CHUYÊN ĐỀ
CỰC TRỊ HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI

LỚP TOÁN THẦY HUY – THANH TRÌ – HN – 0969141404

DẠNG 1: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO HÀM SỐ $y = f'(x)$

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^4(x^2+8)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3-2x^2)(x^3-2x)$. Hàm số $y = |f(x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có $f'(x) = x^2 - 1$. Hàm số $f(|x^2-2|)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)+1$ Hàm số $|f(x)-x|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 - x^2 - 6x$ thoả mãn $f(0) = m$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = |f(x)|$ có 7 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S.

A. 10. **B.** 28. **C.** 21. **D.** 15.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 12x(x^2-x-2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = f(|x|+m)$ có 7 điểm cực trị.

A. 11. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^3\left[x^2 + (4m-5)x + m^2 - 7m + 6\right], \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực tri?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + \dfrac{3}{2}$ và $f(0) = 0$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m \in (-5;5)$ để hàm số $g(x) = |f^2(x) + 2f(x) + m|$ có đúng 3 điểm cực trị ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3-2x^2)(x^3-2x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = |f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu cực trị.

A. 9. **B.** 2022. **C.** 11. **D.** 2018.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5;5]$ để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$ với mọi $x \in R$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m > -10$ để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 12. Xét hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2-x)(x^3-3x)$ với mọi $x \in R$. Hàm số $y = |f(1-2020x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x) = 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f^{2021}(|x|) - f^{2020}(|x|) + f^{2019}(|x|)$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

DẠNG 2: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO BBT, BXD

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu hàm số $y = f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	

Hàm số $y = f(|x-2|)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 16. Cho hàm số $y = g(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = |g(x) - 2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{-19}{12}$	$\nearrow$	$\frac{13}{12}$	$\searrow$	$\frac{2}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực đại của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Xét hàm số $g\left(x\right)=e^{3f(2-x)+1}+3^{f(2-x)}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=g\left(\left|x\right|\right)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x-2\right|\right)+2020$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=\left|f\left(1-3x\right)+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 21. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2018	$\searrow$	-2018	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x-2017\right)+2018\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 22. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = f\left(|x|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 23. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và BBT bên dưới là BBT của đạo hàm $f'\left(x\right)$. Hàm số $g\left(x\right) = f\left(|x|\right) + 2020$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f''		$+$	0	$-$	0	$+$	
f'	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 24. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có $f(-2) = 0$ và đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như hình sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g\left(x\right) = \left|15f\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) - 10x^6 + 30x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 25. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(4)$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y = \left|f\left(|x|\right)\right|\ \left(C\right)$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7 . **C.** 6. **D.** 3.

Câu 26. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

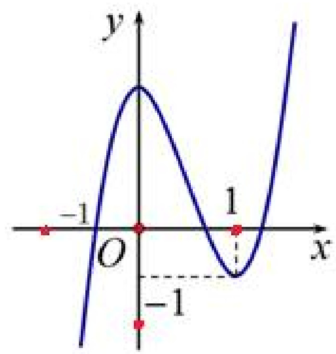
x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 15. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 9.

DẠNG 3: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO ĐỒ THỊ

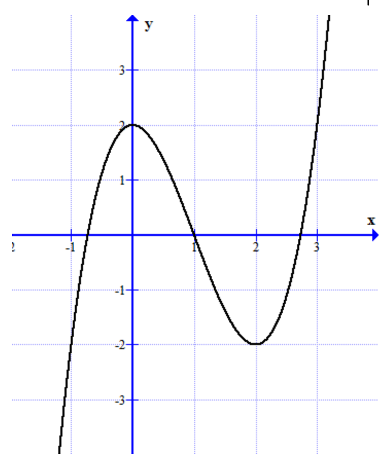
Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y=f\left(\left|x+1\right|-1\right)$ có bao nhiêu cực trị?

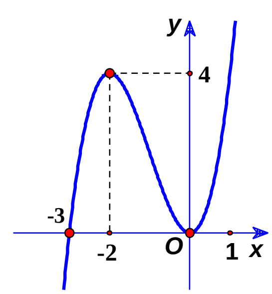
A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 28. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như sau. Hỏi hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị.



A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

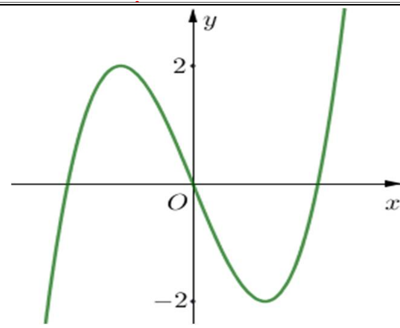
Câu 29. Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ có dạng như hình vẽ sau



Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

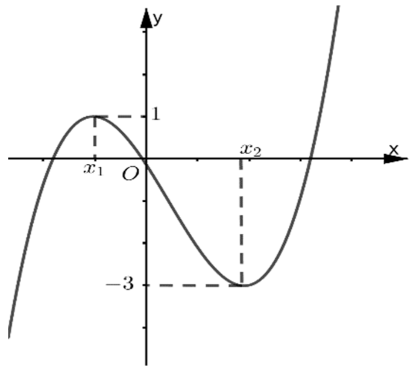
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 31. Cho hàm số bậc ba: $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d,\left(a\neq 0,a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình bên.

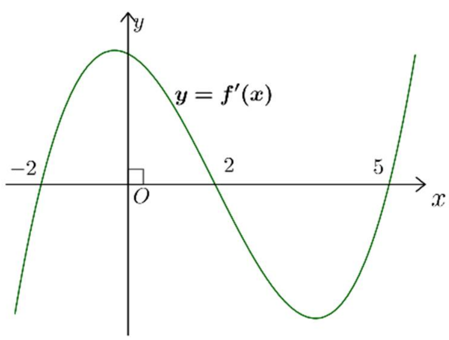


Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có đúng ba điểm cực trị là

A. $S=\{-1;3\}$. **B.** $S=[1;3]$.

C. $S=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$

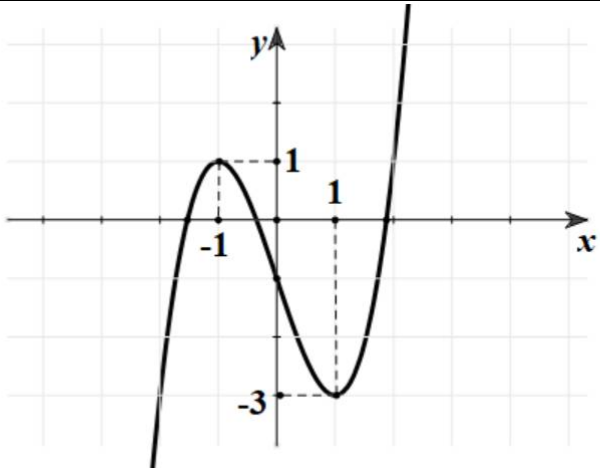
Câu 32. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới.



Có bao nhiêu số nguyên $m\in\left[-2020;2020\right]$ để hàm số $y=f\left(\left|x+1\right|-m\right)$ có nhiều điểm cực trị nhất?

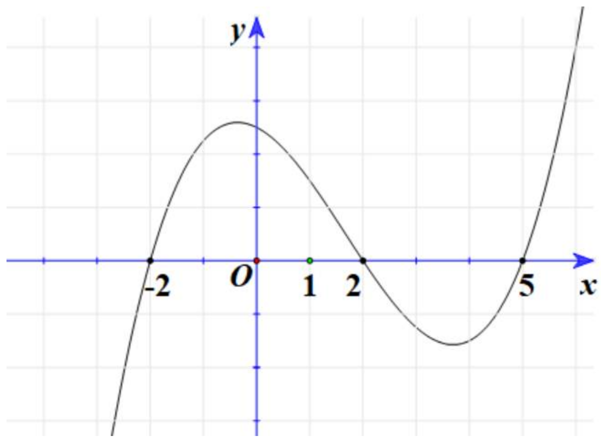
A. 2024. **B.** 2025. **C.** 2018. **D.** 2016.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(\left|12x+1\right|+m\right)$ có đúng 3 điểm cực trị?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

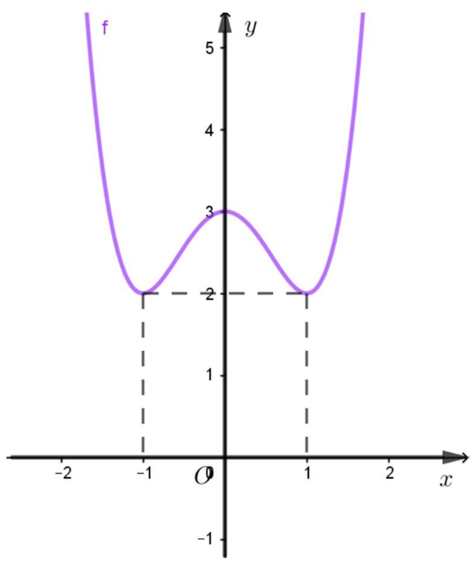
Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên R và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(|x+1| - m)$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp S bằng?

A. -12. **B.** -9. **C.** -7. **D.** -14.

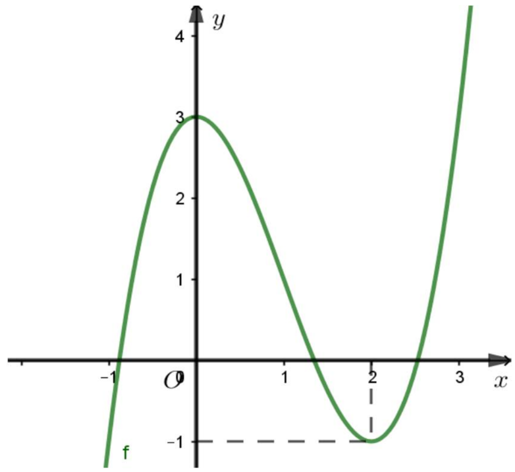
Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ là một hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ sau



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2|x|)$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

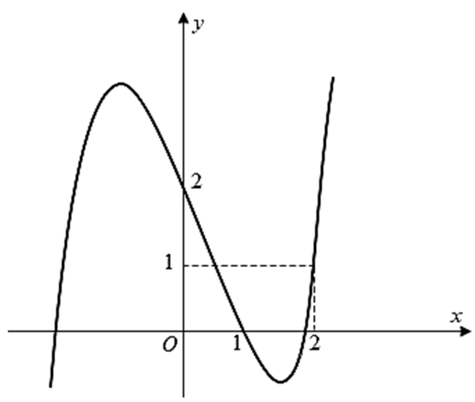
Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Trong đoạn $[-20;20]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \left|10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m\right|$ có 3 điểm cực trị?

A. 36. **B.** 32. **C.** 40. **D.** 34.

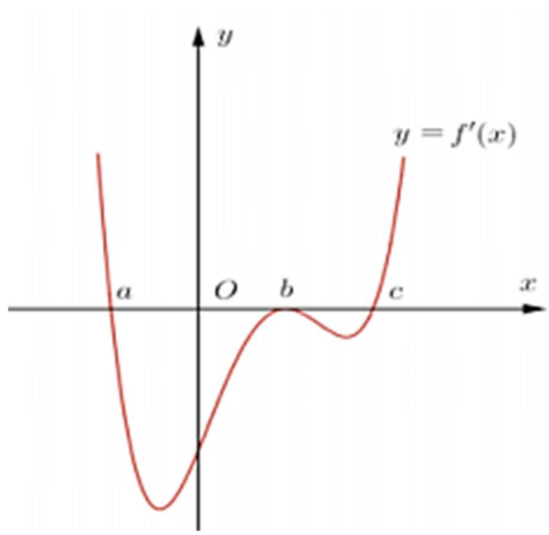
Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = \left|4f(x) - 2x^3 + 7x^2 - 8x + 1\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

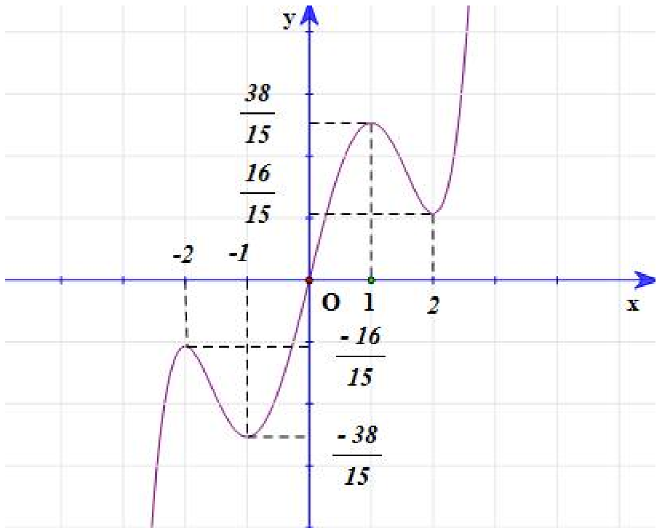
A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f\left(\left|x^3\right|\right)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$ là



A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Đồ thị hàm $g(x)=|15f(x)+1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

DẠNG 4: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA HÀM ĐA THỨC CHỨA THAM SỐ

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|x^3|-3mx^2+3(m^2-4)|x|+1$ có 3 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=|3x^5-15x^3-60x+m|$ có 5 điểm cực trị.

A. 289. **B.** 288. **C.** 287. **D.** 286.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=|x|^3-(2m+1)x^2+3m|x|-5$ có 5 điểm cực trị.

A. $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$.

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=|x^2-2x+m|+2x+1$ có ba điểm cực trị.

A. 17. **B.** 18. **C.** 19. **D.** 20.

Câu 44. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có ba điểm cực trị $x=1; x=2; x=3$. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=f(|x+m|)$ có 7 điểm cực trị.

A. 17. **B.** 18. **C.** 19. **D.** 20.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=3^x+4^x-5^x$. Hàm số $y=f(|x|)$ có số điểm cực đại là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2-x-2$. Hàm số $y=|f(x)|$ có số điểm cực trị ít nhất là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^3+\frac{11}{2}x^2-6x+2019$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2019;2020]$ để hàm số $y=f(|x+m-1|)+2020$ có 7 điểm cực trị.

A. 4039. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 4040.

Câu 48. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y=\left|-x^3+3mx^2+3(1-m^2)x+m^3-m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

A. -2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 7

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^3-5x^2+(m+3)x+3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 50. Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2-9x-5+\frac{m}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị là

A. 2016. **B.** 1952. **C.** -2016. **D.** -496.

HẾT

LỚP TOÁN THẦY HUY THANH TRÌ – HN	CHUYÊN ĐỀ CỰC TRỊ HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.B	5.D	6.D	7.B	8.D	9.A	10.C
11.B	12.B	13.D	14.D	15.D	16.B	17.B	18.D	19.A	20.D
21.B	22.B	23.C	24.C	25.B	26.B	27.D	28.C	29.D	30.A
31.C	32.C	33.A	34.B	35.C	36.A	37.C	38.A	39.B	40.B
41.C	42.D	43.C	44.C	45.C	46.C	47.D	48.B	49.D	50.A

DẠNG 1: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO HÀM SỐ $y = f'(x)$

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^4(x^2+8)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2)^4(x^2+8) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Do $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x = 0$ nên hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị $x = 0$.

Mà $f(|x|) = f(x)$ nếu $x \ge 0$ và $f(|x|)$ là hàm số chẵn nên hàm số $f(|x|)$ có 1 điểm cực trị $x = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$. Hàm số $y = |f(x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

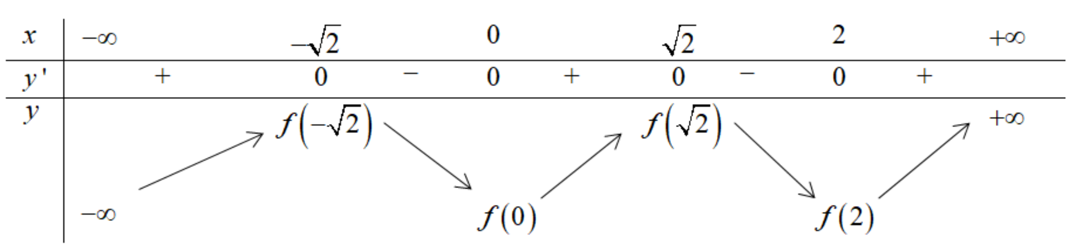
A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = x^3(x-2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$

Ta lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị, suy ra $f(x) = 0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt.

Do đó hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có tối đa $4+5=9$ điểm cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có $f'\left(x\right)=x^2-1$. Hàm số $f\left(\left|x^2-2\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

A. 2. **B.** 5. **C.** 7. **B.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2\right)$.

Ta có $g'\left(x\right)=\left(x^2-2\right)'.f'\left(x^2-2\right)=2x.f'\left(x^2-2\right)$.

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 2x.f'\left(x^2-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(x^2-2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2=-1\\x^2-2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Nhìn vào bảng biến thiên thì $g(x)$ có hai điểm cực tiểu $x\geq 0$. Do đó hàm $f\left(\left|x^2-2\right|\right)$ sẽ có 4 cực tiểu.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+1\right)\left(x-1\right)^2\left(x-2\right)+1$ Hàm số $\left|f\left(x\right)-x\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x$

Ta có $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-1=\left(x+1\right)\left(x-1\right)^2\left(x-2\right)$.

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=2\end{array}\right..$$

Ta thấy $x=-1$ và $x=2$ là các nghiệm đơn còn $x=1$ là nghiệm kép $\Rightarrow$ hàm số $g\left(x\right)$ có 2 điểm cực trị $\Rightarrow$ phương trình $g\left(x\right)=0$ có tối đa 3 nghiệm. Nên hàm số $\left|f\left(x\right)-x\right|$ có tối đa 5 điểm cực trị.

Câu 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^3-x^2-6x$ thoả mãn $f\left(0\right)=m$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 7 điểm cực trị . Tính tổng các phần tử của S .

A. 10. **B.** 28. **C.** 21. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=x^3-x^2-6x$

$\Rightarrow f(x)=\int (x^3-x^2-6x)dx=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{x^3}{3}-3x^2+C$.

Do $f(0)=m \Rightarrow C=m \Rightarrow f(x)=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{x^3}{3}-3x^2+m$.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-\dfrac{16}{3}$	$\nearrow$	m	$\searrow$	$m-\dfrac{64}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow \begin{cases} f(0).f(-2)<0 \\ f(0).f(3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<\dfrac{16}{3}$.

Vì m nguyên và $m\in\{1;2;3;4;5\}$. Vậy tổng các phần tử của tập S bằng 15.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=12x(x^2-x-2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=f(|x|+m)$ có 7 điểm cực tị .

A. 11. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x(x^2-x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Do đó hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị là $x=0;x=-1;x=2$.

Hàm số $f(|x|+m)$ luôn có một điểm cực trị $x=0$.

$y=f(|x|+m)=\begin{cases} f(x+m);(x\ge 0) \\ f(-x+m);(x<0) \end{cases}$.

Hàm số $f(x+m)$ có ba điểm cực trị là $x=-1-m;x=-m;x=2-m$.

Hàm số $f(-x+m)$ có ba điểm cực trị là $x=m+1;x=m;x=m-2$.

Do đó hàm số $f(|x|+m)$ có tối đa 7 điểm cực trị là

$x=0; x=m+1; x=m; x=m-2; x=-m-1; x=-m; x=2-m$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} -m-1>0 \\ -m>0 \\ -m+2>0 \\ m+1<0 \\ m<0 \\ m-2<0 \end{cases} \Leftrightarrow m<-1$.

Vì m nguyên và $m\in(-10;10) \Rightarrow m\in\{-9;-8;...;-2\}$. Vậy có 8 giá trị của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3\left[x^2+(4m-5)x+m^2-7m+6\right], \forall x\in\mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực tri ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

+) $x=1$ là nghiệm bội ba của phương trinh $(x-1)^3=0$.

+) Hàm $g(x)=f(|x|)$ là hàm chẵn nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Do đó hàm $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2+(4m-5)x+m^2-7m+6=0$ có nghiệm kép dương khác 1 (*)

hoặc phương trình $x^2+(4m-5)x+m^2-7m+6=0$ có hai nghiệm trái dấu khác 1 (**).

Giải (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(4m-5)^2-4(m^2-7m+6)=0 \\ 0<\dfrac{-(4m-5)}{2}\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{6}\notin\mathbb{Z}$. (Loại).

Giải (**) $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-7m+6<0 \\ 1+(4m-5)+m^2-7m+6\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in(1;6) \\ m\neq 1 \\ m\neq 2 \end{cases}$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{3;4;5\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1}{2}x^2-2x+\dfrac{3}{2}$ và $f(0)=0$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m\in(-5;5)$ để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+2f(x)+m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\left(\dfrac{1}{2}x^2-2x+\dfrac{3}{2}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{6}x^3-x^2+\dfrac{3}{2}x+C.$

Do $f(0)=0 \Rightarrow C=0 \Rightarrow f(x)=\frac{1}{6}x^3-x^2+\frac{3}{2}x$.

Ta có bảng biến thiên của hàm $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{2}{3}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Với $g(x)=\left|f^2(x)+2f(x)+m\right|$. Đặt $h(x)=f^2(x)+2f(x)+m=\left(f(x)+1\right)^2+m-1$.

$$h'(x)=2f'(x)f(x)+2f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \\ x=a<0,\left(f(a)=-1\right) \end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên của hàm $y=h(x)$:

x	$-\infty$		a		1		3		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\searrow$	$m-1$	$\nearrow$	$h(1)$	$\searrow$	m	$\nearrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=h(x)$ luôn có 3 điểm cực trị .

$\Rightarrow$ Hàm số $g(x)=\left|h(x)\right|$ có đúng 3 cực trị $\Leftrightarrow m-1\geq 0 \Leftrightarrow m\geq 1$.

Mà $m\in(-5;5) \Rightarrow m\in\{1;2;3;4\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^3-2x^2\right)\left(x^3-2x\right)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=\left|f(1-2018x)\right|$ có nhiều nhất bao nhiêu cực trị.

A. 9. **B.** 2022 . **C.** 11. **D.** 2018 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x^3(x-2)\left(x^2-2\right)$. Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$-\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Suy ra hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Và phương trình $f(x)=0$ có tối đa 5 nghiệm.

Do đó hàm số $y=|f(x)|$ có tối đa 9 điểm cực trị.

Mà hàm số $y=|f(x)|$ và hàm số $y=|f(1-2018x)|$ có cùng số điểm cực trị.

Suy ra hàm số $y=|f(1-2018x)|$ có tối đa 9 điểm cực trị.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 3 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+1=0\\x-m=0\\x+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=m\\x=-3\end{array}\right.$$

($x=-1$ là nghiệm bội 4, $x=m$ là nghiệm bội 5, $x=-3$ là nghiệm bội 3)

+ Nếu $m=-1$ thì phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm bội lẻ là $x=-3; x=-1\Rightarrow$ hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị âm. Khi đó hàm số $g(x)=f(|x|)$ có một điểm cực trị là $x=0$ nên $m=-1$ không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+ Nếu $m=-3$ thì phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm bội chẵn $x=-1; x=-3\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ không có cực trị $\Rightarrow$ hàm số $g(x)=f(|x|)$ có một điểm cực trị là $x=0$ nên $m=-3$ không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+ Nếu $m\neq-3; m\neq-1$ thì $f'(x)=0$ có hai nghiệm bội lẻ $x=m; x=-3\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=m; x=-3$.

Để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 3 điểm cực trị thì hàm số $f(x)$ phải có hai điểm cực trị trái dấu $\Leftrightarrow m>0$ mà $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-5;5]$ nên $m\in\{1;2;3;4;5\}$. Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$ với mọi $x\in R$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m>-10$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Do tính chất đối xứng qua trục Oy của đồ thị hàm số $g(x)=f(|x|)$ nên hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị khi hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị dương.

Ta có:

$f^{'}(x)=x^2(x+1)(x^2+2mx+5)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0\\x+1=0\\x^2+2mx+5=0\end{array}\right.$$

Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị dương khi phương trình $x^2+2mx+5=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta^{'}=m^2-5>0\\S=-2m>0\\P=5>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in\left(-\infty;-\sqrt{5}\right)\cup\left(\sqrt{5};+\infty\right)\\m<0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-\sqrt{5}\right).$$

Giá trị nguyên của tham số $m>-10$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là:

$m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$.

Số giá trị nguyên của tham số $m>-10$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là 7.

Câu 12. Xét hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f^{'}(x)=(x^2-x)(x^3-3x)$ với mọi $x\in R$. Hàm số $y=\left|f(1-2020x)\right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Số điểm cực trị tối đa của hàm số $y=\left|f(1-2020x)\right|$ bằng tổng số nghiệm của phương trình $f(1-2020x)=0$ và số điểm cực trị của hàm số $y=f(1-2020x)$.

Ta có: $f^{'}(x)=x^2(x-1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$.

$\left[f(1-2020)\right]^{'}=-2020f^{'}(1-2020x)$.

Do đó: $\left[f(1-2020x)\right]^{'}=0\Leftrightarrow(1-2020x)^2(1-2020x-1)(1-2020x+\sqrt{3})=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2020}\\x=0\\x=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2020}\\x=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2020}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của $y=f(1-2020x)$

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{3}}{2020}$		0		$\frac{1}{2020}$		$\frac{1+\sqrt{3}}{2020}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	-	0	+	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Do đó phương trình $f(1-2020x)=0$ có tối đa 4 nghiệm và hàm số $y=f(1-2020x)$ có 3 điểm cực trị.

Vậy hàm số $y=\left|f(1-2020x)\right|$ có tối đa 7 điểm cực trị.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x)=6x^3-11x^2+6x-1$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f^{2021}(|x|)-f^{2020}(|x|)+f^{2019}(|x|)$ là:

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x)=f^{2021}(x)-f^{2020}(x)+f^{2019}(x)$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Có $g'(x)=2021f^{2020}(x).f'(x)-2020f^{2019}(x).f'(x)+2019f^{2018}(x).f'(x)$

$$=f^{2018}(x).\left[2021.f^2(x)-2020f(x)+2019\right].f'(x)$$

Nhận xét $f^{2018}(x).\left[2021.f^2(x)-2020f(x)+2019\right]\geq 0,\forall x$

Nên $g'(x)$ cùng dấu với $f'(x)=6x^3-11x^2+6x-1$

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1;x=1/2;x=1/3$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=g(|x|)$

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		0		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(\lvert x\rvert)$		-	0	+	0	-	0	+	||	-	0	+	0	-	0	+	
$g(\lvert x\rvert)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

DẠNG 2: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO BBT, BXD

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$

x	$-\infty$			0			2		$+\infty$
$f'(\|x\|)$	-		+	0	-	+	0	-	+
$f(\|x\|)$	↘	0	↗		↘ 0 ↗		↘	0	↗

Suy ra hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu hàm số $y=f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	

Hỏi hàm số $y=f\left(\left|x-2\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

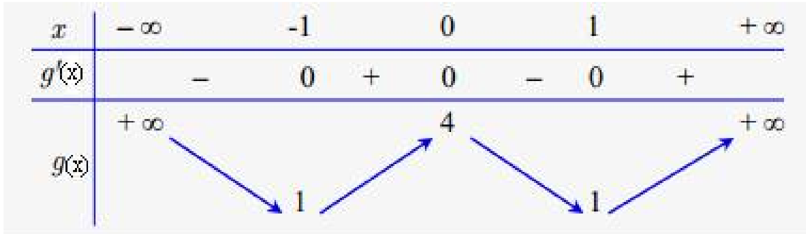
x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘	$f(-1)$	↗		↗	$f(3)$	↘	

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ như sau:

x	$-\infty$	-3		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$					$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(\|x\|)$	↗		↘		↗		↗	$f(3)$	↘	

Ta thấy số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x-2\right|\right)$ và hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ là giống nhau nên hàm số $y=f\left(\left|x-2\right|\right)$ có một điểm cực tiểu.

Câu 16. Cho hàm số $y=g(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



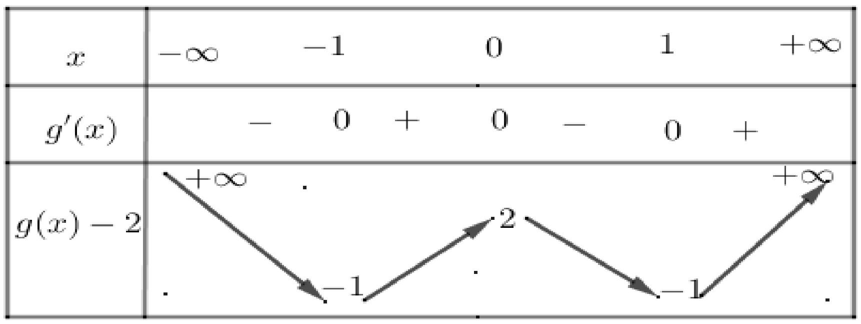
Hỏi đồ thị hàm số $y=|g(x)-2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

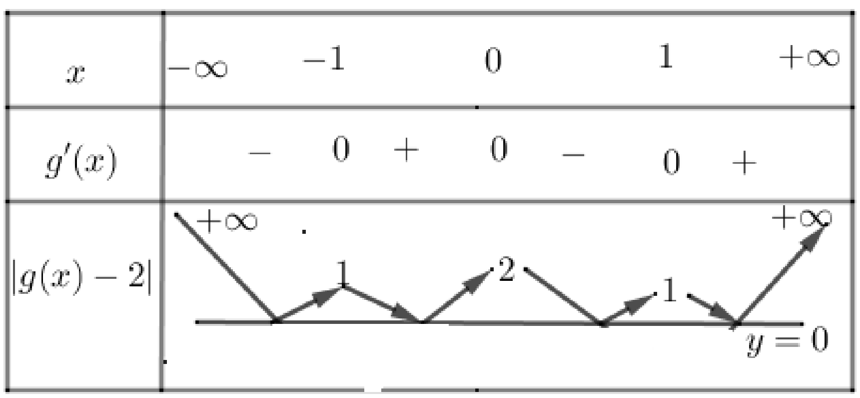
Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)-2$ như sau:

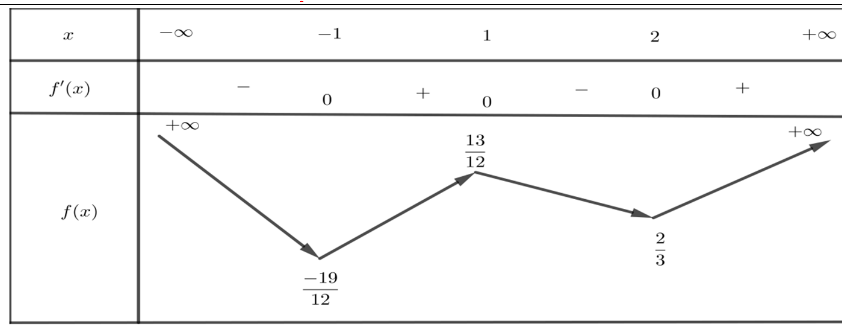


Từ đó suy diễn bảng biến thiên hàm số $y=|g(x)-2|$ như sau:



Vậy số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=|g(x)-2|$ là 7 điểm.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



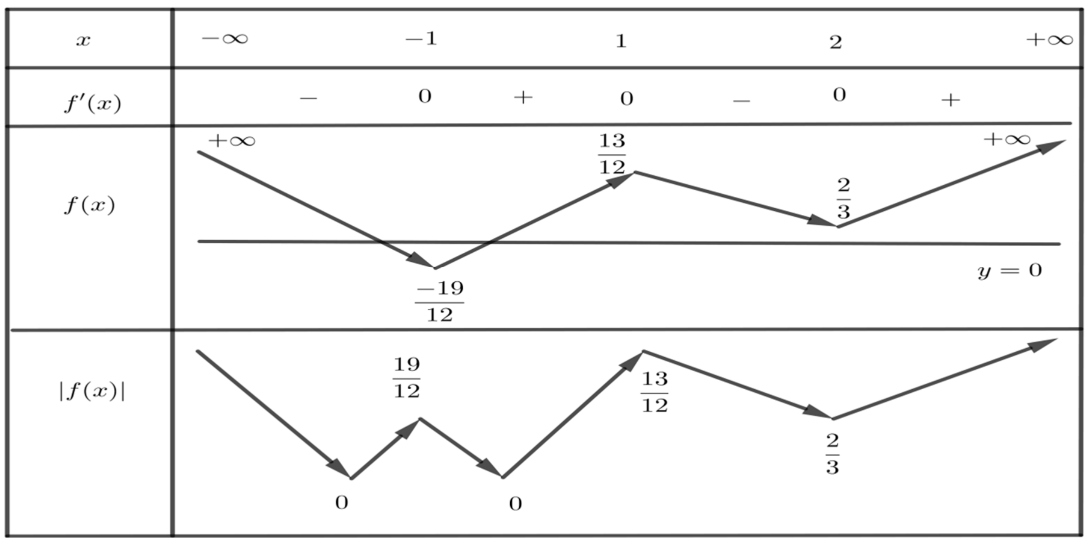
Số điểm cực đại của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng biến thiên



Từ bảng bến thiên ta thấy hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 2 điểm cực đại.

Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Xét hàm số $g\left(x\right)=e^{3f\left(2-x\right)+1}+3^{f\left(2-x\right)}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=g\left(\left|x\right|\right)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

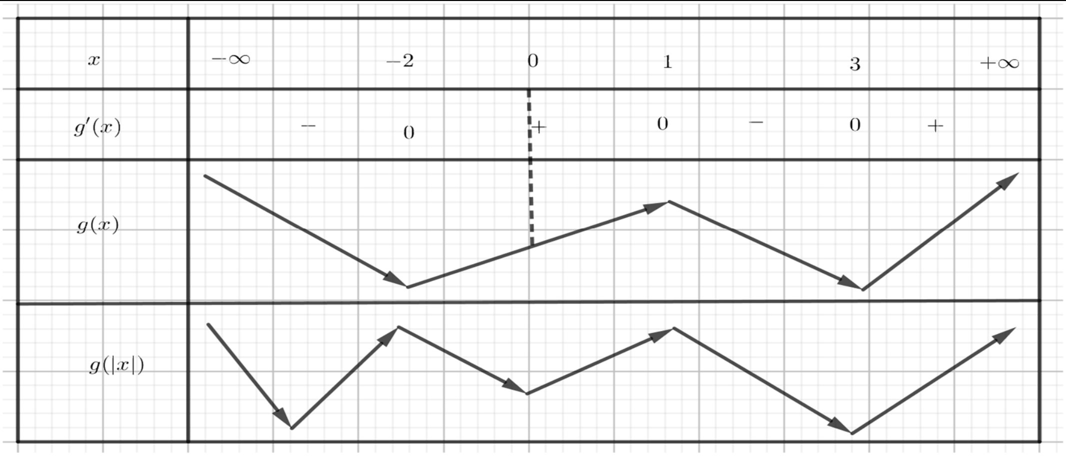
Chọn D

Ta có $g'\left(x\right)=-3f'\left(2-x\right).e^{3f\left(2-x\right)+1}-f'\left(2-x\right)3^{f\left(2-x\right)}\ln 3$

$=-f'\left(2-x\right).\left(3e^{3f\left(2-x\right)+1}+3^{f\left(2-x\right)}\ln 3\right)$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(2-x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x=-1\\2-x=1\\2-x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=1\\x=-2\end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = g(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
y'		+	||	-	0	+	0	-	||	+	

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(|x-2|) + 2020$ là:

A. 5. B. 4. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) \ khi \ x \geq 0 \\ f(-x) \ khi \ x < 0 \end{cases}$.

Khi đó ta có bảng xét dấu của hàm số $y = f(|x|)$ như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	+	0	$-$	||	+	0	$-$	||	+	

Suy ra đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

Suy ra đồ thị hàm số $y = f(|x-2|)$ có 5 cực trị (Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ sang phải 2 đơn vị thì số điểm cực trị không thay đổi).

Suy ra đồ thị hàm số $y = f(|x-2|) + 2020$ có 5 cực trị (Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(|x-2|)$ lên trên 2020 đơn vị thì số điểm cực trị không thay đổi).

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		+	0	$-$	0	+	
$f'(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y = |f(1-3x)+1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x)=f(1-3x)+1 \Rightarrow g'(x)=-3f'(1-3x)$.

Ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(1-3x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-3x=-1\\1-3x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2}{3}\\x=-\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$				$-\frac{2}{3}$				$\frac{2}{3}$				$+\infty$
$g'(x)$			$-$		0		$+$		0		$-$		
$g(x)$	$+\infty$		↘		-3		↗		5		↘		$-\infty$
$\lvert g(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2018	↘	-2018	↗	$+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f(x-2017)+2018\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $u(x)=f(x-2017)+2018$ có được từ đồ thị $f(x)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 2017 đơn vị và lên trên 2018 đơn vị. Suy ra bảng biến thiên của $u(x)$.

x	$-\infty$		2016		2020		$+\infty$
$u'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$u(x)$	$-\infty$	↗	4036	↘	0	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra bảng biến thiên hàm số $u(x)=f(x-2017)+2018$ ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=\left|u(x)\right|$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		x_1		2016		2020		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$\lvert u(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗	4036	↘	0	↗	$+\infty$

Từ BBT của hàm số $g(x)=|u(x)|$ ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	6	↘	2	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$\forall x\in\mathbb{R}$, ta có $f(|-x|)=f(|x|)$ nên hàm số $y=f(|x|)$ là hàm số chẵn. Do đó đồ thị của hàm số $y=f(|x|)$ đối xứng qua trục tung.

Lại có $y=f(|x|)=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x\ge 0 \\ f(-x) & \text{khi } x<0 \end{cases}$ nên bảng biến thiên của hàm số $y=f(|x|)$ là

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	$f(0)$	↘	2	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị của hàm số $y=f(|x|)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và BBT bên dưới là BBT của đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $g(x)=f(|x|)+2020$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f''		$+$	0	$-$	0	$+$	
f'	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT ta thấy $f'(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ dương và 1 điểm có hoành độ âm.

$\Rightarrow f(x)$ có 2 điểm cực trị dương

$\Rightarrow f(|x|)$ có 5 điểm cực trị

$\Rightarrow f(|x|)+2020$ có 5 điểm cực trị (vì tịnh tiến lên trên hay xuống dưới không ảnh hưởng đến số điểm cực trị của hàm số).

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f(-2)=0$ và đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như hình sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x)=\left|15f\left(-x^4+2x^2-2\right)-10x^6+30x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $h(x)=15f\left(-x^4+2x^2-2\right)-10x^6+30x^2$

Ta có $h'(x)=15\left(-4x^3+4x\right).f'\left(-x^4+2x^2-2\right)-60x^5+60x$

$\Rightarrow h'(x)=-60x\left(x^2-1\right)\left[f'\left(-x^4+2x^2-2\right)+x^2+1\right]$.

Mà $-x^4+2x^2-2=-\left(x^2-1\right)^2-1\le -1, \forall x\in\mathbb{R}$ nên dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta suy ra $f'\left(-x^4+2x^2-2\right)\ge 0$.

Suy ra $f'\left(-x^4+2x^2-2\right)+x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó dấu của $h'(x)$ cùng dấu với $u(x)=-60x\left(x^2-1\right)$, tức là đổi dấu khi đi qua các điểm $x=-1; x=0; x=1$.

Vậy hàm số $h(x)$ có 3 điểm cực trị.

Ta có $h(0)=15f(-2)=0$ nên đồ thị hàm số $y=h(x)$ tiếp xúc Ox tại O và cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

Vậy $y=g(x)$ có 5 cực trị.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(4)$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|\left(C\right)$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)\left(C'\right)$ có điểm cực tiểu nằm bên phải trục tung nên đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)\left(C'\right)$ sẽ cắt trục hoành tại tối đa hai điểm có hoành độ dương.

Khi đó đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)\left(C''\right)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)\left(C'\right)$ nên đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)\left(C''\right)$ sẽ cắt trục hoành tối đa 4 điểm phân biệt $\Rightarrow$ hàm số $y=f\left(|x|\right)$ sẽ có 3 điểm cực trị.

Vì đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|\left(C\right)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)\left(C''\right)$ nên đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|\left(C\right)$ sẽ có tối đa 7 điểm cực trị.

Câu 26. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-6	↗	$+\infty$

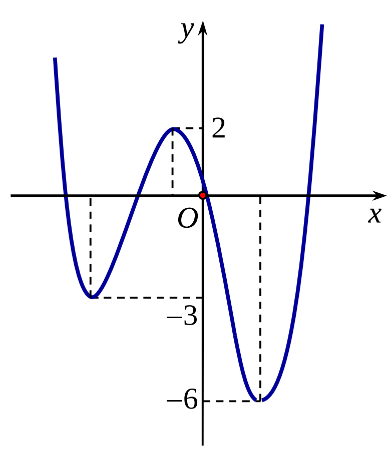
Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 15. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

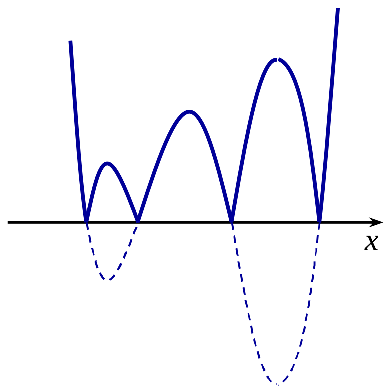
Từ bảng biến thiên ta có đồ thị của $\left(C\right): y=f\left(x\right)$



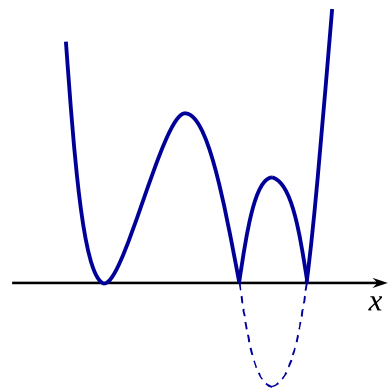
Nhận xét: Số giao điểm của đồ thị $(C): y = f(x)$ với Ox bằng số giao điểm của đồ thị $(C'): y = f(x-1)$ với Ox .

Vì $m > 0$ nên đồ thị hàm số $(C''): y = f(x-1) + m$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $(C'): y = f(x-1)$ lên trên m đơn vị.

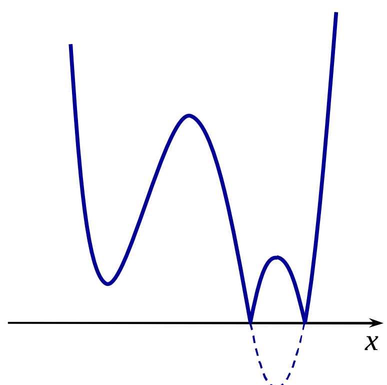
Đồ thị hàm số $y = \left| f(x-1) + m \right|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $(C''): y = f(x-1) + m$ bằng cách giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox , lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới Ox qua Ox .



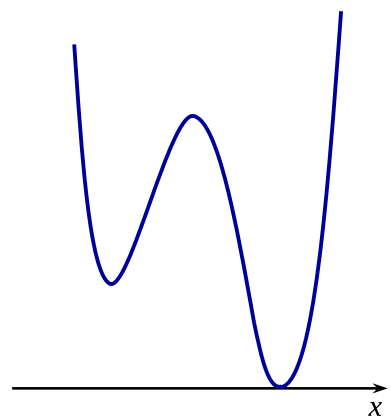
$\text{TH1}: 0 < m < 3$



$\text{TH2}: m = 3$



$\text{TH3}: 3 < m < 6$



$\text{TH4}: m \geq 6$

TH1: $0 < m < 3$. Đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị. Loại.

TH2: $m = 3$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

TH3: $3 < m < 6$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

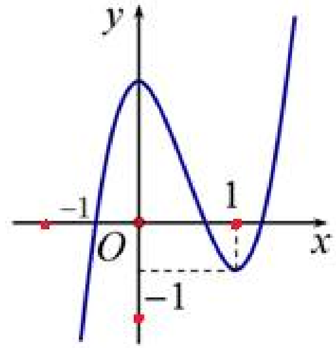
TH4: $m \geq 6$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Loại.

Vậy $3 \leq m < 6$. Do $m \in \mathbb{Z}^*$ nên $m \in \{3; 4; 5\}$.

Vậy tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng 12 .

DẠNG 3: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO ĐỒ THỊ

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f\left(|x+1|-1\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f\left(|x+1|-1\right)$

Ta có $y' = \dfrac{x+1}{|x+1|} f'\left(|x+1|-1\right)$ (Điều kiện $x \neq -1$)

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x+1|-1=0 \\ |x+1|-1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=-2 \\ x=-3 \end{array}\right.$$

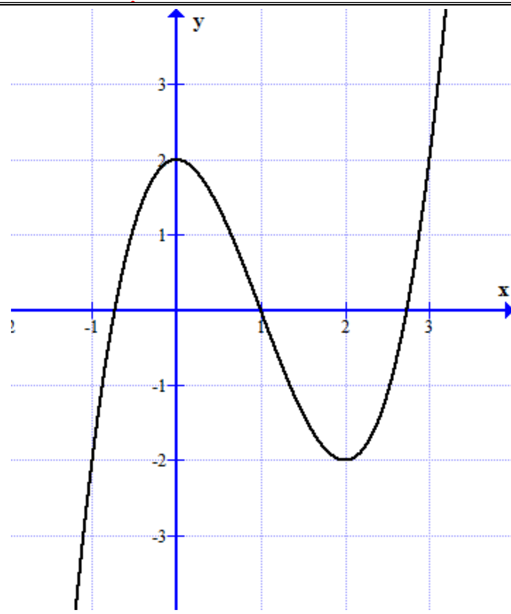
y' không xác định tại $x=-1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	||	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	$f(0)$	↘	$f(-1)<0$	↗	$f(0)>0$	↘	-1	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT của hàm số $y = f\left(|x+1|-1\right)$ suy ra hàm số có 5 điểm cực trị.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau. Hỏi hàm số $y = \left|f\left(|x|\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

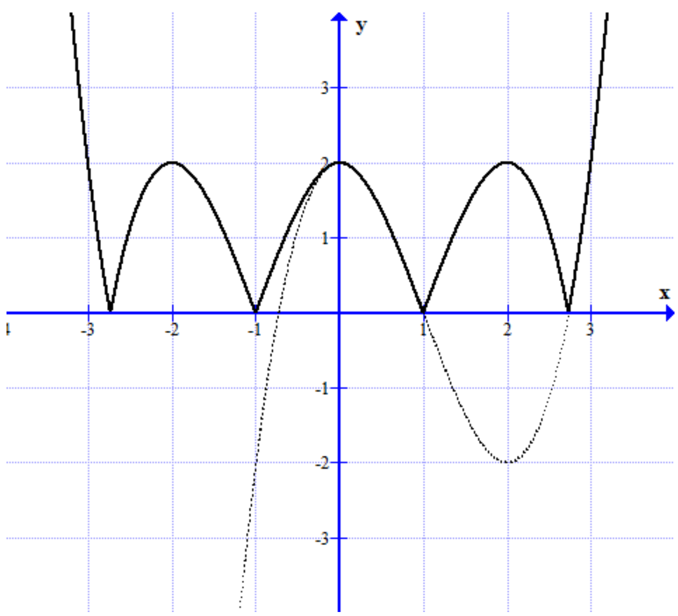
Lời giải

Chọn C

Do hàm số $y=f\left(|x|\right)$ là hàm số chẵn nên từ đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta suy ra đồ thị $\left(C_1\right)$ của hàm số $y=f\left(|x|\right)$ bằng cách xóa bỏ phần đồ thị phía bên trái trục tung của đồ thị $\left(C\right)$, phần đồ thị còn lại thì lấy đối xứng qua trục tung.

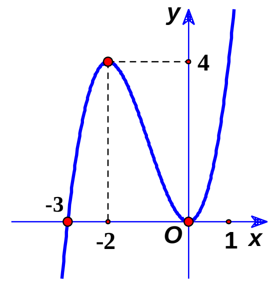
Từ đồ thị $\left(C_1\right)$ của hàm số $y=f\left(|x|\right)$ ta suy ra đồ thị $\left(C_2\right)$ của hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ bằng cách giữ nguyên phần đồ thị phía bên trên trục hoành của đồ thị $\left(C_1\right)$, phần đồ thị còn lại thì lấy đối xứng qua trục hoành và xóa phần đồ thị phía dưới trục hoành.

Ta có đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$



Dựa vào đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ ta thấy hàm số có 7 điểm cực trị.

Câu 29. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ có dạng như hình vẽ sau



Hỏi đồ thị hàm số $y = \left|x^3 + 3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3.

Lời giải

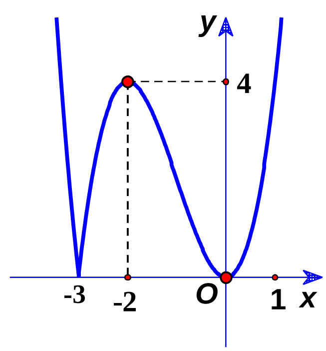
Chọn D

Ta có:

$$y = \left|x^3 + 3x^2\right| = \begin{cases} x^3 + 3x^2 \quad khi\, x^3 + 3x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3 \\ -x^3 - 3x^2 \quad khi\, x^3 + 3x^2 < 0 \Leftrightarrow x < -3 \end{cases}$$

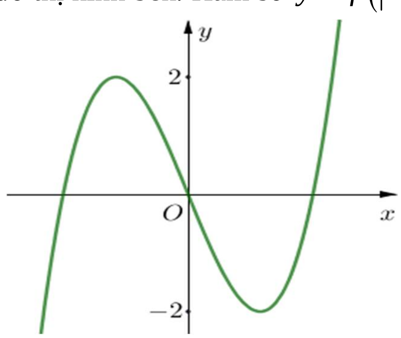
$$= \begin{cases} x^3 + 3x^2 \quad khi\ x \geq -3 \\ -x^3 - 3x^2 \quad khi\ x < -3 \end{cases}$$

Nên ta giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ khi $x \geq -3$ (tức là phần đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ phía trên trục hoành), lấy phần đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ khi $x < -3$ (là phần đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ phía dưới trục hoành) qua trục hoành, rồi xóa bỏ phần đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ khi $x < -3$. Hình còn lại chính là đồ thị hàm số $y = \left|x^3 + 3x^2\right|$ như hình vẽ dưới đây:



Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

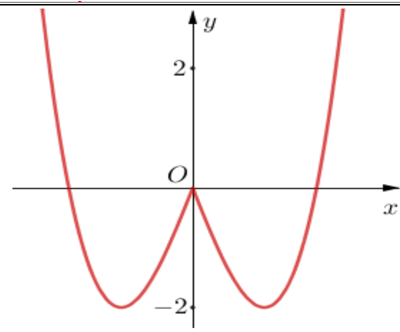
Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y = f\left(|x|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 3. **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

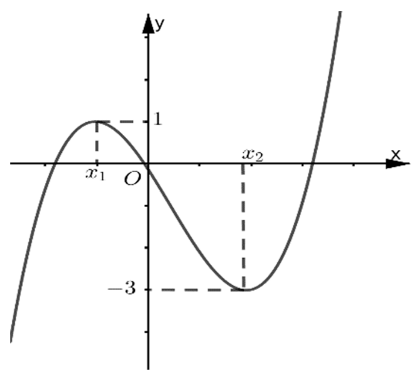


Do hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục tung là trục đối xứng do đó ta có cách vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như sau:

Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ bên phải trục Oy, xóa bỏ phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ bên trái trục Oy.

Lấy đối xứng phần đồ thị nằm bên phải trục Oy qua Oy ta được đồ thị hàm $y = f(|x|)$ như hình vẽ trên. Vậy hàm số $y = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 31. Cho hàm số bậc ba: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0, a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình dưới đây.



Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có đúng ba điểm cực trị là

A. $S = \{-1; 3\}$.

B. $S = [1; 3]$.

C. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

+) Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ bằng $A + B$ với A là số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ và B là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành (không tính các điểm trùng với các điểm đã tính ở A).

+) Vì hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nên hàm số $y = f(x) + m$ cũng luôn có hai điểm cực trị.

Do đó yêu cầu bài toán xảy ra $\Leftrightarrow$ Phương trình $f(x) + m = 0$ có đúng một nghiệm đơn .

Để phương trình $f(x) + m = 0$ có đúng một nghiệm đơn, ta cần:

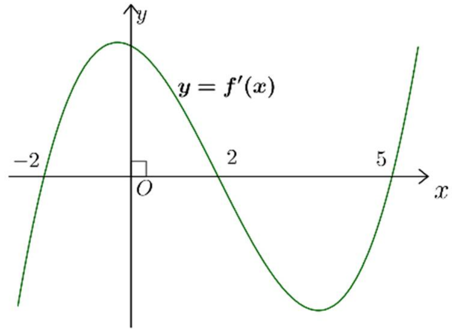
+) Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ dọc theo Oy xuống dưới tối thiểu 1 đơn vị (1)

+) Hoặc tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ dọc theo Oy lên trên tối thiểu 3 đơn vị (2)

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta được: $\left[\begin{array}{l} m \geq 3 \\ m \leq -1 \end{array}\right.$.

Vậy: tập tất cả các giá trị m là: $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới.



Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = f\left(|x+1| - m\right)$ có nhiều điểm cực trị nhất ?

A. 2024. **B.** 2025. **C.** 2018. **D.** 2016.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{array}\right.$.

Ta có $y = f\left(|x+1| - m\right) \Rightarrow y' = \left[f\left(|x+1| - m\right)\right]' = \dfrac{x+1}{|x+1|} f'\left(|x+1| - m\right); \forall x \neq -1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} |x+1| - m = -2 & (1) \\ |x+1| - m = 2 & (2) \\ |x+1| - m = 5 & (3) \end{array}\right..$$

Chú ý rằng, hàm số đạt cực trị tại $x = -1$ vì tại đó $f'(x)$ không xác định và đổi dấu.

Hơn nữa nếu các phương trình (1); (2) ; (3) đều có 2 nghiệm phân biệt thì các nghiệm đó luôn đôi một khác nhau và khác -1.

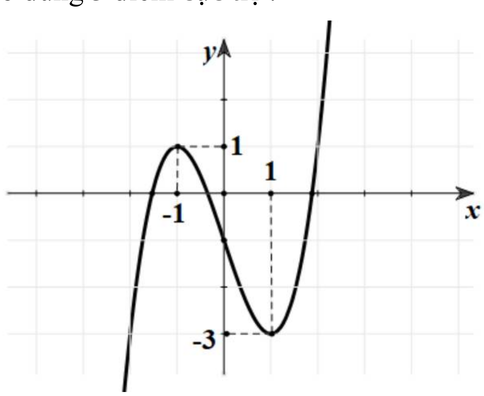
Hàm số có nhiều điểm cực trị nhất khi và chỉ khi $y' = 0$ có nhiều nghiệm nhất

$\Leftrightarrow (1)$; (2) ; (3) đều có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ m + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$.

Kết hợp điều kiện $m \in [-2020; 2020]$, $m \in \mathbb{Z}$. Suy ra $m \in \{3;\ 4;\ ....;\ 2018;\ 2019; 2020\}$.

Có 2018 số nguyên $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = f\left(|x+1| - m\right)$ có đúng 7 điểm cực trị.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f\left(|12x+1| + m\right)$ có đúng 3 điểm cực trị ?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

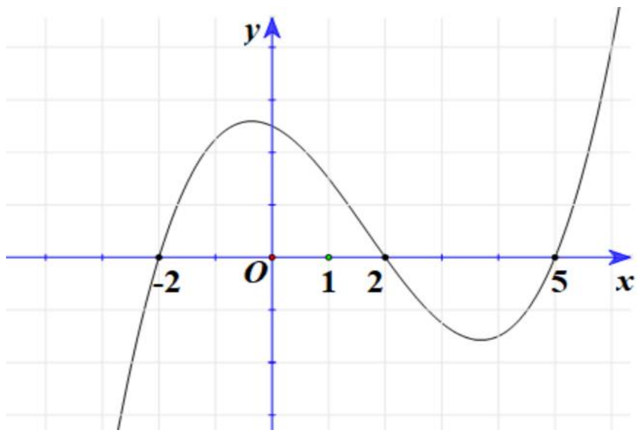
Chọn A

Nhận xét: Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(|x|\right)$ bằng $2a+1$, trong đó a là số điểm cực trị dương của hàm số $f(x)$. Do đó hàm số $y = f\left(|12x+1|+m\right)$ có tất cả $2a+1$ điểm cực trị, trong đó a là số điểm cực trị lớn hơn $-\dfrac{1}{12}$ của hàm số $y = f\left((12x+1)+m\right)$.

Từ đồ thị đã cho ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị là $x=-1;\, x=1$. Do đó hàm số $y = f\left((12x+1)+m\right)$ có 2 điểm cực trị là $12x+1+m=-1; 12x+1+m=1$ hay $x = -\dfrac{m+2}{12};\, x=-\dfrac{m}{12}$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow$ hàm số $y = f\left(12x+1+m\right)$ có đúng 1 điểm cực trị lớn hơn $-\dfrac{1}{12} \Leftrightarrow -\dfrac{m+2}{12} \le -\dfrac{1}{12} < -\dfrac{m}{12} \Leftrightarrow -1 \le m < 1$. Vậy các giá trị nguyên cần tìm là $m \in \{-1,0\}$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số $y = f\left(|x+1|-m\right)$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp S bằng

A. -12 . **B.** 9. **C.** -7. **D.** -14.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(|x|\right)$ bằng $2a+1$, trong đó a là số điểm cực trị dương của hàm số $f(x)$. Do đó hàm số $y = f\left(|x+1|-m\right)$ có tất cả $2a+1$ điểm cực trị, trong đó a là số điểm cực trị lớn hơn -1 của hàm số $y = f\left((x+1)-m\right)$.

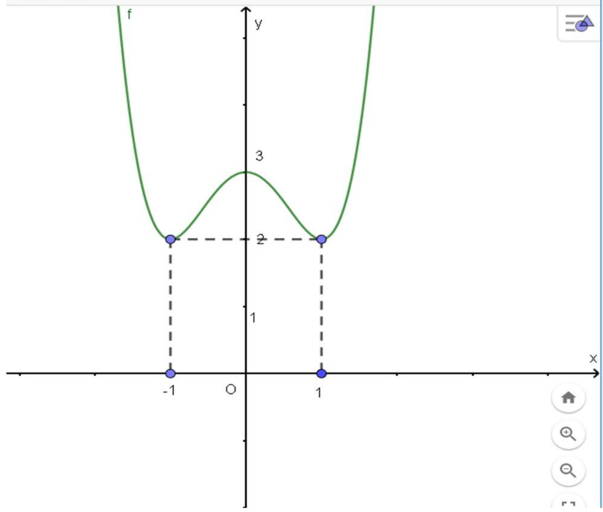
Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị là $x=-2;\, x=2;\, x=5$. Do đó hàm số $y = f\left((x+1)-m\right)$ có 3 điểm cực trị là $(x+1)-m=-2;\,(x+1)-m=2;\,(x+1)-m=5$ hay $x=m-3;\, x=m+1;\, x=m+4$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow$ hàm số $y = f\left((x+1)-m\right)$ có đúng 1 điểm cực trị lớn hơn -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \le -1 \\ m+1 \le -1 \\ m+4 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m \le -2 \Rightarrow m \in \{-4;-3;-2\}.$$

Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán là -9 .

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ là một hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^2 - 2|x|\right)$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \left(2x - 2\dfrac{x}{|x|}\right) f'\left(x^2 - 2|x|\right)$

$$y' = \frac{2x}{|x|}\left(|x| - 1\right) f'\left(x^2 - 2|x|\right)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0; x = \pm 1 \\ f'\left(x^2 - 2|x|\right) = 0 \end{array}\right.$$

$$f'\left(x^2 - 2|x|\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 2|x| = -1 \\ x^2 - 2|x| = 1 \\ x^2 - 2|x| = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(|x| - 1\right)^2 = 0 \\ x^2 - 2|x| - 1 = 0 \\ |x|\left(|x| - 2\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x| = 1 \\ |x| = 1 + \sqrt{2} \\ |x| = 1 - \sqrt{2}\ (\mathrm{L}) \\ |x| = 2 \\ |x| = 0\ (\mathrm{L}) \end{array}\right.$$

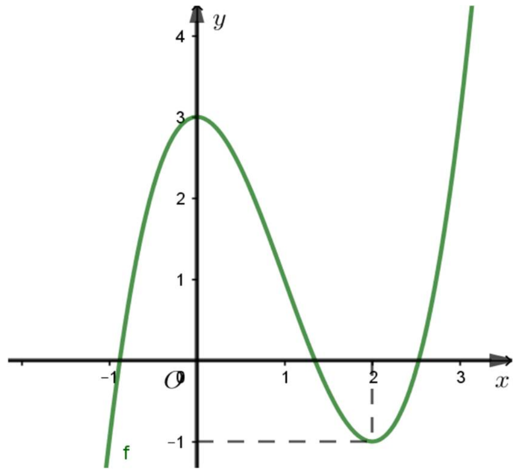
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = 1 + \sqrt{2} \\ x = -1 - \sqrt{2} \\ x = \pm 2 \end{array}\right..$$

BBT

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{2}$		-2		-1		0		1		2		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f\left(x^2-2|x|\right)$ có 7 cực trị.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong đoạn $[-20;20]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|10f(x-m)-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m\right|$ có 3 điểm cực trị ?

A. 36. **B.** 32. **C.** 40. **D.** 34.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=10f(x-m)-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m$

$g'(x)=10f'(x-m)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-m=0\\x-m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=m+2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

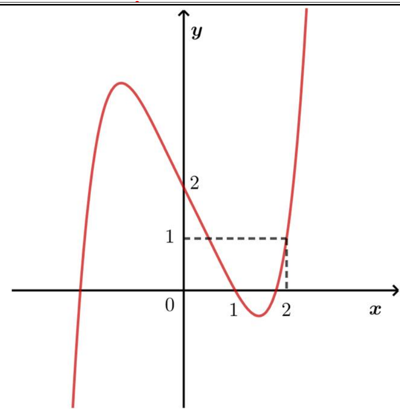
x	$-\infty$		m		$m+2$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$30-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m$	↘	$-10-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m$	↗	$+\infty$

Hàm số $y=|g(x)|$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi:

$$\left[\begin{array}{l}30-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m\le 0\\10-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le\frac{-18}{11}\\m\ge 5\\\frac{15}{11}\le m\le 2\end{array}\right.$$

Mà m là số nguyên thuộc $[-20;20]\Rightarrow m\in\{-20;-19;...;-2;2;5;6;...;20\}$ .Vậy có 36 giá trị thỏa mãn đề bài.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=\left|4f\left(x\right)-2x^3+7x^2-8x+1\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 5 . **B.** 6 . **C.** 7 . **D.** 8 .

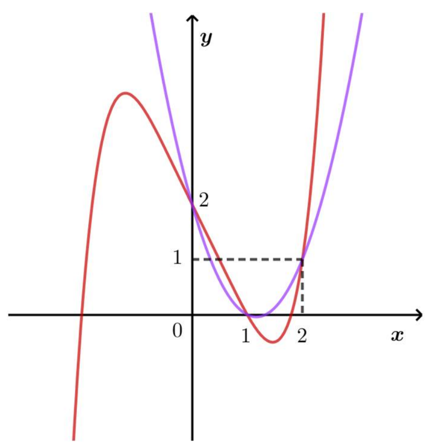
Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g\left(x\right)=4f\left(x\right)-2x^3+7x^2-8x+1$ có:

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 4f'\left(x\right)-6x^2+14x-8=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=\dfrac{3}{2}x^2-\dfrac{7}{2}x+2\ \left(*\right)$.

Đường cong $y=f'\left(x\right)$ cắt parabol $y=\dfrac{3}{2}x^2-\dfrac{7}{2}x+2$ tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $x=0;x=1;x=2$. Do đó $\left(*\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.



Và $g'\left(x\right)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=0;x=1;x=2$ nên $g\left(x\right)$ có ba điểm cực trị.

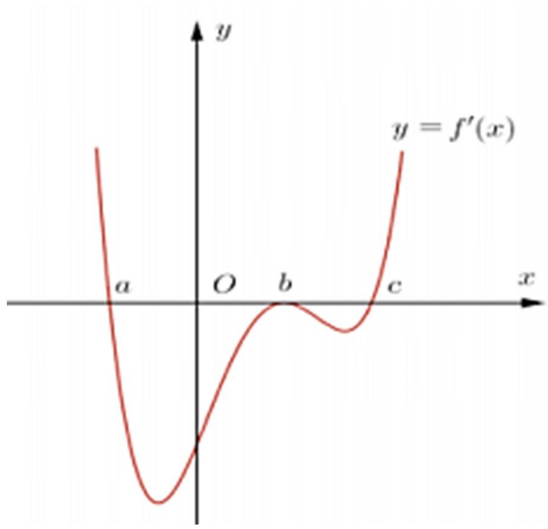
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(0)$	$\nearrow$	$g(1)$	$\searrow$	$g(2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra phương trình $g(x)=0$ có tối đa bốn nghiệm .

Vậy hàm số $y=|g(x)|$ có tối đa $3+4=7$ điểm cực trị.

Câu 38 . Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f(|x^3|)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$ là



A. 3. **B.** 5. **C.** 4 . **D.** 2 .

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=a; x=c$ và không đổi dấu khi đi qua điểm $x=b$ nên $f'(x)=(x-a)^{2n+1}(x-b)^{2p}(x-c)^{2q+1}.g(x)$ với $m,n,p,q\in\mathbb{Z}; g(x)>0,\ \forall x$.

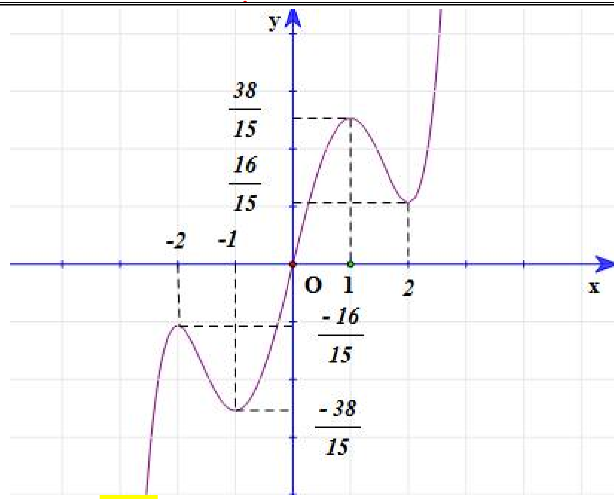
Xét hàm số $h(x)=f(x^3)$, ta có:

$$h'(x)=3x^2f'(x^3)=3x^2.(x^3-a)^{2n+1}.(x^3-b)^{2p}.(x^3-c)^{2q+1}.g(x^3)$$
$$=3x^2.(x^3-a)^{2n+1}.(x^3-b)^{2p}.(x^3-c)^{2q+1}.g(x^3)$$

Đổi dấu khi đi qua các điểm $x=\sqrt[3]{a}; x=\sqrt[3]{c}$ do đó $h(x)$ có hai điểm cực trị $x=\sqrt[3]{a}; x=\sqrt[3]{c}$.

Mặt khác: chỉ có $x=\sqrt[3]{c}$ là điểm cực trị dương nên suy ra hàm số $g(x)$ có $2.1+1=3$ điểm cực trị.

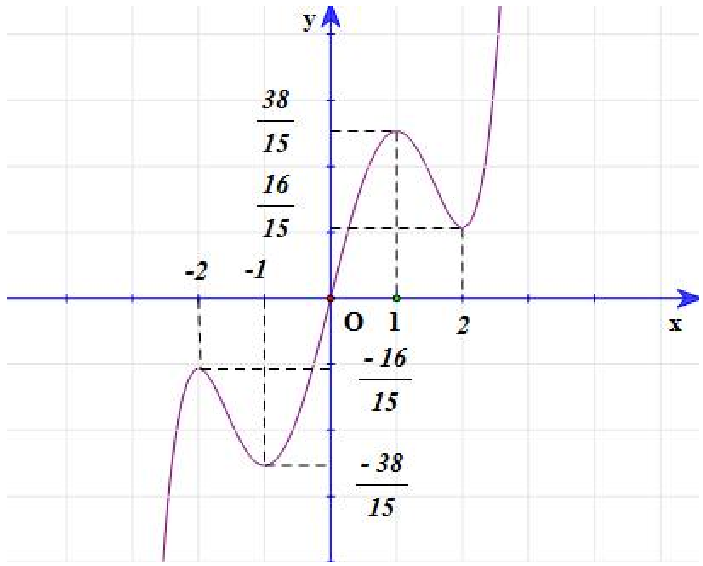
Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Đồ thị hàm $g(x)=|15f(x)+1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B



Xét $h(x)=15f(x)+1 \Rightarrow h'(x)=15f'(x)$.

$h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

$h(1)=39; h(-1)=-37; h(2)=17; h(-2)=-15$.

Ta có bảng biến thiên hàm số $h(x)$:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	
$h'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	
$h(x)$	$-\infty$	↗	-15	↘	-37	↗	39	↘	17	↗	$+\infty$

Ta có đồ thị hàm số $h(x)$ có 4 điểm cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm.

Suy ra đồ thị hàm số $g(x)=|15f(x)+1|$ có 5 điểm cực trị.

DẠNG 4: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA HÀM ĐA THỨC CHỨA THAM SỐ

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^3\right|-3mx^2+3\left(m^2-4\right)|x|+1$ có 3 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

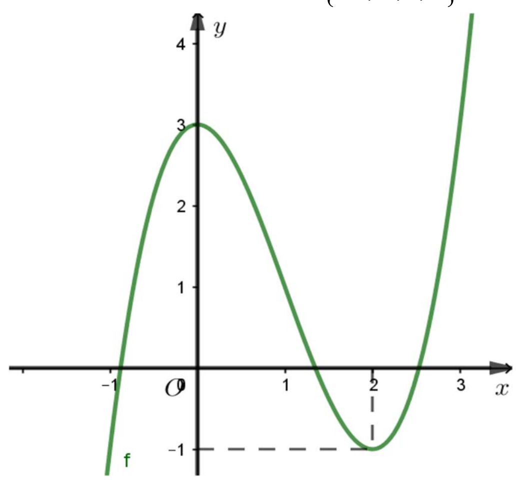
Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-4\right)x+1$ có: $y'=3x^2-6mx+3\left(m^2-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m-2 \\ x=m+2 \end{array}\right.$.

Để hàm số $y=\left|x^3\right|-3mx^2+3\left(m^2-4\right)|x|+1$ có 3 điểm cực trị thì hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-4\right)x+1$ có đúng một cực trị dương.

Khi đó $m-2\le 0<m+2 \Leftrightarrow -2<m\le 2 \Rightarrow m\in\{-1;0;1;2\}$.



Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|3x^5-15x^3-60x+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 289. **B.** 288. **C.** 287. **D.** 286.

Lời giải

Chọn C

Xét $y=3x^5-15x^3-60x$ có $y'=0 \Leftrightarrow 15x^4-45x^2-60=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Vậy hàm số $y=3x^5-15x^3-60x$ có đúng 2 điểm cực trị $x=2; x=-2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	144	$\searrow$	-144	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy để hàm số có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow 3x^5-15x^3-60x+m=0$ có tổng số nghiệm đơn và bội lẻ bằng 3.

$\Leftrightarrow 3x^5-15x^3-60x=-m$ có tổng số nghiệm đơn và bội lẻ bằng 3.

$\Leftrightarrow -144<-m<144$. Mặt khác $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-143;...;143\}$. Có 287 số nguyên thỏa mãn.

Câu 42. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=|x|^3-(2m+1)x^2+3m|x|-5$ có 5 điểm cực trị.

A. $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$.
B. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$.
C. $(1;+\infty)$.
D. $\left(0;\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$y'=3x^2-2(2m+1)x+3m$

Yêu cầu bài toán tương đương hàm số $y=x^3-(2m+1)x^2+3mx-5$ có 2 điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt

$\Leftrightarrow 3x^2-2(2m+1)x+3m=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=(2m+1)^2-9m>0.\\ S=\dfrac{2(2m+1)}{3}>0\\ P=\dfrac{3m}{3}>0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>1\\ 0<m<\dfrac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow m\in\left(0;\frac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty).$$

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=|x^2-2x+m|+2x+1$ có ba điểm cực trị?

A. 17. **B.** 18. **C.** 19. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Xét $x^2-2x+m=0$. Ta có: $\Delta'=1-m$

- TH1: $\Delta'\le 0 \Leftrightarrow m\ge 1$

$\Rightarrow x^2-2x+m\ge 0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow |x^2-2x+m|=x^2-2x+m$

$\Rightarrow y=x^2-2x+m+2x+1=x^2+m+1$ có đúng một điểm cực trị $x=0$ (Loại).

- TH2: $\Delta'>0 \Leftrightarrow m<1$

$\Rightarrow x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1<x_2$

Khi đó: $y'=\dfrac{(2x-2)(x^2-2x+m)+2|x^2-2x+m|}{|x^2-2x+m|}$

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x-2+2=0\\ x^2-2x+m>0\end{cases}\\ \begin{cases}-(2x-2)+2=0\\ x^2-2x+m<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=0\\ x^2-2x+m>0\end{cases}\\ \begin{cases}x=2\\ x^2-2x+m<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=0\\ m>0\end{cases}\\ \begin{cases}x=2\\ m<0\end{cases}\end{array}\right.$$

+ Với $0<m<1 \Rightarrow$ Không có giá trị nguyên m thỏa mãn
+ Với $m<0 \Rightarrow$ Hàm số có 3 điểm cực trị (thỏa mãn)

$\Rightarrow m\in\{-19,\ldots,-1\}$.

Vậy có 19 giá trị nguyên của m thõa mãn điều kiện đề bài.

Câu 44. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có ba điểm cực trị $x=1; x=2; x=3$. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=f(|x+m|)$ có 7 điểm cực trị.

A. 17. **B.** 18. **C.** 19. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=f(|x+m|)$ có 7 cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f(|x|)$ 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị dương

(Điều này luôn đúng do giả thiết). Do $m\in(-10;10)$ và $m\in\mathbb{Z}$ $\Rightarrow m\in\{-9,...,9\}$

Vậy có 19 giá trị nguyên của m.

Câu 45 . Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=3^x+4^x-5^x$. Hàm số $y=f(|x|)$ có số điểm cực đại là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x=1\Leftrightarrow x=2$.

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ là

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=f(|x|)$ có dạng

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(\lvert x\rvert)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Vậy hàm số $y=f(|x|)$ có hai điểm cực đại.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2-x-2$. Hàm số $y=|f(x)|$ có ít nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+C$ với C là hằng số.

Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{7}{6}+C$	$\searrow$	$-\frac{10}{3}+C$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó suy ra $f(x)$ luôn có hai điểm cực trị và có ít nhất một nghiệm không trùng điểm cực trị.

Do đó hàm số $y=|f(x)|$ có ít nhất 3 điểm cực trị.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^3+\frac{11}{2}x^2-6x+2019$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2019;2020]$ để hàm số $y=f(|x+m-1|)+2020$ có 7 điểm cực trị.

A. 4039. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 4040.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^3-6x^2+11x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\end{array}\right.$$

Hàm số $y=f(|x+m-1|)+2020$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f(x+m-1)$ có 3 điểm cực trị lớn hơn $1-m$.

Ta có: $f'(x+m-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+m-1=1\\x+m-1=2\\x+m-1=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2-m\\x=3-m\\x=4-m\end{array}\right.$

Để hàm số $y=f(x+m-1)$ có 3 điểm cực trị lớn hơn $1-m$ thì $\left\{\begin{array}{l}2-m>1-m\\3-m>1-m\\4-m>1-m\end{array}\right.\Leftrightarrow\forall m\in\mathbb{R}$.

Do $m\in[-2019;2020]$ nên có 4040 số nguyên thỏa điều kiện bài toán.

Câu 48. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y=\left|-x^3+3mx^2+3(1-m^2)x+m^3-m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

A. -2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 7

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=-x^3+3mx^2+3(1-m^2)x+m^3-m^2$.

Hàm số $y=\left|-x^3+3mx^2+3(1-m^2)x+m^3-m^2\right|$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^3+3mx^2+3(1-m^2)x+m^3-m^2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt (*).

Ta có: $f'(x)=-3x^2+6mx+3(1-m^2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-1\Rightarrow y_1=-m^2+3m-2\\x=m+1\Rightarrow y_2=-m^2+3m+2\end{array}\right.$

Khi đó (*) $\Leftrightarrow y_1.y_2<0\Leftrightarrow(-m^2+3m-2).(-m^2+3m+2)<0$

$$\Leftrightarrow \left(-m^2+3m-2\right).\left(-m^2+3m+2\right)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{3-\sqrt{17}}{2}<m<1 \\ 2<m<\dfrac{3+\sqrt{17}}{2} \end{array}\right..$$

Do m nguyên nên $m=0, m=3$. Vậy $S=\{0;3\}$ nên tổng các phần tử của S bằng 3.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^3-5x^2+(m+3)x+3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

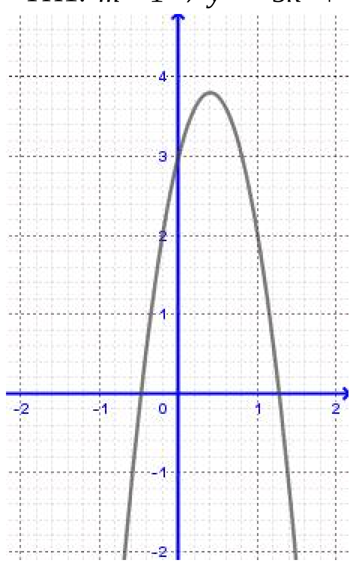
Lời giải

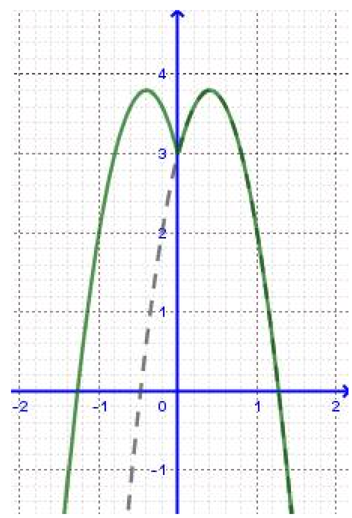
Chọn D

Ta có: $y=f(x)$ có đồ thị (C).

$y=f(|x|)$ là hàm chẵn $\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ có được bằng cách bỏ phần đồ thị (C) nằm phía trái trục tung, giữ nguyên đồ thị (C) nằm bên phải trục tung, sau đó lấy đối xứng qua trục tung.

+TH1: $m=1 \Rightarrow y=-5x^2+4x+3$.





Đồ thị hàm số $y=-5x^2+4x+3$. Đồ thị hàm số $y=-5|x|^2+4|x|+3$ có 3 cực trị.

Vậy $m=1$ thỏa yêu cầu.

+ TH2: $m\neq 1 \Rightarrow f(x)=(m-1)x^3-5x^2+(m+3)x+3$ là hàm số bậc 3.

Hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị.

$\Leftrightarrow$ hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1\le 0<x_2$.

$\Leftrightarrow 3(m-1)x^2-10x+m+3=0\ (*)$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1\le 0<x_2$.

+ $x_1<0<x_2 \Leftrightarrow 3(m-1)(m+3)<0 \Leftrightarrow -3<m<1$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0\}$

+ Nếu $(*)$ có một nghiệm $x_1=0 \Rightarrow m+3=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Khi đó $(*)$ trở thành: $-12x^2-10x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{5}{6} \end{array}\right.$ (Không thỏa mãn).

Vậy có 4 giá trị m .

Câu 50. Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2-9x-5+\dfrac{m}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị là

A. 2016. **B.** 1952. **C.** -2016. **D.** -496.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x-5+\dfrac{m}{2}$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{m}{2}$	$\searrow$	$\dfrac{m}{2}-32$	$\nearrow$	$+\infty$

Để thỏa yêu cầu thì trục Ox phải cắt ngang đồ thị tại 3 điểm phân biệt, tức là:

$\begin{cases} \dfrac{m}{2}>0 \\ \dfrac{m}{2}-32<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<64$ thì $f(x)=x^3-3x^2-9x-5+\dfrac{m}{2}=0$ có ba nghiệm x_1; x_2; x_3 với

$x_1<-1<x_2<3<x_3$, ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho là

	$-\infty$		x_1		-1		x_2		3		x_3		$+\infty$
y'		$-$	|	$+$	0	$-$	|	$+$	0	$-$	|	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\dfrac{m}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$32-\dfrac{m}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Trường hợp này hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

Như vậy, các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho có 5 điểm cực trị là $m\in\{1;2;3;...;63\}$.

Tổng các giá trị nguyên là:

$$S=1+2+3+...+63=\frac{63(1+63)}{2}=2016.$$

LỚP TOÁN THẦY HUY *THANH TRÌ – HN – 0969141404*	KIỂM TRA 50 CÂU CỰC TRỊ CỦA HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI THỜI GIAN: 90P

Câu 1. Cho hàm số $y=\left|(x-1)(x-2)^2\right|$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-x^2+2020$, số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số m để hàm số $g(x)=|f(x)|$ có **đúng** 5 điểm cực trị ?

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

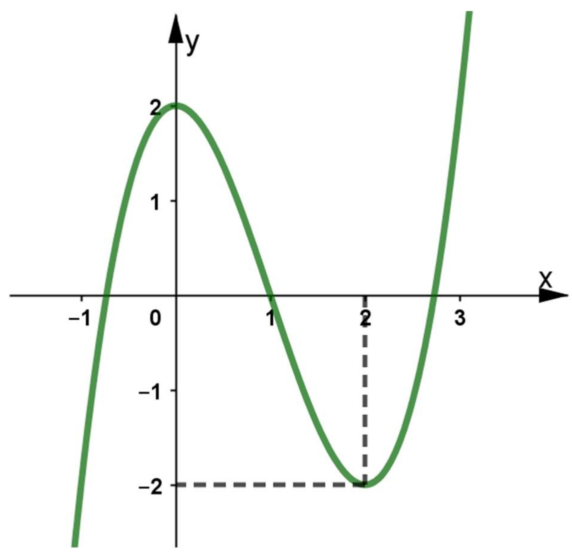
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|f(x)+2m-1|$ có 5 điểm cực trị?

A. **2**. **B.** 4. **C.** 1. **D.** vô số.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=|f(x)+2m-1|$ có 5 điểm cực trị.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.



Câu 11. Cho hàm số $f(x)=x^3-4x^2+(1-m)x+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

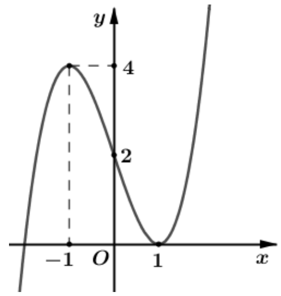
Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=f(|x-m|)$ có đúng 3cực trị.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x|+m)$ có 5 điểm cực trị.

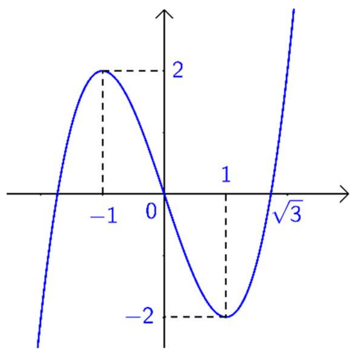


A. $m<-1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<1$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=3(x+1)(x-3)$ và $f(-1)=0$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|f(x)+\frac{m}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 62. **B.** 63. **C.** 64. **D.** 65.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



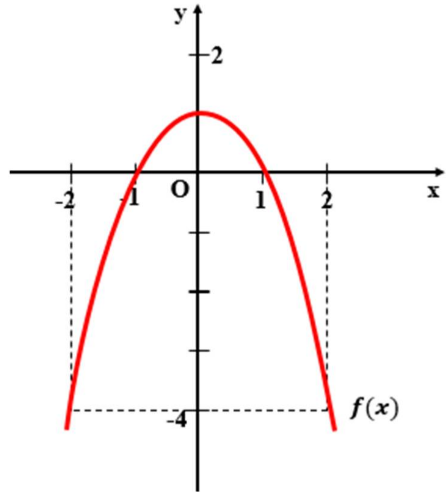
Tập tất cả các giá trị của e để đồ thị hàm số $|f(x)|$ có số điểm cực trị lớn nhất là

A. $\left[0;\frac{9}{4}\right]$. **B.** $\left[\frac{-9}{4};0\right]$. **C.** $\left(\frac{-9}{4};0\right)$. **D.** $\left(0;\frac{9}{4}\right)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-m)$ và $f(0)=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để hàm số $|f(x)|$ có 5 số điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 18. Biết rằng hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



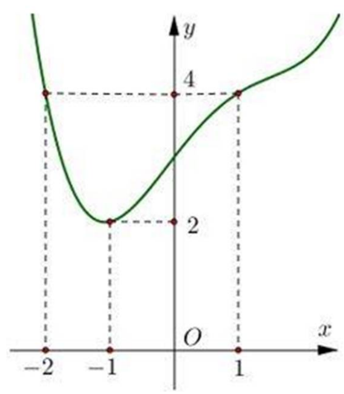
Hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ đạt cực đại tại điểm?

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $f\left(x\right)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x+3\right)^3$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ .Hàm số $y=\left|f\left(1-2020x\right)\right|$ có điểm.đạt cực đại tại điểm nào?

A. $\frac{1}{505}$. **B.** -3. **C.** 1. **D.** không tồn tại.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f\ \left(a\neq 0\right)$ và hàm số $f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới đây. Gọi $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x-m$. Hàm số $y=\left|g\left(x\right)\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?



A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 21. Cho số thực m và hàm số $f(x)$ có $f'(x)=4x^3-4mx+4x$ và $f(0)=2m-3$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đã cho có đúng 5 điểm cực trị là

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)\backslash\left\{2\right\}$. **C.** $\left(1;+\infty\right)\backslash\left\{2\right\}$. **D.** $\left(1;\frac{3}{2}\right]$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=\left(x+1\right)^2\left(x-3\right)\left(x-2\right)^3$ .Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ là.

A. 4 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 5 .

Câu 23 . Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=\left(x^2-4\right)\left(x^3-1\right)^2\left(x^3-27\right)\left(x-25\right)^3\left(x-7\right)^7$. Số điểm cực đại của hàm số $f\left(\left|x\right|\right)$ là

A. 10. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = x^4 + (m-2)x^2 - 2m$. Gọi tập hợp giá trị của tham số m để hàm số $|f(x)|$ có đúng 5 điểm cực trị là S. Khi đó S là tập hợp con của tập hợp nào dưới đây.

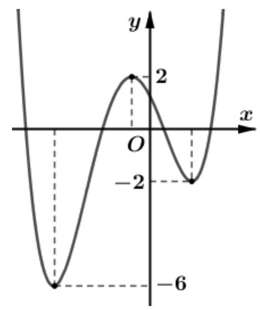
A. $\left[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right]$. **B.** $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$. **C.** $\left(\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left[-1-\sqrt{2};1\right]$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Có bao nhiêu giá trị của m để tổng các giá trị cực trị của hàm số $|f(x)-m|$ bằng 2

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = \left|f(x+2020)+m^2\right|$ có 5 điểm cực trị?

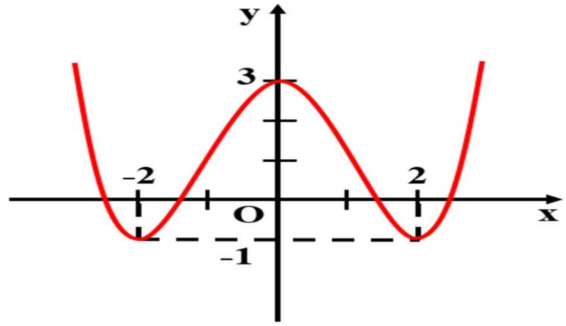
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm m để hàm số $y = f\left(|12x+1|+m\right)$ có đúng 3 điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A. $m < -1$. **B.** $m > -1$. **C.** $m > 1$. **D.** $-1 \le m < 1$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y = f\left(|x+m|\right)+m$ có đúng 5 cực trị. Tổng các phần tử của S là:

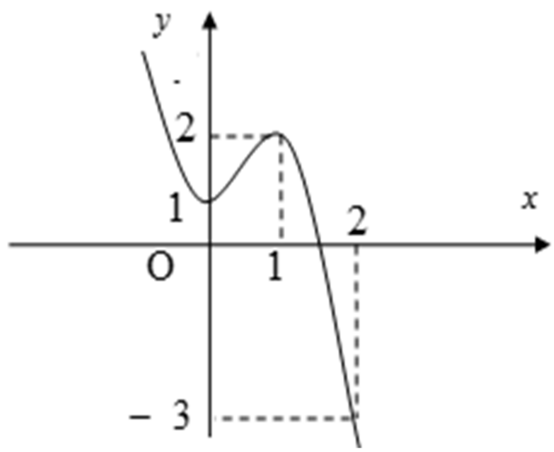


A. $T=-3$. **B.** $T=3$. **C.** $T=-5$. **D.** $T=5$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x)=12x^3-12x^2-24x$ và $f(0)=m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=|f(x)|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4 . **C.** 5. **D.** 6 .

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau. Hàm số $g(x)=|f(-x^2+4x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

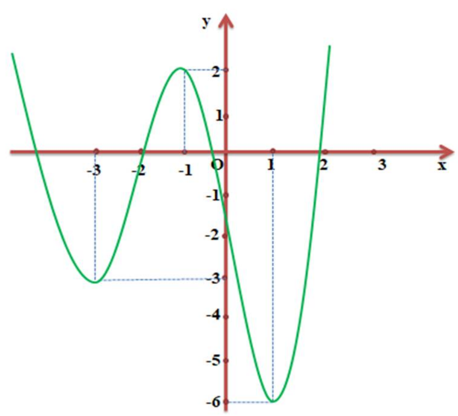


A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=(x+1)(x-1)^2(x-3)^3$ và $f(3)>0$. Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x^3-2x^2+5x-3)|$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=|f(x-1)+m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 24.

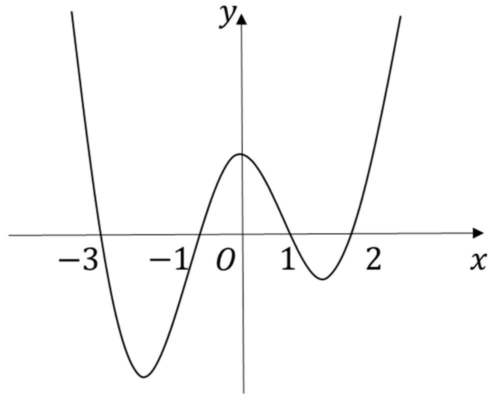
Câu 37. Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x-1$, hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=\left(x^2+2\right)\left|x^2-m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 1. **B.** 16. **C.** 2. **D.** 17.

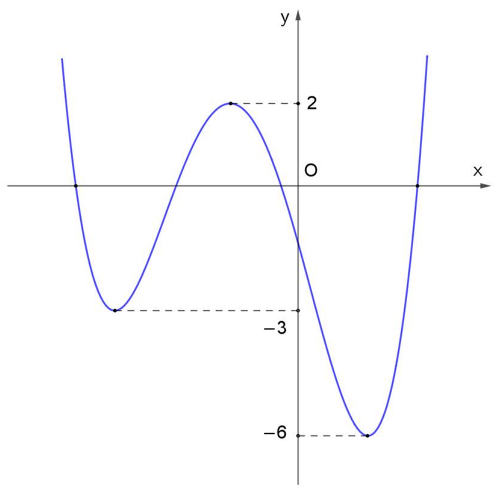
Câu 43. Cho hàm số $f\left(x\right)$ là một hàm số đa thức, biết hàm số $f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây và $\max\limits_{[-4;0]} f\left(x\right)=2$, $\min\limits_{[0;6]} f\left(x\right)=-2$.



Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x^2+2x\right)\right|$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 11.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



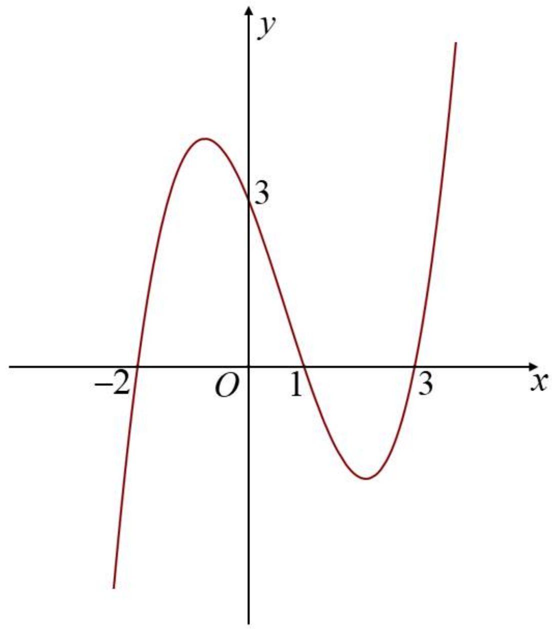
Gọi S là tập hợp các số nguyên dương của m để hàm số $y=\left|f(x+2020)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S là:

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 45. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f'\left(x\right)=x^2-mx$ và $f\left(0\right)=\frac{243}{2}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left|f\left(2x+6\right)\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 20. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 21.

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm bậc bốn và $f\left(0\right)=1$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$.

A. 7. **B.** 5. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 47. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3+mx^2+nx-1$ với $m,n\in\mathbb{R}$ và $\begin{cases} m+n>0 \\ 7+2\left(2m+n\right)<0 \end{cases}$. Hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right)=|x-1|\left(x^2-2x-2\right)$, gọi M và m lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $f\left(x\right)$. Khi đó $M+m$ bằng

A. -4. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 49. Cho hàm số $y=|x-1|\left[2x^2-\left(3m+4\right)x+9m-4\right]$. Có bao nhiêu giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(1;0),B,C$ sao cho tam giác ABC vuông tại A .

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3 .

Câu 50. Tìm số phần tử nguyên của tham số m thuộc $\left[-2020;2020\right]$ sao cho hàm số $y=|x-1|.\left[x^3-x^2-2\left(m+1\right)x+2m+6\right]$ có 4 điểm cực trị và trong 4 điểm cực trị đó có 3 điểm cực trị $a,\ b,\ c$ thỏa mãn $a<1<b<c$ và $y\left(b\right).y\left(c\right)<0$.

A. 2020. **B.** 4038. **C.** 4036. **D.** 2017.

.--------------Hết.--------------

LỚP TOÁN THẦY HUY	GIẢI CHI TIẾT 50 CÂU CỰC TRỊ CỦA HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI NĂM HỌC 2019 - 2020

Câu 1. Cho hàm số $y=\left|(x-1)(x-2)^2\right|$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 2 . **C.** 3. **D.** 4 .

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=(x-1)(x-2)^2$

$\Rightarrow f'(x)=3x^2-10x+8$

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Mặt khác phương trình $f(x)=(x-1)(x-2)^2=0$ có 1 nghiệm đơn $x=1$

Ta có số điểm cực trị của hàm số $y=\left|(x-1)(x-2)^2\right|$ là tổng số điểm cực trị của hàm số $f(x)=(x-1)(x-2)^2$ và số nghiệm đơn và bội lẻ của phương trình $f(x)=0$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số $y=\left|(x-1)(x-2)^2\right|$ là: 3

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}x^3-x^2+2020$, số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chon B

- Phương pháp

$y=f(|x|) \Rightarrow y'=\dfrac{x}{|x|}.f'(|x|)$ nên ta có nhận xét sau:

-Hàm số đạt cực trị tại điểm $x=0$

-Số điểm cực trị dương của hàm số $y=f(x)$ là n thì số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là $2n+1$

- Ta có $f'(x)=x^3+x^2-2x=x(x-1)(x+2)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Hàm số $y=f(x)$ có một cực trị dương nên hàm số $y=f(|x|)$ có ba cực trị.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số m để hàm số $g(x)=|f(x)|$ có **đúng** 5 điểm cực trị ?

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $g(x)=|f(x)|=\left|mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2\right|$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $f(x)=mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ phương trình $mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $mx^3-3mx^2+(3m-2)x-m+2=0 \Leftrightarrow (x-1)(mx^2-2mx+m-2)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ h(x)=mx^2-2mx+m-2=0 \ \ (2) \end{array}\right..$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta' = m^2-m(m-2)>0 \\ h(1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m>0 \\ -2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m>0.$$

Vì m là số nguyên dương nhỏ hơn 10 nên $m\in\{1,2,3,...,9\}$.

Vậy có tất cả 9 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|f(x)+2m-1|$ có 5 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=|f(x)+2m-1| = \sqrt{(f(x)+2m-1)^2}$

$$y'=\frac{f'(x).[f(x)+2m-1]}{\sqrt{(f(x)+2m-1)^2}}.$$

$$y'=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \ \ (1) \\ f(x)+2m-1=0 \ \ (2) \end{array}\right.$$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ suy ra:

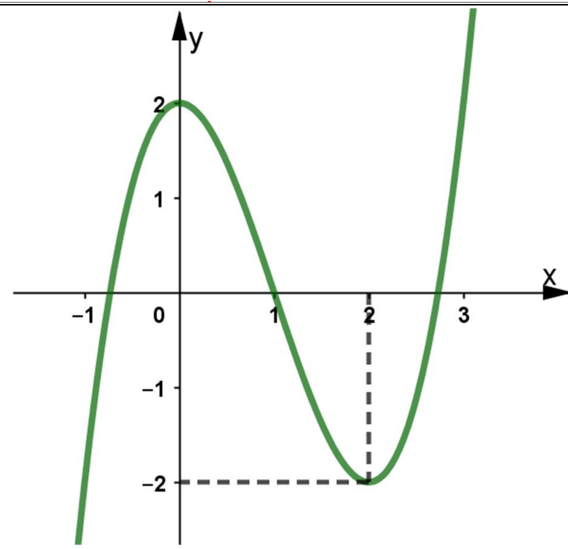
+ Phương trình (1) có hai nghiệm $x=1;\ x=2$ và qua mỗi nghiệm đó y' đổi dấu, nên $x=1;\ x=2$ là hai điểm cực trị của hàm số.

+ Để hàm số $y=f(x)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình (2) phải có 3 nghiệm phân biệt $x\neq 1;\ x\neq 2$. Khi đó $-5<1-2m<1 \Leftrightarrow 0<m<3$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m để hàm số $y=|f(x)+2m-1|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=|f(x)+2m-1|$ có 5 điểm cực trị.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.



Lời giải

Chọn A.

Ta có hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị nên hàm số $y = f(x) + 2m - 1$ có 2 điểm cực trị.

Hàm số $y = |f(x) + 2m - 1|$ có 5 điểm cực trị $\Rightarrow f(x) + 2m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Để phương trình $f(x) + 2m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = -2m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt $\Rightarrow \begin{cases} -2m+1 < 2 \\ -2m+1 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{-1}{2} \\ m < \dfrac{3}{2} \end{cases}$

Vậy hàm số $y = |f(x) + 2m - 1|$ có 5 điểm cực trị thì $m \in \left(\dfrac{-1}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0,1\}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x^2 + (1-m)x + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$f'(x) = 3x^2 - 8x + 1 - m$.

Để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $f(x) = x^3 - 4x^2 + (1-m)x + 2$ có 2 điểm cực trị dương, khi đó phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt. Nên ta có

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 3(1-m) > 0 \\ \dfrac{8}{3} > 0 \\ \dfrac{1-m}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13 + 3m > 0 \\ 1 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{13}{3} < m < 1$$

Do m nguyên âm nên $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = f(|x-m|)$ có đúng 3cực trị.

A. 1. **B.** 2 . **C.** 3. **D.** 4 .

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng xét dấu của hàm số $y = f'(x-m)$:

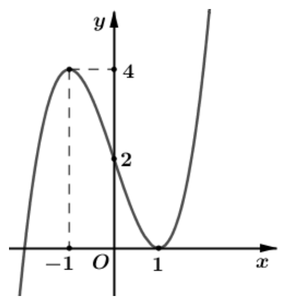
x	$-\infty$		$m-1$		$m+2$		$m+4$		$+\infty$
$f'(x-m)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(|x-m|)$ có đúng 3cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = f(x-m)$ có đúng 1 cực trị dương $\Leftrightarrow \begin{cases} m+4>0 \\ m+2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m \le -2$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-3;-2\}$.

Vậy có 2 giá trị m cần tìm.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|+m)$ có 5 điểm cực trị.



A. $m < -1$. **B.** $m > -1$. **C.** $m > 1$. **D.** $m < 1$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Hàm $g(x) = f(|x|+m)$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục $Oy \Rightarrow x = 0$ là một điểm cực trị của hàm số.

Ta có $g'(x) = \frac{x}{|x|}.f'(|x|+m)$ với $x = 0$.

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(|x|+m) = 0 \xleftrightarrow{\text{theo do thi } f(x)} \left[\begin{array}{l} |x|+m=1 \\ |x|+m=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x|=1-m \\ |x|=-1-m \end{array}\right. . \qquad (*)$$

Để hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m>0 \\ -1-m>0 \\ 1-m \ne -1-m \end{cases} \Leftrightarrow m < -1.$$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3(x+1)(x-3)$ và $f(-1) = 0$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left|f(x) + \frac{m}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 62 . **B.** 63. **C.** 64 . **D.** 65.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x)=f\left(x\right)+\frac{m}{2}$.

Ta có: $g'(x)=f'\left(x\right)=3\left(x+1\right)\left(x-3\right)$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Mặt khác $f\left(x\right)=\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(3x^2-6x-9\right)\mathrm{d}x=x^3-3x^2-9x+C$

Do $f\left(-1\right)=0\Rightarrow\begin{cases}C=-5\\f\left(3\right)=-32\end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{m}{2}$	$\searrow$	$\frac{m}{2}-32$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)$ luôn có 2 điểm cực trị.

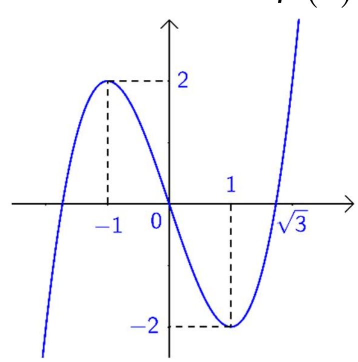
Vậy hàm số $y=\left|f\left(x\right)+\frac{m}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $g(x)=f\left(x\right)+\frac{m}{2}$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow g(-1).g(3)<0\Leftrightarrow\frac{m}{2}\left(\frac{m}{2}-32\right)<0\Leftrightarrow 0<m<64$.

Vì m là số nguyên nên có 63 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 16. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. $f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Tập tất cả các giá trị của e để đồ thị hàm số $\left|f\left(x\right)\right|$ có số điểm cực trị lớn nhất là

A. $\left[0;\frac{9}{4}\right]$. **B.** $\left[\frac{-9}{4};0\right]$. **C.** $\left(\frac{-9}{4};0\right)$. **D.** $\left(0;\frac{9}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị $f'\left(x\right)$ ta có $f'\left(x\right)=x^3-3x\Rightarrow f\left(x\right)=\int\left(x^3-3x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+e$

Ta thấy $f\left(x\right)$ là hàm bậc bốn trùng phương đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại 2 điểm $x=-\sqrt{3}$ và $x=\sqrt{3}$.

Đồ thị hàm số $\left|f(x)\right|$ có số điểm cực trị lớn nhất là 7 điểm cực trị khi $\begin{cases} f(0)>0 \\ f\left(\sqrt{3}\right)<0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e>0 \\ e<\dfrac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow e\in\left(0;\dfrac{9}{4}\right)$$

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-m)$ và $f(0)=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để hàm số $\left|f(x)\right|$ có 5 số điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=(x+1)(x-m)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=m \end{array}\right.$. $f'(x)=(x+1)(x-m)=x^2+(-m+1)x-m$

$f(x)=\int f'(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{-m+1}{2}x^2-mx+C$.

$f(0)=0\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{-m+1}{2}x^2-mx$.

$$f(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{-m+1}{2}x-m=0 \ \ (*) \end{array}\right.$$

Hàm số $\left|f(x)\right|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị và $f(x)=0$ có 3 nghiệm bội lẻ.

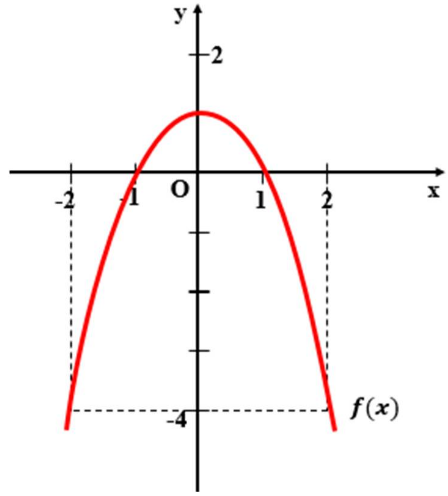
$\Leftrightarrow$ hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị và phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ \Delta=\left(\dfrac{-m+1}{2}\right)^2-4.\dfrac{1}{3}.(-m)=\dfrac{1}{4}m^2+\dfrac{5}{6}m+\dfrac{1}{4}>0 \\ \dfrac{1}{3}.0^2+\dfrac{-m+1}{2}.0-m\neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ m\in(-\infty;-3)\cup\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right) \\ m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-\infty;-3)\cup\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right)\backslash\{0\}$$

Vì m nguyên và thuộc đoạn $[-5;5]$ nên $m\in\{1;2;3;\pm4;\pm5\}$ nên có 7 tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 18. Biết rằng hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ đạt cực đại tại điểm?

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

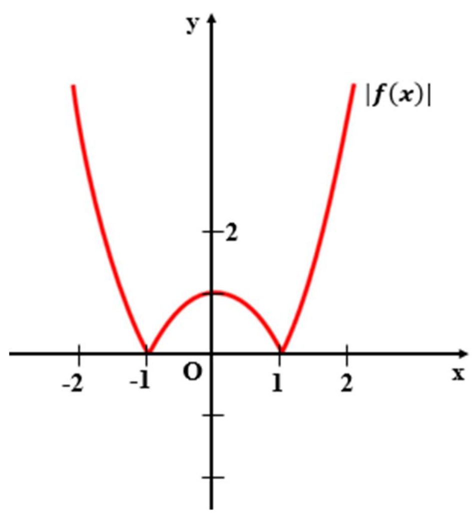
Lời giải

Chọn A

Ta vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

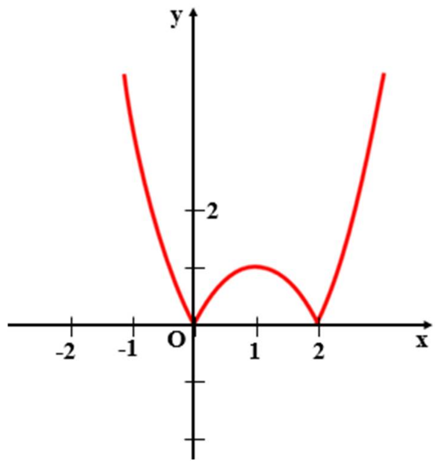
Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ phần phía trên trục hoành.

Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ phần phía dưới trục hoành.



Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 3 cực trị.

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ là tịnh tiến của đồ thị hàm sô $y=\left|f\left(x\right)\right|$ theo $\vec{v}=\left(1;0\right)$ nên đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ vẫn có 3 điểm cực trị.



Nhận xét. Đồ thị hàm số $y = f(x+a)+b$ được dựng bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ theo vectơ $\vec{v} = (-a;b)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2 (x+3)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ .Hàm số $y = |f(1-2020x)|$ có điểm.đạt cực đại tại điểm nào?

A. $\frac{1}{505}$. **B.** -3. **C.** 1. **D.** không tồn tại.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x) = f(1-2020x)$ nên $h'(x) = -f'(1-2020x) = -2020^2 x^2 (4-2020x)^3$.

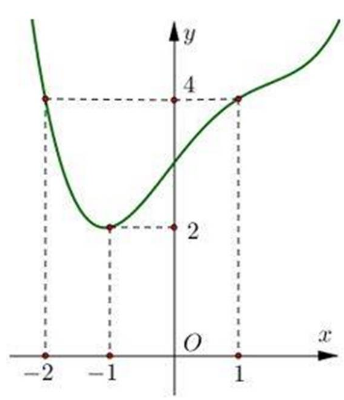
Nên ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x) = f(1-2020x)$ là:

x	$-\infty$		$\frac{1}{505}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Do $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $h(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $h(x) = f(1-2020x)$ không có điểm cực đại.

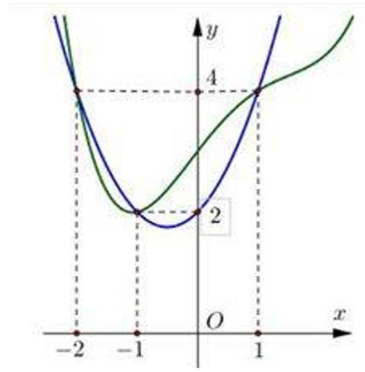
Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f\ (a \neq 0)$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới đây. Gọi $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x - m$. Hàm số $y = |g(x)|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?



A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $g'(x)=f'(x)-x^2-x-2$. Do đó $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x^2+x+2$.

Do $y=f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f\ (a\neq 0)$ là đa thức bậc 5 nên $g'(x)=f'(x)-x^2-x-2$ là đa thức bậc bốn nên $\lim\limits_{x\to+\infty} g'(x)=+\infty$

Trên cùng hệ trục tọa độ Oxy, vẽ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=x^2+x+2$, chúng cắt nhau tại các điểm $x=-2,\ x=-1,\ x=1$ và $x=x_0\ (x_0>1)$ (do $f'(x)-x^2-x+2$ là đa thức bậc 4 có 3 nghiệm đơn $x=-2,\ x=-1,\ x=1$ nên phải có 1 nghiệm đơn nữa).

Dựa vào đồ thị, ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		x_0		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	
$g(x)$		↗		↘		↗		↘		↗	

Từ đó, hàm số $y=g(x)$ có 4 điểm cực trị và phương trình $g(x)=0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=|g(x)|$ có tối đa 9 điểm cực trị.

Câu 21. Cho số thực m và hàm số $f(x)$ có $f'(x)=4x^3-4mx+4x$ và $f(0)=2m-3$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=|f(x)|$ đã cho có đúng 5 điểm cực trị là

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)\backslash\{2\}$. **C.** $(1;+\infty)\backslash\{2\}$. **D.** $\left(1;\frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=4x^3-4(m-1)x,\ f(0)=2m-3\Rightarrow f(x)=x^4-2(m-1)x^2+2m-3$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-4(m-1)x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m-1\end{array}\right.$$

Vì hàm số $f(x)$ có $a=1>0$ nên hàm số $y=|f(x)|$ có đúng 5 cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $f(x)$ phải có 3 cực trị thỏa $y_{cd}\le 0$ $\Leftrightarrow\begin{cases}m-1>0\\f(0)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\2m-3\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(1;\frac{3}{2}\right]$

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x+1)^2(x-3)(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là.

A. 4 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 5 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Do $f'(x)$ đổi dấu khi qua 2 điểm $x=2; x=3$ nên hàm số $y=f(x)$ có 2 cực trị dương.

Do $f(|x|)=f(x)$ khi $x>0$ và hàm $y=f(|x|)$ là hàm chẵn nên hàm số $y=f(|x|)$ có 5 cực trị.

Câu 23 . Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=(x^2-4)(x^3-1)^2(x^3-27)(x-25)^3(x-7)^7$. Số điểm cực đại của hàm số $f(|x|)$ là

A. 10. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x^2-4)(x^3-1)^2(3^x-27)(x-25)^3(x-7)^7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \\ x=1 \\ x=3 \\ x=25 \\ x=7 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	-∞		-2		1		2		3		7		25		+∞
f'(x)		-	0	+	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	
f(x)	+∞	↘		↗		↗	CĐ	↘		↗	CĐ	↘		↗	+∞

$\forall x\in\mathbb{R}$, ta có $f(|-x|)=f(|x|)$ nên hàm số $y=f(|x|)$ là hàm số chẵn. Do đó đồ thị của hàm số $y=f(|x|)$ đối xứng qua trục tung. Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại dương nên hàm số $f(|x|)$ có 4 điểm cực đại (lưu ý nếu trên khoảng $(-2;2)$ hàm số $f(x)$ đồng biến thì $f(|x|)$ đạt cực tiểu $x=0$).

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=x^4+(m-2)x^2-2m$. Gọi tập hợp giá trị của tham số m để hàm số $|f(x)|$ có đúng 5 điểm cực trị là S. Khi đó S là tập hợp con của tập hợp nào dưới đây.

A. $\left[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right]$. **B.** $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$. **C.** $\left(\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left[-1-\sqrt{2};1\right]$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $f(x)=0 \Leftrightarrow x^4+(m-2)x^2-2m=0$.

Đặt $t=x^2$ (điều kiện $t\ge 0$). Phương trình trở thành $t^2+(m-2)t-2m=0$ $(*)$

$\Delta = (m-2)^2 - 4.1.(-2m) = m^2 + 4m + 4 = (m+2)^2$.

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} t = \dfrac{-(m-2)+(m+2)}{2.1} = 2 \\ t = \dfrac{-(m-2)-(m+2)}{2.1} = -m \end{array}\right.$.

Hàm số $|f(x)|$ có đúng 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị và phương trình $f(x)=0$

có 2 nghiệm đơn phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} 1.(m-2) = m-2 < 0 \\ -m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (0;2)$

Vậy $S = (0;2) \subset \left[1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}\right]$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Có bao nhiêu giá trị của m để tổng các giá trị cực trị của hàm số $|f(x)-m|$ bằng 2

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

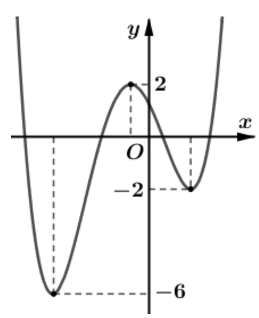
Chọn B

Ta có các giá trị cực trị của $f(x)$ là 1 và 2.

$\Rightarrow$ Tổng các giá trị cực trị của hàm số $|f(x)-m|$ là: $S = |1-m| + |2-m|$

$S = 2 \Leftrightarrow |1-m| + |2-m| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1}{2} \\ m = \dfrac{5}{2} \end{array}\right.$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = \left|f(x+2020) + m^2\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm $f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị nên $f(x+2020)+m^2$ cũng luôn có 3 điểm cực trị (do phép tịnh tiến không làm ảnh hưởng đến số cực trị).

Số cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x+2020)+m^2\right|$ bằng số cực trị của hàm số $y=f(x+2020)+m^2$ cộng với số giao điểm đơn của đồ thi hàm số $y=f(x+2020)+m^2$ với trục hoành.

Do đó yêu cầu bài toán là tìm các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=f(x+2020)+m^2$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Để số giao điểm của đồ thị $y=f(x+2020)+m^2$ với trục hoành là 2, ta cần

+ Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ xuống dưới tối thiểu 2 đơn vị khi đó $m^2\le -2$ (vô lý)

+ Hoặc tịnh tiến đồ thị $f(x)$ lên trên tối thiểu 2 đơn vị nhưng phải nhỏ hơn 6 đơn vị khi đó

$$2\le m^2<6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{2}\le m<\sqrt{6}\\ -\sqrt{6}<m\le -\sqrt{2}\end{array}\right. \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-2;2\}.$$

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm m để hàm số $y=f\left(|12x+1|+m\right)$ có đúng 3 điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A. $m<-1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m>1$. **D.** $-1\le m<1$.

Lời giải

Chọn D

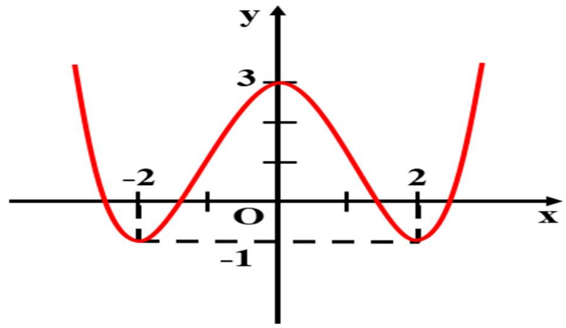
Hàm số $y=f\left(|12x+1|+m\right)$ có tất cả $2a+1$ điểm cực trị, trong đó a là số điểm cực trị lớn hơn $-\dfrac{1}{12}$ của hàm số $y=f\left((12x+1)+m\right)=f(12x+m+1)$.

Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị $x=-1;x=1$ do đó hàm số $y=f(12x+m+1)$ có các điểm cực trị là $\left[\begin{array}{l}12x+m+1=-1\\ 12x+m+1=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{m+2}{12}\\ x=-\dfrac{m}{12}\end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán tương đương với hàm số $y=f(12x+m+1)$ có đúng một điểm cực trị lớn hơn $-\dfrac{1}{12}$

ta có điều kiện để bài toán thỏa mãn là $\begin{cases}-\dfrac{m+2}{12}\le -\dfrac{1}{12}\\ -\dfrac{m}{12}>-\dfrac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow -1\le m<1$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y=f\left(|x+m|\right)+m$ có đúng 5 cực trị. Tổng các phần tử của S là:



A. $T=-3$. **B.** $T=3$. **C.** $T=-5$. **D.** $T=5$.

Lời giải

Chọn A

Số cực trị của hàm số $y=f\left(|x+m|\right)+m$ chính bằng số cực trị của hàm số $y=f\left(|x+m|\right)$.

Hàm số $y=f\left(|x+m|\right)$ có đúng 5 cực trị khi và chỉ khi hàm số $y=f(x+m)$ có đúng 2 cực trị dương.

Theo đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có $f'(x+m)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+m=-2 \\ x+m=0 \\ x+m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-m-2 \\ x=-m \\ x=-m+2 \end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $\left\{\begin{array}{l} -m-2\le 0 \\ -m>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -2\le m<0$

Suy ra $S=\{-2;-1\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là $T=-3$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x)=12x^3-12x^2-24x$ và $f(0)=m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=\left|f(x)\right|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

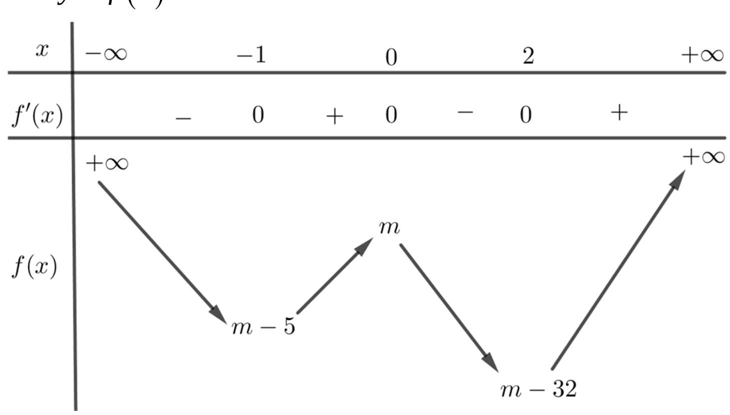
Ta có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\left(12x^3-12x^2-24x\right)\mathrm{d}x=3x^4-4x^3-12x^2+C$, vì $f(0)=m \Rightarrow C=m$

Nên $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$f'(x)=12x^3-12x^2-24x$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x^3-12x^2-24x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

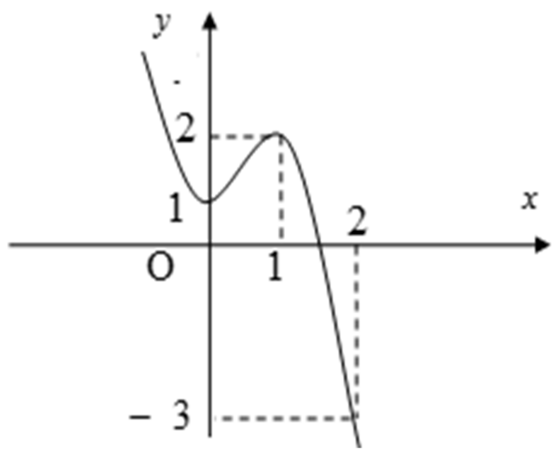
Bảng biến thiên của hàm $y=f(x)$



Từ bảng biến thiên ta thấy để hàm số $g(x)=|f(x)|$ có 7 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Khi đó ta có $\begin{cases} m>0 \\ m-5<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<5$

Vì m nguyên nên $m\in\{1;2;3;4\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau. Hàm số $g(x)=\left|f(-x^2+4x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $h(x)=f(-x^2+4x)\Rightarrow h'(x)=(-2x+4)f'(-x^2+4x)$

Cho $h'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2x+4=0 \\ f'(-x^2+4x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ -x^2+4x=0 \\ -x^2+4x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \\ x=4 \\ x=2\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Phương trình $h'(x)=0$ có 5 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $h(x)=f(-x^2+4x)$ có 5 điểm cực trị.

Xét phương trình $h(x)=f(-x^2+4x)=0$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại điểm $x=a$ $(1<a<2)$ nên $f(-x^2+4x)=0$

$\Leftrightarrow -x^2+4x=a \Leftrightarrow x^2-4x+a=0$ có $\Delta'=4-a>0$ với $\forall a\in(1,2)$, phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=2+\sqrt{4-a}$; $x=2-\sqrt{4-a}$ và hai nghiệm này khác các nghiệm của phương trình $h'(x)=0$.

Vậy hàm số $g(x)=\left|f(-x^2+4x)\right|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=(x+1)(x-1)^2(x-3)^3$ và $f(3)>0$. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x^3-2x^2+5x-3\right)\right|$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x)=x^3-2x^2+5x-3$

Ta có: $g'(x)=3x^2-4x+5>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $g(x)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Từ đó suy ra số điểm cực trị của hàm số $y=f(g(x))$ bằng số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

Lại có: $y=\left|f\left(x^3-2x^2+5x-3\right)\right|=\left|f(g(x))\right|=\sqrt{\left(f(g(x))\right)^2}$

$$y'=\frac{g'(x).f'(g(x)).f(g(x))}{\sqrt{\left(f(g(x))\right)^2}}$$

$$y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f'(g(x))=0\ \ (*)\\ f(g(x))=0\ \ (**)\end{array}\right.$$

+ Từ giả thiết: $f'(x)=(x+1)(x-1)^2(x-3)^3$ suy ra hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại $x=-1$ và điểm cực tiểu $x=3$

Xét phương trình $(*)$: $f'(g(x))=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}g(x)=-1(1)\\ g(x)=1\ \ (2)\\ g(x)=3\ \ (3)\end{array}\right.$

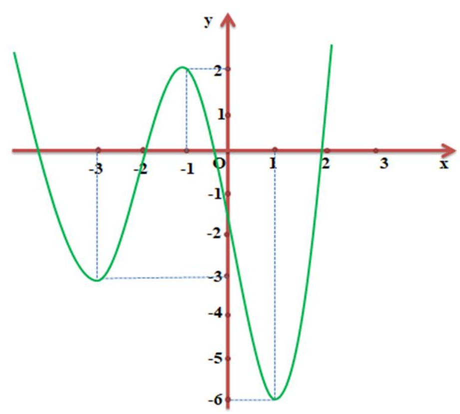
- Phương trình (1) có 1 nghiệm đơn
- Phương trình (2) có 1 nghiệm kép
- Phương trình (3) có 1 nghiệm bội 3

Nên từ (*) suy ra hàm số $y=\left|f\left(x^3-2x^2+5x-3\right)\right|$ có hai điểm cực trị.

Xét phương trình (**): $f(g(x))=0\Leftrightarrow g(x)=a<-1$ (vì $x=-1$ là điểm cực đại, $x=3$ là điểm cực tiểu và $f(3)>0$). Do hàm $g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên phương trình $g(x)=a$ có đúng 1 nghiệm đơn. Nên từ (**) suy ra hàm số $y=\left|f\left(x^3-2x^2+5x-3\right)\right|$ có một điểm cực trị.

Vậy hàm số $y=\left|f\left(x^3-2x^2+5x-3\right)\right|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f(x-1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B.

Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x-1)+m\right|$ bằng số điểm cực trị của hàm $y=f(x-1)$ hay $y=f(x)$ cộng với số nghiệm đơn của phương trình $f(x-1)+m=0$ (1).

Phương trình (1) $\Leftrightarrow f\left(x-1\right)=-m$.

Đặt $t=x-1$. Khi đó phương trình trở thành $f\left(t\right)=-m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm đơn phân biệt.

Suy ra $\left[\begin{array}{l}-6<-m\le -3\\ -m\ge 2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3\le m<6\\ m\le -2\end{array}\right.$.

Do đó $m\in\left\{3;4;5\right\}$. Vậy tổng các giá trị của m bằng 12.

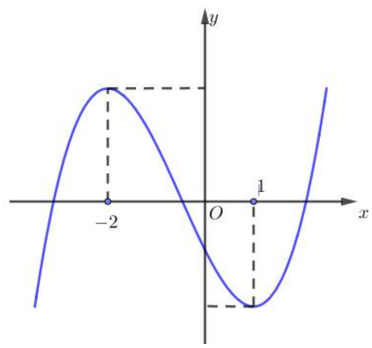
Câu 37. Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x-1$, hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

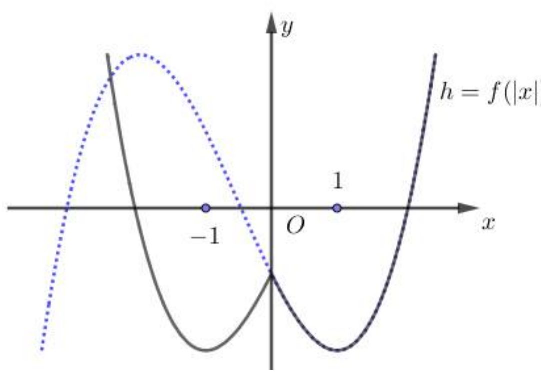
Lời giải

Chọn D

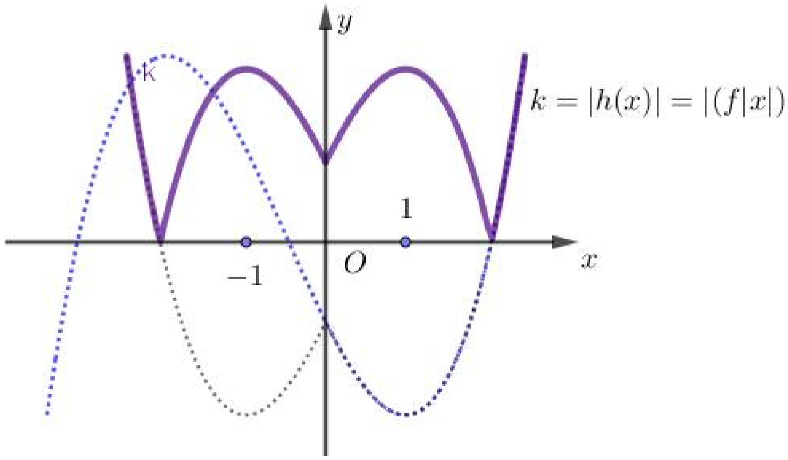
Ta có đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$



Vẽ đồ thị hàm số hàm số $h=f\left(\left|x\right|\right)$ bằng cách giữ nguyên phần bên phải trục tung của hàm số $y=f\left(x\right)$; lấy đối xứng qua trục tung phần bên phải trục tung của $y=f\left(x\right)$



Tiếp theo ta vẽ đồ thị hàm số $y=\left|h\left(x\right)\right|$ bằng cách giữ nguyên phần trên trục hoành của hàm số $y=h\left(x\right)$; lấy đối xứng qua trục hoành phần bên dưới trục hoành của $y=h\left(x\right)$



Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có tất cả 5 điểm cực trị.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=\left(x^2+2\right)\left|x^2-m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 1. **B.** 16. **C.** 2 . **D.** 17 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\left(x^2+2\right)\left|x^2-m\right|=\left|\left(x^2+2\right)(x^2-m)\right|=\left|x^4-(m-2)x^2-2m\right|$

Đặt $f(x)=x^4-(m-2)x^2-2m$

$\Rightarrow f'(x)=4x^3-2(m-2)x$

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=\dfrac{m-2}{2}\end{array}\right.$

Ta có phương trình $f(x)=0\Leftrightarrow\left(x^2+2\right)(x^2-m)=0\Leftrightarrow x^2=m$

Nếu $m<0$ thì phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm và $f'(x)=0$ có 1 nghiệm đơn $\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị. Khi đó hàm số $y=\left(x^2+2\right)\left|x^2-m\right|$ có 1 cực trị.

Nếu $m=0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm kép $x=0$ và $f'(x)=0$ có 1 nghiệm đơn $\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị. Khi đó hàm số $y=\left(x^2+2\right)\left|x^2-m\right|$ có 1 cực trị.

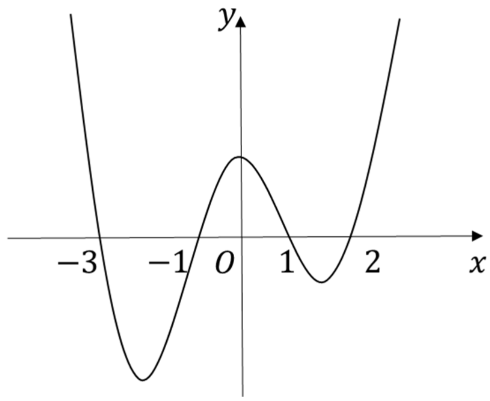
Nếu $m>0$ thì phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Do đó để hàm số $y=\left(x^2+2\right)\left|x^2-m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị thì hàm số $f(x)=\left(x^2+2\right)(x^2-m)$ phải có đúng 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow\dfrac{m-2}{2}>0\Leftrightarrow m>2$

Kết hợp điều kiện $m>0$ và $m\in(-20;20)$ ta có $m\in(2;20)\Rightarrow m\in[3;19]$

Vậy có 17 số nguyên để hàm số $y=\left(x^2+2\right)\left|x^2-m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ là một hàm số đa thức, biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây và $\max\limits_{[-4;0]} f(x)=2$, $\min\limits_{[0;6]} f(x)=-2$.



Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x^2+2x\right)\right|$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7 . **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=(2x+2)f'\left(x^2+2x\right)$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm $f'(x)$ ta được

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x^2+2x=-3\\x^2+2x=-1\\x^2+2x=1\\x^2+2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=-3\\x=-1\pm\sqrt{2}\end{array}\right..$$

Do $f(x)$ là một hàm số đa thức mà $y=f'(x)$ là hàm bậc bốn (theo đồ thị hàm số) nên $f(x)$ là hàm bậc 5. Từ đó ta có BBT của hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ trên $\mathbb{R}$ như sau

x	$-\infty$		-3		$-1-\sqrt{2}$		-1		$-1+\sqrt{2}$		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$		$f(3)$		$f(x_1)$		$f(-1)$		$f(x_2)$		$f(3)$		$+\infty$

Nên hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ có 5 cực trị.

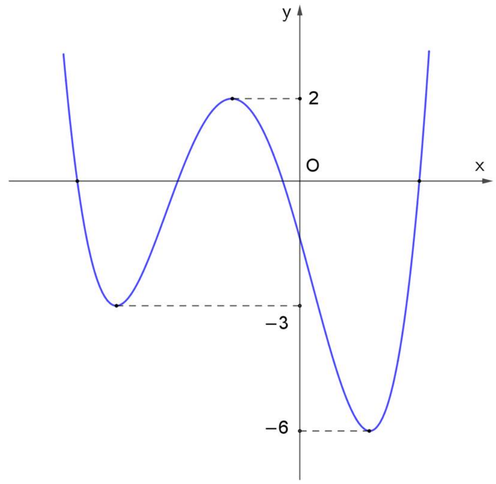
Ta có $f(3)\ge\min\limits_{[0;6]}f(x)=-2,\ f(-1)\le\max\limits_{[-4;0]}f(x)=2$ nên từ BBT ta có

$$y=f\left(x^2+2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+2x=x_1\in(-\infty;-1)\ (1)\\x^2+2x=x_2\in(-\infty;-1)\ (2)\\x^2+2x=x_3\in(-1;+\infty)\ (3)\\x^2+2x=x_4\in(-1;+\infty)\ (4)\end{array}\right.$$

Trong đó $(1),(2)$ vô nghiệm còn $(3),(4)$ mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt nên phương trình $f\left(x^2+2x\right)=0$ có 4 nghiệm phân biệt

Từ trên ta có được hàm số $y=\left|f\left(x^2+2x\right)\right|$ có 9 cực trị.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Gọi S là tập hợp các số nguyên dương của m để hàm số $y=\left|f(x+2020)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S là:

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có số điểm cực trị của hàm $y=\left|f(x+2020)+\frac{1}{3}m^2\right|$ bằng số điểm cực trị của hàm $y=\left|f(x)+\frac{1}{3}m^2\right|$.

Xét hàm $g(x)=f(x)+\frac{1}{3}m^2$

Dựa vào đồ thị ta có số điểm cực trị của hàm $g(x)$ bằng số điểm cực trị của hàm $f(x)$ và bằng 3.

Suy ra hàm số $y=\left|f(x+2020)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị thì số giao điểm của $g(x)$ với trục Ox (không kể các điểm tiếp xúc) là 2.

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{1}{3}m^2\ge 2 \\ -6<-\frac{1}{3}m^2\le -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow 9\le m^2<18 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3\le m<3\sqrt{2} \\ -3\sqrt{2}<m\le -3 \end{array}\right. .$$

Do m nguyên dương nên $m=3$ hoặc $m=4$.
Vậy tổng các giá trị là 7.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(x)=x^2-mx$ và $f(0)=\frac{243}{2}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left|f(2x+6)\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 20. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 21.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+C$, vì $f(0)=\frac{243}{2}\Rightarrow C=\frac{243}{2}$.

Suy ra $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+\frac{243}{2}$

$f'(x)=x^2-mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=m\end{array}\right.$ và $f(0)=\frac{243}{2}$, $f(m)=-\frac{m^3}{6}+\frac{243}{2}$.

Xét hàm $h(x)=f(2x+6)\Rightarrow h'(x)=2f'(2x+6)$

$h'(x)=0\Leftrightarrow f'(2x+6)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+6=0\\2x+6=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=\frac{m}{2}-3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}h(-3)=f(0)\\h\left(\frac{m}{2}-3\right)=f(m)\end{array}\right.$.

Do $y=f(x)$ là hàm bậc 3 nên $h(x)=f(2x+6)$ cũng là hàm bậc 3.

TH1: $m=0$ thì hàm $h(x)$ không có cực trị nên hàm $y=\left|f(2x+6)\right|$ không thể có 3 cực trị, hay $m=0$ không thỏa đề bài.

TH2: $-3<\frac{m}{2}-3\Leftrightarrow m>0$, ta có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-3		$\frac{m}{2}-3$		$+\infty$
h'(x)		+	0	-	0	+	
h(x)	$-\infty$	↗	f(0)	↘	f(m)	↗	$+\infty$

Để hàm số $y=\left|f(2x+6)\right|$ có đúng 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow f(m)\geq 0\Leftrightarrow -\frac{m^3}{6}+\frac{243}{2}\geq 0\Leftrightarrow m\leq 9$

Kết hợp điều kiện trên ta có $0<m\leq 9$, trường hợp này có 9 giá trị m thỏa đề bài

TH3: $-3>\frac{m}{2}-3\Leftrightarrow m<0$, ta có bảng biến thiên

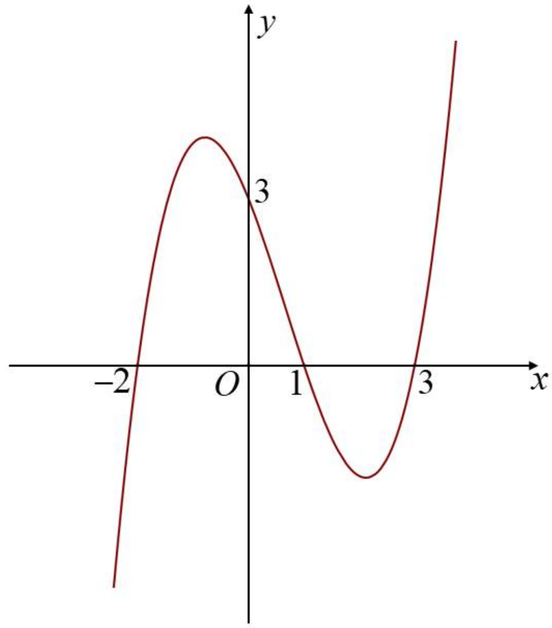
x	$-\infty$		$\frac{m}{2}-3$		-3		$+\infty$
h'(x)		+	0	-	0	+	
h(x)	$-\infty$	↗	f(m)	↘	f(0)	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số $y=\left|f(2x+6)\right|$ luôn có 3 điểm cực trị với mọi $m<0$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên thuộc $[-10;10]$, trường hợp này có 10 giá trị m thỏa đề bài

Vậy có tất cả 19 giá trị nguyên của $m\in[-10;10]$ thỏa bài toán.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc bốn và $f(0)=1$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$.

A. 7. **B.** 5. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

+ Theo đề, hàm số $f'(x)$ có dạng $f'(x)=a(x+2)(x-1)(x-3)$ $(a>0)$.

Do $f'(0)=3$ nên $6a=3\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$. Suy ra: $f'(x)=\frac{1}{2}\left(x^3-2x^2-5x+6\right)$.

Do đó: $f(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x\right)+C$. Mà $f(0)=1$ nên $C=1$.

Suy ra: $f(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x\right)+1$.

+ Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$:

x	$-\infty$		-2			1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-2)$	↗	$f(0)=1$	$f(1)>0$	↘	$f(3)<0$	↗	$+\infty$

+ Do hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ đối xứng qua trục Oy.

Khi $x\ge 0$, ta có: $y=\left|f\left(|x|\right)\right|=\left|f(x)\right|$. Từ bảng biến thiên ta thấy, trong trường hợp này đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt nên hàm số $y=\left|f(x)\right|$ sẽ có 4 điểm cực trị. Vậy hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có 9 điểm cực trị.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=x^3+mx^2+nx-1$ với $m,n\in\mathbb{R}$ và $\begin{cases} m+n>0 \\ 7+2(2m+n)<0 \end{cases}$. Hàm số $g(x)=\left|f(|x|)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

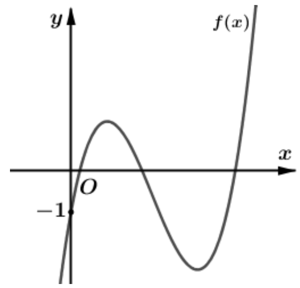
Chọn D

Lời giải. Ta có $\begin{cases} f(0)=-1 \\ f(1)=m+n>0 \\ f(2)=7+4m+2n<0 \end{cases}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow \exists p>2$ sao cho $f(p)>0$.

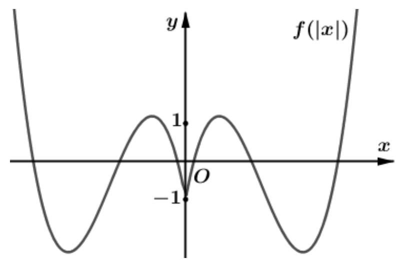
Suy ra $f(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt $c_1\in(0;1)$, $c_2\in(1;2)$ và $c_3\in(2;p)$. (1)

Suy ra đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x_1\in(c_1;c_2)$ và $x_2\in(c_2;c_3)$. (2)

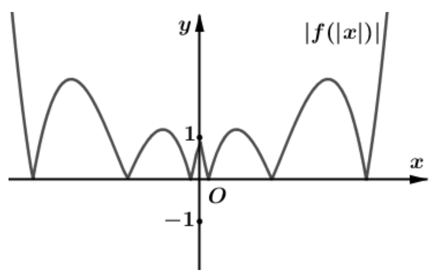
Từ (1) và (2), suy ra đồ thị hàm số $f(x)$ có dạng như hình bên dưới



Từ đó suy ra hàm số $f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.



Suy ra hàm số $\left|f(|x|)\right|$ có 11 điểm cực trị.



Vậy hàm số có 11 cực trị.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=|x-1|\left(x^2-2x-2\right)$, gọi M và m lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$. Khi đó $M+m$ bằng

A. -4. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 2.

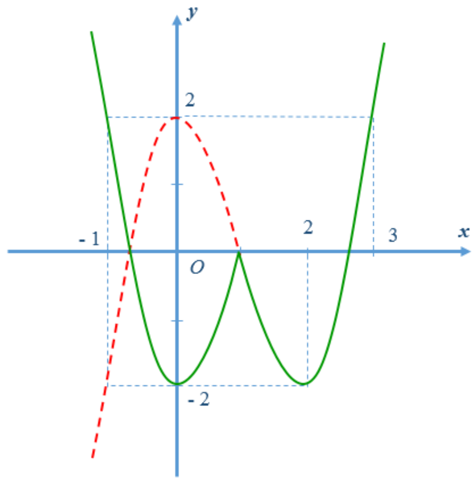
Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=|x-1|(x^2-2x-2)=\begin{cases} x^3-3x^2+2 \ ,khi \ \ x\ge 1 \\ -x^3+3x^2-2 \ ,khi \ \ x<1 \end{cases}$.

Ta có đồ thị hàm số $f(x)$ là đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ khi $x\ge 1$ và đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-2$ khi $x<1$.

Đồ thị hàm số $f(x)=|x-1|(x^2-2x-2)$ có dạng:



Khi đó giá trị cực đại $M=0$ và giá trị cực tiểu $m=-2$.

Vậy $M+m=-2$.

Câu 49. Cho hàm số $y=|x-1|\left[2x^2-(3m+4)x+9m-4\right]$. Có bao nhiêu giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(1;0), B, C$ sao cho tam giác ABC vuông tại A.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $y=\begin{cases} -(x-1)\left[2x^2-(3m+4)x+9m-4\right] \ ;x<1 \\ (x-1)\left[2x^2-(3m+4)x+9m-4\right] \ ;x\ge 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow y=\begin{cases} -\left[2x^3-3(m+2)x^2+12mx-9m+4\right] \ ;x<1 \\ 2x^3-3(m+2)x^2+12mx-9m+4 \ ;x\ge 1 \end{cases} \Rightarrow y'=\begin{cases} -\left[6x^2-6(m+2)x+12m\right] \ ;x<1 \\ 6x^2-6(m+2)x+12m \ ;x>1 \end{cases}$

Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm $x=2, x=m$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m\ne 1, m\ne 2$. Khi đó ba điểm cực trị là $A(1;0)$, $B(2;3m-4)$ và $C_1(m;-m^3+6m^2-9m+4)$ nếu $1<m\ne 2$; $C_2(m;m^3-6m^2+9m-4)$ nếu $m<1$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;3m-4), \overrightarrow{AC_1}=(m-1;-m^3+6m^2-9m+4)$, tam giác ABC_1 vuông tại A

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC_1}=0 \Rightarrow (m-1)+(3m-4)(-m^3+6m^2-9m+4)=0$

$\Rightarrow (m-1)(3m^3-19m^2+32m-17)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m\approx 4,04 \end{array}\right. \Rightarrow m\approx 4,04$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;3m-4),\overrightarrow{AC_2}=(m-1;m^3-6m^2+9m-4)$ tam giác ABC_2 vuông tại A

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC_2}=0\Rightarrow (m-1)+(3m-4)(m^3-6m^2+9m-4)=0$$

$$\Rightarrow (m-1)(3m^3-19m^2+32m-15)=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m\approx 0,8\\ m=1\\ m\approx 1,57\\ m\approx 3,95\end{array}\right.\Rightarrow m\approx 0,8$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 50. Tìm số phần tử nguyên của tham số m thuộc $[-2020;2020]$ sao cho hàm số $y=|x-1|.\left[x^3-x^2-2(m+1)x+2m+6\right]$ có 4 điểm cực trị và trong 4 điểm cực trị đó có 3 điểm cực trị $a,\ b,\ c$ thỏa mãn $a<1<b<c$ và $y(b).y(c)<0$.

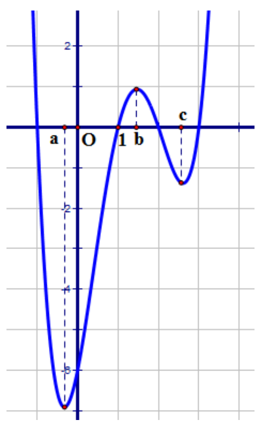
A. 2020. **B.** 4038. **C.** 4036. **D.** 2017.

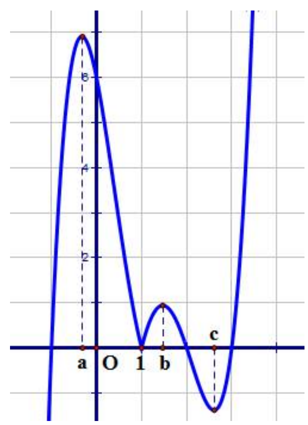
Lời giải

Chọn D

Nhận xét: Hàm số $y=|x-1|.\left[x^3-x^2-2(m+1)x+2m+6\right]$ có 4 điểm cực trị thì $x=1$ là 1 điểm cực trị. Khi đó, $x=1$ là nghiệm đơn của phương trình $(x-1)\left[x^3-x^2-2(m+1)x+2m+6\right]=0$.

Do vậy, hàm số $y=|x-1|.\left[x^3-x^2-2(m+1)x+2m+6\right]$ có 4 điểm cực trị và trong 4 điểm cực trị đo có 3 điểm cực trị $a,\ b,\ c$ thỏa mãn $a<1<b<c$ và $y(b).y(c)<0$ khi và chỉ khi phương trình $x^3-x^2-2(m+1)x+2m+6=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2,\ x_3$ thỏa mãn $x_1<1<x_2<x_3$





$$x^3-x^2-2(m+1)x+2m+6=0\Leftrightarrow 2m(x-1)=(x^3-x^2-2x+6)\Leftrightarrow 2m=x^2-2+\frac{4}{x-1},\ (x\neq 1).$$

Xét hàm số $f(x)=x^2-2+\dfrac{4}{x-1},\ x\neq 1$.

$$f'(x)=2x-\frac{4}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow (x-2)(x^2+1)=0\Leftrightarrow x=2.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên được: $2m > 6 \Leftrightarrow m > 3$.

Vậy có 2017 giá trị của tham số m.

.-------------Hết.-------------