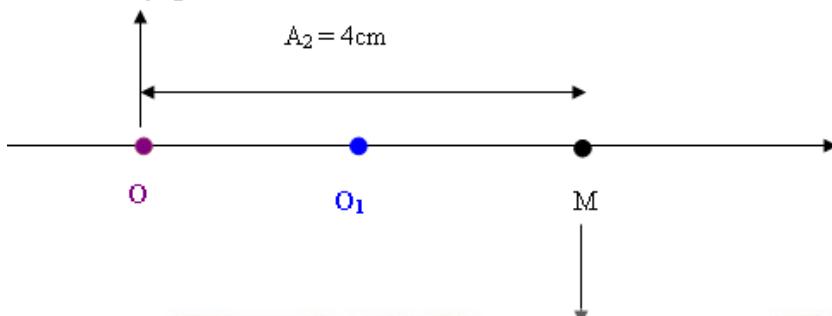
$\Rightarrow$  ngừng tác dụng lực biên độ là 4cm



**VTCB khi có lực  
tác dụng**



**VTCB khi lực không  
còn tác dụng**



Sau khoảng thời gian  $\Delta t = \frac{5T}{2}$  vật ở đây và có  
vận tốc  $v = 0$

**Câu 52:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật có khối lượng 1 kg, lò xo có độ cứng 100 N/m, vật nặng được nâng bằng một mặt ngang đến vị trí lò xo không biến dạng, sau đó mặt phẳng chuyển động nhanh dần đều xuống phía dưới với vận tốc  $5 \text{ m/s}^2$ . Lấy vận tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Tìm biên độ dao động con lắc khi rời khỏi mặt phẳng nâng.

- A. 10 cm.      B.  $5\sqrt{3}$  cm.      C. 13,3 cm.      D. 15 cm.

HD :

+ Giả ban đầu giá trị cho lò xo không biến dạng sau đó giá bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $a$ . Khi bắt đầu rời giá đỡ, vật đã đi được quãng đường  $S$  và vận tốc cũng là  $a$ :

$$a = \frac{mg - kS}{m} \Rightarrow S = \frac{m(g - a)}{k} = 0,05 \text{ m}$$

+ Thời gian tính đến lúc rời giá đỡ là:  $S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{0,02} \text{ (s)}$

+ Tốc độ và độ lớn li độ của vật lúc rời giá đỡ là :

$$\begin{cases} v_1 = at = 5\sqrt{0,02} \text{ m/s} \\ |x_1| = |S - \Delta l_0| = \left| S - \frac{mg}{k} \right| = 0,05 \text{ (m)} \end{cases}$$

+ Biên độ dao động :

$$A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\frac{m}{k}}} = \sqrt{0,05^2 + 5^2 \cdot 0,02 \cdot \frac{1}{100}} = 0,05\sqrt{3} \text{ (m)}$$

**Câu 53:** Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ , một đầu cố định, một đầu gắn vật nặng khối lượng  $m = 0,5 \text{ kg}$ . Ban đầu kéo vật theo phuong thẳng đứng khỏi vị trí cân bằng 5 cm rồi buông nhẹ cho vật dao động. Trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng của lực cản có độ lớn bằng  $1/100$  trọng lực tác dụng lên vật. Coi biên độ của vật giảm đều trong từng chu kì, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Số lần vật qua vị trí cân bằng kể từ khi thả vật đến khi nó dừng hẳn là bao nhiêu?

A. 25.

B. 50.

C. 30.

D. 20.

$$\begin{cases} + Độ giảm cơ năng sau một chu kì bằng công của lực ma sát thực hiện \\ trong chu kì đó: \frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = F_{ms} \cdot 4A \Leftrightarrow \frac{k}{2}(A + A')(A - A') = F_{ms} \cdot 4A \\ HD: \Rightarrow \Delta A \approx \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4 \cdot 0,01 \cdot 0,5 \cdot 10}{100} = 0,002 \text{ m} = 0,2 \text{ cm} \\ + Tổng số dao động thực hiện được: N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{5 \text{ cm}}{0,2 \text{ cm}} = 25. \\ + Tổng số lần đi qua vị trí cân bằng: 25.2 = 50. \end{cases}$$

**Câu 54:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hòa với chu kỳ 1 s, sau 2,5 s kể từ lúc bắt đầu dao động vật có li độ  $-5\sqrt{2} \text{ cm}$  đi theo chiều âm với tốc độ  $10\pi\sqrt{2} \text{ cm/s}$ . Chọn trục tọa độ Ox thẳng đứng, gốc tại vị trí cân bằng và chiều dương hướng xuống. Biết lực đàn hồi của lò xo nhỏ nhất 6 N. Lấy  $g = \pi^2 \text{ (m/s}^2)$ . Lực đàn hồi của lò xo tác dụng vào vật lúc  $t = 0$  là

A. 12,28 N.

B. 7,2 N.

C. 8,17 N.

D. 12,82 N.

$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \\ HD: A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 10 \text{ cm} \quad \xrightarrow{\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}, t=2,5} \\ \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 0,25 \text{ m} \end{cases}$$



$$\begin{cases} -5\sqrt{2} = 10 \cos(2\pi \cdot 2,5 + \varphi) \\ -10\pi\sqrt{2} = -2\pi \cdot 10 \sin(2\pi \cdot 2,5 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} x = 10 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{cm} \\ x_{(0)} = 10 \cos\left(2\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2} \text{cm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{\min} = k(\Delta l_0 - A) = k(0,25 - 0,1) = 0,15k \\ F_{(0)} = k(\Delta l_0 + x_{(0)}) = k(0,25 - 0,05\sqrt{2}) \approx 0,18k \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{(0)}}{F_{\min}} = \frac{0,18k}{0,15k} \Rightarrow F_{(0)} = 7,2N$$

**Câu 55:** Con lắc lò xo đặt nằm ngang, ban đầu là xo chưa bị biến dạng, vật có khối lượng  $m_1 = 0,5$  kg lò xo có độ cứng  $k = 20$  N/m. Một vật có khối lượng  $m_2 = 0,5$  kg chuyển động dọc theo trục của lò xo với tốc độ  $0,2\sqrt{22}$  m/s đến va chạm mềm với vật  $m_1$ , sau va chạm lò xo bị nén lại. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là  $0,1$  lấy  $g = 10$  m/s $^2$ . Tốc độ cực đại của vật sau lần nén thứ nhất là

- A.  $0,071$  m/s.      B.  $10\sqrt{30}$  cm/s.    C.  $10\sqrt{3}$  cm/s.    D.  $30$  cm/s.

$$\text{HD: } V = \frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2} = 0,1\sqrt{22} \text{m/s}$$

$$\frac{(m_1 + m_2)V^2}{2} - \mu(m_1 + m_2)gA = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \frac{1,0,1^2 \cdot 22}{2} - 0,1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot A = \frac{20 \cdot A^2}{2}$$

$$\Rightarrow A = 0,066 \text{m}$$

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{k} = \frac{0,1 \cdot 1 \cdot 10}{20} = 0,05 \text{m}$$

$$\Rightarrow v_I = \omega A_I = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}(A - x_I) \approx 0,071 \text{m/s}$$

**Câu 56:** Một lò xo có khối lượng không đáng kể, hệ số đàn hồi  $k = 100$  N/m được đặt nằm ngang, một đầu được giữ cố định, đầu còn lại được gắn với chất điểm  $m_1 = 0,5$  kg. Chất điểm  $m_1$  được gắn với chất điểm thứ hai  $m_2 = 0,5$  kg. Các chất điểm đó có thể dao động không ma sát trên trục Ox nằm ngang (góc O ở vị trí cân bằng của hai vật) hướng từ điểm cố định giữ lò xo về phía các chất điểm  $m_1, m_2$ . Tại thời điểm ban đầu giữ hai vật ở vị trí lò xo nén  $2$  cm rồi buông nhẹ. Bỏ qua sức cản của môi trường. Hệ dao động điều hòa. Gốc thời gian chọn khi buông vật. Chỗ gắn hai chất điểm bị bong ra nếu lực kéo tại đó đạt đến  $1$  N. Thời điểm mà  $m_2$  bị tách khỏi  $m_1$  là

- A.  $\pi/30$  s.      B.  $\pi/8$  s.      C.  $\pi/10$  s.      D.  $\pi/15$  s.

**HD :**  $A = 2\text{cm}$ . Lần đầu tiên lực quán tính có xu hướng kéo rời (lò xo dãn 2 cm (dãn nhiều nhất)) có độ lớn :

$$F_{qt\max} = m_2 \omega^2 A = m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} A = \frac{0,5 \cdot 100}{0,5 + 0,5} \cdot 0,02 = 1\text{N} = F_{lk}$$

$$\Rightarrow \text{Vật bị tách ra ở vị trí này} \Rightarrow t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = \frac{\pi}{10} \text{s}$$

**Câu 57:** Con lắc lò xo có độ cứng 200 N/m treo vật nặng khối lượng  $M = 1\text{ kg}$  đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 12,5 cm. Khi M xuống đến vị trí thấp nhất thì một vật nhỏ khối lượng  $m = 0,5\text{ kg}$  bay theo phương thẳng đứng với tốc độ 6 m/s tới cắm vào M. Xác định biên độ dao động của hệ hai vật sau va chạm.

- A. 20 cm.      B. 21,4 cm.      C. 30,9 cm.      D. 22,9 cm.

**HD :**

Tốc độ  $m + M$  ngay sau va chạm :

$$mv_0 = mv + MV \Rightarrow V = \frac{mv_0}{m+M} = \frac{0,5 \cdot 6}{0,5 + 1} = 2(\text{m/s}) = 200\text{cm/s}$$

VTCB mới thấp hơn VTCB cũ :

$$x_0 = \Delta l_{02} - \Delta l_{01} = \frac{(m+M)g}{k} - \frac{Mg}{k} = \frac{mg}{k} = \frac{0,5 \cdot 10}{200} = 0,025\text{m} = 2,5\text{cm}$$

Biên độ mới :

$$A = \sqrt{(A_0 - x_0)^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{(A_0 - x_0)^2 + V^2 \cdot \frac{m+M}{k}} = \sqrt{10^2 + 200^2 \frac{0,5+1}{200}} = 20\text{cm}$$

**Câu 58:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ  $m_1$ . Giữ vật  $m_1$  tại vị trí mà lò xo bị nén 8 cm, đặt vật nhỏ  $m_2$  (có khối lượng bằng khối lượng vật  $m_1$ ) trên mặt phẳng nằm ngang và sát với vật  $m_1$ . Ở thời điểm  $t = 0$ , buông nhẹ để hai vật bắt đầu chuyển động theo phương của trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì  $m_2$  đi được một đoạn là

- A. 4,6 cm.      B. 16,9 cm.      C. 5,7 cm.      D. 16 cm.

**HD :** Hai vật cùng dao động với  $A = 8\text{cm}$  và  $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ .

Đến  $x = 0$  chúng có  $v_0 = \omega A$ , tiếp đó :

+  $m_1$  dao động với tốc độ cực đại vẫn là  $\omega A$  nhưng với

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega\sqrt{2} \text{ do đó } A' = \frac{A}{\sqrt{2}}$$



+  $m_2$  chuyển động thẳng đều và sau thời gian  $t = \frac{T'}{4} = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2\omega\sqrt{2}}$  đi được :

$$s = v_0 t = \frac{A\pi}{2\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vật } m_2 \text{ cách vị trí lúc đầu : } s + A = \frac{8\pi}{2\sqrt{2}} + 8 \approx 16,9 \text{ (cm)}$$

**Câu 59:** Một quả cầu nhỏ có khối lượng 1 kg được khoan một lỗ nhỏ đi qua tâm rồi được xâu vừa khít vào một thanh nhỏ cứng thẳng đặt nằm ngang sao cho nó có thể chuyển động không ma sát dọc theo thanh. Lúc đầu quả cầu đặt nằm giữa thanh, lấy hai lò xo nhẹ có độ cứng lần lượt 100 N/m và 400 N/m mỗi lò xo có một đầu chạm nhẹ với một phía của quả cầu và đầu còn lại của các lò xo gắn cố định với mỗi đầu của thanh sao cho hai lò xo không biến dạng và trực lò xo trùng với thanh. Đẩy  $m_1$  sao cho lò xo nén một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ, chu kỳ dao động của cơ hệ là

- A.  $0,16\pi$  s.      B.  $0,6\pi$  s.      C.  $0,28$  s.      D.  $0,47$  s.

$$\text{HD: } T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \left( 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} + 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k_2}} \right) = \pi \left( \sqrt{\frac{1}{100}} + \sqrt{\frac{1}{400}} \right) = 0,05\pi(\text{s})$$

**Câu 60:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kỳ  $T = 2\pi$  (s), quả cầu nhỏ có khối lượng  $m_1$ . Khi lò xo có độ dài cực đại và vật  $m_1$  có tốc độ  $-2$  ( $\text{cm/s}^2$ ) thì một vật có khối lượng  $m_2$  ( $m_1 = 2m_2$ ) chuyển động dọc theo trực của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật  $m_1$ , có xu hướng làm lò xo nén lại. Biết tốc độ chuyển động của vật  $m_2$  ngay trước lúc va chạm là  $3\sqrt{3}$  ( $\text{cm/s}$ ). Quãng đường mà vật  $m_1$  đi được từ lúc va chạm đến khi vật  $m_1$  đổi chiều chuyển động là

- A. 6 cm.      B. 8 cm.      C. 4 cm.      D. 2 cm.

HD :

$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = 1 \text{ (rad/s)}; A_0 = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = 2 \text{ cm} \\ V = \frac{2m_2}{m_2 + m_1} v_0 = \frac{2 \cdot 0,5}{0,5 + 1} 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ (cm/s)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = +A_0 = +2 \text{ cm} \\ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{4 + \frac{2^2 \cdot 3}{1^2}} = 4 \text{ (cm)} \\ \Rightarrow S = 2A = 8 \text{ cm} \end{cases}$$

**Câu 61:** Một lò xo nhẹ có độ cứng 50 N/m, đầu trên gắn cố định đầu dưới treo quả cầu nhỏ có khối lượng  $m = 1$  kg sao cho vật có thể dao động không ma sát theo phương thẳng đứng trùng với trực của lò xo. Lúc đầu dùng bàn tay đỡ  $m$  để lò xo không biến dạng. Sau đó cho bàn tay chuyển động thẳng đứng xuống dưới nhanh dần đều với tốc độ  $1 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua mọi ma sát. Lấy giá trị trọng trường g

$= 10 \text{ (m/s}^2)$ . Khi m rời khỏi tay nó dao động điều hòa. Biên độ dao động điều hòa là

- A. 1,5 cm.      B. 8,2 cm.      C. 8,7 cm.      D. 1,2 cm.

HD: Giả ban đầu giá đỡ cho lò xo không biến dạng sau đó giá bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với giá tốc  $a$ . Khi bắt đầu rời giá đỡ, vật đã đi được quãng đường  $S$  và giá tốc cũng là  $a$ :

$$a = \frac{mg - kS}{m} \Rightarrow S = \frac{m(g - a)}{k} = 0,18(\text{m})$$

$$+ Thời gian tính đến lúc rời giá đỡ là: S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = 0,6(\text{s})$$

+ Tốc độ và độ lớn li độ của vật lúc rời giá đỡ là:

$$\begin{cases} v_1 = at = 0,6(\text{m/s}) \\ |x_1| = |S - \Delta l_0| = \left| S - \frac{mg}{k} \right| = 0,02(\text{m}) \end{cases}$$

$$+ Biên độ dao động: A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2 m}{k}} = \sqrt{0,02^2 + 0,36 \cdot \frac{1}{50}} \approx 0,087(\text{m})$$

Câu 62: Con lắc lò xo nằm ngang có  $k/m = 100 \text{ (s}^{-2})$ , hệ số ma sát trượt bằng hệ số ma sát nghỉ và bằng 0,1. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 12 cm rồi buông nhẹ. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tim quãng đường vật đi được.

- A. 72 cm.      B. 144 cm.      C. 7,2 cm.      D. 14,4 cm.

$$\begin{cases} \Delta A_{1/2} = 2x_1 = 2 \frac{F_C}{k} = 2\mu g \frac{m}{k} = 2 \cdot 0,1 \cdot 10 \frac{1}{100} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm.} \\ Xét: \frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow n = 6 \\ \Rightarrow Khi dừng lại vật cách O: x_{cc} = |A - n\Delta A_{1/2}| = |12 - 6 \cdot 2| = 0 \text{ cm} \\ \frac{kA^2}{2} - \frac{kx_{cc}^2}{2} = F_C S \Rightarrow S = \frac{A^2 - x_{cc}^2}{\Delta A_{1/2}} = \frac{0,12^2 - 0}{0,02} = 0,72 \text{ m} \end{cases}$$

Câu 63: Con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  gắn với vật  $m_1 = 100 \text{ g}$ . Ban đầu vật  $m_1$  được giữ tại vị trí lò xo bị nén 4 cm, đặt vật  $m_2 = 300 \text{ g}$  tại vị trí cân bằng O của  $m_1$ . Buông nhẹ  $m_1$  để nó đến va chạm mềm với  $m_2$ , hai vật dính vào nhau, coi các vật là chất diêm, bỏ qua mọi ma sát, lấy  $\pi^2 = 10$ . Quãng đường vật  $m_1$  đi được sau 1,95 s kể từ khi buông  $m_1$  là

- A. 40,58 cm.      B. 42,58 cm.      C. 38,58 cm.      D. 42,00 cm.

HD :

$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow v'_{\max} = \frac{m_1 v_{\max}}{m_1 + m_2} \Rightarrow A' \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} A \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow A' = 2 \text{cm}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,2(\text{s}); T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 0,4(\text{s})$$

$$t = 1.95\text{s} = 0,05 + 1,9 = \underbrace{\frac{T_1}{4}}_{A} + 19 \underbrace{\frac{T_2}{4}}_{19A'} \Rightarrow S = A + 19A' = 42\text{cm}$$

**Câu 64:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$  và quả cầu nhỏ A có khối lượng 200 g đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Quả cầu B có khối lượng 50 g bắn vào quả cầu A dọc theo trực lò xo với tốc độ  $4\text{ m/s}$  lúc  $t = 0$ ; va chạm giữa hai quả cầu là va chạm mềm và dính chặt vào nhau. Hệ số ma sát giữa vật và mặt ngang là  $0,01$ ; lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tốc độ của hai vật lúc gia tốc đổi chiều lần 3 kể từ  $t = 0$  là

- A. 75 cm/s.      B. 80 cm/s.      C. 77 cm/s.      D. 79 cm/s.

$$\text{HD: } V = \frac{m_B V_0}{m_A + m_B} = 0,8(\text{m/s}) = 80(\text{cm/s})$$

$$\frac{(m_A + m_B)V^2}{2} - \mu(m_A + m_B)gA = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \frac{0,25 \cdot 0,8^2}{2} - 0,01 \cdot 0,25 \cdot 10 \cdot A = \frac{100 \cdot A^2}{2}$$

$$\Rightarrow A = 0,03975\text{m}$$

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu(m_A + m_B)g}{k} = \frac{0,01 \cdot 0,25 \cdot 10}{100} = 2,5 \cdot 10^{-4}\text{m}$$

$$\Rightarrow A_2 = A - 2x_I = 0,03875 = 3,875\text{cm}$$

$$\Rightarrow v_I = \omega A_I = \sqrt{\frac{k}{m_A + m_B}}(A_2 - x_I) = 0,77\text{m/s}$$

**Câu 65:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ A.

Tìm độ lớn li độ x mà tại đó công suất của lực đàn hồi đạt cực đại.

- A. A.      B. 0.      C.  $A\sqrt{2}$ .      D.  $0,5A\sqrt{2}$ .

$$\text{HD: } P = |F.v| = k\omega|x| \cdot \left| \frac{v}{\omega} \right| \leq k\omega \left( x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \right) = k\omega A^2 \Rightarrow \begin{cases} P = k\omega A^2 \\ \Leftrightarrow x^2 = \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{A^2}{2} \end{cases}$$

**Câu 66:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $k = 100\text{ N/m}$ , đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng  $m = 100\text{ g}$ . Gọi O là vị trí cân bằng của vật. Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc độ lớn  $F_C = 0,01\text{ N}$ . Vật có tốc độ lớn nhất ở vị trí

KHANG VIET

- A. trên O là 0,05 mm.  
B. dưới O là 0,05 mm.  
C. tại O.  
D. trên O là 0,1 mm.

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Vật chuyển động chậm dần lên đến vị trí cao nhất. Sau đó, vật chuyển} \\ \text{động nhanh dần xuống dưới và tốc độ đạt giá trị cực đại khi :} \\ kx = F_C \Rightarrow x = \frac{F_C}{k} = \frac{0,01}{100} = 0,1 \cdot 10^{-3} m. \end{array} \right.$$

**Câu 67 (ĐH 2010):** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn giá tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $T/3$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tần số dao động của vật là  
A. 4 Hz.      B. 3 Hz.      C. 2 Hz.      D. 1 Hz,

**Câu 68:** Một lò xo có độ cứng 200 N/m, đầu trên treo vào điểm cố định, đầu dưới gắn vật nhỏ có khối lượng  $2/\pi^2$  kg. Vật đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì tác dụng vào vật một lực có hướng ngược hướng với trọng lực có độ lớn 2 N không đổi, trong thời gian 0,5 s. Bỏ qua mọi ma sát lấy giá tốc trọng g =  $\pi^2 \text{ m/s}^2$ . Sau khi ngừng tác dụng, độ dãn cực đại của lò xo là

- A. 2 cm.      B. 1 cm.      C. 4 cm.      D. 3 cm.

$$HD : T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2(s) \Rightarrow t = 0,5(s) = 5 \frac{T}{2}$$

+ Khi vật chịu tác dụng của lực  $F = 8 \text{ N}$  thì sẽ dao động với biên độ

$$A = \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 1 \text{ cm quanh VTCB } O_1 (\text{lò xo k biến dạng}) \text{ cách } O$$

(lò xo dãn 1 cm) 1 cm

+ Thời gian tác dụng lực  $t = 5T / 2 \Rightarrow$  khi lực ngừng tác dụng vật ở VT cao nhất cách O 2 (cm) và có  $v = 0$

$\Rightarrow$  ngừng tác dụng lực biên độ là 2 cm  $\Rightarrow$  Độ dãn cực đại là 3 cm

**Câu 69:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng m tích điện q và lò xo có độ cứng  $k = 10 \text{ N/m}$ . Khi vật đang nằm cân bằng, cách điện, trên mặt bàn ngang nhẵn thì xuất hiện trong thời gian  $\Delta t = 7\pi\sqrt{(m/k)}$  một điện trường đều  $E = 2,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$  trong không gian bao quanh có hướng dọc theo trục lò xo. Sau đó con lắc dao động điều hòa với biên độ 8 cm dọc theo trục của lò xo. Giá trị q là

- A.  $16 \mu\text{C}$ .      B.  $25 \mu\text{C}$ .      C.  $32 \mu\text{C}$ .      D.  $20 \mu\text{C}$ .

HD : Khi có điện trường con lắc dao động quanh VTCB  $O_1$  với biên độ :

$$A = \frac{qE}{k}$$



Khi người tác dụng điện trường vật ở M con lắc dao động quanh

$$VTCB O \text{ với biên độ } A' = 2A \Rightarrow q = \frac{kA'}{2E} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^4} = 16 \cdot 10^{-6} (\text{C})$$

**Câu 70:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ có độ cứng  $50 \text{ (N/m)}$ , vật nhỏ dao động có khối lượng  $m = 0,4 \text{ (kg)}$  và lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Người ta đặt nhẹ nhàng lên m một già trọng  $\Delta m = 0,2 \text{ (kg)}$  thì cả hai cùng dao động điều hòa với biên độ  $10 \text{ cm}$ . Khi vật ở dưới vị trí cân bằng  $6 \text{ cm}$ , áp lực của  $\Delta m$  lên m là

- A.  $0,4 \text{ N}$ .      B.  $0,5 \text{ N}$ .      C.  $0,25 \text{ N}$ .      D.  $1 \text{ N}$ .

*Tại vị trí cao nhất, gia tốc có độ lớn không lớn hơn g :*

$$g \geq \omega^2 A = \frac{k}{m + \Delta m} A \Rightarrow A \leq 0,12 \text{ m}$$

HD : *Tại  $x = 2 \text{ cm}$ , áp lực  $\Delta m$  lè n m :*

$$Q = \Delta m \left( g - \omega^2 x \right) = \Delta m \left( g - \frac{kx}{m + \Delta m} \right) = 0,2 \left( 10 - \frac{50 \cdot (-0,06)}{0,4 + 0,2} \right) = 1$$

**Câu 71(DH 2012):** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn có chiều dài  $1 \text{ m}$ , dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Trong quá trình dao động, cơ năng của con lắc được bảo toàn. Tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$ , gia tốc của vật nặng của con lắc có độ lớn là

- A.  $1232 \text{ cm/s}^2$ .      B.  $500 \text{ cm/s}^2$ .      C.  $732 \text{ cm/s}^2$ .      D.  $887 \text{ cm/s}^2$ .

HD :  $\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht}$   $\begin{cases} a_{tt} = \frac{P_t}{m} = g \sin \alpha = 5 \\ a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max}) = 10(\sqrt{3} - 1) \end{cases}$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2} \approx 8,87 \text{ m/s}^2$$

**Câu 72(DH 2011):** Một con lắc đơn được treo vào trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn a thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là  $2,52 \text{ s}$ . Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn a thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là  $3,15 \text{ s}$ . Khi thang máy đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A.  $2,96 \text{ s}$ .      B.  $2,84 \text{ s}$ .      C.  $2,61 \text{ s}$ .      D.  $2,78 \text{ s}$ .

$$\text{HD: } \begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}} \\ T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g+a}} = 2,52 \Rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \Rightarrow T \approx 2,78(\text{s}) \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g-a}} = 3,15 \end{cases}$$

**Câu 73(DH 2012):** Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài 1 m và vật nhỏ có khối lượng 100 g mang điện tích  $2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Treo con lắc đơn này trong điện trường đều với vectơ cường độ điện trường hướng theo phương ngang và có độ lớn  $5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ . Trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo và song song với vectơ cường độ điện trường, kéo vật nhỏ theo chiều của vectơ cường độ điện trường sao cho dây treo hợp với vectơ gia tốc trọng trường  $\vec{g}$  một góc  $54^\circ$  rồi buông nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Trong quá trình dao động, tốc độ cực đại của vật nhỏ là

- A. 0,59 m/s.      B. 3,41 m/s.      C. 2,87 m/s.      D. 0,50 m/s.

$$\text{HD: } \begin{cases} \tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{1}{0,1 \cdot 10} \Rightarrow \alpha = 45^\circ \\ g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{0,1}\right)^2} = 10\sqrt{2} (\text{m/s}^2) \end{cases}$$

$$\text{Biên độ góc: } \alpha_{\max} = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{2g' \cdot l(1 - \cos \alpha_{\max})} = \sqrt{2 \cdot 10\sqrt{2} \cdot 0,5 \cdot (1 - \cos 9^\circ)} \approx 0,42 (\text{m/s})$$

**Câu 74(CĐ 2010):** Treo con lắc đơn vào trần một ôtô tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi ôtô đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2 s. Nếu ôtô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang với giá tốc  $2 \text{ m/s}^2$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng

- A. 2,02 s.      B. 1,82 s.      C. 1,98 s.      D. 2,00 s.

$$\text{HD: } g' = \sqrt{g^2 + a^2} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}}}{2\pi \sqrt{\frac{1}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2 + a^2}}} = \sqrt{\frac{9,8}{\sqrt{9,8^2 + 2^2}}}$$

$$\Rightarrow T \approx 1,98(\text{s})$$

**Câu 75:** Một con lắc đơn có chiều dài 0,992 (m), quả cầu nhỏ có khối lượng 25 (g). Cho nó dao động tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$  với biên độ góc  $4^\circ$ ,

trong môi trường có lực cản tác dụng. Biết con lắc đơn chỉ dao động được 50 (s) thì ngừng hẳn. Xác định độ hao hụt cơ năng trung bình sau một chu kì.

- A. 20  $\mu\text{J}$ .      B. 22  $\mu\text{J}$ .      C. 23  $\mu\text{J}$ .      D. 24  $\mu\text{J}$ .

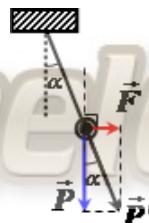
$$\begin{aligned} W &= \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 = \frac{0,025 \cdot 9,8 \cdot 0,992}{2} \cdot \left( \frac{4}{180} \pi \right)^2 \approx 6 \cdot 10^{-6} (\text{J}); \\ \text{HD: } T &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,992}{9,8}} \approx 2(\text{s}) \\ N &= \frac{\Delta t}{T} = 25 \Rightarrow \Delta W = \frac{W}{N} = \frac{6 \cdot 10^{-6} (\text{J})}{25} \approx 24 \cdot 10^{-6} (\text{J}) \end{aligned}$$

**Câu 76:** Hai con lắc đơn có chiều dài dây treo như nhau, cùng đặt trong một điện trường đều có phương nằm ngang. Hòn bi của con lắc thứ nhất không tích điện, chu kì dao động nhỏ của nó là T. Hòn bi của con lắc thứ hai được tích điện, khi nằm cân bằng thì dây treo của con lắc này tạo với phương thẳng đứng một góc bằng  $60^\circ$ . Chu kì dao động nhỏ của con lắc thứ hai là

- A. T.      B.  $T/\sqrt{2}$ .

- C.  $0,5T$ .      D.  $T\sqrt{2}$ .

$$\begin{aligned} \text{HD: } P' &= \frac{P}{\cos \alpha} \Rightarrow g' = \frac{P'}{m} = \frac{g}{\cos \alpha} = 2g \\ \Rightarrow T' &= \frac{T}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



**Câu 77:** Một con lắc đơn có vật nhỏ bằng sắt nặng  $m = 10 \text{ g}$  đang dao động điều hòa. Đặt dưới con lắc một nam châm thì vị trí cân bằng không thay đổi nhưng chu kỳ dao động bé của nó thay đổi 0,1% so với khi không có nam châm. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lực hút của nam châm tác dụng lên vật dao động của con lắc là

- A.  $2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ .      B.  $2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ .      C. 0,2 N.      D. 0,02 N.

HD :

$$\begin{cases} \vec{g}' = \frac{\vec{F} + m\vec{g}}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\vec{F} \perp m\vec{g}} g' = g + \frac{F}{m} \Rightarrow \text{Chu kí giảm} \Rightarrow T' = T - 0,1\%T \\ 1,001 = \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{1 + \frac{F}{mg}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{F}{0,01 \cdot 10} \Rightarrow F = 2 \cdot 10^{-3} \text{ N} \end{cases}$$

**Câu 78:** Cho một con lắc đơn dao động trong môi trường không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc  $0,1 \text{ rad}$  rồi thả nhẹ. Biết lực cản của không khí tác dụng lên con lắc là không đổi và bằng  $1/1000$  lần trọng lượng của vật. Coi biên độ giảm đều trong từng chu kì. Biên độ góc của con lắc còn lại sau 10 dao động toàn phần là

- A. 0,02 rad.      B. 0,08 rad.      C. 0,04 rad.

- D. 0,06 rad.



HD :

+ Độ giảm cơ năng sau một chu kì bằng công của lực ma sát thực hiện

$$\text{trong chu kì đó: } \frac{mgl\alpha_{\max}^2}{2} - \frac{mgl\alpha'^2_{\max}}{2} = F_{\text{ms}} \cdot 4l\alpha_{\max}$$

$$\Leftrightarrow \frac{mg}{2} \underbrace{(\alpha_{\max} - \alpha'_{\max})}_{\Delta\alpha} \cdot \underbrace{(\alpha_{\max} + \alpha'_{\max})}_{\approx 2\alpha_{\max}} = F_{\text{ms}} \cdot 4\alpha_{\max} \Rightarrow \Delta\alpha = \frac{4F_{\text{ms}}}{mg} = 0,004$$

+ Biên độ còn lại sau 10 chu kì:  $\alpha_{10} = \alpha_{\max} - 10\Delta\alpha = 0,06\text{rad}$

**Câu 79:** Một con lắc đơn tạo bởi một quả cầu kim loại khối lượng 10 (g) buộc vào một sợi dây mảnh cách điện, sợi dây có hệ số nở dài  $2 \cdot 10^{-5} (\text{K}^{-1})$ , dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 (\text{m/s}^2)$ , trong điện trường đều hướng thẳng đứng từ trên xuống có độ lớn  $9800 (\text{V/m})$ . Nếu tăng nhiệt độ  $10^\circ\text{C}$  và truyền điện tích  $q$  cho quả cầu thì chu kỳ dao động của con lắc không đổi. Điện lượng của quả cầu là

- A. 20 (nC).      B. 2 (nC).      C. -20 (nC).      D. -2 (nC).

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+\alpha t^0}{1+\alpha t^0}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g+\Delta g}} \approx 1 + \frac{1}{2}\alpha(t^0 - t^0) - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} \\ \Rightarrow \Delta g = g \cdot \alpha(t^0 - t^0) = 2,9 \cdot 8 \cdot 10^{-4} > 0 \\ \text{Gia tốc tăng} \Rightarrow q > 0 \Rightarrow a = \frac{qE}{m} = \Delta g \Rightarrow q = \frac{m \cdot \Delta g}{E} = \frac{10^{-2} \cdot 2,9 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{9,8 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-9} (\text{C}) \end{array} \right.$$

**Câu 80:** Hai con lắc đơn đang dao động điều hòa trong hai mặt phẳng song song, sao cho vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ. Chu kỳ dao động của con lắc thứ nhất là 2 s và chiều dài của nó ngắn hơn chiều dài con lắc thứ hai một chút. Quan sát cho thấy, cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất là 3 phút 22 s thì cả hai con lắc cùng đi qua gốc tọa độ theo chiều dương. Chu kỳ dao động của con lắc thứ hai là:

- A. 2,02 s.      B 1,91 s.      C. 2,04 s.      D. 1,98 s.

$$\text{HD: } \Delta t = nT_1 = (n-1)T_2 \Rightarrow 202 = n \cdot 2 = (n-1)T_2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 101 \\ T_2 = \frac{202}{n-1} = 2,02 (\text{s}) \end{array} \right.$$

**Câu 81:** Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), khối lượng  $m$ . Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc  $4 \cdot 10^{-3}$  (rad) và thả cho dao động không vận tốc đầu. Khi chuyển động qua vị trí cân bằng và sang phía bên kia con lắc va chạm đàn hồi với mặt phẳng cố định đi qua điểm treo, góc nghiêng của mặt phẳng và phương

thẳng đứng là  $2 \cdot 10^{-3}$  (rad). Lấy giá tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 10$  ( $\text{m/s}^2$ ), bỏ qua ma sát. Chu kì dao động của con lắc là

- A. 1,5 s.      B.  $4/3$  s.      C.  $5/6$  s.      D. 3 s.

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{g}{1}} = \pi(\text{rad/s}) \Rightarrow \alpha = \alpha_{\max} \sin \omega t \Rightarrow \alpha_{\max} \sin \omega t_{OC} = \beta \Rightarrow \sin \pi t_{OC} = \frac{1}{2} \\ \text{HD: } &\Rightarrow t_{OC} = \frac{1}{6}(\text{s}) \\ T &= \frac{1}{2}T_1 + 2t_{OC} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega} + 2t_{OC} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\pi} + 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{3}(\text{s}) \end{aligned}$$

**Câu 82:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì  $T$  tại nơi có thêm trường ngoại lực có độ lớn  $F$  có hướng ngang. Nếu quay phuơng ngoại lực một góc  $30^\circ$  thì chu kì dao động bằng 2,007 s hoặc 1,525 s. Tính  $T$ .

- A. 0,58 s.      B. 1,41 s.      C. 1,688 s.      D. 1,99 s.

$$\begin{aligned} \text{HD: } T &= 2\pi \sqrt{\frac{1}{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2}} \\ T_1 &= 2\pi \sqrt{\frac{1}{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos 120^\circ}} \Rightarrow g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 + g \frac{F}{m} = \frac{16\pi^4 l^2}{T_1^4} \\ T_2 &= 2\pi \sqrt{\frac{1}{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2g \frac{F}{m} \cos 60^\circ}} \Rightarrow g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - g \frac{F}{m} = \frac{16\pi^4 l^2}{T_2^4} \\ \Rightarrow g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 &= 8\pi^4 l^2 \left( \frac{1}{T_1^4} + \frac{1}{T_2^4} \right) \\ \Rightarrow T &= 2\pi \sqrt{\frac{1}{8\pi^4 l^2 \left( \frac{1}{T_1^4} + \frac{1}{T_2^4} \right)}} = \frac{T_1 T_2 \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{T_1^4 + T_2^4}} \approx 1,688(\text{s}) \end{aligned}$$

**Câu 83:** Một con lắc đơn vật nhỏ có khối lượng  $m$  mang điện tích  $q > 0$  được coi là điện tích điểm. Ban đầu con lắc dao động dưới tác dụng chỉ của trọng trường có biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi con lắc có li độ góc  $0,5\sqrt{3}\alpha_{\max}$ , tác dụng điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $E$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Biết  $qE = mg$ . Cơ năng của con lắc sau khi tác dụng điện trường thay đổi như thế nào?

- A. giảm 25%      B. tăng 25%      C. tăng 75%      D. giảm 75%

$$\text{HD : } \begin{cases} g' = g + \frac{qE}{m} = 2g \\ W = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 \\ \alpha = \frac{\alpha_{\max} \sqrt{3}}{2} \Rightarrow W_d = \frac{1}{4} W = \frac{1}{4} \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 \\ W' = \frac{mg'l}{2} \alpha^2 + W_d = \frac{ml}{2} \frac{\alpha_{\max}^2}{4} (3g' + g) \\ \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{(3g' + g)}{4g} = 1,75 \end{cases}$$

**Câu 84:** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng khi ở độ cao 9,6 km so với Mặt Đất. Nếu đưa xuống giếng sâu 640 m thì trong khoảng thời gian Mặt Trăng quay 1 vòng (655,68h), nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu? Xem chiều dài không đổi. Biết bán kính Trái Đất là  $R = 6400$  km.

- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| A. chậm 61 phút. | B. nhanh 61 phút. |
| C. chậm 57 phút. | D. nhanh 57 phút. |

$$\text{HD : } \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^3}(R-z)}{\frac{GM}{(R+h)^2}}} = \sqrt{\frac{(R-z)(R+h)^2}{R^3}}$$

$$\begin{cases} \text{Khi đồng hồ chạy đúng chỉ : } t_{\text{dhd}} = t = 655,68\text{h} \\ \text{đồng hồ chạy sai chỉ : } \\ t_{\text{dhs}} = t \frac{T_{\text{dhd}}}{T_{\text{dhs}}} = t \frac{T}{T'} = 655,68 \cdot \sqrt{\frac{(6400 - 0,64)(6400 + 9,6)^2}{6400^3}} \approx 656,63\text{h} \end{cases}$$

Đồng hồ chạy sai nhanh hơn đồng hồ chạy đúng :

$$656,63\text{h} - 655,68\text{h} = 0,95\text{h} \approx 57\text{phut}$$

**Câu 85:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ và sợi dây nhẹ không dãn có chiều dài 2,5 (m). Kéo quả cầu lệnh ra khỏi vị trí cân bằng O một góc  $60^\circ$  rồi buông nhẹ cho nó dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Chọn mốc thé năng ở vị trí cân bằng, bỏ qua ma sát và lấy giá tốc trọng trường là  $10 (\text{m/s}^2)$ . Khi quả cầu đi lên đến vị trí có li độ góc  $45^\circ$  thì dây bị tuột ra. Sau khi dây tuột, tính góc hợp bởi vecto vận tốc của quả cầu so với phương ngang khi thé năng của nó bằng không.

- A.  $38,8^\circ$ .      B.  $48,6^\circ$ .      C.  $42,4^\circ$ .

- D.  $62,9^\circ$ .

$$\begin{cases} \text{Cơ lúc đầu : } W_0 = mgH = mgl(1 - \cos \alpha_{\max}) \\ \text{Tốc độ quả cầu khi dây đứt : } v_0 = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_{\max})} = 3,22 \text{ m/s} \end{cases}$$

Sau khi dây tuột vật chuyển động giống như vật ném xiên, phân tích vecto vận tốc ban đầu :

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y} \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 45^\circ = 2,28 \text{ m/s} \\ v_{0y} = v_0 \sin 45^\circ = 2,28 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \text{Thành phần vận tốc này được bảo toàn}$$

HD :

Tại vị trí thế năng triệt tiêu, cơ năng bằng cơ năng lúc đầu :

$$\begin{aligned} \frac{mv_{0x}^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} &= mgl(1 - \cos \alpha_{\max}) \\ \Rightarrow \frac{2,28^2}{2} + \frac{v_y^2}{2} &= 10 \cdot 2,5 \cdot (1 - \cos 60^\circ) \Rightarrow v_y \approx 4,45 \text{ m/s} \\ \Rightarrow \tan \beta &= \frac{v_y}{v_x} = \frac{4,45}{2,28} \Rightarrow \beta \approx 62,9^\circ \end{aligned}$$

**Câu 86:** Một con lắc đơn gồm vật nhỏ dao động có khối lượng M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng bằng nó chuyển động theo phương ngang với tốc độ  $20\pi$  (cm/s) đến va chạm đàn hồi với nó. Sau va chạm con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc là  $\alpha_{\max}$  và chu kì 1 (s). Lấy giá trị trọng trường  $\pi^2$  ( $\text{m/s}^2$ ). Giá trị  $\alpha_{\max}$  là

- A. 0,05 (rad).      B. 0,4 (rad).      C. 0,1 (rad).      D. 0,12 (rad).

HD:

$$\begin{cases} mv_0 = (m+M)V \\ 0,5mv_0^2 = 0,5mv_{cb}^2 + 0,5MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2m}{m+M} v_0 = v_0 = 0,2\pi (\text{m/s}) \\ v_{cb} = \frac{m-M}{m+M} v_0 \end{cases}$$

Tốc độ cực đại của vật dao động sau va chạm :

$$\begin{cases} V = \omega A = \frac{2\pi}{T} \cdot l \cdot \alpha_{\max} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T^2 g}{4\pi^2} \cdot \alpha_{\max} = \frac{T g \alpha_{\max}}{2\pi} \\ \Rightarrow 0,2\pi = \frac{1 \cdot \pi^2 \alpha_{\max}}{2\pi} \Rightarrow \alpha_{\max} = 0,4 \text{ (rad)} \end{cases}$$

**Câu 87:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo bằng 64 cm, dao động tại một nơi trên mặt đất có giá trị trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$  với biên độ góc  $7,2^\circ$ . Lực cản

môi trường nhỏ không đáng kể. Độ lớn giá tốc của vật ở vị trí cân bằng và vị trí biên có độ lớn lần lượt là

- A. 0 và  $0,4\pi \text{ m/s}^2$ .  
 C.  $0,016\pi^2$  và  $0,4\pi \text{ m/s}^2$ .  
 B.  $0,016\pi^2$  và  $4\pi \text{ m/s}^2$ .  
 D.  $0,4\pi \text{ m/s}^2$  và  $4\pi \text{ m/s}^2$ .

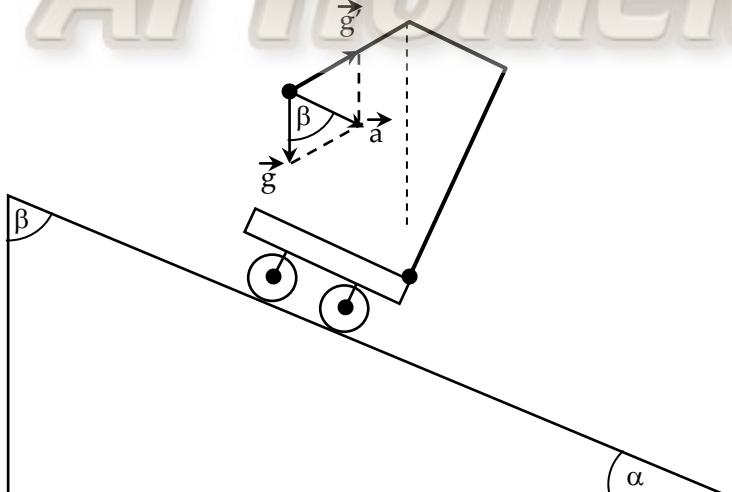
$$\text{HD: } \vec{a}_{tp} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht} \begin{cases} a_{tt} = -\omega^2 s \\ a_{ht} = \frac{v^2}{l} \end{cases}$$

$$\begin{cases} VT \text{ biên: } v = 0 \Rightarrow a_{ht} = 0 \Rightarrow a_{tp} = a_{tt} = \omega^2 A = \frac{g}{l} (l\alpha_{\max}) = g\alpha_{\max} = 0,4\pi \\ VT \text{ CB: } s = 0 \Rightarrow a_{tt} = 0 \Rightarrow a_{tp} = a_{ht} = \frac{\omega^2 A^2}{l} = \frac{\frac{g}{l} (l\alpha_{\max})^2}{l} = g\alpha_{\max}^2 = 0,016\pi^2 \end{cases}$$

**Câu 88:** Treo con lắc đơn dài  $l = g/40$  mét (g là giá tốc trọng trường) trong xe chuyển động nhanh dần đều hướng xuống trên mặt phẳng nghiêng  $30^\circ$  so với phương ngang với giá tốc  $a = 0,75g$ . Tìm chu kì dao động nhỏ của con lắc?

- A. 1,12 s.  
 B. 1,05 s.  
 C. 0,86 s.  
 D. 0,98 s.

$$\text{HD: } \begin{cases} g' = \sqrt{g^2 + a^2 - 2gac\cos\beta} = g\sqrt{1 + 0,75^2 - 2 \cdot 0,75\cos 60^\circ} \approx 0,9g \\ T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{40}{0,9g}} \approx 1,05(\text{s}) \end{cases}$$



**Câu 89:** Một con lắc đơn sợi dây dài 1 m, vật nặng có khối lượng 0,2 kg, được treo vào điểm I và O là vị trí cân bằng của con lắc. Kéo vật đến vị trí dây treo lệch so với vị trí cân bằng  $60^\circ$  rồi thả không vận tốc ban đầu, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Gắn một

chiếc đinh vào trung điểm đoạn IO, sao cho khi qua vị trí cân bằng dây bị vuông đinh. Lực căng của dây treo ngay trước và sau khi vuông đinh là

- A. 4 N và 4 N.    B. 6 N và 12 N.    C. 4 N và 6 N.    D. 12 N và 10 N.

HD :

$$\begin{cases} R - mg = \frac{mv_{cb}^2}{l}; R' - mg = \frac{mv_{cb}'^2}{l'} \\ v_{cb}^2 = 2gl(1 - \cos \alpha_{\max}) = 2gl'(1 - \cos \alpha'_{\max}) \\ R = mg(3 - 2\cos \alpha_{\max}) = 0,2 \cdot 10(3 - 2\cos 60^\circ) = 4N \\ \cos \alpha'_{\max} = 1 - \frac{l}{l'}(1 - \cos \alpha_{\max}) = 1 - 2(1 - \cos 60^\circ) = 0 \\ R' = mg(3 - 2\cos \alpha'_{\max}) = 0,2 \cdot 10(3 - 2 \cdot 0) = 6N \end{cases}$$

**Câu 90:** Một con lắc đơn gồm, vật nhỏ dao động có khối lượng m, dao động với biên độ góc  $\alpha_{\max}$ . Khi vật dao động đi qua vị trí cân bằng nó va chạm với vật nhỏ có khối lượng 3 (kg) đang nằm yên ở đó. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động với biên độ góc  $\alpha'_{\max}$ . Nếu  $\cos \alpha_{\max} = 0,2$  và  $\cos \alpha'_{\max} = 0,8$  thì giá trị m là

- A. 0,3 (kg).    B. 9 (kg).    C. 1 (kg).    D. 3 (kg).

HD :

$$\begin{cases} mv_0 = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{mv_0}{m + M} \\ v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_{\max})} \\ V = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha'_{\max})} \\ \Rightarrow \frac{V}{v_0} = \frac{m}{m + M} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha'_{\max}}{1 - \cos \alpha_{\max}}} \\ \Rightarrow \frac{m}{m + 3} = \sqrt{\frac{1 - 0,8}{1 - 0,2}} \Rightarrow m = 3(\text{kg}) \end{cases}$$

**Câu 91:** Con lắc đơn dao động không ma sát, sợi dây dài 30 cm, vật dao động nặng 100 g. Cho gia tốc trọng trường bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật dao động qua vị trí cân bằng thì lực tổng hợp tác dụng lên vật có độ lớn 1 N. Tính tốc độ của vật dao động khi lực căng dây có độ lớn gấp đôi độ lớn cực tiểu của nó?

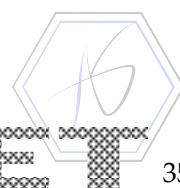
- A. 0,5 m/s.    B. 1 m/s.    C. 1,4 m/s.    D. 2 m/s.

HD :

$$\begin{cases} v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} \\ R = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_0) \end{cases}$$

KHANG VIỆT

VĂN HÓA



$$\Rightarrow \begin{cases} R_{cb} = mg(3 - 2\cos\alpha_0) \Rightarrow R_{cb} - mg = 2mg(1 - \cos\alpha_0) = 1N \Rightarrow \cos\alpha_0 = 0,5 \\ R_{min} = mg(3\cos\alpha_0 - 2\cos\alpha_0) = mg\cos\alpha_0 \\ R = 2R_{min} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{3}\cos\alpha_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow v = \sqrt{2.10.0,3.\left(\frac{2}{3} - 0,5\right)} = 1m/s \end{cases}$$

**Câu 92:** Một con lắc đơn có vật dao động nặng 0,1 kg, dao động với biên độ góc  $5^0$  và chu kì 2 (s) tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 (m/s^2)$ . Do có lực cản nhỏ nên sau 4 dao động biên độ góc còn lại là  $4^0$ . Duy trì dao động bằng cách dùng một hệ thống lén giây cót sao cho nó chạy được trong một tuần lễ với biên độ góc  $5^0$ . Tính công cần thiết để lén dây cót. Biết 80% năng lượng được dùng để thăng lực ma sát do hệ thống các bánh răng cưa.

- A. 50,4 J.                    B. 293 (J).                    C. 252 J.                    D. 193 J.

HD:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

$$P_{hp} = \frac{\frac{mgl}{2}(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)}{4.T} = \frac{mg^2 T (\alpha_1^2 - \alpha_2^2)}{32\pi^2} = \frac{0,1.9,8^2.1.\left(\left(\frac{5\pi}{180}\right)^2 - \left(\frac{4\pi}{180}\right)^2\right)}{32\pi^2} = 8,3368.10^{-5} (W)$$

Năng lượng cần bổ sung sau một tuần:  $A_{cc} = 7.86400.P_{hp}$

Vì chỉ có 20% có ích nên công toàn phần:

$$A_{tp} = \frac{A_{cc}}{0,2} = \frac{7.86400.8,3368.10^{-5}}{0,2} = 252(J)$$

**Câu 93:** Hai con lắc đơn có chiều dài lằn lượt là 64 cm và 81 cm dao động nhỏ trong hai mặt phẳng song song. Lấy gia tốc trọng trường bằng  $\pi^2 m/s^2$ . Hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng chiều lúc  $t = 0$ . Xác định thời điểm gần nhất mà hiện tượng trên tái diễn.

- A. 14,4 s                    B. 16 s                    C. 28,8 s                    D. 7,2 s

HD:

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 1,6(s) \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 1,8(s) \end{cases} \Rightarrow \Delta t = n_1 \cdot T_1 = n_2 \cdot T_2$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1,8}{1,6} = \frac{9}{8} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 9n \\ n_2 = 8n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t = 14,4.n \\ \Delta t_{min} = 14,4(s) \end{cases}$$

**Câu 94:** Một hành khách dùng dây cao su treo một chiếc ba lô lên trần toa tàu, ngay phía trên một trục bánh xe của toa tàu. Khối lượng của ba lô 16 (kg), hệ số cứng của dây cao su 900 (N/m), chiều dài mỗi thanh ray là 12,5 (m), ở chỗ nối hai thanh ray có một khe nhỏ. Hỏi tàu chạy với vận tốc bao nhiêu thì ba lô dao động mạnh nhất?

- A. 13 (m/s).      B. 14 (m/s).      C. 15 (m/s).      D. 16 (m/s).

HD :

$$T_{th} = T \Rightarrow \frac{\Delta S}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow v = 15(m/s)$$

**Câu 95:** Một con lắc lò xo có độ cứng k dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhờ đệm từ trường với tần số góc  $10\pi$  rad/s và biên độ 0,06 m. Đúng thời điểm t = 0, tốc độ của vật bằng 0 thì đệm từ trường bị mất thì nó chịu lực ma sát trượt nhỏ  $F_{ms} = 0,02k$  (N). Thời điểm đầu tiên lò xo không biến dạng là

- A. 0,05 (s).      B. 1/15 (s).      C. 1/30 (s).      D. 0,06 (s).

HD :

$$x = \left( A_0 - \frac{F_{ms}}{k} \right) \cos \omega t + \frac{F_{ms}}{k} = 0,04 \cos 10\pi t + 0,02$$

Giải pt :  $x = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{10\pi} \arccos(-0,5) = \frac{1}{15}(s)$$



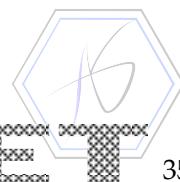
**Câu 96:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng k = 100 N/m, đầu dưới gắn vật nhỏ khối lượng m = 100 g. Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc  $10\sqrt{30}$  cm/s hướng thẳng đứng lên. Lực cản của không khí lên con lắc có độ lớn không đổi và bằng  $F_C = 0,1$  N. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Li độ cực đại của vật là

- A. 1,25 cm.      B. 0,6 cm.      C. 1,6 cm.      D. 1,95 cm.

HD:

$$\text{Tại vị trí cân bằng lúc đầu lò xo dãn: } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{1}{100} = 10^{-2} m = x_0.$$

Chọn mốc thế là vị trí cân bằng lúc đầu.



*Lực kéo về (hợp lực của lực đàn hồi và trọng lực) :  $F = -kx$*

*Cơ năng ban đầu :*

$$W_0 = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2} = \frac{0,1.0,01.30}{2} + \frac{100.10^{-4}}{2} = 0,02(\text{J})$$

*Vật chuyển động chậm dần lên đến vị trí cao nhất.*

*Tại vị trí cao nhất cơ năng :*

$$\frac{kA^2}{2} = W_0 - F_C \cdot (A - x_0)$$

$$\Leftrightarrow 50A^2 + 0,1A - 0,021 = 0 \Rightarrow A = 0,0195\text{m}$$

**Câu 97:** Khảo sát dao động tắt dần của một con lắc lò xo nằm ngang. Biết độ cứng của lò xo là 500 N/m và vật nhỏ có khối lượng 50 g. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng ngang bằng 0,3. Kéo vật để lò xo dãn một đoạn 1 cm so với độ dài tự nhiên rồi thả nhẹ. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vị trí vật dừng hẳn cách vị trí ban đầu đoạn

- A. 0,020 cm.      B. 0,013 cm.      C. 0,987 cm.      D. 0,080 cm.

HD :

$$\Delta A_{1/2} = 2x_I = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,3.0,05.10}{500} = 0,0006\text{m} = 0,06\text{cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Tổng số lần qua } O : \left[ \frac{A}{\Delta A_{1/2}} \right] = \left[ \frac{1}{0,06} \right] = 16 \Rightarrow \text{số chẵn} \Rightarrow \text{dần.} \\ \text{Xét : } \frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{1}{0,06} = 16,67 \Rightarrow n = 17 \end{array} \right\}$$

*Khi dừng vật cách O :*

$$x_{cc} = |A - n\Delta A_{1/2}| = |1 - 17.0,06| = 0,02\text{cm},$$

$$\text{tức cách VT đầu : } 1 - 0,02 = 0,08\text{cm}$$

**Câu 98:** Một con lắc lò xo chỉ có thể dao động theo phương nằm ngang trùng với trục của lò xo, gồm vật nhỏ khối lượng 40 (g) và lò xo có độ cứng 20 (N/m). Hệ số ma sát trượt giữa mặt phẳng ngang và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ cho vật ở vị trí lò xo bị nén một đoạn 10 cm rồi buông nhẹ thì con lắc dao động tắt dần. Lấy giá tốc trọng trường  $g = 10 (\text{m/s}^2)$ . Tính quãng đường đi được từ lúc thả vật đến lúc vecto giá tốc của vật đổi chiều lần thứ 2.

- A. 29,4 cm.      B. 29 cm.      C. 29,2 cm.      D. 47,4 cm.



HD:

$$\text{Khi } a = 0 \Rightarrow F_{hp} = F_{ms} \Rightarrow kx_1 = \mu mg$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,04 \cdot 10}{20} = 0,002(\text{m}) = 0,2(\text{cm})$$

Tại vị trí có- li độ cực đại tiếp theo là tốc độ triệt tiêu.

Tại vị trí này cơ năng còn lại :

$$\frac{kA_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \mu mg(A + A_1)$$

$$\Rightarrow A_1 = A - \frac{2\mu mg}{k} = 0,1 - 2 \frac{0,1 \cdot 0,04 \cdot 10}{20} = 0,096(\text{m}) = 9,6(\text{cm})$$

Tại vị trí gia tốc triệt tiêu lần thứ 2 vật đi được quãng đường :

$$S = A + A_1 + (A_1 - x_1) = 10 + 9,6 + (9,6 - 0,2) = 29(\text{cm})$$

**Câu 99:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 10 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,15. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 7 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật dừng lại lò xo

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| A. bị nén 1,5 cm. | B. bị dãn 1,5 cm. |
| C. bị nén 1 cm.   | D. bị dãn 1 cm.   |

HD :

$$\left\{ \Delta A_{1/2} = 2x_1 = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,15 \cdot 0,1 \cdot 10}{10} = 0,03\text{m} = 3\text{cm} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Tổng số lần qua } O : \left[ \frac{A}{\Delta A_{1/2}} \right] = \left[ \frac{7}{3} \right] = 2 \Rightarrow \text{số chấn} \Rightarrow \text{nén} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Xét : } \frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{7}{3} = 2,3 \Rightarrow n = 2 \end{array} \right.$$

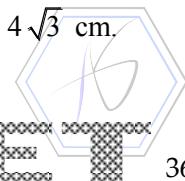
$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow \text{Khi dừng lại vật cách } O : x_{cc} = |A - n\Delta A_{1/2}| = |7 - 2 \cdot 3| = 1\text{cm} \end{array} \right.$$

**Câu 100:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị dãn 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Li độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng là

- |          |          |                    |                    |
|----------|----------|--------------------|--------------------|
| A. 2 cm. | B. 6 cm. | C. $4\sqrt{2}$ cm. | D. $4\sqrt{3}$ cm. |
|----------|----------|--------------------|--------------------|

HD:

Tại vị trí có- li độ cực đại tiếp theo là tốc độ triệt tiêu.



Tại vị trí này cơ năng còn lại:

$$\Rightarrow A' = A - \frac{2\mu mg}{k} = 0,1 - \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,06(m)$$

**Câu 101:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,1 kg và lò xo có độ cứng 10 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 11 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật dừng lại nó bị lò xo



HD:

$$x_I = \frac{F_C}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{10} = 0,01 \text{ (m)}.$$

*Lí độ cực đại sau khi qua VTCB lần n :  $A_n = A - n \cdot 2x_L$*

*Nếu vật dùng lại tại đây thì*

$$0 \leq A - n \cdot 2x_I \leq x_I \Rightarrow \frac{A}{2x_I} - 0,5 \leq n \leq \frac{A}{2x_I}$$

$$\Rightarrow \frac{0,11}{0,02} \cdot 0,5 \leq n \leq \frac{0,11}{0,02} \Rightarrow 5 \leq n \leq 5,5$$

$\Rightarrow n = 5$  qua VTCB lần 5 (số lẻ) lò xo dãn  $\Rightarrow$  lực kéo

$$\Rightarrow A_5 = A - n \cdot 2x_I = 0,11 - 5 \cdot 2 \cdot 0,01 = 0,01 \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow F = kA_3 = 10.0,01 = 0,1(N)$$

**Câu 102:** Một vật nhỏ dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhờ đệm từ trường với tốc độ trung bình trong một chu kì là  $v$ . Đúng thời điểm  $t = 0$ , tốc độ của vật bằng 0 thì đệm từ trường bị mất do ma sát trượt nhô nên vật dao động tắt dần chậm cho đến khi dừng hẳn. Tốc độ trung bình của vật từ lúc  $t = 0$  đến khi dừng hẳn là  $100$  (cm/s). Giá trị  $v$  bằng

- A. 0,25 (m/s).    B. 200 (cm/s).    C. 100 (cm/s).    D. 0,5 (m/s).



HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} Tốc TB sau một chu kì của dao động điều hòa là : \\ \bar{v}_T = \frac{2}{\pi} \omega A \\ Tốc TB trong cả quá trình của dao động tắt dần là : \\ \bar{v}_{td} = \frac{1}{\pi} \omega A \\ \Rightarrow \bar{v}_T = 2\bar{v}_{td} = 200 \text{ (cm / s)} \end{array} \right.$$

**Câu 103:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,2 kg và lò xo có độ cứng 80 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị dãn 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Tốc độ lớn nhất của vật đạt được trong quá trình dao động là  
A.  $10\sqrt{3}$  cm/s.      B. 195 cm/s.      C.  $20\sqrt{95}$  cm/s.      D.  $40\sqrt{3}$  cm/s.

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} Khi F_{hp} = F_{ms} \Rightarrow kx = \mu mg \Rightarrow x = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,2 \cdot 10}{80} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}. \\ Tại vị trí này cơ năng còn lại : \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \mu mg(A-x) \\ \Rightarrow |v| = (A-x) \sqrt{\frac{k}{m}} = (0,1 - 0,0025) \sqrt{\frac{80}{0,2}} = 1,95 \text{ (m / s)} \end{array} \right.$$

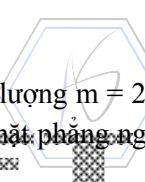
**Câu 104:** Một vật nhỏ dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhờ đệm từ trường với tốc độ trung bình trong một chu kì là 100 (cm/s). Đúng thời điểm t = 0, tốc độ của vật bằng 0 thì đệm từ trường bị mất do ma sát trượt nhỏ nên vật dao động tắt dần chậm cho đến khi dừng hẳn. Tốc độ trung bình của vật từ lúc t = 0 đến khi dừng hẳn là

- A.  $0,25\pi$  (m/s).      B. 50 (cm/s).      C. 100 (cm/s).      D.  $0,5\pi$  (m/s).

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} Tốc TB sau một chu kì của dao động điều hòa là : \bar{v}_T = \frac{2}{\pi} \omega A \\ Tốc TB trong cả quá trình của dao động tắt dần là : \bar{v}_{td} = \frac{1}{\pi} \omega A \\ \Rightarrow \bar{v}_{td} = \frac{\bar{v}_T}{2} = 50 \text{ (cm / s)} \end{array} \right.$$

**Câu 105:** Một con lắc lò xo có độ cứng 200N/m, vật nặng có khối lượng m = 200g dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang



là  $\mu = 0,02$ , lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật khỏi vị trí cân bằng dọc theo trục của lò xo để nó dãn một đoạn 1,25 cm rồi thả nhẹ. Vật dừng lại ở vị trí cách vị trí cân bằng là

- A. 0,02 cm.      B. 0,2 cm.      C. 0,1 cm.      D. 0,01 cm.

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta A_{1/2} = 2x_I = 2 \frac{F_C}{k} = 2 \frac{\mu mg}{k} = 2 \frac{0,02 \cdot 0,2 \cdot 10}{200} = 4 \cdot 10^{-4} (\text{m}) = 0,04 \text{cm.} \\ Xét : \frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{1,25}{0,04} = 31,25 \Rightarrow n = 31 \\ \Rightarrow Khi dừng lại vật cách O : x_{cc} = |A - n\Delta A_{1/2}| = |1,25 - 31 \cdot 0,04| = 0,01 \text{cm} \end{array} \right.$$

**Câu 106 (ĐH 2010):** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

- A.  $10\sqrt{30}$  cm/s.      B.  $20\sqrt{6}$  cm/s.      C.  $40\sqrt{2}$  cm/s.      D.  $40\sqrt{3}$  cm/s.

**Câu 107:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng pha cùng tần số có phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(2\pi t + 2\pi/3)$  (cm),  $x_2 = A_2 \cos(2\pi t)$  (cm),  $x_3 = A_3 \cos(2\pi t - 2\pi/3)$  (cm). Tại thời điểm  $t_1$  các giá trị li độ  $x_1(t_1) = -10$  cm,  $x_2(t_1) = 40$  cm,  $x_3(t_1) = -20$  cm. Thời điểm  $t_2 = t_1 + T/4$  các giá trị li độ  $x_1(t_2) = -10\sqrt{3}$  cm,  $x_2(t_2) = 0$  cm,  $x_3(t_2) = 20\sqrt{3}$  cm. Tìm phương trình của dao động tổng hợp?

- A.  $x = 30 \cos(2\pi t + \pi/3)$  (cm).      B.  $x = 20 \cos(2\pi t - \pi/3)$  (cm).  
 C.  $x_2 = 40 \cos(2\pi t + \pi/3)$  (cm).      D.  $x = 20\sqrt{2} \cos(2\pi t - \pi/3)$  (cm).

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = \sqrt{x_{1(t_1)}^2 + x_{1(t_2)}^2} = 20 \text{cm}; A_2 = \sqrt{x_{2(t_1)}^2 + x_{2(t_2)}^2} = 40 \text{cm}; \\ A_3 = \sqrt{x_{3(t_1)}^2 + x_{3(t_2)}^2} = 40 \text{cm} \\ x = x_1 + x_2 + x_3 \\ Chuyển sang dạng phức : x = 20 \angle \frac{2\pi}{3} + 40 + 40 \angle -\frac{2\pi}{3} = 20 \angle -\frac{\pi}{3} \\ \Rightarrow x = 20 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm} \end{array} \right.$$



**Câu 108:** Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phasen  
 $x_1 = a \cos(\omega t + \pi/3)$  (cm) và  $x_2 = b \cos(\omega t - \pi/2)$  (cm) (t đo bằng giây). Biết phasen trình dao động tổng hợp là  $x = 8 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Biên độ dao động b có giá trị cực đại khi  $\varphi$  bằng

- A.  $-\pi/3$ .      B.  $-\pi/6$ .      C.  $\pi/6$ .      D.  $5\pi/6$ .

HD :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\Rightarrow 8^2 = a^2 + b^2 - \sqrt{3}ab = \frac{b^2}{4} + \left( \frac{\sqrt{3}b}{2} - a \right)^2$$

$$\begin{cases} b_{\max} = 16 \text{ cm} \\ \frac{\sqrt{3}b}{2} - a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{6} \\ \varphi = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

**Câu 109:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phasen:

$x_1 = 2 \cos(\omega t + \varphi_1)$  (cm);  $x_2 = 2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  (cm) với  $0 \leq \varphi_1 - \varphi_2 \leq \pi$ . Biết phasen trình dao động tổng hợp  $x = 2\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/3)$  (cm). Hãy xác định  $\varphi_1$ .

- A.  $\pi/6$ .      B.  $-\pi/6$ .      C.  $\pi/2$ .      D.  $7\pi/12$ .

HD :

$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 = 2 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \cdot \cos \left( 4t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \right) \\ x = 2\sqrt{2} \cos \left( 4t + \frac{\pi}{3} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \frac{\pi}{3} \\ \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{7\pi}{12}$$

**Câu 110:** Hai dao động điều hòa cùng phasen, cùng tần số có phasen trình  $x_1 = A_1 \cos(\omega t - \pi/6)$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi)$  (cm) (t đo bằng giây). Dao động tổng hợp có biên độ 9 cm. Để biên độ  $A_2$  có giá trị cực đại thì  $A_1$  có giá trị

- A.  $9\sqrt{3}$  cm.      B. 18 cm.      C.  $5\sqrt{3}$  cm.      D.  $6\sqrt{3}$  cm.

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \\ \Rightarrow 9^2 = A_1^2 + A_2^2 - \sqrt{3}A_1A_2 = \frac{A_2^2}{4} + \left( \frac{\sqrt{3}A_2}{2} - A_1 \right)^2 \\ \left\{ \begin{array}{l} A_{2\max} = 18\text{cm} \\ \frac{\sqrt{3}A_2}{2} - A_1 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow A_1 = 9\sqrt{3}\text{cm} \end{array} \right.$$

**Câu 111:** Con lắc lò xo gồm vật nhỏ nặng 1 kg thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, theo các phương trình:  $x_1 = 5\sqrt{2} \cos 10t$  (cm) và  $x_2 = 5\sqrt{2} \sin 10t$  (cm) (Góc tọa độ trùng với vị trí cân bằng, t đo bằng giây và lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). Lực cực đại mà lò xo tác dụng lên vật là

- A. 10 N.                    B. 20 N.                    C. 25 N.                    D. 0,25 N.

HD :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = 5\sqrt{2} \cos 10t \\ x_2 = 5\sqrt{2} \sin 10t = 5\sqrt{2} \cos \left( 10t - \frac{\pi}{2} \right) \\ k = m\omega^2 = 100 \text{ N/m} \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,1\text{(m)} \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 10\text{cm} = 0,1\text{(m)} \\ F_{\max} = k(\Delta l_0 + A) = 100(0,1 + 0,1) = 20\text{N} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

**Câu 112:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, có biên độ  $A_1 = 10 \text{ cm}$ , pha ban đầu  $\varphi_1 = \pi/6$  và có biên độ  $A_2$ , pha ban đầu  $\varphi_2 = -\pi/2$ . Biên độ  $A_2$  thay đổi được. Biên độ dao động tổng hợp  $A$  của hai dao động trên có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A.  $5\sqrt{3}$  cm.                    B. 20 cm.                    C. 5 cm.                    D.  $6\sqrt{3}$  cm.

HD : 
$$\left\{ \begin{array}{l} A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \\ = 10^2 + A_2^2 + 2 \cdot 10 \cdot A_2 \cos \left( -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = \underbrace{(A_2 - 5)^2}_{0} + 75 \\ \Rightarrow A_{\min} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)} \end{array} \right.$$

**Câu 113:** Có 3 lò xo cùng độ dài tự nhiên, có độ cứng lần lượt là  $k_1 = k$ ,  $k_2 = 2k$ ,  $k_3 = 4k$ . Ba lò xo được treo cùng trên một mặt phẳng thẳng đứng tại 3 điểm A, B, C trên cùng đường thẳng nằm ngang với  $AB = BC$ . Lần lượt treo vào lò xo 1 và 2 các vật có khối lượng  $m_1 = m$  và  $m_2 = 2m$ , từ vị trí cân bằng nâng vật  $m_1$ ,  $m_2$  lên những đoạn  $A_1 = a$  và  $A_2 = 2a$ . Hỏi phải treo vật  $m_3$  ở lò xo thứ 3 có khối lượng bao nhiêu theo  $m$  và nâng vật  $m_3$  đến độ cao  $A_3$  bằng bao nhiêu theo  $a$  để khi đồng thời thả nhẹ cả ba vật thì trong quá trình dao động cả ba vật luôn thẳng hàng?

- A.  $m_3 = 1,5m$  và  $A_3 = 1,5a$ .      B.  $m_3 = 4m$  và  $A_3 = 3a$ .  
 C.  $m_3 = 3m$  và  $A_3 = 4a$ .      D.  $m_3 = 4m$  và  $A_3 = 4a$ .

$$\text{HD: } \begin{cases} A_1 + A_3 = 2A_2 \Rightarrow A_3 = 3a \\ \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 \Rightarrow m_3 = 4m \end{cases}$$

*AT Homeless*

