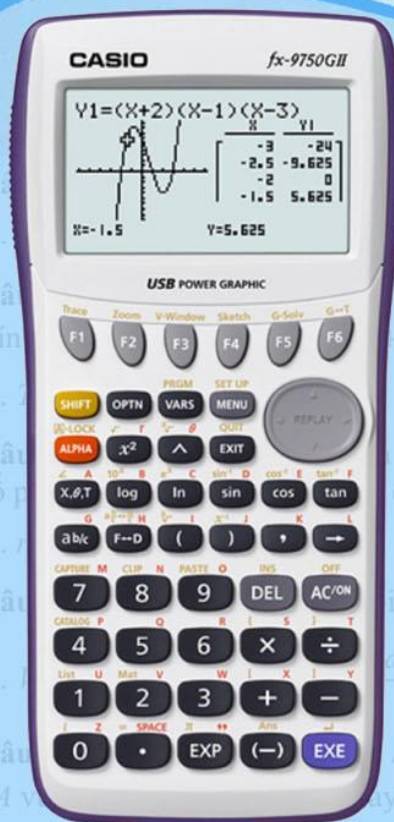


NGUYỄN THẾ LỰC

# GIẢI NHANH TRẮC NGHIỆM

# Toán 12



SÁCH GIẢI

www.sachgiai.com

BẢNG  
MÁY TÍNH  
CASIO

# TÂM PHÁP

## Skill CASIO công phá Trắc Nghiệm Toán 2017

Ver 2.0

(Lưu ý: Các thao tác casio chi tiết đã có ở từng chuyên đề, đây là mục phân dạng theo casio thay vì phân theo chuyên đề.)

### I. Hàm số

Các bài toán hàm số chủ yếu là hỏi về cực trị do đó chúng ta sẽ sử dụng tính năng đạo hàm:

$$\frac{d}{dx}(x^2)|_{x=1}$$

2

Ví dụ 1: Hàm số  $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$  đạt cực trị khi :

- A.  $\begin{cases} x = -3 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$      
 B.  $\begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{10}{3} \end{cases}$      
 C.  $\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{10}{3} \end{cases}$      
 D.  $\begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$

Các em sẽ nhập như sau:

$$\frac{d}{dx}(x^3 - 5x^2 + 3x + 1)|_{x=-3}$$

60

Do đó loại A vì đạo hàm của y không bằng 0 tại  $x = -3$  nên nó không thể là cực trị được. Tương tự các em thử với  $x = 0$

$$\frac{d}{dx}(x^3 - 5x^2 + 3x + 1)|_{x=0}$$

3

Vậy loại nốt B,C. Do đó ta sẽ chọn D.

Ví dụ 2: Hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$  đồng biến trên miền  $(0, +\infty)$  khi giá trị m là:

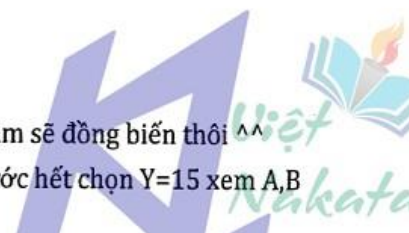
- A.  $m \geq 0$      
 B.  $m \geq 12$      
 C.  $m \leq 0$      
 D.  $m \leq 12$

Những bài như thế này tốt nhất là các em đạo hàm tay cho dễ xét, ta đạo hàm luôn trên máy và thay tham số m bằng tham số Y trên máy

$$3x^2 - 12x + Y$$

Tìm Y để biểu thức trên  $> 0$  với mọi x thuộc  $(0, +\infty)$  thì khi đó hàm sẽ đồng biến thôi ^^

Các em chọn bừa  $x=1$  rồi chọn Y theo hướng loại dần đáp án, trước hết chọn  $Y=15$  xem A,B đúng không? Hay là C,D đúng



**CALC** **1** **=** **1** **5** **=**

$3x^2 - 12x + y$

6

Do đó A, B sẽ đúng, giờ A với B nó khác nhau giá trị  $0 \rightarrow 12$  ta chọn bừa  $x=1$

**CALC** **=** **1** **=**

$3x^2 - 12x + y$

-8

Vậy loại A do lớn hơn 0 vẫn chưa được, chắc phải lớn hơn 12 ^^ do đó chỉ còn chọn B

**Ví dụ 3:** Tìm m để hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + mx + m$  đạt cực tiểu tại điểm có hoành độ bằng 1

Đơn giản là các em giải phương trình  $3.1^2 - 4.1 + m = 0$  thôi ^^

Giải tay cho khỏe, chứ Solve hơi lâu.

**Dạng viết phương trình tiếp tuyến:**

**Ví dụ 1:** Viết phương trình tiếp tuyến của  $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$  tại  $x = 1$

Ta đã biết phương trình tiếp tuyến có dạng:  $y = ax + b$

$a = y'(x_0) = \frac{d}{dx}(x^3 - 2x^2 + 2x + 1) = 1$  còn  $b = y(x_0) - ax_0$

Các em bấm máy như sau:

**SHIFT** **f** **ALPHA** **)** **SHIFT** **x^2** **=** **2** **ALPHA** **)** **x^2** **+** **2** **ALPHA** **)** **+** **1** **▶** **1** **=**

$\frac{d}{dx}(x^3 - 2x^2 + 2x + 1)$

1

**AC** **(** **ALPHA** **)** **SHIFT** **x^2** **=** **2** **ALPHA** **)** **x^2** **+** **2** **ALPHA** **)** **+** **1** **)** **=** **1** **x** **ALPHA** **)** **CALC** **1**

**=**

$(x^3 - 2x^2 + 2x + 1) - 1$

1

$\Rightarrow y = x + 1$

**Ví dụ 2:** Viết phương trình tiếp tuyến của  $y = x^3 - 3x + 1$  đi qua  $M(1; -1)$

Ta có hệ:

$$\begin{cases} k = y'(1) \\ y = k(x-1) - 1 \end{cases} \Rightarrow x^3 - 3x + 1 = (3x^2 - 3)(x-1) - 1 \xrightarrow{\text{SOLVE}} \begin{cases} x = 1 \\ x = 0.5 \end{cases}$$

Vậy là quay lại bài toán tìm tiếp tuyến tại 1 điểm.

**II. PT-BPT- Hệ**

Có 2 dạng chính là tìm nghiệm của phương trình và tìm số nghiệm hoặc tìm tổng của các nghiệm, hay nói cách khác 1 dạng có sẵn nghiệm rồi chỉ việc thử, 1 loại phải đi tìm nghiệm chính xác của nó.

Chủ yếu là dùng CALC để tính giá trị biểu thức thôi các em



### 1. Dạng đơn giản không có tham số:

Ví dụ 1: Phương trình  $\log_2(3x-2)=3$  có nghiệm là:

A.  $x = \frac{10}{3}$

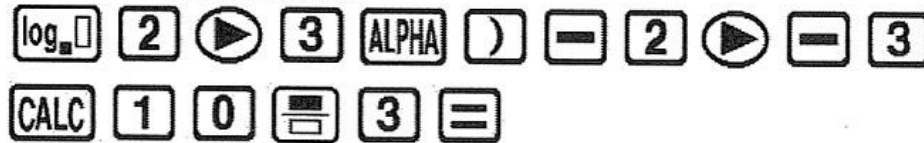
B.  $x = 3$

C.  $x = \frac{11}{3}$

D.  $x = 2$

Các em dùng tính năng tính giá trị biểu thức để thử từng giá trị:

Trước hết nhập phương trình:



$$\log_2(3X-2)-3$$

0



$$\log_2(3X-2)-3$$

$$-0.1926450779$$

Vậy đáp án A đúng

Áp dụng: Phương trình  $\sin 3x + \sin x = \cos 3x + \cos x$  có nghiệm là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$  B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}$  C.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\pi \end{cases}$  D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$

Ví dụ 2: Bất phương trình  $\frac{x+1}{x-1} > \frac{4x-2}{x}$  có nghiệm là:

A.  $\frac{1}{3} < x < 2$

B.  $\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{3} \\ 1 < x < 2 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} \frac{1}{3} < x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x < 0 \\ \frac{1}{3} < x < 2 \end{cases}$

Các em lần lượt tìm ra các miền khác nhau của các đáp án để xem đáp án nào chứa giá trị đúng.

Ví dụ như ví dụ trên ta sẽ tính  $x=100$  để xem  $x > 2$  đúng không?

Hay tính  $x=-100$  xem  $x < 0$  đúng không -

Cứ thế các em loại dần các đáp án, chủ yếu là phải chọn giá trị chỉ đáp án này có mà đáp án khác không có.



$$\frac{X+1}{X-1} - \frac{4X-2}{X}$$

$$-2.95979798$$

Với  $x=100$  giá trị biểu thức âm chứ không phải dương nên loại luôn C

Tương tự  $x=-100$



**CALC** **=** **1** **0** **0** **=** **S+D**

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{4x-2}{x}$$
  

$$-3.03(9801)$$

Do đó cũng loại nốt

Vậy chỉ còn A và B, ta sẽ chọn 1 giá trị mà A có còn B không có để xem đáp án nào đúng

Chọn  $x=0.5$

**CALC** **0** **.** **5** **=**

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{4x-2}{x}$$
  

$$-3$$

Vậy loại nốt A do đó chọn B

Áp dụng : Bất phương trình  $0,3^{x^2+x} > 0,09$  có nghiệm là:

A.  $x > 1$

B.  $-2 < x < 1$

C.  $x < -2$

D.  $\begin{cases} x < -2 \\ x > 1 \end{cases}$

## 2. Loại phương trình phải tìm chính xác nghiệm

Ví dụ 1 : Cho phương trình:  $\log_4(3 \cdot 2^x - 8) = x - 1$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  tính  $x_1 + x_2$

Các em sẽ tìm nghiệm bằng tính năng SOLVE của máy tính: xử đẹp mọi loại phương trình 1 ẩn

**log** **4** **3** **\*** **2** **^** **x** **-** **8** **=** **(** **x** **-** **1** **)**

$$(3 \times 2^x - 8) - (x - 1)$$

**SHIFT** **CALC**

Solve for X

3

**=**

$$\log_4(3 \times 2^x - 8) - (x - 1)$$
  

$$X = 3$$
  

$$L - R = 0$$

Vậy ta được 1 nghiệm đầu tiên  $x=3$ , ta sẽ kiểm tra xem còn nghiệm nào khác không bằng cách chia cho  $(X-3)$  các em sửa thành  $(.....) : (X-3)$

**(** **(** **3** **-** **X** **)** **:** **(** **X** **-** **3** **)**



Do đó Loại B vì nó chứa giá trị trên, và duy nhất C đúng, các em không tin thì thử lại nhé.

#### 4. Tìm số nghiệm của phương trình : Ngoài Solve chúng ta có thể dùng TABLE

(Các em xem ở phần chuyên đề nhé)

Cứ nhớ là  $f(x)$  đổi từ âm sang dương hoặc ngược lại thì tức là trên cái đoạn đổi dấu đó có 1 nghiệm, lí thuyết này các em đã được học từ năm lớp 11.

Ví dụ: PT  $\log_4(3 \cdot 2^x - 8) = x - 1$  có mấy nghiệm thì các em xét:  $f(x) = x - 1 - \log_4(3 \cdot 2^x - 8)$

$f(x) = x - 1 - \log_4(3 \cdot 2^x - 8)$  Start?

1

End?

20

Chú ý là nhìn qua thì  $x > 1$  nên ta sẽ cho Start từ 1 tới 20 vì Table chỉ tính được 20 giá trị thôi

Step?

1

1

Ví dụ này đặc biệt quá, ra luôn 2 nghiệm, nên Table cũng là 1 cách để tìm nghiệm nhé các em về bản chất nó cũng là tính giá trị biểu thức như CALC nhưng mà nó tính được nhiều hơn và tổng quan hơn, các em xem ví dụ ở phần chuyên đề nhé sẽ thấy rõ hơn sự khác biệt Table và Solve trong tìm số nghiệm của phương trình.

#### 5. Kỹ thuật giải hệ : tìm mối quan hệ (trích từ sách Bí Kíp Thế Lực ver tự luận)

Sơ đồ chung để giải hệ phương trình:

Từ 1 trong 2 phương trình, hoặc phức tạp hơn là phải kết hợp 2 phương trình

Mối quan hệ giữa  $x$  và  $y$   
(muốn làm được điều này thì các em phải dùng các pp thế, đưa về phương trình tích, ẩn phụ, hàm số, đánh giá....)

Thế vào 1 trong các phương trình để đưa về phương trình 1 ẩn, có thể là giải được luôn, hoặc có thể là một phương trình chứa căn phải dùng thêm phương pháp mới giải được, tùy vào mức độ đề thi

##### a. Kỹ thuật tìm nhanh mối quan hệ:

Ví dụ 1: Cho hệ : 
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - x - y - 1} \cdot \sqrt{x - y - 1} = y + 1 \\ x + y + 1 + \sqrt{2x + y} = \sqrt{5x^2 + 3y^2 + 3x + 7y} \end{cases}$$



Gọi  $(x_1, y_1)$  là nghiệm của hệ tính  $x_1 + y_1$

A.0 B.1 C.2 D.3

Hướng dẫn:

Các em chỉ cần lọc thô với  $y=100$  cho nhanh:

**Bước 1:** Nhập nguyên phương trình 1 vào

$$\sqrt[3]{X-Y-1} - (Y+1)$$

**Bước 2:** Gọi chương trình SOLVE và khởi tạo giá trị tham số  $Y=100$

SHIFT CALC 1 0 0 =

$$Y? \quad \sqrt{X^2 - X - Y - 1} \quad \sqrt{X - Y - 1}$$

$$X = 102 \quad L-R = 102$$

Sau khi ra  $X=102$  thì các em phải tìm với  $Y=100$  thì còn nghiệm  $X$  nào khác không bằng cách chia cho  $(X-100)$  như là phần giải phương trình đó.

$$\sqrt{(Y+1)} \div (X-102) \quad Y? \quad \text{Can't Solve}$$

$$100 \quad [AC] : \text{Cancel}$$

$$[4][1] : \text{Goto}$$

Từ đó suy ra được một mối quan hệ duy nhất:  $x-y=2 \rightarrow y=x-2$

Thay vào phương trình 2 ta được:

$$2x-1+\sqrt{3x-2}=\sqrt{8x^2-2x-2} \quad \text{Điều kiện: } x \geq \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{-2} - \sqrt{8X^2 - 2X - 2}$$

SHIFT CALC 0 =

$$2X-1+\sqrt{3X-2} - \sqrt{8X^2-2X-2} \quad \sqrt{-2-2X-2} \div (X-1) \quad \text{Can't Solve}$$

$$X = 1 \quad L-R = 0 \quad [AC] : \text{Cancel}$$

$$[4][1] : \text{Goto}$$

Bấm máy ra nghiệm  $x=1$  là nghiệm duy nhất

Vậy nghiệm của hệ là  $(1; -1) \rightarrow x_1 + y_1 = 0$

**b. Kỹ thuật tìm mối quan hệ với căn thức:** các em chọn  $y$  cho căn thức ra giá trị đẹp thì mới dễ nhìn mối quan hệ.

**Ví dụ 1:** Cho hệ: 
$$\begin{cases} (4x^2+1)x + (y-3)\sqrt{5-2y} = 0(1) \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3-4x} = 7(2) \end{cases}$$

Gọi  $(x_1, y_1)$  là nghiệm của hệ tính  $x_1 \cdot y_1$

A.0 B.1 C.2 D.3

Điều kiện:  $y \leq \frac{5}{2}, x \leq \frac{3}{4}$

- Bảng kết quả với phương trình 1:  $(4x^2+1)x + (y-3)\sqrt{5-2y} = 0$



Y	0.5	2	-2
$\sqrt{5-2y}$	2	1	3
X	1	0.5	1.5

Từ đó suy ra mối quan hệ là:  $2x = \sqrt{5-2y} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 5-2y \end{cases} \Rightarrow y = \frac{5-x}{2}$  thế vào (2)

$$4x^2 + \left(\frac{5}{2} - 2x^2\right)^2 + 2\sqrt{3-4x} - 7 = 0(3)$$

Bấm máy được:  $x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \rightarrow x_1, y_1 = 1$

### III. Tính giới hạn – Nhị thức Newton

#### 1. Tính giới hạn.

Phần này có thể nói là 1 phần rất dễ các em ạ, thực chất là tính giá trị biểu thức tại điểm lân cận cái điểm mình cần tính thôi.

Ví dụ x tiến tới 1 thì các em lấy 0.999999 hoặc 1.000001 thôi

Hoặc dùng công thức Lopital ở chuyên đề giới hạn nhé.

**Ví dụ 1:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{4x+5} - 3}$

Các em nhập biểu thức:

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{4x + 5} - 3}$$

Sao đó dùng CALC để tính:

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{4x + 5} - 3} = -3.000001125$$

Vậy ta được kết quả là -3

Hoặc tính cách khác:

$$\frac{\frac{d}{dx}(x^2 - 4x + 3)|_{x=1}}{\frac{d}{dx}(\sqrt{4x+5} - 3)|_{x=1}} = \frac{2x - 4|_{x=1}}{\frac{1}{2\sqrt{4x+5}}|_{x=1}} = \frac{-2}{\frac{1}{6}} = -12$$

Nói chung dạng tính lim này đa phần là dễ, anh cũng đã nói chi tiết 1 lần nữa ở phần chuyên đề rồi, cả cách làm sao để chuyển về phân số nếu kết quả là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

#### 2. Nhị thức newton

Cách tìm hệ số  $x^m$  trong khai triển anh đã trình bày ở chuyên đề, ở phần này anh sẽ không nhắc lại nữa mà sẽ mở rộng hơn:

Chúng ta xét khai triển:  $(ax+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (ax)^k \cdot b^{n-k} = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k} x^k$

Hệ số của  $x^k$  trong khai triển là:  $C_n^k a^k b^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} a^k b^{n-k}$

Để đơn giản hóa các em đặt:  $\begin{cases} k_1 = k \\ k_2 = n-k \end{cases} \Rightarrow k_1 + k_2 = n$  mà ta đang cần tìm  $x^m$  do đó ta có hệ

sau:  $\begin{cases} k_1 + k_2 = n \\ k_1 = m \end{cases}$  và hệ số cần tìm là:  $\frac{n!}{k_1!k_2!} a^{k_1} b^{k_2}$

Chúng ta lại xét tiếp khai triển 3 số hạng:

$$(ax^2 + bx + c)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (ax^2)^k (bx+c)^{n-k} \\ = \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^{n-k} C_n^k (ax^2)^k C_{n-k}^i (bx)^i c^{n-k-i} = \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^{n-k} C_n^k C_{n-k}^i a^k b^i c^{n-k-i} x^{2k+i}$$

Để cho gọn các em lại đặt như sau:  $\begin{cases} k_1 = k \\ k_2 = i \\ k_3 = n-k-i \end{cases} \Rightarrow k_1 + k_2 + k_3 = n$

Mà chúng ta lại đang đi tìm  $x^m$  do đó:  $2k+i=m$ , ta có hệ sau:  $\begin{cases} k_1 + k_2 + k_3 = n \\ 2k_1 + k_2 = m \end{cases}$

Từ hệ phương trình các em sẽ tìm được  $k_1, k_2, k_3$  và từ đó tính được hệ số bằng công thức:

$$C_n^k C_{n-k}^i a^k b^i c^{n-k-i} = \frac{n!}{(n-k)!k!} \cdot \frac{(n-k)!}{(n-k-i)!i!} a^k b^i c^{n-k-i} \\ = \frac{n!}{k!i!(n-k-i)!} a^k b^i c^{n-k-i} = \frac{n!}{k_1!k_2!k_3!} a^{k_1} b^{k_2} c^{k_3}$$

Vậy là chúng ta đã có công thức tổng quát cho 2 trường hợp khá đơn giản, cách để nhớ cái hệ cũng rất đơn giản:  $\begin{cases} k_1 + k_2 + k_3 = n \\ 2k_1 + k_2 = m \end{cases}$

Từ  $ax^2 \rightarrow 2.k_1$   $bx \rightarrow 1.k_2$   $\rightarrow 2k_1 + k_2$  chính là số mũ của  $x^m$  trong khai triển

**Ví dụ 1:** Tìm hệ số của  $x^6$  trong khai triển  $P = (3x^2 - 2x - 1)^9$

Các em viết luôn hệ sau:  $\begin{cases} k_1 + k_2 + k_3 = 9 \\ 2k_1 + k_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 \leq 3 \\ k_2 = 6 - 2k_1 \\ k_3 = 9 - (k_1 + k_2) = 3 + k_1 \end{cases}$

(các em để cấu trúc như anh nhé)

Made in by CASIO EXPERT - Nguyễn Thế Lực

Cách 1:

Sau đó các em vào Table và nhập:  $F(x) = \frac{9!}{x! \cdot (6-2x)! \cdot (3+x)!} \cdot 3^x \cdot (-2)^{6-2x} \cdot (-1)^{3+x}$

MODE 7

$$f(x) = \frac{9!}{x! \cdot (6-2x)! \cdot (3+x)!} \cdot 3^x \cdot (-2)^{6-2x} \cdot (-1)^{3+x}$$

Sau đó các em bấm = để bỏ qua G(X)

Start các em cho là 0 = End các em cho là 3 (vì mình chỉ cần chạy tới 3 thôi) Step 1 = nhé

Start?	End?	Step?
0	3	1

Sao đó ghi lại các số hạng này vào để tí nữa cộng lại

1 2 3	X	0	F(X)	30240	-27216	-5376
4 5	X	3	F(X)	-27216	2256	

Các em cộng lại được:

-5376+30240-27216  
-84

Vậy hệ số của  $x^6$  trong khai triển là -84

Cách 2: Sử dụng lập trình dòng lệnh - Thế Lực

Các em nhập như sau:

ALPHA ) ALPHA CALC ALPHA ) + 1 ALPHA / ALPHA S=D ALPHA CALC ALPHA S=D + 9 SHIFT x^ ) ALPHA )  
SHIFT x^ X ( 6 = 2 ALPHA ) ) SHIFT x^ X ( 3 + ALPHA ) ) SHIFT x^ ) X 3 x^  
ALPHA ) ) X ( = 2 ) x^ 6 = 2 ALPHA ) ) X ( = 1 ) x^ 3 + ALPHA )

$X=X+1: Y=Y+\frac{9!}{X! \times (6-2X)!} \times B$   $B \leftarrow B \times (-2)^{6-2X} \times (-1)^X$

Sau đó các em bấm CALC rồi bấm -1= 0= để khởi tạo cho  $X=-1, Y=0$  (\*)

Sau đó bấm =, thì lúc này  $k_1=0$  và để nó tính ra hệ số thì các em bấm =

$X=X+1$   $Y=Y+\frac{9!}{X! \times (6-2X)!} \times B$   
0 -5376

Vậy là đợt 1 đã xong, các em lại bấm = tiếp, rồi = tiếp, rồi = tiếp : đây là các thông số khởi đầu của đợt 2

X? Y? X=X+1  
0 -5376 1

Bây giờ lại bấm = như đợt 1 : thì nó hiện hệ số lúc này là tổng của hệ số lúc  $k_1=0$  và  $k_1=1$

$Y=Y+\frac{9!}{X! \times (6-2X)!} \times B$   
24864

Tiếp theo lại bấm = tiếp

X? Math ▲ Y? Math ▲ X=X+1 Math ▲Disp

1

24864

2

Kết quả đợt 3

$$Y=Y+\frac{9!}{X! \times (6-2X)!}$$

-2352

X?

Y?

2

-2352

Các em phải chú ý bấm = liên tục tới 3 thì bấm chậm thôi vì đây là đợt cuối  $k_1 = 3$

X=X+1

$$Y=Y+\frac{9!}{X! \times (6-2X)!}$$

3

-84

Nếu cứ bấm nữa thì cũng chẳng sao vì nó sẽ báo lỗi

X?

Y?

Math ERROR

4

-84

[AC] :Cancel  
[←][→]:Goto

SÁCH GIẢI

Mẹo nhập xong ở (\*) bao giờ báo lỗi thì dừng: bấm  $\boxed{RCL}$   $\boxed{S\div D}$

Y

X

-84

4

(Nhưng chú ý là khi đó X phải là 4 nhé chứ X là 1,2,3 thì lại đẩy sang trái CALC tiếp : xem ví dụ 2)

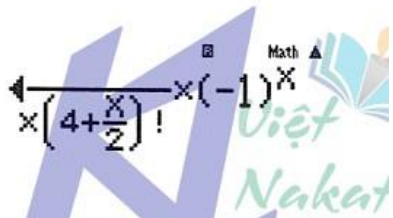
Ví dụ 2: Tìm hệ số của  $x^8$  trong khai triển  $P = (1+x^2(1-x))^8 = (-x^3+x^2+1)^8$  (A-2004)

$$\text{Các em tổng quát lên sẽ được công thức: } \begin{cases} k_1 + k_2 + k_3 = 8 \\ 3k_1 + 2k_2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 \leq 2 \\ k_2 = \frac{8-3k_1}{2} \\ k_3 = 8 - (k_1 + k_2) = 4 + \frac{k_1}{2} \end{cases}$$

Các em nhập vào :

Dấu : các em nhập là

$$X=X+1: Y=Y+\frac{8!}{X! \times \left(\frac{8-3X}{2}\right)! \times \left(4+\frac{X}{2}\right)!}$$





Sau đó các em bấm CALC và cho  $X = -1, Y = 0$  và máy hiện

$$X = X + 1$$

0

Các em lại ấn =

$$Y = Y + \frac{X! \times \left(\frac{8-3X}{2}\right)! \times |}{70}$$

Rồi lại ấn = = =

$$X? \quad Y? \quad X = X + 1$$

0 70 1

Thì nó báo lỗi do không có giai thừa của cơ số không nguyên

Math ERROR

[AC] : Cancel

[4][>]: Goto

Sau đó các em bấm "đẩy sang trái" và bấm CALC rồi lại = rồi lại =

$$X? \quad Y? \quad X = X + 1$$

1 70 2

Tới đây là  $k_1 = 2$  chỉ việc = là ra hệ số Y

$$Y = Y + \frac{X! \times \left(\frac{8-3X}{2}\right)! \times |}{238}$$

Vậy hệ số của  $x^8$  trong khai triển trên là 238

Ví dụ 3: Số hạng không chứa x trong khai triển  $P = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7, x > 0$

Các em viết lại chút trông cho nghệ thuật:  $P = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \left(x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{4}}\right)^7$

$$\text{Các em viết luôn hệ: } \begin{cases} k_1 + k_2 = 7 \\ \frac{1}{3}k_1 - \frac{1}{4}k_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 + k_2 = 7 \\ 4k_1 - 3k_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 \leq \frac{7}{1+\frac{4}{3}} = 3 \\ k_2 = \frac{4}{3}k_1 \end{cases}$$

Nhập vào máy: dùng Table nhé

$$f(x) = \frac{7!}{x! \times \frac{4x}{3}!}$$

Start? End?

Step?

1 0 3

2 35

## VI. Tính nguyên hàm - tích phân

- a. Tích phân xác định : Dạng này khá đơn giản các em chỉ cần nhập trực tiếp tích phân cần tính và bấm = để ra KQ

Ví dụ 1: Tính tích phân sau:  $\int_1^2 e^x \frac{\ln x}{x^7} dx$

Các em nhập như sau:

$\int_1^2 e^x \frac{\ln x}{x^7} dx$

Và đây là kết quả:

$\int_1^2 e^x \frac{\ln(x)}{x^7} dx$

0.1011388899

Để lưu lại giá trị tích phân để tiện cho việc so sánh các em lưu vào A bằng cách:

$\text{AC} \text{ Ans} \text{ SHIFT} \text{ RCL} \text{ (←)} \text{ CH} \text{ GIẢI}$

Ví dụ áp dụng:

Trích đề mẫu 2016:

Ví dụ 1. Tính tích phân:  $I = \int_0^2 \frac{5x+7}{x^2+3x+2} dx$

A.  $2\ln 3 + 3\ln 2$

B.  $2\ln 2 + 3\ln 3$

C.  $2\ln 2 + \ln 3$

D.  $2\ln 3 + \ln 4$

Ví dụ 2. Tích phân:  $I = \int_1^2 x^2 \ln x dx$  có giá trị bằng:

A.  $\frac{8}{3}\ln 2 - \frac{7}{3}$

B.  $8\ln 2 - \frac{7}{3}$

C.  $\frac{8}{3}\ln 2 - \frac{7}{9}$

D.  $24\ln 2 - 7$

Ví dụ 3: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số có phương trình:

$y = -x^2 + 2x + 1, y = 2x^2 - 4x + 1$

Trước hết ta tìm hoành độ giao điểm để biết cận đã

Giải:

$(2x^2 - 4x + 1) - (-x^2 + 2x + 1) = 0$  (Các loại khác không phải bậc 2 hay 3 thì các em giải như phần ở HD ở phía dưới tài liệu về PT-BPT)

$X_1 =$   $X_2 =$

Sau đó chỉ việc tính (Xem thêm tính năng Abs ở bài số phức)

$\int_{-6}^3 (-x^2 + 2x + 1) - (2x^2 - 4x + 1) dx$

$\int_{-6}^3 (-x^2 + 2x + 1) - (2x^2 - 4x + 1) dx$

Việt  
Nakat

$$\int_0^2 |3x^2 - 6x| dx$$

**Ví dụ 4:** Biết tích phân:  $\int_{-1}^0 \left( x+1+\frac{2}{x-1} \right) dx = a+b \ln 2$ . Tính a+b

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $-\frac{3}{2}$       C.  $\frac{5}{2}$       D.  $-\frac{5}{2}$

Hướng dẫn :

Trước hết các em bấm kết quả tích phân rồi lưu vào A.

$$\int_{-1}^0 \left( x+1+\frac{2}{x-1} \right) dx \quad \text{Ans} \rightarrow A$$

-0.8862943611      -0.8862943611

Sau đó vào Table: Mode 7

$$f(X) = \frac{A-X}{\ln(2)}$$

Rồi bấm == và cho Start 4= End 4= và Step 0.5=

X	F(X)
0.5	-1.278
1	-2.721

-2      [www.sachgiai.com](http://www.sachgiai.com)

Vậy là  $a=0,5$      $b=-2 \rightarrow a+b = \frac{-3}{2}$

**b. Nguyên hàm : tích phân không có cận, do đó ta phải cho nó giá trị của cận tùy ý**

**Ví dụ 1:** Tìm  $a>0$  sao cho :  $I = \int_0^a x e^{\frac{x}{2}} dx = 4$  rồi điền vào chỗ trống

Thông thường họ sẽ cho a nguyên vì là họ chấm bằng máy nên để số đẹp thì máy dễ chấm hơn là số xấu.

Ta thay lần lượt  $a=1, a=2 \dots$  Vào xem

$$\int_0^1 x e^{\frac{x}{2}} dx \quad \int_0^2 x e^{\frac{x}{2}} dx$$

0.7025574586      4

Vậy ta được  $a=2$

Để đỡ phải edit nhiều lần thì các em sửa thành:

Đầu tiên gán 1 vào Y bằng cách:

**1** **SHIFT** **RCL** **S=D**

Sau đó sửa tích phân thành:

$$\int_0^y x e^{\frac{x}{2}} dx$$

Rồi bấm "=" xem KQ là bao nhiêu, sau đó các em lại gán 2 rồi 3... cho đến khi đúng kết quả như yêu cầu:

$$2 \rightarrow Y$$

$$\int_0^y x e^{\frac{x}{2}} dx$$

Như vậy đỡ phải đẩy con trỏ nhiều lần để sửa lại cận của tích phân.

**Ví dụ 2:** Tìm nguyên hàm của hàm số:  $y = xe^{2x}$

A.  $\frac{1}{2}e^{2x}(x-\frac{1}{2})+C$     B.  $2e^{2x}(x-2)+C$     C.  $2e^{2x}(x-\frac{1}{2})+C$     D.  $\frac{1}{2}e^{2x}(x-2)+C$

Ở đây ta có 2 cách tính 1 là sử dụng đạo hàm kết quả (đáp án) rồi so sánh với đề bài, cách 2 là tính xuôi

Rõ ràng ở đây, cách 1 là đơn giản nhất vì máy tính đã có sẵn tính năng tính đạo hàm tại 1 điểm xác định cho các em.

**Cách 1:** Các em xét đạo hàm tại  $x=1$  của 4 đáp án xem có biểu thức nào bằng:  $y'(1) = 1.e^2$  không?

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{2} e^{2x} (x-0.5) \right) \Big|_{x=1} = e^2$$

Thì thấy đáp án A đúng

**Cách 2:** Ta có:  $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Các em xét tích phân từ  $\frac{1}{2}$  tới 2 để có 1 cái  $F(\dots) = 0$

Các em xét đáp án A trước nhé:

$$\int_{0.5}^2 x e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{4x} \left( 2x - \frac{1}{2} \right) \Big|_{0.5}^2$$

Vậy các em chọn A nhé.

Tổng kết: Vậy là các em sẽ biến yêu cầu tổng quát của bài toán thành 1 bài tính thông thường bằng cách tự thay số vào cho phù hợp.

## V. Số phức

### 1. Tính toán cơ bản





Để tính được số phức các em phải vào hệ CMPLX bằng cách:

**MODE 2**

Gọi thành phần ảo bằng cách bấm:

**SHIFT ENG i**

Ví dụ 1: Tính  $(2+i)z+1+3i = \frac{1+2i}{1+i}$

**CMPLX 1 + 2 SHIFT ENG 1 + SHIFT ENG = 1 - 3 SHIFT ENG ) ÷ ( 2 + SHIFT ENG ) =**  
 $\left( \frac{1+2i}{1+i} - 1 - 3i \right) \div (2+i)$   
 $-\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

Để tìm số phức liên hợp của z ta dùng hàm Conj

**SHIFT 2 2 1 + SHIFT ENG ) =**

**CMPLX 1 Math Conj(1+i)**

**1-i**

Tương tự tính Argument (góc) của z

**SHIFT 2 1 1 + SHIFT ENG ) =**

**CMPLX 1 Math arg(1+i)**

**45**

Tính độ dài ta dùng Abs:

**SHIFT hyp 1 + SHIFT ENG =**

**CMPLX 1 Math |1+i|**

**$\sqrt{2}$**

Ví dụ 2:  $z = (2+i)(1-i) + 1 + 3i$  các em có thể tính z bằng máy rồi dùng Abs hoặc Abs cả biểu thức đó luôn được:

**CMPLX 1 Math |(2+i)(1-i)+1+3i|**

**$2\sqrt{5}$**

Ví dụ 3: Tìm tập hợp z thỏa mãn đẳng thức  $|z+2+i| = |\bar{z}-3i|$

A.  $y = x - 1$

B.  $y = x + 1$

C.  $y = -x + 1$

D.  $y = -x - 1$

Anh giải thích 1 chút ví dụ  $z = a + bi$  thì ý của họ là mối quan hệ  $a, b$  là biểu thức nào trong 4 đáp án ở trên đó.

Thì ở đây mình sẽ lần lượt đi tính 4 đáp án

Đáp án A.  $y = x - 1$  tức là:  $b = a - 1 \Rightarrow$  Chọn  $b = 100, a = 101 \rightarrow z = 101 + 100i$

Sau đó nhập:

$\boxed{=}$   $\boxed{\text{SHIFT}}$   $\boxed{\text{hyp}}$   $\boxed{\text{SHIFT}}$   $\boxed{2}$   $\boxed{2}$   $\boxed{\text{ALPHA}}$   $\boxed{)}$   $\boxed{)}$   $\boxed{-}$   $\boxed{3}$   $\boxed{\text{SHIFT}}$   $\boxed{\text{ENG}}$   
 $|X+2+i| - |\text{Conjg}(X) - 3i|$

Sau đó tính bằng cách bấm CALC

X?

0

Các em nhập là

$\boxed{\text{CALC}}$   $\boxed{1}$   $\boxed{0}$   $\boxed{1}$   $\boxed{+}$   $\boxed{1}$   $\boxed{0}$   $\boxed{0}$   $\boxed{\text{SHIFT}}$   $\boxed{\text{ENG}}$   $\boxed{=}$

Được kết quả:

$|X+2+i| - |\text{Conjg}(X) - 3i|$

0

Vậy là đáp án A thỏa mãn yêu cầu, các em thử luôn các đáp án khác để luyện

2. Tìm căn của số phức, module [www.sachgiai.com](http://www.sachgiai.com)

Ví dụ 1:  $\sqrt{-33+56i}$

A.  $4+7i$  B.  $-4-7i$  C.  $-4+7i; -4-7i$  D.  $4+7i; -4-7i$

Cách 1: Các em thử đáp án: Tính mọ

$(4+7i)^2$   $(-4-7i)^2$   
 $-33+56i$   $-33+56i$

Cách 2: Tính không dựa vào đáp án

Các em về COMP tính toán thông thường:

Chúng ta sẽ chuyển từ dạng đại số sang dạng lượng giác để tiến hành khai căn

$\boxed{\text{SHIFT}}$   $\boxed{+}$   $\boxed{-}$   $\boxed{3}$   $\boxed{3}$   $\boxed{\text{SHIFT}}$   $\boxed{)}$   $\boxed{5}$   $\boxed{6}$   $\boxed{)}$   $\boxed{=}$   
 $\text{Pol}(-33, 56)$

$r=65, \theta=2.103300$

Khi đó các giá trị góc và bán kính này được lưu ở X, Y

$X$   $Y$

65

2.103300425

Sau khi chuyển được sang lượng giác rồi thì các em nhớ tới công khai căn dạng lượng giác là



$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \rightarrow \sqrt{z} = \sqrt{r}(\cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2})$$

Do đó mình lại chuyển từ lượng giác sang đại số bằng cách bấm

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{= \sqrt{\square}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{>}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{>}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{S}\div\text{D}} \boxed{\div} \boxed{2} \boxed{\text{>}} \boxed{=}$$

$$\text{Rec}(\sqrt{X}, Y \div 2)$$

$$X=4, Y=7$$

Cách 3: Theo SGK:

$$z = 33 - 56i = (a + bi)^2 \rightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 33 \\ 2ab = -56 \end{cases} \rightarrow a^2 - \left(\frac{-28}{a}\right)^2 = 33$$

$$\begin{array}{l} \boxed{\text{M}} \boxed{X^2 - \left(\frac{28}{X}\right)^2 - 33} \boxed{\text{Math}} \boxed{\Delta} \quad \boxed{\text{M}} \boxed{X^2 - \left(\frac{28}{X}\right)^2 - 33} \boxed{\text{Math}} \boxed{\Delta} \\ \boxed{X=} \quad \boxed{7} \\ \boxed{\text{L-R}} \quad \boxed{0} \\ \boxed{\text{M}} \boxed{\left(\frac{28}{X}\right)^2 - 33} \boxed{\div} \boxed{(X-7)} \boxed{\text{Math}} \boxed{\Delta} \\ \boxed{X=} \quad \boxed{-7} \\ \boxed{\text{L-R}} \quad \boxed{0} \end{array}$$

Vậy đáp án là D.

Ví dụ 2. Tìm module của z biết  $z + (1+i)\bar{z} = 5 + 2i$

A.  $\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{5}$       D.  $\sqrt{10}$

Các em nhập vào máy tính như sau:

$$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{>}} \boxed{+} \boxed{\text{<}} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{ENG}} \boxed{\text{>}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{>}} \boxed{\text{>}} \boxed{-} \boxed{\text{<}} \boxed{5} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{ENG}} \boxed{\text{>}}$$

$$X + (1+i)\text{Conjg}(X) \rightarrow \text{Conjg}(X) - (5+2i)$$

Sau đó các em nhập  $X = 1000 + 100i$

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{ENG}} \boxed{=}$$

$$X + (1+i)\text{Conjg}(X)$$

$$2095 + 998i$$

Ở đây các em sẽ có:

$$\begin{cases} 2095 = 2 \cdot 1000 + 100 - 5 = 2a + b - 5 \\ 998 = 1000 - 2 = a - 2 \end{cases} \quad \text{Mặt khác ta đang muốn phương trình nó bằng 0 thay}$$

$$\text{vì kết quả vừa rồi do đó} \rightarrow \begin{cases} 2a + b - 5 = 0 \\ a - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \rightarrow |z| = \sqrt{5}$$

Lưu ý: các em phải lấy số đầu gần nhất tức là:  $2198 = 2a + 2b - 2$ ;  $2795 = 3a - 2b - 5$

Ví dụ 3: Tính module của  $z^9$  biết:  $\frac{(z-1)(2-i)}{\bar{z}+2i} = \frac{3+i}{2}$

A.  $\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2}$       C.  $4\sqrt{2}$       D.  $16\sqrt{2}$

Các em quy đồng lên và nhập vào máy tính:  $2(z-1)(2-i) = (3+i)(\bar{z}+2i)$  CALC

$$z = 10000 + 100i$$

CMPLX  $(3+i)(\text{Conjg}(X)) \rightarrow X?$

10000  
+100i

CMPLX  $2(X-1)(2-i) - (3+i)$

10098-29304i

Ta suy ra được hệ:  $\begin{cases} a+b-2=0 \\ 3a-7b+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=1 \rightarrow z=1+i \rightarrow |z|=\sqrt{2} \rightarrow |z^2|=16\sqrt{2}$

#### IV. Ứng dụng trong Oxyz, Oxy

a. Tính khoảng cách từ 1 điểm tới 1 đường thẳng, 1 mặt phẳng:

Với Oxy  $d_{A \rightarrow (\Delta)} = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ , với Oxyz:  $d_{A \rightarrow (P)} = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

b. Tính góc tạo bởi 2 đường thẳng (2 vecto chỉ phương), 2 mặt phẳng (2 vecto pháp tuyến)

$\cos \alpha = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$  với Oxy thì các em bỏ z đi là được

c. Tính tích có hướng, vô hướng của 2 vecto, tích hỗn tạp- Ứng dụng tính V bằng tích hỗn tạp

Các em vào tính năng vecto

MODE 8

SÁCH GIẢI  
www.sachgiai.com

Vector?

1: VctA 2: VctB  
3: VctC

Sau đó nhẽ nhập dữ liệu cho từng vecto: Chọn 1 để nhập cho VectoA

VctA(m) m?  
1: 3 2: 2

Chọn 1 để chọn hệ trục Oxyz

VCTB  
A [ ] 0 0]

0

Sau đó các em nhập dữ liệu cho nó

VCTB  
A [ 1 2 [ ] ]

3

Để nhập tiếp dữ liệu cho vectoB các em bấm

SHIFT 5 2 2 1



$$\vec{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

0

Lại nhập dữ liệu cho nó:

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

1

Tính tích có hướng của vecto A và B ta bấm như sau:

$$\vec{A} \times \vec{B} = 3 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 4$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = 4$$

-4

Ta được vecto mới vuông góc với 2 vecto A và B là tích có hướng của chúng

Để tính tích vô hướng ta bấm như sau:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 7$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 7$$

10

Để tính tích hỗn tạp của 3 vecto thì ta sẽ nhập thêm dữ liệu cho vecto C

$$\vec{C} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\vec{C} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

6

$$\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C} = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C} = 20$$

0

Để tính thể tích của tứ diện tạo bởi 4 điểm ( $\Rightarrow$  3 vecto) thì các em dùng công thức:

$$V_{A.BCD} = \frac{1}{6} [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}$$

Ví dụ áp dụng:

Cho bốn điểm  $A(1;0;1), B(2;2;2), C(5;2;1), D(4;3;-2)$

Tính thể tích tứ diện ABCD ?

Đây là Skill Casio ver2.0 của sách Luyện Thi Trắc Nghiệm Toán 2017 ver1.0 bản Skill Casio sẽ tiếp tục được Update ở các phiên bản sau.

