ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

***ΕΡΓΑΣΙΑ#4***

*ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.*

7ο ΕΞΑΜΗΝΟ

**Όνομα : ΚΑΜΠΑΣ ΠΡΟΔΡΟΜΟΣ**

**Α.Ε.Μ. : 8151**

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2018

## Περιεχόμενα

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ
# ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

## Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων

ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιασθεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$f_p$ = 5 KHz , $f_s$ = 1.9231 KHz και $a_{max}$ =0.6389 dB , $a_{min}$ =24.6667 dB .

### Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

#### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Αρχικά, σύμφωνα με τις προδιαγραφές της άσκησης έχουμε:

$$\omega_p = 2\pi f_p = 31416\, rad/s$$
$$\omega_s = 2\pi f_s = 12083\, rad/s$$

Για να γίνει αυτό θα υπολογίσουμε την τάξη του αντίστοιχου πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου με κανονικοποιημένες προδιαγραφές.

$$\Omega_p = 1, \qquad \Omega_s = \frac{\omega_p}{\omega_s} = 2.6$$

όπου $\Omega_p$ και $\Omega_s$ είναι οι συχνότητες διόδου και αποκοπής του μετασχηματισμένου κατωδιαβατού πρωτότυπου φίλτρου. Στη συνέχεια, προχωράμε στον υπολογισμό της τάξης, της συχνότητας ημίσειας ισχύος και των πόλων της κατωδιαβατής απόκρισης Butterworth.

Για τον υπολογισμό της τάξης χρησιμοποιούμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{log\left[{\left(10^{\frac{a_{min}}{10}}-1\right)}\Big/{\left(10^{\frac{a_{max}}{10}}-1\right)}\right]^{\frac{1}{2}}}{2 * \log(\omega_s)} = \ 3.93423$$

Στρογγυλοποιούμε στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο, άρα η τάξη του φίλτρου είναι n=4.

Η συχνότητα 3 $dB$ είναι:

$$\Omega_0 = \frac{1}{(10^{\alpha_{max}/10}-1)^{\frac{1}{2n}}} = 1.2589\, rad/sec$$

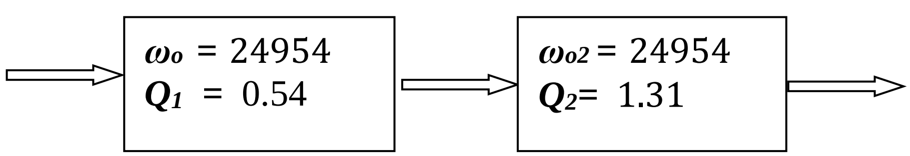
Η αντίστοιχη συχνότητα του ανωδιαβατού φίλτρου είναι:

$$\omega_0 = \frac{\omega_p}{\Omega_0} = 24954\, rad/s \quad \text{και προφανώς} \quad f_0 = 3.971.6 \text{ kHz}$$

Οι πόλοι της κανονικοποιημένης απόκρισης Butterworth για $n = 4$, τα $Q$ και οι γωνίες $\psi_\kappa$ προκύπτουν εύκολα από αναζήτηση στη βιβλιογραφία (πίνακες 9.1 και 9.3α από τις σημειώσεις του μαθήματος) και συνοψίζονται παρακάτω:

| $\boldsymbol{\psi_\kappa}$ | Q | $\boldsymbol{p_\kappa}$ |
|---|---|---|
| $\pm\mathbf{22.5}$ | 0.54 | $-0.3826 \pm j0.9238$ |
| $\pm\mathbf{67.5}$ | 1.31 | $-0.9238 \pm j0.3826$ |

Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι ίδιοι με τους πόλους της πρωτότυπης κατωδιαβατής συνάρτησης με την προσθήκη δύο μηδενικών στο μηδέν. Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης κείνται πάνω σε έναν κύκλο με ακτίνα $\omega_0$. Αυτοί μπορούν να δοθούν από τον παραπάνω πίνακα αν αντί για $\Omega_{0_\kappa} = 1$ πάρουμε μέτρα $\omega_0$ από τη σχέση $s_k = \omega_0(-\cos\psi_\kappa + j\sin\psi_\kappa)$. Οι ανωδιαβατές μονάδες που πρέπει να υλοποιηθούν φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:




Μονάδα Ι Μονάδα ΙΙ

- Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση των μονάδων I και II θα χρησιμοποιηθούν τα ανωδιαβατά κυκλώματα Salley–Key με βάση την στρατηγική σχεδίασης 1 όπως ζητείται από την εκφώνηση καθώς AEM=8151. Επίσης, η κλιμακοποίηση των φίλτρων θα γίνει ώστε να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής σε κάθε μονάδα με τιμή 0.1μF. Τέλος, η ρύθμιση του κέρδους θα γίνει ώστε το κέρδος του φίλτρου στις υψηλές συχνότητες να είναι 10dB.

**<u>ΜΟΝΑΔΑ ( I )</u>**

Σύμφωνα με τη στρατηγική σχεδίασης 1 (σχ. 6.21 από *Σημειώσεις Μαθήματος*) του ανωδιαβατού κυκλώματος Sallen – Key, τα στοιχεία του κανονικοποιημένου φίλτρου είναι:

$$R_1 = R_2 = 1, C_1 = C_2 = 1$$
$$k_1 = 3 - \frac{1}{Q} = 3 - \frac{1}{0.54} = 1.14815$$
$$r_1 = 1, r_2 = 2 - \frac{1}{Q} = 2 - \frac{1}{0.54} = 0.14815$$

**<u>Κλιμακοποίηση</u>**:

Αφού έχουμε $\omega_0 = 24954$ θεωρούμε $k_f = 24954$. Για να έχουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή με χωρητικότητα $0.1\mu F$, από τον τύπο $C_{new} = \frac{1}{k_f k_m} C_{old}$ παίρνουμε:

$$10^{-7} = \frac{1}{24954\, k_m} * 1 \Rightarrow k_m = 400.7311$$

Έτσι έχουμε τα πραγματικά μεγέθη:

$$R_1 = R_2 = r_1 = 400.7311\, \Omega, \quad r_2 = 59.3676\, \Omega$$
$$C_1 = C_2 = 0.1\, \mu F$$

**<u>ΜΟΝΑΔΑ ( II )</u>**

Σύμφωνα με τη στρατηγική σχεδίασης 1 του ανωδιαβατού κυκλώματος Sallen – Key, τα στοιχεία του κανονικοποιημένου φίλτρου είναι:

$$R_1 = R_2 = 1, C_1 = C_2 = 1$$
$$k_2 = 3 - \frac{1}{Q} = 3 - \frac{1}{1.31} = 2.2366$$

$r_1 = 1, r_2 = 2 - \frac{1}{Q} = 2 - \frac{1}{1.31} = 1.2366$

**<u>Κλιμακοποίηση</u>**:
Αφού έχουμε $\omega_0 = 24954$ θεωρούμε $k_f = 24954$. Για να έχουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή με χωρητικότητα $0.1\mu F$, από τον τύπο $C_{new} = \frac{1}{k_f k_m} C_{old}$ παίρνουμε:

$$10^{-7} = \frac{1}{24954\ k_m} * 1 \Rightarrow\ k_m = 400.7311$$

Έτσι έχουμε τα πραγματικά μεγέθη:
$R_1 = R_3 = r_1 = 400.7311\ \Omega, \quad r_2 = 495.5605\ \Omega$
$C_1 = C_2 = 0.1\ \mu F$

- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι $10dB$ στις υψηλές συχνότητες, όπως δίνεται από τις προδιαγραφές του φίλτρου. Ο υπολογισμός τη ενίσχυσης ή απόσβεσης θα γίνει παρακάτω αφού υπολογίσουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων.

**<u>Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων</u>**

1. $T_1(s) = k_1 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_1}s + \omega_0^2} = 1.1481 \frac{s^2}{s^2 + \frac{24954}{0.54}s + 24954^2}$
2. $T_2(s) = k_2 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_2}s + \omega_0^2} = 2.2366 \frac{s^2}{s^2 + \frac{24954}{1.31}s + 24954^2}$

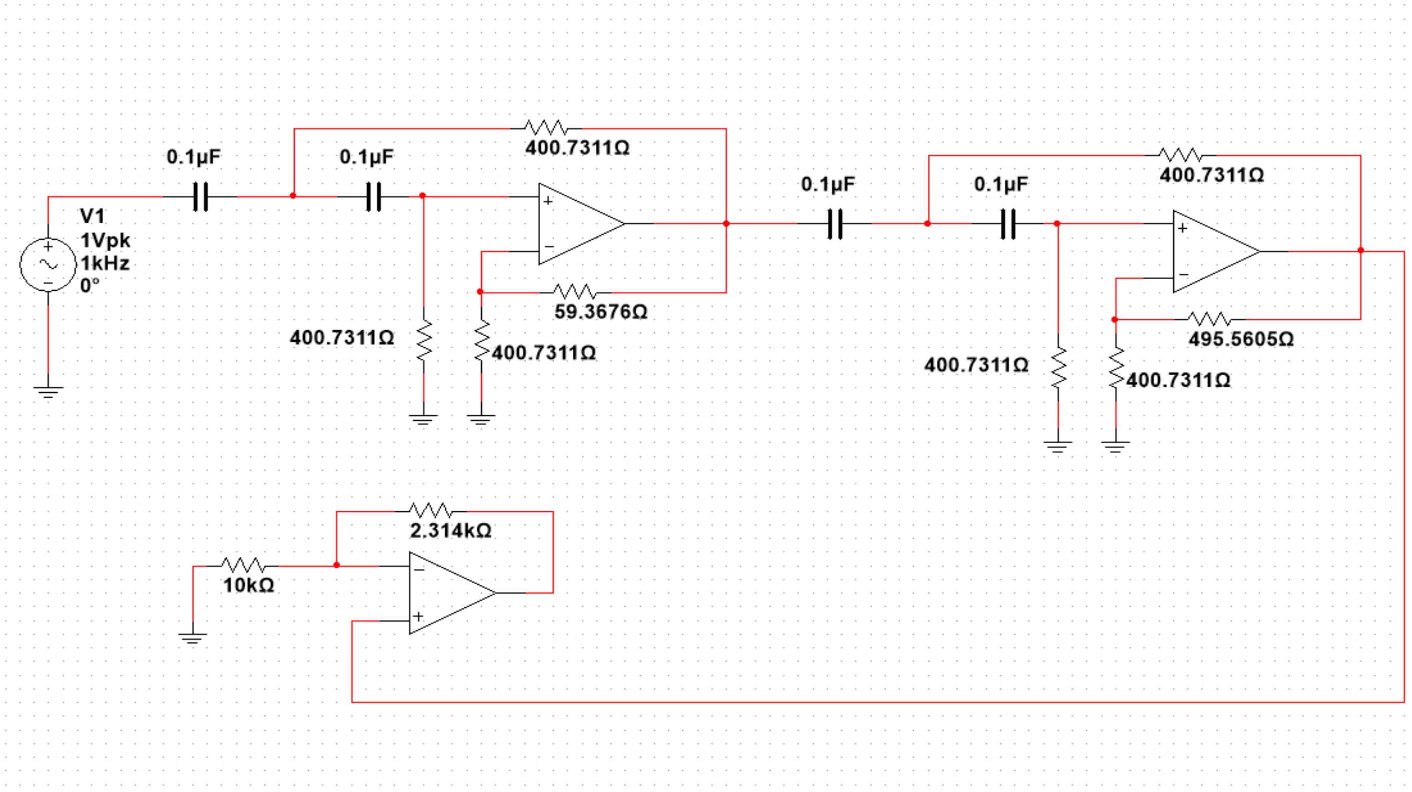
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει από τη σχέση

$$T_{total} = KT_1(s)T_2(s) = 2.568\ T_1(s)T_2(s)$$

Για να έχουμε κέρδος $10dB$ στις υψηλές συχνότητες θα πρέπει $20 \log k_1 k_2 k = 10$ $\Rightarrow\ k = 1.2314$. Χρειαζόμαστε δηλαδή ενίσχυση με συντελεστή $1.2314$. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε μια μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία με λόγο $\alpha = 1.2314$. Επιλέγουμε αντιστάσεις $r_1 = 10k\Omega, r_2 = 2.314k\Omega$ (αφού $r_2/r_1 + 1 = \alpha$).

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι 2 μονάδες

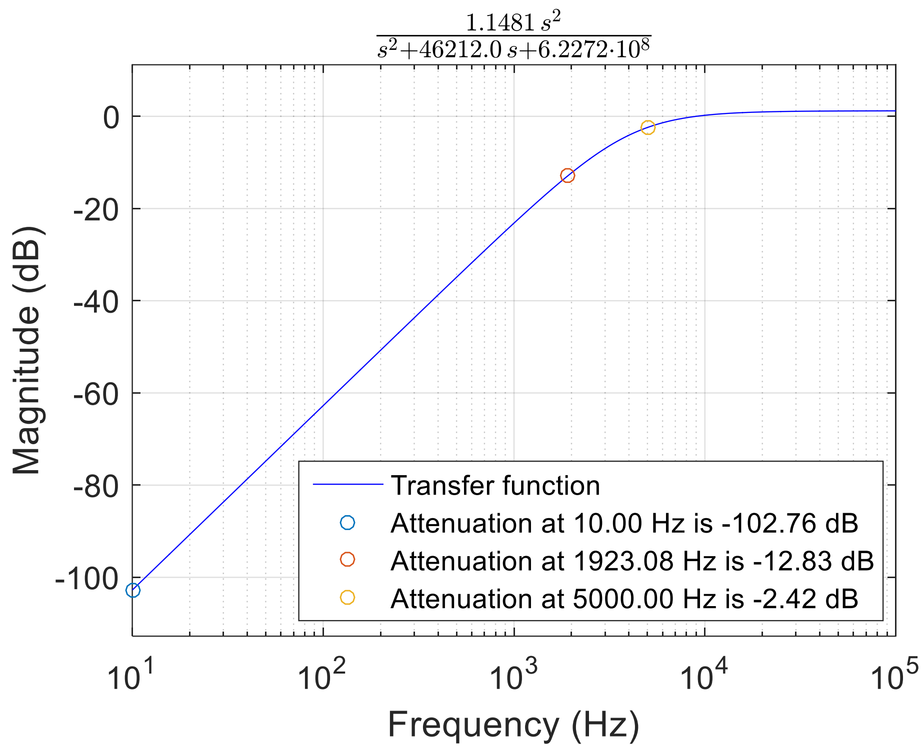
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή



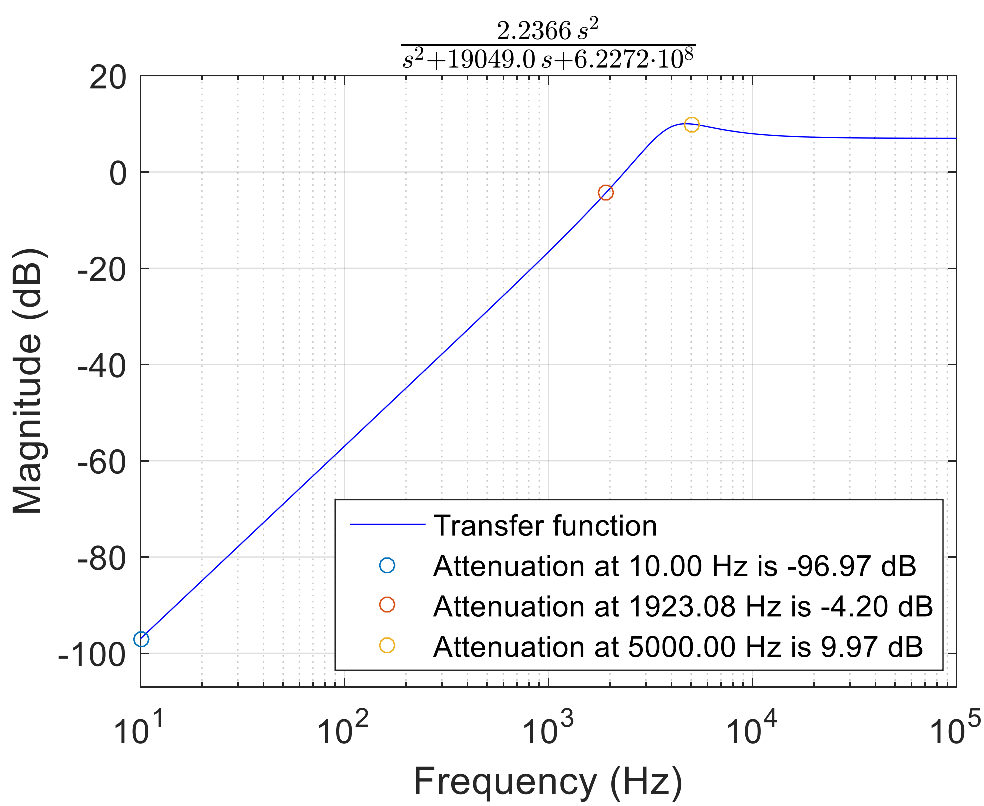

## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των 2 μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη και την δεύτερη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

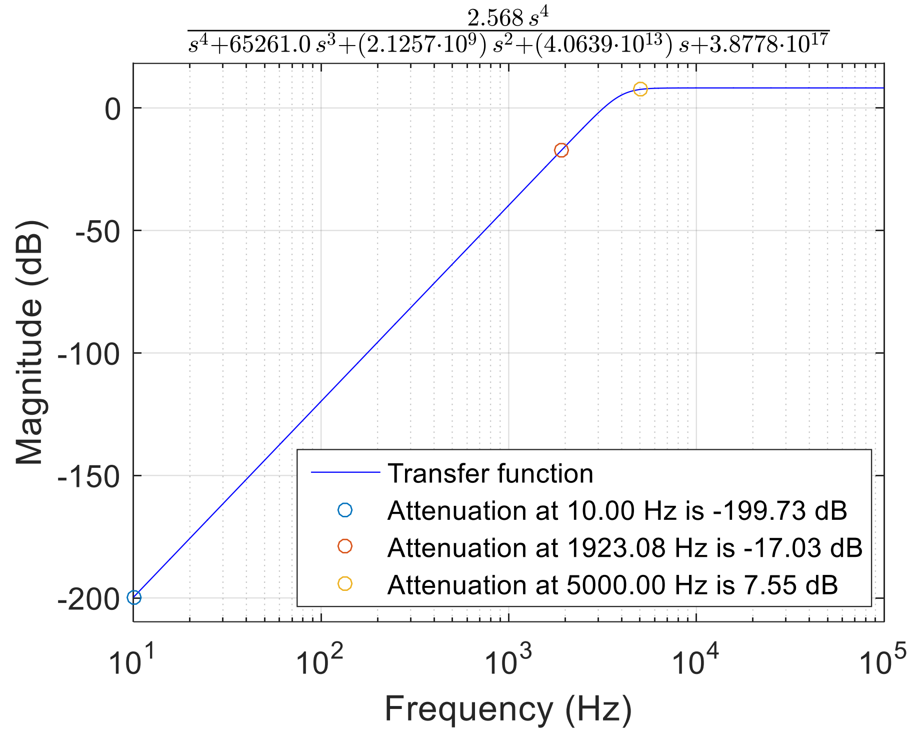
$1^η$ Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen Key με στρατηγική 1



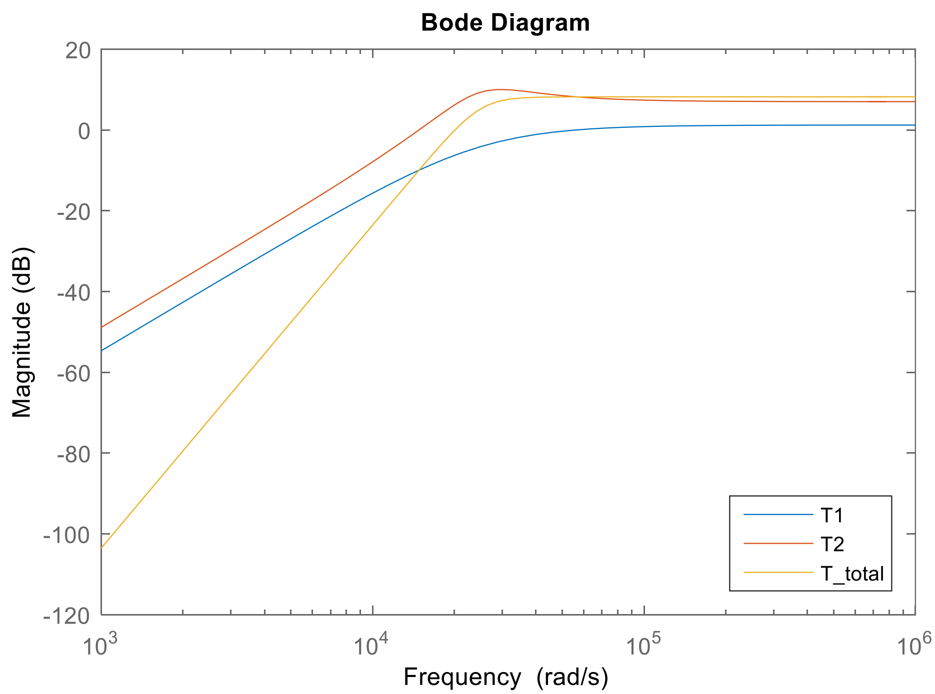

2η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen Key με στρατηγική 1



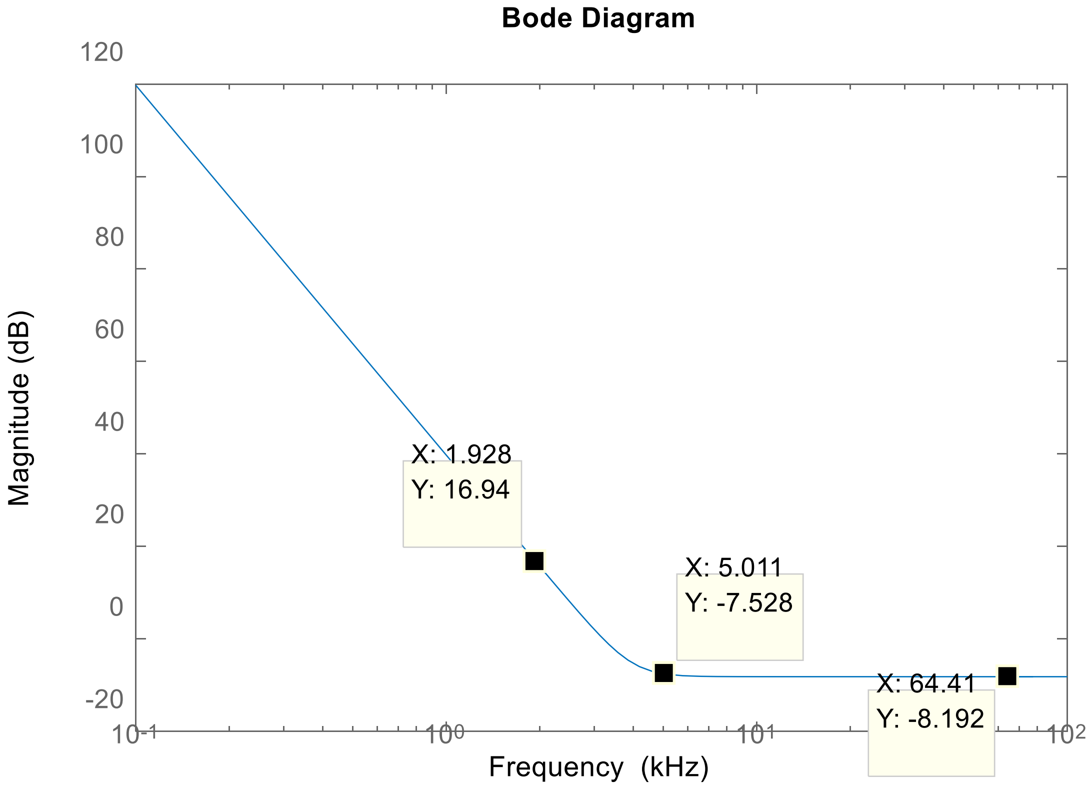
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.




Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



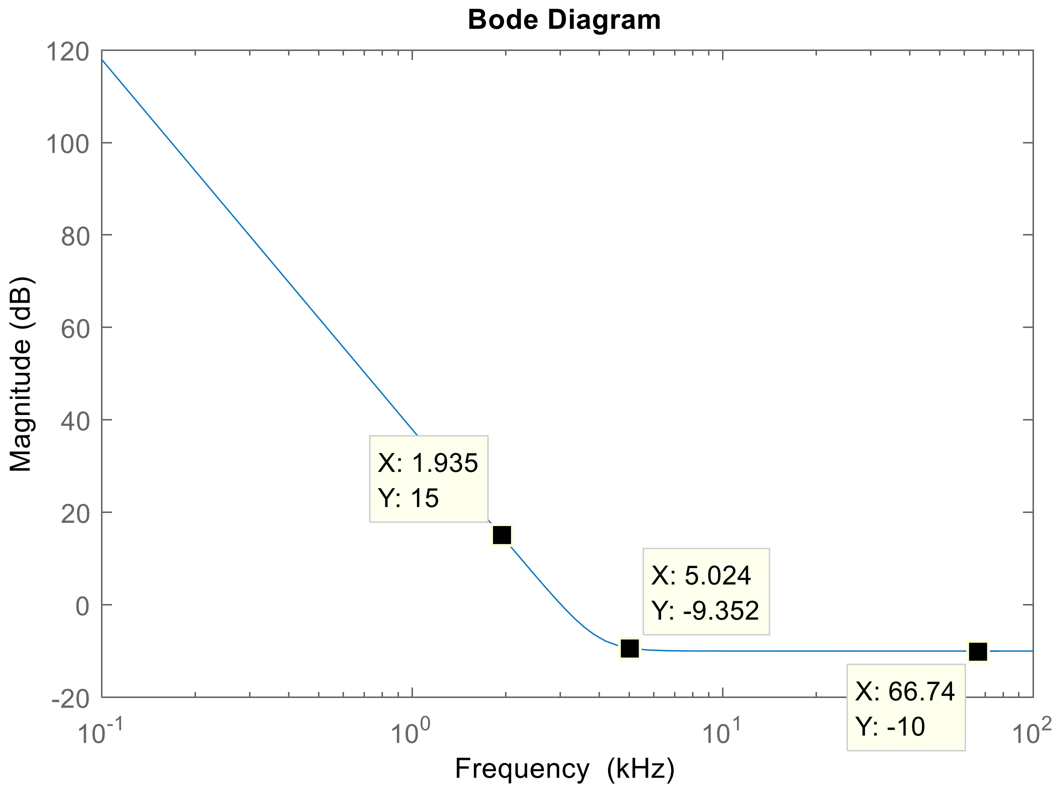
Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.




Από την απόκριση του συστήματος αλλά και από τη συνάρτηση απόσβεσης βλέπουμε πως όντως το σύστημα είναι ανωδιαβατό φίλτρο. Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε το κέρδος στις υψηλές συχνότητες, τις κρίσιμες συχνότητες $f_p$, $f_s$ καθώς και τα αντίστοιχα κέρδη. Παρατηρούμε ότι η απόκριση δεν πληροί όλες τις προδιαγραφές. Πιο συγκεκριμένα:

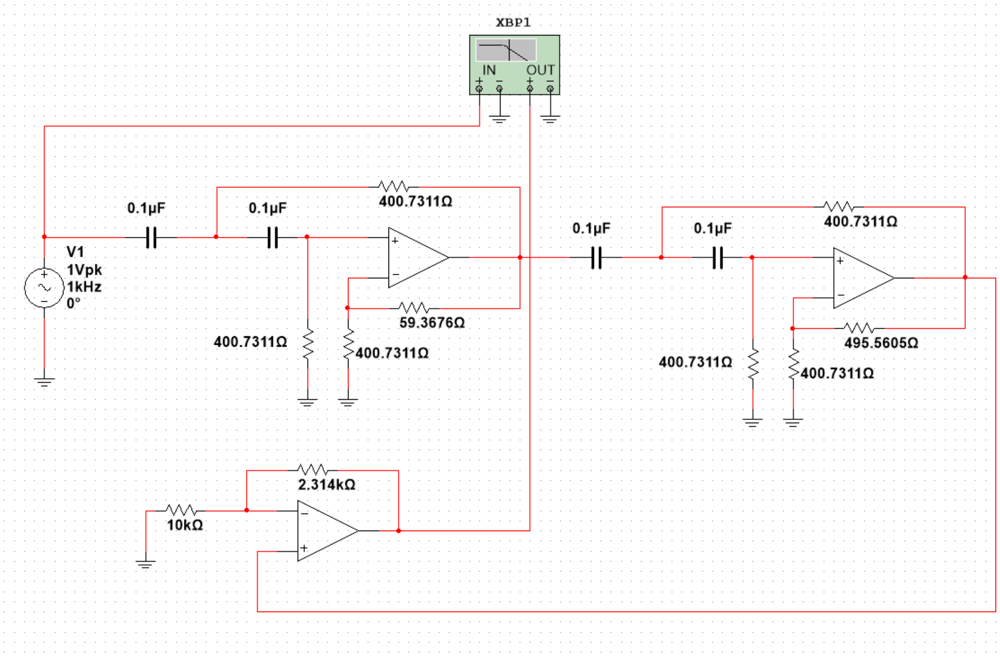
- Στην συχνότητα $f_p$ = 5kHz όπου ζητήθηκε απόσβεση $\alpha_{max}$ = 0.6389 το $\alpha_{max}$ είναι ελάχιστα μεγαλύτερο, $\alpha_{max}$ = 8.192 - 7.528 = 0.664.
- Στην συχνότητα $f_s$ = 1.9231kHz όπου ζητήθηκε απόσβεση $\alpha_{min}$ = 24.667 το $\alpha_{min}$ είναι μεγαλύτερο, $\alpha_{min}$ = 16.94 + 8.192 = 25.132.

Το διάγραμμα της συνάρτησης απόσβεσης έπειτα της ρύθμισης του κέρδους η οποία έγινε παραπάνω δίνεται παρακάτω. Όπως είναι φανερό, όλες οι προδιαγραφές πληρούνται με εξαίρεση την προδιαγραφή για το $\alpha_{max}$ το οποίο είναι ελάχιστα μεγαλύτερο από το ζητούμενο, συγκεκριμένα είναι $\alpha_{max}$ = 10 – 9.35= 0.65 περίπου αντί για 0.6389.

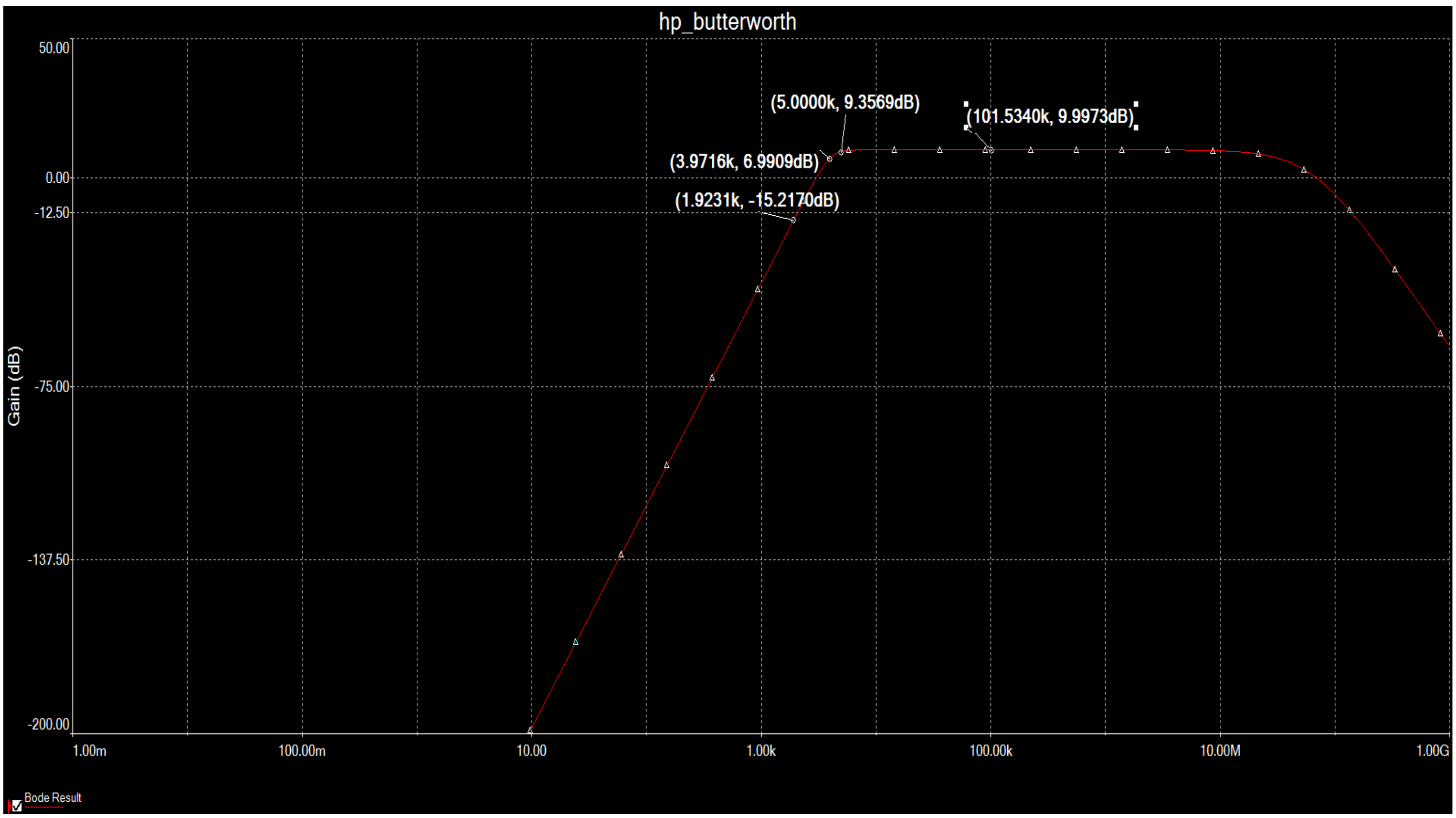



## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Εισάγουμε λοιπόν τις 4 μονάδες του φίλτρου και το κύκλωμα ενίσχυσης του κέρδους που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα, στο οποίο έχουμε συνδέσει και τον BODE_PLOTTER.




• Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :

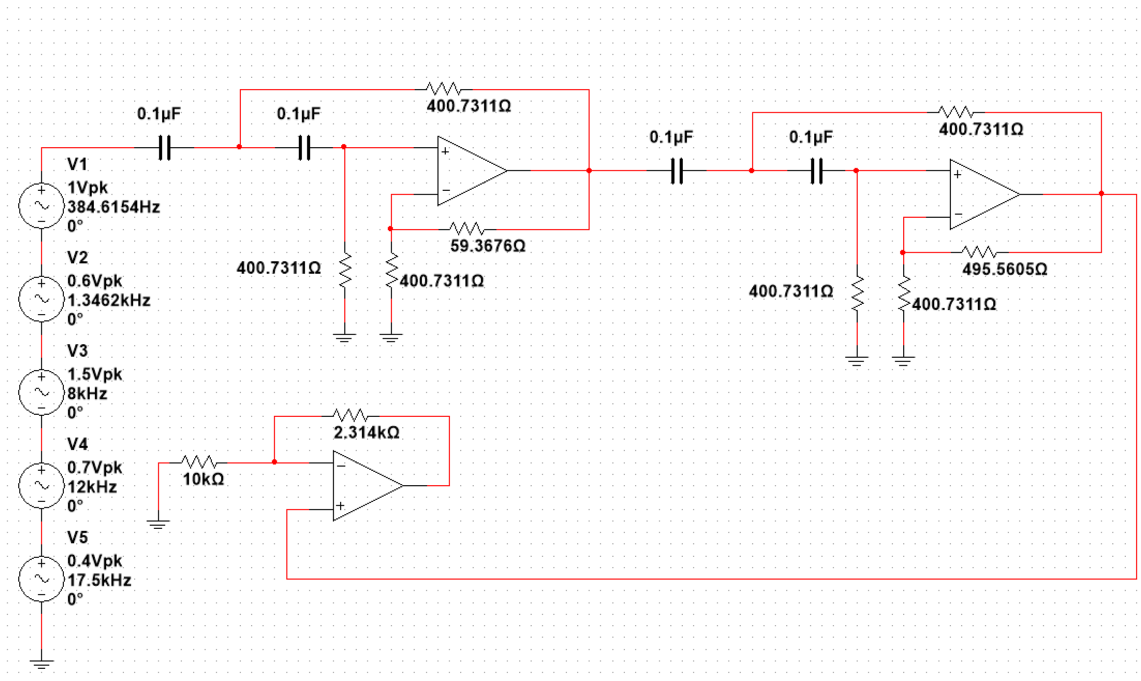


Από αυτό το διάγραμμα γίνεται φανερό ότι το κύκλωμα που υλοποιήσαμε αποτελεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι προδιαγραφές που τέθηκαν από την εκφώνηση της εργασίας ικανοποιούνται και τα αποτελέσματα συμφωνούν με την θεωρητική ανάλυση που έγινε νωρίτερα με την χρήση του MATLAB. Όπως διαπιστώνουμε, το κέρδος στις υψηλές συχνότητες είναι 10dB, όπως ακριβώς ζητήθηκε. Επίσης, στην συχνότητα $f_s$ = 1.9231kHz πρέπει να ικανοποιείται η προδιαγραφή $α_{min}$ = 24.6667dB. Από το διάγραμμα φαίνεται ότι η διαφορά κέρδους στην συγκεκριμένη συχνότητα σε σχέση με το κέρδος στις υψηλές συχνότητες (10dB) είναι 25.2143dB, τιμή μεγαλύτερη από την ελάχιστη, άρα η προδιαγραφή ικανοποιείται. Στην συχνότητα $f_p$ = 5kHz πρέπει να ικανοποιείται η προδιαγραφή $α_{max}$ = 0.6389dB. Ωστόσο, όπως και στην θεωρητική ανάλυση το αποτέλεσμα είναι ελάχιστα μεγαλύτερο από αυτήν την τιμή. Συγκεκριμένα, η διαφορά κέρδους στην συχνότητα αυτή σε σχέση με το κέρδος στις υψηλές συχνότητες είναι 0.6404dB. Η τιμή αυτή είναι πολύ κοντά στην ζητούμενη οπότε δεν υπάρχει κανένα πρόβλημα καθώς μία τέτοια απόκλιση μπορεί να οφείλεται σε εσωτερικά σφάλματα των προγραμμάτων Matlab, Multisim ή στην ακρίβεια των εξισώσεων και των πινάκων Butterworth.

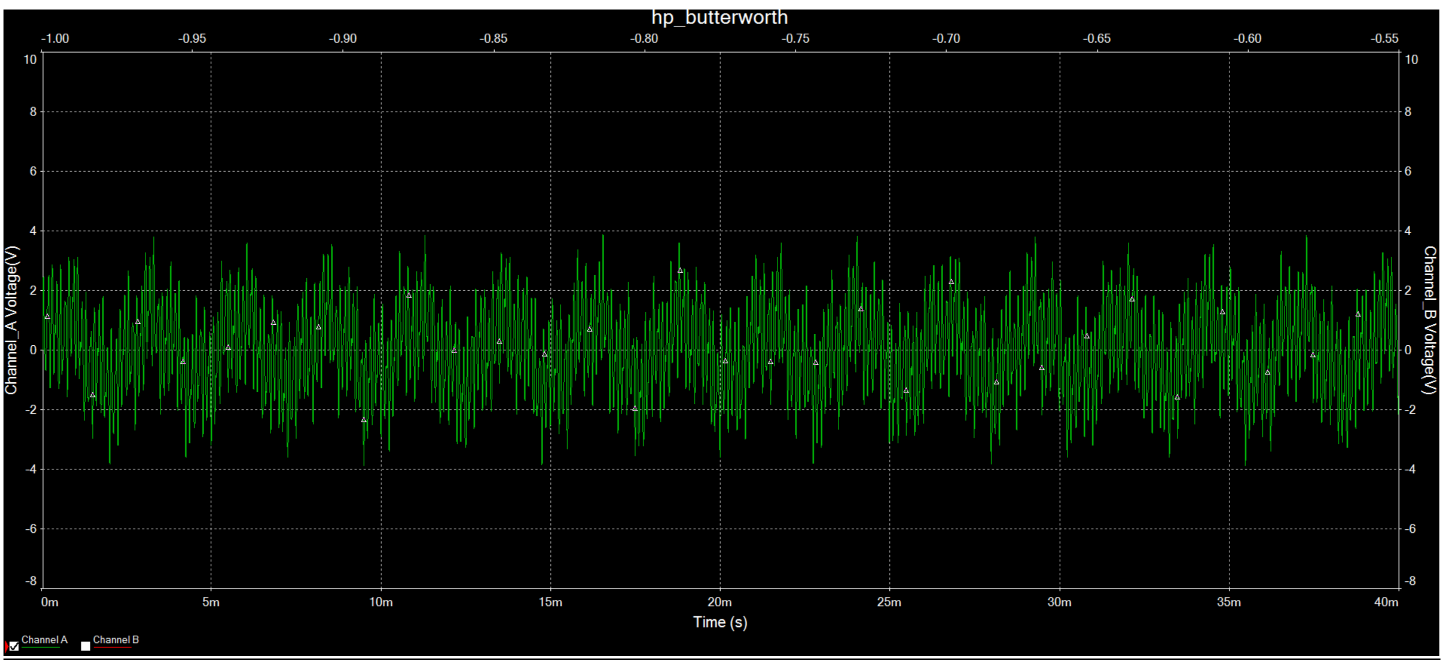
• Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα ένα σύνολο 5 συνημιτονικών πηγών όπως ζητείται από την εκφώνηση. Συγκεκριμένα το σήμα εισόδου είναι:

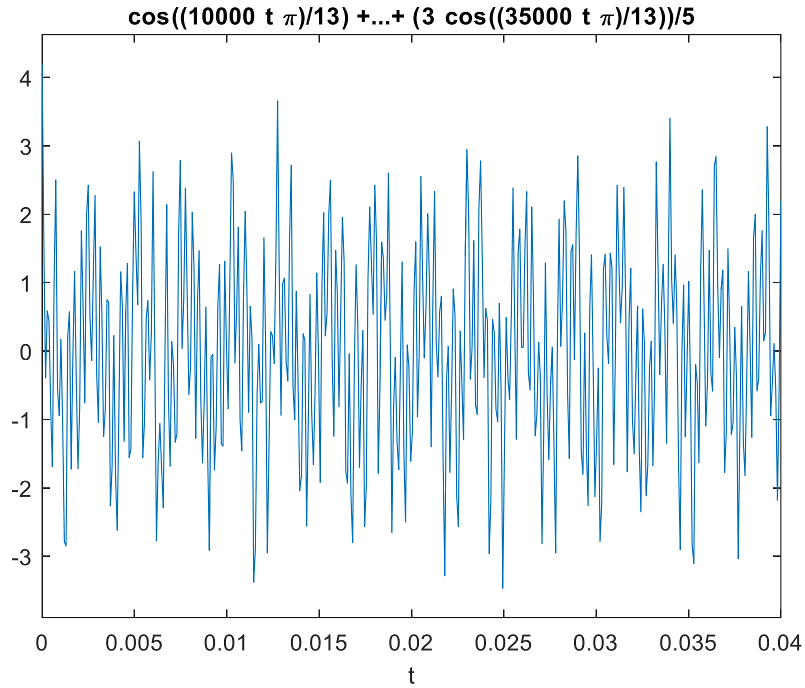
$$f(t) = cos(2π * 384.6154t) + 0.6cos(2π * 1346.2t) + 1.5cos(2π * 8000t) + 0.7cos(2π * 12000t) + 0.4cos(2π * 17500t)$$

Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

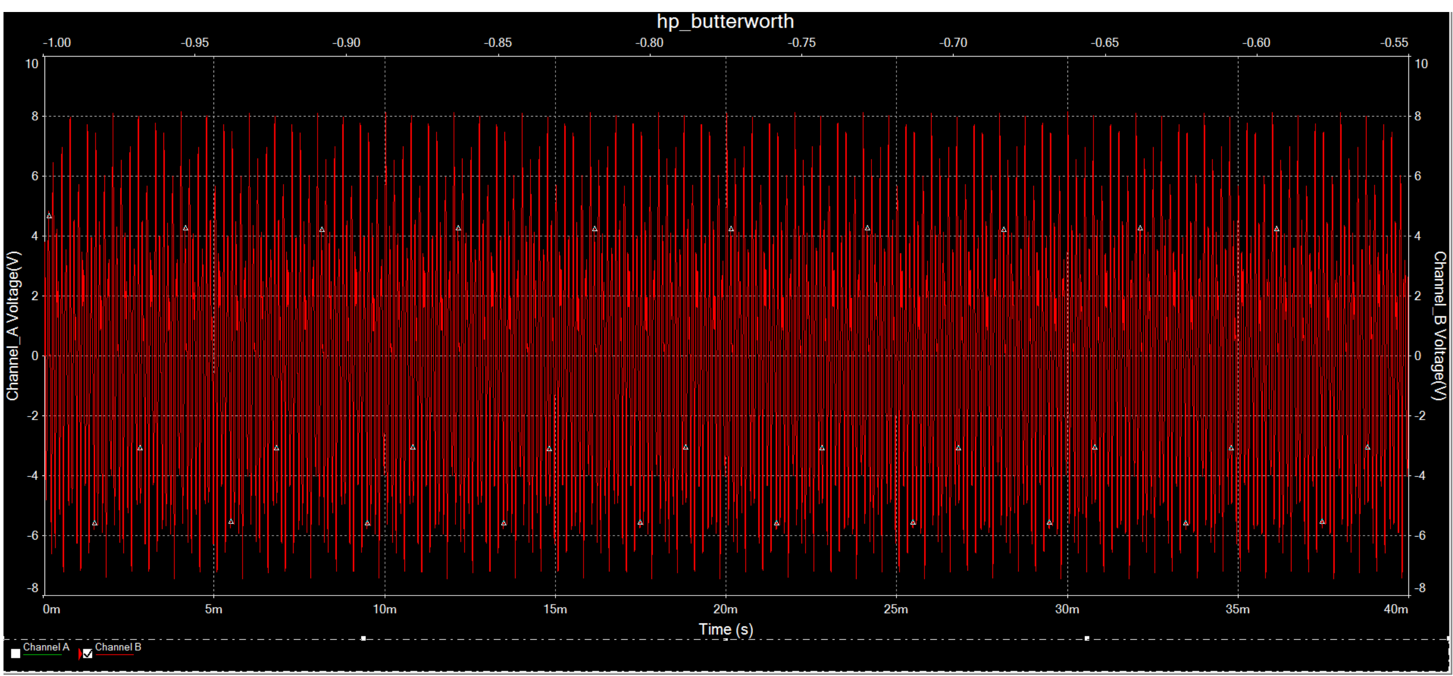



<u>Σήμα Εισόδου :</u>

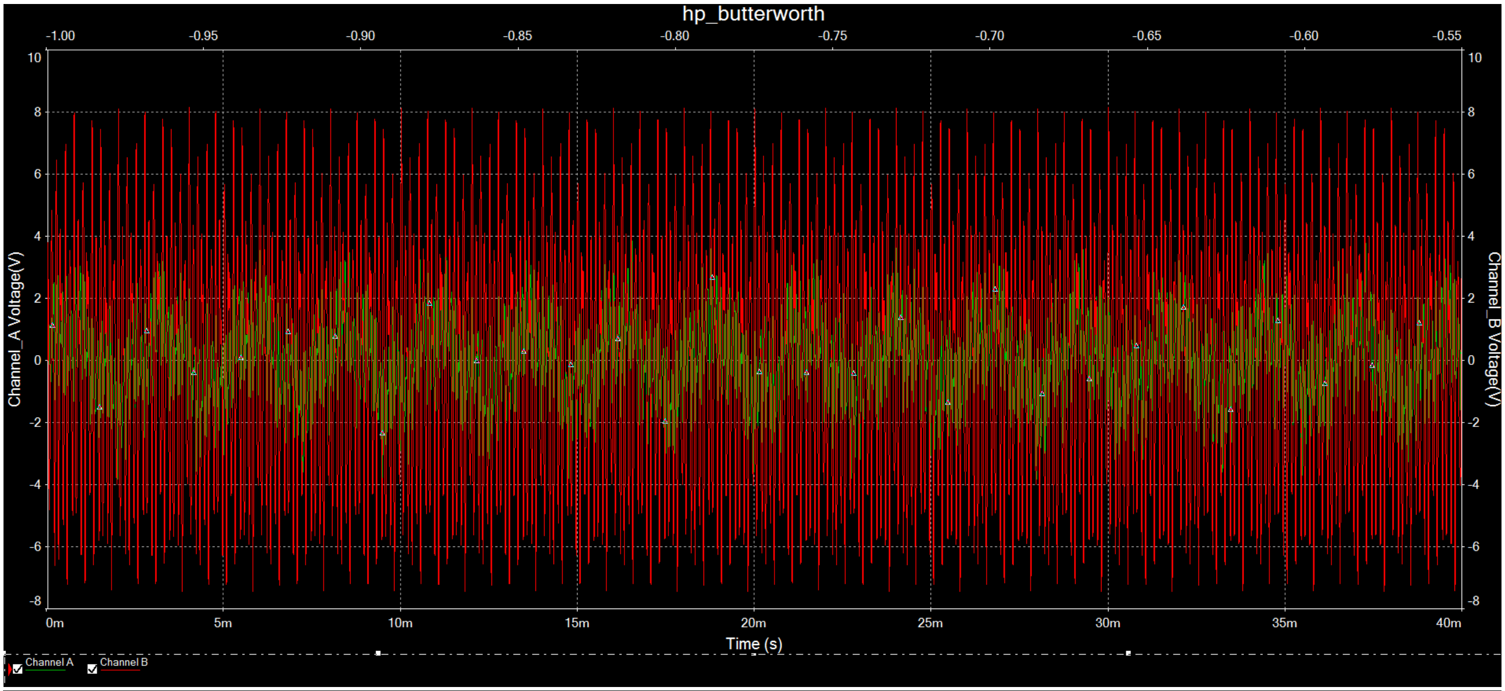





<u>Σήμα Εξόδου :</u>



Σήματα εισόδου και εξόδου:

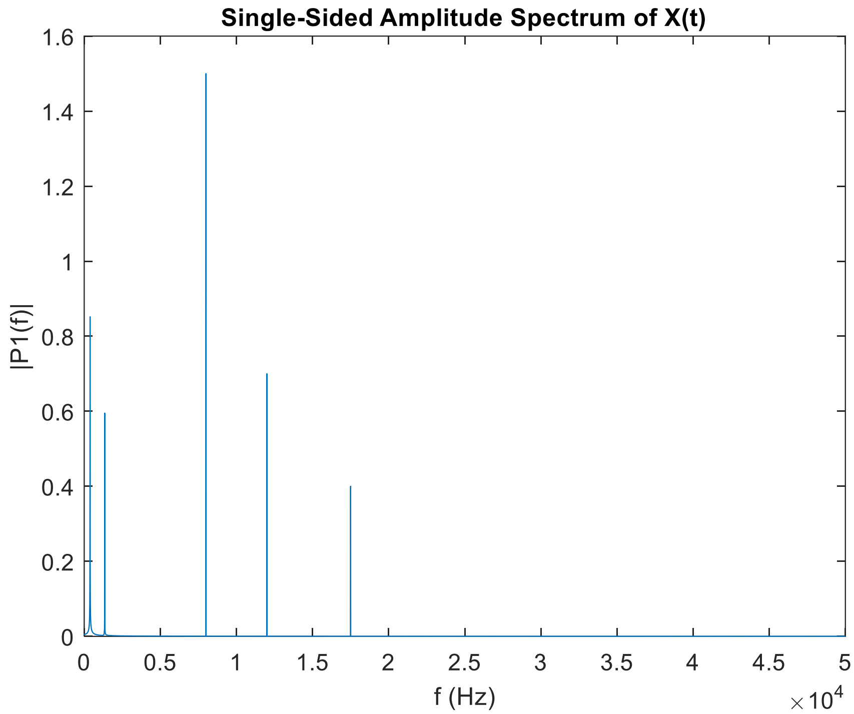



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου καθώς και σε ένα κοινό διάγραμμα και τα 2 σήματα ταυτόχρονα. Παρατηρούμε ότι και τα 2 σήματα είναι περιοδικά και μάλιστα ότι πράγματι το σήμα εισόδου ενισχύεται και παράγεται το σήμα εξόδου, το οποίο, όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε και από τα διαγράμματα είναι περίπου 2.5 φορές μεγαλύτερο του σήματος εισόδου. Το θεωρητικό κέρδος που έχουμε προβλέψει είναι 2.568, το οποίο συμφωνεί και με τα παραπάνω διαγράμματα.

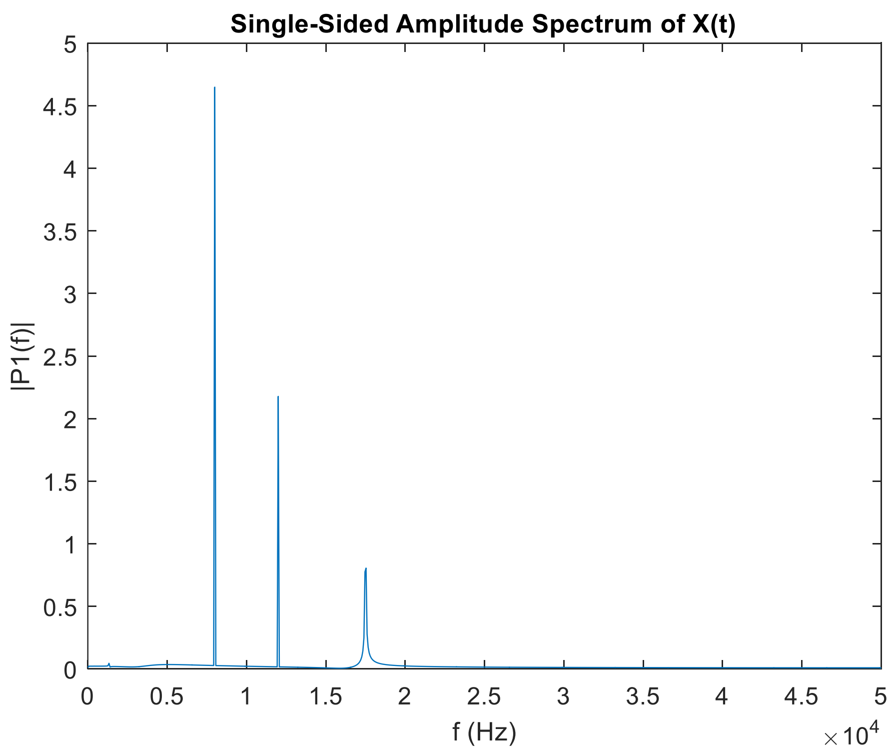
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

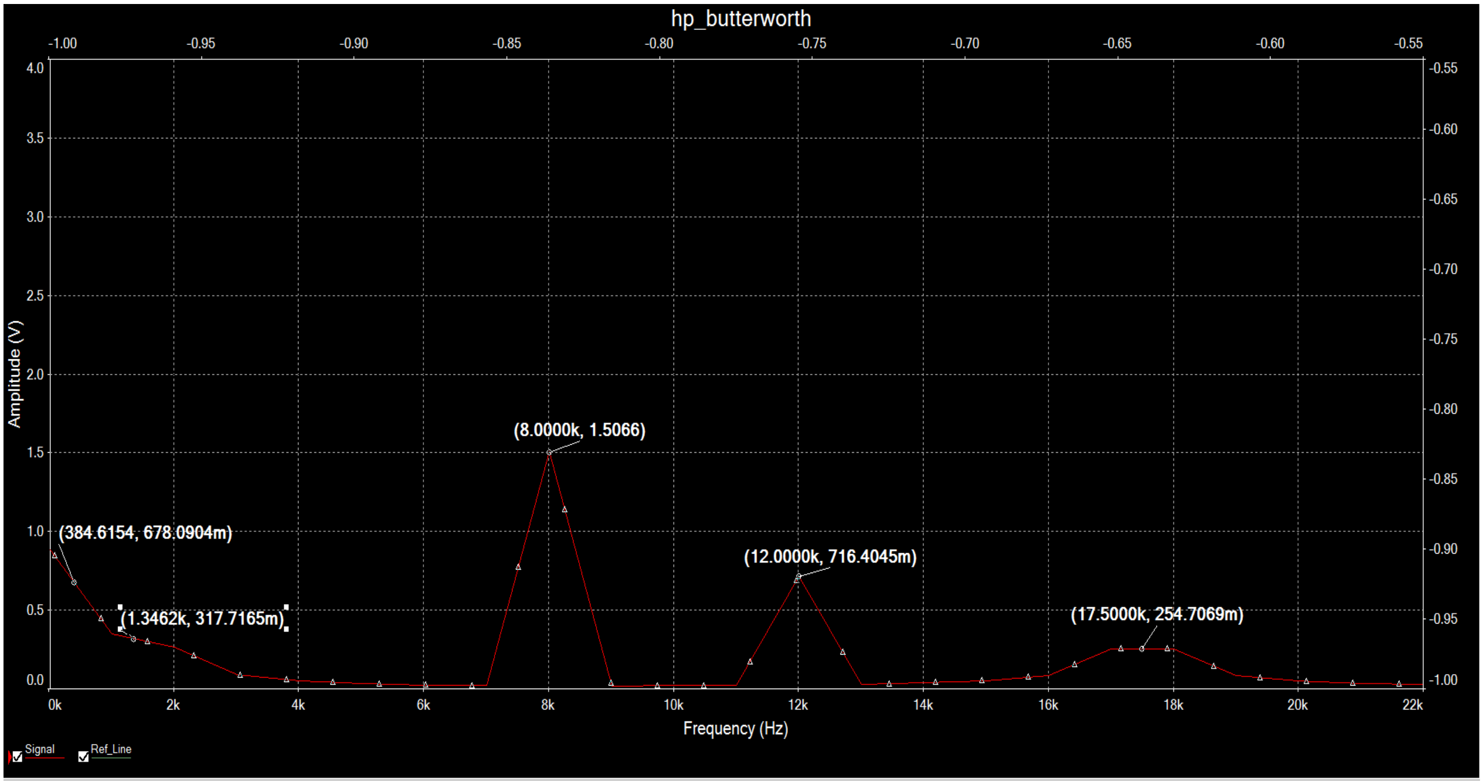
Φάσμα Σήματος Εισόδου Matlab:



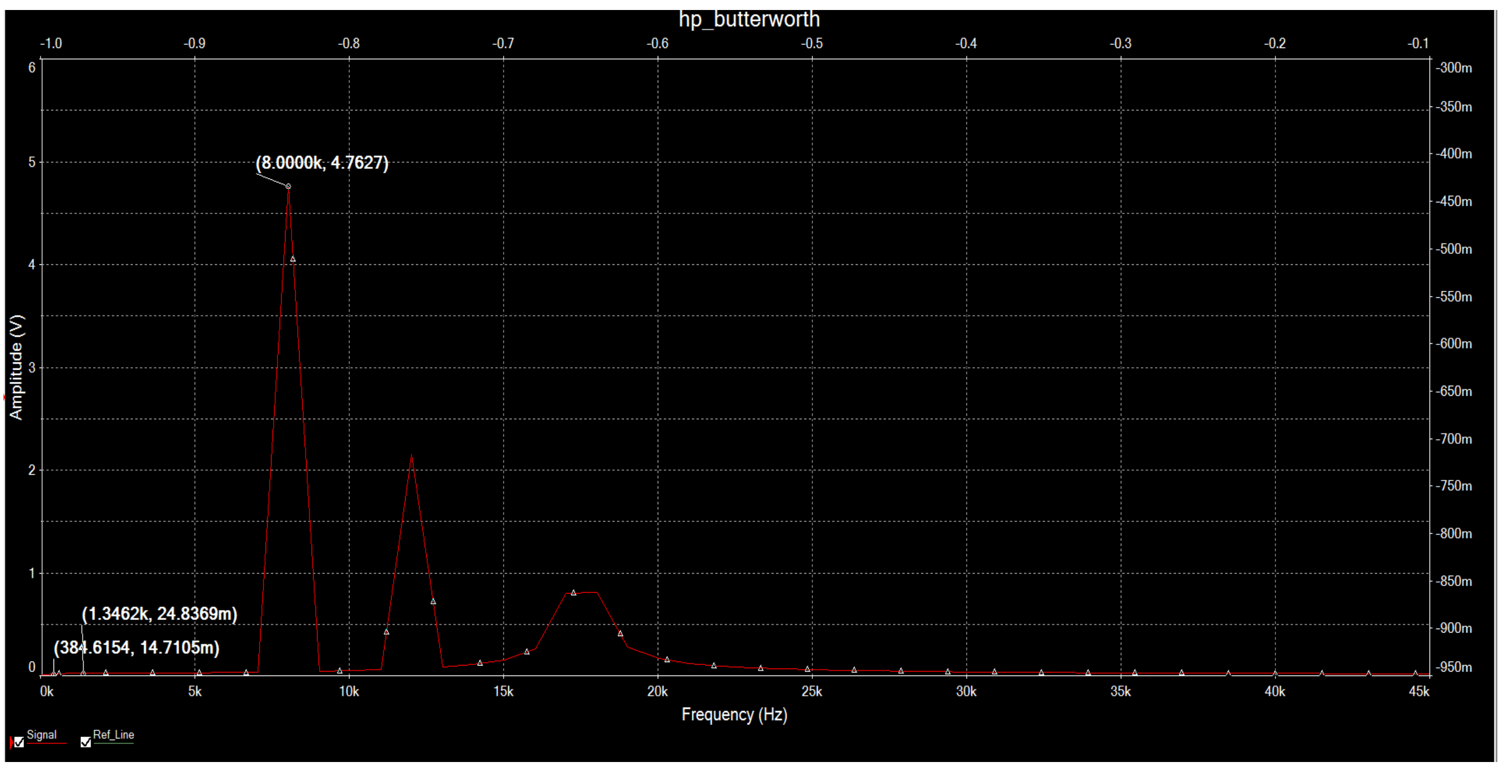

Φάσμα Σήματος Εξόδου Matlab:



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:




Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Από τα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι το κύκλωμα που υλοποιήσαμε αποτελεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο. Οι κρίσιμες συχνότητες για το συγκεκριμένο φίλτρο είναι $f_p$=5kHz και $f_s$=1.9231kHz. Στο φάσμα του σήματος εισόδου παρατηρούμε ότι για τις 5 κεντρικές συχνότητες του σήματος υπάρχει τάση. Ωστόσο, όπως φαίνεται στο φάσμα του σήματος εξόδου οποιαδήποτε συχνότητα μικρότερη των 5kHz έχει «κοπεί» ενώ οι 3 συχνότητες του σήματος εισόδου που είναι μεγαλύτερες από 5kHz ενισχύονται κατά τον παράγοντα k = 2.568. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί πως τα διαγράμματα των φασμάτων εισόδου και εξόδου στα 2 προγράμματα είναι όμοια και δείχνουν ότι πράγματι έχουμε υλοποιήσει ανωδιαβατό φίλτρο.