GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

A - KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. GÓC:

1. Góc giữa hai mặt phẳng.

Góc giữa hai mặt phẳng (P): $Ax + By + Cz + D = 0$, (Q): $A'x + B'y + C'z + D' = 0$ được ký hiệu: $0^o \le ((P),(Q)) \le 90^o$, xác định bởi hệ thức

$$\cos((P),(Q)) = \frac{\left|\vec{n}_{(P)}.\vec{n}_{(Q)}\right|}{\left|\vec{n}_{(P)}\right|.\left|\vec{n}_{(Q)}\right|} = \frac{|AA'+BB'+CC'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}.$$

Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow AA'+BB'+CC' = 0$.

2. Góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

a) Góc giữa hai đường thẳng (d) và (d') có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b;c)$ và $\vec{u'} = (a';b';c')$ là φ

$$\cos\varphi = \frac{|\vec{u}.\vec{u}'|}{|\vec{u}|.|\vec{u}'|} = \frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}} \qquad (0^o \le \varphi \le 90^o).$$

Đặc biệt: $(d) \perp (d') \Leftrightarrow aa'+bb'+cc' = 0$.

b) Góc giữa đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b;c)$ và mp(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A;B;C)$.

$$\sin\phi = \left|\cos(\vec{n}, \vec{u})\right| = \frac{|\vec{n}.\vec{u}|}{|\vec{n}|.|\vec{u}|} = \frac{|Aa+Bb+Cc|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \quad (0° \le \phi \le 90°).$$

Đặc biệt: (d)//(α) hoặc $(d) \subset (\alpha) \Leftrightarrow Aa+Bb+Cc = 0$.

2. KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

a) Khoảng cách từ $M(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$ là

$$d(M,(P)) = \frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

b) Khoảng cách giữa hai mp song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

2. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng - khoảng cách giữa hai đường thẳng.

a) Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_o có vectơ chỉ phương $\vec{u}$:

$$d(M,\, d) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M}, \vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}.$$

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d và d':

Với d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương $\vec{u}'$ là

$$d(d,d') = \frac{\left|\left[\vec{u}, \vec{u'}\right].\overrightarrow{M_0M}\right|}{\left|\left[\vec{u}, \vec{u'}\right]\right|}.$$

d) Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng.

B - KỸ NĂNG CƠ BẢN

- Nhớ và vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng; biết cách tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.
- Nhớ và vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng; biết cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song; khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau; khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng song song.
- Nhớ và vận dụng được công thức tính góc giữa hai đường thẳng; góc giữa đường thẳng và mặt phẳng; góc giữa hai mặt phẳng.
- Áp dụng được các kiến thức liên quan về góc và khoảng cách vào các bài toán kháC.

C - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong không gian *Oxyz,* khoảng cách từ điểm $A(1;\ 2;\ 2)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z-4=0$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** $\frac{13}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 2. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(\alpha): 2x-y-2z-4=0$ và $(\beta): 2x-y-2z+2=0$ là

A. 2. **B.** 6. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 3. Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 2;\ 1)$ đến mặt phẳng (*P*): $Ax+Cz+D=0$, $A.C\neq 0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$ **B.** $d(M,(P))=\dfrac{|A+2B+3C+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

C. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C|}{\sqrt{A^2+C^2}}$. **D.** $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{3^2+1^2}}$.

Câu 4. Khoảng cách giữa mặt phẳng (α): $2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng *d*: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+4t \\ z=-t \end{cases}$ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 5. Khoảng cách từ điểm $A(2;\ 4;\ 3)$ đến mặt phẳng (α): $2x+y+2z+1=0$ và (β): $x=0$ lần lượt là $d(A,(\alpha))$, $d(A,(\beta))$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d(A,(\alpha)) = 3.d(A,(\beta))$. **B.** $d(A,(\alpha)) > d(A,(\beta))$.

C. $d(A,(\alpha)) = d(A,(\beta))$. **D.** $2.d(A,(\alpha)) = d(A,(\beta))$.

Câu 6. Tọa độ điểm *M* trên trục *Oy* sao cho khoảng cách từ điểm *M* đến mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-4=0$ nhỏ nhất là

A. $M(0;2;0)$. **B.** $M(0;4;0)$. **C.** $M(0;-4;0)$. **D.** $M\left(0;\frac{4}{3};0\right)$.

Câu 7. Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (*Oxy*), (*Oyz*) lần lượt bằng

A. 6 và 4. **B.** 6 và 5. **C.** 5 và 4. **D.** 4 và 6.

Câu 8. Tính khoảng cách từ điểm $A\left(x_0;\,y_0;\,z_0\right)$ đến mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$, với $A.B.C\neq 0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d\left(A,(P)\right)=Ax_0+By_0+Cz_0$.

B. $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+Cz_0\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

C. $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+Cz_0+D\right|}{\sqrt{A^2+C^2}}$.

D. $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+Cz_0+D\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

Câu 9. Tính khoảng cách từ điểm $B\left(x_0;y_0;z_0\right)$ đến mặt phẳng (P): $y+1=0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. y_0.
B. $\left|y_0\right|$.
C. $\dfrac{\left|y_0+1\right|}{\sqrt{2}}$.
D. $\left|y_0+1\right|$.

Câu 10. Khoảng cách từ điểm $C\left(-2;\,0;\,0\right)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng

A. 0.
B. 2.
C. 1.
D. $\sqrt{2}$.

Câu 11. Tính khoảng cách từ điểm $M\left(1;2;0\right)$ đến mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Oxz). Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $d\left(M,(Oxz)\right)=2$.

B. $d\left(M,(Oyz)\right)=1$.

C. $d\left(M,(Oxy)\right)=1$.

D. $d\left(M,(Oxz)\right)>d\left(M,(Oyz)\right)$.

Câu 12. Khoảng cách từ điểm $A\left(x_0;y_0;z_0\right)$ đến mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$, với $D\neq 0$ bằng 0 khi và chỉ khi:

A. $Ax_0+By_0+Cz_0\neq -D$.

B. $A\notin (P)$.

C. $Ax_0+By_0+Cz_0=-D$.

D. $Ax_0+By_0+Cz_0=0$.

Câu 13. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. (Q): $x+y+z-3=0$.

B. $(Q): 2x+y+2z-3=0$.

C. $(Q): 2x+y-2z+6=0$.

D. $(Q): x+y+z-3=0$.

Câu 14. Khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=2t\\ z=3+t\end{cases}$, $t\in R$ và mặt phẳng $\left(P\right): z-3=0$ lần lượt là $d(H,d)$ và $d(H,(P))$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d\left(H,d\right)>d\left(H,(P)\right)$.

B. $d\left(H,(P)\right)>d\left(H,d\right)$.

C. $d\left(H,d\right)=6.d\left(H,(P)\right)$.

D. $d\left(H,(P)\right)=1$.

Câu 15. Khoảng cách từ điểm $E(1;1;3)$ đến đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\ y=4+3t\\ z=-2-5t\end{cases}$, $t\in R$ bằng

A. $\dfrac{1}{\sqrt{35}}$.
B. $\dfrac{4}{\sqrt{35}}$.
C. $\dfrac{5}{\sqrt{35}}$.
D. 0

Câu 16. Cho vectơ $\vec{u}=\left(-2;\,-2;\,0\right)$; $\vec{v}=\left(\sqrt{2};\,\sqrt{2};\,2\right)$. Góc giữa vectơ $\vec{u}$ và vectơ $\vec{v}$ bằng

A. 135°.
B. 45°.
C. 60°.
D. 150°.

Câu 17. Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-t'\\y=2\\z=-2+t'\end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $30°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

Câu 18. Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): $5x+11y+2z-4=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

A. $60°$. **B.** $-30°$. **C.** $30°$. **D.** $-60°$.

Câu 19. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z-1=0;\ (\beta): x+2y-2z-3=0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng

A. $\dfrac{4}{9}$ **B.** $-\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$. **D.** $-\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$.

Câu 20. Cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z+2=0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+1=0;\ (\beta): x-2z-3=0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó số đo góc φ là

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 21. Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z-5=0$. Điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$.

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 22. Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc $60°$

A. $(P): 2x+11y-5z+3=0$ và $(Q): x+2y-z-2=0$.

B. $(P): 2x+11y-5z+3=0$ và $(Q): -x+2y+z-5=0$.

C. $(P): 2x-11y+5z-21=0$ và $(Q): 2x+y+z-2=0$.

D. $(P): 2x-5y+11z-6=0$ và $(Q): -x+2y+z-5=0$.

Câu 23. Cho vectơ $\vec{u}(1;1;-2),\ \vec{v}(1;0;m)$. Tìm m để góc giữa hai vectơ $\vec{u},\vec{v}$ có số đo bằng $45°$.

Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Tính $\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\dfrac{1-2m}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2+1}}$

Bước 2: Góc giữa $\vec{u},\vec{v}$ có số đo bằng $45°$ nên $\dfrac{1-2m}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow 1-2m=\sqrt{3(m^2+1)}$ (*)

Bước 3: Phương trình (*) $\Leftrightarrow (1-2m)^2=3(m^2+1)$

$$\Leftrightarrow m^2-4m-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=2-\sqrt{6}\\m=2+\sqrt{6}.\end{array}\right.$$

Bài giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai ở bước 3. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 1. **D.** Đúng.

Câu 24. Cho hai điểm $A(1;-1;1);\ B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A, B và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-7=0$ một góc $60°$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 25. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng *AB, CD*. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

B. $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

C. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$.

D. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm các cạnh $BB', CD, A'D'$. Góc giữa hai đường thẳng *MP* và $C'N$ là

A. 30^o. **B.** 120^o. **C.** 60^o. **D.** 90^o.

Câu 27. Cho hình chóp $A.BCD$ có các cạnh *AB, AC, AD* đôi một vuông góc. ΔABC cân, cạnh bên bằng a, $AD = 2a$. Cosin góc giữa hai đường thẳng *BD* và *DC* là

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 28. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật, $AB = 2$, $AC = \sqrt{5}$. ΔSAC vuông cân tại *A*, $SA \perp (ABCD)$. *K* là trung điểm của cạnh *SD*. Cosin góc giữa đường thẳng *CK* và *AB* là

A. $\dfrac{4}{\sqrt{17}}$. **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{11}}$. **C.** $\dfrac{4}{\sqrt{22}}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{22}}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* cho bốn điểm điểm $A(-3;-4;5)$; $B(2;7;7)$; $C(3;5;8)$; $D(-2;6;1)$. Cặp đường thẳng nào tạo với nhau một góc $60°$?

A. *DB* và *AC*. **B.** *AC* và *CD*. **C.** *AB* và *CB*. **D.** *CB* và *CA*.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* mặt phẳng nào dưới đây đi qua $A(2;1;-1)$ tạo với trục *Oz* một góc $30°$?

A. $\sqrt{2}(x-2)+(y-1)-(z-2)-3=0$. **B.** $(x-2)+\sqrt{2}(y-1)-(z+1)-2=0$.

C. $2(x-2)+(y-1)-(z-2)=0$. **D.** $2(x-2)+(y-1)-(z-1)-2=0$.

Câu 31. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

B. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

C. $\sin\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|,\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

D. $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Câu 32. Cho ba mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3=0$, $(Q): x-y-z-2=1$, $(R): x+2y+2z-2=0$. Gọi $\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3$ lần lượt là góc giữa hai mặt phẳng (*P*) và (*Q*), (*Q*) và (*R*), (*R*) và (*P*). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. $\alpha_1 > \alpha_3 > \alpha_2$. **B.** $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$. **C.** $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$. **D.** $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+2z+m=0$ và điểm $A(1;1;1)$. Khi đó m nhận giá trị nào sau đây để khoảng cách từ điểm *A* đến mặt phẳng (α) bằng 1?

A. -2. **B.** -8. **C.** -2 hoặc -8. **D.** 3.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng (α) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Khi đó khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{\sqrt{61}}{12}$. **B.** 4. **C.** $\frac{12\sqrt{61}}{61}$. **D.** 3.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;0)$ và $N(0;0;-1)$, mặt phẳng (P) qua điểm M, N và tạo với mặt phẳng $(Q): x-y-4=0$ một góc bằng 45°. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ 2x-y-2z-2=0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ 2x-y-2z+2=0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} 2x-y-2z+2=0 \\ 2x-y-2z-2=0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} 2x-2z+2=0 \\ 2x-2z-2=0 \end{array}\right.$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;\ 0;\ 1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45°. Phương trình đường thẳng d là

A. $\left[\begin{array}{l} \frac{x+2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1} \\ \frac{x+2}{2}=\frac{y}{-\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} \frac{x-2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z+1}{-1} \\ \frac{x-2}{2}=\frac{y}{-\sqrt{5}}=\frac{z+1}{-1} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} \frac{x+2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1} \\ \frac{x-2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z+1}{-1} \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} \frac{x+2}{2}=\frac{y}{-\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1} \\ \frac{x-2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z+1}{-1} \end{array}\right.$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và mặt phẳng $(Q): x-y+z-1=0$. Khi đó mặt phẳng (R) vuông góc với mặt phẳng (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (R) bằng 2, có phương trình là

A. $2x-2z-2\sqrt{2}=0$. **B.** $x-z-2\sqrt{2}=0$.

C. $x-z+2\sqrt{2}=0$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x-z+2\sqrt{2}=0 \\ x-z-2\sqrt{2}=0 \end{array}\right.$.

Câu 38. Tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ trong không gian $Oxyz$ cách đều hai mặt phẳng $(P): x+y-2z-3=0$ và $(Q): x+y-2z+5=0$ là

A. $x+y-2z+1=0$. **B.** $x+y-2z+4=0$.

C. $x+y-2z+2=0$. **D.** $x+y-2z-4=0$.

Câu 39. Tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ trong không gian $Oxyz$ cách đều hai mặt phẳng $(P): x-2y-2z-7=0$ và mặt phẳng $(Q): 2x+y+2z+1=0$ là

A. $x+3y+4z+8=0$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x+3y+4z+8=0 \\ 3x-y-6=0 \end{array}\right.$.

C. $3x-y-6=0$. **D.** $3x+3y+4z+8=0$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm M thuộc trục Ox cách đều hai mặt phẳng $(P): x+y-2z-3=0$ và (Oyz). Khi tọa độ điểm M là

A. $\left(\frac{3}{1+\sqrt{6}};0;0\right)$ và $\left(\frac{3}{\sqrt{6}-1};0;0\right)$.

B. $\left(\frac{3}{1+\sqrt{6}};0;0\right)$ và $\left(\frac{3}{1-\sqrt{6}};0;0\right)$.

C. $\left(\frac{\sqrt{6}-1}{3};0;0\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{6}+1}{3};0;0\right)$.

D. $\left(\frac{1+\sqrt{6}}{3};0;0\right)$ và $\left(\frac{1-\sqrt{6}}{3};0;0\right)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d:\frac{x-5}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{-2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

A. $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$.

B. $(5;1;2)$ và $(-1;-8;-4)$.

C. $(5;-1;2)$ và $(1;-5;6)$.

D. $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có các đỉnh $A(1;2;1), B(-2;1;3), C(2;-1;1)$ và $D(0;3;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P) là

A. $\left[\begin{array}{l}4x-2y+7z-1=0\\2x+3z-5=0\end{array}\right.$.

B. $2x+3z-5=0$.

C. $4x+2y+7z-15=0$.

D. $\left[\begin{array}{l}4x+2y+7z-15=0\\2x+3z-5=0\end{array}\right.$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz,$ gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{-2}$ và tạo với trục Oy góc có số đo lớn nhất. Điểm nào sau đây thuộc $mp(P)$?

A. $E(-3;0;4)$.

B. $M(3;0;2)$.

C. $N(-1;-2;-1)$.

D. $F(1;2;1)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz,$ cho điểm $M(0;-1;\ 2), N(-1;\ 1;\ 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M, N và tạo với mặt phẳng $(Q): 2x-y-2z-2=0$ góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(1;2;3)$ cách mp(P) một khoảng là

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{7\sqrt{11}}{11}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz,$ cho $(P): x-2y+2z-1=0$ và 2 đường thẳng $\Delta_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+9}{6}$; $\Delta_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-2}$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng Δ_1, M có toạ độ là các số nguyên, M cách đều Δ_2 và (P). Khoảng cách từ điểm M đến $mp(Oxy)$ là

A. 3.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 2.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz,$ cho 2 điểm $A(1;5;0); B(3;3;6)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$. Gọi C là điểm trên đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất. Khoảng cách giữa 2 điểm A và C là

A. 29.

B. $\sqrt{29}$.

C. $\sqrt{33}$.

D. 7.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho điểm $A(10;2;-1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;3)$ đến mp(P) là

A. $\dfrac{97\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\dfrac{76\sqrt{790}}{790}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{29}}{29}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{11\sqrt{18}}{18}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{11}}{18}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=2+2t\end{cases}$; $d':\begin{cases}x=3-t'\\y=1+t'\\z=1-2t'\end{cases}$. Biết rằng có 2 đường thẳng có các đặc điểm: song song với (P); cắt d,d' và tạo với d góc $30°$. Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng đó là

A. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho 3 điểm $A(1;0;1);B(3;-2;0);C(1;2;-2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến (P) lớn nhất biết rằng (P) không cắt đoạn BC. Khi đó, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $G(-2;0;3)$. **B.** $F(3;0;-2)$. **C.** $E(1;3;1)$. **D.** $H(0;3;1)$.

Câu 51. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho các điểm $A(1;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ trong đó b,c dương và mặt phẳng $(P):y-z+1=0$. Biết rằng $mp(ABC)$ vuông góc với $mp(P)$ và $d(O,(ABC))=\dfrac{1}{3}$, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $b+c=1$. **B.** $2b+c=1$. **C.** $b-3c=1$. **D.** $3b+c=3$.

Câu 52. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho 3 điểm $A(1;2;3);B(0;1;1);C(1;0;-2)$. Điểm $M\in(P):x+y+z+2=0$ sao cho giá trị của biểu thức $T=MA^2+2MB^2+3MC^2$ nhỏ nhất. Khi đó, điểm M cách $(Q):2x-y-2z+3=0$ một khoảng bằng

A. $\dfrac{121}{54}$. **B.** 24. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{91}{54}$.

Câu 53. Cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z-1=0$; $(\beta): 5x+2y+11z-3=0$. Góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng

A. $120°$. **B.** $30°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

Câu 54. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho mặt phẳng (P) có phương trình $x+y-3=0$. Điểm $H(2;1;2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O trên một mặt phẳng (Q). Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

Câu 55. Cho vectơ $\left|\vec{u}\right| = 2; \left|\vec{v}\right| = 1; \left(\vec{u}, \vec{v}\right) = 60°$. Góc giữa vectơ $\vec{v}$ và vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Câu 56. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{9} = \dfrac{y+1}{5} = \dfrac{z-1}{1}$, $\Delta: \begin{cases} 2x - 3y - 3z + 9 = 0 \\ x - 2y + z + 3 = 0 \end{cases}$. Góc giữa đường thẳng *d* và đường thẳng Δ bằng

A. 90°. **B.** 30°. **C.** 0°. **D.** 180°.

Câu 57. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z - 10 = 0$; đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{1-y}{2} = \dfrac{z+3}{2}$. Góc giữa đường thẳng *d* và mặt phẳng (α) bằng

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 58. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* phương trình các đường thẳng qua A(3; – 1; 1), nằm trong (*P*): $x - y + z - 5 = 0$ và hợp với đường thẳng *d:* $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{2}$ một góc 45^0 là

A. $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + t, t \in R; \\ z = 1 \end{cases}$ $\Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - 2t, \ t \in R. \\ z = 1 - 5t \end{cases}$

B. $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 2t, t \in R; \\ z = 1 \end{cases}$ $\Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 15t \\ y = -1 + 38t, \ t \in R. \\ z = 1 + 15t \end{cases}$

C. $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + t, t \in R; \\ z = 1 \end{cases}$ $\Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 15t \\ y = -1 - 8t, \ t \in R. \\ z = 1 - 15t \end{cases}$

D. $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 - t, t \in R; \\ z = 1 + t \end{cases}$ $\Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 15t \\ y = -1 - 8t, \ t \in R. \\ z = 1 - 23t \end{cases}$

Câu 59. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', BC, DD'$. Góc giữa đường thẳng *AC'* và mặt phẳng (*MNP*) là

A. 30°. **B.** 120°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* gọi (*P*) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}$ và tạo với trục Ox góc có số đo lớn nhất. Khi đó, khoảng cách từ điểm $A(1;-4;2)$ đến $mp(P)$ là

A. $\dfrac{12\sqrt{35}}{35}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{20\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 61. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho điểm $M(2;1;-12), N(3;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M, N và tạo với mặt phẳng $(Q): 2x + 2y - 3z + 4 = 0$ góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(3;1;0)$ cách mp(P) một khoảng là

A. $\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{22}}{11}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{22}}$.

Câu 62. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $(P): x+y-z-7=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}; \Delta_2: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$.

Gọi M là điểm thuộc đường thẳng Δ_1, M có toạ độ là các số dương, M cách đều Δ_2 và (P). Khoảng cách từ điểm M đến mp(P) là

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 7. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 63. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;-4;3); B(1;0;5)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-3t \\ y=3+2t \\ z=-2 \end{cases}$. Gọi C là điểm trên đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất.

Khoảng cách giữa điểm C và gốc toạ độ O là

A. $\sqrt{6}$. **B.** 14. **C.** $\sqrt{14}$. **D.** 6.

Câu 64. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $B(2;0;-3)$ đến mp(P) là

A. $\dfrac{7\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{\sqrt{18}}{18}$.

Câu 65. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=4+3t \\ y=2+2t \\ z=-2-t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Tính khoảng cách từ điểm $B(-2;1;-3)$ đến mặt phẳng (P) đó.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $\sqrt{38}$.

Câu 66. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;-2); B(-1;2;1); C(-3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến (P) lớn nhất biết rằng (P) không cắt đoạn BC. Khi đó, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $F(-1;2;0)$. **B.** $E(2;-2;1)$. **C.** $G(2;1;-3)$. **D.** $H(1;-3;1)$.

Câu 67. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0), B(0;2;0), C(0;0;c)$ trong đó a, c dương và mặt phẳng $(P): 2x-z+3=0$. Biết rằng $mp(ABC)$ vuông góc với $mp(P)$ và $d(O,(ABC))=\dfrac{2}{\sqrt{21}}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+4c=3$. **B.** $a+2c=5$. **C.** $a-c=1$. **D.** $4a-c=3$.

Câu 68. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-2;2;3); B(1;-1;3); C(3;1;-1)$. Điểm $M \in (P): x+2z-8=0$ sao cho giá trị của biểu thức $T=2MA^2+MB^2+3MC^2$ nhỏ nhất. Khi đó, điểm M cách $(Q): -x+2y-2z-6=0$ một khoảng bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 69. Kh□□ng c□ch từ đ□ểm H(3; – 1; – 6) đến mặt phẳng $(\alpha): \ x+y-z+1=0$ là

A. $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** 9. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** 3.

Câu 70. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (*P*): $2x+y+2z=0$ và (*Q*) $2x+y+2z+7=0$ là

A. $\dfrac{7}{9}$. **B.** 7. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** 2.

Câu 71. Khoảng cách từ điểm *K*(1;2;3) đến mặt phẳng (*Oxz*) bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 72. Khoảng cách giữa mặt phẳng $(\alpha): \ 2x+y+2z+4=0$ và đường thẳng *d*: $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-2t \\ z=-4t \end{cases}$ là

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 73. Khoảng cách từ giao điểm *A* của mặt phẳng $(R): x+y+z-3=0$ với trục *Oz* đến mặt phẳng $(\alpha): \ 2x+y+2z+1=0$ bằng

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 0.

Câu 74. Khoảng cách từ điểm $C(-2;1;0)$ đến mặt phẳng (*Oyz*) và đến đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=1+t \\ y=4+t \\ z=6+2t \end{cases}$ lần lượt là d_1 và d_2. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d_1 > d_2$. **B.** $d_1 = d_2$. **C.** $d_1 = 0$. **D.** $d_2 = 1$.

Câu 75. Khoảng cách từ điểm *B*(1;1;1) đến mặt phẳng (*P*) bằng 1. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $(P): 2x+y-2z+6=0$. **B.** $(P): x+y+z-3=0$.

C. $(P): 2x+y+2z-2=0$. **D.** $(P): x+y+z+3=0$..

Câu 76. Trong không gian *Oxyz* cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z+1=0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x-y+2z+5=0$. Tập hợp các điểm M cách đều mặt phẳng (α) và (β) là

A. $2x-y+2z+3=0$. **B.** $2x-y-2z+3=0$.

C. $2x-y+2z-3=0$. **D.** $2x+y+2z+3=0$.

Câu 77. Trong không gian *Oxyz* cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z+1=0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x-y+2z+1=0$. Tập hợp các điểm cách đều mặt phẳng (α) và (β) là

A. $\left[\begin{array}{l} x-y+2=0 \\ 3x+3y+4z+4=0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x-y+2=0 \\ 3x-3y+4z+4=0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} x-y+2=0 \\ 3x-3y+4z+4=0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x+y=0 \\ 2x-3y+4z+2=0 \end{array}\right.$.

D - ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	A	B	B	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A	D	C	A	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	B	A	C	A	D	A	C	C	A	D	A	C	C	A	A	D	A	B	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	D	C	A	A	C	A	A	D	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77			
D	A	C	A	A	B	A	D	C	C	A	A	A	A	C	A	D			

II –HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. **Chọn B.**

$$d(A,(\alpha))=\frac{|1.x_A+2.y_A-2.z_A-4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=1.$$

Câu 2. **Chọn A.**

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

Ta lấy điểm $H(2;\,0;\,0)$ th□ộc (α). Khi đó $d\left((\alpha),(\beta)\right)=d\left(H,(\beta)\right)=\frac{|2.2-1.0-2.0+2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=2$.

Câu 3. **Chọn A.**

Câu 4. **Chọn B.**

Đường thẳng d song song với mặt phẳng (α).

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của đường thẳng đến mặt phẳng.

Ta lấy điểm $H\left(1;\ 2;\ 0\right)$ thuộc đường thẳng d. Khi đó:

$$d(d,(\alpha))=d(H,(\alpha))=\frac{|2.1-1.2-2.0-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\frac{4}{3}.$$

Câu 5. **Chọn D.**

$$d\left(A,(\alpha)\right)=\frac{|2.x_A+y_A+2.z_A+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=1\ ;\ d\left(A,(\beta)\right)=\frac{|x_A|}{\sqrt{1^2}}=2.$$

Kết luận: $d\left(A,(\beta)\right)=2.d\left(A,(\alpha)\right)$.

Câu 6. **Chọn C.**

Khoảng cách từ M đến (P) nhỏ nhất khi M thuộc (P). Nên M là giao điểm của trục Oy với mặt phẳng (P). Thay $x = 0$, $z = 0$ vào phương trình (P) ta được $y = -4$. Vậy $M(0;\,-4;0)$.

Cách giải khác

Tính khoảng cách từ điểm M trong các đáp án đến mặt phẳng (P) sau đó so sánh chọn đáp án.

Câu 7. **Chọn A.**

$d\left(M,(Oxy)\right)=|z_M|=6$; $d(M,(Oyz))=|x_M|=4$.

Câu 8. **Chọn D.**

Câu 9. **Chọn D.**

Câu 10. **Chọn A.**

Điểm C thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $d\left(C,(Oxy)\right)=0$

Câu 11. **Chọn C.**

Câu 12. **Chọn C.**

Câu 13. **Chọn B.**

Dùng công thức khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng, sau đó tính khoảng cách lần lượt trong mỗi trường hợp và chọn đáp án đúng.

Câu 14. **Chọn C.**

Vì H thuộc đường thẳng d_1 và H thuộc mặt phẳng (P) nên khoảng cách từ điểm H đến đường thẳng d_1 bằng 0 và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (P) bằng 0.

Câu 15. **Chọn D.**

+ Gọi (P) là mặt phẳng đi qua E và vuông góc với (P). Viết phương trình (P)

+ Gọi H là giao điểm của đường thẳng d và (P). Tìm tọa độ H

+ Tính độ dài EH.

Khoảng cách từ điểm $E(1;1;3)$ đến đường thẳng d bằng EH.

Cách giải khác:

Vì E thuộc đường thẳng d nên khoảng cách từ điểm $E(1;1;3)$ đến đường thẳng d bằng 0.

Câu 16. **Chọn A.**

Ta có $\cos(\vec{u},\vec{v})=\dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|}=\dfrac{-2.\sqrt{2}-2.\sqrt{2}+2.0}{\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}.\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+2^2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow(\vec{u},\vec{v})=135°$.

Câu 17. **Chọn D.**

Gọi $\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1; d_2.

$\overrightarrow{u_1}=(1;1;0)$; $\overrightarrow{u_2}=(-1;0;1)$

Áp dụng công thức ta có $\cos\left(d_1,d_2\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\dfrac{\left|-1\right|}{\sqrt{1+1}.\sqrt{1+1}}=\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow\left(d_1,d_2\right)=60°$.

Câu 18. **Chọn C.**

Gọi $\vec{u};\vec{n}$ lần lượt là vectơ chỉ phương, pháp tuyến của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).

$\vec{u}=\left(1;-2;1\right)$; $\vec{n}=\left(5;11;2\right)$

Áp dụng công thức ta có $\sin\left(\Delta,(P)\right)=\left|\cos\left(\vec{u},\vec{n}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\left|1.5-11.2+1.2\right|}{\sqrt{5^2+11^2+2^2}.\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow\left(\Delta,(P)\right)=30°$.

Câu 19. **Chọn A.**

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}$, $\overrightarrow{n_\beta}$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β).

Ta có $\overrightarrow{n_\alpha}(2;\,-1;\,2)$; $\overrightarrow{n_\beta}(1;\,2;\,-2)$.

Áp dụng công thức:

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos(\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta})\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{|2.1-1.2-2.2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{4}{9}.$$

Câu 20. **Chọn A.**

Đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{1}{2} + t \\ z = -\frac{3}{2} + t \end{cases}, t \in R$. Suy ra VTCP của d là $\overrightarrow{u_d}(2;\,1;\,1)$

Ta có $\sin\left(d,(P)\right) = \left|\cos\left(\overrightarrow{u_d}, \vec{n}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{u_d}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \frac{|2.3+1.4+1.5|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}.\sqrt{3^2+4^2+5^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow (d,(P)) = 60°$.

Câu 21. **Chọn A.**

[Phương pháp tự luận]

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;\,b;\,c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos\left((\alpha),(\beta)\right) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{|3.a-2.b+2.c|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+2^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow 2(3a-2b+2c)^2 = 17(a^2+b^2+c^2)$

Phương trình trên có vô số nghiệm.

Suy ra có vô số vectơ $\overrightarrow{n_\beta}(a;\,b;\,c)$ là véc tơ pháp tuyến của (β). Suy ra có vô số mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dựng hình.

Giả sử tồn tại mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán. (Đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (α). Sử dụng phép quay theo trục Δ với mặt phẳng (β). Ta được vô số mặt phẳng (β') thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 22. **Chọn B.**

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

$$\cos\left((P),(Q)\right) = \frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

Xác định các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q). Thay các giá trị vào biểu thức để tìm giá trị đúng.

Dùng chức năng CALC trong máy tính bỏ túi để hỗ trợ việc tính toán nhanh nhất.

Câu 23. **Chọn A.**

Phương trình (*) chỉ bình phương được hai vế khi biến đổi tương đương nếu thỏa mãn $1-2m\ge 0$. Bài toán đã thiếu điều kiện để bình phương dẫn đến sai nghiệm $m=2+\sqrt{6}$.

Câu 24. **Chọn C.**

[Phương pháp tự luận]

$\overrightarrow{AB}(1;-1;3),\ \overrightarrow{n_\alpha}(1;-2;1)$

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos\left((\alpha),(\beta)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|}=\frac{\left|1.a-2.b+1.c\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow 2(a-2b+c)^2=3(a^2+b^2+c^2)$ (1)

Mặt khác vì mặt phẳng (β) chứa A, B nên:

$\overrightarrow{n_\beta}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow a-b+3c=0\Leftrightarrow a=b-3c$

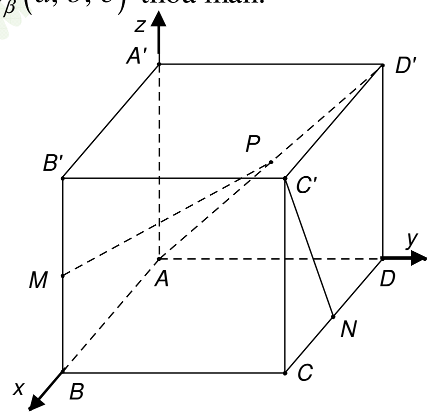
Thế vào (1) ta được: $2b^2-13bc+11c^2=0$ (2)

Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt. Suy ra có 2 vectơ $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ thỏa mãn.

Suy ra có 2 mặt phẳng.

Câu 25. **Chọn A.**

Áp dụng công thức ở lý thuyết.



Câu 26. **Chọn D.**

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A\equiv O(0;0;0)$

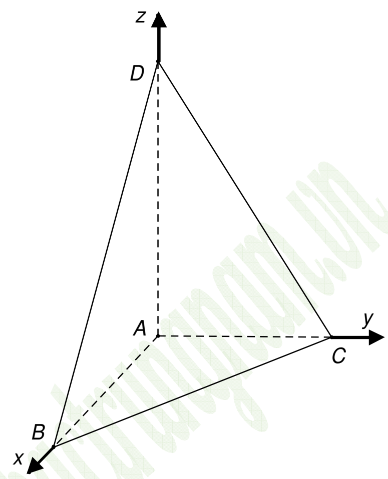
Suy ra $B(a;0;0);\ C(a;a;0);\ D(0;a;0)$

$A'(0;0;a);\ B'(a;0;a);\ C'(a;a;a);\ D'(0;a;a)$

$M\left(a;0;\frac{a}{2}\right);\ N\left(\frac{a}{2};a;0\right);\ P\left(0;\frac{a}{2};a\right)$

Suy ra $\overrightarrow{MP}=\left(-a;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right);\ \overrightarrow{NC'}=\left(\frac{a}{2};0;a\right)\Rightarrow\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{NC'}=0$

$\Rightarrow (MP,NC')=90^\circ$



Câu 27. **Chọn A.**

[Phương pháp tự luận]

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A\equiv O(0;0;0)$

Suy ra $B(a;0;0);\ C(0;a;0);\ D(0;0;2a)$

Ta có $\overrightarrow{DB}(a;0;-2a);\ \overrightarrow{DC}(0;a;-2a)$

$$\cos(DB,DC)=\left|\cos(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC})\right|=\frac{\left|\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}\right|}{\left|\overrightarrow{DB}\right|.\left|\overrightarrow{DC}\right|}=\frac{4}{5}.$$

Câu 28. **Chọn C.**

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=1$

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A\equiv O(0;0;0)$

Suy ra $B(0;\,2;\,0)$; $C(1;\,2;\,0)$; $D(1;\,0;\,0)$

$S\left(0;\,0;\,\sqrt{5}\right)$; $K\left(\frac{1}{2};\,0;\,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

Suy ra $\overrightarrow{CK}\left(-\frac{1}{2};-2;\,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$; $\overrightarrow{AB}\left(0;\,2;\,0\right)$

$$\cos\left(CK,\,AB\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{CK};\,\overrightarrow{AB}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{CK}.\,\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\overrightarrow{CK}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\frac{4}{\sqrt{22}}.$$

Câu 29. **Chọn C.**

Tính tọa độ các vectơ sau đó thay vào công thức: $\cos(d,d')=\left|\cos(\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right|$ để kiểm tra.

Câu 30. **Chọn A.**

Gọi phương trình mặt phẳng (α) cần lập có dạng $A(x-2)+B(y-1)+C(z+1)=0$; $\vec{n}(A;\,B;\,C)$

Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}(0;\,0;\,1)$.

Áp dụng công thức $\sin((\alpha),\,Oz)=\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|}=\sin 30°$

Sau khi tìm được các vectơ pháp tuyến thỏa mãn, thay giá trị của A vào để viết phương trình mặt phẳng.

Câu 31. **Chọn D.**

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

Câu 32. **Chọn A.**

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính góc rồi so sánh các giá trị đó với nhau.

Câu 33. **Chọn C.**

$$d\left(A,(\alpha)\right)=\frac{|5+m|}{3}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+5=3\\m+5=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=-8\end{array}\right.$$

Câu 34. **Chọn C.**

Cách 1: $(\alpha):\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow 6x-4y-3z+12=0$**;** $d\left(O,(ABC)\right)=\frac{12\sqrt{61}}{61}$

Cách 2: Tứ diện $OABC$ có $OA,\,OB,\,OC$ đôi một vuông góc, khi đó

$$\frac{1}{d^2\left(O,(ABC)\right)}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{61}{144}\Rightarrow d\left(O,(ABC)\right)=\frac{12\sqrt{61}}{61}$$

Câu 35. **Chọn A.**

Gọi vectơ pháp tuyến của mp(P) và (Q) lần lượt là $\overrightarrow{n_P}(a;b;c)$ $\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$, $\overrightarrow{n_Q}$

(P) qua $M\left(1;0;0\right)\Rightarrow(P):a\left(x-1\right)+by+cz=0$

(P) qua $N\left(0;0;-1\right)\Rightarrow a+c=0$

(P) hợp với (Q) góc 45° $\Rightarrow\left|cos\left(\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right)\right|=cos45^{\circ}\Leftrightarrow\dfrac{|a-b|}{\sqrt{2a^2+b^2}\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-2b\end{array}\right.$

Với $a=0 \Rightarrow c=0$ chọn $b=1$ phương trình $(P): y=0$

Với $a=-2b$ chọn $b=-1 \Rightarrow a=2$ phương trình mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-2=0$.

Câu 36. **Chọn A.**

Cách 1: Điểm $M(0;m;0) \in Oy$, $\vec{j}(0;1;0)$ là vecto chỉ phương của trục $.Oy$, $\overrightarrow{AM}(2;-m;-1)$

$\left|\cos\left(\overrightarrow{AM},\vec{j}\right)\right| = \cos 45^{o} \Leftrightarrow \dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+5}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}$ nên có 2 đường thẳng:

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1}; \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1}$$

Cách 2: $\overrightarrow{u_1}\left(2;\sqrt{5};-1\right) \Rightarrow \left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\vec{j}\right)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $\overrightarrow{u_2}\left(2;-\sqrt{5};-1\right) \Rightarrow \left|\cos\left(\overrightarrow{u_2},\vec{j}\right)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;0;1)$ nên chọn đáp án A.

Câu 37. **Chọn D.**

$\overrightarrow{n_P}(1;1;1), \overrightarrow{n_Q}(1;-1;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right] = (2;0;-2)$

Mặt phẳng $(R): 2x-2z+D=0 \Rightarrow d(O,(R)) = \dfrac{|D|}{\sqrt{8}} = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} D=4\sqrt{2} \\ D=-4\sqrt{2} \end{array}\right.$

Vậy phương trình mp $(R): x-z+2\sqrt{2}=0;\ x-z-2\sqrt{2}=0$

Câu 38. **Chọn A.**

$M(x;y;z)$. Ta có $d(M,(P)) = d(M,(Q)) \Leftrightarrow \dfrac{|x+y-2z-3|}{\sqrt{6}} = \dfrac{|x+y-2z+5|}{\sqrt{6}}$

$\Leftrightarrow |x+y-2z-3| = |x+y-2z+5| \Leftrightarrow x+y-2z+1=0$

Câu 39. **Chọn B.**

Cho điểm $M(x;y;z)$, $d(M,(P)) = d(M,(Q)) \Leftrightarrow \dfrac{|x-2y-2z-7|}{3} = \dfrac{|2x+y+2z+1|}{3}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+3y+4z+8=0 \\ 3x-y-6=0 \end{array}\right.$.

Câu 40. **Chọn B.**

Điểm $M(m;0;0) \in Ox$; $d(M,(P)) = d(M,(P)) \Leftrightarrow \dfrac{|m-3|}{\sqrt{6}} = |m|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-3=m\sqrt{6} \\ m-3=-m\sqrt{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{3}{1+\sqrt{6}} \\ m=\dfrac{3}{1-\sqrt{6}} \end{array}\right.$

Câu 41. **Chọn D.**

Cách 1: $M(5+2t;1+3t;2-2t) \in d$; $\overrightarrow{AM}(2+2m;3+3m;-2-2m)$

$\Rightarrow AM = \sqrt{17} \Leftrightarrow 17(1+m)^2 = 17 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} M(5;1;2) \\ M(1;-5;6) \end{array}\right.$

Cách 2: Kiểm tra các điểm thuộc đường thẳng d có 2 cặp điểm trong đáp án B và C thuộc đường thẳng d . Dùng công thức tính độ dài AM suy ra đáp án C thỏa mãn.

Câu 42. Chọn D.

Trường hợp 1: (P) qua AB và song song với CD, khi đó:

(P) có vectơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]=(-8;-4;-14)$ và $C\notin(P)$ $\Rightarrow(P):4x+2y+7z-15=0.$

Trường hợp 2: (P) qua AB cắt CD tại trung điểm I của đoạn CD. Ta có $I(1;1;1)\Rightarrow\overrightarrow{AI}(0;-1;0)$, vectơ pháp tuyến của (P) là $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]=(2;0;3)$ nên phương trình $(P):2x+3z-5=0$.

Câu 43. Chọn C.

Gọi $\vec{n}(a;b;c);\vec{n}\neq\vec{0}$ là VTPT của (P); α là góc tạo bởi (P) và Oy, α lớn nhất khi $sin\alpha$ lớn nhất. Ta có $\vec{n}$ vuông góc với $\vec{u}_d$ nên $\vec{n}(b+2c;b;c)$

$$\sin\alpha=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{j}\right)\right|=\frac{|b|}{\sqrt{2b^2+5c^2+4bc}}$$

Nếu $b=0$ thì $\sin\alpha=0$.

Nếu $b\neq0$ thì $\sin\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{5}c}{b}+\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)^2+\dfrac{6}{5}}}$. Khi đó, $sin\alpha$ lớn nhất khi $\dfrac{c}{b}=-\dfrac{2}{5}$

$\Rightarrow$ chọn $b=5;c=-2$

Vậy, phương trình mp(P) là $x+5y-2z+9=0$. Do đó ta có $N\in(P)$.

Câu 44. Chọn A.

(P) có VTPT $\vec{n}$ vuông góc với $\overrightarrow{MN}(-1;2;1)$ nên $\vec{n}(2b+c;b;c)$.

Gọi α là góc tạo bởi (P) và (Q), α nhỏ nhất khi $cos\alpha$ lớn nhất.

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{3|b|}{\sqrt{5b^2+2c^2+4bc}}$

Nếu $b=0$ thì $\cos\alpha=0$.

Nếu $b\neq0$ thì $\cos\alpha=\dfrac{3}{\sqrt{2\left(\dfrac{c}{b}+1\right)^2+3}}$. Khi đó, $\cos\alpha$ lớn nhất khi $\dfrac{c}{b}=-1\Rightarrow$ chọn $b=1;c=-1$

Vậy, phương trình mp(P) là $x+y-z+3=0$. Do đó $d(A,(P))=\sqrt{3}$.

Câu 45. Chọn A.

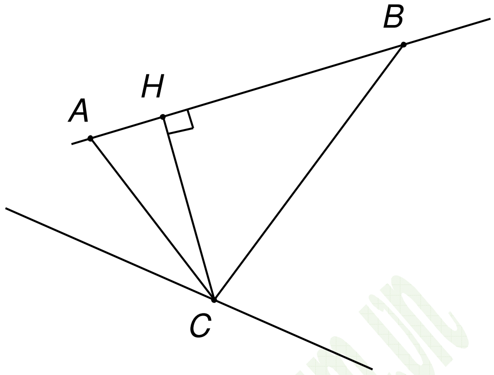
Gọi $M(t-1;t;6t-9),t\in\mathbb{Z}$.

Ta có $d(M,\Delta_2)=d(M,(P))\Leftrightarrow\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=d(M,(P))$

$$\Leftrightarrow\sqrt{29t^2-88t+68}=\frac{|11t-20|}{3}\text{ với } M_0(1;3;-1)\in\Delta_2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=\dfrac{53}{35}\end{array}\right.\xrightarrow{t\in\mathbb{Z}}t=1$$

Vậy, $M(0;-1;3)\Rightarrow d(M,(Oxy))=3$.

Câu 46. **Chọn B.**



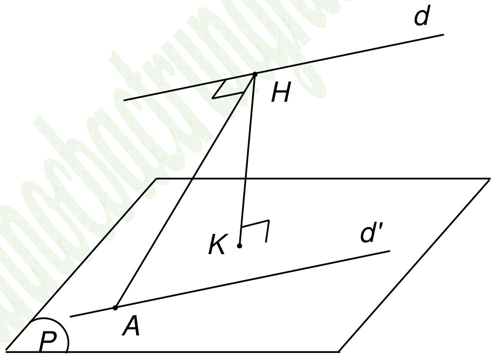
Ta có 2 đường thẳng AB và d chéo nhau.

Gọi C là điểm trên d và H là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB.

Vì $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \sqrt{11} \cdot CH$ nên S_{ABC} nhỏ nhất khi CH nhỏ nhất $\Leftrightarrow CH$ là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng AB và d.

Ta có $C(1; 0; 2) \Rightarrow AC = \sqrt{29}$.

Câu 47. **Chọn A.**



(P) là mặt phẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng d nên (P) chứa đường thẳng d' đi qua điểm A và song song với đường thẳng d.

Gọi H là hình chiếu của A trên d, K là hình chiếu của H trên (P).

Ta có $d(d,(P)) = HK \le AH$ (AH không đổi)

$\Rightarrow$ GTLN của $d(d,(P))$ là AH

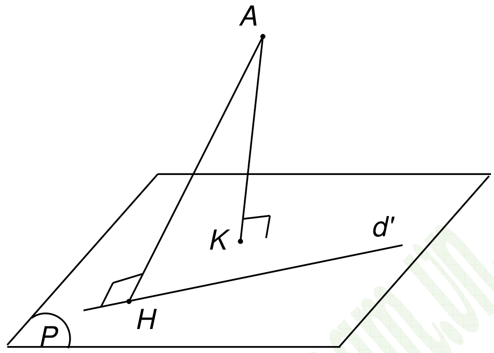
$\Rightarrow d(d,(P))$ lớn nhất khi AH vuông góc với (P).

Khi đó, nếu gọi (Q) là mặt phẳng chứa A và d thì (P) vuông góc với (Q).

$\Rightarrow \vec{n}_P = \left[\vec{u}_d, \vec{n}_Q\right] = (98;14;-70)$

$\Rightarrow (P): 7x + y - 5z - 77 = 0 \Rightarrow d(M,(P)) = \frac{97\sqrt{3}}{15}$.

Câu 48. **Chọn A.**



Gọi H là hình chiếu của A trên d; K là hình chiếu của A trên (P).

Ta có $d(A,(P)) = AK \le AH$ (Không đổi)

$\Rightarrow$ GTLN của $d(d,(P))$ là AH

$\Rightarrow d(A,(P))$ lớn nhất khi $K \equiv H$.

Ta có $H(3;1;4)$, (P) qua H và $\perp AH$

$\Rightarrow (P): x - 4y + z - 3 = 0$. Vậy $d(M,(P)) = \frac{11\sqrt{18}}{18}$

Câu 49. **Chọn D.**

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, $\overrightarrow{n_P}$ là VTPT của mặt phẳng (P).

Gọi $M(1+t;t;2+2t)$ là giao điểm của Δ và d; $M'(3-t';1+t';1-2t')$ là giao điểm của Δ và d'. Ta có: $\overrightarrow{MM'}(2-t'-t;1+t'-t;-1-2t'-2t)$

$$MM' \,//\, (P) \Leftrightarrow \begin{cases} M \notin (P) \\ \overrightarrow{MM'} \perp \overrightarrow{n_P} \end{cases} \Leftrightarrow t' = -2 \Rightarrow \overrightarrow{MM'}(4-t;-1-t;3-2t)$$

Ta có $\cos 30^{0} = \cos\left(\overrightarrow{MM'}, \vec{u}_d\right) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|-6t+9|}{\sqrt{36t^2 - 108t + 156}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 4 \\ t = -1 \end{array}\right.$

Vậy, có 2 đường thẳng thoả mãn là $\Delta_1 : \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 + t \\ z = 10 + t \end{cases}; \Delta_2 : \begin{cases} x = t' \\ y = -1 \\ z = t' \end{cases}$. Khi đó, $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{1}{2}$.

Câu 50. **Chọn C.**

Gọi I là trung điểm đoạn BC; các điểm B', C', I' lần lượt là hình chiếu của B, C, I trên (P).

Ta có tứ giác $BCC'B'$ là hình thang và II' là đường trung bình.

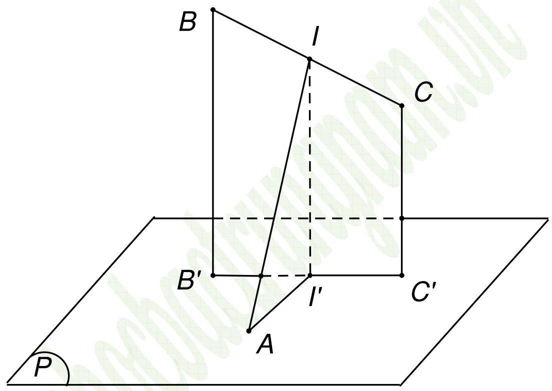
$\Rightarrow d\left(B, (P)\right) + d\left(C, (P)\right) = BB' + CC' = 2II'$.

Mà $II' \leq IA$ (với IA không đổi)

Do vậy, $d\left(B, (P)\right) + d\left(C, (P)\right)$ lớn nhất khi $I' \equiv A$

$\Rightarrow (P)$ đi qua A và vuông góc $\overrightarrow{IA}$ với $I(2;0;-1)$.

$\Rightarrow (P): -x + 2z - 1 = 0 \Rightarrow E(1;3;1) \in (P)$.



Câu 51. **Chọn A.**

Ta có phương trình mp(ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$(ABC) \perp (P) \Rightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Rightarrow b = c \, (1)$

Ta có $d\left(O, (ABC)\right) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 8 \, (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow b = c = \frac{1}{2} \Rightarrow b + c = 1$.

Câu 52. **Chọn D.**

Gọi $M(x;y;z)$. Ta có $T = 6x^2 + 6y^2 + 6z^2 - 8x - 8y + 6z + 31$

$\Rightarrow T = 6\left[\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 \left(z + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{145}{6}$

$\Rightarrow T = 6MI^2 + \frac{145}{6}$ với $I\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow T$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

$\Rightarrow M\left(-\frac{5}{18}; -\frac{5}{18}; -\frac{13}{9}\right)$.