PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL

BÀI 31. QUỸ TÍCH ĐIỂM BIỂU DIỄN CỦA SỐ PHỨC

I) KIẾN THỨC NỀN TẢNG

1. Mẹo giải nhanh

- Bài toán quỹ tích luôn đi lên từ định nghĩa. Ta luôn đặt $z = x + yi$, biểu diễn số phức theo yêu cầu đề bài, từ đó khử i và thu về một hệ thức mới :
- Nếu hệ thức có dạng $Ax + By + C = 0$ thì tập hợp điểm là đường thẳng
- Nếu hệ thức có dạng $\left(x \quad a\right)^2 + \left(y \quad b\right)^2 = R^2$ thì tập hợp điểm là đường tròn tâm $I\left(a;b\right)$ bán kính R
- Nếu hệ thức có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ thì tập hợp điểm có dạng một Elip
- Nếu hệ thức có dạng $\frac{x^2}{a^2} \quad \frac{y^2}{b^2} = 1$ thì tập hợp điểm là một Hyperbol
- Nếu hệ thức có dạng $y = Ax^2 + Bx + C$ thì tập hợp điểm là một Parabol

2. Phương pháp Caso

- Tìm điểm đại diện thuộc quỹ tích cho ở đáp án rồi thế ngược vào đề bài, nếu thỏa mãn thì là đúng

II) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1-[Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 3 năm 2017]

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z \quad 2 \quad i\right| = \left|\bar{z} + 2i\right|$

A. $4x \quad 2y + 1 = 0$ **B.** $4x \quad 2y \quad 1 = 0$ **C.** $4x + 2y \quad 1 = 0$ **D.** $4x \quad 6y \quad 1 = 0$

GIẢI

❖ **Cách Casio**

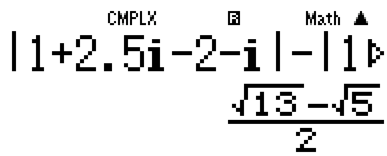
➤ Gọi số phức z có dạng $z = a + bi$. Ta hiểu : điểm M biểu diễn số phức z thì M có tọa độ $M\left(a;b\right)$.

Giả sử đáp án **A** đúng thì M thuộc đường thẳng $4x \quad 2y + 1 = 0$ thì $4a \quad 2b + 1 = 0$

Chọn $a = 1$ thì $b = \frac{5}{2} \Rightarrow z = 1 + 2.5i$. Số phức z thỏa mãn $\left|z - 2 - i\right| = \left|\bar{z} + 2i\right|$ thì $\left|z - 2 - i\right| - \left|\bar{z} + 2i\right| = 0$

➤ Sử dụng máy tính Casio để kiểm tra

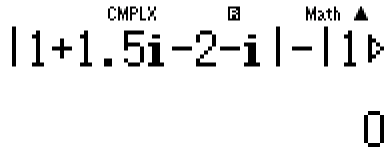
SHIFT hyp 1 + 2 . 5 ENG − 2 − ENG ▶ − SHIFT hyp 1 − 2 . 5 ENG + 2 ENG =



Ta thấy ra một kết quả khác 0 vậy $\left|z - 2 - i\right| - \left|\bar{z} + 2i\right| = 0$ là sai và đáp án **A** sai

➤ Tương tự với đáp số B chọn $a = 1$ thì $b = 1.5$ và $z = 1 + 1.5i$

SHIFT hyp 1 + 1 . 5 ENG − 2 − ENG ▶ − SHIFT hyp 1 − 1 . 5 ENG + 2 ENG =



Ta thấy kết quả ra 0 vậy $|z \;\; 2 \;\; i| \;\; |\bar{z}+2i| = 0$ là đúng và đáp án chính xác là **B**

❖ **Cách mẹo**

➢ Đặt $z = x + yi$ (ta luôn đi lên từ định nghĩa) .

➢ Thế vào $|z \;\; 2 \;\; i| = |\bar{z}+2i|$ ta được

$|(x \;\; 2)+(y \;\; 1)i| = |x^2 + (\;\; y+2)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x \;\; 2)^2 + (y \;\; 1)^2} = \sqrt{x^2 + (\;\; y+2)^2}$

$\Leftrightarrow (x \;\; 2)^2 + (y \;\; 1)^2 = x^2 + (\;\; y+2)^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = x^2 + y^2 - 4y + 4$

$\Leftrightarrow 4x \;\; 2y \;\; 1 = 0$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $4x \;\; 2y \;\; 1 = 0$

$\Rightarrow$ đáp án **B** là chính xác

❖ **Bình luận**

➢ Trong dạng toán này ta nên ưu tiên dùng mẹo vì tính nhanh gọn của nó

➢ Nhắc lại một lần nữa, luôn đặt $z = x + yi$ rồi biến đổi theo đề bài

VD2-[Thi thử sở GD-ĐT Hà Tĩnh lần 1 năm 2017]

Cho số phức z thỏa mãn $|2+z| = |1 \;\; i|$. Chọn phát biểu đúng

A.Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng
B.Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol
C.Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn
D.Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Elip

GIẢI

❖ **Cách mẹo**

➢ Đặt $z = x + yi$.

➢ Thế vào $|2+z| = |1 \;\; i|$ ta được

$|x+2+yi| = |1 \;\; i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + (\;\; 1)^2}$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(\;\; 2;0)$ bán kính $R = \sqrt{2}$

Vậy đáp án **C** là chính xác

VD3-[Đề thi minh họa của bộ GD-ĐT lần 1 năm 2017]

Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3+4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 4$ **B**. $r = 5$ **C**. $r = 20$ **D**. $r = 22$

GIẢI

❖ **Cách Casio**

- Để xây dựng 1 đường tròn ta cần 3 điểm biểu diễn của w, vì z sẽ sinh ra w nên đầu tiên ta sẽ chọn 3 giá trị đại diện của z thỏa mãn $|z| = 4$
- Chọn $z = 4 + 0i$ (thỏa mãn $|z| = 4$). Tính $w_1 = (3+4i)(4+0i)+i$

(3 + 4 ENG) × 4 + ENG =

CMPLX Math ▲
(3+4i)×4+i

12+17i

Ta có điểm biểu diễn của z_1 là $M(12;17)$
- Chọn $z = 4i$ (thỏa mãn $|z| = 4$). Tính $w_2 = (3+4i)(4i)+i$

(3 + 4 ENG) × 4 ENG + ENG =

CMPLX Math ▲
(3+4i)×4i+i

-16+13i

Ta có điểm biểu diễn của z_2 là $N(\ 16;13)$
- Chọn $z = \ 4i$ (thỏa mãn $|z| = 4$). Tính $w_3 = (3+4i)(\ 4i)+i$

(3 + 4 ENG) (− 4 ENG) + ENG =

CMPLX Math ▲
(3+4i)(-4i)+i

16-11i

Ta có điểm biểu diễn của z_3 là $P(16;\ 11)$

Vậy ta có 3 điểm M, N, P thuộc đường tròn biểu diễn số phức w
- Đường tròn này sẽ có dạng tổng quát $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$. Để tìm a, b, c ta sử dụng máy tính Casio với chức năng MODE 5 3

MODE 5 2 1 2 = 1 7 = 1 = − 1 2 x^2 − 1 7 x^2 = − 1 6 = 1 3 = 1 = − 1 6 x^2 − 1 3 x^2 = 1 6 = − 1 1 = 1 = − 1 6 x^2 − 1 1 x^2 = =

X= 0 (Math▼) Y= -2 (Math▼▲)

Z= -399 (Math ▲)

Vậy phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 \quad 2y \quad 399 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y \quad 1)^2 = 20^2$

Bán kính đường tròn tập hợp điểm biểu diễn số phức w là 20 $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **C**

❖ **Cách mẹo**

- Đề bài yêu cầu tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức w vậy ta đặt $w = x + yi$.

- Thế vào $w=(3+4i)z+i \Leftrightarrow z=\dfrac{w-i}{3+4i}=\dfrac{x+(y-1)i}{3+4i}$. Tiếp tục rút gọn ta được

  $z=\dfrac{\left[x+(y-1)i\right](3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\dfrac{3x+4y-4+(-4x+3y-3)i}{25}$

  $|z|=4 \Leftrightarrow |z|^2=16 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3x+4y-4}{25}\right)^2+\left(\dfrac{-4x+3y-3}{25}\right)^2=16$

  $\Leftrightarrow \dfrac{25x^2+25y^2+25-50y}{25^2}=16$

  $\Leftrightarrow x^2+y^2-2y=399$

  $\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=20^2$

  Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn bán kính $r=20$

  $\Rightarrow$ đáp án **C** là chính xác

Bình luận

- Chức năng MODE 5 2 để tìm phương trình đường tròn được giải thích như sau :

  Đường tròn có dạng $x^2+y^2+ax+by+c=0$

  Với M thuộc đường tròn thì $12a+17b+c=-12^2-17^2$

  Với N thuộc đường tròn thì $-16a+13b+c=-16^2-13^2$

  Với P thuộc đường tròn thì $16a-11b+c=-16^2-11^2$

  Vậy ta lập được hệ phương trình 3 ẩn bậc nhất $\begin{cases}12a+17b+c=-12^2-17^2\\ -16a+13b+c=-16^2-13^2\\ 16a-11b+c=-16^2-11^2\end{cases}$

  Và ta sử dụng chức năng giải hệ phương trình 3 ẩn bậc nhất MODE 5 2 để xử lý

- Hai cách đều hay và có ưu điểm riêng, tự luận sẽ tiết kiệm thời gian một chút nhưng việc tính toán rút gọn dễ nhầm lẫn, còn casio có vẻ bấm máy nhiều hơn nhưng tuyệt đối không sai.

VD4-[Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 3 năm 2017]

Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn phần thực của $\dfrac{z-1}{z-i}$ bằng 0 là đường tròn tâm I bán kính R (trừ đi một điểm)

A. $I\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right),\ R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **B.** $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right),\ R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

C. $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right),\ R=\dfrac{1}{2}$ **D.** $I\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right),\ R=\dfrac{1}{2}$

GIẢI

Cách mẹo

- Đặt $z=x+yi$.
- Thế vào $\dfrac{z-1}{z-i}$ ta được $\dfrac{x-1+yi}{x+(y-1)i}=\dfrac{(x-1+yi)\left[x-(y-1)i\right]}{\left[x+(y-1)i\right]\left[x-(y-1)i\right]}$

  $=\dfrac{x^2-x+y^2-y+xyi-(x-1)(y-1)i}{x^2+(y-1)^2}$

Để phần thực của $\frac{z \quad 1}{z \quad i}$ bằng 0 thì $x^2 \quad x + y^2 \quad y = 0 \Leftrightarrow \left(x \quad \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y \quad \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

Vậy tập hợp điểm cần tìm là đường tròn tâm $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ đáp án **B** là chính xác

III) BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 2 năm 2017]

Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1 \quad i| = |z \quad 1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

A. $4x+6y \quad 3=0$ **B.** $4x \quad 6y \quad 3=0$ **C.** $4x+6y+3=0$ **D.** $4x \quad 6y+3=0$

Bài 2-[Thi thử THPT Triệu Sơn – Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z : $|z| = |\bar{z} \quad 3+4i|$ là phương trình có dạng

A. $6x+8y \quad 25=0$ **B.** $3x+4y \quad 3=0$ **C.** $x^2+y=25$

D. $(x \quad 3)^2+(y \quad 4)^2=25$

Bài 3-[Thi thử THPT Nguyễn Đình Chiểu – Bình Định lần 1 năm 2017]

Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=3 \quad 2i+(2 \quad i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=20$ **B.** $r=\sqrt{20}$ **C.** $r=\sqrt{7}$ **D.** $r=7$

Bài 4-[Thi thử THPT Hàm Rồng – Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Trong mặt phẳng Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z \quad 1| = |(1+i)z|$

A.Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2; \quad 1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$

A.Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=\sqrt{3}$

A.Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; \quad 1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$

A.Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; \quad 1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$

Bài 5-[Thi thử THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2=z^2$ là :

A.Cả mặt phẳng **B.**Đường thẳng **C.**Một điểm **D.**Hai đường thẳng

Bài 6-Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z \quad 1| = |z \quad \bar{z}+2i|$ là một Parabol có dạng:

A. $y=3x^2-6x+2$ **B.** $y=\frac{x^2}{2}-x$ **C.** $y=\frac{x^2}{3}-4$ **D.** $y=x^2+2x+\frac{1}{3}$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Khoa học tự nhiên lần 2 năm 2017]

Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1 \quad i| = |z \quad 1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

A. $4x+6y \quad 3=0$ **B.** $4x \quad 6y \quad 3=0$ **C.** $4x+6y+3=0$ **D.** $4x \quad 6y+3=0$

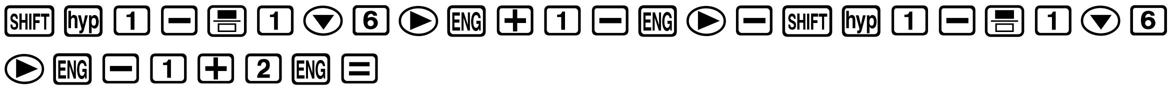
GIẢI

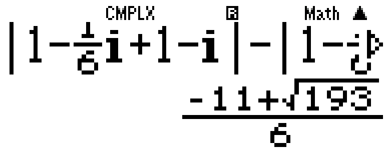
❖ **Cách 1: Casio**

- Giả sử đáp án A đúng, điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ thuộc đường thẳng $4x+6y \quad 3=0$

Chọn $x=1$ thì $y = \ \frac{1}{6}$ và số phức $z=1\ \ \frac{1}{6}i$.

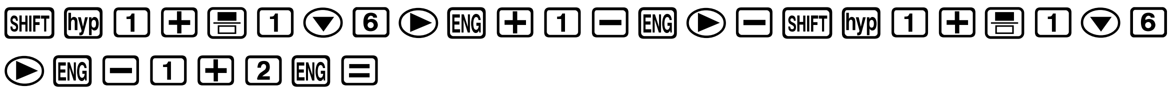
- Xét hiệu $|z+1\ \ i|\ \ |z\ \ 1+2i|$. Nếu hiệu trên $=0$ thì đáp án **A** đúng. Để làm việc này ta sử dụng máy tính Casio

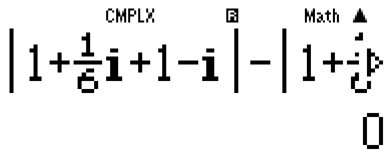




Hiệu trên khác 0 vậy đáp án **A** sai

- Thử với đáp án B. Chon $x=1$ thì $y=\frac{1}{6}$ và số phức $x=1+\frac{1}{6}i$. Xét hiệu :





Vậy hiệu $|z+1\ \ i|\ \ |z\ \ 1+2i|=0 \Leftrightarrow |z+1\ \ i|=|z\ \ 1+2i| \Rightarrow$ Đáp án chính xác là **B**

❖ **Cách 2: Tự luận**

- Vì đề bài yêu cầu tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z nên ta đặt $z=x+yi$
- Theo đề bài $|z+1\ \ i|=|z\ \ 1+2i|\ |x+1+(y\ \ 1)i|=|x\ \ 1+(y+2)i|$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y\ \ 1)^2=(x\ \ 1)^2+(y+2)^2$

$\Leftrightarrow x^2+2x+1+y^2\ \ 2y+1=x^2\ \ 2x+1+y^2+4y+4$

$\Leftrightarrow 4x\ \ 6y\ \ 3=0$. Vậy đáp án chính xác là **B**

Bài 2-[Thi thử THPT Triệu Sơn – Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z : $|z|=|\bar{z}-3+4i|$ là phương trình có dạng

A. $6x+8y\ \ 25=0$ **B.** $3x+4y\ \ 3=0$ **C.** $x^2+y=25$

D. $(x\ \ 3)^2+(y\ \ 4)^2=25$

GIẢI

- Đặt số phức $z=x+yi$.

Ta có : $|z|=|\bar{z}\ \ 3+4i| \Leftrightarrow |x+yi|=|x\ \ 3+(4\ \ y)i| \Leftrightarrow x^2+y^2=(x\ \ 3)^2+(4\ \ y)^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2=x^2\ \ 6x+9+y^2\ \ 8y+16 \Leftrightarrow 6x+8y\ \ 25=0$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng $6x+8y\ \ 25=0$

$\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **A**

Bài 3-[Thi thử THPT Nguyễn Đình Chiểu – Bình Định lần 1 năm 2017]

Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=3\ \ 2i+(2\ \ i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

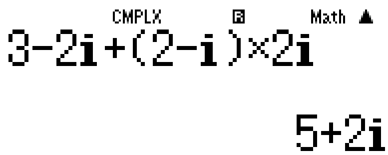
A. $r=20$ **B.** $r=\sqrt{20}$ **C.** $r=\sqrt{7}$ **D.** $r=7$

GIẢI

❖ Cách 1: Casio

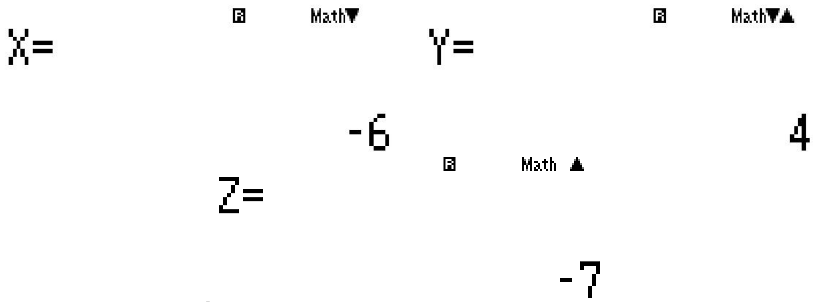
- Chọn số phức $z=2$ thỏa mãn $|z|=2$ vậy $w_1=3-2i+(2-i).2=7-4i$. Ta có điểm biểu diễn của w_1 là $M(7;-4)$
- Chọn số phức $z=-2$ thỏa mãn $|z|=2$ vậy $w_2=3-2i+(2-i).(-2)=-1+0i$. Ta có điểm biểu diễn số phức w_2 là $N(-1;0)$
- Chọn số phức $z=2i$ thỏa mãn $|z|=2$ vậy $w_3=3-2i+(2-i).(2i)=5+2i$. Ta có điểm biểu diễn số phức w_3 là $P(5;2)$

3 − 2 ENG + (2 − ENG) × 2 ENG =



- Sử dụng máy tính tìm phương trình đường tròn di qua 3 điểm M,N,P

MODE 5 2 7 = − 4 = 1 = − 7 x^2 − 4 x^2 = − 1 = 0
= 1 = − 1 x^2 = 5 = 2 = 1 = − 5 x^2 − 2 x^2 = =



Vậy phương trình đường tròn cần tìm là

$x^2+y^2-6x+4y-7=0 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y+2)^2=\left(\sqrt{20}\right)^2$ sẽ có bán kính là $r=\sqrt{20}$

$\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **B**

❖ Cách 2: Tự luận

- Vì đề bài yêu cầu tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức w nên ta đặt $w=x+yi$
- Theo đề bài $w=3-2i+(2-i)z \Rightarrow z=\dfrac{w-3+2i}{2-i}$

$$\Leftrightarrow z=\frac{x-3+(y+2)i}{2-i}=\frac{\left[x-3+(y+2)i\right](2+i)}{(2-i)(2+i)}$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{2x-y-8+(x+2y+1)}{3}$$

- Ta có $|z|=2 \Rightarrow \left(\dfrac{2x-y-8}{5}\right)^2+\left(\dfrac{x+2y+1}{5}\right)^2=4$

$$\Leftrightarrow (2x-y-8)^2+(x+2y+1)^2=100$$
$$\Leftrightarrow 5x^2+5y^2-30x+20y+65=100$$
$$\Leftrightarrow x^2+y^2-6x+4y=7$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+2)^2=\left(\sqrt{20}\right)^2$$

Bài 4-[Thi thử THPT Hàm Rồng – Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Trong mặt phẳng Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z \quad 1| = |(1+i)z|$

A.Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2; \quad 1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$

A.Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R = \sqrt{3}$

A.Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; \quad 1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$

A.Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; \quad 1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$

GIẢI

- Đặt số phức $z = x + yi$.
- Ta có : $|z \quad 1| = |(1+i)z| \Leftrightarrow |x + yi \quad 1| = |(x+yi)(1+i)| \Leftrightarrow |x \quad 1 + yi| = |x \quad y + (x+y)i|$

$\Leftrightarrow (x \quad 1)^2 + y^2 = (x \quad y)^2 + (x+y)^2$

$\Leftrightarrow x^2 \quad 2x + 1 + y^2 = x^2 \quad 2xy + y^2 + x^2 + 2xy + y^2$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x \quad 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(\quad 1;0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$

$\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **D**

Bài 5-[Thi thử THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2 = z^2$ là :

A.Cả mặt phẳng **B**.Đường thẳng **C**.Một điểm **D**.Hai đường thẳng

GIẢI

- Đặt số phức $z = x + yi$.
- Ta có $|z|^2 = z^2 \Leftrightarrow |x+yi|^2 = (x+yi)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = x^2 + 2xyi + (yi)^2$

$2y^2 \quad 2xyi = 0 \Leftrightarrow y(y \quad xi) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y - ix = 0 \end{array}\right.$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là hai đường thẳng $y = 0$ và $y \quad ix = 0$

$\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **D**

Bài 6-Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z \quad 1| = |z \quad \bar{z} + 2i|$ là một Parabol có dạng:

A. $y = 3x^2 \quad 6x + 2$ **B**. $y = \frac{x^2}{2} \quad x$ **C**. $y = \frac{x^2}{3} \quad 4$ **D**. $y = x^2 + 2x + \frac{1}{3}$

GIẢI

- Đặt số phức $z = x + yi$.
- Nếu đáp số A đúng thì đúng với mọi $z = x + yi$ thỏa mãn $y = 3x^2 \quad 6x + 2$.

Chọn một cặp $(x;y)$ bất kì thỏa $y = 3x^2 \quad 6x + 2$ ví dụ $A(0;2) \Rightarrow z = 2i$

Xét hiệu $2|z \quad 1| \quad |z \quad \bar{z} + 2i|$

2 SHIFT hyp 2 ENG − 1 ▶ − SHIFT hyp 2 ENG − (− 2 ENG) + 2 ENG =

CMPLX Math ▲

2|2i−1|−|2i−(−2▸

−6+2√5

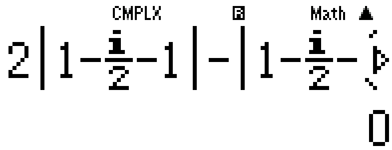
Vậy $2\left|z\quad 1\right|\quad\left|z\quad \overline{z}+2i\right|=\quad 6+2\sqrt{5}\neq 0$

$\Rightarrow 2\left|z\quad 1\right|\neq\left|z\quad \overline{z}+2i\right|\Rightarrow$ Đáp số **A** sai

- Tương tự với đáp số B chọn $z=1\quad \frac{1}{2}i$. Xét hiệu $2\left|z\quad 1\right|\quad\left|z\quad \overline{z}+2i\right|$

2 SHIFT hyp 1 − ▭ ENG ▼ 2 ▶ − 1 ▶ − SHIFT hyp 1 − ▭ ENG

▼ 2 ▶ − (1 + ▭ ENG ▼ 2 ▶) + 2 ENG =



Vậy $2\left|z-1\right|-\left|z-\overline{z}+2i\right|=0\Rightarrow 2\left|z-1\right|=\left|z-\overline{z}+2i\right|\Rightarrow$ Đáp số **B** chính xác.