

目 录

摘要	II
ABSTRACT	III
1 引言	1
2 物理实现	2
2.1 量子点方案	3
2.2 离子阱方案	4
2.3 超导量子方案	6
3 算法研究	9
3.1 量子 Fourier 变换	9
3.2 Grover 搜索	11
3.3 求解线形方程组的量子算法	11
3.4 量子机器学习	12
4 展望	13
参考文献	14

1 引言

量子计算机是一类遵循量子力学规律存储量子信息、实现量子计算的物理装置。它的特点可归结为：

- (1) 量子计算机的输入态和输出态为一般的叠加态，其相互之间通常非正交；
- (2) 量子计算机中的变换为所有可能的幺正变换；
- (3) 量子计算机对输出态进行一定的测量，给出计算结果。

量子计算是一种并行计算，其基于量子相干性，但由于量子相干性指数衰减的特性，导致产生量子错误，量子纠错码大大缓解了这个难题。

量子计算机的输入用一个具有有限能级的量子系统来描述，如二能级系统，称为量子比特，即 Qubit。目前的量子计算机理论上实现量子比特存储的方式主要有两个：通过电子自旋方向存储和通过原子的不同能级存储。

具体到量子计算的物理实现，主要有离子阱，腔量子电动力学，核磁共振以及量子点方案等，其中前景良好的方案有超导电路方案，离子阱方案和量子点方案。

目前国内的量子计算研究处于国际领先水平，其中中科大郭光灿团队目前专注于半导体量子芯片方案的研究，清华大学姚期智团队近年来在基于量子阱体系的量子计算方向做出了具有世界先进水平的研究成果，浙江大学的王浩华小组与国外小组合作，在基于超导体系的量子计算中做出了国际先进水平的研究工作，不久前参与研发了 10 比特超导量子芯片，实现了目前世界上最大数目的 10 个超导量子比特的纠缠，打破了之前由谷歌和加州大学圣塔芭芭拉分校保持的记录，并在 4 比特超导量子处理器上展示了快速求解线性方程组的量子算法，使得我国在量子计算机研究领域进入国际第一梯队。

2 物理实现

按照 Divincenzo 判据, 要实现量子计算机, 相应的物理系统必须满足如下要求 [1]:

- (1) 具有可伸缩的, 特性良好的量子比特位 (Qubit)。
- (2) 能够初始化量子比特到某个基准态。
- (3) 具有足够长的相干时间, 要比完成量子门操作的时间长得多。
- (4) 具有一套通用的量子门。
- (5) 能够实现对特定量子比特位的测量。

为在物理上实现量子计算机, 研究人员依照 Divincenzo 判据, 主要在以下两大方向展开了广泛深入的研究:

(1) 基于固态电磁电路的量子计算机: 包括自旋 (spin) 系统、超导 (superconductor) 系统、量子点 (quantum dots) 系统, 核磁共振 (NMR) 系统等。

(2) 基于量子光学系统的量子计算机, 包括离子阱 (Ion trap)、腔量子电动力学系统 (Cavity-QED)、线性光学系统、光子晶体和光学晶格束缚冷原子体系等实现方案。

基于固态电磁系统的方法可集成性好, 目前已能够制备和操控几个~十几个量子比特的演示系统, 若能实现规模集成, 就有望实现复杂的量子运算。但是, 固态系统容易受外界环境干扰, 退相干问题相当严重。而基于量子光学方案的量子相干性较好, 易于实现单量子比特位和两量子比特位的么正变换。但是, 量子光学系统体系的可集成性较差。

描述实验系统的主要性能参数为: 退相干时间 (Decoherence Times) T_Q (秒)、运算时间 (Operation Times) T_{op} (秒), 以及不同物理实现的最大操作次数 $n_{op} = \lambda - 1 = T_Q/T_{op}$ 。图 2.1 为各物理实现系统的性能比较。

从图 2.1 可以看出, Nuclear spin 和 NMR 两种方案的最大操作次数有可能达到 10^{14} , 而 Ion trap(In+) 方案可达 10^{13} , 前景看好。

下面分别讨论三种典型的量子计算系统: 即量子点方案、离子阱方案和超导量子方案。

2.1 量子点方案

半导体量子点的实现方式被认为是最有可能实现大规模量子计算机的候选方案。同时, 由于与当前半导体工艺的良好兼容性, 半导体量子点也成为量子计算

System		T_Q	T_{sp}	$n_{op} = \lambda^{-1}$
spin	Nuclear spin	$10^{-8} \sim 10^{-2}$	$10^{-6} \sim 10^{-3}$	$10^5 \sim 10^{14}$
	Electron spin	10^{-3}	10^{-7}	10^4
Superconductor		10^{-6}	10^{-11}	10^5
Quantum dots	Electron-Au	10^{-8}	10^{-14}	10^6
	Electron-GaAs	10^{-10}	10^{-13}	10^3
	Quantum dot	10^{-6}	10^{-9}	10^3
NMR		$10^{-8} \sim 10^{-2}$	$10^{-6} \sim 10^{-3}$	$10^5 \sim 10^{14}$
Ion trap (In+)		10^{-1}	10^{-14}	10^{13}
Cavity-QED	Optical cavity	10^{-5}	10^{-14}	10^9
	Microwave cavity	10^0	10^{-4}	10^4

图 2.1 物理实现系统的性能比较

研究领域发展最快的分支之一。束缚在量子点中运动的电子，就像在原子中的电子一样，具有类似抛物线型的限制势，电子的能谱是一系列分立的能级，因此量子点就像一个“人造原子”。与通过测量原子光谱获得电子的状态类似，量子点中的电子能级可以通过电学测量手段得到。量子点通过两个可以让电子隧穿的势垒连接到源极和漏极，并通过电容耦合与一个或多个栅极连接。栅极可以调节量子点与源漏电极之间的电势差。通过测量电子的隧穿电流和电极上电压，就可以得到量子点的相关信息。

当量子点中只包含一个电子时，整个系统可以用氢原子的波函数进行描述。当该量子点置于外磁场中或者使用极化光激发时，由于自旋的存在，轨道劈裂成二能级结构。其基态是与磁场平行方向的自旋向上态，而激发态则是与磁场方向相反的自旋向下态。

Delft 大学 Kouwenhoven 小组在 2004 年将量子点放在稀释制冷器中，外加 10T 的强磁场 [2]，量子点的塞曼能达到了 $200\mu\text{eV}$ ，大于 $25\mu\text{eV}$ 的热能，但小于轨道能级间隔和充电能。将劈裂的二能级作为希尔伯特空间的一组基，就形成了一个量子比特。这是首次在半导体器件中实现自旋量子比特。图 2.2 为量子比特中自旋到电荷的转换的 SEM 图，T,M,P,R,Q 表示金属电极，B 表示施加在二维电子气表面的磁场。

2005 年，Marcus 小组制备了栅极调节的碳纳米管量子点 [3]，如图 2.3a 所示。Pd 接触提供了高电导率的金属-纳米管接口，在低温下不会形成隧穿势垒。长度约 $2.5\mu\text{m}$ 的纳米管与 Pd 接触时的栅极响应，如图 2.3b 所示。PECVD 制备的 SiO_2 顶栅在 300mK 下用 $10\mu\text{V}$ 的交流信号激励。在该器件中，电压大于 +1V 时，所有

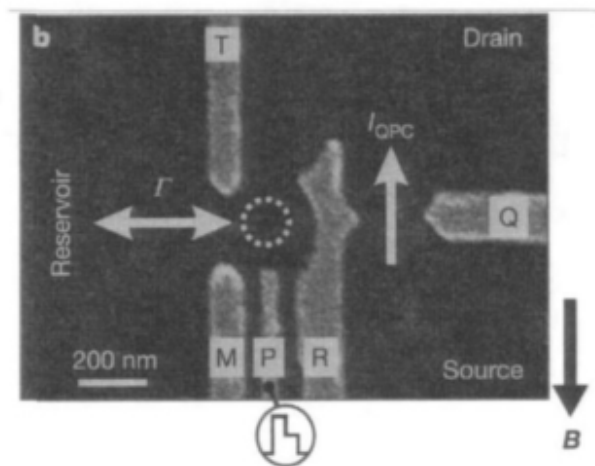


图 2.2 量子比特中自旋到电荷的转换

栅极都会抑制电导。该结构易于在一个纳米管上实现多量子点的精确调控，可作为基于纳米管的量子系统设计范例。

为了读出量子点中的信息，通常在量子点附近有一个专门制作的读出结构，称为量子点接触，如图 2.4 所示 [4]。量子点接触中的电子隧穿通过势垒形成电流。由于量子点上的电子与量子点接触中的电子存在比较强的库仑相互作用，当量子点上的电子数目发生改变时，就会影响到量子点接触上的势垒，从而改变量子点接触中的电流。加上外磁场后，量子点中自旋向上和自旋向下的电子分别带有不同的能量。调节电极之间的电势差，使得量子点形成不同的分布，量子点接触则通过感应量子点中的电流变化读出信息。

它把电子束缚在 100 纳米的区域内范围。其中，L,C,R 分别为左、中、右电极，而 1,2 为量子点间的隧穿势垒，左侧的量子点接触 (QPC) 被用于检测器件电流，用于控制读取量子点中的信息。尽管利用半导体量子点的自旋进行量子信息处理已经获得许多令人瞩目的进展，但是要成为真正的量子芯片还有很多困难需要克服。半导体量子点体系受周边环境的影响比较严重，控制其退相干，维持其量子相干状态遇到了更大的挑战。

2.2 离子阱方案

1995 年，Cirac 和 Zoller 首次提出在线性离子阱体系中实现量子计算，并于同年在实验室中实现了该方案 [5]。在该体系中，Qubit 是束缚在线性离子阱中单个离子的两个内能级，如图 2.5 所示 [6]。单 Qubit 的么正变换可以通过寻址激光束与单个离子的共振相互作用来完成，2 个 Qubit 的受控么正变换需要利用失谐的激光束先后照射两个需要相互作用的离子，借助与整体离子串的声子相互作用来完成。初态制备可以利用激光冷却来完成，而末态测量则可以通过观测单个离子的荧光

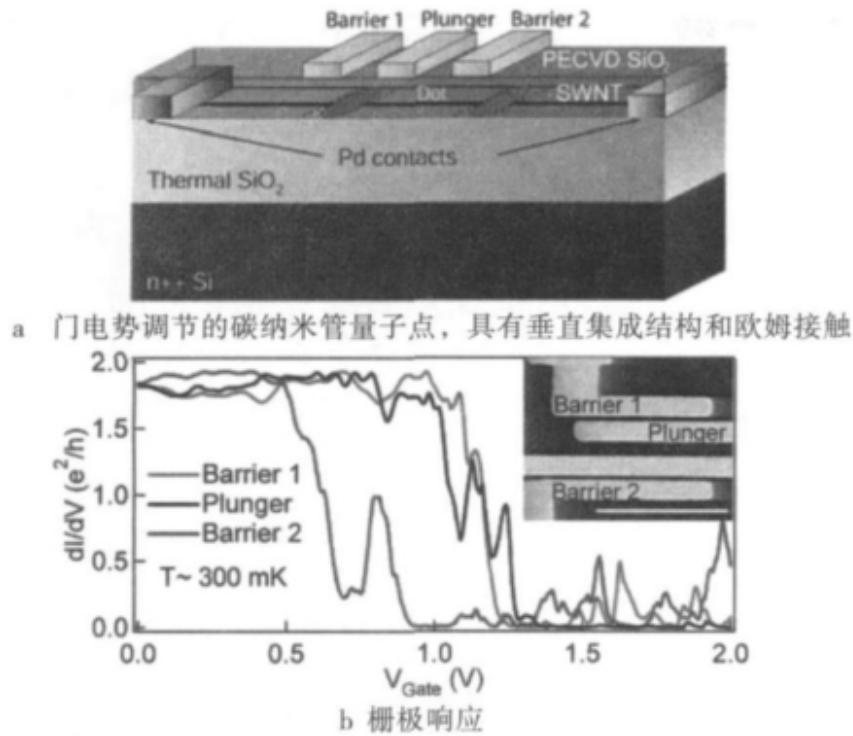


图 2.3 栅极调节的碳纳米管量子点

光谱来完成。由于过程需要大量离子的参与，操作过程更易受到外电场等退相干因素的影响，同时导致量子操作的效率也非常低。离子阱作为实现小规模量子计算机的强力候选被广泛关注。

为了提高量子比特的集成数目，解决方法之一是采用复杂的阱结构使得离子之间相互独立，这可以通过设置阱电极来实现，如图 2.6 所示 [7]。另一种增加离子阱比特数的方式是通过光子相互作用耦合小的库仑离子团。采用这种方法使得离子可以实现微米尺度的纠缠。通过重复调用的量子电路形成稳定的量子存储网络实现长距离通信。

晶格离子阱方案也备受关注。其基本结构是平面上电或磁的离子阱晶格阵列，每个离子阱中仅仅束缚单个离子。不同的离子阱间隔较远，可以忽略掉它们之间的相互作用。对照线性离子阱的方案，增大并行操作的效率。由于平面上不同离子阱之间是互不影响的，因此也易于集成。

中性原子形成量子比特的形式与离子相似。一个中性冷原子阵列可以通过交叉激光束被束缚在自由空间，形成光格点。由激光作用产生斯塔克效应并形成有效的对原子的外部势场。选择合适的激光光束，可以在三维空间形成特定模式的势阱，如图 2.7 所示（中性原子被限制在势垒区内，类似晶格中原子）。

通过调整外部激光束的尺寸、极化方向、能量密度可以精确控制光学格点的维度、深度、形式、位置等参数。采用光栅格子最重要的问题在于如何实现原子量

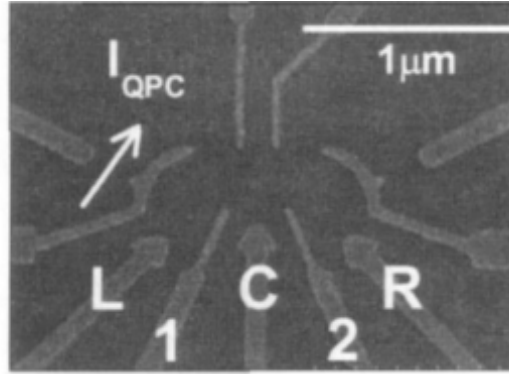


图 2.4 一种量子点结构的 SEM 图样

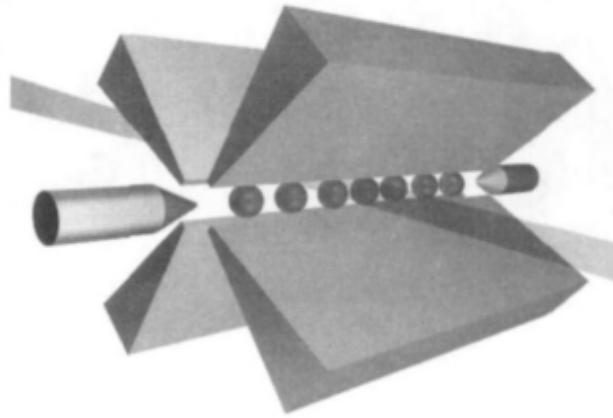


图 2.5 线性离子阱示意图

子比特的初始化、相互作用和测量。对于阱中的离子和原子，相干时间远高于纠缠制备、操控和测量的时间。挑战主要来自如何保持在向着更高集成度扩展时仍然拥有较高的高保真度。

2.3 超导量子方案

相较于光学系统、离子阱和量子点等微观体系，基于宏观约瑟夫森效应的超导电路由于其在可操控性和可扩展性等方面的优势，是目前国际上公认的有希望实现量子计算的几个物理载体之一。

超导量子计算的核心单元是一种“超导体—绝缘体—超导体”三层结构的约瑟夫森结电子器件 [8]，其中间绝缘层的厚度不超过 10nm，形成一个势垒，库珀对能够隧穿该势垒形成超导电流。20 世纪 80 年代，Leggett 在约瑟夫森结电路中观测到宏观量子相干现象 [9, 10]。这种宏观量子相干现象表现为大量电子集团运动的相干叠加，即宏观薛定谔猫态。

与天然的量子体系相比，超导量子电路的能级结构可通过对电路的设计进行

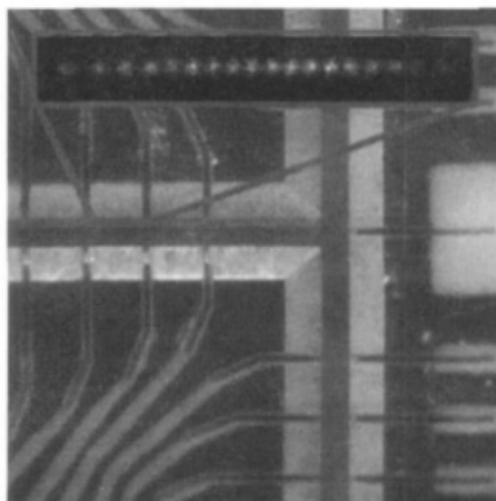


图 2.6 多级线性离子阱芯片

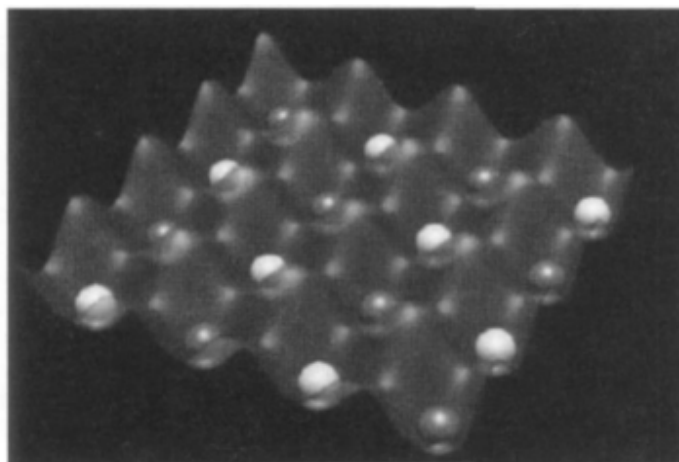


图 2.7 多维光学格子示意图

定制，或通过外加电磁信号进行调控。而且，基于现有的集成电路工艺，约瑟夫森量子电路还具有天然量子体系无法比拟的可扩展性。这些优点使超导量子电路成为实现可扩展量子计算最有前景的物理方案之一。

超导量子计算存在的主要问题是固体体系中大量不易操控的自由度给约瑟夫森量子电路带来强烈的消相干 [11]，其中最典型的消相干过程是由具有低频特性的电荷型或磁通型偏置噪声所导致的退相干。

2001 年，德国 Karlsruhe University 的 Makhlin 等实现了超导电荷 Qubit [12]。如图 2.8 所示，超导电荷 Qubit 是一块尺寸在亚微米量级的超导金属块，通过由两个相同的约瑟夫森结组成超导量子干涉器件 (SQUID)。外加的偏置电压通过偏置电容来控制 Qubit 的工作点，而在超导量子干涉器件的有效约瑟夫森耦合能。

浙江大学的王浩华小组不久前参与研发了 10 比特超导量子芯片，实现了目前

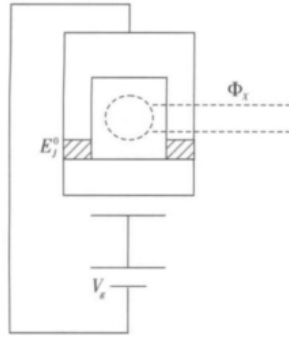


图 2.8 约瑟夫森电荷 Qubit 示意图

世界上最大数目的 10 个超导量子比特的纠缠，打破了之前由谷歌和加州大学圣塔芭芭拉分校保持的记录，并在 4 比特超导量子处理器上展示了快速求解线性方程组的量子算法，使得我国在量子计算机研究领域进入国际第一梯队。

3 算法研究

量子算法根据 Shor 的分类,可分为基于量子 Fourier 变换,基于概率幅放大和基于量子物理模拟三类量子算法。

第一类是以 Shor 算法为代表的基于量子 Fourier 变换方法寻找周期性的问题,进一步又可归结为阿贝尔隐含子群问题(HSP)。凡是能归结为 HSP 的公钥密码将不再安全。

而 Grover 算法构建了基于概率幅放大方法的一类问题的基本框架。包括改进的 Grover 算法、碰撞问题,量子遗传算法、量子模拟退火算法、量子神经网络等。

第三类是属于模拟或解决量子物理问题的算法,包括 Feynman 提出的用量子计算机加速量子物理仿真的原创性设想,还有基于量子随机游走、尤其是连续时间量子随机游走的算法,这其中就有 Farhi 和 Gutmann 提出的 NAND 树的布尔逻辑计算算法等。

3.1 量子 Fourier 变换

1994 年发现的 Shor 算法是一个针对整数分解的量子算法 [13]。它解决的题目如下:给定一个整数 N ,找出它的质因子。在一个量子计算机上面,要分解整数 N ,Shor 算法的运行需要多项式时间。更精确地说,这个算法花费 $O(N^2(\lg N)(\lg \lg N))$ 的时间。

Shor 算法中,把寻找一个大数的质因子问题转化为寻找其余因子函数的周期 r 。只要该周期被找到,并且为一个偶数,那么利用剩余定理,就能得到该大数的质因子。给定整数 N ,选取一个与 N 互质的数 a ,使得 $a^r \equiv 1 \pmod{N}$ 。以 $N=15$ 为例,先选 $a=2$,分别计算 $2^0, 2^1, \dots, 2^{15} \pmod{15}$,得到一个重复序列: $1, 2, 4, 8, 1, 2, 4, 8, \dots, 1, 2, 4, 8$,不难看出,变化周期为 $r=4$,它也满足 $2^4 \equiv 1 \pmod{15}$ 。有了这个周期,就可以利用孙子定理:设 $A = a^{r/2} + 1, B = a^{r/2} - 1$,其中 r 必须为偶数,且 $a^{r/2} \pmod{N} \neq 1$ 。求出 A, B 之后,再分别求 A, N 和 B, N 的最大公约数。设 $C = \gcd(A, N), D = \gcd(B, N)$,那么一定有 $C \times D = N$,即 N 被成功地质因子化。本实例中, $C = \gcd(a^{r/2} + 1, N) = \gcd(3, 15) = 3, D = \gcd(a^{r/2} - 1, N) = \gcd(5, 15) = 5$,即把 15 分解为 3×5 。

Shor 算法的关键在于求出大数 N 的余因子函数的周期 r 。不过,由于余因子函数的周期 r 不能在量子计算中被有效测出,因此在 Shor 算法中需借助量子离散傅立叶变换。

考虑 n 维向量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ，对于经典的情况，其傅里叶变换 $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ 为：

$$y_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=0}^{N-1} e^{2\pi i j k / N} x_j$$

针对量子情况，对任意给定的态

$$\sum_{k=0}^{N-1} \phi(k) |k\rangle$$

其傅里叶变换通过么正变换 U_{QFT} 实现：

$$U_{QFT} |\phi\rangle = \sum_{k=0}^{N-1} \phi(k) |x\rangle$$

其中

$$\phi(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} \phi(x) e^{2\pi i x k / N}$$

如果单独作用某个基矢，则量子 Fourier 变换可以表示为：

$$U_{QFT} |x\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} e^{2\pi i x k / N} |k\rangle$$

这里的 $|x\rangle$ 和 $|k\rangle$ 即为量子 Fourier 变换对。

离散 Fourier 变换将余因子函数的周期换成另一个可测的周期。

理论上可以证明，在量子计算机上进行的基于 Fourier 变换的 Shor 量子算法对因子分解是有效的，即对正整数的因子分解所需要的计算时间随着计算的数 N 的位数增加以多项式方式增长。当 N 的位数很大时，以位数的指数方式增长与以位数的多项式方式增长在计算量上有巨大的差别。

Shor 算法重要性在于，若使用量子计算机的话，我们可以用来破解已被广泛使用的公开密钥加密方法，也就是 RSA 加密算法。RSA 算法的基础在于假设了我们不能很有效率地分解一个已知的整数。就目前所知，这假设对传统的（也就是非量子）计算机为真；没有已知传统的算法可以在多项式时间内解决这个问题。然而，Shor 算法展示了因子分解这问题在量子计算机上可以很有效地解决，所以一个足够大的量子计算机可以破解 RSA。

这也是推动量子计算机的物理实现研究和量子算法研究的强大动力。

3.2 Grover 搜索

Grover 算法的实现基于概率幅放大，对许多计算问题的传统算法都有平方加速 [14]。由于振幅放大是量子算法的基础，因而引起了极大的关注。这包括对误差和修正的健壮性的研究。

Grover 算法是面向无序数据库的搜索算法。对于一个无结构的数据库，最优经典算法的搜索复杂度为 $O(N)$ ，用概率图灵机搜索的期望次数为 $N/2$ 步。Grover 算法的搜索复杂度为 $O(\sqrt{N})$ ，这就是说该算法能够在量子计算机上搜索 N 比特的数据比在经典计算机上搜索 \sqrt{N} 比特的数据还要快或相当，并且 Grover 搜索算法是一种对空间进行完全搜索的优化算法。

现实中许多问题都可归结为搜索问题，如最短路径问题、排序问题、图着色问题、数据库搜索问题及密码中的穷举攻击问题等均属于这类问题。

3.3 求解线形方程组的量子算法

求解线形方程组的量子算法由 Harrow 等人于 2008 年提出 [15]。该算法的主要思想如下：

给定一个厄米特 $N \times N$ 矩阵 A ，一个单位向量 \vec{b} ，假定我们要求 \vec{x} 以满足 $A\vec{x} = \vec{b}$ 。首先，该算法把 \vec{b} 表示为量子态

$$|b\rangle = \sum_{i=1}^N b_i |i\rangle$$

然后，为实现不同时间的叠加，用哈密尔顿仿真技术把 e^{iAt} 施加到 $|b\rangle$ 。用相位估计理论，把对 A 的取幂运算转换成在 A 的本征基上分解 $|b\rangle$ ，以求解相应的特征值 λ_i 。这一步完成后，系统的状态接近

$$\sum_{j=1}^N \beta_j |\vec{u}_j\rangle |\lambda_j\rangle$$

其中， \vec{u}_j 是 A 的特征向量基，

$$|b\rangle = \sum_{j=1}^N \beta_j |\vec{u}_j\rangle$$

再进行线性映射：

$$|\lambda_j\rangle \rightarrow C \lambda_j^{-1} |\lambda_j\rangle$$

其中 C 是归一化常数。由于该操作并不唯一，因此有一定的失败概率。成功后，再计算 $|\lambda_i\rangle$ 寄存器，留下的状态与

$$\sum_{j=1}^N \beta_j \lambda_j^{-1} |\vec{u}_j\rangle = A^{-1} |b\rangle = |x\rangle$$

成比例。

在矩阵求反算法执行中的关键因素是 A 的条件数 κ ，即 A 的最大和最小特征值之比。随着条件数的增加， A 逐步趋向于不能求反的矩阵，解就变得更不稳定。这

样的矩阵称为“条件差的”。该算法一般假定 A 的奇异值在 $1/\kappa$ 和 1 之间。在这种情况下，运行时间随 $\kappa \times \kappa \log(N)/\epsilon$ 而变，其中 ϵ 是输出态 $|x\rangle$ 中的附加误差。因此，该算法最好情况发生在 ϵ 和 $1/\kappa$ 均为 $\log(N)$ 的多项式量级时，此时可获得指数级的加速比。Harrow 等人也研究了对“条件差的”矩阵的处理方法。

该算法可产生 \vec{x} 的所有分量。但是，有时人们可能只对其中某些期望值 $\vec{x}^T M \vec{x}$ 感兴趣，此处 M 是某种线性算子（该算法对非线性算子也适用）。把 M 映射到量子力学算子，执行与 M 相关的量子测量，可得到期望的值 $\langle x|M|x \rangle = \vec{x}^T M \vec{x}$ 。用这种方法可获得 \vec{x} 的多种特性，如归一化、状态空间中不同部分的权重、矢量矩等。

在实际的科学研究和工程计算中，我们遇到最多的问题是与解线性方程组相关，而且遇到的大部分线性方程组都是稀疏的和高维的。为解决该问题，传统的算法做出了长期的努力，但现在最优的算法复杂度是 $O(n)$ 。该量子算法的结果表明，若使用量子计算机来解高维的线性方程组，最好的加速比将达到指数级。因此，该算法可以求解高维的线性方程组。这有可能解决以前难以解决的问题，如长期天气预报、更加有效的网络检索处理等。这个算法意义重大，它预示了量子算法在机器学习中的广泛应用。

3.4 量子机器学习

机器学习任务常常涉及在高维空间中操纵和分类大量向量的问题。量子计算机可以很好地操纵大张量空间中的高维向量。2013 年，Seth Lloyd, Masoud Mohseni 和 Patrick Rebentrost 证明量子计算机可以很好地操纵向量和矩阵，可以在执行一些机器学习任务时对于向量运算提供指数级加速 [16]。

主要有两种类型的机器学习任务，即监督和无监督的机器学习。在监督机器学习中，学习者提供了一套以高维度向量形式呈现的特征和相应标签来标记其类别的训练样例。目的是根据这些训练集分类新的例子。一个简单的例子是垃圾邮件过滤器，将传入的电子邮件分类为垃圾邮件和非垃圾邮件，通过将新的电子邮件与已经由人标记的旧电子邮件进行比较。在无监督的机器学习中，系统旨在将数据分类到不同的组中，无需事先的信息。无监督机器学习的一个例子是从图像背景识别对象，即将图像的像素分为两组-对象和背景。监督和无监督机器学习算法的核心数学任务是评估高维向量之间的距离和内积，以分析向量之间的相似性，这需要与经典计算机上的向量的大小成比例的时间。随着现代世界数据量的迅速增长，即使对于最新的超级计算机来说，这样的任务也可能构成挑战 [17]。但是由于量子算法的指数加速的特性，在大数据领域，量子算法将被广泛应用 [18]。

4 展望

量子计算已经成为物理学领域的一个热点，二能级系统作为量子比特已获得广泛的认同，而二能级系统之间的相互作用可以构建量子逻辑门也成为业界的共识 [19]，但是寻找可集成化和规模化的量子比特物理体系和设计合理的量子算法依然是量子计算机发展的最主要障碍，只有解决了实用化道路上的拦路虎，量子计算的研究才能真正走向成熟，实现商业化 [20]。

参考文献

- [1] Divincenzo DP.The Physical Implementation of Quantum Computation [J].Fortschritter der Physik.2000,48:771-784
- [2] Elzerman J M.Single-Shot Read-out of an Individual Electron Spin in a Quantum Dot[J] .Nature,2004, 430: 431 - 435.
- [3] Biercuk M J,Garaj S, Mason N, et al.Gate -Defined Quantum Dots on Carbon Nanotubes[J] .NanoLett,2005, 5 (7): 1267 -1271
- [4] Gaudreau L,et al.A Tunable Few Electron Triple Quantum Dot[J] .Applied Physics Letters,2009, 95(19): 193101 -193103.
- [5] Cirac J I, Zoller P.Quantum Computations with Cold Trapped IONS[J] .Physical Review Letters, 1995, 74(20): 4091 -4094.
- [6] University of Innsbruck,Institute for Theoretical Physics[EB /OL] .[2011 -11 -16] .[http:// www.uibk.ac.at / thphysik / qo / research / trappedions.html](http://www.uibk.ac.at/thphysik/qo/research/trappedions.html).
- [7] Wineland D J, et al.Experimental Issues in Coherent Quantum state Manipulation of Trapped Atomic Ions[J].Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, 1998, 103(3): 259 -328.
- [8] Tinkham M.Introduction to Superconductivity[M] .2nded.McGraw-Hill ,NewYork, 1996.
- [9] Caldeira A O, Leggett A J.Quantum Tunneling in Adissipative System[J] .Ann Phys(N.Y.), 1983, 149: 374 -456.
- [10] Leggett A J,Chakravarty S,Dorsey A T, et al.Dynamics of the Dissipative Two state System[J] .Reviews of Modern Physics, 1987, 59: 1 -85.
- [11] Schrieffer J.Dekohrenz in Josephson Quantenbits:[PhD thesis][D] .Universitat Karlsruhe(TH), 2005.
- [12] Makhlin Y, Schoen G, Shnirman A.Quantum State Engineering with Josephson-Junction Devices[J] .Reviews of Modern Physics, 2001, 73(2): 357 -400.
- [13] Shor W P.Algorithms for Quantum Computation:Discrete Logarithms and Factoring[C]//Proc of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, 1994: 124 - 134.
- [14] Grover K L.A Fast Quantum Mechanical Algorithm for Database Search[C]//Proc of STOC 1996, 1996: 212 -219.
- [15] Harrow A W, Hassidim A,LloydS. Quantum Algorithm for Solving Linear Systems

- of Equations[J] .Physical Review Letters, 2009, 15(103): 150502.
- [16] Lloyd S, Mohseni M, Rebentrost P. Quantum algorithms for supervised and unsupervised machine learning[J]. Eprint Arxiv, 2013.
- [17] Cai X D, Wu D, Su Z E, et al. Entanglement-based machine learning on a quantum computer[J]. Physical Review Letters, 2015, 114(11):110504.
- [18] Dunjko V, Taylor J M, Briegel H J. Quantum-Enhanced Machine Learning[J]. Physical Review Letters, 2016, 117(13).
- [19] 陈爱民. 固态量子比特中的量子信息和量子计算: 多量子比特操作 [D]. 重庆大学, 2012.
- [20] 中国科学院. 2016 高技术发展报告 [M]. 科学出版社, 2016.