

**PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL**  
**BÀI 9. TÌM SỐ NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH – LOGARIT (P1)**

**1) PHƯƠNG PHÁP**

**Bước 1:** Chuyển PT về dạng Vế trái = 0 . Vậy nghiệm của PT sẽ là giá trị của  $x$  làm cho vế trái = 0

**Bước 2:** Sử dụng chức năng CALC hoặc MODE 7 hoặc SHIFT SOLVE để kiểm tra xem nghiệm . Một giá trị được gọi là nghiệm nếu thay giá trị đó vào vế trái thì được kết quả là 0

**Bước 3:** Tổng hợp kết quả và chọn đáp án đúng nhất

**\*Đánh giá chung:** Sử dụng CALC sẽ hiệu quả nhất trong 3 cách

**Chú ý :** Nhập giá trị  $\log_a b$  vào máy tính casio thì ta nhập  $\log a : \log b$

**2) VÍ DỤ MINH HỌA**

**VD1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017]**

Phương trình  $\log_2 x \log_4 x \log_6 x = \log_2 x \log_4 x + \log_4 x \log_6 x + \log_6 x \log_2 x$  có tập nghiệm là :

- A. {1}                      B. {2; 4; 6}                      C. {1; 12}                      D. {1; 48}

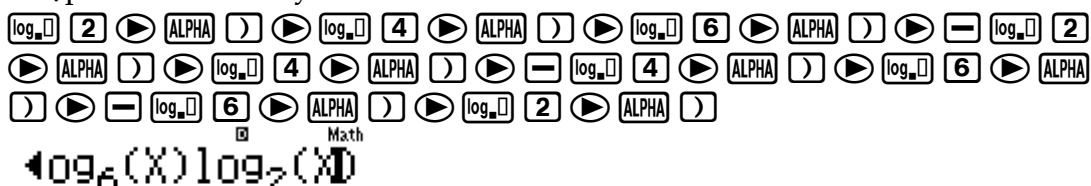
**GIẢI**

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Chuyển phương trình về dạng :

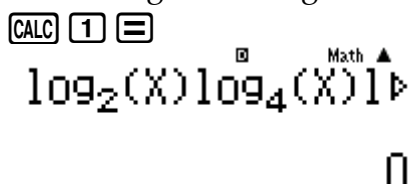
$$\log_2 x \log_4 x \log_6 x - \log_2 x \log_4 x - \log_4 x \log_6 x - \log_6 x \log_2 x = 0$$

Nhập vế trái vào máy tính Casio



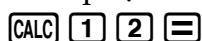
➤ Vì giá trị 1 xuất hiện nhiều nhất nên ta kiểm tra xem 1 có phải là nghiệm không. Nếu 1 là nghiệm thì đáp án đúng chỉ có thể là A, C, D. Còn nếu 1 không phải là nghiệm thì đáp án chứa 1 là A, C, D sai dẫn đến B là đáp án đúng.

Ta sử dụng chức năng CALC



Vậy 1 là nghiệm.

➤ Ta tiếp tục kiểm tra giá trị 12 có phải là nghiệm không



$$\log_2(X) \log_4(X) = -4.971815308$$

Đây là một kết quả khác 0 vậy 12 không phải là nghiệm  $\Rightarrow$  Đáp án C sai

- Tiếp tục kiểm tra giá trị 48 có phải là nghiệm không

**CALC** **4** **8** **=**

$$\log_2(X) \log_4(X) = 0$$

Vậy 48 là nghiệm chứng tỏ D là đáp án chính xác.

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Điều kiện  $x > 0$
- Trường hợp 1 : Với  $x = 1$  thì  $\log_2 0 = \log_4 0 = \log_6 x = 0$ . Thế vào phương trình ban đầu thấy thỏa mãn vậy  $x = 1$  là 1 nghiệm.
- Trường hợp 2 : Với  $x > 0; x \neq 1$

$$\begin{aligned} \text{Phương trình} &\Leftrightarrow \frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 4 \cdot \log_x 6} = \frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \cdot \log_x 6} + \frac{1}{\log_x 6 \cdot \log_x 2} \\ &\Leftrightarrow 1 = \log_x 6 + \log_x 4 + \log_x 2 \\ &\Leftrightarrow 1 = \log_x 48 \\ &\Leftrightarrow x = 48 \end{aligned}$$

**VD2-[Thi HK1 THPT Liên Hà – Đông Anh năm 2017]**

Tập nghiệm của phương trình  $3^x \cdot 5^{\frac{2x-2-m}{x-5}} = 15$  ( $m$  là tham số) là :

- A.  $\{2; m \log_3 5\}$       B.  $\{2; m + \log_3 5\}$       C.  $\{2\}$       D.  $\{2; m - \log_3 5\}$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Đề bài không cho điều kiện ràng buộc của  $m$  nên ta chọn một giá trị  $m$  bất kì.

Ví dụ  $m = 5$  Phương trình trở thành :  $3^x \cdot 5^{\frac{2x-2-5}{x-5}} = 15 \Leftrightarrow 3^x \cdot 5^{\frac{2x-7}{x-5}} = 15$

Nhập phương trình vào máy tính Casio

$$3^x \cdot 5^{\frac{2x-2-5}{x-5}} = 15$$

- Đáp án nào cũng có 2 nên không cần kiểm tra. Kiểm tra nghiệm  $x = m \log_3 5 = 5 \log_3 5$ .

$$3^{5 \log_3 5} \cdot 5^{\frac{2 \cdot 5 \log_3 5 - 2 - 5}{5 \log_3 5 - 5}} = 15$$

Ra một kết quả khác 0  $\Rightarrow$  Đáp án A sai

- Tương tự tra nghiệm  $x = m - \log_3 5 = 5 - \log_3 5$

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{5} \boxed{-} \boxed{\log} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{\div} \boxed{\log} \boxed{3} \boxed{)} \boxed{=}$   

$$3^{x-1} \times 5^{\frac{2x-2-5}{x-5}} - 15 = 0$$

Ra kết quả bằng 0 vậy  $\Rightarrow$  Đáp án chính xác là D

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Phương

trình

$$3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}} = 15 \Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}} = 3^1 \cdot 5^1 \Leftrightarrow 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}-1} = 3^{1-(x-1)} \Leftrightarrow 5^{\frac{x-2}{x-m}} = 3^{2-x} \quad (1)$$

- Logarit hóa hai vế theo cơ số 5. (1)  $\Leftrightarrow \frac{x-2}{x-m} = (2-x) \log_5 3$

Trường hợp 1 : Với  $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$

Trường hợp 2 :  $\frac{1}{x-m} = \log_5 2 \Leftrightarrow x-m = \frac{1}{\log_5 2} \Leftrightarrow x = m + \log_2 5$

**VD3-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai Tp.HCM 2017]** Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là 2 nghiệm của phương trình  $5^{2x+1} - 8 \cdot 5^x + 1 = 0$ . Khi đó :

- A.  $x_1 + x_2 = 1$       B.  $x_1 + x_2 = 2$       C.  $x_1 + x_2 = 2$       D.  $x_1 + x_2 = 1$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO SHOLVE+CALC**

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Rồi nhấn phím = để lưu lại phương trình =

$\boxed{5} \boxed{x^{\circ}} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{8} \boxed{\times} \boxed{5} \boxed{x^{\circ}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\rightarrow} \boxed{+} \boxed{1}$

$$5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$$

- Vì đáp án không cho 1 giá trị cụ thể nên ta không thể sử dụng được chức năng CALC mà phải sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE. Ta dò nghiệm với giá trị  $x$  gần 1 chẳng hạn

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{=}$   

$$5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$$
  

$$x = 0.2365491779$$
  

$$L-R = 0$$

Vậy 1 là nghiệm. Ta lưu nghiệm này vào biến A rồi coi đây là nghiệm  $x_1$

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\leftarrow)}$   

$$\text{Ans} \rightarrow A$$

0.2365491779

- Ta có  $x_1 = A$  Nếu đáp án A là  $x_1 + x_2 = 1$  đúng thì  $x_2 = 1 - A$  phải là nghiệm. Ta gọi lại phương trình ban đầu rồi CALC với giá trị  $1 - A$

⬆ CALC 1 = ALPHA (←) =

$$5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$$

32.04020126

Kết quả ra khác 0 vậy 1  $A$  không phải là nghiệm hay đáp án **A** sai

Tương tự như vậy ta CALC với các giá trị  $x_2$  của đáp án B, C, D. Cuối cùng ta thấy giá trị 1  $A$  là nghiệm.  $\Rightarrow$  Vậy đáp số chính xác là **D**

⬆ CALC 1 = ALPHA (←) =

$$5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$$

0

### ❖ Cách 2 : CASIO 2 LẦN SHIFT SOLVE

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Nhấn nút  $\rightarrow$  để lưu vế trái lại rồi SHIFT SOLVE tìm nghiệm thứ nhất và lưu vào  $A$

5  $x^2$  2 ALPHA ) + 1  $\rightarrow$  - 8  $\times$  5  $x^2$  ALPHA )  $\rightarrow$  + 1 = SHIFT CALC 1 =

$$5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1 \quad \text{Ans} \rightarrow A$$

$$X = 0.2365491779$$

$$L-R = 0 \quad 0.2365491779$$

Gọi lại vế trái. SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm thứ hai và lưu vào  $B$

⬆ SHIFT CALC = 2 = SHIFT RCL  $\rightarrow$

$$5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$$

$$X = -1.236549178$$

$$L-R = 0$$

Ta có  $A + B = 1$

### ❖ Cách tham khảo : Tự luận

- Đặt  $5^x = t$  khi đó  $5^{2x} = (5^x)^2 = t^2$ . Phương trình  $\Leftrightarrow 5t^2 - 8t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{11}}{5}$
- Với  $t = \frac{4 + \sqrt{11}}{5} \Leftrightarrow 5^x = \frac{4 + \sqrt{11}}{5} \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{4 + \sqrt{11}}{5}$
- Với  $t = \frac{4 - \sqrt{11}}{5} \Leftrightarrow 5^x = \frac{4 - \sqrt{11}}{5} \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{4 - \sqrt{11}}{5}$
- Vậy  $x_1 + x_2 = \log_5 \frac{4 + \sqrt{11}}{5} + \log_5 \frac{4 - \sqrt{11}}{5} = \log_5 \left( \frac{4 + \sqrt{11}}{5} \right) \left( \frac{4 - \sqrt{11}}{5} \right) = \log_5 \frac{1}{5} = -1$

**VD4-[Chuyên Vị Thanh – Hậu Giang 2017]** Phương trình  $9^x - 3.3^x + 2 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Giá trị  $A = 2x_1 + 3x_2$  là :

A.  $4 \log_3 2$

B. 1

C.  $3 \log_3 2$

D.  $2 \log_3 3$

## GIẢI

### ❖ Cách 1 : CASIO SHIFT SLOVE + CALC

- Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi nhấn nút để lưu phương trình

$\boxed{9} \boxed{x^\square} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{3} \boxed{x^\square} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{=}$

$$9^x - 3 \times 3^x + 2$$

$\boxed{0}$

- Vì chưa biết 2 đáp án, mà 2 đáp án vai trò không bình đẳng trong quan hệ ở đáp án. Nên ta phải sử dụng dò cả 2 nghiệm với chức năng SHIFT SOLVE ở mức độ khó hơn. Đầu tiên ta dò nghiệm trong khoảng dương, chẳng hạn chọn  $X$  gần với 1

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{=}$

$$9^x - 3 \times 3^x + 2$$
$$X = 0.6309297536$$
$$L - R = 0$$

Lưu nghiệm này vào giá trị  $A$  ta được 1 nghiệm.

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\leftarrow)}$

Ans  $\rightarrow$  A

0.6309297536

- Vì vừa dò với 1 giá trị dương rồi bây giờ ta dò nghiệm trong khoảng âm, chẳng hạn chọn  $X$  gần  $-2$ . Gọi là phương trình và dò nghiệm

$\boxed{\blacktriangle} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{=2} \boxed{=}$

$$9^x - 3 \times 3^x + 2$$
$$X = 0$$
$$L - R = 0$$

Ta được 1 nghiệm nữa là 0. Vì  $0 < A$  nên  $x_1 = 0; x_2 = A$  ta có  $2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot A \approx 1.8927 = 3 \log_3 2$

Vậy đáp số đúng là C

### ❖ Cách 2 : CASIO 2 LẦN SHIFT SOLVE

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Nhấn nút để lưu vế trái lại rồi SHIFT SOLVE tìm nghiệm thứ nhất và lưu vào  $A$

$\boxed{9} \boxed{x^\square} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{3} \boxed{x^\square} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{=}$   $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{=}$   $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\leftarrow)}$

$$9^x - 3 \times 3^x + 2$$
$$X = 0.6309297536$$
$$L - R = 0$$

Ans  $\rightarrow$  A

0.6309297536

Gọi lại vế trái. SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm thứ hai và lưu vào  $B$

$9^x - 3 \times 3^x + 2$   
 $x =$   
 $L-R =$

Ta có  $2A + 3B \approx 1.8927 = 3 \log_3 2$

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Đặt  $3^x = t$  khi đó  $9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = (3^x)^2 = t^2$
- Phương trình  $\Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$ .
- Với  $t = 1 \Leftrightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$   
 Với  $t = 2 \Leftrightarrow 3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$   
 Vậy  $2x_1 + 3x_2 = 2.0 + 3.\log_3 2 = 3 \log_3 2$

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1-[Thi thử tính Lâm Đồng - Hà Nội 2017]** Giải phương trình  $2^{2x^2 - 4x + 1} = 8^{x-1}$

- A. Vô nghiệm      B.  $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 2 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 2 \end{cases}$       D.  $x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$

**Bài 2-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017]** Phương trình  $\log_2 x + \log_2 (x^2) = \log_2 (4x)$

- A.  $\{0; 2; 2\}$       B.  $\{0; 2\}$       C.  $\{2; 2\}$       D.  $\{2\}$

**Bài 3-[THPT Lục Ngạn – Bắc Giang 2017]** Phương trình  $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$  có tích các nghiệm là :

- A. 0      B. 1      C. 1      D. 2

**Bài 4-[THPT Nguyễn Gia Thiều -HN 2017]**

Tích các nghiệm của phương trình  $(5 + \sqrt{24})^x + (5 - \sqrt{24})^x = 10$  là :

- A. 1      B. 6      C. 4      D. 1

**Bài 5-[THPT Nguyễn Gia Thiều -HN 2017]**

Tổng các nghiệm của phương trình  $25^x - 2(3 - x).5^x + 2x - 7 = 0$  là :

- A. 1      B. 6      C. 2      D. 9

**Bài 6-[THPT Phạm Hồng Thái -HN 2017]**

Phương trình  $\log_2 (2x) \cdot \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{x} \right) = 2$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn biểu thức :

- A.  $x_1 x_2 = 2$       B.  $x_1 + x_2 = \frac{3}{4}$       C.  $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$       D.  $x_1 + x_2 = 1$

**Bài 7-[THPT Phạm Hồng Thái -HN 2017]**

Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2 = 27$

A.  $m = \frac{4}{3}$

B.  $m = 1$

C.  $m = 25$

D.  $m = \frac{28}{3}$

**LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1-[Thi thử tỉnh Lâm Đồng - Hà Nội 2017]** Giải phương trình  $2^{2x^2-4x+1} = 8^{x-1}$

A. Vô nghiệm

B.  $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 2 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 2 \end{cases}$

D.  $x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$

**GIẢI**

- Phương trình  $2^{2x^2-4x+1} - 8^{x-1} = 0$ . Nhập vào máy tính Casio rồi kiểm tra giá trị  $x = 2$

$\boxed{2} \boxed{x^{\wedge}} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{\text{Math}} \boxed{-} \boxed{8} \boxed{x^{\wedge}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{\text{CALC}} \boxed{2} \boxed{=}$

$2^{2 \times 2^2 - 4 \times 2 + 1} - 8^{2-1}$

$-6$

$F(2) = -6 \Rightarrow$  Đáp số B và C sai

- Kiểm tra giá trị  $x = \frac{7 + \sqrt{17}}{4}$  và  $x = \frac{7 - \sqrt{17}}{4}$

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{(} \boxed{7} \boxed{+} \boxed{\sqrt{}} \boxed{1} \boxed{7} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{\div} \boxed{4} \boxed{=}$   $\boxed{\text{CALC}} \boxed{(} \boxed{7} \boxed{-} \boxed{\sqrt{}} \boxed{1} \boxed{7} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{\div} \boxed{4} \boxed{=}$

$2^{2 \times 2^2 - 4 \times 2 + 1} - 8^{2-1}$   $2^{2 \times 2^2 - 4 \times 2 + 1} - 8^{2-1}$

$0$   $0$

$\Rightarrow$  D là đáp án chính xác

**Bài 2-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017]** Phương trình

$$\log_2 x + \log_2(x^2) = \log_2(4x)$$

A.  $\{0; 2; 2\}$

B.  $\{0; 2\}$

C.  $\{2; 2\}$

D.  $\{2\}$

**GIẢI**

- Phương trình  $\log_2 x + \log_2(x^2) - \log_2(4x) = 0$ . Nhập vào máy tính Casio rồi kiểm tra

giá trị  $x = 0$

$\boxed{\log_{\square}} \boxed{2} \boxed{\text{Math}} \boxed{+} \boxed{\log_{\square}} \boxed{2} \boxed{\text{Math}} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{\log_{\square}} \boxed{2} \boxed{4} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\text{CALC}} \boxed{0} \boxed{=}$

Math ERROR

$\boxed{[AC]}$  : Cancel

$\boxed{[4]}$   $\boxed{[ ]}$  : Goto

Không tính được (vì  $x = 0$  không thuộc tập xác định)  $\Rightarrow$  Đáp số A và B sai

- Kiểm tra giá trị  $x = 2 \Rightarrow$  Vẫn không tính được  $\Rightarrow$  Đáp số C sai  $\Rightarrow$  Tóm lại đáp số D chính xác


  
 Math ERROR
   
 [AC] :Cancel
   
 [←][→]:Goto

**Bài 3-[THPT Lục Ngạn – Bắc Giang 2017]** Phương trình  $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$  có tích các nghiệm là :

A. 0

B. 1

C. 1

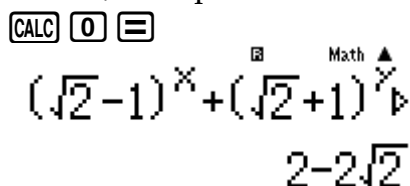
D. 2

GIẢI

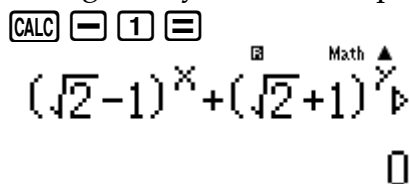
Nhập phương trình  $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$  vào máy tính Casio rồi dùng chức năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 1


  
 $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2}$ 
  
 $X = 1$ 
  
 $L-R = 0$

- Nếu đáp số A đúng thì nghiệm còn lại là 0. Sử dụng chức năng CALC để kiểm tra. Ra một kết quả khác 0  $\Rightarrow$  Đáp số A sai


  
 $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2}$ 
  
 $0$

- Tương tự vậy, kiểm tra đáp số B với giá trị  $x = 1$  là nghiệm  $\Rightarrow$  Đáp số B chính xác


  
 $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2}$ 
  
 $0$

**Bài 4-[THPT Nguyễn Gia Thiều -HN 2017]**

Tích các nghiệm của phương trình  $(5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x = 10$  là :

A. 1

B. 6

C. 4

D. 1

GIẢI

- Phương trình  $\Leftrightarrow (5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x - 10 = 0$ . Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi dùng chức năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 1


  
 $(5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x - 10$ 
  
 $X = 1$ 
  
 $L-R = 0$



$$(5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x = 1$$

X= 1  
L-R= 0

- Tiếp tục SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm còn lại  $\Rightarrow$  Nghiệm còn lại là  $x = 1$

SHIFT CALC = 2 =

$$(5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x = -1$$

X= -1  
L-R= 0

$\Rightarrow$  Đáp số chính xác là A

### Bài 5-[THPT Nguyễn Gia Thiều -HN 2017]

Tổng các nghiệm của phương trình  $25^x - 2(3-x) \cdot 5^x + 2x - 7 = 0$  là :

A. 1

B. 6

C. 2

D. 9

GIẢI

- Phương trình  $25^x - 2(3-x) \cdot 5^x + 2x - 7 = 0$ . Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi dùng chức năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 1

2 5 x^ [ALPHA] ) > = 2 ( 3 - [ALPHA] ) ) x 5 x^ [ALPHA] ) > + 2 [ALPHA] )  
= 7 = SHIFT CALC 1 =

$$25^x - 2(3-x) \times 5^x + 2x = 7$$

X= 1  
L-R= 0

- Tiếp tục SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm còn lại  $\Rightarrow$  Nghiệm còn lại là  $x = 1$

SHIFT CALC 5 = SHIFT CALC = 5 =

$$25^x - 2(3-x) \times 5^x + 2x = 25^x - 2(3-x) \times 5^x + 2x$$

X= 1  
L-R= 0

Không còn nghiệm nào ngoài 1 vậy phương trình có nghiệm duy nhất  $\Rightarrow$  Đáp số chính xác là A

### Bài 6-[THPT Phạm Hồng Thái -HN 2017]

Phương trình  $\log_2(2x) \cdot \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) = 2$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn biểu thức :

A.  $x_1 x_2 = 2$

B.  $x_1 + x_2 = \frac{3}{4}$

C.  $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$

D.  $x_1 + x_2 = 1$

GIẢI

- Phương trình  $\Leftrightarrow \log_2(2x) \cdot \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) - 2 = 0$ . Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi dùng chức năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 2

log\_ 2 > 2 [ALPHA] ) > x log\_ 0 . 5 > = 1 > [ALPHA] ) > > = 2 SHIFT  
CALC 1 =

$$\log_2(2X) \times \log_{0.5} 2$$

$$X = 1$$

$$L-R = 0$$

- Tiếp tục SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm còn lại  $\Rightarrow$  Nghiệm còn lại là  $x = 1$

$$\log_2(2X) \times \log_{0.5} 2$$

$$X = 0.25$$

$$L-R = 0$$

Rõ ràng  $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow$  Đáp số chính xác là C

#### Bài 7-[THPT Phạm Hồng Thái -HN 2017]

Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1 x_2 = 27$

A.  $m = \frac{4}{3}$

B.  $m = 1$

C.  $m = 25$

D.  $m = \frac{28}{3}$

GIẢI

- Để dễ nhìn ta đặt ẩn phụ  $t = \log_3 x$ . Phương trình  $\Leftrightarrow t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$  (1)

Ta có :  $x_1 x_2 = 27 \Leftrightarrow \log_3(x_1 x_2) = \log_3 27 \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3$

- Khi đó phương trình bậc hai (1) có 2 nghiệm thỏa mãn  $t_1 + t_2 = 3 \Rightarrow$

$$\begin{cases} \Delta = (m+2)^2 - 4(3m-1) > 0 \\ S = t_1 + t_2 = m+2 = 3 \end{cases}$$

$$(X+2)^2 - 4(3X-1)$$

1

Vậy  $m = 1$  thỏa mãn hệ phương trình (\*)  $\Rightarrow$  Đáp số chính xác là C.

**PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL**  
**BÀI 10. TÌM SỐ NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH – LOGARIT (P1)**

**1) PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG MODE 7**

**Tổng hợp phương pháp**

**Bước 1:** Chuyển PT về dạng  $Vế\ trái = 0$

**Bước 2:** Sử dụng chức năng MODE 7 để xét lập bảng giá trị của vế trái

**Bước 3:** Quan sát và đánh giá : +) Nếu  $F(\alpha) = 0$  thì  $\alpha$  là 1 nghiệm

+) Nếu  $F(a).F(b) < 0$  thì PT có 1 nghiệm thuộc  $(a;b)$

**2) VÍ DỤ MINH HỌA**

**VD1-[THPT Phạm Hồng Thái – Hà Nội 2017]**

Số nghiệm của phương trình  $6.4^x - 12.6^x + 6.9^x = 0$  là ;

A. 3

B. 1

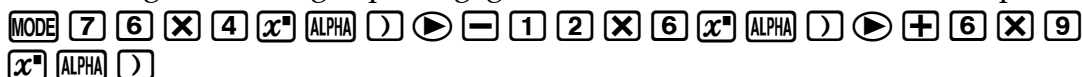
C. 2

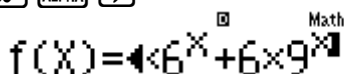
D. 0

**GIẢI**

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Khởi động chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của Casio rồi nhập hàm :

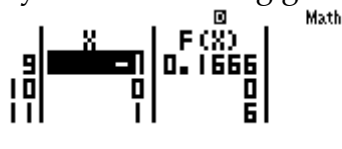




➤ Thiết lập miền giá trị của  $X$  là : Start 9 End 10 Step 1



Máy tính cho ta bảng giá trị :



Ta thấy khi  $x = 0$  thì  $F(0) = 0$  vậy  $x = 0$  là nghiệm.

➤ Tiếp tục quan sát bảng giá trị  $F(X)$  nhưng không có giá trị nào làm cho  $F(X) = 0$  hoặc khoảng nào làm cho  $F(X)$  đổi dấu. Điều này có nghĩa  $x = 0$  là nghiệm duy nhất

**Kết luận :** Phương trình ban đầu có 1 nghiệm  $\Rightarrow$  Ta chọn đáp án B

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

▪ Vì  $9^x > 0$  nên ta có thể chia cả 2 vế cho  $9^x$

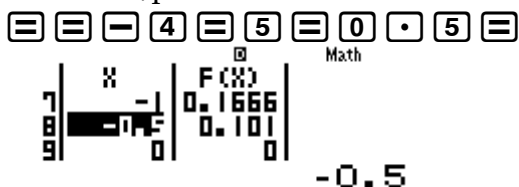
Phương trình đã cho  $\Leftrightarrow 6 \cdot \frac{4^x}{9^x} - 12 \cdot \frac{6^x}{9^x} + 6 = 0$

$\Leftrightarrow 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 12 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 6 = 0 \quad (1)$

- Đặt  $\left(\frac{2}{3}\right)^x$  là  $t$  thì  $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = t^2$ . Khi đó  $(1) \Leftrightarrow 6t^2 - 12t + 6 = 0 \Leftrightarrow 6(t-1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$
- Vậy  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

❖ **Bình luận :**

- Để sử dụng phương pháp Casio mà không bị sót nghiệm ta có thể sử dụng vài thiết lập miền giá trị của  $X$  để kiểm tra. Ngoài Start 9 End 10 Step 1 ta có thể thiết lập Start 4 End 5 Start 0.5



Ta quan sát bảng giá trị vẫn có 1 nghiệm  $x = 0$  duy nhất vậy ta có thể yên tâm hơn về lựa chọn của mình.

- Theo cách tự luận ta thấy các số hạng đều có dạng bậc 2. Ví dụ  $4^x = (2^x)^2$  hoặc  $6^x = 2^x \cdot 3^x$  vậy ta biết đây là phương trình dạng đẳng cấp bậc 2.
- Dạng phương trình đẳng cấp bậc 2 là phương trình có dạng  $ma^2 + nab + pb^2 = 0$  ta giải bằng cách chia cho  $b^2$  rồi đặt ẩn phụ là  $\frac{a}{b} = t$

**VD2-[Thi thử chuyên Thái Bình lần 1 năm 2017]**

Số nghiệm của phương trình  $e^{\sin\left(x \frac{\pi}{4}\right)} = \tan x$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$  là :

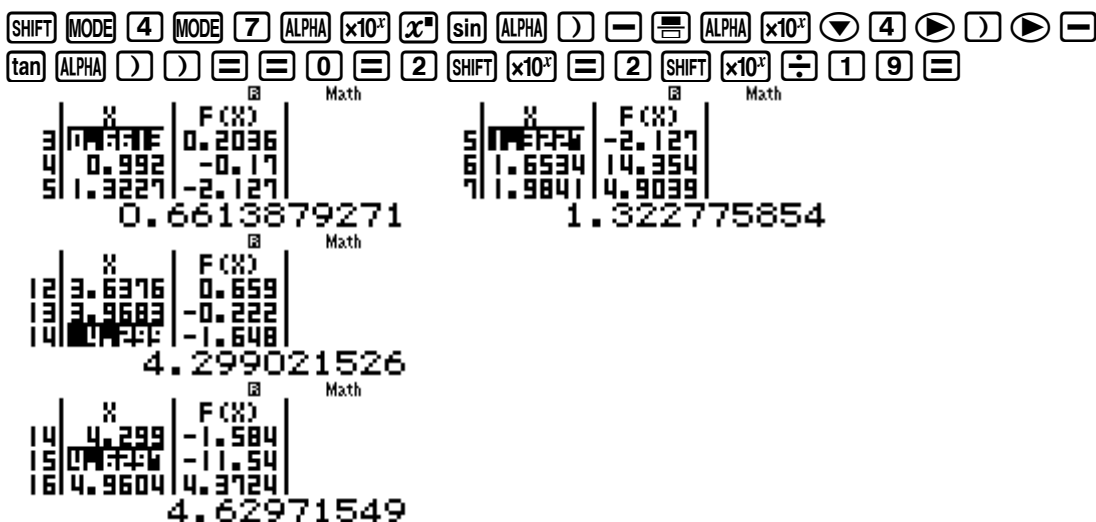
- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

**GIẢI**

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển phương trình về dạng :  $e^{\sin\left(x \frac{\pi}{4}\right)} - \tan x = 0$

Sử dụng chức năng MODE 7 với thiết lập Start 0 End  $2\pi$  Step  $\frac{2\pi}{19}$



- Quan sát bảng giá trị ta thấy 3 khoảng đổi dấu như trên :

$$f(0.6613).f(0.992) < 0 \Rightarrow \text{có nghiệm thuộc khoảng } (0.6613; 0.992)$$

$$f(1.3227).f(1.6634) < 0 \Rightarrow \text{có nghiệm thuộc khoảng } (1.3227; 1.6634)$$

$$f(3.6376).f(3.9683) < 0 \Rightarrow \text{có nghiệm thuộc khoảng } (3.6376; 3.9683)$$

$$f(4.6297).f(4.9604) < 0 \Rightarrow \text{có nghiệm thuộc khoảng } (4.6297; 4.9604)$$

**Kết luận :** Phương trình ban đầu có 4 nghiệm  $\Rightarrow$  Ta chọn đáp án **D**

❖ **Bình luận :**

- Đề bài yêu cầu tìm nghiệm thuộc  $[0; 2\pi]$  nên Start = 0 và End =  $2\pi$
- Máy tính Casio tính được bảng giá trị gồm 19 giá trị nên bước nhảy Step =  $\frac{2\pi}{19}$

**VD3-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]** Phương trình  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{3x}{x-1}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x$  có số nghiệm âm là :

- A. 2 nghiệm      B. 3 nghiệm      C. 1 nghiệm      D. Không có

**GIẢI**

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển phương trình về dạng :  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{3x}{x-1}} (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x = 0$

Khởi động chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của Casio rồi nhập hàm :

MODE 7 ( (√) 3 (→) + (√) 2 (→) ) x<sup>□</sup> (□) 3 ALPHA (→) (↓) ALPHA (→) + 1 (→)  
(→) - ( (√) 3 (→) - (√) 2 (→) ) x<sup>□</sup> ALPHA (→)

$$f(X) = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^X$$

- Vì đề bài yêu cầu nghiệm âm nên ta thiết lập miền giá trị của X là : Start = -9 End = 0 Step = 0.5

MODE MODE 7 9 0 0 0 5

Máy tính cho ta bảng giá trị :

X		F(X)
0	-9.0	-90.62
1	-8.5	0
2	-8.0	67.992

-4.5

Ta thấy khi  $x = -4$  thì  $F(-4) = 0$  vậy  $x = -4$  là nghiệm.

- Tiếp tục quan sát bảng giá trị  $F(X)$  nhưng không có giá trị nào làm cho  $F(X) = 0$  hoặc khoảng nào làm cho  $F(X)$  đổi dấu.

Điều này có nghĩa  $x = -4$  là nghiệm âm duy nhất

**Kết luận :** Phương trình ban đầu có 1 nghiệm âm  $\Rightarrow$  Ta chọn đáp án **C**

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Logarit hai vế theo cơ số dương  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{3x}{x+1}} &= (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}+\sqrt{2}} (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{3x}{x+1}} = \log_{\sqrt{3}+\sqrt{2}} (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x \\ \Leftrightarrow \frac{3x}{x+1} &= x \log_{\sqrt{3}+\sqrt{2}} (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ \Leftrightarrow \frac{3x}{x+1} &= -x \Leftrightarrow x \left( \frac{3}{x+1} + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

- $x = 4$  thỏa điều kiện. Vậy ta có  $x = 4$  là nghiệm âm thỏa phương trình

❖ **Bình luận :**

- Phương trình trên có 2 cơ số khác nhau và số mũ có nhân tử chung. Vậy đây là dấu hiệu của phương pháp Logarit hóa 2 vế
- Thực ra phương trình có 2 nghiệm  $x = 0; x = 4$  nhưng đề bài chỉ hỏi nghiệm âm nên ta chỉ chọn nghiệm  $x = 4$  và chọn đáp án C là đáp án chính xác
- Vì đề bài hỏi nghiệm âm nên ta thiết lập miền giá trị của  $x$  cũng thuộc miền âm ( $-9; 0$ )

**VD4-[THPT Yên Thế - Bắc Giang 2017]** Số nghiệm của phương trình  $(3 - \sqrt{5})^x + 7(3 + \sqrt{5})^x = 2^{x+3}$  là :

A. 2                      B. 0                      C. 3                      D. 1

**GIẢI**

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển phương trình về dạng :  $(3 - \sqrt{5})^x + 7(3 + \sqrt{5})^x - 2^{x+3} = 0$

Khởi động chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của Casio rồi nhập hàm :

MODE 7 ( ) 3 = √ 5 ( ) ( ) x<sup>□</sup> ALPHA ( ) ( ) + 7 ( ) 3 + √ 5 ( ) ( ) x<sup>□</sup> ALPHA ( ) ( ) - 2 x<sup>□</sup> ALPHA ( ) + 3

Math

$f(X) = (3 - \sqrt{5})^X - 2^{X+3}$

- Thiết lập miền giá trị của  $X$  là : Start 9 End 10 Step 1

≡ ≡ - 9 ≡ 1 0 ≡ 1 ≡

Máy tính cho ta bảng giá trị :

Math

X	F(X)
9	-1.354
10	21.416

- 1

Ta thấy khi  $x = 0$  thì  $F(0) = 0$  vậy  $x = 0$  là nghiệm.

- Tiếp tục quan sát bảng giá trị  $F(X)$

Math

X	F(X)
6	2.4454
7	1.2917
8	-0.031

- 4

Ta lại thấy  $f(3).f(2) < 0$  vậy giữa khoảng  $(3; 2)$  tồn tại 1 nghiệm

**Kết luận :** Phương trình ban đầu có 2 nghiệm  $\Rightarrow$  Ta chọn đáp án A

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Vì  $2^x > 0$  nên ta có thể chia cả 2 vế cho  $2^x$

$$\text{Phương trình đã cho} \Leftrightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x + 7\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x = 8 = 0$$

- Đặt  $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x = t \quad (t > 0)$  thì  $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x = \frac{1}{t}$ . Khi đó (1)

$$\Leftrightarrow t + 7 \cdot \frac{1}{t} - 8 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 8t + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 7 \end{cases}$$

- Với  $t = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

$$\text{Với } t = 7 \Leftrightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} 7$$

Vậy phương trình ban đầu có 2 nghiệm  $x = 0; x = \log_{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} 7$

❖ **Bình luận :**

- Nhắc lại một lần nữa nếu  $f(a) \cdot f(b) < 0$  thì phương trình có nghiệm thuộc  $(a; b)$
- Ta nhận thấy 2 đại lượng nghịch đảo quen thuộc  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$  và  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$  nên ta tìm cách để tạo ra 2 đại lượng này bằng cách chia cả 2 vế của phương trình cho  $2^x$

**VD 5 :** Số nghiệm của bất phương trình  $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$  (1) là :

A. 0

B. 2

C. 3

D. 5

**GIẢI**

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển bất phương trình (1) về dạng :

$$(2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} - \frac{4}{2\sqrt{3}} = 0$$

- Nhập vế trái vào máy tính Casio :  $F(X) = (2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} - \frac{4}{2\sqrt{3}}$

( ) 2 + √ 3 ( ) 3 ( ) ( ) x² ALPHA ( ) x² - 2 ALPHA ( ) + 1 ( ) ( ) + ( ) 2 -  
 √ 3 ( ) 3 ( ) ( ) x² ALPHA ( ) x² - 2 ALPHA ( ) - 1 ( ) ( ) - 4 ( ) √ 3  
 3 ( ) ( )

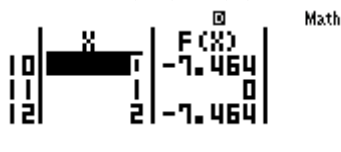
- Thiết lập miền giá trị cho  $x$  với Start -9 End 9 Step 1

≡ - 9 ≡ 9 ≡ 1 ≡

- Máy tính Casio cho ta bảng giá trị :



Ta thấy  $f(-1) \cdot f(0) < 0$  vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc  $(-1; 0)$



Ta thấy  $f(1) = 0$  vậy  $x = 1$  là nghiệm của phương trình (1)



Lại thấy  $f(2) \cdot f(3) < 0$  vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc  $(2; 3)$

➤ **Kết luận :** Phương trình (1) có 3 nghiệm  $\Rightarrow$  Chọn đáp án C

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017]** Số nghiệm của phương trình  $\log(x-1)^2 = \sqrt{2}$  là :

- A. 2                      B. 1                      C. 0                      D. Một số khác

**Bài 2-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]**

Số nghiệm của phương trình  $(x-2)[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1]=0$  là :

- A. 1                      B. 3                      C. 0                      D. 2

**Bài 3-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]** Phương trình  $3^{x^2-2x-3} + 3^{x^2-3x+2} = 3^{2x^2-5x+1} + 1$

- A. Có ba nghiệm thực phân biệt                      B. Vô nghiệm  
C. Có hai nghiệm thực phân biệt                      D. Có bốn nghiệm thực phân biệt

**Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017]** Tìm số nghiệm của phương trình  $2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} = 3$  :

- A. 1                      B. 2                      C. Vô số                      D. Không

có nghiệm

**Bài 5-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]**

Cho phương trình  $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1-\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-2\sqrt{x}+2)$ . Số nghiệm của phương trình là ;

- A. 2 nghiệm                      B. Vô số nghiệm                      C. 1 nghiệm                      D. Vô nghiệm

**Bài 6-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắc Lắc năm 2017]**

Tìm số nghiệm của phương trình  $\log(x-2)^2 = 2\log x + \log_{\sqrt{10}}(x+4)$

- A. 3                      B. 2                      C. 0                      D. 1



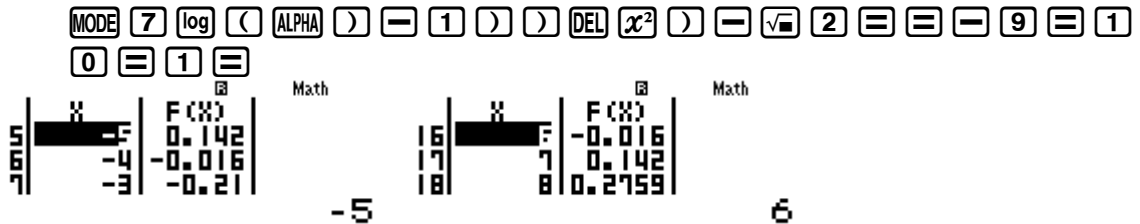
## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017]** Số nghiệm của phương trình  $\log(x-1)^2 = \sqrt{2}$  là

- A. 2                      B. 1                      C. 0                      D. Một số khác

GIẢI

- Phương trình  $\Leftrightarrow \log(x-1)^2 - \sqrt{2} = 0$ . Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm số nghiệm với Start 9 End 10 Step 1



Ta thấy có hai khoảng đổi dấu  $\Rightarrow$  Phương trình ban đầu có 2 nghiệm

$\Rightarrow$  A là đáp án chính xác

Chú ý : Để tránh bỏ sót nghiệm ta thường thử thêm 1 hoặc 2 lần nữa với hai khoảng Start End khác nhau Ví dụ Start 29 End 10 Step 1 hoặc Sart 11 End 30 Step 1. Ta thấy không có khoảng đổi dấu nào nữa

$\Rightarrow$  Chắc ăn hơn với 2 nghiệm tìm được

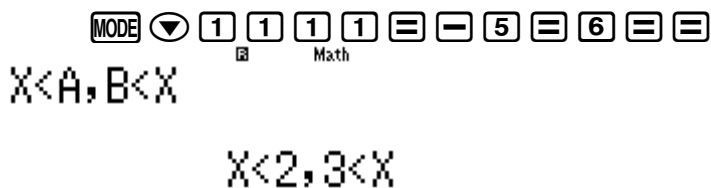
## Bài 2-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]

Số nghiệm của phương trình  $(x-2)[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1]=0$  là :

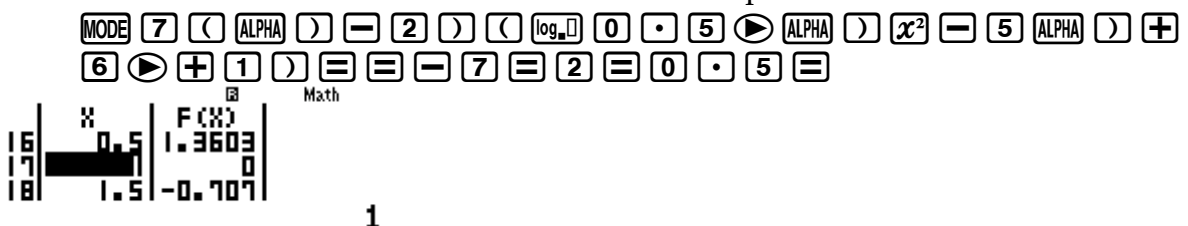
- A. 1                      B. 3                      C. 0                      D. 2

GIẢI

- Tìm điều kiện của phương trình :  $x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 2 \end{cases}$

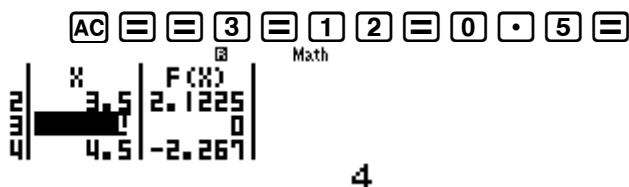


- Phương trình  $(x-2)[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1]=0$ . Vì điều kiện chia hai khoảng nên ta MODE 7 hai lần. Lần thứ nhất với Start 7 End 2 Step 0.5



Ta thấy có 1 nghiệm  $x = 1$

Lần thứ hai với Start 3 End 12 Start 0.5



Ta lại thấy có nghiệm  $x = 4 \Rightarrow$  Phương trình có 2 nghiệm 1 và 4.  $\Rightarrow$  Đáp án chính xác là D

**Bài 3-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]** Phương trình  $3^{x^2 - 2x - 3} + 3^{x^2 - 3x + 2} = 3^{2x^2 - 5x - 1} + 1$

A. Có ba nghiệm thực phân biệt

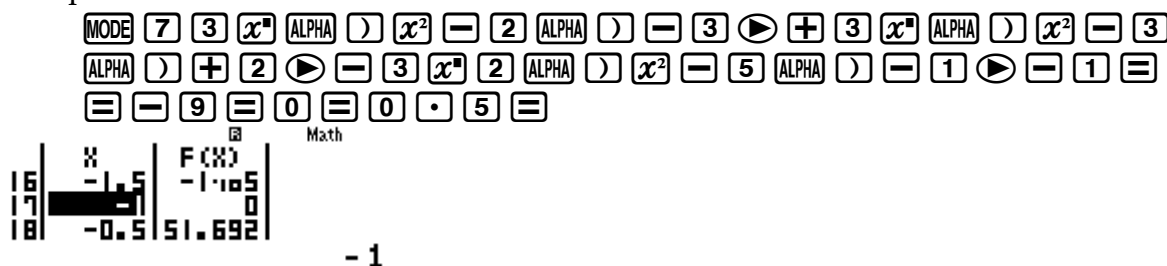
B. Vô nghiệm

C. Có hai nghiệm thực phân biệt

D. Có bốn nghiệm thực phân biệt

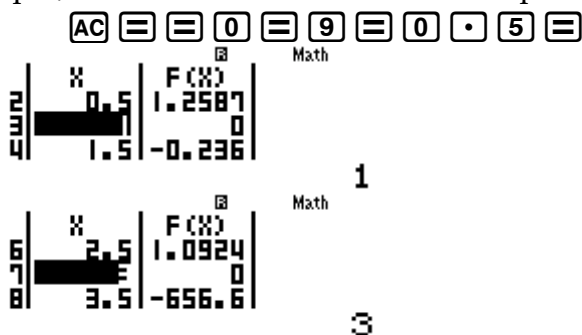
GIẢI

- Phương trình  $\Leftrightarrow 3^{x^2 - 2x - 3} + 3^{x^2 - 3x + 2} - 3^{2x^2 - 5x - 1} - 1 = 0$ . Sử dụng MODE 7 với Start 9 End 0 Step 0.5



Ta thấy có 1 nghiệm  $x = -1$

- Tiếp tục MODE 7 với Start 0 End 9 Step 0.5



Ta lại thấy có thêm ba nghiệm  $x = 1; 2; 3 \Rightarrow$  Tổng cộng 4 nghiệm  $\Rightarrow$  Đáp án chính xác là D

**Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017]** Tìm số nghiệm của phương trình  $2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} = 3$  :

A. 1

B. 2

C. Vô số

D. Không

có nghiệm

GIẢI

- Phương trình  $\Leftrightarrow 2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} - 3 = 0$  (điều kiện  $x \geq 0$ ). Sử dụng MODE 7 với Start 0 End 4.5 Step 0.25

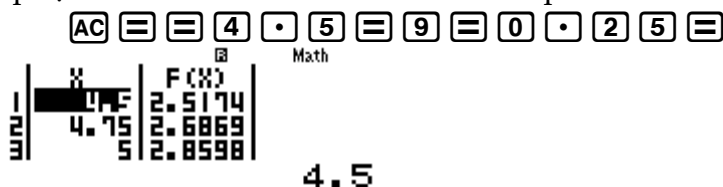




0

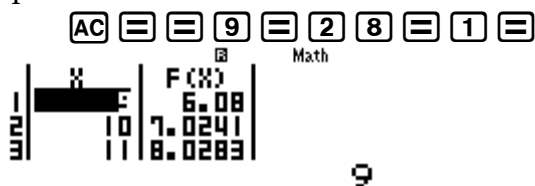
Trên đoạn  $[0; 4.5]$  không có nghiệm nào

- Tiếp tục MODE 7 với Start 4.5 End 9 Step 0.25



4.5

Dự đoán phương trình vô nghiệm. Để chắc chắn hơn ta thử lần cuối với Start 9 End 28 Step 1



9

Giá trị của  $F(X)$  luôn tăng đến  $+\infty \Rightarrow$  Phương trình vô nghiệm  $\Rightarrow$  Đáp án chính xác là D

#### Bài 5-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]

Cho phương trình  $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1 - \sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$ . Số nghiệm của phương trình là ;

- A. 2 nghiệm      B. Vô số nghiệm      C. 1 nghiệm      D. Vô nghiệm

GIẢI

Phương trình  $\Leftrightarrow 2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1 - \sqrt{x}) - \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2) = 0$  (điều kiện  $0 \leq x \leq 1$ ).

Sử dụng MODE 7 với Start 0 End 1 Step 0.1



0.6

Ta thấy có 1 nghiệm duy nhất thuộc khoảng  $(0.6; 0.7) \Rightarrow$  Đáp án chính xác là C

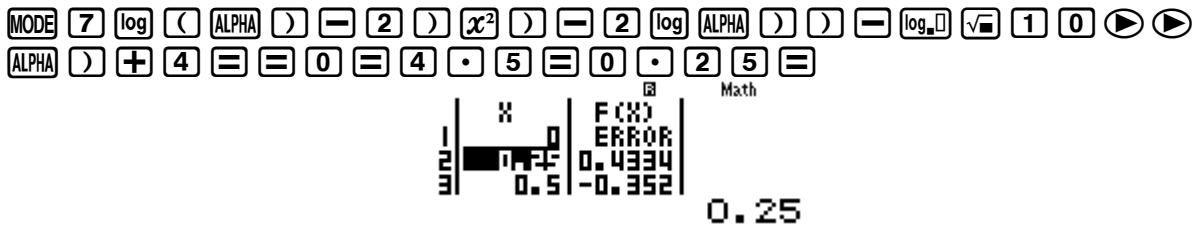
#### Bài 6-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắk Lắk năm 2017]

Tìm số nghiệm của phương trình  $\log(x - 2)^2 = 2\log x + \log_{\sqrt{10}}(x + 4)$

- A. 3      B. 2      C. 0      D. 1

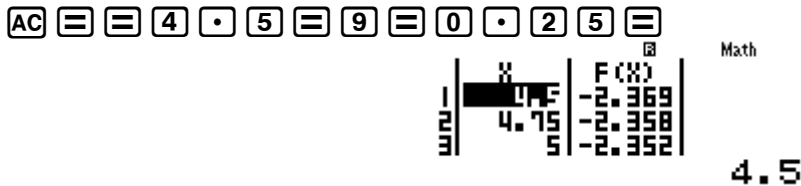
GIẢI

- Phương trình  $\Leftrightarrow \log(x-2)^2 - 2\log x - \log_{\sqrt{10}}(x+4) = 0$  (điều kiện  $x \geq 0$ ). Sử dụng MODE 7 với Start 0 End 4.5 Step 0.25

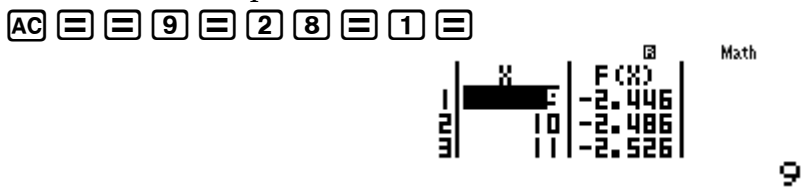


Trên đoạn  $[0; 4.5]$  có 1 nghiệm

- Tiếp tục MODE 7 với Start 4.5 End 9 Step 0.25



Trên khoảng này không thu được nghiệm nào. Để chắc chắn hơn ta thử lần cuối với Start 9 End 28 Step 1



Cũng không thu được nghiệm  $\Rightarrow$  Tóm lại phương trình có nghiệm duy nhất  $\Rightarrow$  Đáp án chính xác là C.

**PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL**  
**BÀI 11. TÌM SỐ NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT (P2)**

**1) PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG SHIFT SOLVE**

**Bài toán đặt ra :** Tìm số nghiệm của phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt{2x+1} = x^2 - 3x + 1$  ?

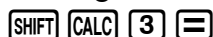
**Xây dựng phương pháp :**

- Chuyển bài toán về dạng Vế trái = 0 khi đó  $\sqrt{x} + \sqrt{2x+1} - x^2 + 3x - 1 = 0$  và đặt  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2x+1} - x^2 + 3x - 1$

- Nhập vế trái vào màn hình máy tính Casio



Sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE với nghiệm gần giá trị 3



Máy tính báo có nghiệm  $x = 4$

- Để tìm nghiệm tiếp theo ta tiếp tục sử dụng chức năng SHIFT SOLVE, **tuy nhiên câu hỏi được đặt ra là làm thế nào máy tính không lặp lại giá trị nghiệm  $x = 4$  vừa tìm được ?**

+) Để trả lời câu hỏi này ta phải triệt tiêu nghiệm  $x = 4$  ở phương trình  $f(x) = 0$  đi

bằng cách thực hiện 1 phép chia  $\frac{f(x)}{x - 4}$

+) Sau đó tiếp tục SHIFT SOLVE với biểu thức  $\frac{f(x)}{x - 4}$  để tìm nghiệm tiếp theo.

+) Quá trình này liên tục đến khi nào máy tính báo hết nghiệm thì thôi.

**Tổng hợp phương pháp**

**Bước 1:** Chuyển PT về dạng Vế trái = 0

**Bước 2:** Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE dò nghiệm

**Bước 3:** Khử nghiệm đã tìm được và tiếp tục sử dụng SHIFT SOLVE để dò nghiệm

**2) VÍ DỤ MINH HỌA**

**VD1-[THPT Phạm Hồng Thái – Hà Nội 2017]**

Số nghiệm của phương trình  $6.4^x - 12.6^x + 6.9^x = 0$  là ;

A. 3

B. 1

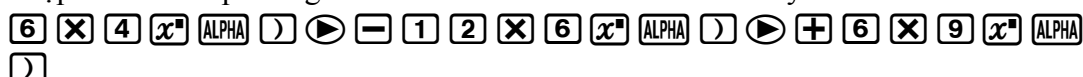
C. 2

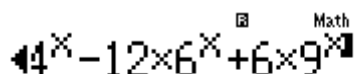
D. 0

**GIẢI**

- ❖ **Cách 1 : CASIO**

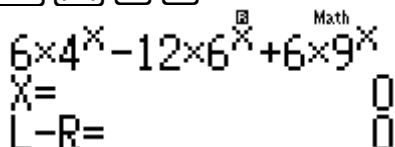
- Nhập vế trái của phương trình  $6.4^x - 12.6^x + 6.9^x = 0$  vào máy tính Casio :





- Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE để tìm được nghiệm thứ nhất :





Ta thu được nghiệm thứ nhất  $x = 0$

- Để nghiệm  $x = 0$  không xuất hiện ở lần dò nghiệm SHIFT SOLVE tiếp theo ta chia phương trình  $F(X)$  cho nhân tử  $x$

$$(12 \times 6^x + 6 \times 9^x) \div x$$

Tiếp tục SHIFT SOLVE lần thứ hai :

$$(6 \times 4^x - 12 \times 6^x + 6 \times 9^x) \div x = 1 \times 10^{50}$$

$10^{50}$  ta hiểu là 0 (do cách làm tròn của máy tính Casio) Có nghĩa là máy tính không thấy nghiệm nào ngoài nghiệm  $x = 0$  nữa  $\Rightarrow$  Phương trình chỉ có nghiệm duy nhất.

$\Rightarrow$  Đáp số chính xác là **B**

**VD2:** Số nghiệm của bất phương trình  $2^{x^2 - 2x} = \frac{3}{2}$  (1) là :

A. 3

B. 2

C. 0

D. 4

**GIẢI**

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển bất phương trình (1) về dạng :  $2^{x^2 - 2x} - \frac{3}{2} = 0$

- Nhập về trái của phương trình  $2^{x^2 - 2x} - \frac{3}{2} = 0$  vào máy tính Casio rồi nhất để lưu về trái vào máy tính . Dò nghiệm lần thứ nhất với  $x$  gần 1

$$2^{x^2 - 2x} - \frac{3}{2}$$

Ta được nghiệm  $x = 0.2589...$

- Tiếp theo ta sẽ khử nghiệm  $x = 0.2589...$  nhưng nghiệm này lại rất lẻ, vì vậy ta sẽ lưu vào biến A

Sau đó gọi lại phương trình và thực hiện phép chia nhân tử  $x - A$  để khử nghiệm A

$$(2^{x^2 - 2x} - \frac{3}{2}) \div (x - A)$$

- Tiếp tục SHIFT SOLVE với  $x$  gần 1 . Ta được nghiệm thứ hai và lưu vào B

$$\left(2^{x^2-2x-2} - \frac{1}{2}\right) \div (x-1)$$

$$X = 2.258952938$$

$$L-R = 0$$

Gọi lại phương trình ban đầu rồi thực hiện phép chia cho nhân tử  $x - B$  để khử nghiệm  $B$

$$\left(\frac{2^{x^2-2x-2}}{2} - \frac{1}{2}\right) \div (x-A) \div (x-B)$$

Rồi dò nghiệm với  $x$  gần 0

Can't Solve

[AC] : Cancel  
[4][>]: Goto

Máy tính nhấn Can't Solve tức là không thể dò được nữa (Hết nghiệm)

➤ **Kết luận :** Phương trình (1) có 2 nghiệm  $\Rightarrow$  Chọn đáp án **B**

**VD3 :** Số nghiệm của bất phương trình  $(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x + 1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 1} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$  (1) là :

A. 0

B. 2

C. 3

D. 5

**GIẢI**

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Nhập vế trái phương trình  $(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x + 1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 1} - \frac{4}{2\sqrt{3}} = 0$  vào máy tính

Casio , nhấn nút  $\equiv$  để lưu phương trình lại và dò nghiệm thứ nhất.

$$\left((2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x + 1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 1} - \frac{4}{2\sqrt{3}}\right) = 0$$

$$X = 1$$

$$L-R = 0$$

➤ Khử nghiệm  $x = 1$  rồi dò nghiệm thứ hai.

$$\left((2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x + 1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 1} - \frac{4}{2\sqrt{3}}\right) = 0$$

$$X = 2.414213562$$

$$L-R = 0$$

Lưu biến thứ hai này vào A

Ans  $\rightarrow$  A






























$$2.414213562$$

- Khử nghiệm  $x = 1; x = A$  rồi dò nghiệm thứ ba. Lưu nghiệm này vào  $B$

▶ ( ◀ ◀ ) ÷ ( ALPHA ) - 1 ) ÷ ( ALPHA ) - ALPHA (-) ) SHIFT CALC

$\chi = -0.414213562$   
 $L-R = 0$

- Khử nghiệm  $x = 1; x = A; x = B$  rồi dò nghiệm thứ tư.

Can't solve

```
[AC] :Cancel
[4][5]:Goto
```

Hết nghiệm  $\Rightarrow$  Phương trình (1) có 3 nghiệm  $\Rightarrow$  Chọn đáp án **C**

**VD4-[Thi thử chuyên Thái Bình lần 1 năm 2017]**

Số nghiệm của phương trình  $e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \tan x$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$  là :

## A.1

## B. 2

C. 3

## D. 4

# GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển phương trình về dạng :  $e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} \tan x = 0$ . Dò nghiệm thứ nhất rồi lưu vào  $A$

ALPHA  $\times 10^{-x}$   $x^y$  sin ALPHA )  $\frac{\square}{\square}$  SHIFT  $\times 10^x$   $\nabla$  4  $\blacktriangleright$  )  $\blacktriangleright$   $\frac{\square}{\square}$  tan ALPHA ) )  $\equiv$   
 SHIFT CALC 2 SHIFT  $\times 10^x$   $\div$  4  $\equiv$  SHIFT RCL (–)

Math  $\blacktriangle$   $\square$  Math  $\blacktriangle$   $\square$

$e^{-\tan^{-1}(4)} = \frac{1}{1+16}$  Ans  $\rightarrow A$

$X = 0.7853981634$

$L-R = 0$   $\frac{1}{4}\pi$

- Gọi lại phương trình ban đầu . Khử nghiệm  $x = A$  hay  $x = \frac{\pi}{4}$  rồi dò nghiệm thứ hai.

Lưu nghiệm tìm được vào  $B$






















$$X = 22.77654674$$

Ra một giá trị nằm ngoài khoảng  $[0; 2\pi]$  .  $\Rightarrow$  Ta phải quay lại phương pháp 1 dùng MODE 7 thì mới xử lý được. Vậy ta có kinh nghiệm khi đề bài yêu cầu tìm nghiệm trên miền  $[\alpha; \beta]$  thì ta chọn phương pháp lập bảng giá trị MODE 7

**VD5**-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017] Phương trình  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{3x}{x-1}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x$  có số nghiệm âm là :

### A. 2 nghiêm

### B. 3 nghiêm

### C. 1 nghiêm

### D. Không có

## GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO



- $$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-1} - (\sqrt{3})^{-1}$$

$$X = 0$$

$$L - R = 0$$

- $$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-1} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1}$$
 Ans → A  
 X = -2  
 L-R = 0


- Calculator display showing the calculation of  $X = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10^{50}$  and  $L-R = 0$ . The display shows the expression  $\frac{1}{\sqrt{2}} \times 10^{50}$  and the result  $0$ .

$\Rightarrow$  Phương trình chỉ có 1 nghiệm âm  $x = -2$  (nghiệm  $x = 0$  không thỏa)  $\Rightarrow$  Ta chọn đáp án **C**

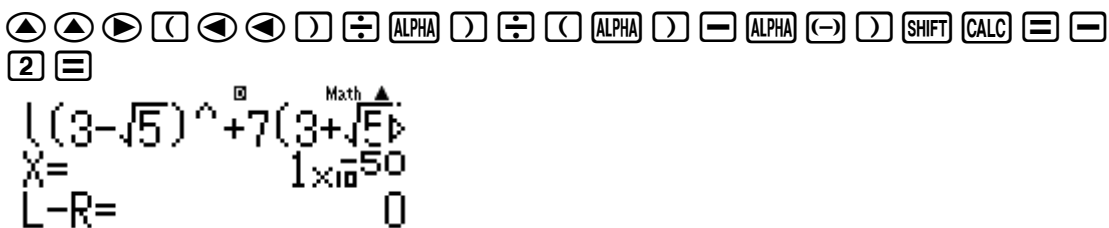
**A.** 2                  **B.** 0                  **C.** 3                  **D.** 1

➤ Nhập vế trái phương trình :  $(3-\sqrt{5})^x + 7(3+\sqrt{5})^x - 2^{x+3} = 0$  vào máy tính Casio, lưu phương trình, dò nghiệm thứ nhất . Ta thu được nghiệm  $x = 0$

( 3 - √ 5 ) ( x^ ALPHA ) ( ) ( + 7 ( 3 + √ 5 ) ( x^ ALPHA )  
 ) ( ) ( - 2 x^ ALPHA ) ( + 3 = ) SHIFT CALC 1 =  
 (3-√5)^+7(3+√5)  
 X= 0  
 L-R= 0

- 
  

$$(3 - \sqrt{5})^2 + 7(3 + \sqrt{5})$$
 Ans → A
   
 X = -2.021885215
   
 L-R = 0
   
 -2.021885



Không có nghiệm thứ ba  $\Rightarrow$  Ta chọn đáp án A

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017]** Số nghiệm của phương trình  $\log(x-1)^2 = \sqrt{2}$  là :

- A. 2                      B. 1                      C. 0                      D. Một số khác

**Bài 2-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]**

Số nghiệm của phương trình  $(x-2)[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1]=0$  là :

- A. 1                      B. 3                      C. 0                      D. 2

**Bài 3-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]** Phương trình  $3^{x^2-2x-3} + 3^{x^2-3x+2} = 3^{2x^2-5x+1} + 1$

- A. Có ba nghiệm thực phân biệt                      B. Vô nghiệm  
C. Có hai nghiệm thực phân biệt                      D. Có bốn nghiệm thực phân biệt

**Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017]** Tìm số nghiệm của phương trình  $2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} = 3$  :

- A. 1                      B. 2                      C. Vô số                      D. Không có nghiệm

**Bài 5-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]**

Cho phương trình  $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1-\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-2\sqrt{x}+2)$ . Số nghiệm của phương trình là ;

- A. 2 nghiệm                      B. Vô số nghiệm                      C. 1 nghiệm                      D. Vô nghiệm

**Bài 6-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắk Lắk năm 2017]**

Tìm số nghiệm của phương trình  $\log(x-2)^2 = 2\log x + \log_{\sqrt{10}}(x+4)$

- A. 3                      B. 2                      C. 0                      D. 1

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017]** Số nghiệm của phương trình  $\log(x-1)^2 = \sqrt{2}$  là :

- A. 2                      B. 1                      C. 0                      D. Một số khác

GIẢI

- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình  $\log(x-1)^2 = \sqrt{2} = 0$  rồi lưu vào biến A

$\log(x-1)^2 = \sqrt{2} = 0$



A. Có ba nghiệm thực phân biệt  
C. Có hai nghiệm thực phân biệt

B. Vô nghiệm  
D. Có bốn nghiệm thực phân biệt

GIẢI

- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình  $3^{x^2-2x-3} + 3^{x^2-3x+2} - 3^{2x^2-5x+1} - 1 = 0$

[3] [x^2] [ALPHA] [)] [x^2] [=] [2] [ALPHA] [)] [=] [3] [>] [+ [3] [x^2] [ALPHA] [)] [x^2] [=] [3] [ALPHA] [)] [+ [2] [>] [-] [3] [x^2] [2] [ALPHA] [)] [x^2] [=] [5] [ALPHA] [)] [-] [1] [>] [-] [1] [=] [SHIFT] [CALC] [1] [=]

3<sup>x<sup>2</sup>-2x-3</sup>+3<sup>x<sup>2</sup>-3x+2</sup>-3<sup>2x<sup>2</sup>-5x+1</sup>-1=0  
X=  
L-R=

1  
0

Ta thấy có 1 nghiệm  $x = 1$

- Khử nghiệm  $x = 1$  rồi tiếp tục dò nghiệm thứ hai

[>] [(] [<] [<] [)] [÷] [(] [ALPHA] [)] [=] [1] [)] [SHIFT] [CALC] [5] [=]

(3<sup>x<sup>2</sup>-2x-3</sup>+3<sup>x<sup>2</sup>-3x+2</sup>-3<sup>2x<sup>2</sup>-5x+1</sup>-1)  
X=  
L-R=

3  
0

- Ta thu được nghiệm  $x = 3$ . Khử hai nghiệm trên rồi tiếp tục dò nghiệm thứ ba

[<] [÷] [(] [ALPHA] [)] [=] [3] [)] [SHIFT] [CALC] [5] [=]

(3<sup>x<sup>2</sup>-2x-3</sup>+3<sup>x<sup>2</sup>-3x+2</sup>-3<sup>2x<sup>2</sup>-5x+1</sup>-1)  
X=  
L-R=

2  
0

- Ta thu được nghiệm  $x = 2$ . Khử ba nghiệm trên rồi tiếp tục dò nghiệm thứ tư

[<] [÷] [(] [ALPHA] [)] [=] [2] [)] [SHIFT] [CALC] [=] [1] [=]

(3<sup>x<sup>2</sup>-2x-3</sup>+3<sup>x<sup>2</sup>-3x+2</sup>-3<sup>2x<sup>2</sup>-5x+1</sup>-1)  
X=  
L-R=

-1  
0

- Ta thu được nghiệm  $x = -1$ . Khử bốn nghiệm trên rồi tiếp tục dò nghiệm thứ năm

[<] [÷] [(] [ALPHA] [)] [+ [1] [)] [SHIFT] [CALC] [-] [3] [=]

Can't Solve

[AC] :Cancel  
[4][>]:Goto

Không có nghiệm thứ năm  $\Rightarrow$  Đáp án chính xác là D

**Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017]** Tìm số nghiệm của phương trình  $2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} = 3$  :

A. 1

B. 2

C. Vô số

D. Không

có nghiệm

GIẢI

- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình  $\Leftrightarrow 2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} - 3 = 0$  (điều kiện  $x \geq 0$ ).

[2] [x^1/x] [1] [v] [ALPHA] [)] [>] [>] [+ [2] [x^1/x] [√] [ALPHA] [)] [>] [>] [-] [3] [SHIFT] [CALC] [1] [=]

Can't Solve

[AC] :Cancel  
[4][>]:Goto

Thấy ngay phương trình vô nghiệm  $\Rightarrow$  Đáp án chính xác là **D**

**Bài 5-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]**

Cho phương trình  $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1 - \sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$ . Số nghiệm của phương trình là ;

- A. 2 nghiệm      B. Vô số nghiệm      C. 1 nghiệm      D. Vô nghiệm

**GIẢI**

- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình  $\Leftrightarrow 2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1 - \sqrt{x}) - \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2) = 0$

( $x > 0$ ). Lưu nghiệm thứ nhất vào *A*

- Khử nghiệm  $x = A$  rồi dò nghiệm thứ hai

Can't Solve

[AC] :Cancel  
[left arrow][right arrow]:Goto

Không có nghiệm thứ hai  $\Rightarrow$  Đáp án chính xác là **C**

**Bài 6-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắk Lắk năm 2017]**

Tìm số nghiệm của phương trình  $\log(x - 2)^2 = 2\log x + \log_{\sqrt{10}}(x + 4)$

- A. 3      B. 2      C. 0      D. 1

**GIẢI**

- Dò nghiệm thứ nhất của phương trình  $\log(x - 2)^2 - 2\log x - \log_{\sqrt{10}}(x + 4) = 0$  ( $x > 0$ ). Lưu nghiệm này vào *A*

- Khử nghiệm  $x = A$  và tiếp tục dò nghiệm thứ hai :

Continue:[=]  
X= 2.894762x10<sup>13</sup>  
L-R=-9.30066x10<sup>13</sup>

Không có nghiệm thứ hai  $\Rightarrow$  Đáp số chính xác là **D**.