

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ
ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ
ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ
ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #3

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7^ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : ΚΑΜΠΑΣ ΠΡΟΔΡΟΜΟΣ

A.E.M. : 8151

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2018

Περιεχόμενα

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	8
• Ρύθμιση Κέρδους.....	12
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	14
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	19

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$\begin{aligned} f_0 &= 2.4\text{KHz} \quad , \quad f_1 = 1.750\text{KHz} \quad , \quad f_2 = 3.2914\text{KHz} \quad , \quad D = 616.5714\text{Hz} \\ f_3 &= 2.111\text{KHz} \quad , \quad f_4 = 2.728\text{KHz} \quad , \\ a_{\max} &= 0.5556 \text{ dB} \quad , \quad a_{\min} = 28.778 \text{ dB} \quad . \end{aligned}$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Αρχικά, σύμφωνα με τις προδιαγραφές της άσκησης έχουμε:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2\pi f_1 = 10996 \text{ rad/s} \\ \omega_2 &= 2\pi f_2 = 20681 \text{ rad/s} \\ \omega_3 &= 2\pi f_3 = 13267 \text{ rad/s} \\ \omega_4 &= 2\pi f_4 = 17141 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Για να γίνει αυτό θα υπολογίσουμε την τάξη του αντίστοιχου πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου με κανονικοποιημένες προδιαγραφές.

$$\begin{aligned} \Omega_p &= 1, \quad \Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 2.5 \\ \omega_0 &= \sqrt{\omega_2 \omega_1} = 15080 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad bw = \omega_2 - \omega_1 = 9685.1 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Για τον υπολογισμό της τάξης χρησιμοποιούμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[\frac{(10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1)}{(10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1)} \right]^{\frac{1}{2}}}{\cosh^{-1}(\omega_s)} = \frac{\cosh^{-1} \left[\frac{(10^{\frac{28.778}{10}} - 1)}{(10^{\frac{0.5556}{10}} - 1)} \right]^{\frac{1}{2}}}{\cosh^{-1}(2.5)}$$

$$= 3.1921$$

Στρογγυλοποιούμε στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο, άρα η τάξη του φίλτρου είναι n=4.

Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε το ε , από τον τύπο:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1}} = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{35.78}{10}} - 1}} = 0.0364$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος του πρωτότυπου φίλτρου Inverse Chebyshev από τον παρακάτω τύπο:

$$\Omega_{hp} = \frac{1}{\cosh \left[\frac{1}{n} * \cosh^{-1} \frac{1}{\varepsilon} \right]} = 0.6474 < 1$$

Οι πόλοι και τα μηδενικά της πρωτότυπης κατωδιαβατής συνάρτησης μεταφοράς και οι γωνίες και τα αντίστοιχα Q των ριζών προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\alpha = \frac{1}{n} * \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon} = 1.0015$$

Οι γωνίες Butterworth για $n = 4$ είναι $\psi_k \pm 22.5^\circ$ και $\pm 67.5^\circ$

Οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν από την $s_k = -\sinh a \cos \psi_k \pm j \cosh a \sin \psi_k$

$$p_{12} = -1.0879 \pm j0.5912$$

$$p_{34} = -0.4506 \pm j1.4272$$

Υπολογίζουμε τα Ω_0, Q για τα 2 ζεύγη πόλων Chebyshev μέσω των σχέσεων:

$$\Omega_0 = \omega_0 = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}, \quad Q = \frac{\sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}}{2\sigma_k}$$

Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ψ_k	Q	p_k	Ω_0
$\pm 22.5^\circ$	0.5691	$p_{12} = -1.0879 \pm j0.5912$	1.2381
$\pm 67.5^\circ$	1.6607	$p_{34} = -0.4506 \pm j1.4272$	1.4967

Οι πόλοι της ICH προκύπτουν δια αντιστροφής των πόλων της απόκρισης CH.

$$\widetilde{\Omega}_{012} = \frac{1}{\Omega_{012}} = 0.8077, \quad Q = 0.5691$$

$$\widetilde{\Omega}_{034} = \frac{1}{\Omega_{034}} = 0.6681, \quad Q = 1.6607$$

Κλιμακοποιούμε τα μέτρα των πόλων της ICH ώστε να μεταφερθούμε στο πεδίο συχνοτήτων της απόκρισης CH:

$$\widetilde{\Omega}_{012} = 0.8077 * \Omega_s = 2.0192, \quad Q = 0.5691$$

$$\widetilde{\Omega}_{034} = 0.6681 * \Omega_s = 1.6704, \quad Q = 1.6607$$

Τα μηδενικά της απόκρισης ICH προκύπτουν από την (9-130) ως εξής:

$$\sec(k\pi/2 * n) \text{ για } k=1,3$$

Επομένως, έχουμε:

$$\Omega_{z1} = 1.0824 \quad \text{και} \quad \Omega_{z2} = 2.6131$$

Κλιμακοποιούμε τα μηδενικά ως εξής:

$$\widetilde{\Omega}_{z1} = 1.0824 * 2.5 = 2.7060$$

$$\widetilde{\Omega}_{z2} = 2.6131 * 2.5 = 6.5328$$

Στη συνέχεια αντιστρέφουμε τους πόλους της ICH:

$$\widehat{\Omega}_{012} = \frac{1}{\widetilde{\Omega}_{012}} = 0.4953, \quad Q = 0.5691$$

$$\widehat{\Omega}_{034} = \frac{1}{\widetilde{\Omega}_{034}} = 0.5987, \quad Q = 1.6607$$

Αντιστρέφουμε τα μηδενικά της ICH:

$$\widehat{\Omega}_{z1} = \frac{1}{\widetilde{\Omega}_{z1}} = 0.3696$$

$$\widehat{\Omega}_{z2} = \frac{1}{\widetilde{\Omega}_{z2}} = 0.1531$$

Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι:

$$\widehat{\Sigma}_{12} = -\frac{\widehat{\Omega}_{012}}{2Q_{12}} = -0.4352 \quad \text{και} \quad \widehat{\Omega}_{12} = \sqrt{\widehat{\Omega}_{012}^2 - \widehat{\Sigma}_{12}^2} = 0.2365$$

$$\widehat{\Sigma}_{34} = -\frac{\widehat{\Omega}_{034}}{2Q_{34}} = -0.1802 \quad \text{και} \quad \widehat{\Omega}_{34} = \sqrt{\widehat{\Omega}_{034}^2 - \widehat{\Sigma}_{34}^2} = 0.5709$$

Στην συνέχεια εφαρμόζουμε τον ζωνοδιαβατό μετασχηματισμό στους παραπάνω πόλους και τα μηδενικά. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Geffe για να μετασχηματίσουμε τους πόλους και τα μηδενικά.

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου: $p_{1,2} = -0.4352 \pm j0.2365$

$$\Sigma = -0.4352, \quad \Omega = 0.5709$$

$$q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 1.557$$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Geffe:

$$C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 0.2453$$

$$D = \frac{2\Sigma}{q_c} = \frac{2 \cdot 1.333}{2.82} = 0.559$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.1012$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 3.9459$$

$$Q_{12} = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = \frac{1}{0.945} \sqrt{\frac{1}{2}(4.5425 + 4.1306)} = 3.5886$$

$$K = \frac{\Sigma Q}{q_c} = \frac{1.333 \cdot 2.2036}{2.82} = 1.0029$$

$$W = K + \sqrt{K^2 - 1} = 1.0416 + \sqrt{1.0416^2 - 1} = 1.0796$$

Επομένως,

$$\omega_{02} = \frac{1}{W} \omega_0 = 13968 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad \omega_{02} = W \omega_1 = 16280 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι η δημιουργία δύο ζευγών μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικών στο μηδέν.

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου: $p_{3,4} = -0.4506 \pm j1.4272$

$$\Sigma = -0.4506, \quad \Omega = 1.4272$$

$$q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 1.557$$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Geffe:

$$C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 0.3584$$

$$D = \frac{2\Sigma}{q_c} = \frac{2 \cdot 1.333}{2.82} = 0.2315$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.1478$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4.1219$$

$$Q_{34} = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = \frac{1}{0.945} \sqrt{\frac{1}{2}(4.5425 + 4.1306)} = 8.7826$$

$$K = \frac{\Sigma Q}{q_c} = \frac{1.333 \cdot 2.2036}{2.82} = 1.0167$$

$$W = K + \sqrt{K^2 - 1} = 1.0416 + \sqrt{1.0416^2 - 1} = 1.2004$$

Επομένως,

$$\omega_{04} = \frac{1}{W} \omega_0 = 12563 \frac{rad}{s}, \quad \omega_{03} = W \omega_0 = 18101 \frac{rad}{s}$$

Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι η δημιουργία δύο ζευγών μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικών στο μηδέν.

Μετασχηματισμός μηδενικού: $\widehat{\Omega}_{z1} = 0.3696$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο ζωνοδιαβατού μετασχηματισμού των μηδενικών και έχουμε:

$$q_c = 1.557$$

$$K = 2 + \frac{\widehat{\Omega}_{z1}^2}{q_c^2} = 2.0563$$

$$x = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4}}{2} = 1.2672$$

$$\omega_{z1} = \omega_o \sqrt{x} = 16975 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{z2} = \frac{\omega_o}{\sqrt{x}} = 13396 \text{ rad/s}$$

Μετασχηματισμός μηδενικού: $\widehat{\Omega}_{z2} = 0.1531$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο ζωνοδιαβατού μετασχηματισμού των μηδενικών και έχουμε:

$$q_c = 1.557$$

$$K = 2 + \frac{\widehat{\Omega}_{z1}^2}{q_c^2} = 2.0097$$

$$x = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4}}{2} = 1.1033$$

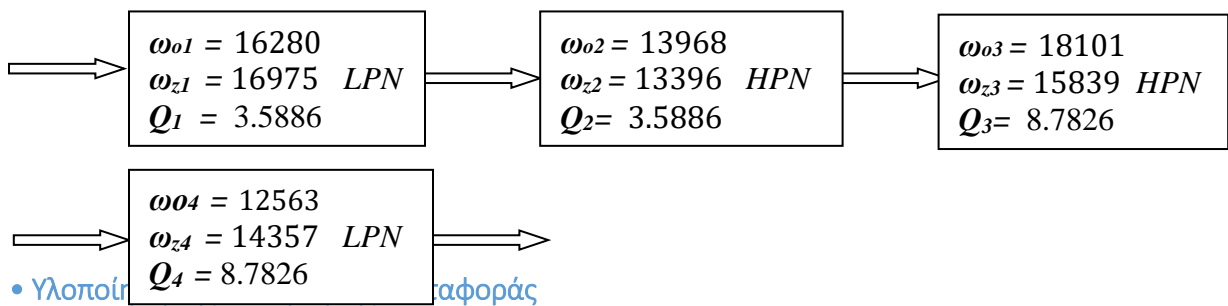
$$\omega_{z3} = \omega_o \sqrt{x} = 15839 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{z4} = \frac{\omega_o}{\sqrt{x}} = 14357 \text{ rad/s}$$

Από τον μετασχηματισμό του ζεύγους μηδενικών δημιουργούνται δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο μηδέν.

Έτσι, με τις παραπάνω διαδικασίες βρίσκουμε τους πόλους και τα μηδενικά του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev. Στη συνέχεια χωρίζουμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοφρακτικής απόκρισης όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η πρώτη μονάδα αντιστοιχεί σε φίλτρο LPN ($\omega_0 < \omega_z$), η δεύτερη σε ένα φίλτρο HPN ($\omega_0 > \omega_z$), η τρίτη σε HPN και η τέταρτη σε LPN.

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς θα αποτελείται από δύο μονάδες που θα υλοποιηθούν με τα κυκλώματα 7.21 και 7.23 LPN και HPN.



Για την υλοποίηση των μονάδων (I), (III) χρησιμοποιείται το ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN του σχ. 7.23 ενώ για την υλοποίηση των μονάδων II,IV το κύκλωμα του σχ. 7.21. Επειδή υλοποιείται το φίλτρο κατά Inverse Chebyshev, κάθε πόλος έχει το δικό του μέτρο και επομένως η κλιμακοποίηση γίνεται για κάθε μονάδα ξεχωριστά.

ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται σύμφωνα με το κύκλωμα του σχήματος 7.23 του βιβλίου για φίλτρα LPN. Θεωρούμε και πάλι $\omega_0 = 1$ άρα $\omega_z = 1.0427$ και $Q = 3.5886$. Έτσι παίρνουμε:

$$R_1 = R_4 = 1$$

$$R_2 = 4Q^2 = 51.5113$$

$$R_3 = \frac{\omega_z^2}{2Q^2} = 0.0422$$

$$R_5 = \frac{4Q^2}{\omega_z^2 - 1} = 590.9794$$

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.1393$$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{\omega_z^2}{2Q^2}} = 0.9595$$

$$k_{low} = k \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} = 1.0431 \text{ (κέρδος στις χαμηλές συχνότητες)}$$

Κλιμακοποίηση

Έχουμε $k_f = 16280$ αφού $\omega_0 = 16280 \text{ rad/s}$.

Το k_m υπολογίζεται από τον τύπο $C_{new} = \frac{1}{k_f k_m} C_{old}$ ώστε να έχουμε έναν τουλάχιστον

πυκνωτή ίσο με $1\mu\text{F}$ και προκύπτει:

$$10^{-6} = \frac{1}{16280 k_m} * 0.1393 \Rightarrow k_m = 8.5583$$

Έτσι έχουμε τα πραγματικά μεγέθη:

$$R_1 = 8.5583\Omega$$

$$R_2 = 440.8472\Omega$$

$$R_3 = 0.3612\Omega$$

$$R_4 = 8.5583\Omega$$

$$R_5 = 5.0578k\Omega$$

$$C = 1\mu\text{F}$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται σύμφωνα με το κύκλωμα του σχήματος 7.21 για φίλτρα HPN. Θεωρούμε και πάλι $\omega_0 = 1$ άρα $\omega_z = 0.9591$. Έτσι έχουμε:

$$k_1 = \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} - 1 = 0.0872$$

$$R_1 = R_3 = 1$$

$$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 = 56.0990$$

$$R_4 = Q^2(k_1 + 2) = 26.8781$$

$$C = \frac{1}{Q(k_1 + 2)} = 0.1335$$

$$C_1 = k_1 C = 0.0116$$

$$k_{II} = \frac{(2+k_1) Q^2}{(2+k_1) Q^2 + 1} = 0.9641 \text{ (κέρδος στις χαμηλές συχνότητες)}$$

$$k = k_{II} \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} = 1.0482$$

Κλιμακοποίηση

Αφού έχουμε $\omega_0 = 13968$ θεωρούμε $k_f = 13968$. Για να έχουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή με χωρητικότητα $1\mu F$, από τον τύπο $C_{new} = \frac{1}{k_f k_m} C_{old}$ παίρνουμε:

$$10^{-6} = \frac{1}{13968 k_m} * 0.1335 \Rightarrow k_m = 9.5588$$

Έτσι έχουμε τα πραγματικά μεγέθη:

$$R_1 = R_3 = 9.5588 \Omega$$

$$R_2 = 536.2395 \Omega$$

$$R_4 = 256.9227 \Omega$$

$$C = 1 \mu F$$

$$C_1 = 0.087163 \mu F$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται σύμφωνα με το κύκλωμα του σχήματος 7.21 για φίλτρα HPN. Θεωρούμε και πάλι $\omega_0 = 1$ άρα $\omega_z = 0.8750$. Έτσι έχουμε:

$$k_1 = \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} - 1 = 0.3060$$

$$R_1 = R_3 = 1$$

$$R_2 = Q^2(k_1 + 2) = 410.1685$$

$$R_4 = Q^2(k_1 + 2) = 177.8715$$

$$C = \frac{1}{Q(k_1 + 2)} = 0.0494$$

$$C_1 = k_1 C = 0.0151$$

$$k_{II} = \frac{(2+k_1) Q^2}{(2+k_1) Q^2 + 1} = 0.9944 \text{ (κέρδος στις χαμηλές συχνότητες)}$$

$$k = k_{II} \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} = 1.2987$$

Κλιμακοποίηση

Αφού έχουμε $\omega_0 = 18101$ θεωρούμε $k_f = 18101$. Για να έχουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή με χωρητικότητα $1\mu F$, από τον τύπο $C_{new} = \frac{1}{k_f k_m} C_{old}$ παίρνουμε:

$$10^{-6} = \frac{1}{18101 k_m} * 0.0494 \Rightarrow k_m = 2.7278$$

Έτσι έχουμε τα πραγματικά μεγέθη:

$$R_1 = R_3 = 2.7278 \Omega$$

$$R_2 = 1.1189 k\Omega$$

$$R_4 = 485.2057 \Omega$$

$$C = 1 \mu F$$

$$C_1 = 0.30598 \mu F$$

ΜΟΝΑΔΑ (IV)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται σύμφωνα με το κύκλωμα του σχήματος 7.23 του βιβλίου για φίλτρα LPN. Θεωρούμε και πάλι $\omega_0 = 1$ άρα $\omega_z = 1.1428$ και $Q = 8.7826$. Έτσι παίρνουμε:

$$R_1 = R_4 = 1$$

$$R_2 = 4Q^2 = 308.5394$$

$$R_3 = \frac{\omega_z^2}{2Q^2} = 0.0085$$

$$R_5 = \frac{4Q^2}{\omega_z^2 - 1} = 1008.4$$

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.0569$$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{\omega_z^2}{2Q^2}} = 0.9916$$

$$k_{\text{low}} = k \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} = 1.2950 \text{ (κέρδος στις χαμηλές συχνότητες)}$$

Κλιμακοποίηση

Έχουμε $k_f = 12563$ αφού $\omega_0 = 12563 \text{ rad/s}$.

Το k_m υπολογίζεται από τον τύπο $C_{\text{new}} = \frac{1}{k_f k_m} C_{\text{old}}$ ώστε να έχουμε έναν τουλάχιστον

πυκνωτή ίσο με $1 \mu\text{F}$ και προκύπτει:

$$10^{-6} = \frac{1}{12563 k_m} * 0.0569 \Rightarrow k_m = 4.5317$$

Έτσι έχουμε τα πραγματικά μεγέθη:

$$R_1 = 4.5317 \Omega$$

$$R_2 = 1.3982 k\Omega$$

$$R_3 = 0.0384 \Omega$$

$$R_4 = 4.5317 \Omega$$

$$R_5 = 4.5696 k\Omega$$

$$C = 1 \mu\text{F}$$

• Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι $5dB$ στις χαμηλές συχνότητες, όπως δίνεται από τις προδιαγραφές του φίλτρου. Ο υπολογισμός τη ενίσχυσης ή απόσβεσης θα γίνει παρακάτω αφού υπολογίσουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

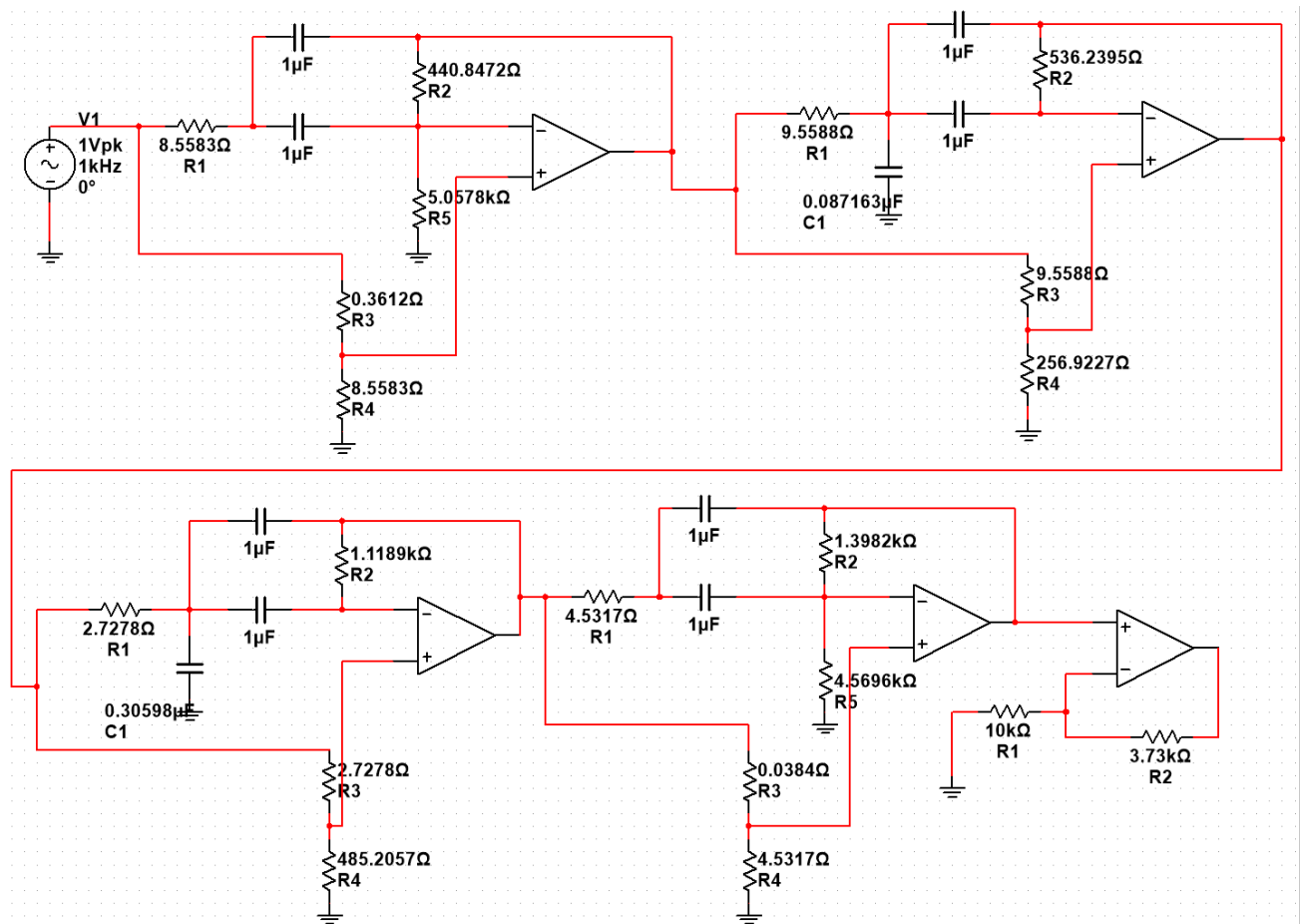
$$\begin{aligned}
 1. \quad T_1(s) &= k_I \frac{s^2 + \omega_{z1}^2}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{12}}s + \omega_{01}^2} = 0.9595 \frac{s^2 + 16975^2}{s^2 + \frac{16280}{3.5886}s + 16280^2} \\
 2. \quad T_2(s) &= k_{II} \frac{s^2 + \omega_{z2}^2}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q_{12}}s + \omega_{02}^2} = 1.0482 \frac{s^2 + 13396^2}{s^2 + \frac{13968}{3.5886}s + 13968^2} \\
 3. \quad T_3(s) &= k_I \frac{s^2 + \omega_{z3}^2}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q_{34}}s + \omega_{03}^2} = 1.2987 \frac{s^2 + 15839^2}{s^2 + \frac{18101}{8.7826}s + 18101^2} \\
 4. \quad T_4(s) &= k_{II} \frac{s^2 + \omega_{z4}^2}{s^2 + \frac{\omega_{04}}{Q_{34}}s + \omega_{04}^2} = 0.9916 \frac{s^2 + 14357^2}{s^2 + \frac{12563}{8.7826}s + 12563^2}
 \end{aligned}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει από τη σχέση $T_{BE} = KT_1(s)T_2(s)T_3(s)T_4(s)$.

Αν θέσουμε όπου $s = j0$, προκύπτει το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες. Τα επιμέρους κέρδη έχουν ήδη υπολογιστεί παραπάνω άρα είναι $k_{low_freq} = 1.2951$.

Για να έχουμε κέρδος $5dB$ πρέπει $20 \log 1.2951K = 5 \Rightarrow K = 1.373$. Χρειαζόμαστε δηλαδή ενίσχυση με συντελεστή 1.373 . Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε μια μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία με λόγο $\alpha = 1.373$. Επιλέγουμε αντιστάσεις $r_1 = 10k\Omega, r_2 = 3.73k\Omega$ (αφού $r_2/r_1 + 1 = \alpha$)

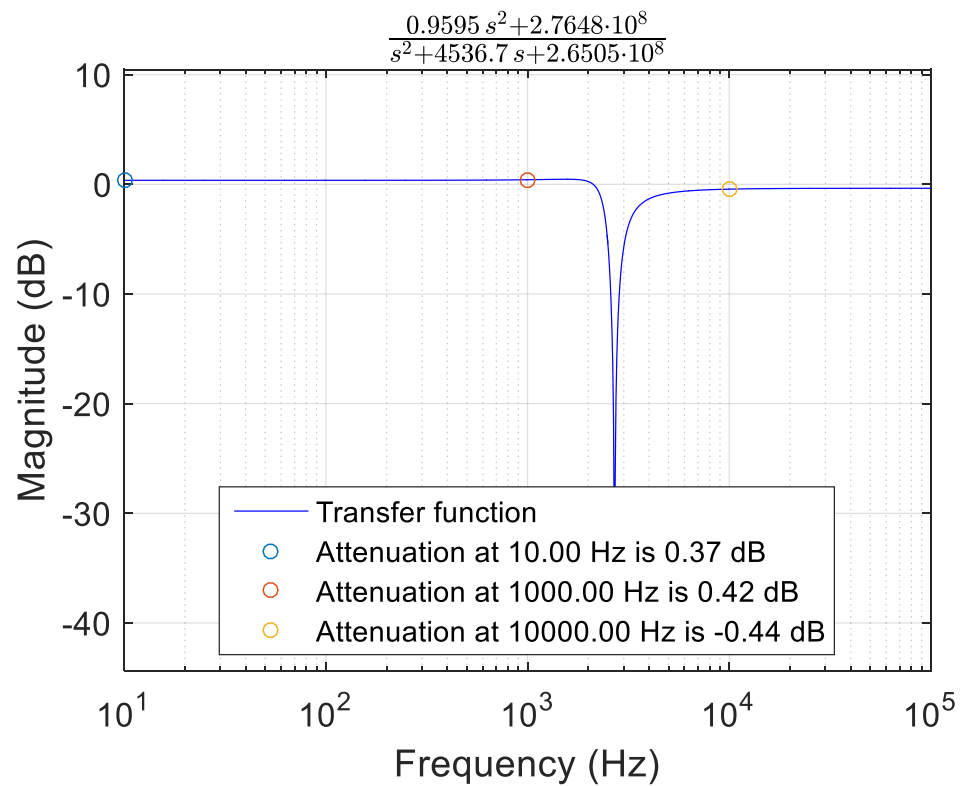
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, μετά την προσθήκη των 4 μονάδων και της ρύθμισης του κέρδους.



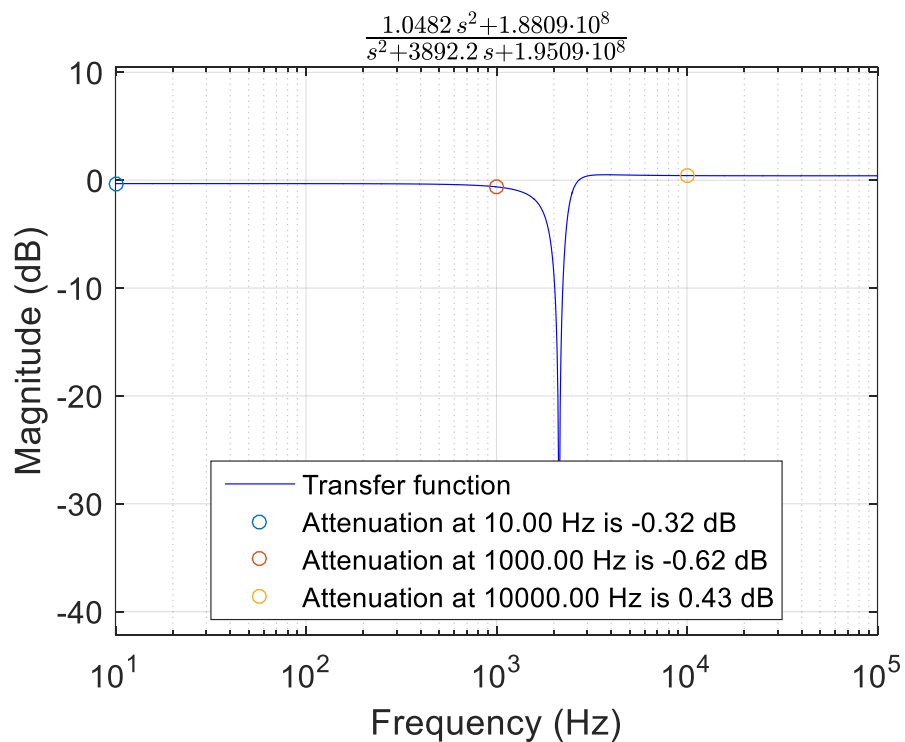
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των 4 μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη, την τρίτη και την τέταρτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

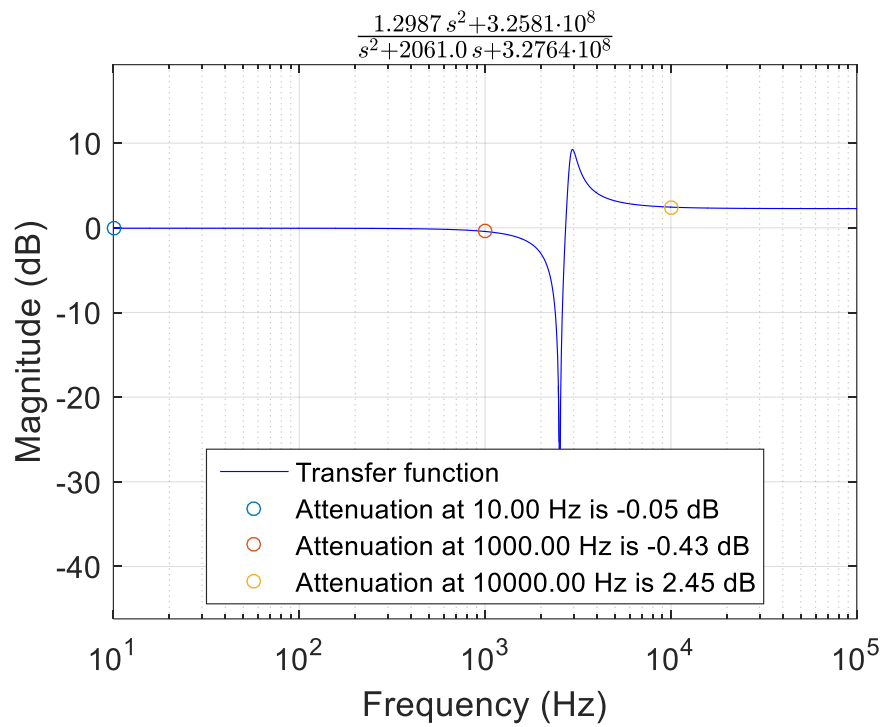
1^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN



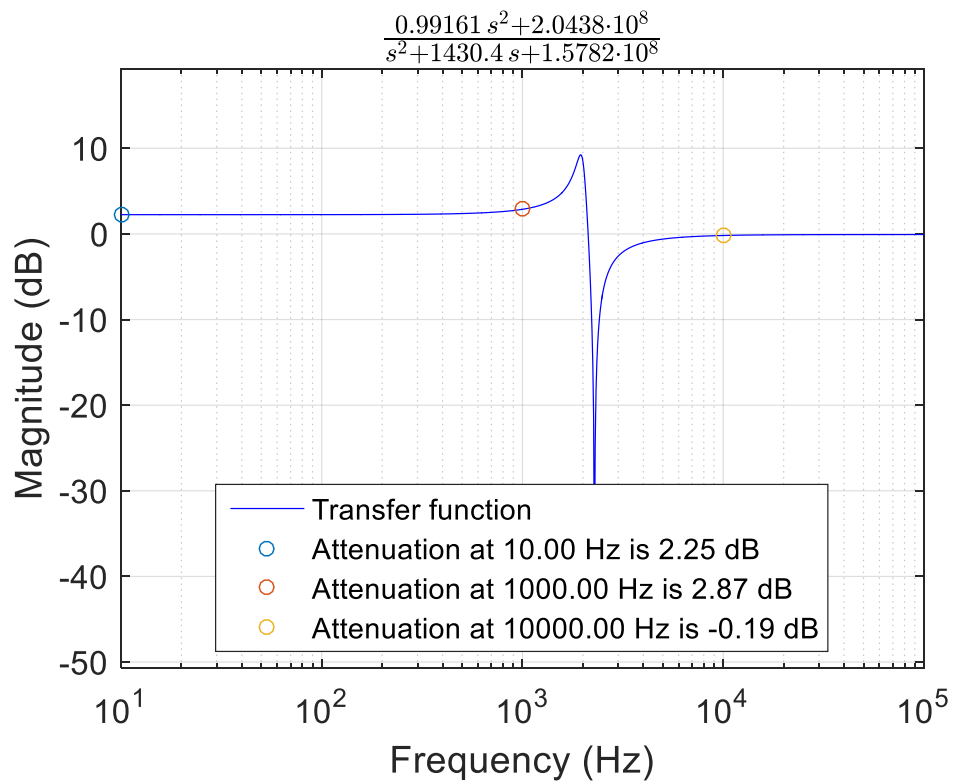
2^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN



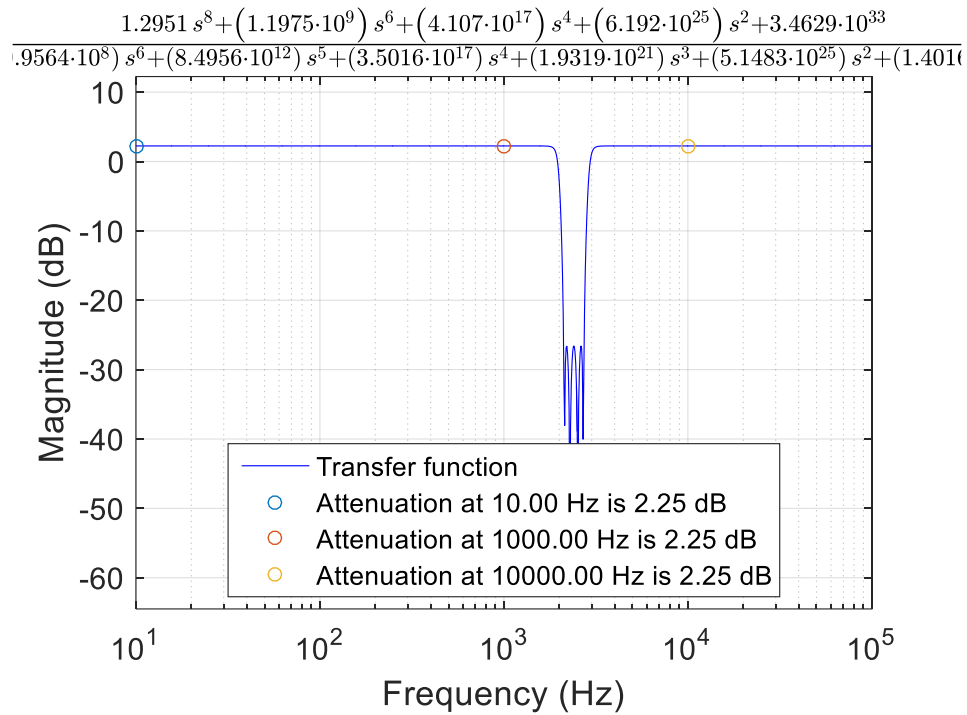
3^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN



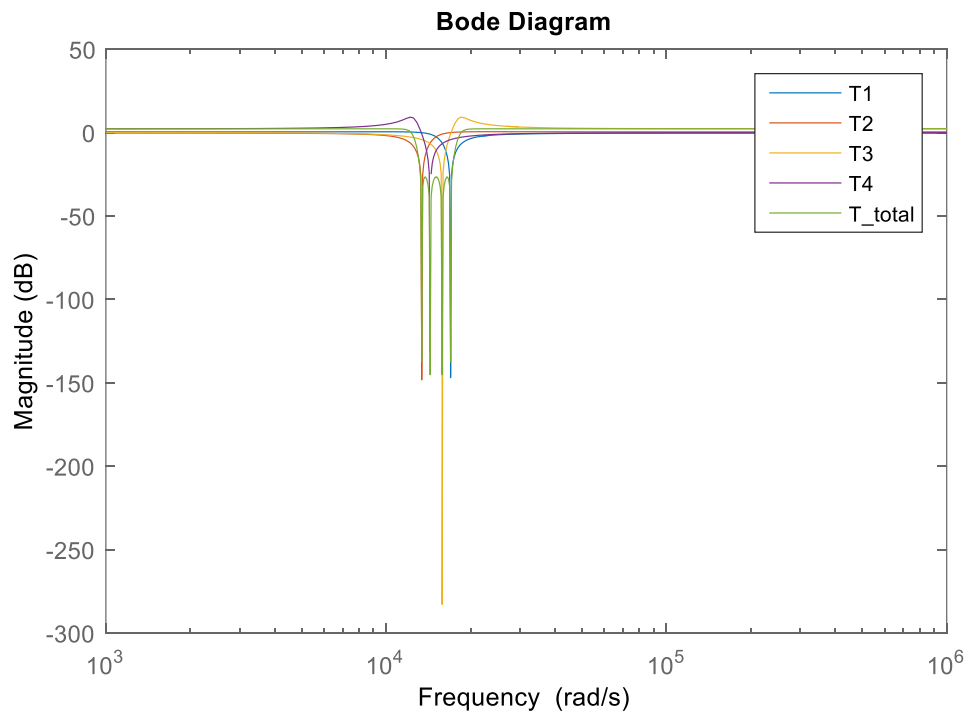
4^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN



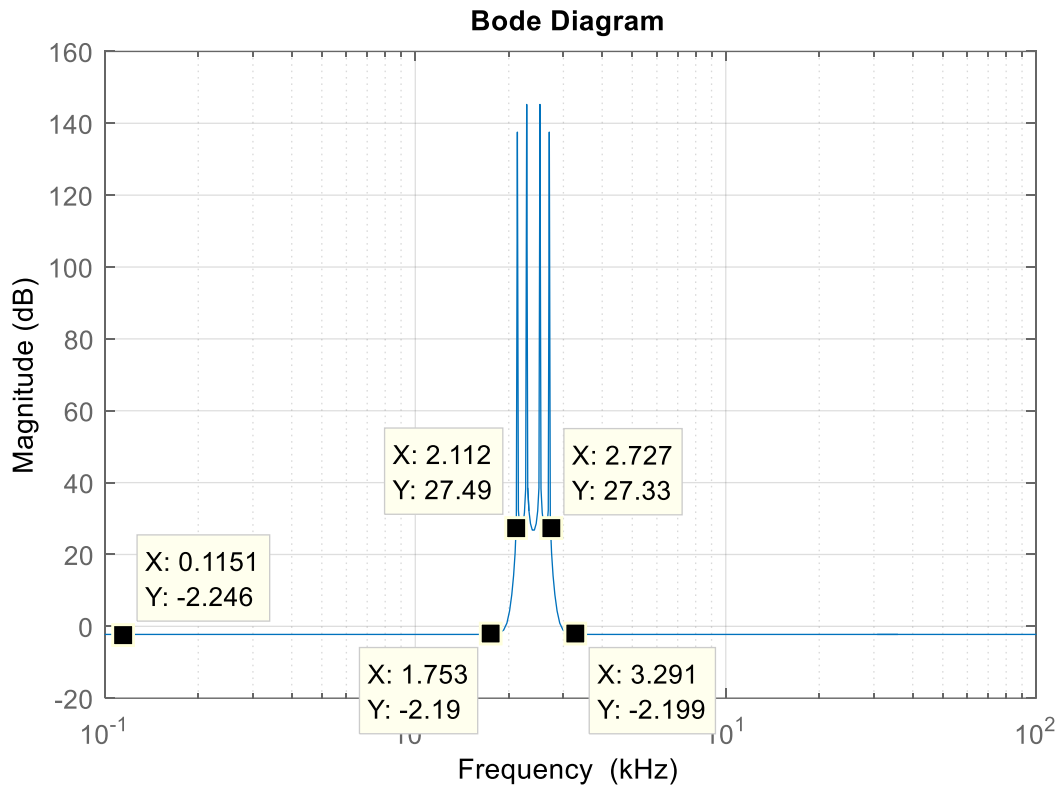
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



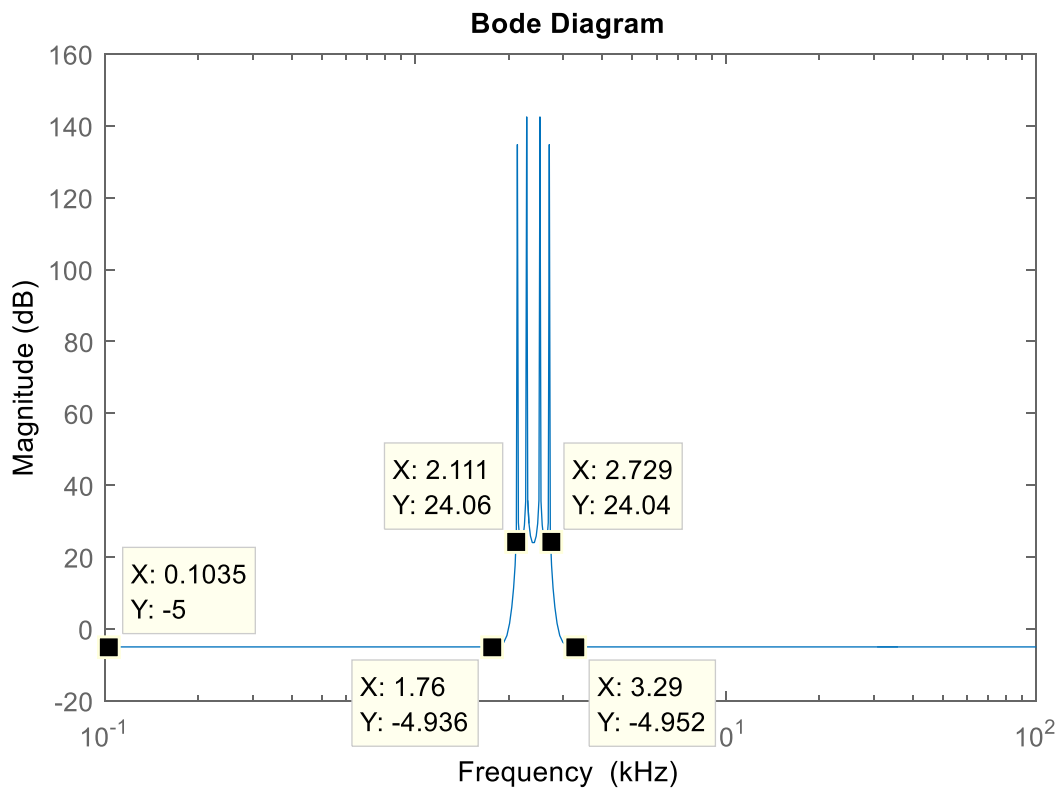
Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες, τις κρίσιμες συχνότητες f_1 , f_2 , f_3 , f_4 καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση πληροί όλες τις προδιαγραφές που τέθηκαν από την εκφώνηση εκτός από το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες, το οποίο ζητήθηκε 5dB. Πιο συγκεκριμένα:

- Στις συχνότητες $f_1 = 1.750\text{kHz}$ και $f_2 = 3.291\text{kHz}$ όπου ζητήθηκε απόσβεση $\alpha_{\max} = 0.5556$ το α_{\max} είναι πολύ μικρότερο, $\alpha_{\max} = 0.05$ περίπου.
- Στις συχνότητες $f_3 = 2.111\text{kHz}$ και $f_4 = 2.728\text{kHz}$ όπου ζητήθηκε απόσβεση $\alpha_{\min} = 28.7778$ το α_{\min} είναι μεγαλύτερο, $\alpha_{\min} = 29.5$ περίπου.

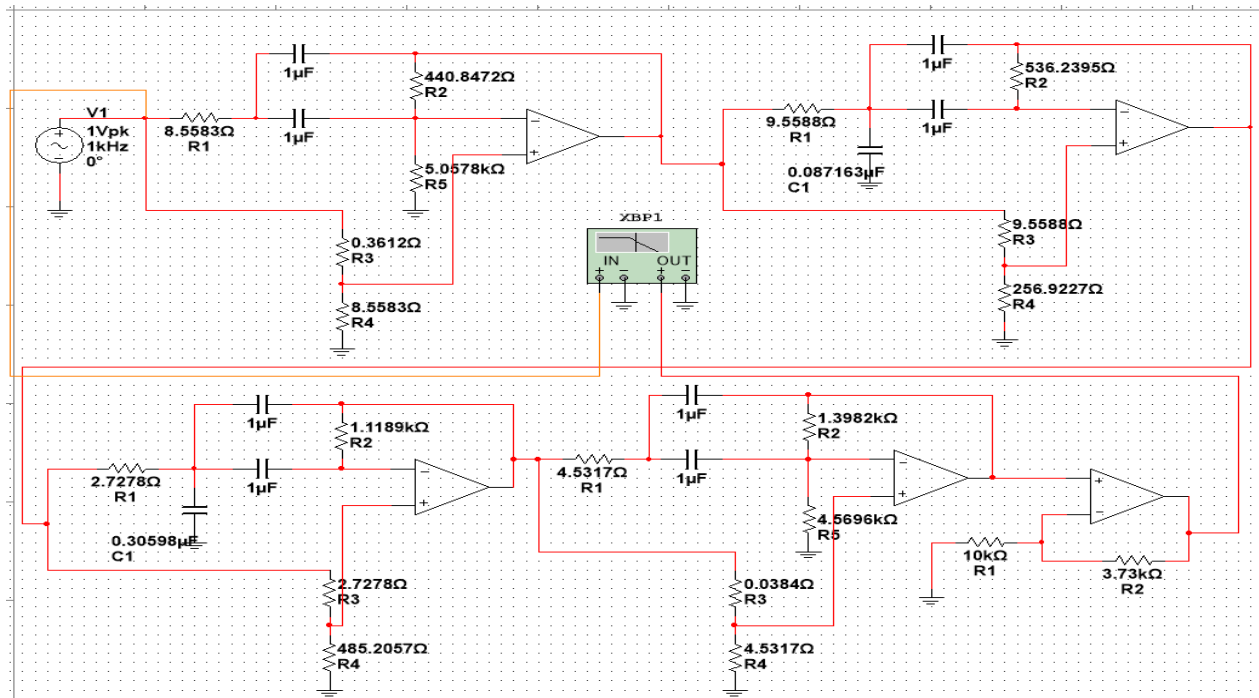
Το διάγραμμα της συνάρτησης απόσβεσης έπειτα της ρύθμισης του κέρδους δίνεται παρακάτω. Όπως είναι φανερό, όλες οι προδιαγραφές πληρούνται.



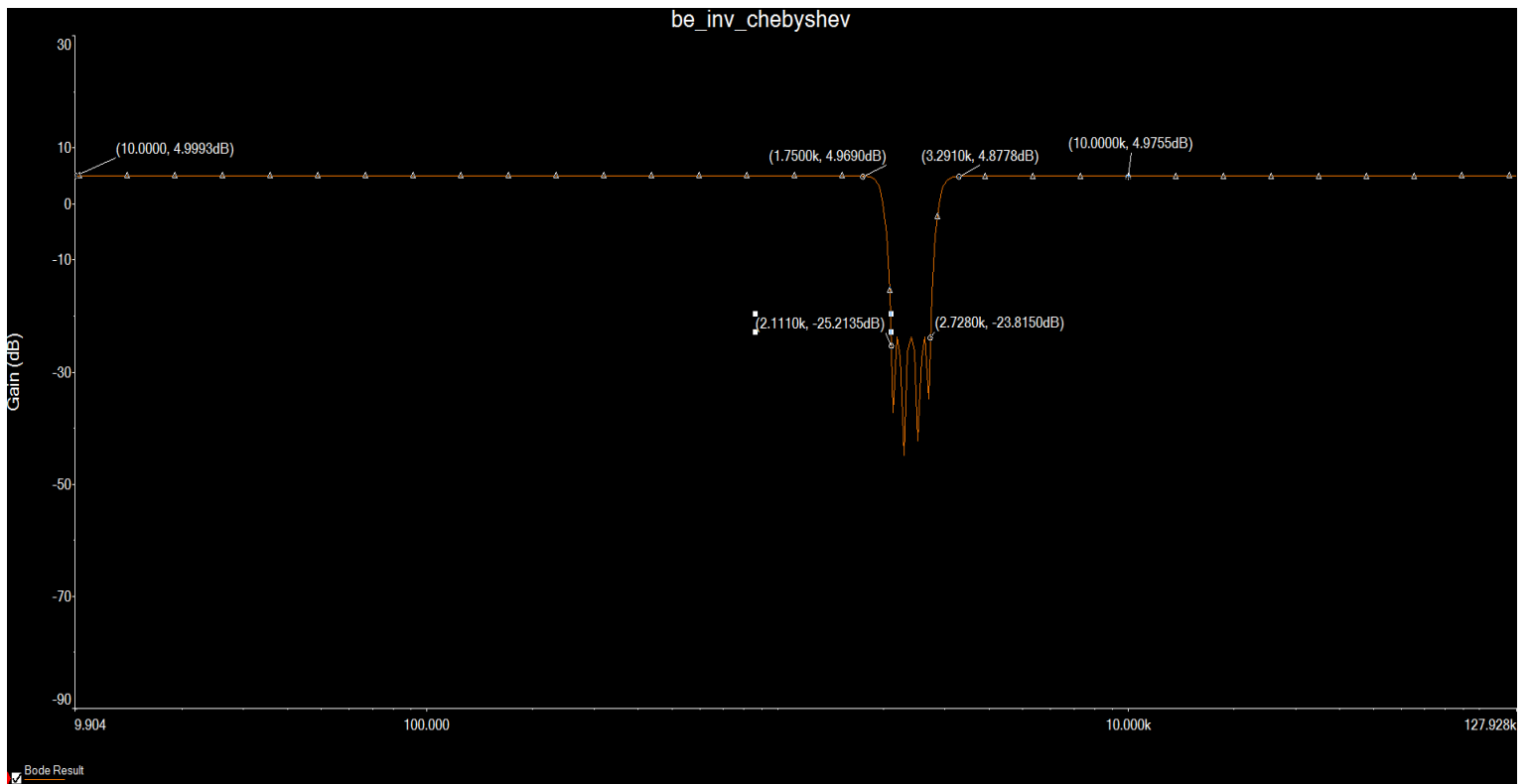
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM, συνδέουμε τον BODE_PLOTTER και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :

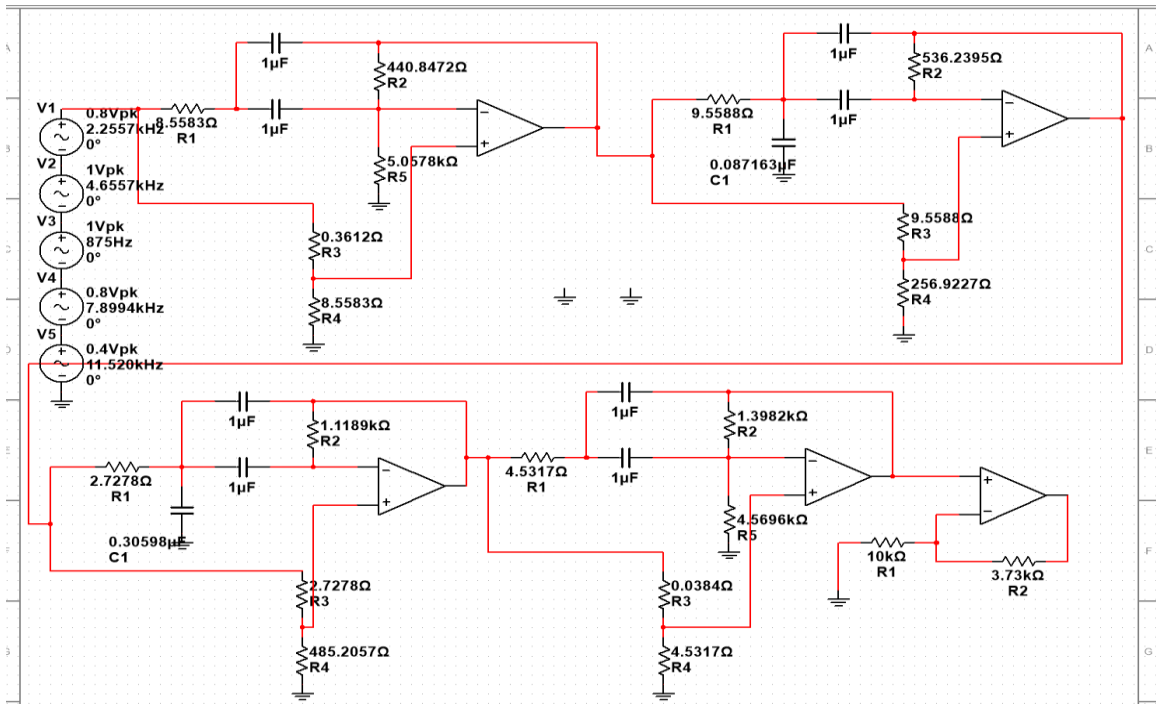


Από αυτό το διάγραμμα γίνεται φανερό ότι το κύκλωμα που υλοποιήθηκε όντως αποτελεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev. Στις συχνότητες f_1 , f_2 όπου πρέπει να ικανοποιείται η προδιαγραφή $a_{\max} = 0.556\text{dB}$ παρατηρούμε ότι έχουμε πολύ καλά αποτελέσματα όπως ακριβώς και στην θεωρητική ανάλυση με το MATLAB με διαφορά κέρδους σε σχέση με το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες, 5dB , 0.0303dB και 0.1215dB αντίστοιχα. Τέλος, στις συχνότητες f_3 και f_4 όπου πρέπει να ικανοποιείται η προδιαγραφή $a_{\min} = 28.7778\text{dB}$ διαπιστώνουμε ότι ικανοποιείται και για τις 2 συχνότητες με διαφορά κέρδους σε σχέση με το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες 30.125dB και 28.815dB

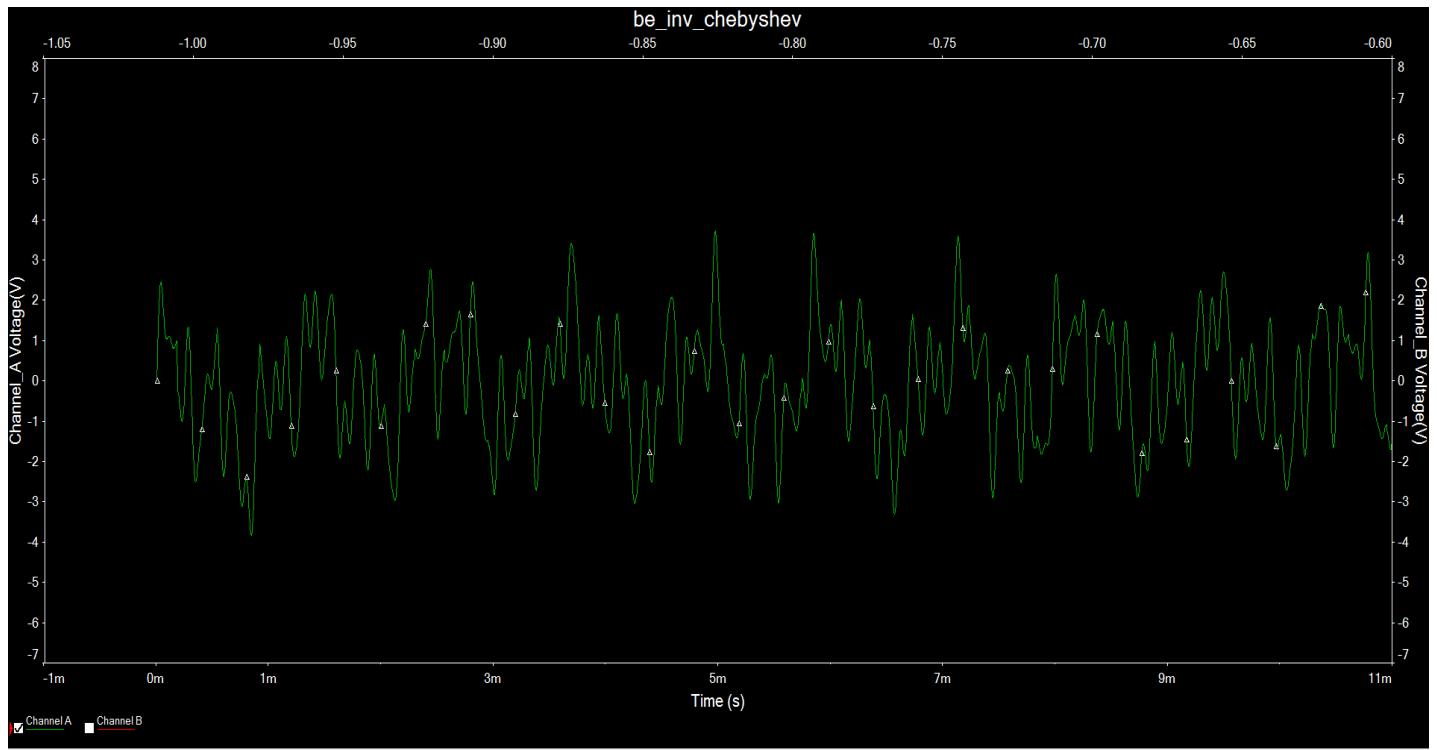
- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα 5 πηγές διέγερσης συνημιτόνων με διαφορετικές συχνότητες και πλάτη. Συγκεκριμένα το σήμα εισόδου είναι:

$$f(t) = 0.8\cos(2\pi * 2255.7t) + \cos(2\pi * 4655.7t) + \cos(2\pi * 875t) + \\ 0.8\cos(2\pi * 7899.4t) + 0.4\cos(2\pi * 11520t)$$

Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

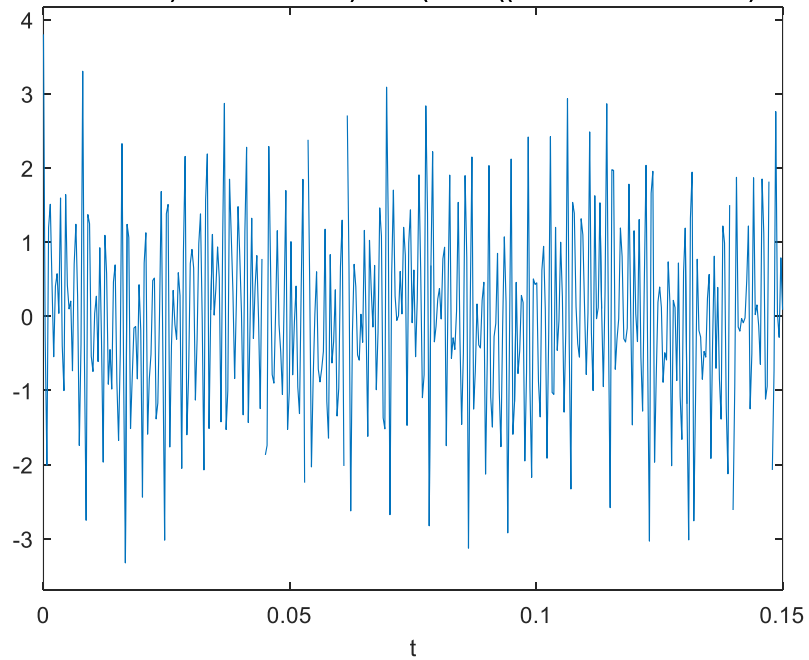


Σήμα Εισόδου Multisim:

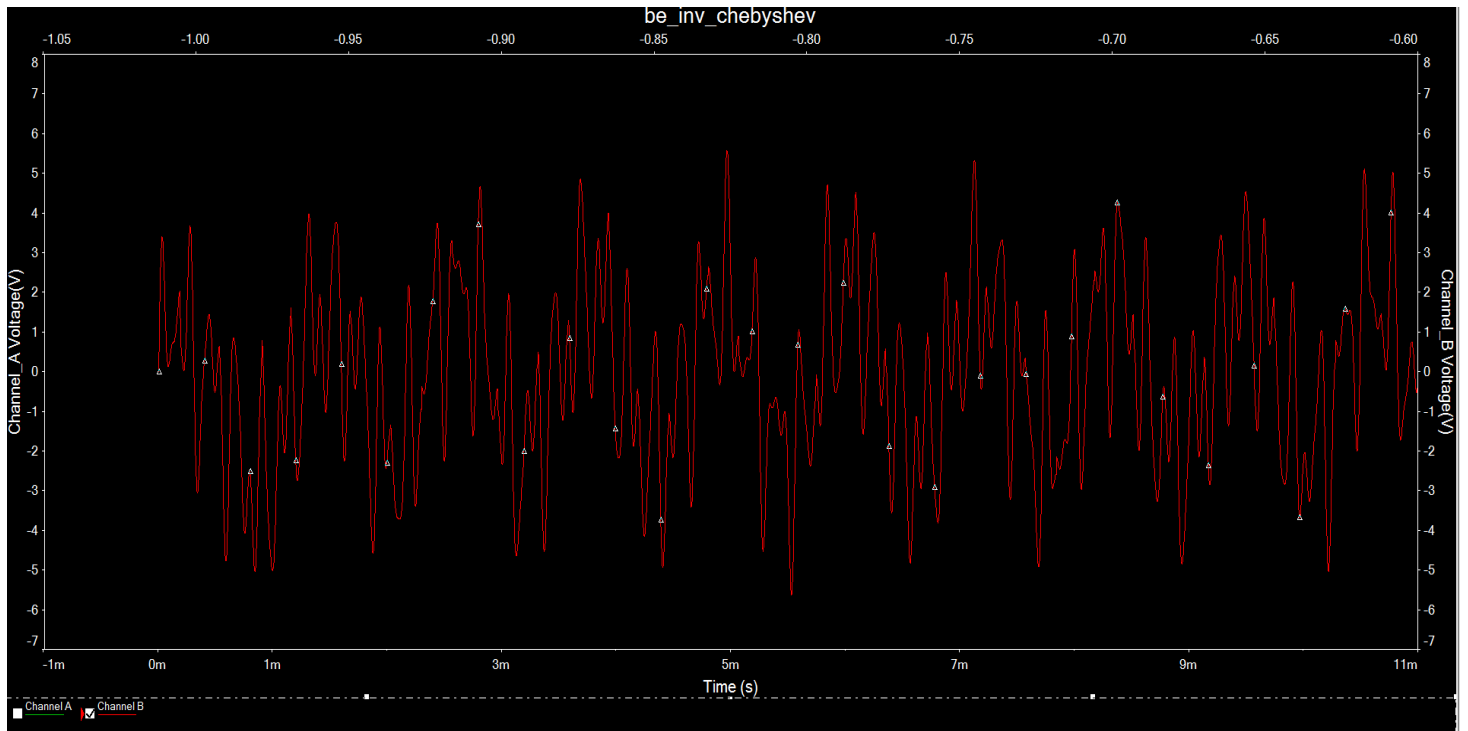


Σήμα εισόδου Matlab:

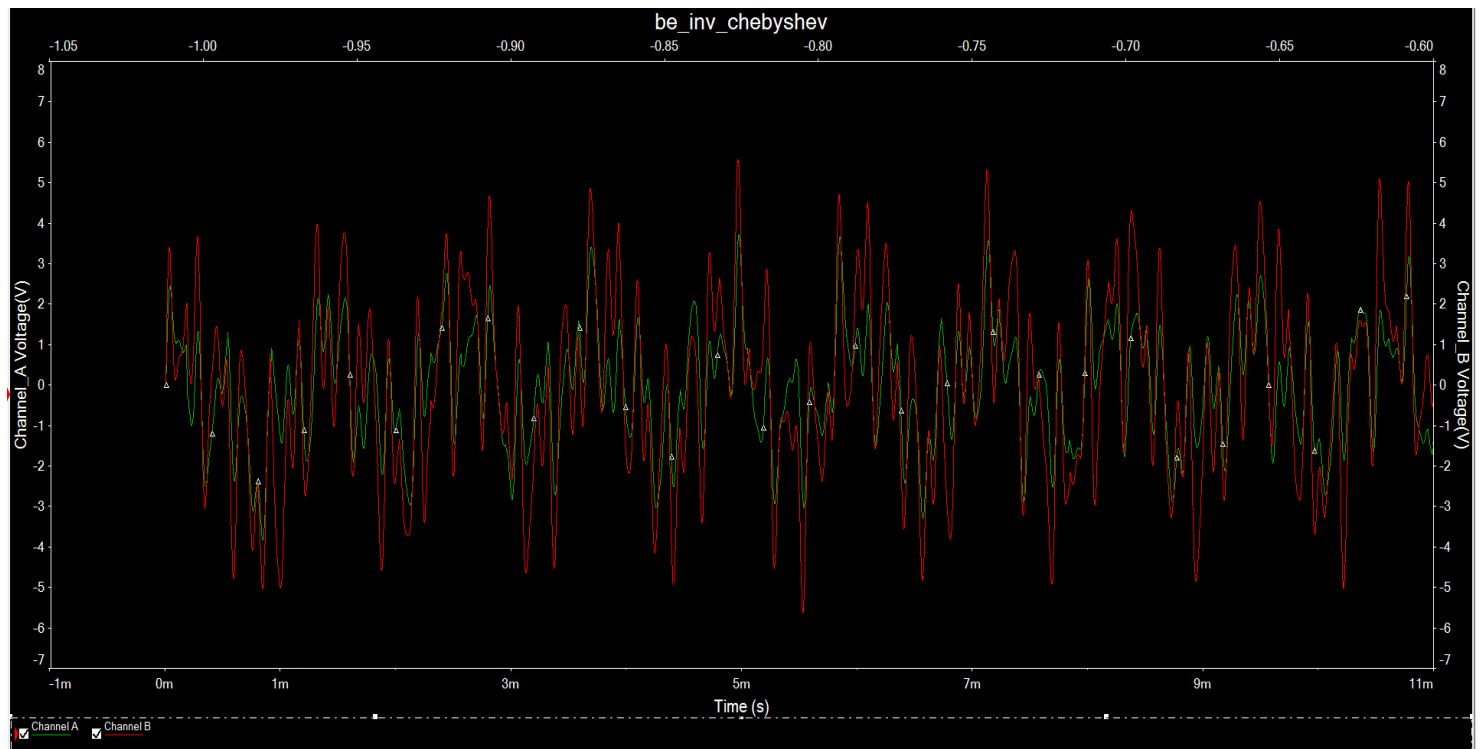
$$((7791736261702799 \cdot t)/549755813888) + \dots + (3 \cos((2010232328420141 \cdot t)/68719476))$$



Σήμα Εξόδου Multisim:



Σήματα εισόδου και εξόδου σε ενιαίο διάγραμμα:

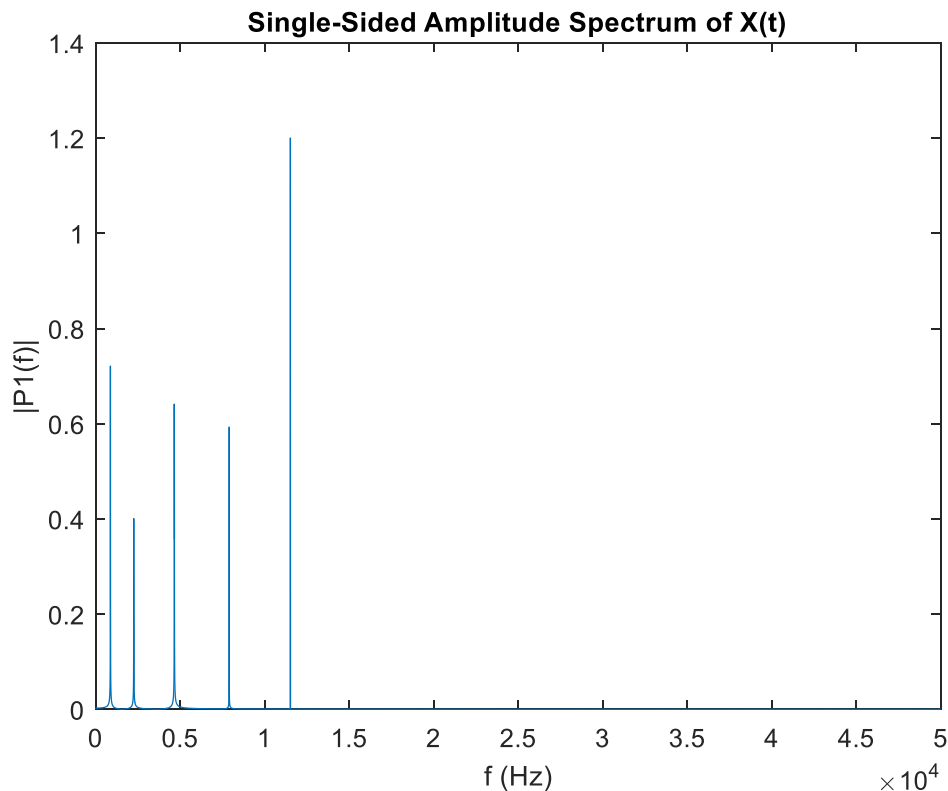


Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου. Παρατηρούμε ότι τα σήματα εισόδου και εξόδου έχουν περίπου την ίδια μορφή. Επιπλέον, φαίνεται ότι το σήμα εξόδου έχει ενισχυθεί σε σχέση με το σήμα εισόδου κατά έναν μικρό παράγοντα, ο οποίος συμπεραίνουμε ότι είναι ο λόγος ενίσχυσης που καθορίσαμε κατά την θεωρητική ρύθμιση κέρδους, 1.373.

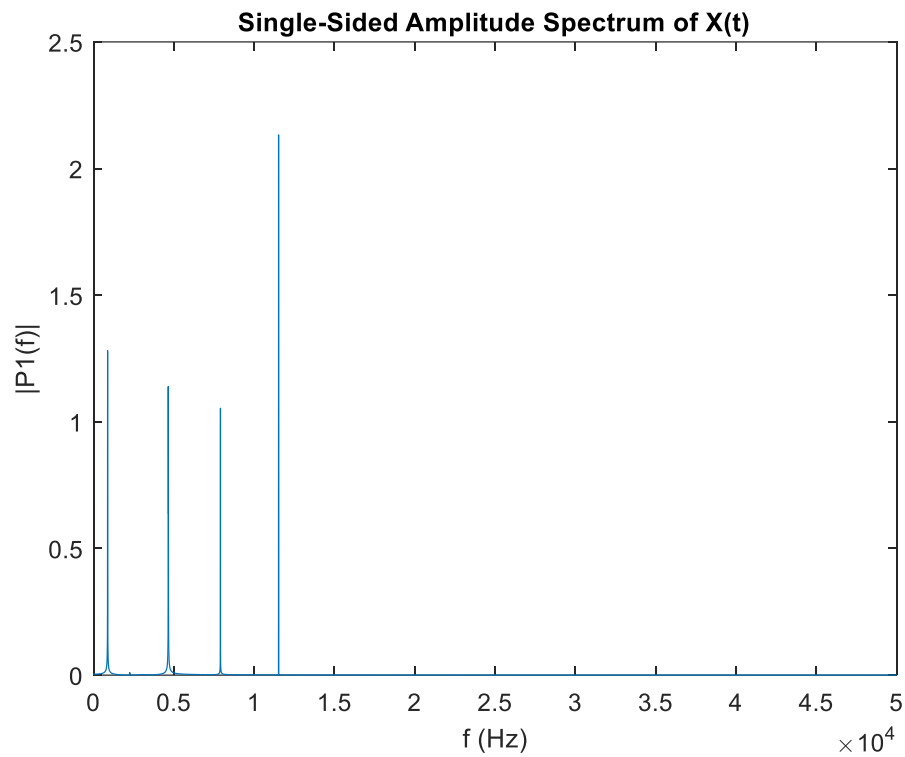
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

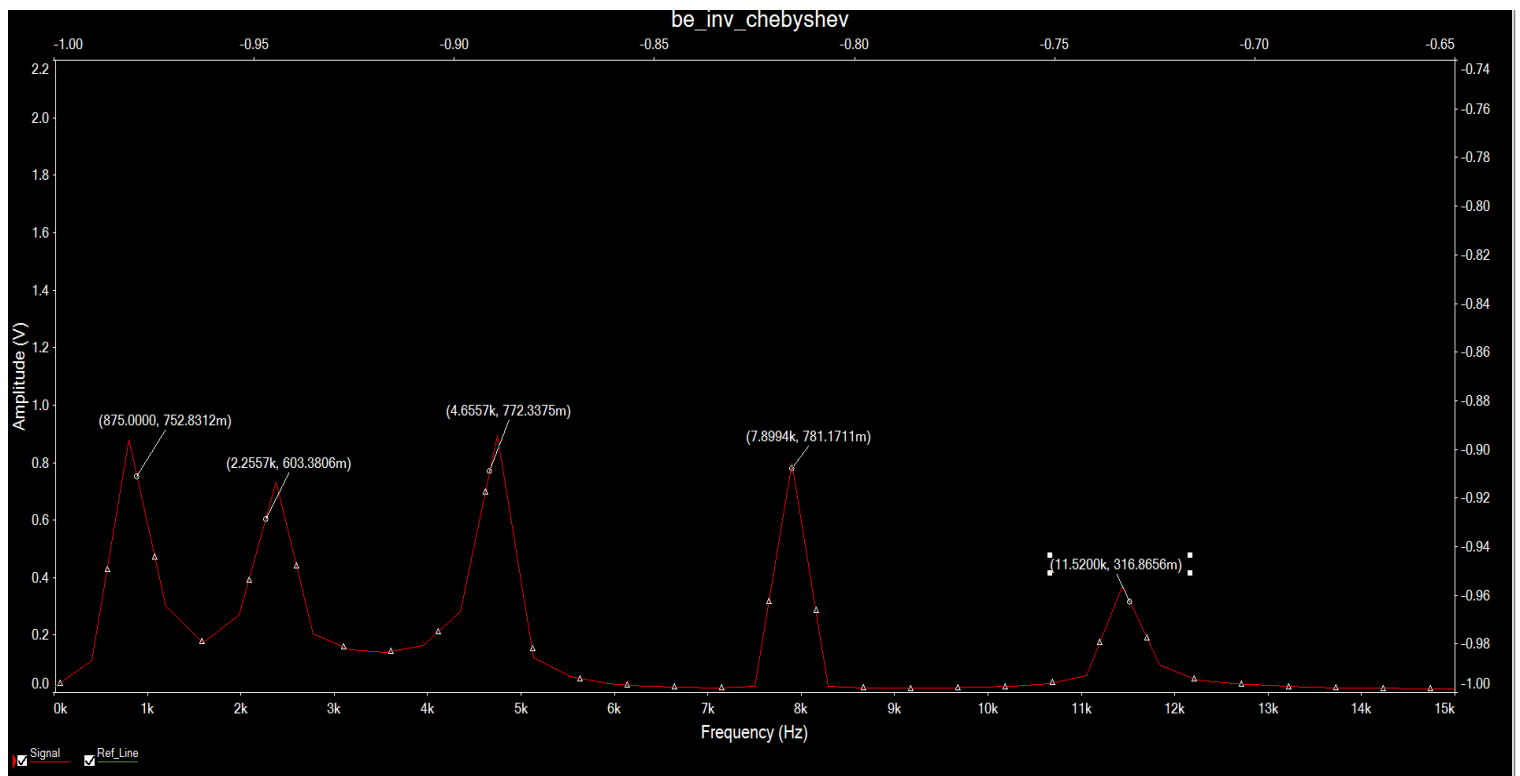
Φάσμα Σήματος Εισόδου Matlab:



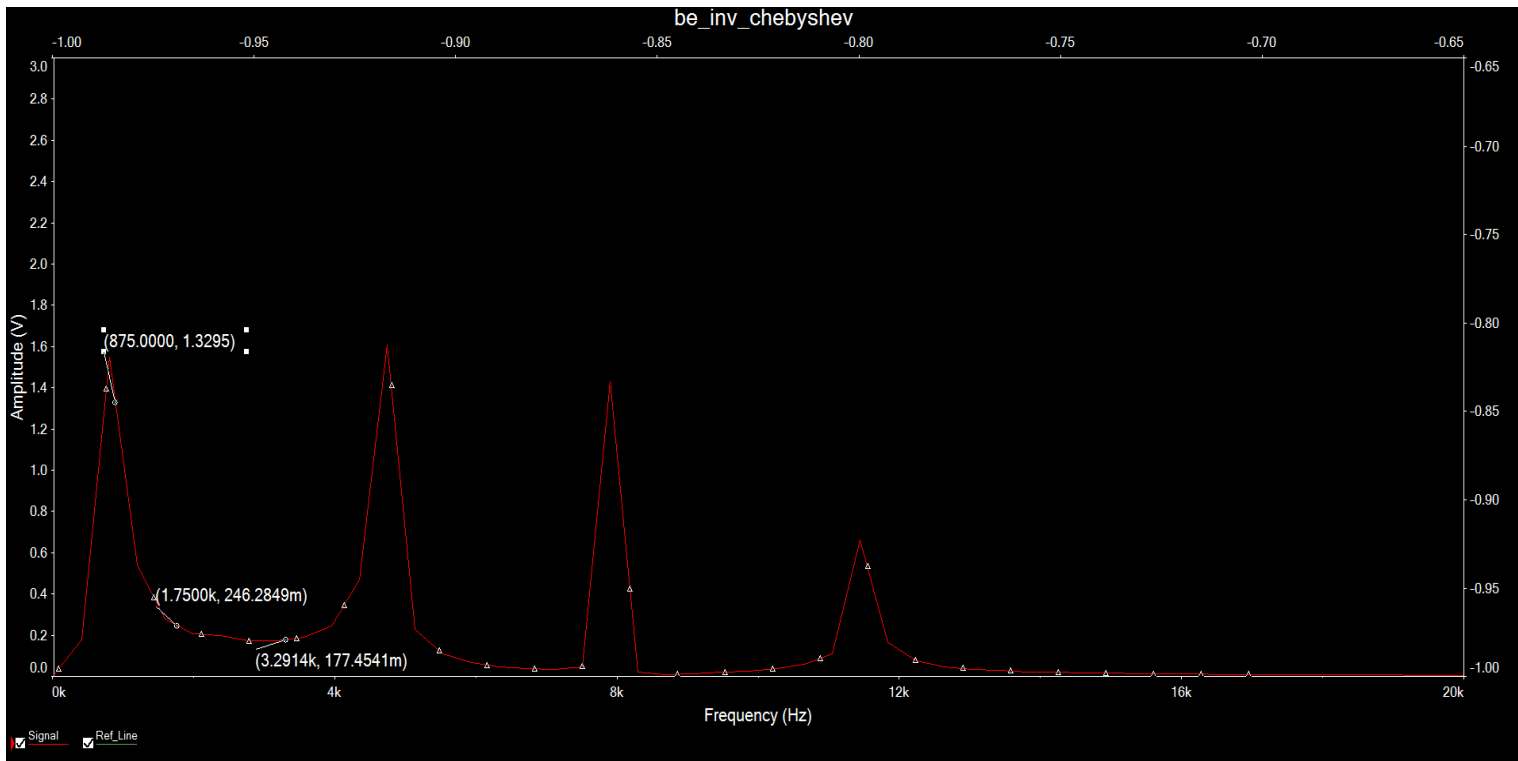
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Στα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε τόσο το φάσμα του σήματος εισόδου όσο και το φάσμα του σήματος εξόδου. Το σήμα εισόδου αποτελείται από 5 κύριες συχνότητες οι οποίες φαίνονται και στο διάγραμμα. Το φίλτρο που υλοποιήθηκε είναι ζωνοφρακτικό με συχνότητες αποκοπής τις $f_1 = 1.75\text{kHz}$ και $f_2 = 3.2914\text{kHz}$ οι οποίες φαίνονται και στο διάγραμμα. Εάν παρατηρήσουμε τα 2 διαγράμματα διαπιστώνουμε ότι το φίλτρο μας έχει «κόψει» τις συχνότητες που βρίσκονται σε αυτό το διάστημα, ενώ όλες τις υπόλοιπες δεν τις μετέβαλε. Και σε αυτά τα διαγράμματα είναι φανερή η μικρή ενίσχυση του φίλτρου μας. Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε ότι τα φάσματα εισόδου και εξόδου που εξήχθησαν από τα 2 προγράμματα συμφωνούν καθώς οι συχνότητες που δεν είναι μηδενικές είναι οι ίδιες στα αντίστοιχα διαγράμματα.