

## Teme Programare Dinamica

1. Garfield, motanul veșnic răpus de "oboseală", s-a gândit să viziteze o parte din (sau chiar toate) casele de pe strada sa - nu neapărat pentru a socializa, cât mai ales pentru biscuiții pe care îi primește după fiecare vizită! Casele sunt identificate prin numere de la 1 la N, cele cu numere impare fiind pe partea stângă, iar cele cu numere pare pe partea dreaptă (în ordine); el are o listă cu numărul de biscuiți pe care îi primește de la fiecare casă.

Să traversezi strada înseamnă mult efort și bătaie de cap, însă motanul nostru e hotărât să se autodepășească; dar ... nu chiar dintr-o dată - în periplul de care v-am povestit el va traversa strada de exact T ori. Ca stresul să nu fie prea mare, Garfield vizitează casele doar în ordine strict crescătoare a numărului lor și poate începe de la oricare dintre acestea. El va ține cont de planul făcut în prealabil și se va afla de la început pe trotuarul pe care se află prima casă pe care o va vizita, iar în finalul apoteotic al acțiunii va rămâne pe partea pe care se află ultima casă vizitată. Orice intenție de transformare în bine merită răsplătită: ajută-l pe Garfield să obțină un număr maxim de biscuiți!

**Date de intrare:** fișierul date.in conține

- pe prima linie N și T (numărul de case și numărul de traversări) - numere naturale separate printr-un spațiu

- pe a doua linie  $B_1 B_2 \dots B_N$  ( $B_i$  este numărul de biscuiți primiți la casa cu numărul i) - numere naturale separate prin câte un spațiu

**Date de ieșire:** fișierul date.out conține

- pe prima linie: numărul maxim de biscuiți primiți în total

- pe a doua linie: numerele caselor vizitate, în ordine

**Restricții și precizări:**

$0 \leq T < N \leq 100$

$1 \leq B_i \leq 10.000.000$

2. Se dau două șiruri de caractere  $s$  și  $t$ . Asupra șirului  $s$  se pot aplica în mod repetat operațiile:

- șterge un caracter
- inserează un caracter
- modifică un caracter

Pornind de la șirul  $s$  se cere să se obțină șirul  $t$  aplicând de un număr minim de ori operațiile date.

3. O scară are  $n$  trepte. O persoană poate urca treptele pășind de pe o treaptă pe alta sau sărind peste câte o treaptă. Se cere să se determine numărul de modalități de a urca scara.

**Date de intrare:** fișierul date.in conține numărul natural  $n$

**Date de ieșire:** fișierul date.out conține valoarea cerută.

**Exemplu:**

date.in	date.out	explicatie
5	8	Poate urca treptele astfel: 1+1+1+1+1 1+1+1+2 1+1+2+1 1+2+1+1 2+1+1+1 1+2+2 2+1+2 2+2+1

4. Sa se determine numarul de cuvinte de  $n$  litere care se pot construi cu literele x,y si z, astfel incat literele x si y sa nu fie alături, si nicio litera sa nu apară pe pozitii consecutive

**Date de intrare:** fișierul date.in conține numărul natural  $n$

**Date de ieșire:** fișierul date.out conține valoarea cerută.

**Exemplu:**

date.in	date.out	explicatie
4	8	Cuvintele sunt zxzx, zyzx zxzy, zyzy xzxz, yzxz, xzyz, yzyz

5 Mihai vrea sa isi construiasca o casa. Astfel, el cumpără un teren, reprezentat sub forma unei matrice binare cu  $n$  linii și  $m$  coloane, dar datorită lipsei de experiență în tranzacții imobiliare este păcălit, deoarece există pe teren zone afectate în care nu se poate construi, marcate în matrice cu 0. Celelalte zone în care se poate construi sunt marcate cu 1.

Mihai acceptă că a greșit și nu are altceva de făcut decât să își construiască casa unde este posibil. Acesta caută pe terenul achiziționat o bucată de teren pătrată de dimensiune cât mai mare, pentru care toate zonele ce o alcătuiesc să fie utilizabile(marcate cu 1 în matricea binară a reprezentării terenului), în care își va construi casa.

Acesta nu se descurcă singur și vă roagă pe voi să îl ajutați să își rezolve această problemă.

6. Se dau numerele naturale  $n$  și  $p$ . Să se determine numărul cuvintelor de lungime  $n$  formate doar din litere mici și cu proprietatea că au cel mult  $p$  vocale.

7. Se consideră o clădire de formă dreptunghiulară formată din  $n*m$  camere, dispuse pe  $n$  linii și  $m$  coloane. Intrarea în clădire este în camera de coordonate  $(1,1)$ , iar ieșirea în camera de

coordonate  $(n,m)$ . Din orice cameră  $(i,j)$  se poate ajunge numai în camerele  $(i+1,j)$  sau  $(i,j+1)$ . Determinați în câte moduri se poate ajunge din camera  $(1,1)$  în camera  $(n,m)$ .

Deoarece numărul de posibilități poate fi foarte mare, se cere doar restul acestui număr la împărțirea cu 9901.

8. Harta jocului PacMan este sub forma unui dreptunghi împărțit în camere organizate pe linii și coloane. Din fiecare cameră se poate merge în camera situată pe coloana următoare și pe aceeași linie, sau în camera de pe coloana următoare și linia următoare, dar fără a ieși din hartă. Astfel din camera  $(i,j)$  se poate merge în camerele  $(i,j+1)$  și  $(i+1,j+1)$ . PacMan se află în camera situată pe prima linie și pe prima coloană  $(1,1)$  și trebuie să ajungă în camera de pe ultima linie și ultima coloană  $(n,m)$ . Calculați și afișați numărul de trasee pe care poate PacMan să parcurgă harta

9. Alice s-a pierdut din nou în labirint. Labirintul este de forma unui triunghi dreptunghic împărțit în camere organizate pe linii și coloane. Pe prima linie este o singură cameră, pe a doua sunt două camere, etc. Pe ultima linie sunt  $n$  camere. Din fiecare cameră se poate merge în camerele situate pe linia următoare și pe aceeași coloană, sau pe coloane cu 1 mai mari sau mai mici decât coloana curentă, dar fără să se părăsească labirintul. Astfel din camera  $(i,j)$  se poate merge în camerele  $(i+1,j-1)$ ,  $(i+1,j)$  și  $(i+1,j+1)$ , dacă acestea există. Alice se află în camera de pe prima linie și de pe prima coloană  $(1,1)$ .

Ca să iasă din labirint, Alice trebuie să ajungă într-o cameră de pe ultima linie. Calculați și afișați numărul de trasee pe care poate Alice să iasă din labirint.

10. Fermierul Gigel are o livadă cu peri de forma unui triunghi dreptunghic cu laturile de câte  $n$  peri fiecare și având perii organizați pe linii și coloane. Pe prima linie este un singur păr, pe a doua doi peri, etc. Pe ultima linie sunt  $n$  peri. Pentru fiecare păr se cunoaște numărul de pere din el. Hoțul intră în livada lui Gigel prin colțul stânga jos, adică prin primul element al ultimei linii. El se poate deplasa paralel cu rândurile de peri, adică cu liniile, respectiv cu coloanele livezii. Astfel, dintr-o poziție aflată pe linia  $i$  și coloana  $j$ , hoțul poate merge pe linia  $i-1$  și coloana  $j$  sau pe linia  $i$  și coloana  $j+1$ . Ca să nu îl prindă Gigel, hoțul trebuie să ia toate perele din perii de pe traseul pe care merge, să iasă pe la sfârșitul unei linii de peri și să fure un număr minim de pere (deoarece nu e lacom sau nu le poate duce și îl prinde Gigel).

11. Se citește de la tastatură număr natural  $n$ . Pornind de la valoarea 1, asupra valorii curente  $x$  se pot aplica următoarele trei operații: înmulțire cu 2, înmulțire cu 3 sau adunare cu 1. De exemplu, dacă  $x=1$  atunci se poate obține 2 (prin înmulțirea cu 2 sau prin adunarea cu 1) sau 3 (prin înmulțirea cu 3).

Calculați numărul minim de operații necesare pentru a obține numărul  $n$  începând de la numărul 1.

12. Ali Baba și cei 40 de hoți stăpânesc un deșert de formă dreptunghiulară, împărțit în  $n$  linii și  $m$  coloane, care definesc  $n*m$  sectoare. În fiecare sector se află o comoară ascunsă de Ali Baba. Se cunoaște valoarea în galbeni a fiecărei comori.

Un călător trebuie să traverseze deșertul de la Nord la Sud, trecând dintr-un sector în altul, astfel: din sectorul  $(i, j)$  se poate ajunge în unul din sectoarele  $(i+1, j-1)$ ,  $(i+1, j)$  sau  $(i+1, j+1)$ , dar fără a părăsi deșertul (ar fi omorât de oamenii lui Ali Baba). La trecerea printr-un sector, călătorul colectează comoara din acel sector.

Determinați valoarea totală maximă a comorilor pe care le poate colecta călătorul la traversarea deșertului, știind că pleacă din orice sector al liniei  $1$  și se oprește în orice sector al liniei  $n$ , cu respectarea condițiilor de mai sus.

**13.** Maria și-a cumpărat în decursul mai multor zile de la magazinul său preferat  $N$  articole de îmbrăcăminte și încălțăminte cu prețurile  $s_1, s_2, \dots, s_N$  lei. Iulia, prietena Mariei, observând cumpărăturile, i-a spus:

- Puteai economisi mulți bani. Nu ai văzut promoțiile magazinului? Dacă ai fi cumpărat două produse deodată, cel mai ieftin din cele două l-ai fi cumpărat la jumătate de preț. Iar dacă ai fi cumpărat trei produse deodată, ai fi primit pe cel mai ieftin din cele trei gratuit! Maria și Iulia s-au decis să afle care ar fi fost suma minimă cheltuită pentru a achiziționa **în aceeași ordine** cele  $N$  produse, dar grupând câte un produs, câte două sau câte trei. Pentru că cele două fete nu se descurcă așa de bine la informatică, ele te roagă să le ajuți să determine care este această sumă minimă.