

KHÓA HỌC VIP-A-TOÁN
Luyện thi THPT QG môn Toán 2017
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH LONG - LƯƠNG VĂN HUY

www.vinastudy.vn – Hệ thống học trực tuyến hàng đầu Việt Nam

MỆO TÍNH NHANH NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

“Ai nói tự luận không nhanh – nhanh hay không là do phương pháp giải ☺ ☺”

Câu 1. Một nguyên hàm $\int (x-2)\sin 3x dx = -\frac{(x-a)\cos 3x}{b} + \frac{1}{c}\sin 3x + 2017$ thì tổng $S = ab + c$ bằng:

A. $S = 14$

B. $S = 15$

C. $S = 3$

D. $S = 10$

Giải.

Sơ đồ giải

Đạo hàm	Nguyên hàm
$x - 2$	$\sin 3x$
$+$	$+$
1	$-\frac{\cos 3x}{3}$
$-$	$-$
0	$-\frac{\sin 3x}{9}$

$$\Rightarrow I = -(x-2)\frac{\cos 3x}{3} + \frac{\sin 3x}{9} + C \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 9 \end{cases} \Rightarrow S = ab + c = 15 \Rightarrow \boxed{B}$$

Câu 2. Biết $\int x^2 e^x dx = (x^2 + mx + n)e^x + C$ giá trị mn là:

A. 6

B. 4

C. 0

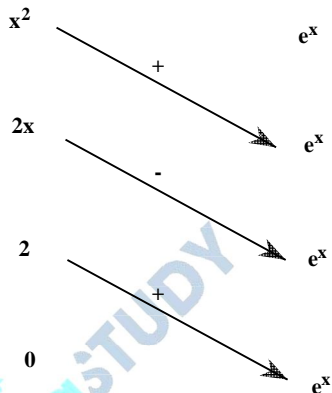
D. -4

Giải.

Sơ đồ giải

Đạo hàm

Nguyên hàm



$$I = x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + C = (x^2 - 2x + 2)e^x \equiv (x^2 + mx + n)e^x + C$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow mn = -4 \Rightarrow \boxed{D}$$

Câu 3. Biết $I = \int_0^1 x \ln \left(\frac{4-x}{4+x} \right) dx = -\frac{15}{2} \ln \frac{a}{b} - c$, với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, khẳng định nào sau đây là đúng

A. $a + b = 2c$

B. $a + b = 3c$

C. $a + b = c$

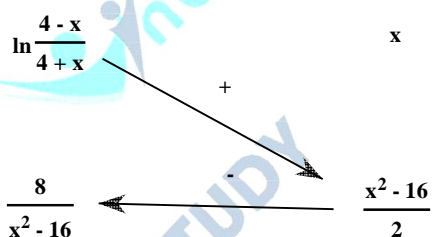
D. $a + b = 4c$

Giải.

Sử dụng sơ đồ và kỹ thuật chọn hằng số

Đạo hàm

Nguyên hàm



$$\Rightarrow I = \left(\ln \frac{4-x}{4+x} \cdot \frac{x^2-16}{2} - 4x \right) \Big|_0^1 = -\frac{15}{2} \ln \frac{3}{5} - 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2c \Rightarrow \boxed{C}$$

Câu 4. Biết $I = \int_1^2 (x^2 + x) \ln x dx = \frac{a}{3} \ln 2 - \frac{b}{c}$, với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = ab + c$

A. 806

B. 559

C. 1445

D. 1994

Giải.

Sơ đồ giải

Đạo hàm Nguyên hàm

$$\begin{array}{ccc} \ln x & \xrightarrow{+} & x^2 + x \\ & \searrow & \\ & \xrightarrow{-} & \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \\ \frac{1}{x} & \xleftarrow{-} & \end{array}$$

$$\Rightarrow I = \left(\left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \ln x - \left(\frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{4} \right) \right) \Big|_1^2 = \frac{14}{3} \ln 2 - \frac{55}{36} \Rightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 55 \\ c = 36 \end{cases} \Rightarrow S = ab + c = 806 \Rightarrow \boxed{A}$$

Câu 5. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cdot \sin 3x dx = \frac{a - be^{\pi}}{c}$. Chọn đáp án đúng

A. a, b, c là số nguyên tố

B. a, c là số nguyên tố

C. b, c là số nguyên tố

D. a, b là số nguyên tố

Giải.

Sơ đồ giải

Đạo hàm Nguyên hàm

$$\begin{array}{ccc} \sin 3x & \xrightarrow{+} & e^{2x} \\ & \searrow & \\ 3\cos 3x & \xrightarrow{-} & \frac{e^{2x}}{2} \\ & \searrow & \\ -9\sin 3x & \xrightarrow{+} & \frac{e^{2x}}{4} \end{array}$$

$$\Rightarrow I = \left(\frac{e^{2x}}{2} \sin 3x - \frac{3e^{2x}}{4} \cos 3x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{9}{4} \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin 3x dx}_I$$

$$\Rightarrow I = \frac{4}{13} \left(\frac{e^{2x}}{2} \sin 3x - \frac{3e^{2x}}{4} \cos 3x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3 - 2e^{\pi}}{13} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = 13 \end{cases} \Rightarrow \boxed{A}$$

Câu 6. Xác định a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$

A. $a = 1, b = 1, c = -1$

B. $a = -1, b = 1, c = 1$

C. $a = -1, b = 1, c = -1$

D. $a = 1, b = 1, c = 1$

Giải.

Đạo hàm

$ax^2 + bx + c$

$2ax + b$

$2a$

0

Nguyên hàm

e^{-x}

$-e^{-x}$

e^{-x}

$-e^{-x}$

$$\Rightarrow I = -(ax^2 + bx + c)e^{-x} - (2ax + b)e^{-x} - 2ae^{-x} + C \Rightarrow \begin{cases} -a = 1 \\ -(b + 2a) = 3 \\ -c - b - 2a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$$

Câu 7. $\int (x+3)e^{-2x} dx = -\frac{1}{m}e^{-2x}(2x+n) + C$. Khi đó

A. $m^2 + n^2 = 5$

B. $m^2 + n^2 = 10$

C. $m^2 + n^2 = 41$

D. $m^2 + n^2 = 65$

Giải.

Đạo hàm

$x + 3$

1

0

Nguyên hàm

e^{-2x}

$-\frac{e^{-2x}}{2}$

$-\frac{e^{-2x}}{4}$

$$\Rightarrow I = -(x+3)\frac{e^{-2x}}{2} + \frac{e^{-2x}}{4} + C = -\frac{1}{4}e^{-2x}(2x+5) + C \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 5 \end{cases} \Rightarrow m^2 + n^2 = 41 \Rightarrow \boxed{C}$$